Sammlung algebraischer Aufgaben für gewerbliche und technische Lehranstalten

nebst einer Abhandlung über das Stabrechnen

Stabrechnen mit Rechenstab und Uhr

Burg, Robert

Frankfurt a.M., 1905

urn:nbn:de:hbz:466:1-78520

Sammlung algebraischer Aufgaben
für gewerbliche und technische Lehranstalten

nebst einer Abhandlung über das

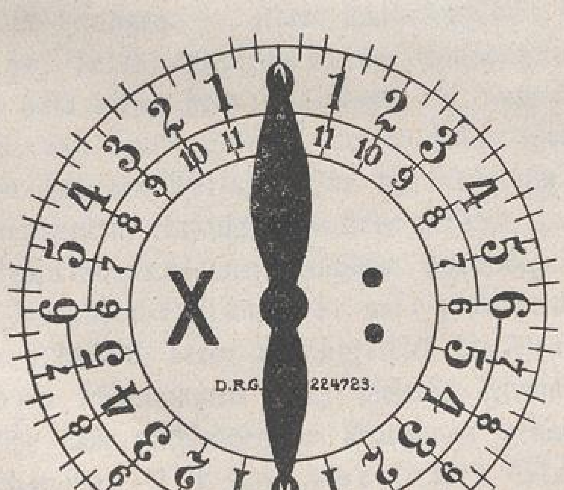
Stabrechnen.

Im Auftrage des Schulvorstandes
der städtischen gewerblichen Fortbildungsschule zu Frankfurt a. M.

verfaßt von

Dr. Robert Burg,
Oberlehrer.

Fünftes Heft: Stabrechnen mit Rechenstab und Uhr.



Frankfurt a. M.
Verlag von Franz Benjamin Auffarth.
1905.

Vorwort.

Der logarithmische Rechenstab hat trotz seiner anerkannten Bedeutung für das technische Rechnen bisher nur an einer kleinen Anzahl technischer Lehranstalten den ihm gebührenden Platz im mathematischen Unterricht erobert und wird deshalb nur von wenigen Technikern in sachgemäßer Weise und sicher gehandhabt. Der Grund dieser auffallenden Erscheinung dürfte darin zu suchen sein, daß die bisherigen Anleitungen zum Stabrechnen sowohl die erforderliche Einheitlichkeit in den Stabrechnungsregeln als auch vor allem eine praktische Methode der Stellenauswertung vermissen lassen.

Der nachfolgende Lehrgang bezweckt, alle Stabrechenoperationen aus einem einzigen Prinzipe abzuleiten unter strenger Vermeidung aller Komplikationen, welche die Folgen sogenannter Kunstgriffe sind; es wurde deshalb u. a. die „verkehrte Schieberstellung" grundsätzlich ausgeschlossen. Ferner wurde gefordert, daß — abgesehen von den trigonometrischen Rechnungen — jeder mathematischen Operationsart nur eine einzige, leicht verständliche Stabrechnungsregel entspreche und nicht bald diese, bald jene Regel, je nach der zufälligen Wahl der Zahlen, mit denen operiert werden soll. Diese Forderung nach Einheitlichkeit hat den Verfasser für die Rechnung mit Kubikwurzeln zu einer neuen, einfachen Methode geführt.

Die Stellenauswertung geschieht durchweg mittelst eines neuen Apparates, der „Rechenstab-Uhr mit zweifacher Skala", D. R. G. M. No. 224723, deren Alleinvertrieb die Firma Dennert & Pape, Altona übernommen hat; dieselbe Firma liefert auch Rechenstäbe, welche dem nachfolgenden Lehrgange genau entsprechen. Durch die „Rechenstab-Uhr mit zweifacher Skala" ist jede Schwierigkeit in der Stellenauswertung beseitigt und der bisher übliche Notbehelf der Stellenauswertung durch Überschlagen dürfte dem Leser schon nach Durchnahme weniger Aufgaben nicht nur als zu unsicher sondern auch als zu zeitraubend erscheinen. Die Stellenauswertung durch Überschlagen bedeutet ungefähr dasselbe, als wenn man bei logarithmischen Rechnungen ohne Kennziffern rechnen und am Schluß die Stellenzahl des Resultates abschätzen wollte; und dabei ist zu bemerken, daß die Handhabung der „Rechenstab-Uhr mit zweifacher Skala" noch bedeutend einfacher ist, als die Benutzung der Kennziffern beim logarithmischen Rechnen.

Es ist hierdurch erzielt, daß alle Stabrechnungsaufgaben — abgesehen von den Rechnungen mit höheren Potenzen und Wurzeln und einigen trigonometrischen Rechnungen — ohne jede schriftliche Notierung gelöst werden können. Dem Leser, der natürlich Rechenstab und Rechenstabuhr zur Hand haben muß, ist es dringend zu empfehlen, bei der Durchnahme der Aufgaben die beigegebenen ausführlichen Stabrechnungsangaben zu verdecken und nur zur Kontrolle seiner eigenen Operationen zu Rate zu ziehen. Dann dürften die in den Abschnitten II bis VII enthaltenen 114 Rechenaufgaben vollauf genügen, vollständige Sicherheit im Stabrechnen zu erzielen.

Die Textaufgaben des Abschnittes VIII sollen nur eine kleine Auslese technischer Aufgaben geben; weitere geeignete Aufgaben sind im dritten und vierten Hefte dieser Aufgabensammlung enthalten. Übrigens wird jeder, der viele Aufgaben von derselben Art mit dem Rechenstab löst, selbst kleine Vereinfachungen der betr. Operationen finden, zumal wenn er sich die Werte häufig wiederkehrender Zahlenzusammenstellungen auf den Skalen des Stabes markiert. Solche besonderen Marken konnten in diesem allgemeinen Lehrgange nicht berücksichtigt werden.

Damit auch solche Leser, welchen die Logarithmen nicht geläufig sind, tunlichst in das Verständnis des Stabrechnens eindringen können, sind diejenigen Sätze, die ohne Kenntnis der Logarithmenrechnung unverständlich sind, in den Abschnitten I bis VII durch *schrägen Druck* von dem übrigen Texte unterschieden worden.

Frankfurt a. M., Juni 1904.

Robert Burg.

I. Einteilung des Rechenstabes und Grundgesetz.

§ 1.

Man unterscheidet am Rechenstabe drei Teile: Brett (B), Schieber (S) und Läufer (L).

Auf dem Brette befinden sich zwei Skalen, die obere Brettskala (Bo) und die untere Brettskala (Bu). Ebenso sind auf der Vorderseite des Schiebers die obere Schieberskala (So) und die untere Schieberskala (Su) zu unterscheiden. Der Schieber enthält außerdem auf seiner Rückseite oben eine Sinusskala, in der Mitte eine Logarithmenskala und unten eine Tangensskala. Das Zeichen (L) bedeutet stets den schwarzen Strich auf dem Glase des Läufers.

Die Logarithmenskala ist in 500 gleiche Teile geteilt; ihre ganze Länge stellt die Zahl 1 dar, also jeder Skalenteil $\frac{1}{500} = 0{,}002$.

Die untere Brettskala (Bu) stellt den Zahlenbereich von 1 bis 10 dar, und zwar von 1 bis 2 in Hundertstel, von 2 bis 4 in Fünfzigstel, von 4 bis 10 in Zwanzigstel eingeteilt. *Die Entfernung jeder Zahl vom Anfangspunkt 1 der Skala ist gleich der Grösse des auf der Logarithmenskala abgemessenen Logarithmus der betreffenden Zahl.*

Greift man z. B. die Entfernung von 1 (Bu) bis 3 (Bu) mit dem Zirkel ab und trägt diese Länge auf der Logarithmenskala auf, so findet man 0,477; 0,477 ist aber = log 3.

Auf diese Weise kann man mit Rechenstab und Zirkel den Logarithmus jeder Zahl zwischen 1 und 10 auf drei Dezimalstellen genau finden. Um hierbei den Zirkel entbehren zu können, ist auf der Rückseite des Brettes am rechten Ausschnitt unten *ein schwarzer Strich angebracht, der bei der Anfangsstellung des Schiebers genau auf den Anfangspunkt (0) der Logarithmenskala zeigt. Schiebt man nun den Schieber so weit nach rechts, dass seine 1 (Su) z. B. über 3 (Bu) steht, so zeigt der vorgenannte schwarze Strich auf 0,477 der Logarithmenskala; die Entfernung von 1 (Bu) bis 3 (Bu) wird hier als Grösse der Verschiebung des Schiebers gemessen.*

Wie der Rechenstab hiernach, auch ohne Zirkel, dazu dienen kann, die Logarithmen der Zahlen zwischen 1 und 10 zu finden, so kann er entsprechend auch benutzt werden, die Numeri log. der Zahlen zwischen 0 und 1 aufzusuchen.

Die Logarithmen der Zahlen unter 1 und über 10, resp. die Numeri log. der Zahlen unter 0 und über 1 findet man durch Änderung der Kennziffer des Logarithmus resp. durch Änderung der Stellenzahl des Numerus log. wie bei jeder Logarithmentafel.

§ 2.

Die untere Schieberskala (Su) ist vollkommen übereinstimmend mit (Bu). Verschiebt man den Schieber aus seiner Anfangsstellung nach rechts, so daß eine Zahl a (Bu) unter einer Zahl b (Su) steht, und sind c (Bu) und d (Su) zwei gleichzeitig untereinander stehende Zahlen, so ist, *wenn man alle Längen auf der Logarithmenskala abmessen würde:*

die Entfernung von 1 (Bu) bis a (Bu) $= \log a$,
die Entfernung von 1 (Su) bis b (Su) $= \log b$,
mithin die Grösse der Verschiebung $v = \log a - \log b$

$$= \log\left(\frac{a}{b}\right);$$

ferner die Entfernung von 1 (Bu) bis c (Bu) $= \log c$,
die Entfernung von 1 (Su) bis d (Su) $= \log d$,
mithin die Grösse der Verschiebung $v = \log c - \log d$

$$= \log\left(\frac{c}{d}\right).$$

Es folgt also $\log\left(\frac{c}{d}\right) = \log\left(\frac{a}{b}\right)$

und: $$\frac{c}{d} = \frac{a}{b}$$

Verschiebt man den Schieber aus seiner Anfangsstellung nach links, so daß eine Zahl a (Bu) unter einer Zahl b (Su) steht, und sind c (Bu) und d (Su) zwei gleichzeitig unter einander stehende Zahlen, so findet man analog:

die Grösse der Verschiebung $v = \log b - \log a = \log\left(\frac{b}{a}\right)$

$$\text{und } v = \log d - \log c = \log\left(\frac{d}{c}\right)$$

also: $$\log\left(\frac{d}{c}\right) = \log\left(\frac{b}{a}\right)$$

also: $$\frac{d}{c} = \frac{b}{a}$$

oder auch: $$\frac{c}{d} = \frac{a}{b}.$$

Es gilt mithin der Satz:

I. Bei jeder Schieberstellung sind die Zahlen auf (Bu) den darüber stehenden Zahlen auf (Su) proportional.

Die obere Brettskala (Bo) enthält die Quadrate der an gleicher Stelle auf (Bu) stehenden Zahlen. (Bo) umfaßt mithin den Zahlenbereich von 1 bis 100, und zwar von 1 bis 2 in Fünfzigstel, von 2 bis 5 in Zwanzigstel, von 5 bis 10 in Zehntel, von 10 bis 20 in Fünftel, von 20 bis 50 in Halbe, von 50 bis 100 in Einer eingeteilt.

Man kann offenbar zu jeder Zahl zwischen 1 und 10 (Bu), auf die man den Strich des Läufers (L) einstellt, auf (Bo) unter dem Läuferstrich das Quadrat ablesen und ebenso zu jeder Zahl zwischen 1 und 100 (Bo) die Quadratwurzel auf (Bu).

Die obere Schieberskala (So) ist vollkommen übereinstimmend mit (Bo).

Da aus der Gleichung $\frac{c}{d} = \frac{a}{b}$ die Gleichung $\frac{c^2}{d^2} = \frac{a^2}{b^2}$ folgt, so folgt aus dem Satze I der weitere Satz:

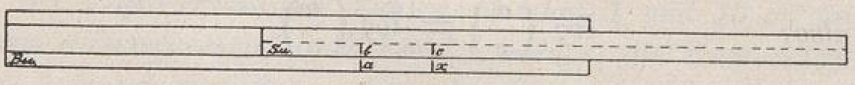
II. Bei jeder Schieberstellung sind die Zahlen auf (Bo) den darunter stehenden Zahlen auf (So) proportional.

II. Multiplikation und Division auf den unteren Skalen. Die Rechenstab-Uhr.

§ 1.

Die Gleichung $x = \frac{a \cdot c}{b}$ ergibt die Proportion:

$$\frac{x}{c} = \frac{a}{b}.$$



Bei derjenigen Schieberstellung, bei welcher a (Bu) unter b (Su) steht, steht mithin die Unbekannte x (Bu) unter c (Su).

Die Auffindung von x geschieht demnach unter Zuhilfenahme des Läufers (L) in folgender Weise:

Stelle (L) auf a (Bu); schiebe b (Su) unter (L); stelle (L) auf c (Su). Dann steht x (Bu) unter (L).

So findet man z. B.:

1. $x = \frac{3{,}75 \cdot 4{,}2}{8{,}91} = 1{,}768.$

Lautet die Aufgabe $y = \frac{a \cdot c \cdot e}{b \cdot d}$ und setzt man:

$\frac{a \cdot c}{b} = x$, so folgt:

$$y = \frac{x \cdot e}{d} \text{ oder } \frac{y}{e} = \frac{x}{d}.$$

Man findet mithin y, indem man die vorige Rechnung, ohne x (Bu) abzulesen, folgendermaßen fortsetzt:

Schiebe d (Su) unter (L); stelle (L) auf e (Su). Dann steht y (Bu) unter (L).

So findet man z. B.:

2. $y = \frac{3{,}75 \cdot 4{,}2 \cdot 6{,}725}{8{,}91 \cdot 2{,}45} = 4{,}85.$

In derselben Weise kann man fortfahren zu rechnen, solange Divisionen und Multiplikationen abwechselnd aufeinander folgen; dieses Abwechseln aber kann man durch Einschieben des Faktors 1 oder des Divisors 1 stets erreichen. Für die allgemeine Lösung von Multiplikations- und Divisionsaufgaben ergeben sich nach dem vorstehenden die folgenden Regeln:

III. Jede Multiplikations- und Divisions-Aufgabe ist so zu behandeln, daß man:

1. **einen bestimmten Faktor als ersten Zähler wählt,**
2. **alsdann in regelmäßigem Wechsel Divisionen und Multiplikationen vornimmt, und**
3. **mit einer Multiplikation endigt.**

Die Staboperationen sind hierbei derart auszuführen, daß man:

1. **mit der Einstellung von (L) auf den ersten Zähler (Bu) beginnt,**
2. **alsdann abwechselnd die Nenner (Su) unter (L) schiebt und (L) über die Zähler (Su) stellt, und**
3. **mit der Ablesung des Resultates (Bu) unter (L) endigt.**

Als Gedächtnisregel kann man sich merken, daß das Wort „**Schieber**“ (dessen Verschiebung der Division entspricht) und das Wort „**Division**“ beide ein **i** enthalten und ebenso das Wort „**Läufer**“ (dessen Verstellung der Multiplikation entspricht) und das Wort „**Multiplikation**“ beide ein **u**.

Daß bei jeder Stabrechnung Verschiebungen des Schiebers und Verstellungen des Läufers sich regelmäßig abwechseln müssen, ist übrigens schon deshalb selbstverständlich, weil bei Aufeinanderfolge zweier gleichartiger Staboperationen die erste derselben durch die zweite vollständig ausgetilgt würde.

Man rechnet also:

3. $x = \frac{5}{4} = \frac{5\,(\mathrm{Bu})}{4\,(\mathrm{Su})} \cdot 1\,(\mathrm{Su}) = 1{,}25\,(\mathrm{Bu})$;

in Worten: Stelle (L) auf 5 (Bu); schiebe 4 (Su) unter (L); stelle (L) auf 1 (Su). Dann steht 1,25 (Bu) unter (L).

4.] $x = \frac{6{,}5}{4{,}2 \cdot 1{,}2} = \frac{6{,}5\,(\mathrm{Bu})}{4{,}2\,(\mathrm{Su})} \,.\, \frac{1\,(\mathrm{Su})}{1{,}2\,(\mathrm{Su})} \cdot 1\,(\mathrm{Su}) = 1{,}29\,(\mathrm{Bu})$;

Stelle (L) auf 6,5 (Bu); schiebe 4,2 (Su) unter (L); stelle (L) auf 1 (Su); schiebe 1,2 (Su) unter (L); stelle (L) auf 1 (Su). Dann steht 1,29 (Bu) unter (L).

5. $x = 2{,}7 \cdot 1{,}3 \cdot 2{,}5 = \frac{2{,}7\,(\mathrm{Bu})}{1\,(\mathrm{Su})} \,.\, \frac{1{,}3\,(\mathrm{Su})}{1\,(\mathrm{Su})} \cdot 2{,}5\,(\mathrm{Su}) = 8{,}78\,(\mathrm{Bu})$;

Stelle (L) auf 2,7 (Bu); schiebe 1 (Su) unter (L); stelle (L) auf 1,3 (Su); schiebe 1 (Su) unter (L); stelle (L) auf 2,5 (Su). Dann steht 8,78 (Bu) unter (L).

§ 2.

Wenn eine oder mehrere in der Aufgabe enthaltenen Zahlen außerhalb des Zahlenbereiches von 1 bis 10 liegen, so sind dieselben für die Stabrechnung auf (Bu) und (Su) durch die gleichziffrigen Zahlen zwischen 1 und 10 zu ersetzen und entsprechend ist am Schluß das Resultat zu korrigieren. Will man z. B. mit 0,375 rechnen, so benutzt man zur Einstellung die Zahl 3,75; hierbei hat man das Komma der gegebenen Zahl (0,375) um eine Stelle nach rechts verschoben; will man dagegen z. B. mit 3750 rechnen, so benutzt man zur Einstellung wiederum die Zahl 3,75; hierbei hat man das Komma der gegebenen Zahl (3750,0) um drei Stellen nach links verschoben. Zur Korrektur des Resultats ist,

wenn die Zahl 0,375 im Zähler stand, eine Division durch 10,
wenn die Zahl 0,375 im Nenner stand, eine Multiplikation mit 10,
wenn die Zahl 3750 im Zähler stand, eine Multiplikation mit 1000,
wenn die Zahl 3750 im Nenner stand, eine Division durch 1000
erforderlich.

Zur Notierung dieser Komma-Verschiebungen und zur Ermittelung der dadurch bedingten Korrektur des Resultates wird die

„Rechenstab- Uhr mit zweifacher Skala“

in folgender Weise benutzt:

IV. Verschiebt man in einem Faktor des Zählers das Komma um eine bestimmte Anzahl Stellen nach rechts resp. links, so verschiebe man den längeren Zeiger der Uhr auf der äußeren Skala um dieselbe Anzahl Stellen nach rechts resp. links.

Verschiebt man in einem Faktor des Nenners das Komma um eine bestimmte Anzahl Stellen nach rechts resp. links, so verschiebe man den kürzeren Zeiger der Uhr auf der inneren Skala um dieselbe Anzahl Stellen nach rechts resp. links.

V. Die Korrektur des Resultates zeigt der längere Zeiger an:

steht derselbe auf der mit × bezeichneten Hälfte der Uhr, so ist das Rechenstabresultat um soviel Stellen zu erweitern, wie der längere Zeiger angibt;

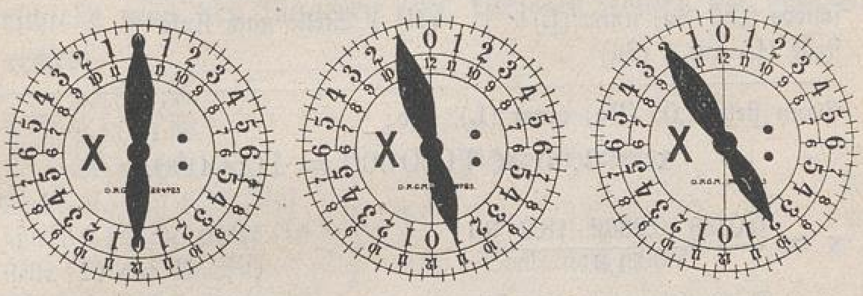
steht derselbe auf der mit : bezeichneten Hälfte der Uhr, so ist das Rechenstabresultat um soviel Stellen zu kürzen, wie der längere Zeiger angibt;

steht derselbe auf Null, so hat das Rechenstabresultat die richtige Stellenzahl.

Hierbei sei noch bemerkt, daß vor jeder neuen Zeigerverschiebung die Uhr so zu legen oder gelegt zu denken ist, daß der kürzere Zeiger auf den Rechner hinweist; die Befestigung der Uhr geschieht zweckmäßig mittels eines Gummibandes an zwei oder drei Fingern der linken Hand.

In den nachfolgenden Beispielen ist der längere Zeiger der Uhr mit (Z) d. h. Zähler, der kürzere mit (N) d. h. Nenner bezeichnet.

6. $x = \frac{18{,}7 \cdot 6{,}25}{0{,}92}$.

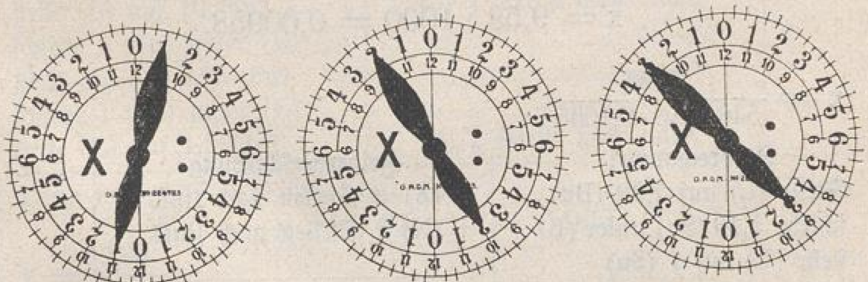


Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 1,87 (Bu)	(Z) 1 Stelle nach links	$\times 1$
schiebe 9,2 (Su) unter (L)	(N) 1 Stelle nach rechts	$\times 2$
stelle (L) auf 6,25 (Su)		$\times 2$

Dann steht 1,27 (Bu) unter (L), also:

$$x = 1{,}27 \times 100 = 127.$$

7. $x = \frac{0{,}347 \cdot 65{,}25}{0{,}0073}$.



Stabrechnung:	Zeigerverschiebung	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 3,47 (Bu)	(Z) 1 Stelle nach rechts	$:1$
schiebe 7,3 (Su) unter (L)	(N) 3 Stellen nach rechts	$\times 2$
stelle (L) auf 6,525 (Su)	(Z) 1 Stelle nach links	$\times 3$

Dann steht 3,1 (Bu) unter (L), also:

$$x = 3{,}1 \times 1000 = 3100.$$

Bei allen folgenden Beispielen muß der Leser selbstverständlich nicht nur den Rechenstab sondern auch die Rechenstab-Uhr zur Hand haben und die erforderlichen Verschiebungen möglichst selbständig angeben.

8. $x = \frac{84000 \cdot 256}{0{,}312 \cdot 65{,}6}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 8,4 (Bu)	(Z) 4 Stellen nach links	$\times 4$
schiebe 3,12 (Su) unter (L)	(N) 1 Stelle nach rechts	$\times 5$
stelle (L) auf 2,56 (Su)	(Z) 2 Stellen nach links	$\times 7$
schiebe 6,56 (Su) unter (L)	(N) 1 Stelle nach links	$\times 6$
stelle (L) auf 1 (Su)	....	$\times 6$

Dann steht 1,05 (Bu) unter (L), also:

$$x = 1{,}05 \times 1000000 = 1050000.$$

9. $x = \frac{0{,}0438 \cdot 0{,}2662 \cdot 18{,}9 \cdot 3{,}1}{71{,}3}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 4,38 (Bu)	(Z) 2 Stellen nach rechts	:2
schiebe 7,13 (Su) unter (L)	(N) 1 Stelle nach links	:3
stelle (L) auf 2,662 (Su)	(Z) 1 Stelle nach rechts	:4
schiebe 1 (Su) unter (L)	....	:4
stelle (L) auf 1,89 (Su)	(Z) 1 Stelle nach links	:3
schiebe 1 (Su) unter (L)	....	:3
stelle (L) auf 3,1 (Su)	....	:3

Dann steht 9,58 (Bu) unter (L) also:

$$x = 9{,}58 : 1000 = 0{,}00958.$$

10. $x = \frac{7320}{546 \cdot 116 \cdot 0{,}1035}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 7,32 (Bu)	(Z) 3 Stellen nach links	$\times 3$
schiebe 5,46 (Su) unter (L)	(N) 2 Stellen nach links	$\times 1$
stelle (L) auf 1 (Su)	....	$\times 1$
schiebe 1,16 (Su) unter (L)	(N) 2 Stellen nach links	:1
stelle (L) auf 1 (Su)	....	:1
schiebe 1,035 (Su) unter (L)	(N) 1 Stelle nach rechts	Null
stelle (L) auf 1 (Su)	....	Null

Dann steht 1,117 (Bu) unter (L), also:

$$x = 1{,}117.$$

§ 3.

Fällt die Zahl (Su), auf welche (L) zum Zweck einer Multiplikation einzustellen ist, über den Bereich des Brettes hinaus, so ist, je nach der vorliegenden Schieberstellung eine Multiplikation mit 10 oder eine Multiplikation mit 1 eventuell mit nachfolgender Division durch 10 in die Stabrechnung einzuschieben.

Da der Faktor 10 als eine 1,0 aufgefaßt werden kann, in der das Komma um eine Stelle nach rechts verschoben wird, so folgt:

VI. Schiebt man den Faktor 10 im Zähler resp. Nenner ein, so verschiebe man den längeren resp. kürzeren Zeiger um eine Stelle nach rechts.

11. $x = \frac{6{,}37 \cdot 1{,}35}{9{,}11 \cdot 7{,}33}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 6,37 (Bu)	………	Null
schiebe 9,11 (Su) unter (L)	………	Null
stelle (L) auf 10 (Su)	(Z) 1 Stelle nach rechts	:1
schiebe 7,33 (Su) unter (L)	………	:1
stelle (L) auf 1,35 (Su)	………	:1

Dann steht 1,288 (Bu) unter (L), also:

$$x = 1{,}288 : 10 = 0{,}1288.$$

12. $x = \frac{0{,}343 \cdot 2{,}06 \cdot 12}{8{,}77}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 3,43 (Bu)	(Z) 1 Stelle nach rechts	:1
schiebe 8,77 (Su) unter (L)	………	:1
stelle (L) auf 10 (Su)	(Z) 1 Stelle nach rechts	:2
schiebe 1 (Su) unter (L)	………	:2
stelle (L) auf 2,06 (Su)	………	:2
schiebe 1 (Su) unter (L)	………	:2
stelle (L) auf 1,2 (Su)	(Z) 1 Stelle nach links	:1

Dann steht 9,67 (Bu) unter (L), also:

$$x = 9{,}67 : 10 = 0{,}967.$$

13. $x = \frac{3{,}85}{85{,}3}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 3,85 (Bu)	………	Null
schiebe 8,53 (Su) unter (L)	(N) 1 Stelle nach links	:1
stelle (L) auf 10 (Su)	(Z) 1 Stelle nach rechts	:2

Dann steht 4,51 (Bu) unter (L), also:

$$x = 4{,}51 : 100 = 0{,}0451.$$

14. $x = \frac{2,37 \cdot 3,5 \cdot 1,92}{8,7 \cdot 7,8 \cdot 50,5}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 2,37 (Bu)		Null
schiebe 8,7 (Su) unter (L)		Null
stelle (L) auf 10 (Su)	(Z) 1 Stelle nach rechts	:1
schiebe 7,8 (Su) unter (L)		:1
stelle (L) auf 3,5 (Su)		:1
schiebe 5,05 (Su) unter (L)	(N) 1 Stelle nach links	:2
stelle (L) auf 10 (Su)	(Z) 1 Stelle nach rechts	:3
schiebe 1 (Su) unter (L)		:3
stelle (L) auf 1,92 (Su)		:3

Dann steht 4,65 (Bu) unter (L) also:

$$x = 4,65 : 1000 = 0,00465.$$

15. $x = \frac{8,35 \cdot 6,02}{2,72 \cdot 2,48}$.

Stelle (L) auf 8,35 (Bu); schiebe 2,72 (Su) unter (L); stelle (L) auf 1 (Su); schiebe 2,48 (Su) unter (L); stelle (L) auf 6,02 (Su). Dann steht 7,45 (Bu) unter (L), also, da keine Zeigerverschiebung erforderlich war:

$$x = 7,45.$$

16. $x = \frac{8370 \cdot 0,675}{32 \cdot 122 \cdot 0,0171}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 8,37 (Bu)	(Z) 3 Stellen nach links	×3
schiebe 3,2 (Su) unter (L)	(N) 1 Stelle nach links	×2
stelle (L) auf 1 (Su)		×2
schiebe 1,22 (Su) unter (L)	(N) 2 Stellen nach links	Null
stelle (L) auf 1 (Su)		Null
schiebe 1,71 (Su) unter (L)	(N) 2 Stellen nach rechts	×2
stelle (L) auf 6,75 (Su)	(Z) 1 Stelle nach rechts	×1

Dann steht 8,46 (Bu) unter (L), also:

$$x = 8,46 \times 10 = 84,6.$$

17. $x = \frac{4,15 \cdot 5,7}{1,73}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 4,15 (Bu)		Null
schiebe 1,73 (Su) unter (L)		Null
stelle (L) auf 1 (Su)		Null
schiebe 10 (Su) unter (L)	(N) 1 Stelle nach rechts	×1
stelle (L) auf 5,7 (Su)		×1

Dann steht 1,367 (Bu) unter (L), also:

$$x = 1,367 \times 10 = 13,67.$$

Falls ein Divisor eingeschoben werden muß, jedoch bei Einschiebung des Divisors 1 die nachfolgende Multiplikation nicht ausführbar wäre, ist sofort der Divisor 10 einzuschieben, z. B.

18. $x = 65 \cdot 5{,}8$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 6,5 (Bu)	(Z) 1 Stelle nach links	$\times 1$
schiebe 10 (Su) unter (L)	(N) 1 Stelle nach rechts	$\times 2$
stelle (L) auf 5,8 (Su)		$\times 2$

Dann steht 3,77 (Bu) unter (L), also:

$$x = 3{,}77 \times 100 = 377.$$

19. $x = \frac{2800 \cdot 3 \cdot 0{,}07 \cdot 6{,}2}{33 \cdot 9{,}1}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 2,8 (Bu)	(Z) 3 Stellen nach links	$\times 3$
schiebe 3,3 (Su) unter (L)	(N) 1 Stelle nach links	$\times 2$
stelle (L) auf 3 (Su)		$\times 2$
schiebe 9,1 (Su) unter (L)		$\times 2$
stelle (L) auf 7 (Su)	(Z) 2 Stellen nach rechts	Null
schiebe 10 (Su) unter (L)	(N) 1 Stelle nach rechts	$\times 1$
stelle (L) auf 6,2 (Su)		$\times 1$

Dann steht 1,214 (Bu) unter (L), also:

$$x = 1{,}214 \times 10 = 12{,}14.$$

20. $x = \frac{0{,}092 \cdot 69{,}5 \cdot 730}{120} = 38{,}9.$

Läßt man, wie es bei den seitherigen Aufgaben der Fall war, die Zähler und Nenner in ihrer gegebenen Reihenfolge, so kann es eintreten, daß in derselben Aufgabe sowohl Multiplikationen als auch Divisionen mit 10 eingeschoben werden müssen. Dies kann durch geeignete Umstellung der Zähler oder Nenner oder durch Einschiebung des Divisors 1 an geeigneter Stelle stets vermieden werden. Jedoch ist diese Vereinfachung dann nicht zu empfehlen, wenn die Stabrechnung ohne jede schriftliche Notierung ausgeführt werden soll.

Man kann also rechnen:

21. $x = \frac{5{,}38 \cdot 1{,}45 \cdot 3{,}24}{8{,}77 \cdot 2{,}5} = \frac{5{,}38\,(Bu)}{8{,}77\,(Su)} \cdot \frac{3{,}24\,(Su)}{2{,}5\,(Su)} \cdot 1{,}45\,(Su) = 1{,}153\,(Bu).$

22. $x = \frac{14{,}1 \cdot 635 \cdot 2{,}24}{92} = \frac{14{,}1}{1} \cdot \frac{635}{92} \cdot 2{,}24 = 218.$

III. Multiplikation und Division auf den oberen Skalen.

Da Satz II für die oberen Skalen genau dieselbe Bedeutung hat, wie Satz I für die unteren Skalen, so folgen für die oberen Skalen auch genau dieselben Regeln III für die allgemeine Lösung von Multiplikations- und Divisionsaufgaben.

Der wichtige Vorteil, den die oberen Skalen gegenüber den unteren Skalen besitzen, besteht darin, daß man für jede in der Aufgabe gegebene Zahl in der Stabrechnung je nach der gerade vorliegenden Schieber- oder Läuferstellung entweder die gleichziffrige Zahl zwischen 1 und 10 oder die gleichziffrige Zahl zwischen 10 und 100 — natürlich mit der entsprechenden Einstellung der Uhr gemäß den Regeln IV und V — benutzen kann.

Insbesondere kann man auch an Stelle einer einstelligen Zahl die gleichziffrige zweistellige Zahl benutzen und umgekehrt; benutzt man z. B. statt 3,75 die Zahl 37,5, so hat man den betreffenden Zeiger um 1 Stelle nach rechts zu verschieben; benutzt man z. B. statt 37,5 die Zahl 3,75, so hat man den betreffenden Zeiger um 1 Stelle nach links zu verschieben.

Durch geschickte Benutzung dieses Vorteils kann man die Einschiebung von Hilfsoperationen in den meisten Fällen vermeiden; auch ist es unter Umständen ratsam, anstatt einer Multiplikation oder Division mit 10 eine solche mit 100 einzuschieben und den betreffenden Zeiger entsprechend der Regel VI um 2 Stellen nach rechts zu verschieben.

Im allgemeinen empfiehlt es sich, die Divisoren so zu wählen, daß der Schieber bei der Division möglichst in die Anfangsstellung zurückkommt.

Für kleine Aufgaben, zu deren Erledigung reichlich Zeit zu Gebote steht, bieten die unteren Skalen vermöge ihrer genaueren Einteilung unbestreitbar einen größeren Genauigkeitsgrad als die oberen Skalen; für größere Aufgaben jedoch, zumal wenn dieselben schnell ausgerechnet werden sollen, bieten die oberen Skalen infolge der Einschränkung der Hilfsoperationen nicht nur einen bedeutenden Gewinn an Zeit, sondern leisten auch hinsichtlich der Genauigkeit reichlich dasselbe, wie die unteren Skalen.

23. $x = \frac{187 \cdot 0{,}384}{0{,}092}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 18,7 (Bo)	(Z) 1 Stelle nach links	$\times 1$
schiebe 9,2 (So) unter (L)	(N) 2 Stellen nach rechts	$\times 3$
stelle (L) auf 3,84 (So)	(Z) 1 Stelle nach rechts	$\times 2$

Dann steht 7,805 (Bo) unter (L), also:

$$x = 7{,}805 \times 100 = 780{,}5.$$

24. $x = \frac{7370 \cdot 46{,}8 \cdot 0{,}923}{565 \cdot 87}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 73,7 (Bo)	(Z) 2 Stellen nach links	$\times 2$
schiebe 56,5 (So) unter (L)	(N) 1 Stelle nach links	$\times 1$
stelle (L) auf 46,8 (So)	……………	$\times 1$
schiebe 87 (So) unter (L)	……………	$\times 1$
stelle (L) auf 9,23 (So)	(Z) 1 Stelle nach rechts	Null

Dann steht 6,48 (Bo) unter (L), also:

$$x = 6{,}48.$$

25. $x = \frac{2{,}35 \cdot 1{,}74}{93{,}7}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 2,35 (Bo)	……………	Null
schiebe 9,37 (So) unter (L)	(N) 1 Stelle nach links	$:1$
stelle (L) auf 17,4 (So)	(Z) 1 Stelle nach rechts	$:2$

Dann steht 4,36 (Bo) unter (L), also:

$$x = 4{,}36 : 100 = 0{,}0436.$$

26. $x = \frac{845 \cdot 1{,}865}{21{,}5 \cdot 81 \cdot 0{,}33}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 8,45 (Bo)	(Z) 2 Stellen nach links	$\times 2$
schiebe 21,5 (So) unter (L)	……………	$\times 2$
stelle (L) auf 18,65 (So)	(Z) 1 Stelle nach rechts	$\times 1$
schiebe 8,1 (So) unter (L)	(N) 1 Stelle nach links	Null
stelle (L) auf 10 (So)	(Z) 1 Stelle nach rechts	$:1$
schiebe 3,3 (So) unter (L)	(N) 1 Stelle nach rechts	Null
stelle (L) auf 1 (So)	……………	Null

Dann steht 2,74 (Bo) unter (L), also:

$$x = 2{,}74.$$

27. $x = \frac{1}{83{,}7 \cdot 0{,}67}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 10 (Bo)	(Z) 1 Stelle nach rechts	: 1
schiebe 8,37 (So) unter (L)	(N) 1 Stelle nach links	: 2
stelle (L) auf 10 (So)	(Z) 1 Stelle nach rechts	: 3
schiebe 6,7 (So) unter (L)	(N) 1 Stelle nach rechts	: 2
stelle (L) auf 1 (So)	....	: 2

Dann steht 1,783 (Bo) unter (L), also:

$$x = 1{,}783 : 100 = 0{,}01783.$$

28. $x = \frac{1{,}37 \cdot 2{,}25}{964 \cdot 46{,}8}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 1,37 (Bo)	....	Null
schiebe 9,64 (So) unter (L)	(N) 2 Stellen nach links	: 2
stelle (L) auf 22,5 (So)	(Z) 1 Stelle nach rechts	: 3
schiebe 46,8 (So) unter (L)	....	: 3
stelle (L) auf 100 (So)	(Z) 2 Stellen nach rechts	: 5

Dann steht 6,83 (Bo) unter (L), also:

$$x = 6{,}83 : 100000 = 0{,}0000683.$$

29. $x = \frac{76{,}5 \cdot 95{,}8 \cdot 864}{13{,}2}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 76,5 (Bo)	....	Null
schiebe 13,2 (So) unter (L)	....	Null
stelle (L) auf 9,58 (So)	(Z) 1 Stelle nach links	$\times 1$
schiebe 10 (So) unter (L)	(N) 1 Stelle nach rechts	$\times 2$
stelle (L) auf 8,64 (So)	(Z) 2 Stellen nach links	$\times 4$

Dann steht 48 (Bo) unter (L), also:

$$x = 48 \times 10\,000 = 480\,000.$$

Es sei noch erwähnt, daß die vorstehenden Lösungen keineswegs die einzig möglichen oder die einzig guten Lösungen sind; es gibt noch andere ebenso gute Wege, die zu denselben Resultaten führen.

IV. Das Rechnen mit Quadraten und Quadratwurzeln.

§ 1.

Abgesehen von der Auflösung der Potenzierung in eine Multiplikation mit gleichen Faktoren, die man nach dem vorhergehenden sowohl auf den unteren als auch auf den oberen Skalen ausführen kann, gestattet der Rechenstab das Rechnen mit Quadraten in sehr einfacher Weise durch Kombination der unteren und oberen Skalen.

Dieselbe Kombinationsmethode dient auch zum Rechnen mit Quadratwurzeln.

Stellt man irgend eine Zahl a auf (Bu) resp. (Su) ein, so ist dadurch zugleich a^2 auf (Bo) resp. (So) eingestellt; stellt man dagegen irgend eine Zahl a auf (Bo) resp. (So) ein, so ist dadurch zugleich $\sqrt[2]{a}$ auf (Bu) resp. (Su) eingestellt.

Hieraus ergeben sich die folgenden Regeln:

VII. Eine Hauptrechnung mit Quadraten hat auf den oberen Skalen zu erfolgen, indem man die Basis eines jeden Quadrates auf der betr. unteren Skala einstellt.

Den unteren Skalen ist deshalb ein „B" (Basis) vorgedruckt.*)

Eine Hauptrechnung mit Quadratwurzeln hat auf den unteren Skalen zu erfolgen, indem man den Radikand einer jeden Quadratwurzel auf der betr. oberen Skala einstellt.

Den oberen Skalen ist deshalb ein „R" (Radikand) vorgedruckt.*)

Um sich die Skalen, auf denen die Hauptrechnung zu erfolgen hat, leicht zu merken, beachte man, daß die Worte **„Potenz"** und **„obere"** Skalen beide ein **o**, die Worte **„Wurzel"** und **„untere"** Skalen beide ein **u** enthalten.

Man rechnet also:

30. $x = \frac{(7{,}95)^2 \cdot 8{,}1}{43}$.

Stelle (L) auf 7,95 (Bu); schiebe 43 (So) unter (L); stelle (L) auf 8,1 (So). Dann steht 11,9 (Bo) unter (L), also:

$$x = 11{,}9.$$

*) Bei den Rechenstäben von Dennert & Pape, Altona.

31. $x = \frac{3{,}4 \cdot 83{,}1}{(7{,}8)^2}$.

Stelle (L) auf 3,4 (Bo); schiebe 7,8 (Su) unter (L); stelle (L) auf 83,1 (So). Dann steht 4,65 (Bo) unter (L), also:

$$x = 4{,}65.$$

32. $x = \frac{\sqrt{38{,}4}}{2{,}76}$.

Stelle (L) auf 38,4 (Bo); schiebe 2,76 (Su) unter (L); stelle (L) auf 1 (Su). Dann steht 2,245 (Bu) unter (L), also:

$$x = 2{,}245.$$

33. $x = \frac{87{,}3 \cdot \sqrt{14{,}8}}{0{,}572}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 8,73 (Bu)	(Z) 1 Stelle nach links	×1
schiebe 5,72 (Su) unter (L)	(N) 1 Stelle nach rechts	×2
stelle (L) auf 14,8 (So)		×2

Dann steht 5,87 (Bu) unter (L), also:

$$x = 5{,}87 \times 100 = 587.$$

34. $x = \frac{\sqrt{7{,}66}}{42{,}1 \cdot \sqrt{13{,}3}}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 7,66 (Bo)	....	Null
schiebe 4,21 (Su) unter (L)	(N) 1 Stelle nach links	:1
stelle (L) auf 10 (Su)	(Z) 1 Stelle nach rechts	:2
schiebe 13,3 (So) unter (L)	....	:2
stelle (L) auf 1 (Su)	....	:2

Dann steht 1,803 (Bu) unter (L), also:

$$x = 1{,}803 : 100 = 0{,}01803.$$

Kommen in derselben Aufgabe Quadrate und Quadratwurzeln vor, so ist jedes Quadrat in ein Produkt von zwei gleichen Faktoren aufzulösen.

Man rechnet also:

35. $x = \frac{7{,}53 \cdot \sqrt{32{,}6}}{(4{,}75)^2}$.

Stelle (L) auf 7,53 (Bu); schiebe 4,75 (Su) unter (L); stelle (L) auf 32,6 (So); schiebe 4,75 (Su) unter (L); stelle (L) auf 1 (Su). Dann steht 1,905 (Bu) unter (L), also:

$$x = 1{,}905.$$

Ist die Basis eines Quadrates resp. der Radikand einer Quadratwurzel selbst als Produkt oder Quotient gegeben, so ersetzt man das Quadrat resp. die Quadratwurzel durch ein Produkt oder einen Quotienten von Quadraten oder Quadratwurzeln.

Man rechnet also:

36. $x = \frac{2,355}{1,78}\left(\frac{6,37}{2,81}\right)^2 = \frac{2,355}{1,78} \cdot \frac{(6,37)^2}{(2,81)^2} \cdot 1.$

Stelle (L) auf 2,355 (Bo); schiebe 1,78 (So) unter (L); stelle (L) auf 6,37 (Su); schiebe 2,81 (Su) unter (L); stelle (L) auf 1 (So). Dann steht 6,8 (Bo) unter (L), also:

$$x = 6,8.$$

37. $x = \frac{\sqrt{65,3 \cdot 8,55}}{4,99 \cdot 3,76} = \frac{\sqrt{65,3}}{4,99} \cdot \frac{\sqrt{8,55}}{3,76} \cdot 1.$

Stelle (L) auf 65,3 (Bo); schiebe 4,99 (Su) unter (L); stelle (L) auf 8,55 (So); schiebe 3,76 (Su) unter (L); stelle (L) auf 1 (Su). Dann steht 1,26 (Bu) unter (L), also:

$$x = 1,26.$$

38. $x = \frac{\sqrt{8/11} \cdot 7,37}{5,22} = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{11}} \cdot \frac{7,37}{5,22} \cdot 1.$

Stelle (L) auf 8 (Bo); schiebe 11 (So) unter (L); stelle (L) auf 7,37 (Su); schiebe 5,22 (Su) unter (L); stelle (L) auf 1 (Su). Dann steht 1,204 (Bu) unter (L), also:

$$x = 1,204.$$

§ 2.

In den häufigen Fällen, in denen die ganze Aufgabe aus **einem** Quadrat oder **einer** Quadratwurzel besteht, besteht die **Hauptrechnung** nur in der Ablesung des Resultates, und eventuell in der Einschiebung des Faktors 1,10 oder 100 im Zähler oder Nenner.

39. $x = \left(\frac{7,8 \cdot 3,27}{5,89}\right)^2.$

Stelle (L) auf 7,8 (Bu); schiebe 5,89 (Su) unter (L); stelle (L) auf 3,27 (Su). Dann steht 1,875 (Bo) unter (L), also:

$$x = 1,875.$$

40. $x = \left(\frac{3,92}{2,83}\right)^2.$

Stelle (L) auf 3,92 (Bu); schiebe 2,83 (Su) unter (L); stelle (L) auf 1 (So). Dann steht 1,92 (Bo) unter (L), also:

$$x = 1,92.$$

41. $x = (4{,}2 \cdot 2{,}1)^2$.

Stelle (L) auf 4,2 (Bu); schiebe 1 (So) unter (L); stelle (L) auf 2,1 (Su). Dann steht 77,8 (Bo) unter (L), also:

$$x = 77{,}8.$$

42. $x = \sqrt{\frac{3{,}75 \cdot 83{,}6}{73}}$.

Stelle (L) auf 3,75 (Bo); schiebe 73 (So) unter (L); stelle (L) auf 83,6 (So). Dann steht 2,07 (Bu) unter (L), also:

$$x = 2{,}07.$$

43. $x = \sqrt{\frac{33{,}4}{1{,}92}}$.

Stelle (L) auf 33,4 (Bo); schiebe 1,92 (So) unter (L); stelle (L) auf 1 (Su). Dann steht 4,17 (Bu) unter (L) also:

$$x = 4{,}17.$$

44. $x = \sqrt{\frac{56{,}3 \cdot 6{,}24 \cdot 7{,}55}{34{,}1}}$.

Stelle (L) auf 56,3 (Bo); schiebe 34,1 (So) unter (L); stelle (L) auf 6,24 (So); schiebe 1 (Su) unter (L); stelle (L) auf 7,55 (So).
Dann steht 8,82 (Bu) unter (L), also:

$$x = 8{,}82.$$

45. $x = \left(\frac{4{,}26}{5{,}26}\right)^2$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 4,26 (Bu)	....	Null
schiebe 5,26 (Su) unter (L)	....	Null
stelle (L) auf 10 (So)	(Z) 1 Stelle nach rechts	: 1

Dann steht 6,56 (Bo) unter (L), also:

$$x = 6{,}56 : 10 = 0{,}656.$$

46. $x = \left(\frac{2{,}075}{8{,}34 \cdot 4{,}095}\right)^2$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 2,075 (Bu)	....	Null
schiebe 8,34 (Su) unter (L)	....	Null
stelle (L) auf 100 (So)	(Z) 2 Stellen nach rechts	: 2
schiebe 4,095 (Su) unter (L)	....	: 2
stelle (L) auf 10 (So)	(Z) 1 Stelle nach rechts	: 3

Dann steht 3,69 (Bo) unter (L), also:

$$x = 3{,}69 : 1000 = 0{,}00369.$$

47. $x = (6{,}72 \cdot 7{,}36)^2 = 2450.$

48. $x = \sqrt{\frac{9{,}17}{47{,}1}} = 0{,}441.$

§ 3.

Für die Verschiebung des Kommas in der Basis eines Quadrates oder im Radikanden einer Quadratwurzel ergeben sich, da $(10)^2 = 100$ und $\sqrt{100} = 10$ ist, folgende Regeln:

VIII. Bei Quadraten zählt jede Stelle der Basis als 2 Stellen für die Uhr.

Bei Quadratwurzeln zählen je 2 Stellen des Radikanden als 1 Stelle für die Uhr.

Man könnte auch sagen: Bei Quadratwurzeln zählt jede Stelle des Radikanden als eine halbe Stelle für die Uhr; da es jedoch keinen Vorteil bietet, das Komma im Radikanden um eine ungerade Anzahl von Stellen zu verschieben, so ist die Regel in der erstgenannten Fassung unbedingt vorzuziehen; die Uhr besitzt deshalb auch keine Teilung in halbe Stellen.

Man rechnet also:

49. $x = \frac{(76)^2 \cdot 4{,}37}{835}$

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 7,6 (Bu)	(Z) 2 Stellen nach links	×2
schiebe 83,5 (So) unter (L)	(N) 1 Stelle nach links	×1
stelle (L) auf 4,37 (So)	....	×1

Dann steht 3,02 (Bo) unter (L), also:

$$x = 3{,}02 \times 10 = 30{,}2.$$

50. $x = \frac{45700}{(3{,}4 \cdot 67)^2}.$

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 45,7 (Bo)	(Z) 3 Stellen nach links	×3
schiebe 3,4 (Su) unter (L)	....	×3
stelle (L) auf 1 (So)	....	×3
schiebe 6,7 (Su) unter (L)	(N) 2 Stellen nach links	×1
stelle (L) auf 100 (So)	(Z) 2 Stellen nach rechts	:1

Dann steht 8,81 (Bo) unter (L), also:

$$x = 8{,}81 : 10 = 0{,}881.$$

51. $x = \frac{0{,}08 \cdot (45)^2}{(0{,}37)^2 \cdot 12} = 98{,}6.$

52. $x = 183{,}7 \cdot (0{,}0594 \cdot 21{,}9)^2 = 310.$

53. $x = \sqrt{\frac{8,3}{465}}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 8,3 (Bo)		Null
schiebe 4,65 (So) unter (L)	(N) 1 Stelle nach links	: 1
stelle (L) auf 1 (Su)		: 1

Dann steht 1,336 (Bu) unter (L), also:

$$x = 1,336 : 10 = 0,1336.$$

54. $x = \frac{44,4 \cdot \sqrt{0,007 \cdot 0,385}}{0,575}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 4,44 (Bu)	(Z) 1 Stelle nach links	× 1
schiebe 5,75 (Su) unter (L)	(N) 1 Stelle nach rechts	× 2
stelle (L) auf 70 (So)	(Z) 2 Stellen nach rechts	Null
schiebe 10 (Su) unter (L)	(N) 1 Stelle nach rechts	× 1
stelle (L) auf 38,5 (So)	(Z) 1 Stelle nach rechts	Null

Dann steht 4,01 (Bu) unter (L), also:

$$x = 4,01.$$

55. $x = \frac{3750 \cdot (0,89)^2}{\pi \cdot \sqrt{478}}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 3,75 (Bu)	(Z) 3 Stellen nach links	× 3
schiebe π (Su) unter (L)		× 3
stelle (L) auf 1 (Su)		× 3
schiebe 4,78 (So) unter (L)	(N) 1 Stelle nach links	× 2
stelle (L) auf 8,9 (Su)	(Z) 1 Stelle nach rechts	× 1
schiebe 10 (Su) unter (L)	(N) 1 Stelle nach rechts	× 2
stelle (L) auf 8,9 (Su)	(Z) 1 Stelle nach rechts	× 1

Dann steht 4,32 (Bu) unter (L), also:

$$x = 4,32 \times 10 = 43,2.$$

56. $x = \frac{\sqrt{0,87 \cdot 453}}{0,049 \cdot 8,1}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 87 (Bo)	(Z) 1 Stelle nach rechts	: 1
schiebe 4,9 (Su) unter (L)	(N) 2 Stellen nach rechts	× 1
stelle (L) auf 4,53 (So)	(Z) 1 Stelle nach links	× 2
schiebe 8,1 (Su) unter (L)		× 2
stelle (L) auf 10 (Su)	(Z) 1 Stelle nach rechts	× 1

Dann steht 5 (Bu) unter (L), also:

$$x = 5 \times 10 = 50.$$

57. $x = \dfrac{\sqrt{0{,}87 \cdot 4530}}{0{,}049 \cdot 8{,}1}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 87 (Bo)	(Z) 1 Stelle nach rechts	:1
schiebe 4,9 (Su) unter (L)	(N) 2 Stellen nach rechts	×1
stelle (L) auf 1 (Su)	…………	×1
schiebe 8,1 (Su) unter (L)	…………	×1
stelle (L) auf 45,3 (So)	(Z) 1 Stelle nach links	×2

Dann steht 1,582 (Bu) unter (L), also:

$$x = 1{,}582 \times 100 = 158{,}2.$$

58. $x = \dfrac{83{,}5 \cdot \sqrt{45{,}05}}{3{,}33} = 168{,}3.$

In einigen Fällen kann man beim Rechnen mit Quadratwurzeln durch eine Umstellung der Faktoren mehrere Rechenstaboperationen ersparen, jedoch ist hierbei, wenn die Rechnung ohne jede schriftliche Notierung geschieht, große Achtsamkeit geboten, z. B.

59. $x = \sqrt{\dfrac{7{,}3 \cdot 0{,}84}{375} \cdot \dfrac{48}{0{,}85}}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 7,3 (Bo)	…………	Null
schiebe 3,75 (So) unter (L)	(N) 1 Stelle nach links	:1
stelle (L) auf 4,8 (Su)	(Z) 1 Stelle nach links	Null
schiebe 8,5 (Su) unter (L)	(N) 1 Stelle nach rechts	×1
stelle (L) auf 84 (So)	(Z) 1 Stelle nach rechts	Null

Dann steht 7,22 (Bu) unter (L), also:

$$x = 7{,}22.$$

anstatt:

Stelle (L) auf 7,3 (Bo)	…………	Null
schiebe 3,75 (So) unter (L)	(N) 1 Stelle nach links	:1
stelle (L) auf 1 (Su)	…………	:1
schiebe 8,5 (Su) unter (L)	(N) 1 Stelle nach rechts	Null
stelle (L) auf 84 (So)	(Z) 1 Stelle nach rechts	:1
schiebe 1 (Su) unter (L)	…………	:1
stelle (L) auf 4,8 (Su)	(Z) 1 Stelle nach links	Null

Dann steht 7,22 (Bu) unter (L), also:

$$x = 7{,}22.$$

V. Das Rechnen mit Kuben und Kubikwurzeln.

§ 1.

Kommt in einer Aufgabe eine 3te Potenz (Kubus) vor, so ist dieselbe stets in das Produkt von Basis und Quadrat aufzulösen. Die Hauptrechnung erfolgt, mit Rücksicht auf das Quadrat, selbstverständlich auf den oberen Skalen.

60. $x = \frac{(87)^3}{543} = \frac{(87)^2 \cdot 87}{543}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 8,7 (Bu)	(Z) 2 Stellen nach links	$\times 2$
schiebe 54,3 (So) unter (L)	(N) 1 Stelle nach links	$\times 1$
stelle (L) auf 8,7 (So)	(Z) 1 Stelle nach links	$\times 2$

Dann steht 12,13 (Bo) unter (L), also:

$$x = 12{,}13 \times 100 = 1213.$$

61. $x = (2{,}31 \cdot 47{,}4)^3 = (2{,}31)^2 \cdot 2{,}31 \cdot 47{,}4 \cdot (47{,}4)^2$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 2,31 (Bu)	....	Null
schiebe 1 (So) unter (L)	....	Null
stelle (L) auf 2,31 (So)	....	Null
schiebe 1 (So) unter (L)	....	Null
stelle (L) auf 4,74 (So)	(Z) 1 Stelle nach links	$\times 1$
schiebe 100 (So) unter (L)	(N) 2 Stellen nach rechts	$\times 3$
stelle (L) auf 4,74 (Su)	(Z) 2 Stellen nach links	$\times 5$

Dann steht 13,13 (Bo) unter (L), also:

$$x = 13{,}13 \times 100\,000 = 1\,313\,000.$$

62. $x = \frac{(2{,}41)^3}{96{,}1} = \frac{(2{,}41)^2 \cdot 2{,}41}{96{,}1}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 2,41 (Bu)	....	Null
schiebe 96,1 (So) unter (L)	....	Null
stelle (L) auf 24,1 (So)	(Z) 1 Stelle nach rechts	: 1

Dann steht 1,46 (Bo) unter (L), also:

$$x = 1{,}46 : 10 = 0{,}146.$$

63. $x = (5{,}9)^3 = (5{,}9)^2 \cdot 5{,}9 = 205{,}5.$

§ 2.

Das Rechnen mit Kubikwurzeln hat zur Voraussetzung, daß man mittelst des Rechenstabes das Ausziehen der Kubikwurzeln bewerkstelligen kann. Soll diese Operation praktisch brauchbar sein, so muß die Methode derselben erstens sich aus den bisherigen Betrachtungen ergeben und zweitens für alle Fälle in derselben Weise anwendbar sein.

Soll $x = \sqrt[3]{a}$ sein, so muß $a = x^3 = \frac{x^2}{1} \cdot x$ sein. Hieraus folgt:

IX. Steht der Läufer (L) auf einer Zahl a (Bo), so findet man $x = \sqrt[3]{a}$, indem man den Schieber (S) solange verschiebt, bis dieselbe Zahl x auf (Bu) unter 1 (Su) steht, welche auf (So) unter (L) steht; denn dann ist $\frac{x^2}{1} \cdot x = a$.

Man findet so:

64. $x = \sqrt[3]{8} = 2.$

65. $x = \sqrt[3]{5{,}9} = 1{,}807.$

66. $x = \sqrt[3]{59} = 3{,}89.$

Das Ausziehen der Kubikwurzel erfordert, ebenso wie die Ausführung einer Division, nur eine Verschiebung des Schiebers; eine Einstellung des Läufers auf das gefundene Resultat x (Bu) würde eine Multiplikation der Kubikwurzel mit 1 (Su) bedeuten und mithin, wie nach Ausführung einer Division, nur dann am Platze sein, wenn keine andere Multiplikation nach dem Ausziehen der Kubikwurzel vorgeschrieben ist; anderenfalls ist die der vorgeschriebenen Multiplikation entsprechende Einstellung des Läufers direkt an die zum Ausziehen der Kubikwurzel erforderliche Verschiebung des Schiebers anzuschließen.

Nach der obengenannten Regel IX. wird die Kubikwurzel stets aus derjenigen Zahl a (Bo) ausgezogen, auf welche (L) eingestellt ist. Mithin kann man die Berechnung einer Kubikwurzel nicht an jeder Stelle einer Aufgabe vornehmen, sondern nur am Anfang derselben. Die Hauptrechnung erfolgt darauf auf den unteren Skalen, so daß auch für Kuben und Kubikwurzeln die Gedächtnisregel gilt:

Hauptrechnung mit „Potenzen“ — „obere“ Skalen,
Hauptrechnung mit „Wurzeln“ — „untere“ Skalen.

67. $x = \sqrt[3]{74} \cdot 18.$

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 74 (Bo)	....	Null
ziehe die Kubikwurzel (4,2)	....	Null
stelle (L) auf 1,8 (Su)	(Z) 1 Stelle nach links	×10

Dann steht 7,56 (Bu) unter (L), also:

$$x = 7{,}56 \times 10 = 75{,}6.$$

68. $x = 42{,}9 \cdot \sqrt[3]{74} = \sqrt[3]{74} \cdot 42{,}9.$

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 74 (Bo)	....	Null
ziehe die Kubikwurzel (4,2)	....	Null
stelle (L) auf 1 (Su)	....	Null
schiebe 10 (Su) unter (L)	(N) 1 Stelle nach rechts	×1
stelle (L) auf 4,29 (Su)	(Z) 1 Stelle nach links	×2

Dann steht 1,8 (Bu) unter (L), also:

$$x = 1{,}8 \times 100 = 180.$$

69. $x = \dfrac{\sqrt[3]{9{,}85}}{7{,}35}.$

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 9,85 (Bo)	....	Null
ziehe die Kubikwurzel (2,144)	....	Null
stelle (L) auf 1 (Su)	....	Null
schiebe 7,35 (Su) unter (L)	....	Null
stelle (L) auf 10 (Su)	(Z) 1 Stelle nach rechts	:1

Dann steht 2,92 (Bu) unter (L), also:

$$x = 2{,}92 : 10 = 0{,}292.$$

Ist der Radikand der Kubikwurzel ein Produkt oder ein Quotient, so muß (L) vor dem Ausziehen der Kubikwurzel auf den Wert dieses Produktes oder Quotienten auf (Bo) eingestellt sein; dem Ausziehen der Kubikwurzel muß also im Radikanden eine Multiplikation direkt vorausgehen. Eine Ablesung des gefundenen Radikanden ist nicht nötig.

70. $x = \sqrt[3]{\dfrac{5{,}8 \cdot 6{,}75}{2{,}1}} \cdot \dfrac{2{,}79}{\sqrt[2]{34}}$

Stelle (L) auf 5,8 (Bo); schiebe 2,1 (So) unter (L); stelle (L) auf 6,75 (So); ziehe die Kubikwurzel (2,65); stelle (L) auf 2,79 (Su), schiebe 34 (So) unter (L); stelle (L) auf 1 (Su). Dann steht 1,269 (Bu) unter (L), also:

$$x = 1{,}269.$$

§ 3.

Für die Verschiebung des Kommas im Radikanden einer Kubikwurzel gilt, da $\sqrt[3]{1000} = 10$ ist, die der Regel VIII. entsprechende Regel, daß je 3 Stellen des Radikanden als 1 Stelle für die Uhr zählen. Da jedoch die Berechnung des Radikanden und das Ausziehen der Kubikwurzel den übrigen Operationen der Aufgabe stets vorausgehen muß, empfiehlt es sich, die Komma-Verschiebungen im Radikanden während der Berechnung desselben zunächst an der Uhr **voll** zu notieren und die Regel hinzuzufügen:

X. Beim Ausziehen einer Kubikwurzel ist die Zeigerstellung der Uhr durch 3 zu dividieren.

Man rechnet also:

71. $x = \sqrt[3]{\dfrac{0{,}074}{29}}$

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 74 (Bo)	(Z) 3 Stellen nach rechts	: 3
schiebe 29 (So) unter (L)	....	: 3
stelle (L) auf 1 (So)	....	: 3
ziehe die Kubikwurzel	Division durch 3	: 1
stelle (L) auf 1 (Su)	....	: 1

Dann steht 1,365 (Bu) unter (L), also:

$$x = 1{,}365 : 10 = 0{,}1365.$$

72. $x = \dfrac{\sqrt[3]{375 \cdot 34{,}5}}{2{,}7 \cdot 32{,}4}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 37,5 (Bo)	(Z) 1 Stelle nach links	× 1
schiebe 100 (So) unter (L)	(N) 2 Stellen nach rechts	× 3
stelle (L) auf 34,5 (So)	....	× 3
ziehe die Kubikwurzel	Division durch 3	× 1
stelle (L) auf 1 (Su)	....	× 1
schiebe 2,7 (Su) unter (L)		× 1
stelle (L) auf 10 (Su)	(Z) 1 Stelle nach rechts	Null
schiebe 3,24 (Su) unter (L)	(N) 1 Stelle nach links	: 1
stelle (L) auf 1 (Su)	....	: 1

Dann steht 2,68 (Bu) unter (L), also:

$$x = 2{,}68 : 10 = 0{,}268.$$

73. $x = \sqrt[3]{\dfrac{1}{0{,}8 \cdot 0{,}03}}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 10 (Bo)	(Z) 1 Stelle nach rechts	:1
schiebe 8 (So) unter (L)	(N) 1 Stelle nach rechts	Null
stelle (L) auf 10 (So)	(Z) 1 Stelle nach rechts	:1
schiebe 3 (So) unter (L)	(N) 2 Stellen nach rechts	×1
stelle (L) auf 10 (So)	(Z) 1 Stelle nach rechts	Null
ziehe die Kubikwurzel	Division durch 3	Null
stelle (L) auf 1 (Su)		Null

Dann steht 3,465 (Bu) unter (L), also:

$$x = 3{,}465.$$

74. $x = \dfrac{\sqrt[2]{782 \cdot 537}}{\sqrt[3]{7{,}5 \cdot 3400}}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 10 (Bo)	(Z) 1 Stelle nach rechts	:1
schiebe 7,5 (So) unter (L)		:1
stelle (L) auf 10 (So)	(Z) 1 Stelle nach rechts	:2
schiebe 34 (So) unter (L)	(N) 2 Stellen nach links	:4
stelle (L) auf 100 (So)	(Z) 2 Stellen nach rechts	:6
ziehe die Kubikwurzel	Division durch 3	:2
stelle (L) auf 7,82 (So)	(Z) 1 Stelle nach links	:1
schiebe 10 (Su) unter (L)	(N) 1 Stelle nach rechts	Null
stelle (L) auf 5,37 (Su)	(Z) 2 Stellen nach links	×2

Dann steht 5,1 (Bu) unter (L), also:

$$x = 5{,}1 \times 100 = 510.$$

§ 4.

Bei den Aufgaben des vorigen Paragraphen war die Zeigerstellung vor dem Ausziehen der Kubikwurzel durch 3 teilbar; dies ist aber keineswegs immer erreichbar, vielmehr gibt die mit dem Ausziehen der Kubikwurzel verbundene Division der Zeigerstellung durch 3 häufig Brüche resp. gemischte Zahlen mit dem Nenner 3.

Um diese auf der Uhr einstellen zu können, ist die äußere Skala der Uhr in Drittelstellen geteilt.

E i n e Drittelstelle bedeutet natürlich $\sqrt[3]{10}$, z w e i Drittelstellen bedeuten $\sqrt[3]{100}$.

Um die Zeigerstellung der Uhr in solchen Fällen wieder ganzzahlig zu erhalten, muß man im Zähler oder Nenner den Faktor $\sqrt[3]{10} = 2{,}154$ resp. $\sqrt[3]{100} = 4{,}642$ einschieben; diese beiden Zahlenwerte sind deshalb auf (Su) durch **rote Striche** markiert.*)

75. $x = \sqrt[3]{125}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 12,5 (Bo)	(Z) 1 Stelle nach links	$\times 1$
ziehe die Kubikwurzel	Division durch 3	$\times 1/3$
stelle (L) auf $\sqrt[3]{10}$ (Su)	(Z) $1/3$ Stelle nach rechts	Null

Dann steht 5 (Bu) unter (L), also:

$$x = 5.$$

76. $x = \sqrt[3]{\frac{90000 \cdot 151}{53}}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 9 (Bo)	(Z) 4 Stellen nach links	$\times 4$
schiebe 5,3 (So) unter (L)	(N) 1 Stelle nach links	$\times 3$
stelle (L) auf 15,1 (So)	(Z) 1 Stelle nach links	$\times 4$
ziehe die Kubikwurzel	Division durch 3	$\times 1^1/_3$
stelle (L) auf $\sqrt[3]{10}$ (Su)	(Z) $1/3$ Stelle nach rechts	$\times 1$

Dann steht 6,35 (Bu) unter (L), also:

$$x = 6{,}35 \times 10 = 63{,}5.$$

77. $x = \frac{3{,}5 \cdot \sqrt[3]{8{,}7 \cdot 3{,}9 \cdot 25}}{69}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 8,7 (Bo)	....	Null
schiebe 1 (So) unter (L)	....	Null
stelle (L) auf 3,9 (So)	....	Null
schiebe 10 (So) unter (L)	(N) 1 Stelle nach rechts	$\times 1$
stelle (L) auf 25 (So)	....	$\times 1$
ziehe die Kubikwurzel	Division durch 3	$\times 1/3$
stelle (L) auf $\sqrt[3]{10}$ (Su)	(Z) $1/3$ Stelle nach rechts	Null
schiebe 6,9 (Su) unter (L)	(N) 1 Stelle nach links	:1
stelle (L) auf 3,5 (Su)	....	:1

Dann steht 4,8 (Bu) unter (L), also:

$$x = 4{,}8 : 10 = 0{,}48.$$

*) Bei den Rechenstäben von Dennert & Pape, Altona.

78. $x = \dfrac{3{,}28 \cdot 3{,}05}{\sqrt[3]{1570 \cdot 2{,}66}}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 10 (Bo)	(Z) 1 Stelle nach rechts	: 1
schiebe 15,7 (So) unter (L)	(N) 2 Stellen nach links	: 3
stelle (L) auf 10 (So)	(Z) 1 Stelle nach rechts	: 4
schiebe 2,66 (So) unter (L)		: 4
stelle (L) auf 10 (So)	(Z) 1 Stelle nach rechts	: 5
ziehe die Kubikwurzel	Division durch 3	: $1^2/_3$
dann entweder:		
stelle (L) auf 3,28 (Su)	....	: $1^2/_3$
schiebe $\sqrt[3]{100}$ (Su) unter (L)	(N) $^2/_3$ Stellen nach rechts	: 1
stelle (L) auf 3,05 (Su)	....	: 1
oder:		
stelle (L) auf $\sqrt[3]{10}$ (Su)	(Z) $^1/_3$ Stelle nach rechts	: 2
schiebe 10 (Su) unter (L)	(N) 1 Stelle nach rechts	: 1
stelle (L) auf 3,28 (Su)	....	: 1
schiebe 1 (Su) unter (L)	....	: 1
stelle (L) auf 3,05 (Su)	....	: 1

Dann steht 6,21 (Bu) unter (L), also:

$$x = 6{,}21 : 10 = 0{,}621.$$

79. $x = \sqrt[3]{\dfrac{7{,}4 \cdot 342}{\pi^2}}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 7,4 (Bo)	....	Null
schiebe π (Su) unter (L)	....	Null
stelle (L) auf 34,2 (So)	(Z) 1 Stelle nach links	$\times 1$
ziehe die Kubikwurzel	Division durch 3	$\times\, ^1/_3$
stelle (L) auf $\sqrt[3]{10}$ (Su)	(Z) $^1/_3$ Stelle nach rechts	Null

Dann steht 6,355 (Bu) unter (L), also:

$$x = 6{,}355.$$

Bemerkenswert ist hierbei, daß die Multiplikation mit $\sqrt[3]{10}$ sich stets an das Ausziehen einer Kubikwurzel ohne Zwischenoperation anschließen läßt, da selbst $\sqrt[3]{100} \cdot \sqrt[3]{10} = 10$, also noch auf (Bu) vorhanden ist.

Für kleine Zahlen, besonders für Zahlen zwischen 1 und 2,2 ist das Ausziehen der Kubikwurzel mit dem Rechenstabe sehr schwierig auszuführen, da der Läufer die Ablesung auf (Bu) hindert. Hier kann man abhelfen, indem man die Kubikwurzel aus der zehnfachen Zahl auszieht und hernach durch $\sqrt[3]{10}$ in der Stabrechnung dividiert.

Man rechnet also:

80. $x = \sqrt[3]{1,23}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 12,3 (Bo)	(Z) 1 Stelle nach rechts	: 1
ziehe die Kubikwurzel	Division durch 3	: $^1/_3$
stelle (L) auf 1 (Su)		: $^1/_3$
schiebe $\sqrt[3]{10}$ (Su) unter (L)	(N) $^1/_3$ Stelle nach rechts	Null
stelle (L) auf 1 (Su)		Null

Dann steht 1,071 (Bu) unter (L), also:

$$x = 1,071.$$

VI. Berechnung höherer Potenzen und Wurzeln.

Die Rechnung mit höheren Wurzeln, als der Kubikwurzel, läßt sich, abgesehen von der 4. Wurzel, nicht in fortlaufender Stabrechnung ausführen. Auch das Ausziehen höherer Wurzeln ist nur in wenigen Fällen, wie z. B. bei der 6., 9., 12., 18. Wurzel, durch wiederholtes Ausziehen der Quadratwurzel oder Kubikwurzel möglich. Aber in diesen Fällen wird die Operation langwierig und ungenau.

Es empfiehlt sich daher, bei allen höheren Wurzeln, als der Kubikwurzel, die Radizierung mit Hilfe der Logarithmenskala und (Bu) unter Benutzung der Gleichung:

$$\log \sqrt[n]{a} = \frac{\log a}{n}.$$

vorzunehmen.

Auch für höhere Potenzen ist dieser Weg unter Benutzung der Gleichung:

$$\log (a^n) = n \cdot \log a$$

meist der beste.

VII. Die trigonometrischen Rechnungen.

§ 1.

Zieht man den Schieber ganz aus dem Brett heraus und dreht ihn um seine Längsachse, so findet man über der Logarithmenskala eine Sinusskala (Sin), beginnend mit ∡ 0° 34′ und endigend mit ∡ 90°, und unter der Logarithmenskala eine Tangensskala (Tg), beginnend mit ∡ 5° 43′ und endigend mit ∡ 45°. Die Untereinteilung der Grade ist leicht ersichtlich.

Ein Winkel α steht auf (Sin) so weit vom Anfangspunkt entfernt, wie der Wert 100 sin α auf (So) von 1 (So). Ein Winkel α steht auf (Tg) so weit vom Anfangspunkt entfernt, wie der Wert 10 tg α auf (Su) von 1 (Su). Es ist deshalb an die Sinusskala das Zeichen 100 Sin und an die Tangensskala das Zeichen 10 Tg angeschrieben.*)

Schiebt man nun den Schieber in seiner gewöhnlichen Lage wieder in die Anfangsstellung, d. h. 1 (So) unter 1 (Bo), und dreht den ganzen Rechenstab um seine Längsachse, so bemerkt man am rechten Ausschnitt des Brettes oben einen schwarzen Strich, welcher der Sinusstrich heiße und auf ∡ 90° (Sin) zeigt, sowie am linken Ausschnitt unten einen Strich, welcher der Tangensstrich heiße und auf ∡ 5° 43′ (Tg) zeigt.

Verschiebt man den Schieber nach rechts, bis der Sinusstrich auf einen bestimmten ∡ α (Sin) zeigt, so steht 100 sin α (So) unter 100 (Bo).

Verschiebt man den Schieber nach links, bis der Tangensstrich auf einen bestimmten ∡ α (Tg) zeigt, so steht 10 tg α (Su) über 1 (Bu).

81. x = sin 15° 35′.

Schiebe ∡ 15° 35′ (Sin) unter den Sinusstrich. Dann steht 26,9 (So) unter 100 (Bo), also 100 sin 15° 35′ = 26,9 und:

x = 0,269.

82. x = tg 23° 27′.

Schiebe ∡ 23° 27′ (Tg) unter den Tangensstrich. Dann steht 4,34 (Su) über 1 (Bu), also 10 tg 23° 27′ = 4,34 und:

x = 0,434.

---

*) Bei den Rechenstäben von Dennert & Pape, Altona.

Enthält eine Aufgabe sin α resp. tg α als Faktor, so bestimme man zunächst in der angegebenen Weise 100 sin α resp. 10 tg α und beginne die Hauptrechnung, indem man (L) auf den gefundenen Wert auf (Bo) resp. (Bu) einstellt und (Z) um 2 resp. 1 Stelle nach rechts verschiebt.

83. $x = \frac{17{,}6 \cdot \sin 35^\circ 6'}{845}$.

Schiebe ∡ 35° 6' (Sin) unter den Sinusstrich. Dann steht 57,5 (So) unter 100 (Bo), also 100 sin 35° 6' = 57,5.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 57,5 (Bo)	(Z) 2 Stellen nach rechts	:2
schiebe 84,5 (So) unter (L)	(N) 1 Stelle nach links	:3
stelle (L) auf 17,6 (So)	....	:3

Dann steht 12 (Bo) unter (L), also:

$$x = 12 : 1000 = 0{,}012.$$

84. $x = 0{,}888 \cdot \mathrm{tg}\ 17^\circ 11'$.

Schiebe ∡ 17° 11' (Tg) unter den Tangensstrich. Dann steht 3,09 (Su) über 1 (Bu), also 10 tg 17° 11' = 3,09.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 3,09 (Bu)	(Z) 1 Stelle nach rechts	:1
schiebe 10 (Su) unter (L)	(N) 1 Stelle nach rechts	Null
stelle (L) auf 8,88 (Su)	(Z) 1 Stelle nach rechts	:1

Dann steht 2,745 (Bu) unter (L), also:

$$x = 2{,}745 : 10 = 0{,}2745.$$

Enthält die Aufgabe sin α resp. tg α als Divisor, so kann man den Umstand benutzen, daß die Division $\frac{100}{100 \sin \alpha} = \frac{1}{\sin \alpha}$ resp. $\frac{1}{10\ \mathrm{tg}\ \alpha}$ bereits ausgeführt ist, wenn man ∡ α (Sin) unter den Sinusstrich resp. ∡ α (Tg) unter den Tangensstrich geschoben hat. Bei dieser Benutzung der Tangensskala muß man gleichzeitig (N) um 1 Stelle nach rechts verschieben.

85. $x = \frac{476}{\sin 6^\circ 49'}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Schiebe ∡ 6° 49' (Sin) unter den Sinusstrich		Null
stelle (L) auf 4,76 (So)	(Z) 2 Stellen nach links	×2

Dann steht 40,1 (Bo) unter (L), also:

$$x = 40{,}1 \times 100 = 4010.$$

86. $x = \frac{0{,}748}{\sin 28^{\circ}\,40'}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Schiebe ∡ 28° 40′ (Sin)		
unter den Sinusstrich		Null
stelle (L) auf 7,48 (So)	(Z) 1 Stelle nach rechts	:1

Dann steht 15,59 (Bo) unter (L), also:

$$x = 15{,}59 : 10 = 1{,}559.$$

87. $x = \frac{0{,}0356}{\operatorname{tg} 32^{\circ}\,41'}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Schiebe ∡ 32° 41′ (Tg)		
unter den Tangensstrich	(N) 1 Stelle nach rechts	×1
stelle (L) auf 10 (Su)	(Z) 1 Stelle nach rechts	Null
schiebe 1 (Su) unter (L)		Null
stelle (L) auf 3,56 (Su)	(Z) 2 Stellen nach rechts	:2

Dann steht 5,55 (Bu) unter (L), also:

$$x = 5{,}55 : 100 = 0{,}0555.$$

88. $x = \frac{0{,}89 \cdot 5{,}72}{\operatorname{tg} 33^{\circ}\,25'} = 7{,}72.$

Der in den letzten Aufgaben angewandte Kunstgriff gestattet den Winkelbereich der Tangensfunktion über 45° bis 84° 17′ auszudehnen, indem man $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg}\,(90^{\circ} - \alpha)}$ setzt.

89. $x = \operatorname{tg} 79^{\circ}\,20' = \frac{1}{\operatorname{tg} 10^{\circ}\,40'}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Schiebe ∡ 10° 40′ (Tg)	(N) 1 Stelle nach rechts	×1
unter den Tangensstrich		
stelle (L) auf 10 (Su)	(Z) 1 Stelle nach rechts	Null

Dann steht 5,31 (Bu) unter (L), also:

$$x = 5{,}31.$$

90. $x = 187{,}2 \cdot \operatorname{tg} 83^{\circ}\,26' = \frac{187{,}2}{\operatorname{tg} 6^{\circ}\,34'}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Schiebe ∡ 6° 34′ (Tg)		×1
unter den Tangensstrich	(N) 1 Stelle nach rechts	
stelle (L) auf 1,872 (Su)	(Z) 2 Stellen nach links	×3

Dann steht 1,626 (Bu) unter (L), also:

$$x = 1{,}626 \times 1000 = 1626.$$

Dagegen rechnet man:

91. $x = \frac{187,2}{tg\,83^0\,26'} = tg\;6^0\,34' \cdot 187,2.$

Schiebe ∡ 6° 34′ (Tg) unter den Tangensstrich. Dann steht 1,151 (Su) über 1 (Bu), also 10 tg 6° 34′ = 1,151.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 1,151 (Bu)	(Z) 1 Stelle nach rechts	:1
schiebe 1 (Su) unter (L)	....	:1
stelle (L) auf 1,872 (Su)	(Z) 2 Stellen nach links	×1

Dann steht 2,155 (Bu) unter (L), also:

$$x = 2,155 \times 10 = 21,55.$$

Kommen mehrere trigonometrische Funktionen in derselben Aufgabe vor, so muß man — mit Ausnahme einer im Nenner befindlichen Funktion — die Funktionswerte entsprechend den Aufg. *81* und *82* bestimmen und **schriftlich** in die gegebene Aufgabe einsetzen.

92. $x = \frac{\sin 36^0 \cdot \sin 19^0\,20'}{1945}.$

Schiebe ∡ 36° (Sin) unter den Sinusstrich. Dann steht 58,8 (So) unter 100 (Bo), also 100 sin 36° = 58,8 und sin 36° = 0,588.
Schiebe ∡ 19° 20′ (Sin) unter den Sinusstrich. Dann steht 33,1 (So) unter 100 (Bo), also 100 sin 19° 20′ = 33,1 und sin 19° 20′ = 0,331.

Also: $x = \frac{0,588 \cdot 0,331}{1945}.$

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 5,88 (Bo)	(Z) 1 Stelle nach rechts	:1
schiebe 19,45 (So) unter (L)	(N) 2 Stellen nach links	:3
stelle (L) auf 3,31 (So)	(Z) 1 Stelle nach rechts	:4

Dann steht 1 (Bo) unter (L), also:

$$x = 1 : 10000 = 0,0001.$$

93. $x = \frac{\sin 4^0\;9' \cdot 0,0615}{\sin 26^0\;25'}.$

Schiebe ∡ 4° 9′ (Sin) unter den Sinusstrich. Dann steht 7,24 (So) unter 100 (Bo), also 100 sin 4° 9′ = 7,24 und sin 4° 9′ = 0,0724.

Also: $x = \frac{0,0724 \cdot 0,0615}{\sin 26^0\;25'}.$

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Schiebe ∡ 26° 25′ (Sin) unter den Sinusstrich	....	Null
stelle (L) auf 7,24 (So)	(Z) 2 Stellen nach rechts	:2
schiebe 10 (So) unter (L)	(N) 1 Stelle nach rechts	:1
stelle (L) auf 6,15 (So)	(Z) 2 Stellen nach rechts	:3

Dann steht 10 (Bo) unter (L), also:

$$x = 10 : 1000 = 0,01.$$

94. $x = \frac{42{,}1 \cdot \mathrm{tg}\ 34^{\circ}\ 6'}{\mathrm{tg}\ 12^{\circ}\ 22'}$.

Schiebe ∢ 34° 6' (Tg) unter den Tangensstrich. Dann steht 6,77 (Su) über 1 (Bu), also 10 tg 34° 6' = 6,77 und tg 34° 6' = 0,677.

Also: $x = \frac{42{,}1 \cdot 0{,}677}{\mathrm{tg}\ 12^{\circ}\ 22'}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Schiebe ∢ 12° 22' (Tg) unter den Tangensstrich	(N) 1 Stelle nach rechts	× 1
stelle (L) auf 4,21 (Su)	(Z) 1 Stelle nach links	× 2
schiebe 10 (Su) unter (L)	(N) 1 Stelle nach rechts	× 3
stelle (L) auf 6,77 (Su)	(Z) 1 Stelle nach rechts	× 2

Dann steht 1,3 (Bu) unter (L), also:

$$x = 1{,}3 \times 100 = 130.$$

§ 2.

Eine besondere Art trigonometrischer Aufgaben besteht in der Bestimmung einer Winkelgröße α, deren Sinus resp. Tangens bekannt ist. Man bilde eine neue Gleichung für 100 sin α resp. 10 tg α und schiebe den Wert von 100 sin α (So) unter 100 (Bo) resp. den Wert von 10 tg α (Su) über 1 (Bu); dann steht der gesuchte Winkel auf (Sin) unter dem Sinusstrich resp. auf (Tg) unter dem Tangensstrich.

Diese Art der Lösung ist jedoch nur möglich, wenn sin α zwischen $1/100$ und 1 resp. tg α zwischen $1/10$ und 1 liegt.

95. sin α = 0,78; wie groß ist ∢ α?

$$100 \sin \alpha = 78.$$

Schiebe 78 (So) unter 100 (Bo). Dann steht ∢ 51° 15' (Sin) unter dem Sinusstrich, also:

$$∢\ \alpha = 51^{\circ}\ 15'.$$

96. sin α = 0,078; wie groß ist ∢ α?

$$100 \sin \alpha = 7{,}8.$$

Schiebe 7,8 (So) unter 100 (Bo). Dann steht ∢ 4° 28' (Sin) unter dem Sinusstrich, also:

$$∢\ \alpha = 4^{\circ}\ 28'.$$

97. tg α = 0,591; wie groß ist ∢ α?

$$10\ \mathrm{tg}\ \alpha = 5{,}91.$$

Schiebe 5,91 (Su) über 1 (Bu). Dann steht ∢ 30° 35' (Tg) unter dem Tangensstrich, also:

$$∢\ \alpha = 30^{\circ}\ 35'.$$

98. $\sin \alpha = \frac{61{,}3 \cdot 0{,}0482}{14{,}1}$; wie groß ist $\sphericalangle\, \alpha$?

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 61,3 (Bo)	....	Null
schiebe 14,1 (So) unter (L)	....	Null
stelle (L) auf 4,82 (So)	(Z) 2 Stellen nach rechts	: 2

Dann steht 21 (Bo) unter (L), also:

$$\sin \alpha = 21 : 100 = 0{,}21$$
$$100 \sin \alpha = 21.$$

Schiebe 21 (So) unter 100 (Bo). Dann steht $\sphericalangle\, 12^0\ 6'$ (Sin) unter dem Sinusstrich, also:

$$\sphericalangle\, \alpha = 12^0\ 6'.$$

99. $\sin \alpha = \frac{476{,}3 \cdot \sin 34^0\ 15'}{525}$; wie groß ist $\sphericalangle\, \alpha$?

Schiebe $\sphericalangle\, 34^0\ 15'$ (Sin) unter den Sinusstrich. Dann steht 56,1 (So) unter 100 (Bo), also $100 \sin 34^0\ 15' = 56{,}1$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 56,1 (Bo)	(Z) 2 Stellen nach rechts	: 2
schiebe 52,5 (So) unter (L)	(N) 1 Stelle nach links	: 3
stelle (L) auf 47,63 (So)	(Z) 1 Stelle nach links	: 2

Dann steht 51 (Bo) unter (L), also:

$$\sin \alpha = 51 : 100 = 0{,}51$$
$$100 \sin \alpha = 51.$$

Schiebe 51 (So) unter 100 (Bo). Dann steht $\sphericalangle\, 30^0\ 40'$ (Sin) unter dem Sinusstrich, also:

$$\sphericalangle\, \alpha = 30^0\ 40'.$$

100. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{0{,}435 \cdot \operatorname{tg} 18^0\ 7'}{0{,}0218 \cdot 17{,}9}$; wie groß ist $\sphericalangle\, \alpha$?

Schiebe $\sphericalangle\, 18^0\ 7'$ (Tg) unter den Tangensstrich. Dann steht 3,27 (Su) über 1 (Bu), also $10 \operatorname{tg} 18^0\ 7' = 3{,}27$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 3,27 (Bu)	(Z) 1 Stelle nach rechts	: 1
schiebe 2,18 (Su) unter (L)	(N) 2 Stellen nach rechts	× 1
stelle (L) auf 4,35 (Su)	(Z) 1 Stelle nach rechts	Null
schiebe 1,79 (Su) unter (L)	(N) 1 Stelle nach links	: 1
stelle (L) auf 1 (Su)	....	: 1

Dann steht 3,642 (Bu) unter (L), also:

$$\operatorname{tg} \alpha = 3{,}642 : 10 = 0{,}3642$$
$$10 \operatorname{tg} \alpha = 3{,}642.$$

Schiebe 3,642 (Su) über 1 (Bu). Dann steht $\sphericalangle\, 20^0\ 2'$ (Tg) unter dem Tangensstrich, also:

$$\sphericalangle\, \alpha = 20^0\ 2'.$$

Liegt tg α zwischen 1 und 10, so liegt $\sphericalangle\ \alpha$ zwischen 45^0 und $84^0\ 17'$ und 10 tg α ist auf Su nicht vorhanden. Aber tg $(90^0 - \alpha) = \frac{1}{\text{tg}\ \alpha}$ liegt dann zwischen $^1/_{10}$ und 1.

101. tg $\alpha = 5{,}83$; wie groß ist $\sphericalangle\ \alpha$?

$$10\ \text{tg}\ (90^0 - \alpha) = \frac{10}{5{,}83}.$$

Stelle (L) auf 10 (Bu), schiebe 5,83 (Su) unter (L), stelle (L) auf 1 (Su). Dann steht 1,711 (Bu) unter (L).

Schiebe 1,711 (Su) über 1 (Bu). Dann steht $\sphericalangle\ 9^0\ 44'$ (Tg) unter dem Tangensstrich, also $\sphericalangle\ (90^0 - \alpha) = 9^0\ 44'$ und:

$$\sphericalangle\ \alpha = 80^0\ 16'.$$

Man kann in diesem Falle $\sphericalangle\ \alpha$ auch finden, indem man die Gleichung: $\frac{1}{10\ \text{tg}\ (90^0 - \alpha)} = \frac{5{,}83}{10}$ benutzt; stellt man (L) auf 5,83 (Bu) und schiebt 10 (Su) unter (L), so steht $\sphericalangle\ 9^0\ 44'$ (Tg) unter dem Tangensstrich. Dieser Kunstgriff ist jedoch nur für sehr geübte Stabrechner zu empfehlen.

§ 3.

Die Sinusskala ist nicht mehr benutzbar für Winkel unter $0^0\ 34'$, die Tangensskala ist nicht mehr benutzbar für Winkel unter $5^0\ 43'$ resp. für Winkel über $84^0\ 17'$. Man verwandle in diesen Fällen den Winkel α resp. $(90^0 - \alpha)$ in Minuten (resp. Sekunden) und ersetze sowohl sin α als auch tg α durch das Bogenmaß des $\sphericalangle\ \alpha$. Ist $\alpha = n'$, so setze man also sin $\alpha = \frac{n \cdot \pi}{10800}$; und ebenso tg $\alpha = \frac{n \cdot \pi}{10800}$; ist $\alpha = n''$, so setze man sin $\alpha = \frac{n\pi}{648000}$ und ebenso tg $\alpha = \frac{n\pi}{648000}$.

Man rechnet also:

102. $x = \sin 0^0\ 23' = \frac{23 \cdot \pi}{10800}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 23 (Bo)	....	Null
schiebe 10,8 (So) unter (L)	(N) 3 Stellen nach links	: 3
stelle (L) auf π (So)	....	: 3

Dann steht 6,69 (Bo) unter (L), also:

$$x = 6{,}69 : 1000 = 0{,}00669.$$

103. $x = \operatorname{tg} 3^0\,47' = \frac{227 \cdot \pi}{10800}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 2,27 (Bu)	(Z) 2 Stellen nach links	$\times 2$
schiebe 1,08 (Su) unter (L)	(N) 4 Stellen nach links	$:2$
stelle (L) auf π (Su)		$:2$

Dann steht 6,6 (Bu) unter (L), also:

$$x = 6{,}6 : 100 = 0{,}066.$$

104. $x = \sin 8'\,25'' = \frac{505 \cdot \pi}{648\,000}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 50,5 (Bo)	(Z) 1 Stelle nach links	$\times 1$
schiebe 64,8 (So) unter (L)	(N) 4 Stellen nach links	$:3$
stelle (L) auf π (So)		$:3$

Dann steht 2,45 (Bo) unter (L), also:

$$x = 2{,}45 : 1000 = 0{,}00245.$$

105. $x = \operatorname{tg} 15'\,22'' = \frac{922 \cdot \pi}{648\,000}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 9,22 (Bu)	(Z) 2 Stellen nach links	$\times 2$
schiebe 6,48 (Su) unter (L)	(N) 5 Stellen nach links	$:3$
stelle (L) auf π (Su)		$:3$

Dann steht 4,47 (Bu) unter (L), also:

$$x = 4{,}47 : 1000 = 0{,}00447.$$

106. $x = \operatorname{tg} 88^0\,15' = \frac{1}{\operatorname{tg} 1^0\,45'} = \frac{10800}{105 \cdot \pi}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 1,08 (Bu)	(Z) 4 Stellen nach links	$\times 4$
schiebe 1,05 (Su) unter (L)	(N) 2 Stellen nach links	$\times 2$
stelle (L) auf 1 (Su)		$\times 2$
schiebe π (Su) unter (L)		$\times 2$
stelle (L) auf 10 (Su)	(Z) 1 Stelle nach rechts	$\times 1$

Dann steht 3,275 (Bu) unter (L), also:

$$x = 3{,}275 \times 10 = 32{,}75.$$

107. $x = 5 \cdot \sin 0^0\, 24' = \frac{5 \cdot 24 \cdot \pi}{10800}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 5 (Bo)		Null
schiebe 10,8 (So) unter (L)	(N) 3 Stellen nach links	: 3
stelle (L) auf 24 (So)		: 3
schiebe 10 (So) unter (L)	(N) 1 Stelle nach rechts	: 2
stelle (L) auf π (So)		: 2

Dann steht 3,49 (Bo) unter (L), also:

$$x = 3{,}49 : 100 = 0{,}0349.$$

§ 4.

Die Erörterungen des § 3 findet entsprechende Anwendung, wenn eine Winkelgröße α gesucht ist, deren Sinus resp. Tangens bekannt ist und sin α kleiner als $^1/_{100}$ resp.

tg α kleiner als $^1/_{10}$ oder größer als 10 ist.

108. $\sin \alpha = 0{,}0078$; wie groß ist $\measuredangle\, \alpha$?

$$\frac{n \cdot \pi}{10800} = 0{,}0078, \text{ also: } n = \frac{0{,}0078 \cdot 10800}{\pi}.$$

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 7,8 (Bo)	(Z) 3 Stellen nach rechts	: 3
schiebe π (So) unter (L)		: 3
stelle (L) auf 10,8 (So)	(Z) 3 Stellen nach links	Null

Dann steht 26,8 (Bo) unter (L), also:

$$n = 26{,}8$$

$$\measuredangle\, \alpha = 26{,}8'.$$

109. $\sin \alpha = \frac{8{,}1}{(77)^2}$; wie groß ist $\measuredangle\, \alpha$?

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 8,1 (Bo)		Null
schiebe 7,7 (Su) unter (L)	(N) 2 Stellen nach links	: 2
stelle (L) auf 10 (So)	(Z) 1 Stelle nach rechts	: 3

Da $\sin \alpha < {}^1/_{100}$ ist, setzt man $n = \frac{\sin \alpha \cdot 10800}{\pi}$; also:

schiebe π (So) unter (L)		: 3
stelle (L) auf 10,8 (So)	(Z) 3 Stellen nach links	Null

Dann steht 4,7 (Bo) unter (L), also:

$$n = 4{,}7$$

$$\measuredangle\, \alpha = 4{,}7'.$$

110. $\sin\alpha = \dfrac{0{,}13 \cdot 0{,}00725}{\sin 78^\circ\, 10'}$; wie groß ist $\sphericalangle\, \alpha$?

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Schiebe $\sphericalangle\, 78^\circ\, 10'$ (Sin) unter den Sinusstrich	....	Null
stelle (L) auf 1,3 (So)	(Z) 1 Stelle nach rechts	: 1
schiebe 1 (So) unter (L)	....	: 1
stelle (L) auf 7,25 (So)	(Z) 3 Stellen nach rechts	: 4

Da $\sin\alpha < {}^1/_{100}$ ist, setzt man $n = \dfrac{\sin\alpha \cdot 648000}{\pi}$; also:

schiebe π (So) unter (L)	....	: 4
stelle (L) auf 6,48 (So)	(Z) 5 Stellen nach links	$\times 1$

Dann steht 19,9 (Bo) unter (L), also:

$$n = 19{,}9 \times 10 = 199$$

$$\sphericalangle\, \alpha = 199'' = 3'\, 19''.$$

111. $\operatorname{tg}\alpha = 0{,}078$; wie groß ist $\sphericalangle\, \alpha$?

$$n = \frac{0{,}078 \cdot 10800}{\pi}.$$

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 7,8 (Bu)	(Z) 2 Stellen nach rechts	: 2
schiebe π (Su) unter (L)	....	: 2
stelle (L) auf 1,08 (Su)	(Z) 4 Stellen nach links	$\times 2$

Dann steht 2,68 (Bu) unter (L), also:

$$n = 2{,}68 \times 100 = 268$$

$$\sphericalangle\, \alpha = 268' = 4^\circ\, 28'.$$

112. $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{375}{50000}$; wie groß ist $\sphericalangle\, \alpha$?

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 3,75 (Bu)	(Z) 2 Stellen nach links	$\times 2$
schiebe 5 (Su) unter (L)	(N) 4 Stellen nach links	: 2
stelle (L) auf 10 (Su)	(Z) 1 Stelle nach rechts	: 3

Da $\operatorname{tg}\alpha < {}^1/_{10}$ ist, setzt man $n = \dfrac{\operatorname{tg}\alpha \cdot 648000}{\pi}$ also:

schiebe π (Su) unter (L)	....	: 3
stelle (L) auf 1 (Su)	....	: 3
schiebe 10 (Su) unter (L)	(N) 1 Stelle nach rechts	: 2
stelle (L) auf 6,48 (Su)	(Z) 5 Stellen nach links	$\times 3$

Dann steht 1,545 (Bu) unter (L), also:

$$n = 1{,}545 \times 1000 = 1545$$

$$\sphericalangle\, \alpha = 1545'' = 25'\, 45''.$$

113. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{563}{8,9}$; wie groß ist $\sphericalangle \alpha$?

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 5,63 (Bu)	(Z) 2 Stellen nach links	$\times 2$
schiebe 8,9 (Su) unter (L)	....	$\times 2$
stelle (L) auf 10 (Su)	(Z) 1 Stelle nach rechts	$\times 1$

Dann steht 6,325 (Bu) unter (L), also:

$$\operatorname{tg} \alpha = 6,325 \times 10 = 63,25.$$

Da $\operatorname{tg} \alpha > 10$ ist, ist $\operatorname{tg}(90^0 - \alpha) = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} < \frac{1}{10}$. Man setze also:

$$n = \frac{1}{63,25} \cdot \frac{10800}{\pi} \text{ und:}$$

stelle (L) auf 1,08 (Bu)	(Z) 4 Stellen nach links	$\times 4$
schiebe 6,325 (Su) unter (L)	(N) 1 Stelle nach links	$\times 3$
stelle (L) auf 10 (Su)	(Z) 1 Stelle nach rechts	$\times 2$
schiebe π (Su) unter (L)	....	$\times 2$
stelle (L) auf 10 (Su)	(Z) 1 Stelle nach rechts	$\times 1$

Dann steht 5,43 (Bu) unter (L), also:

$$n = 5,43 \times 10 = 54,3$$
$$\sphericalangle (90^0 - \alpha) = 54,3'$$
$$\sphericalangle \alpha = 89^0\ 5,7'.$$

§ 5.

Die Rechnung mit Sinus und Tangens kann innerhalb der Winkelbereiche der vorhandenen Skalen auch dadurch ausgeführt werden, daß man den Schieber ganz herauszieht, um seine Längsachse dreht und so wieder in das Brett hineinschiebt, daß (Sin) unter (Bo) und (Tg) über (Bu) steht.

Auch abgesehen hiervon sind eine Reihe von Kunstgriffen möglich, die jedoch nur dem sehr geübten Stabrechner zu empfehlen sind, da der klare Einblick in die angewandte Methode für den Anfänger schwierig ist. Als Beispiel diene:

114. $\sin \alpha = \frac{\sin 33^0\ 7' \cdot 6,52}{8,45}$; wie groß ist $\sphericalangle \alpha$?

Schiebe $\sphericalangle$ 33° 7′ (Sin) unter den Sinusstrich; stelle (L) auf 8,45 (So); schiebe 6,52 (So) unter (L). Dann steht unter dem Sinusstrich:

$$\sphericalangle \alpha = 25^0.$$

VIII. Textaufgaben.

§ 1. Regeldetri.

Der **direkte** Regeldetri-Schluß gestaltet sich für das Stabrechnen sehr einfach, wenn man den Ansatz — der gewöhnlichen Sprechweise entsprechend — folgendermaßen schreibt:

Wieviel (x) entspricht der Größe a, wenn der Größe b die Größe c entspricht?

Die Lösung lautet:

$$x = \frac{a \cdot c}{b} \text{ oder } \frac{c \cdot a}{b}, \text{ also:}$$

Stelle (L) auf a (B) schiebe b (S) unter (L) stelle (L) auf c (S)	oder:	stelle (L) auf c (B) schiebe b (S) unter (L) stelle (L) auf a (S)

Dann steht x (B) unter (L).

Die erste Art der Lösung liefert eine Tabelle der x-Werte zu allen beliebigen c-Werten.	Die zweite Art der Lösung liefert eine Tabelle der x-Werte zu allen beliebigen a-Werten.

115. Wieviel (x) kosten 5,9 *m* Tuch, wenn 17 *m* Tuch 41 ℳ kosten?
Stelle (L) auf 5,9 (Bo); schiebe 17 (So) unter (L); stelle (L) auf 41 (So).
Dann steht 14,23 (Bo) unter (L), also:

$$x = 14{,}23 \text{ ℳ}.$$

116. Ermittelung des Großpreises aus dem Stückpreis.
Wieviel (x) kosten 144 Stück, wenn 1 Stück 18,3 ₰ kostet?

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 14,4 (Bo)	(Z) 1 Stelle nach links	×1
schiebe 10 (So) unter (L)	(N) 1 Stelle nach rechts	×2
stelle (L) auf 18,3 (So)	....	×2

Dann steht 26,35 (Bo) unter (L), also:

$$x = 26{,}35 \text{ ₰} \times 100 = 26{,}35 \text{ ℳ}.$$

117. Umwandlung von engl. Pfund in *kg*.
Wieviel (x) *kg* = 81,3 engl. Pfund, wenn 2,2 engl. Pfund = 1 *kg*?
Stelle (L) auf 1 (Bo); schiebe 2,2 (So) unter (L); stelle (L) auf 81,3 (So).
Dann steht ∾ 37 (Bo) unter (L), also:

$$x = \backsim 37 \; kg.$$

118. Umwandlung von *kg* in engl. Pfund.

Wieviel (x) engl. Pfund = 14,45 *kg*, wenn 1 *kg* = 2,2 engl. Pfund?

Stelle (L) auf 2,2 (Bo); schiebe 1 (So) unter (L); stelle (L) auf 14,45 (So). Dann steht ∾ 31,8 (Bo) unter (L), also:

$$x = 31{,}8 \text{ engl. Pfund.}$$

119. Berechnung des Verkaufspreises bei 32 % Gewinn.

Wieviel (x) Verkaufspreis entspricht 17,40 *M.* Einkaufspreis, wenn einer *M.* Einkaufspreis 1,32 *M.* Verkaufspreis entspricht?

Stelle (L) auf 1,32 (Bo); schiebe 1 (So) unter (L); stelle (L) auf 17,40 (So). Dann steht 22,95 (Bo) unter (L), also:

$$x = 22{,}95 \text{ M.}$$

Zusammengesetzte Regeldetri-Aufgaben, welche nur direkte Schlüsse enthalten, löst man durch Fortsetzung des obigen Verfahrens.

120. Wieviel (x) Zinsen bringen 8370 *M.* in 7½ Jahren, wenn 100 *M.* in 1 Jahr 4,75 *M.* Zinsen bringen?

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 8,37 (Bu)	(Z) 3 Stellen nach links	×3
schiebe 10 (Su) unter (L)	(N) 1 Stelle nach links	×2
stelle (L) auf 7,5 (Su)	....	×2
schiebe 10 (Su) unter (L)	(N) 1 Stelle nach rechts	×3
stelle (L) auf 4,75 (Su)	....	×3

Dann steht 2,982 (Bu) unter (L), also:

$$x = 2{,}982 \text{ M.} \times 1000 = 2982 \text{ M.}$$

Beim umgekehrten Regeldetri-Schluß ist die Aufgabe zunächst nach der unbekannten Größe aufzulösen.

121. 18 Arbeiter brauchen zu einer Arbeit 93 Tage; wieviel (x) Tage würden 73 Arbeiter brauchen?

$$x = \frac{93 \cdot 18}{73} \text{ Tage.}$$

Stelle (L) auf 93 (Bo); schiebe 73 (So) unter (L); stelle (L) auf 18 (So). Dann steht ∾ 23 (Bo) unter (L), also:

$$x = \sim 23 \text{ Tage.}$$

122. Ein Rad von 123 Zähnen, welches 46 Umdrehungen pro *Min.* macht, greift in ein Rad von 75 Zähnen. Wieviel (x) Umdrehungen pro *Min.* macht letzteres?

$$x = \frac{123 \cdot 46}{75} = \sim 75\tfrac{1}{2} \text{ Umdrehungen.}$$

§ 2. Quadrate und Quadratwurzeln.

Bei technischen Rechnungen, in welchen die gesuchte Größe nicht durch einfache Formeln aus den gegebenen Größen abzuleiten ist, pflegt man zunächst solche Zwischengrößen zahlenmäßig zu berechnen, welche sowohl mit den gegebenen Größen als auch mit der gesuchten Größe durch einfache Formeln verbunden sind.

Dieser Weg empfiehlt sich auch für das Stabrechnen, wobei man es leicht erreichen kann, daß der auf (B) unter (L) stehende Wert einer Zwischengröße mit der dazu gehörigen Zeigerstellung der Uhr ohne weiteres für die Fortsetzung der Rechnung benutzbar ist. Die Ablesung der betreffenden Zwischengröße und ihre Korrektur mittelst der Uhr ist hierbei nicht erforderlich; dies ist in den folgenden Aufgaben durch eine starke Klammer angedeutet.

123. Eine runde schmiedeeiserne Stange soll mit 15 500 *kg* Zug beansprucht werden. Wie dick (d) muß dieselbe sein, wenn $k_z = 900$ *kg* pro *qcm* gesetzt wird?

Benutze: $F = \frac{P}{k_z}$ und $d = \sqrt{\frac{F \cdot 4}{\pi}}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 15,5 (Bo)	(Z) 3 Stellen nach links	×3
schiebe 90 (So) unter (L)	(N) 1 Stelle nach links	×2
stelle (L) auf 100 (So)	(Z) 2 Stellen nach rechts	Null

(Dann steht 17,22 (Bo) unter (L), also:

$$F = 17,22 \; qcm.$$

Es steht (L) auf 17,22 (Bo)	....	Null)
schiebe π (So) unter (L)	....	Null
stelle (L) auf 4 (So)	....	Null

Dann steht 4,68 (Bu) unter (L), also:

$$d = 4,68 \; cm.$$

124. Welche Wucht (lebendige Kraft) besitzt der Ring eines Schwungrades bei n = 50 Umdrehungen pro *Min.*, wenn sein Gewicht G = 16 000 *kg* auf einem Kreisumfang vom Durchmesser d = 4,6 *m* vereinigt gedacht werden kann?

Benutze: $c = \frac{nd\pi}{60 \, Sek.}$ und $\mathfrak{W} = \frac{c^2 \cdot G}{2\,g}$ $\left(2g = 19,62 \frac{m}{Sek.^2}\right)$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 5 (Bu)	(Z) 1 Stelle nach links	$\times 1$
schiebe 6 (Su) unter (L)	(N) 1 Stelle nach links	Null
stelle (L) auf 4,6 (Su)		Null
schiebe 10 (Su) unter (L)	(N) 1 Stelle nach rechts	$\times 1$
stelle (L) auf π (Su)		$\times 1$

Dann steht 1,204 (Bu) unter (L), also:

$$c = 1{,}204 \frac{m}{Sek.} \times 10 = 12{,}04 \frac{m}{Sek.}$$

Es steht (L) auf 1,204 (Bu)	Multiplikation mit 2	$\times 2$
schiebe 19,62 (So) unter (L)		$\times 2$
stelle (L) auf 16 (So)	(Z) 3 Stellen nach links	$\times 5$

Dann steht 1,182 (Bo) unter (L), also:

$$\mathfrak{W} = 1{,}182\ kgm \times 100000 = 118200\ kgm.$$

125. Ein einseitig eingespannter Freiträger aus Eichenholz von der Länge $l = 155\ cm$ soll die gleichmäßig verteilte Last $P = 1333\ kg$ tragen. Wie hoch muß das rechteckige Profil sein, wenn seine Breite $b = 16\ cm$ sein soll und $k_b = 80\ kg$ pro qcm gesetzt wird?

Benutze: $M_{max} = \frac{P \cdot l}{2}$, $W = \frac{M_{max}}{k_b}$ und $h = \sqrt{\frac{W \cdot 6}{b}}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 13,33 (Bo)	(Z) 2 Stellen nach links	$\times 2$
schiebe 2 (So) unter (L)		$\times 2$
stelle (L) auf 1,55 (So)	(Z) 2 Stellen nach links	$\times 4$

Dann steht 10,33 (Bo) unter (L), also:

$$M_{max} = 10{,}33\ kgcm \times 10000 = 103300\ kgcm.$$

Es steht (L) auf 10,33 (Bo)		$\times 4$
schiebe 8 (So) unter (L)	(N) 1 Stelle nach links	$\times 3$
stelle (L) auf 10 (So)	(Z) 1 Stelle nach rechts	$\times 2$

Dann steht 12,9 (Bo) unter (L), also:

$$W = 12{,}9\ cm^3 \times 100 = 1290\ cm^3.$$

Es steht (L) auf 12,9 (Bo)	Division durch 2	$\times 1$
schiebe 16 (So) unter (L)		$\times 1$
stelle (L) auf 6 (So)		$\times 1$

Dann steht 2,2 (Bu) unter (L), also:

$$h = 2{,}2\ cm \times 10 = 22\ cm.$$

§ 3. Kuben und Kubikwurzeln.

126. Ein Würfel hat die Kantenlänge $a = 5{,}44$ *cm*. Wie groß ist sein Volumen?

Benutze: $V = a^3$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 5,44 (Bu)	....	Null
schiebe 100 (So) unter (L)	(N) 2 Stellen nach rechts	$\times 2$
stelle (L) auf 5,44 (So)	....	$\times 2$

Dann steht 1,61 (Bo) unter (L), also:

$$V = 1{,}61\ ccm \times 100 = 161\ ccm.$$

127. Eine schmiedeeiserne Kugel ($s = 7{,}8$ *kg* pro *cdm*) wiegt 12,14 *kg*. Wie groß ist ihre Oberfläche?

$$\text{Benutze: } V = \frac{G}{s},\ r = \sqrt[3]{\frac{V \cdot 3}{4\,\pi}} \text{ und } O = 4\,r^2\,\pi.$$

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 12,14 (Bo)	....	Null
schiebe 7,8 (So) unter (L)	....	Null
stelle (L) auf 1 (So)	....	Null

(Dann steht 1,555 (Bo) unter (L), also:

$$V = 1{,}555\ cdm.$$

Es steht (L) auf 1,555 (Bo)	....	Null)
schiebe 4 (So) unter (L)	....	Null
stelle (L) auf 3 (So)	....	Null
schiebe π (So) unter (L)	....	Null
stelle (L) auf 100 (So)	(Z) 2 Stellen nach rechts	:2
ziehe die Kubikwurzel	Division durch 3	:$^2/_3$
stelle (L) auf $\sqrt[3]{10}$ (Su)	(Z) $^1/_3$ Stelle nach rechts	:1

(Dann steht 7,19 (Bu) unter (L), also:

$$r = 7{,}19\ dm : 10 = 0{,}719\ qdm.$$

Es steht (L) auf 7,19 (Bu))	Multiplikation mit 2	:2
schiebe 10 (So) unter (L)	(N) 1 Stelle nach rechts	:1
stelle (L) auf 4 (So)	....	:1
schiebe 1 (So) unter (L)	....	:1
stelle (L) auf π (So)	....	:1

Dann steht 64,9 (Bo) unter (L), also:

$$O = 64{,}9\ qdm : 10 = 6{,}49\ qdm.$$

128. Wie dick muß eine (aus 3 Teilen Blei und 2 Teilen Zinn bestehende) Sicherung für $i = 25$ *Amp.* nach der Formel

$$d = 0{,}3\ mm \cdot \sqrt[3]{i^2} \text{ sein?}$$

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 2,5 (Bu)	(Z) 2 Stellen nach links	$\times 2$
ziehe die Kubikwurzel	Division durch 3	$\times$ 2/3
stelle (L) auf $\sqrt[3]{100}$ (Su)	(Z) 2/3 Stellen nach rechts	Null
schiebe 10 (Su) unter (L)	(N) 1 Stelle nach rechts	$\times 1$
stelle (L) auf 3 (Su)	(Z) 1 Stelle nach rechts	Null

Dann steht 2,565 (Bu) unter (L), also:

$$d = 2{,}565\ mm.$$

§ 4. Höhere Potenzen und Wurzeln.

129. Luft von 2,55 *Atm.* Druck werde durch Drucksteigerung „adiabatisch" auf 1/4 des Volumens komprimiert. Wie groß wird der Druck nach der Gleichung von Poisson:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{1{,}41}?$$

Es folgt: $\log\left(\frac{p_2}{p_1}\right) = 1{,}41 \lg\left(\frac{V_1}{V_2}\right) = 1{,}41 \cdot \lg 4.$

Nach I. § 1 findet man $\log 4 = 0{,}602$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 6,02 (Bu)	(Z) 1 Stelle nach rechts	:1
schiebe 1 (Su) unter (L)	....	:1
stelle (L) auf 1,41 (Su)	....	:1

Dann steht 8,49 (Bu) unter (L), also:

$$\log\left(\frac{p_2}{p_1}\right) = 8{,}49 : 10 = 0{,}849.$$

Nach I. § 1 findet man Numerus $\log 0{,}849 = 7{,}06$.

$$p_2 = 7{,}06 \cdot p_1.$$

Stelle (L) auf 7,06 (Bu)	....	Null
schiebe 10 (Su) unter (L)	(N) 1 Stelle nach rechts	$\times 1$
stelle (L) auf 2,55 (Su)	....	$\times 1$

Dann steht 1,8 (Bu) unter (L), also:

$$p_2 = 1{,}8\ Atm. \cdot 10 = 18\ Atm.$$

130. Welches Endkapital geben $a = 32\,500$ ℳ. in $n = 9$ Jahren zu $p = 5\frac{1}{2}\,\%$ auf Zinseszins?

Benutze $b = a \cdot q^n$, wo $q = 1{,}055$ ist.

Nach I. § 1. findet man $\log q = \log 1{,}055 = 0{,}0233$;

$0{,}0233 \cdot 9 = 0{,}2097$.

Nach I. § 1. findet man Numerus $\log 0{,}2097 = 1{,}62$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 1,62 (Bu)		Null
schiebe 1 (Su) unter (L)		Null
stelle (L) auf 3,25 (Su)	(Z) 4 Stellen nach links	$\times 4$

Dann steht 5,26 (Bu) unter (L), also:

$$b = 5{,}26 \text{ ℳ.} \times 10000 = 52600 \text{ ℳ.}$$

131. Zu wieviel % muß ein Kapital auf Zinseszins stehen, um sich in 28 Jahren zu verdreifachen?

Benutze $a q^{28} = 3a$, wo $q = 1 + \frac{p}{100}$ ist.

Es folgt $q = \sqrt[28]{3}$ und $\log q = \frac{\log 3}{28}$.

Nach I. § 1. findet man $\log 3 = 0{,}477$;

$0{,}477 : 28 = 0{,}017$.

Nach I. § 1. findet man Numerus $\log 0{,}017 = 1{,}04$.

Aus $q = 1{,}04$ folgt:

$$p = 4\,\%.$$

§ 5. Trigonometrische Rechnungen.

132. Von einem Dreieck sind 2 Seiten und der eingeschlossene Winkel gegeben: $a = 3720\ cm$; $b = 3052\ cm$; $\sphericalangle\,\gamma = 66^\circ\,32'$. Wie groß ist $\sphericalangle\,\alpha$ und $\sphericalangle\,\beta$?

Da $\sphericalangle\,\gamma < 90^\circ$ ist, benutze: $\operatorname{tg}\frac{\alpha-\beta}{2} = \frac{a-b}{\operatorname{tg}\frac{\gamma}{2} \cdot (a+b)}$.

Also $\operatorname{tg}\frac{\alpha-\beta}{2} = \frac{668}{\operatorname{tg} 33^\circ\,16' \cdot 6772}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Schiebe ∡ 33° 16′ (Tg) unter den Tangensstrich	(N) 1 Stelle nach rechts	$\times 1$
stelle (L) auf 6,68 (Su)	(Z) 2 Stellen nach links	$\times 3$
schiebe 6,772 (Su) unter (L)	(N) 3 Stellen nach links	Null
stelle (L) auf 10 (Su)	(Z) 1 Stelle nach rechts	:1

Dann steht 1,505 (Bu) unter (L), also:

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha-\beta}{2} = 1{,}505 : 10 = 0{,}1505.$$

$$10 \operatorname{tg}\frac{\alpha-\beta}{2} = 1{,}505.$$

Schiebe 1,505 (Su) über 1 (Bu). Dann steht $\measuredangle\, 8^0\, 33'$ (Tg) unter dem Tangensstrich, also:

$$\measuredangle\, \frac{\alpha-\beta}{2} = 8^0\, 33'.$$

Hieraus folgt:

$$\measuredangle\, \alpha = 65^0\, 17' \text{ und } \measuredangle\, \beta = 48^0\, 11'.$$

133. Von einem Dreieck sind 2 Seiten und der eingeschlossene Winkel gegeben: $a = 7140\ cm$; $b = 6612\ cm$; $\measuredangle\, \gamma = 100^0 52'$. Wie groß ist $\measuredangle\, \alpha$ und $\measuredangle\, \beta$?

Da $\measuredangle\, \gamma > 90^0$ ist, benutze: $\operatorname{tg}\frac{\alpha-\beta}{2} = \frac{\operatorname{tg}\left(90^0 - \frac{\gamma}{2}\right)(a-b)}{a+b}$.

Also $\operatorname{tg}\frac{\alpha-\beta}{2} = \frac{\operatorname{tg} 39^0\, 34' \cdot 528}{13752}$.

Schiebe $\measuredangle\, 39^0\, 34'$ (Tg) unter den Tangensstrich. Dann steht 8,26 (Su) über 1 (Bu), also $10 \operatorname{tg} 39^0\, 34' = 8{,}26$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 8,26 (Bu)	(Z) 1 Stelle nach rechts	:1
schiebe 1,3752 (Su) unter (L)	(N) 4 Stellen nach links	:5
stelle (L) auf 1 (Su)		:5
schiebe 10 (Su) unter (L)	(N) 1 Stelle nach rechts	:4
stelle (L) auf 5,28 (Su)	(Z) 2 Stellen nach links	:2

Dann steht 3,17 (Bu) unter (L), also:

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha-\beta}{2} = 3{,}17 : 100.$$

Da $\operatorname{tg}\frac{\alpha-\beta}{2} < {}^1/_{10}$ ist, setze man $n = \frac{\operatorname{tg}\frac{\alpha-\beta}{2} \cdot 10800}{\pi}$, also:

schiebe π (Su) unter (L)		:2
stelle (L) auf 1,08 (Su)	(Z) 4 Stellen nach links	$\times 2$

Dann stehe 1,09 (Bu) unter (L), also:

$$n = 1{,}09 \times 100 = 109$$

$$\measuredangle\, \frac{\alpha-\beta}{2} = 109' = 1^0\, 49'.$$

Hieraus folgt:

$$\measuredangle\, \alpha = 41^0\, 23' \text{ und } \measuredangle\, \beta = 37^0\, 45'.$$

134. Von einem Dreieck sind die 3 Seiten gegeben: $a = 350$ *cm*; $b = 316$ *cm*; $c = 422$ *cm*. Wie groß ist $\measuredangle\alpha$, $\measuredangle\beta$ und $\measuredangle\gamma$?

Benutze für die der größten Seite anliegenden Winkel:

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}} \text{ und } \operatorname{tg}\frac{\beta}{2} = \sqrt{\frac{(s-c)(s-a)}{s(s-b)}}.$$

Hier ist: $s = 544$ *cm*; $s - a = 194$ *cm*; $s - b = 228$ *cm*; $s - c = 122$ *cm*.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 2,28 (Bo)	(Z) 1 Stelle nach links	×1
schiebe 5,44 (So) unter (L)	(N) 1 Stelle nach links	Null
stelle (L) auf 10 (Su)	(Z) 1 Stelle nach rechts	:1
schiebe 1,94 (So) unter (L)	(N) 1 Stelle nach links	:2
stelle (L) auf 1,22 (So)	(Z) 1 Stelle nach links	:1

Dann steht 5,13 (Bu) unter (L), also:

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = 5{,}13 : 10 = 0{,}513$$

$$10 \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = 5{,}13.$$

Schiebe 5,13 (Su) über 1 (Bu). Dann steht $\measuredangle 27^0\,10'$ (Tg) unter dem Tangensstrich, also:

$$\measuredangle\frac{\alpha}{2} = 27^0\,10' \text{ und}$$

$$\measuredangle\alpha = 54^0\,20'.$$

Ebenso folgt: $\measuredangle\beta = 47^0\,10'$ und hieraus: $\measuredangle\gamma = 78^0\,30'$.

135. Von einem Dreieck sind eine Seite und 2 Winkel gegeben: $a = 38{,}5$ *cm*; $\measuredangle\beta = 43^0\,15'$; $\measuredangle\gamma = 72^0\,30'$. Wie groß ist b und c?

Benutze $b = \dfrac{a \cdot \sin\beta}{\sin\alpha}$ und $c = \dfrac{a \cdot \sin\gamma}{\sin\alpha}$.

Es ist $\measuredangle\alpha = 64^0\,15'$.

Schiebe $\measuredangle 43^0\,15'$ (Sin) unter den Sinusstrich. Dann steht 68,6 (So) unter 100 (Bo), also $100 \sin 43^0\,15' = 68{,}6$ und $\sin 43^0\,15' = 0{,}686$.

Also: $x = \dfrac{38{,}5 \cdot 0{,}686}{\sin 64^0\,15'}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Schiebe $\measuredangle 64^0\,15'$ (Sin) unter den Sinusstrich	....	Null
stelle (L) auf 38,5 (So)	....	Null
schiebe 10 (So) unter (L)	(N) 1 Stelle nach rechts	×1
stelle (L) auf 6,86 (So)	(Z) 1 Stelle nach rechts	Null

Dann steht 29,25 (Bo) unter (L), also:

$$b = 29{,}25 \text{ cm}.$$

Ebenso folgt: $c = 40{,}7$ *cm*.

136. Von einem Dreieck sind 2 Seiten und der der größeren Seite gegenüberliegende Winkel gegeben: $a = 795\ m$; $b = 378\ m$; $\sphericalangle\ \alpha = 54^0\ 10'$. Wie groß ist $\sphericalangle\ \beta$?

Benutze: $\sin \beta = \frac{b \cdot \sin \alpha}{a}$.

Schiebe $\sphericalangle\ 54^0\ 10'$ (Sin) unter den Sinusstrich. Dann steht 81,1 (So) unter 100 (Bo), also $100 \sin 54^0\ 10' = 81,1$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 81,1 (Bo)	(Z) 2 Stellen nach rechts	: 2
schiebe 7,95 (So) unter (L)	(N) 2 Stellen nach links	: 4
stelle (L) auf 3,78 (So)	(Z) 2 Stellen nach links	: 2

Dann steht 38,55 (Bo) unter (L), also:

$$\sin \beta = 38,55 : 100 = 0,3855$$
$$100 \sin \beta = 38,55.$$

Schiebe 38,55 (So) unter 100 (Bo). Dann steht $\sphericalangle\ 22^0\ 40'$ (Sin) unter dem Sinusstrich, also:

$$\sphericalangle\ \beta = 22^0\ 40'.$$

Anm. Die letzte Aufgabe kann man auch entsprechend der Aufg. *114.* lösen.