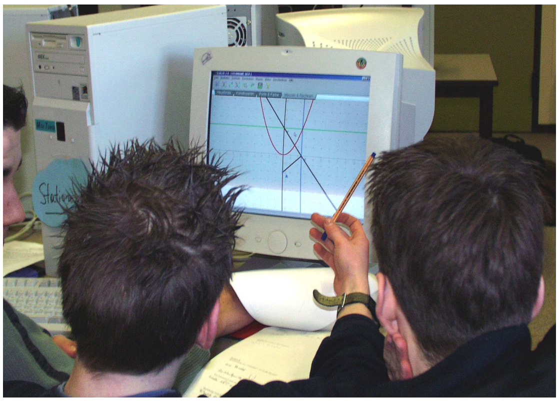
Die Parabel-Werkstatt

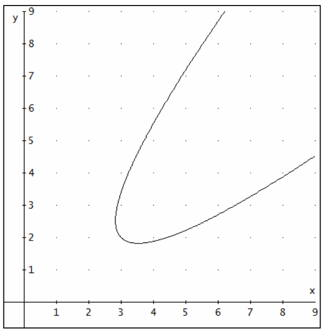
Dr. Sibylle Stachniss-Carp

... sich ein Thema mit möglichst vielen Sinnen nähern.

W. Fürst, Schweiz



Ist das eine Parabel?



Begründe deine Antwort

70 Studenten der Mathematik haben teilgenommen

38 davon sagen „Nein“!!

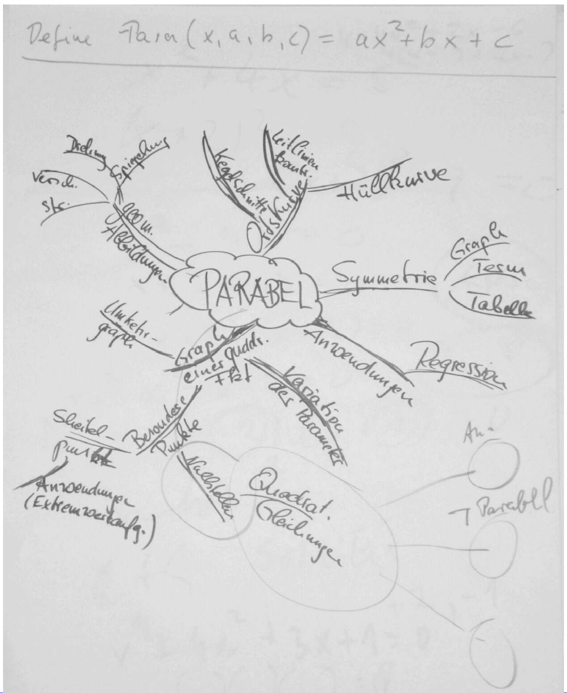
(Weil das keine Funktion ist)

20 sagen „Ja“, allerdings nur 12 mit der richtigen Begründung

(Scheitelpunkt und Achsensymmetrie)

12 haben überhaupt keine Meinung

Parabeln - Annäherung an ein viel-schichtiges Thema



Wieso Werkstatt?

- Es entsteht ein Produkt mit „Hand“ und „Hirn“.
- Es stehen verschiedene Werkzeuge zur Verfügung.
- Es wird in Gruppen gearbeitet.
- Es darf (soll) experimentiert werden.
- Die Produkte werden präsentiert.

Das heißt konkret....

- Häufig muss zuerst mit Papier und Bleistift gearbeitet werden.
- Auch spielerische Elemente sollten vorkommen.
- Anschließend wird von jeder Station ein Poster erstellt.

Und welche Rolle spielt der Rechner ???

Rechner := Werkzeug,
d.h. er wird dort eingesetzt, wo er nützt.

Anzustreben ist eine “Werkzeugkiste“, aus der je nach Bedarf das passende Tool ausgewählt werden kann,
z.B. DGS, EXCEL, GeoGebra, GTR, CAS

Planung

- Selbstständige Arbeit sollte möglich sein mit Materialien, Hilfen, Zusatzaufgaben,...
- Unterschiedliche Aspekte des Themas suchen
- Überlegungen zur Einbettung in den Unterricht
- Didaktische Ziele der einzelnen Stationen variieren:
  üben, experimentieren, analysieren...
- Dokumentation muss geregelt sein, Laufzettel
- Pufferstation

Organisation

- Ausreichend Zeit für den Durchlauf planen – eine Unterrichtsstunde reicht nicht!
- Gruppeneinteilung – zufällig oder gesetzt?
- Für ausreichenden Arbeitsplatz sorgen!
- Experimentelle Stationen vorher erproben!
- Stationen bei Bedarf doppelt anlegen.
- In welchem Rahmen sollen die Ergebnisse vorgestellt werden?

Organisation konkret

Bei 30 Schülern:

Gruppen von 2 - 4 Schülern

8 bis 9 Stationen

(eine mehr als gleichzeitig belegt sind)

Zeitbedarf:

4 Unterrichtsstunden im Block ist Minimum.

Für einige Stationen ist eine Vertiefung anschließend im „normalen“ Unterricht sinnvoll.

Vorstellung der Stationen

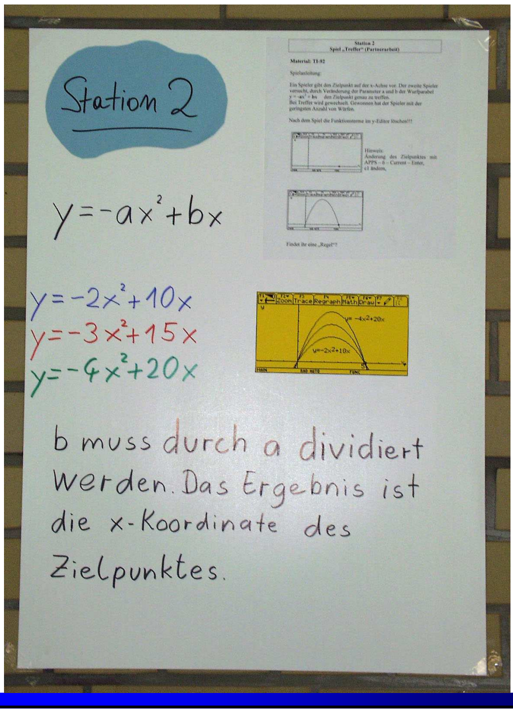
- Basketball – die Bedeutung von Parametern erkennen
- Höhenschnittpunkt – Gleichung gesucht
- Designerkurven – merkwürdige Teilverhältnisse
- Parabelspiel – noch einmal: Parameter anpassen
  Parabelbrille – passende Funktionsterme erkennen
- Parabel falten – wie kommen wir zur Gleichung?
- Geradenexperimente – Veränderungen bewirken
- Messen und modellieren – der Sonnenkollektor
- Die aufgehängte Kette – ist das eine Parabel?

Ergänzungen

Ein Poster:

z. B. für das Parabelspiel

Vom Nullpunkt ausgehend muss eine Parabel durch einen vorgegebenen Punkt auf der x-Achse gezeichnet werden.



Nachbereitung im Unterricht

- Algebraische Berechnung des Brennpunktes

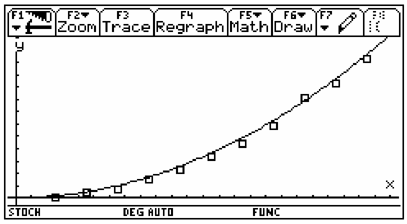
Der sonnenbetriebene Stirlingmotor

Ist das eigentlich eine Parabel im Querschnitt und wenn ja,

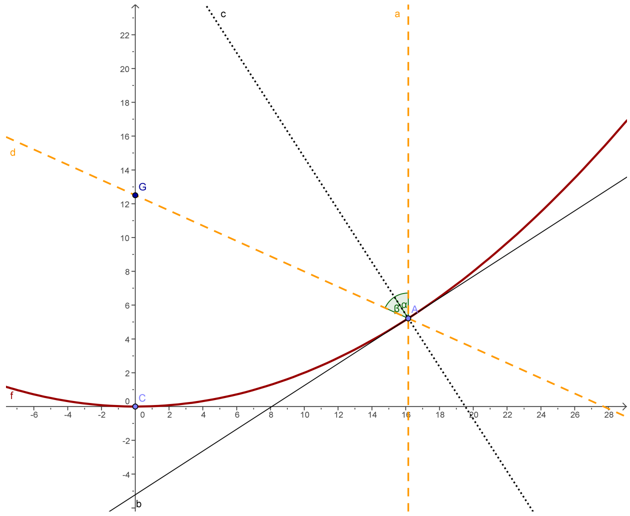
wo liegt der Brennpunkt?

Messpunkte

und eine möglichst gut passende Funktion sind gesucht.



Konstruktion mit DGS



Nachmessen am Modell nicht vergessen!!!

Die Herleitung ist einfach:

Es gilt:

1/2 x = a x²

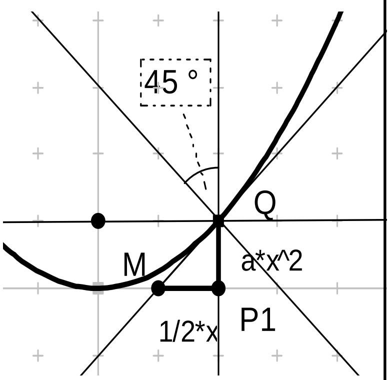
(gleichschenkliges Dreieck M P1 Q)

also auch für die Quadrate:

1/4 x² = a² x⁴

teilen durch a und x² ergibt:

$$\frac{1}{4a} = a \cdot x^2, \quad also \ \ [0, \frac{1}{4a}]$$



Weitere Anregungen...

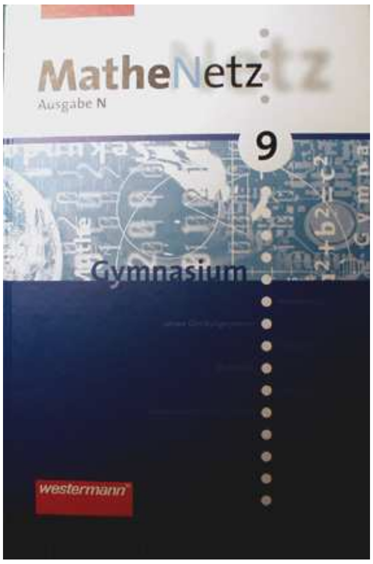
Und jetzt literarisch...

Schreibe eine „Parabel“ zu einer vorgegebenen Lebensweisheit:

**Wer andern eine Grube gräbt,
fällt selbst hinein.**

Ein möglicher Anfang: *Das kleine x war verzweifelt, sein großer Bruder, das* x^2 *benahm sich wieder mal unmöglich.....*

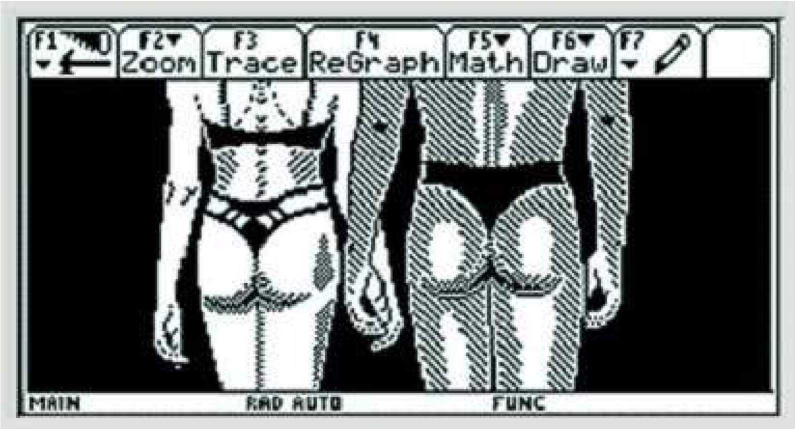
Weitere Anregungen



Parabeln stehen Modell

Suche eine passende Funktionsgleichung für de oberen Brückenrand!

Eine preisgekrönte Arbeit von Karola Hummer ......



Erfahrungen

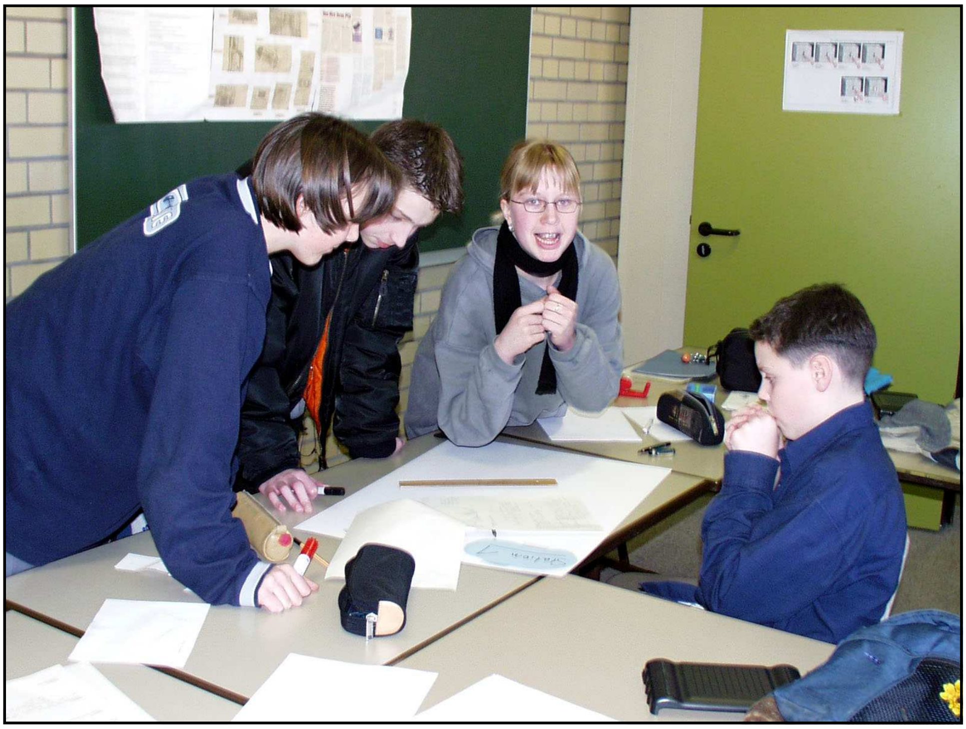
Es lohnt sich.....

- auch wenn man „klein" anfängt,
- gerade auch mit Rechnereinsatz,
- aber auch, wenn man sonst nicht häufig Rechner im Unterricht einsetzt.

Probiert es selbst aus !

Was nehmen wir mit?

Hoffentlich einen Einblick in die Vielfalt des mathematischen Themas, denn der Begriff „Parabel“ bedeutet eben mehr als nur der Graph einer quadratischen Funktion!



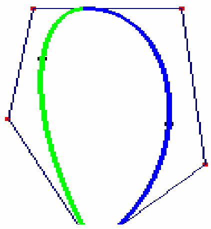
Weitere Ergänzungen – auch für die Oberstufe

„Multifunktionale“ Stationen

1. Parabeln und Design: Von der Strichzeichnung zur Bézierkurve
2. Abstand Punkt-Parabel: Eine Ortskurve konstruieren und untersuchen
3. Parabeln abbilden: Von der Konstruktion zur Berechnung und Darstellung mit Matrizen
4. Die Faltparabel: Falten, Hüllgeraden konstruieren und berechnen

1. Parabeln und Design

- Von merkwürdigen Teilverhältnissen
- Über schöne Formen
- Zu „wilden“ Formeln“



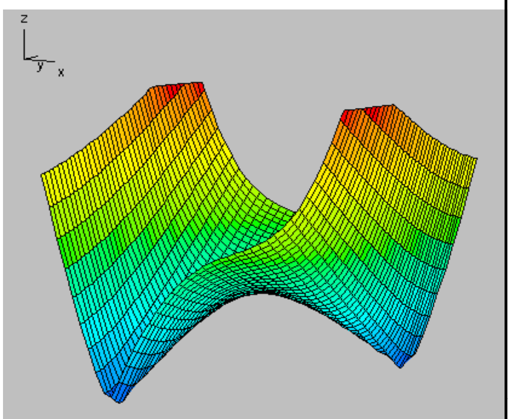
```
Bézierkurve für A0,A1,A2,A3
#1:   A0 := [-3, 1]
#2:   A1 := [-9, 5]
#3:   A2 := [4, 8]
#4:   A3 := [3, -2]
#5:   [A0, A1, A2, A3]
```

$$\#6: \quad Y(t) := (1 - t)^3 \cdot A0 + 3 \cdot (1 - t)^2 \cdot t \cdot A1 + 3 \cdot (1 - t) \cdot t^2 \cdot A2 + t^3 \cdot A3$$

$$\#7: \quad Y(t) := \left[- 3 \cdot (11 \cdot t^3 - 19 \cdot t^2 + 6 \cdot t + 1), - 12 \cdot t^3 - 3 \cdot t^2 + 12 \cdot t + 1 \right]$$

2. Abstand Punkt-Parabel

- Die Ortslinie
- Die Funktions-gleichung
- Kurvenschar
- Fläche im Raum



$$e(a,b,x) = \sqrt{(x-a)^2 + (\frac{1}{4}x^2 - b)^2}$$

3. Parabeln abbilden

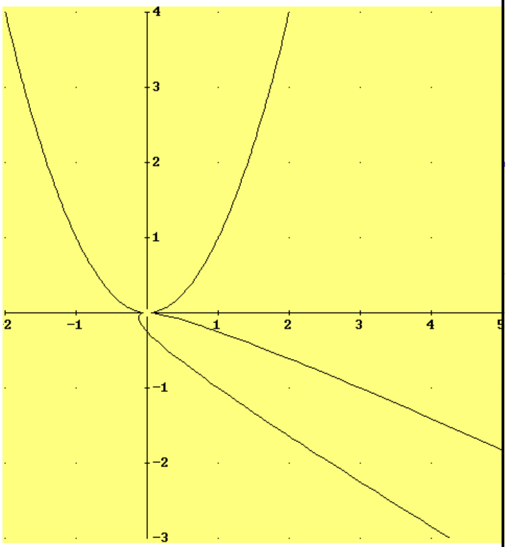
- Mit Abbildungen experimentieren
- Abbildungen selbst erfinden
- Abbildungsmatrizen finden

$[x, x^2]$

$$\text{abbildung} := \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$[x, x^2] \cdot \text{abbildung}$$

$$[2 \cdot x^2 + x, - x^2]$$



4. Die Faltparabel als Hüllkurve