Ansgar Beckermann, Bielefeld

Zum Verhältnis von Kantischer und Fregischer Logik

Kritische Einwände gegen Michael Wolff (II. Teil)

I.

Im Kapitel 3 seines Buches *Die Vollständigkeit der Kantischen Urteilstafel* geht es Michael Wolff unter anderem darum, Kant gegen Vorwürfe aus der Ecke der modernen Logik in Schutz zu nehmen, die Urteilstafel sei schon deshalb unvollständig, weil „das Inventar der Urteilstafel nur Formen berücksichtigt, die für die traditionelle Syllogistik relevant sind, diese aus heutiger Sicht aber nur einen sehr kleinen Teil der ganzen Logik ausmacht“ (S. 197). Wolff versucht, diesen Einwand mit dem Argument zu entkräften, Kant sei es nur um einen speziellen Teil der Logik – das was man mit Kant ‚formale Logik‘ nennen könne – gegangen, die moderne Logik umfasse dagegen auch viele Schlüsse, die nicht nur zur ‚formalen Logik‘, sondern zu einer speziellen Logik – der Logik der Mathematik – zu zählen seien. Was also ist formale Logik, so wie Wolff sie im Anschluß an Kant versteht?

Formale Logik im Kantischen Sinne ist, Wolffs Analyse zufolge, zunächst allgemeine Logik. Ihr gegenüber steht die ‚Logik des besonderen Verstandesgebrauchs‘, die ebenfalls zur Logik gehört, weil auch sie es mit Regeln des Denkens, mit logischen Regeln zu tun hat. Die Allgemeinheit der formalen Logik besteht darin, daß es in ihr um „die formalen Regeln alles Denkens (es mag *a priori* oder empirisch sein, einen Ursprung oder Object haben, welches es wolle, in unserem Gemüthe zufällige oder natürliche Hindernisse antreffen)“ (*KrV* B IX (8.10–2)) geht.

„Der Ausdruck ‚die formalen Regeln alles Denkens‘ ist aber nicht etwa gleichbedeutend mit ‚alle formalen Regeln des Denkens‘. Gemeint sind Regeln, von denen Kant sagt, sie seien ‚die schlechthin nothwendigen Regeln des Denkens, ohne welche gar kein Gebrauch des Verstandes stattfindet‘, insofern also Regeln, denen sich unser Verstand zu unterwerfen hat ‚unangesehen der Verschiedenheit der Gegenstände, auf welche er gerichtet sein mag‘ (A 52 (48.28–31) / B 76 (75.29–32)). Die ‚schlechthin nothwendigen‘ logischen Regeln nennt Kant auch ‚allgemeine logische Regeln‘.“ (S. 205 f.)

‚Schlechthin nothwendig‘ oder ‚allgemein‘ sind, so Wolff, erstens die Regeln, die unabhängig davon gelten, auf welche Art von Gegenständen sich die in ihnen vorkommenden Begriffe beziehen. Zweitens sind es die Regeln, nach denen sich *alle* Urteile richten müssen – gleichgültig ob sie Erkenntnisse sind oder nicht, d.h. ob sich die in ihnen vorkommenden Begriffe überhaupt auf Gegenstände beziehen. Denn selbst die von Kant sogenannten ‚grundlosen' Urteile müssen, wenn sie widerspruchsfrei sein sollen, den Regeln der allgemeinen Logik entsprechen.

„Das Denken, das mit ihnen [scl. den Regeln der allgemeinen Logik] in Konflikt geraten würde, würde aufhören, einen Aussagegehalt zu haben, so daß es sich selbst, als Urteilen, aufhöbe." (S. 207)

Damit unterscheiden sich die Regeln der allgemeinen Logik von denen spezieller Fachlogiken – Regeln, bei denen es darum geht, wie man „über eine gewisse Art von Gegenständen richtig zu denken" hat.

„Fachlogische Regeln sind ... Regeln zur Auffindung von Wahrheiten, Beweisregeln ‚zur wirklichen Hervorbringung [...] von objectiven Behauptungen'." (S. 208f.)

Auf einen kurzen Nenner gebracht: Die Regeln der allgemeinen Logik gelten unabhängig von der „Verschiedenheit der Gegenstände, auf welche der Verstandesgebrauch oder das Denken gerichtet sein mag ... Es handelt sich folglich um Regeln, die nicht festlegen, wie man ‚über eine gewisse Art von Gegenständen richtig zu denken' hat, sondern um Regeln, gegen die man nicht verstoßen darf, wenn man überhaupt denkt, gleichgültig auf was für eine Art von Gegenständen man sich dabei beziehen mag" (S. 206). In etwas anderer Ausdrucksweise: Die allgemeine Logik beschäftigt sich mit Eigenschaften und Beziehungen zwischen Begriffen – unabhängig davon, worauf sich diese Begriffe beziehen und ob sie sich überhaupt auf irgend etwas beziehen.

Wenn man formale oder allgemeine Logik in diesem Sinne versteht, scheint es jedoch keinen grundlegenden Dissens zwischen Kant und der modernen Logik zu geben. Denn auch der modernen Logik zufolge sind logische Regeln eben die Regeln, die unabhängig davon gelten, wie die in ihnen vorkommenden deskriptiven Ausdrücke (Prädikate und Individuenkonstanten) interpretiert werden. Was also führt Wolff zu seiner Annahme, im Sinne Kants sei die moderne Logik keine allgemeine, sondern eine spezielle Logik – nämlich die Logik der Mathematik? Offenbar sind es zwei Punkte, die für Wolff entscheidend sind. Erstens die Tatsache, daß zu den Regeln der modernen Logik oft auch Regeln wie die Transitivität der Identität ‚Wenn $a = b$ und $b = c$, dann auch $a = c$' gezählt werden; und zweitens die Tatsache, daß, so Wolff, Frege der Meinung war, das Prinzip der vollständigen Induktion könne „als formal gültige Schlußweise" (S. 212) gerechtfertigt werden. Da Ulrich Nortmann in seinem Beitrag auf den zweiten Punkt ausführlich eingeht, will ich mich auf den ersten beschränken und dabei um des Arguments willen Wolff hier einfach Recht geben. Die Identitätslogik unterscheidet sich in der Tat von anderen Teilen der Logik dadurch, daß sie auch ein zweistelliges Prädikat – nämlich eben das Identitätszeichen ‚=' – als logische Konstante betrachtet. Lassen wir die Identitätslogik im folgenden also beiseite und betrachten nur die Prädikatenlogik 1. Stufe ohne Identität und – um anderen Problemen auszuweichen – ohne Individuenkonstanten. Denn auch bei dieser Einschränkung gibt es immer noch zahlreiche gültige Regeln, die Kants Kritikern Recht zu geben scheinen, die Urteilstafel Kants müsse schon deshalb unvollständig sein, weil sie viele gültige Regeln des Schließens außer acht lasse. Hier nur zwei Beispiele:

(1) $\forall x Fx$
Also: $\exists x Fx$

(2) $\exists x \forall y Fxy$
Also: $\exists x Fxx$

Offenbar lassen sich diese Regeln in der von Kant zugrunde gelegten Logik gar nicht formulieren, obwohl sie doch anscheinend ebenso allgemeingültig sind wie der *Modus Barbara* oder der *Modus tollendo ponens*. Denn auch diese Regeln sind gültig völlig unabhängig davon, auf welche Gegenstände das Prädikat ‚*F*' zutrifft und ob es überhaupt auf irgend etwas zutrifft. Dieses Problem soll uns im folgenden beschäftigen.

2.

Wenn man die Kantische Urteilstafel durchgeht, sieht man schnell, welche Mittel die Logik bereitstellt, von der Kant ausgeht. In moderner Ausdrucksweise: Aus den unter dem Titel *Modalität* angeführten Urteilen ergibt sich, daß diese Logik zwei Modaloperatoren kennt – den Möglichkeits- und den Notwendigkeitsoperator; die unter dem Titel *Relation* angeführte Urteile zeigen, daß diese Logik zwei zweistellige Satzoperatoren kennt – das ‚wenn, dann' und das ‚entweder oder'; und die unter dem Titel *Qualität* angeführten Urteile schließlich belegen (ich lasse hier die auch von Kant für in der allgemeinen Logik verzichtbar gehaltenen unendlichen Urteile beiseite), daß diese Logik die Möglichkeit der Negation kennt. Bis hierhin haben wir also noch keine tiefgreifende Differenz zur modernen Logik; denn Wolff hat natürlich Recht, wenn er darauf hinweist, daß man alle anderen Satzoperatoren auf die Negation und die beiden zweistellige Satzoperatoren ‚wenn, dann' und ‚entweder oder' zurückführen kann (S. 299 ff.).[1] Interessant wird es erst, wenn wir den Titel *Quantität* betrachten.

[1] Zumindest gilt dies, wenn man alle diese Operatoren wahrheitsfunktional auffaßt.

Denn hier zeigen sich bemerkenswerte Unterschiede. Die Logik, von der Kant ausgeht, kennt keine Individuenkonstanten; sie kennt keine mehrstelligen Begriffe und sie kennt keine Quantoren. Das einzige was sie – außer dem schon Angeführten – kennt, sind einstellige Begriffe und drei Relationen, die zwischen einstelligen Begriffen bestehen können.[2] Die ersten beiden dieser Relationen werden in der klassischen Syllogistik durch die Buchstaben ‚*a*' und ‚*i*' symbolisiert;[3] für die dritte – die z. B. in dem Satz „dieses *F* ist *G*" für die Begriffe *F* und *G* ausgesagt wird – gibt es, soweit ich weiß, weder in der modernen noch in der vormodernen Logik ein eigenes Zeichen.

Wenn man dagegen betrachtet, welche Mittel die auf Frege zurückgehende moderne Logik bereitstellt, läßt sich die Frage nicht mehr abweisen, wie es möglich sein soll, daß sich mit den gerade geschilderten spärlichen Mitteln alle für die Regeln der allgemeinen Logik interessanten Eigenschaften und Relationen von Begriffen erfassen lassen. Aber nähern wir uns Frege systematisch.[4]

Für Frege beinhaltet jeder Satz – und damit in gewisser Weise auch jeder Gedanke –, daß etwas unter einen Begriff fällt. Dabei kann es sich bei diesem etwas um einen oder mehrere Gegenstände, aber auch um einen oder mehrere Begriffe (oder um beides) handeln. Frege unterscheidet also von vornherein nicht nur ein- und mehrstellige Begriffe, sondern auch Begriffe 1. und 2. Stufe. Dies ist für die auf ihn zurückgehende Logik von zentraler Bedeutung, da ihm die zweite Unterscheidung gestattet, Quantoren als Begriffe 2. Stufe einzuführen – Begriffe, unter die Begriffe 1. Stufe fallen können. Der Satz

$$\forall x Fx$$

besagt, daß der Begriff $F\xi$ unter einen bestimmten Begriff 2. Stufe fällt – nämlich unter den Begriff, unter den ein Begriff $\Phi\xi$ genau dann fällt, wenn alle Gegenstände unter ihn fallen. Und analog besagt auch der Satz

$$\exists x Fx$$

daß der Begriff $F\xi$ unter einen Begriff 2. Stufe fällt – nämlich unter den Begriff, unter den ein Begriff $\Phi\xi$ genau dann fällt, wenn wenigstens ein Gegenstand unter ihn fällt. Andere Ausdrücke für Begriffe 2. Stufe führt Frege jedoch nicht ein, so daß wir zunächst vor einer eigenartigen Situation zu stehen scheinen. Während die Logik, von der Kant ausgeht, nur drei *zweistellige* Relationen 2. Stufe

---

[2] Ich bin also nicht der Meinung von Ulrich Nortmann, daß die Logik, von der Kant ausgeht, schon über einen Allquantor verfügt.

[3] Die durch die Buchstaben ‚*e*' und ‚*o*' symbolisierten Relationen der klassischen Syllogistik können durch Negation eingeführt werden: *e*-Aussagen als Negationen von *i*-Aussagen und *o*-Aussagen als Negationen von *a*-Aussagen.

[4] Ich werde im folgenden Individuenkonstanten bewußt ignorieren.

kennt, die zwischen einstelligen Begriffen 1. Stufe bestehen können, scheint Freges Logik nur zwei *einstellige* Begriffe 2. Stufe zu kennen, unter die ebenfalls nur einstellige Begriffe 1. Stufe fallen können.

Doch der Schein trügt. Denn Frege ist in der Lage, mit den von ihm zur Verfügung gestellten Mitteln eine unendliche Zahl ein- und mehrstelliger Begriffe 2. Stufe zu modellieren, da er die Möglichkeit zuläßt, aus Begriffen 1. Stufe mit Hilfe von Quantoren und Junktoren neue Begriffe 1. Stufe zu generieren. Sehr schön zeigt sich das an seiner Einführung der Relation der Unterordnung eines Begriffs unter einen anderen im § 13 der *Grundgesetze der Arithmetik*. Ausgehend von den Funktionsausdrücken ‚$\ldots^2$' und ‚$\ldots^4$' sowie dem Prädikat ‚$\ldots = 1$', können wir, so Frege, die Begriffe $\xi^2 = 1$ und $\xi^4 = 1$ bilden, und aus diesen den Begriff

$$\xi^2 = 1 \rightarrow \xi^4 = 1.$$

Da dieser Begriff auf alles zutrifft,[5] ist der folgende Satz wahr:

$$\forall x(x^2 = 1 \rightarrow x^4 = 1).$$

„ … in Worten: *wenn* das Quadrat von etwas 1 ist, so ist auch dessen vierte Potenz 1. … Hier haben wir die *Unterordnung* eines Begriffs unter einen Begriff, einen *allgemein* bejahenden Satz. Wir haben Begriff eine Funktion mit einem Argumente genannt, deren Werth immer ein Wahrheitswerth ist. Solche Funktionen sind hier $\xi^4 = 1$ und $\xi^2 = 1$; diese ist der *untergeordnete*, jene der *übergeordnete* Begriff."

In modernerer Ausdrucksweise: Wenn wir aus den Begriffen $F\xi$ und $G\xi$ 1. Stufe den Begriff $F\xi \rightarrow G\xi$ bilden, dann fällt dieser Begriff genau dann unter den durch ‚$\forall x$' ausgedrückten Begriff 2. Stufe, wenn alle Gegenstände, die unter $F\xi$ fallen, auch unter $G\xi$ fallen; d. h. der Satz

(3) $\forall x(Fx \rightarrow Gx)$

hat dieselben Wahrheitsbedingungen wie der Satz

(4) $F\,a\,G$

der klassischen Logik.[6] Mit Hilfe des Allquantors und des Subjunktionspfeils läßt sich also die in der klassischen Logik durch ‚*a*' bezeichnete Relation *modellieren*.

---

[5] Dabei setzt Frege voraus, daß die Funktionen des Quadrats und der 4. Potenz nicht nur für Zahlen, sondern für alle Gegenstände definiert sind – und zwar so, daß die 4. Potenz eines Arguments das Quadrat des Quadrats dieses Arguments ist.

[6] Jedenfalls sah Frege das offenbar so. Vgl. zu diesem Punkt auch unten Abschnitt 4.

In ähnlicher Weise können wir aus der Relation[7] $F\xi\psi$ mit Hilfe des Allquantors ‚$\forall y$' den Begriff $\forall yF\xi y$ bilden, der genau dann unter den durch ‚$\exists x$' ausgedrückten Begriff fällt, wenn es einen Gegenstand gibt, der zu allen Gegenständen in der Relation $F\xi\psi$ steht. Das heißt, mit dem Satz

$$\exists x\forall yFxy$$

sprechen wir der Relation $F\xi\psi$ eine Eigenschaft 2. Stufe zu – die Eigenschaft, die einer Relation $\Gamma\xi\psi$ 1. Stufe genau dann zukommt, wenn es einen Gegenstand gibt, der zu allen Gegenständen in der Relation $\Gamma\xi\psi$ steht. Auch diese Eigenschaft können wir somit im Rahmen der Fregeschen Logik ausdrücken, ohne ein spezielles Zeichen für sie einführen zu müssen.

Die Mittel, die Freges Logik zur Verfügung stellt, sind also ausgesprochen produktiv. Sie erlauben es, eine unendliche Anzahl von Eigenschaften und Relationen 2. Stufe zu modellieren. Und dies gilt für die Mittel der Logik, von der Kant ausgeht, offensichtlich nicht. Ganz im Gegenteil. Es ist nicht zu sehen, wie man mit den Mitteln, die diese Logik bereitstellt, über die durch ‚*a*', ‚*e*', ‚*i*' und ‚*o*' ausgedrückten Beziehungen zwischen einstelligen Begriffen 1. Stufe hinaus kommen soll. Dies ist meiner Meinung nach der Hauptgrund für den Vorwurf, daß in der Logik, die Kants Urteilstafel zugrundeliegt, viele gültige Regeln des Schließens außer acht gelassen werden.

3.

Gibt es nun einen Grund für die Annahme, daß Frege, indem er den Ausdrucksreichtum der Logik erheblich erweitert, zugleich den Bereich der formalen Logik, so wie Wolff sie im Anschluß an Kant auffaßt, verläßt? In Wolffs Buch gibt es zwei Überlegungen, die für diese Auffassung zu sprechen scheinen.

Die erste findet sich in der folgenden Passage:

„Ganz allgemein gesprochen, kann die formale Logik zwischen (monadischen) Prädikaten und Relationen ebensowenig unterscheiden, wie zwischen dyadischen und triadischen Relationen, da dieser Unterschied schon den Inhalt des Prädikatausdrucks betrifft." (S. 227)

Dies ist nun wirklich eine erstaunliche und, wie mir scheint, auch unzutreffende Behauptung. Denn selbst wenn man zugesteht, daß es auf gewisse Weise etwas mit dem Inhalt eines Prädikats zu tun hat, ob es eine Eigenschaft oder eine Relation ausdrückt, so kann doch auch die formalste Logik nicht auf die Unterschei-

[7] Frege nennt zwei- und mehrstellige Begriffe ‚Relationen'.

dung zwischen ein- und mehrstelligen Begriffen verzichten. Der Grund dafür ist einfach: Einstellige Begriffe haben andere formale Eigenschaften und stehen in anderen formalen Beziehungen zueinander als mehrstellige Begriffe. Die grundlegenden, durch All- und Existenzquantor ausgedrückten Eigenschaften z. B. können nur einstellige Begriffe 1. Stufe besitzen, während bei zweistelligen Begriffen 1. Stufe Eigenschaften wie Reflexivität, Symmetrie und Transitivität ins Spiel kommen oder auch Eigenschaften wie die, die durch die Prämisse und die Konklusion des Schlusses (2) ausdrückt werden. Und dasselbe gilt für die formalen Beziehungen zwischen Begriffen 1. Stufe. Tatsächlich ist es auch gar nicht so, daß in der traditionellen Logik kein Unterschied zwischen ein- und mehrstelligen Begriffen gemacht würde; vielmehr werden die mehrstelligen Begriffe ignoriert. Denn die mit ‚*a*', ‚*e*', ‚*i*' und ‚*o*' ausgedrückten Beziehungen können nur zwischen einstelligen Begriffen bestehen – z.B. zwischen den Begriffen *Hund* und *Tier*, aber nicht zwischen den Begriffen *ist Vater von* und *ist älter als*. Insofern ist schon ein Satz wie „Alle Väter sind älter als ihre Kinder" in der traditionellen Logik nicht angemessen analysierbar. Und hierin ist einer der schwerwiegendsten Einwände gegen diese Logik begründet: Sie ist schon von ihrer Anlage her monadisch und daher nicht in der Lage, die Logik von Relationen auch nur zu formulieren.

Wenn formale Logik in dem Sinne allgemein ist, daß sie davon abstrahiert, auf welche Gegenstände die von ihr untersuchten Begriffe zutreffen und ob diese Begriffe überhaupt auf einen Gegenstand zutreffen, kann das also nicht heißen, daß sie auch davon abstrahiert, ob diese Begriffe Eigenschaften oder Relationen ausdrücken. Es kann nur heißen, daß sie davon abstrahiert, *welche Eigenschaften* die *einstelligen* Prädikate und *welche Relationen* die *mehrstelligen* Prädikate ausdrücken. Für Frege wäre die erste Abstraktion im übrigen von vornherein unmöglich, da man jedem Prädikat ‚ansieht', ob es ein- oder mehrstellig ist, da alle Prädikate eine entsprechende Anzahl von Leerstellen mit sich führen.

Die zweite Überlegung, die man in diesem Zusammenhang heranziehen kann, hat etwas damit zu tun, daß formale Logik im Sinne Kants Wolff zufolge nicht nur allgemein, sondern auch elementar und rein ist. Daß formale Logik elementar ist, heißt, daß die Regeln dieser Logik nicht auf andere Regeln zurückführbar sind. Dieser Punkt muß uns an dieser Stelle nicht weiter beschäftigen. Wichtiger ist hier, daß formale Logik außerdem rein ist. ‚Reinheit' soll in diesem Zusammenhang zweierlei heißen. Es soll erstens heißen, daß es in der formalen Logik nicht um die Gesetze des *wirklichen* Denkens geht (diese gehören eher in den Bereich der Psychologie), sondern um die Gesetze des *richtigen* Denkens. Zweitens soll es auch heißen, daß formale Logik „in einem bestimmten Sinne abstrakt" ist.

„‚Rein' heißt hier soviel wie ‚abstrakt'. Die formale Logik untersucht das Denken also in Abstraktion, und zwar in Abstraktion von der Art und Weise, wie man zu zahlen hätte, wäre gewaltig. Daß man das, was mit Hilfe von Individuenvariablen ausgedrückt wird, auch ohne Individuenvariablen ausdrücken *könnte*, zeigt meiner Meinung nach allerdings, daß die Verwendung von Individuenvariablen *nicht* bedeutet, daß die moderne Logik in einem mit ihrem formalen Charakter nicht vereinbaren Sinne ‚unrein' wäre.

Zweitens sollte man darauf hinweisen, daß – zumindest Frege zufolge – auf Individuenvariablen gar nicht verzichtet werden kann. Denn Prädikate führen nach Frege Leerstellen mit sich, die geschlossen werden müssen, damit ein vollständiger Satz entsteht. Geschlossen werden können Leerstellen jedoch nur durch Individuenkonstanten (Namen) oder Individuenvariablen. Wenn man auf Individuenkonstanten verzichten will, ist die Verwendung von Individuenvariablen deshalb unvermeidlich.[9]

Drittens schließlich beruht Wolffs Auffassung meiner Meinung nach auf einem Mißverständnis dessen, was die ‚Abstraktheit' der formalen Logik ausmacht. Daß es die formale Logik nur mit den formalen oder abstrakten Eigenschaften und Beziehungen von Begriffen zu tun hat – unabhängig davon, worauf sich diese Begriffe beziehen bzw. ob sie sich überhaupt auf etwas beziehen, heißt nämlich nicht, daß diese Eigenschaften und Beziehungen selbst unabhängig davon wären, *wie* sich Begriffe auf Gegenstände beziehen. Ganz im Gegenteil. Mit Frege scheint es mir richtig zu sagen: „Die logische Grundbeziehung ist die des Fallens eines Gegenstandes unter einen Begriff".[10] Die formalen Eigenschaften und Beziehungen von Begriffen sind daher dadurch bestimmt, ob und wie Gegenstände unter diese Begriffe fallen. Ein Begriff F hat die durch den Allquantor ausgedrückte Eigenschaft genau dann, wenn alle Gegenstände unter ihn fallen, und er hat die durch den Existenzquantor ausgedrückte Eigenschaft genau dann, wenn es mindestens einen Gegenstand gibt, der unter ihn fällt. Entsprechendes gilt auch für die durch ‚a' und ‚i' ausgedrückten Relationen zwischen einstelligen Begriffen. Die aristotelische Lesart von ‚FaG' z. B.: G kommt allen F zu, läßt sich nämlich auch nur so verstehen: Alle Gegenstände, die unter F fallen, fallen unter G. Auch diese Aussage sagt also etwas über die Begriffe F und G, indem sie etwas über die Gegenstände sagt, die unter F fallen. Mit anderen Worten: Die Aussagen ‚$\forall xFx$', ‚$\exists xFx$' und ‚FaG' sind zwar Aussagen über die Begriffe F bzw. F und G; aber sie sagen aus, daß diese Begriffe bestimmte Eigenschaften haben bzw. in einer bestimmten Relation zueinander stehen, indem sie etwas darüber sagen, ob bzw. welche Gegenstände unter diese Begriffe fallen. Wenn das so ist, dann scheint es aber geradezu natürlich, diese Aussagen mit Hilfe von Individuenvariablen zu formulieren. Auch der Gebrauch von Individuenvariablen ist somit kein Argument gegen den formalen Charakter der modernen Logik.

---

[9] Für Frege wäre daher eine Notation wie ‚FaG' auf jeden Fall nicht formal korrekt, da in ihr die Leerstellen der Prädikate ‚F' und ‚G' nicht berücksichtigt werden.

[10] [Ausführungen über Sinn und Bedeutung]. In: G. Frege, *Schriften zur Logik und Sprachphilosophie. Aus dem Nachlaß.* Hg. von G. Gabriel. Hamburg: Felix Meiner 1978², S. 25.

4.

Meiner Meinung nach zeigen die Überlegungen der letzten Abschnitte, daß es Wolff nicht gelungen ist, nachzuweisen, daß die moderne Logik keine formale Logik im Sinne Kants ist, da sie nicht allgemein, nicht elementar oder nicht rein ist. In diesem Abschnitt möchte ich trotzdem noch einige Bemerkungen über die Möglichkeit anfügen, das klassische logische Quadrat in der modernen Logik zu rekonstruieren, da sich in diesem Zusammenhang einige grundsätzliche Probleme der Idee einer vollständigen Urteilstafel erläutern lassen.

Im zweiten Teil des Anhangs seines Buchs geht Michael Wolff im Abschnitt 2.1 ausführlich auf die Probleme ein, die mit dem Versuch verbunden sind, das klassische logische Quadrat im Rahmen der auf Frege zurückgehenden modernen Logik zu rekonstruieren. Die Einzelheiten dieser Diskussion sind hier nicht entscheidend. Wichtig sind mir nur zwei Punkte: Erstens, daß Wolff davon auszugehen scheint, daß die Beziehungen des logischen Quadrats sozusagen grundlegend und unanfechtbar sind, so daß jede Logik, die Schwierigkeiten damit hat, diese Beziehungen zu rekonstruieren, schon aus diesem Grund als defekt anzusehen ist. Und zweitens, daß Wolff viel daran liegt, nachzuweisen, daß sich diese Beziehungen nur dann – sozusagen problemlos – ergeben, wenn man davon ausgeht, daß *a*- und *i*-Aussagen eine ‚Existenzbindung' haben (d. h., daß diese Aussagen nur dann wahr sind, wenn ihre Subjektbegriffe nicht leer sind), während dies für *e*- und *o*-Aussagen nicht gilt.

Nehmen wir einmal an, daß Wolff in diesem letzten Punkt Recht hat. Dann heißt das, daß es gute Gründe für die Annahme gibt, daß die klassischen *a*-, *e*-, *i*- und *o*-Aussagen folgende Wahrheitsbedingungen haben:

‚*FaG*' ist genau dann wahr, wenn alle Gegenstände, die unter *F* fallen, auch unter *G* fallen und *F* nicht leer ist.

‚*FeG*' ist genau dann wahr, wenn kein Gegenstand, der unter *F* fällt, unter *G* fällt (was auch der Fall ist, wenn *F* leer ist).

‚*FiG*' ist genau dann wahr, wenn mindestens ein Gegenstand, der unter *F* fällt, auch unter *G* fällt.

‚*FoG*' ist genau dann wahr, wenn mindestens ein Gegenstand, der unter *F* fällt, nicht unter *G* fällt oder *F* leer ist.

Nun ist offensichtlich, daß die modernen Gegenstücke der klassischen *a*- und *o*-Aussagen nicht dieselben Wahrheitsbedingungen haben. Denn es gilt:

‚$\forall x(Fx \rightarrow Gx)$' ist genau dann wahr, wenn alle Gegenstände, die unter *F* fallen, auch unter *G* fallen (was auch der Fall ist, wenn *F* leer ist).

‚$\forall x(Fx \rightarrow \neg Gx)$' ist genau dann wahr, wenn kein Gegenstand, der unter *F* fällt, unter *G* fällt, (was auch der Fall ist, wenn *F* leer ist).

,$\exists x(Fx \wedge Gx)$' ist genau dann wahr, wenn es mindestens einen Gegenstand gibt, der unter *F* und unter *G* fällt.

,$\exists x(Fx \wedge \neg Gx)$' ist genau dann wahr, wenn es mindestens einen Gegenstand gibt, der unter *F*, aber nicht unter *G* fällt.

Aber was folgt daraus? Zeigt es, daß mit den Wahrheitsbedingungen dieser Aussagen etwas nicht in Ordnung ist? Vielleicht kann man sagen, daß die klassischen *a*-, *e*-, *i*- und *o*-Aussagen in ihren Wahrheitsbedingungen (so wie sie gerade erläutert wurden) den umgangssprachlichen ,alle'-, ,kein'-, ,einige sind'- und ,einige sind nicht'-Aussagen näher sind als ihre modernen Gegenstücke.[11] Aber auch daraus folgt natürlich nicht viel, da die deutsche Umgangssprache ebenfalls keine Sonderstellung für sich beanspruchen kann.

Worauf ich hinaus will, ist folgendes: Die modernen Gegenstücke der vier Aussageformen der klassischen Syllogistik haben z. T. andere Wahrheitsbedingungen als diese. Doch daraus folgt nicht, daß sie minderwertig oder defekt wären; sie sind nur *anders*. Es gibt keine Möglichkeit, die Festlegung der Wahrheitsbedingungen für bestimmte Formen von Sätzen als richtig oder falsch zu qualifizieren; sie können nur mehr oder weniger praktikabel sein. Grundsätzlich ist jede Festlegung von Wahrheitsbedingungen gleich legitim. Auch daß zwischen den modernen Gegenstücken der klassischen *a*-, *e*-, *i*- und *o*-Aussagen nicht genau die Beziehungen des logischen Quadrats bestehen, kann man nicht gegen sie ins Feld führen. Zwischen ihnen bestehen eben *andere* logische Beziehungen, was aufgrund der leicht unterschiedlichen Wahrheitsbedingungen auch nicht anders zu erwarten ist.

Wenn man dies akzeptiert, ergeben sich jedoch weitreichende Konsequenzen. Denn wenn man plausiblerweise davon ausgeht, daß zwei Sätze mit unterschiedlichen Wahrheitsbedingungen nicht dieselbe logische Form haben, dann haben die Sätze ,$\forall x(Fx \rightarrow Gx)$' und ,$\exists x(Fx \wedge \neg Gx)$' eine *andere* logische Form als die Sätze ,*FaG*' und ,*FoG*'. Und dann ist die Kantische Urteilstafel daher schon deshalb unvollständig, *weil sie Sätze dieser logischen Form nicht enthält.* Doch damit nicht genug. Wenn die logische Form eines Satzes abhängt von den logischen Konstanten, die in ihm vorkommen, und von den Wahrheitsbedingungen, durch die diese Konstanten definiert sind, dann gibt es so viele unterschiedliche Satzformen, wie es verschiedene Konstanten mit unterschiedlichen Wahrheitsbedingungen gibt. Und da dem Einfallsreichtum bei der Einführung neuer logischer Konstanten keinerlei Grenzen gesetzt sind, heißt dies, daß die Zahl unterschiedlicher Satzformen grundsätzlich unbegrenzt ist.[12] Die Suche nach einer vollständigen Urteilstafel ist daher aus prinzipiellen Gründen zum Scheitern ver-

[11] Auch wenn das für *o*-Aussagen eher unplausibel ist.

[12] Auch die Einführung der ,intermediate quantifiers', ,percentage quantifiers' und ,cardinality quantifiers', von denen im Beitrag Ulrich Nortmanns die Rede ist, kann in diesem Sinne als Einführung neuer logischer Konstanten aufgefaßt werden.

urteilt. Sinnvoll kann immer nur im Hinblick auf eine vorgegebene Menge logischer Konstanten gefragt werden, welche dieser Konstanten auf andere zurückgeführt werden können. Die neuere Logik hat jedoch gezeigt, daß man auch auf diese Frage keine eindeutige Antwort erwarten darf.[13]

[13] Denn ebenso wie man den Allquantor mit Hilfe des Existenzquantors definieren kann, kann man den Existenzquantor auf den Allquantor zurückführen. Und ebenso wie man alle Junktoren auf den Sheffer-Strich zurückführen kann, kann man den Sheffer-Strich durch ‚$\wedge$' und ‚$\neg$' definieren.