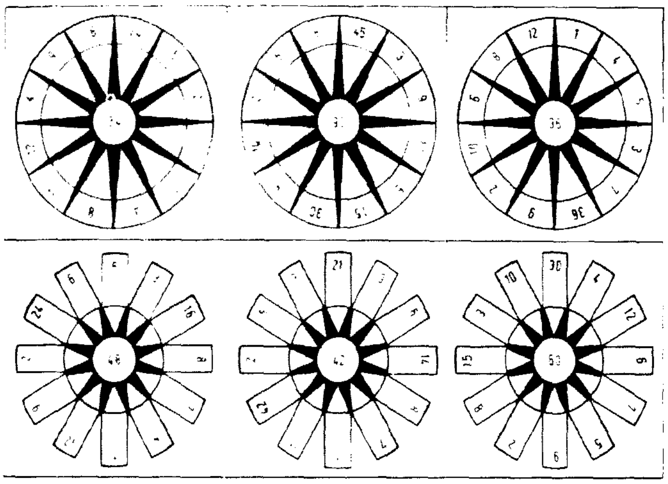

Abb. 3: Lösung zur Vorlage 3

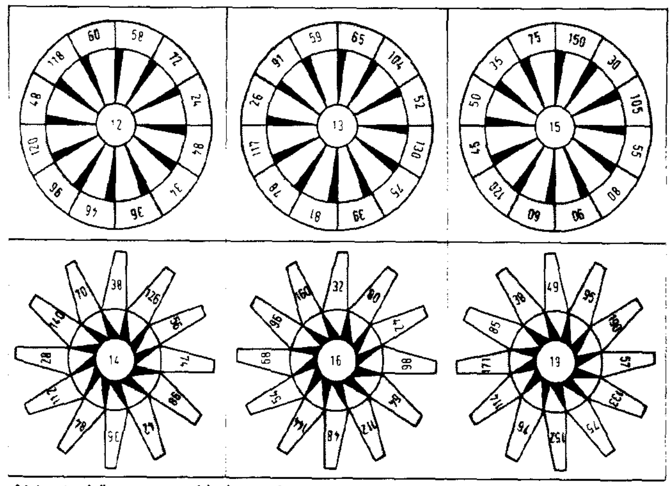

Abb. 4: Lösung zur Vorlage 4

Bilden die Arbeitsblätter den Kernpunkt einer Übungsstunde, werden sie als Ganzes benutzt.
In jedem Fall erläutert der Lehrer die Arbeitsweise an Hand der Beispielaufgabe auf der Folie oder an der Wandtafel.

Mit der Gruppe der leistungsschwächeren Schüler löst der Lehrer weitere Aufgaben und läßt an mehreren Beispielen mögliche Lösungswege verbalisieren.

Mathematik

Problembereiche bei den schriftlichen Rechenverfahren

Typische Schülerfehler — mögliche Ursachen — Gegenmaßnahmen

Von *Friedhelm Padberg* in Bielefeld

1. Einleitung

Die Hauptgrundlage dieser Arbeit bilden in den letzten Jahren durchgeführte umfangreiche eigene empirische Untersuchungen. Diesen Untersuchungen ging jeweils eine gründliche Analyse einschlägiger deutschsprachiger und angloamerikanischer Arbeiten voraus. Auf dieser Grundlage erstellten wir diagnostische Tests zu den verschiedenen schriftlichen Rechenverfahren.

Ein wichtiges Anliegen war die Aufdeckung und Bekämpfung *systematischer* Fehler. So kann ein *einziger systematischer* Fehler die Anzahl richtig gelöster Aufgaben sehr stark nach unten drücken (im äußersten Fall bis auf Null), während sich andererseits gerade diese Fehler gut gezielt bekämpfen und so relativ rasch *große* Erfolge erzielen lassen.

Hierbei nennen wir bei unseren Untersuchungen zum schriftlichen Subtrahieren und Multiplizieren einen Fehler *systematisch*, wenn er von dem betreffenden Schüler bei *mindestens der Hälfte* aller in Frage kommenden Aufgaben gemacht wird.

Bei der schriftlichen Division konnten wir aus Gründen des Testumfangs nicht von jedem Aufgabentyp mehrere gleichschwere Aufgaben in den Test aufnehmen. Wir haben daher versucht, die Aufgaben so zusammenzustellen, daß sie die fehlerauslösenden Schwierigkeitsmerkmale noch genügend häufig beinhalten, um zufällige (Flüchtigkeitsfehler) von systematischen Fehlern unterscheiden zu können. So nennen wir bei der schriftlichen Division einen Fehler *systematisch*, wenn er von dem betreffenden Schüler in seinem Test *mindestens dreimal* gemacht wird.

Wir sprechen im folgenden von *typischen* Schülerfehlern, wenn diese Fehler in unserer Untersuchung häufig, aber nicht notwendig systematisch, gemacht werden.

Von den vier schriftlichen Rechenverfahren bereitet die schriftliche Addition den Schülern die wenigsten, die schriftliche Division die meisten Schwierigkeiten, wie etwa der Anteil der Schüler, die systematische Fehler machen, deutlich belegt.

Während wir uns im Bereich der schriftlichen Addition auf Befunde von *Gerster* (1982) stützen, untersuchten wir bei der schriftlichen Subtraktion und Multiplikation jeweils 31 Klassen des 4. Schuljahres an 16 verschiedenen Grundschulen (vgl. auch *Kühnhold/Padberg* [1986], *Stiewe/Padberg* [1986]), bei der schriftlichen Division 11 Klassen des 4. Schuljahres (Testaufgaben mit einstelligen Divisoren) an 6 verschiedenen Grundschulen sowie 11 Klassen des 5. Schuljahres (Testaufgaben mit zweistelligen Divisoren) an 5 verschiedenen Realschulen (vgl. *Bathelt/Post/Padberg* [1986]).

Neben der Darstellung der wichtigsten typischen und systematischen Schülerfehler bei den vier schriftlichen Grundrechenverfahren gehen wir in dieser Arbeit auch auf die Ursachen dieser Fehler sowie auf mögliche Gegenmaßnahmen ein.

2. Addition

Lassen wir Schüler die folgenden Aufgaben lösen, so werden die Aufgaben in der linken Spalte im Mittel häufiger *richtig* gelöst als die entsprechenden Aufgaben in der rechten Spalte:

$$\begin{array}{r} 465 \\ +\,324 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 465 \\ +\,364 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 424 \\ +\,361 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 424 \\ +\,301 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 251 \\ +\,417 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 51 \\ +\,417 \\ \hline \end{array}$$

Die rechten Aufgaben weisen nämlich ein zusätzliches Schwierigkeitsmerkmal auf, und zwar
— bei der Anzahl der *Überträge* (1. Zeile)
— bei der Frage des Auftretens von *Nullen* im Ergebnis oder bei den Summanden (2. Zeile)
— bei der *Stellenanzahl* beider Summanden (ohne oder mit Stellenunterschied; 3. Zeile)

Zusätzlich beeinflußt u. a. auch noch der benutzte *Zahlenraum* sowie die *Anzahl der Summanden* den Schwierigkeitsgrad einer Additionsaufgabe.

Die schriftliche Addition fällt den Schülern am leichtesten von allen vier Grundrechenarten. Auf *zwei Fehlergruppen* massieren sich nach *Gerster* (1982) die Fehler: Knapp die Hälfte aller Fehler entfällt auf *Fehler beim Kleinen Einsundeins,* und zwar insbesondere auf Fehler, bei denen das falsche Ergebnis nur um 1 vom richtigen Ergebnis abweicht.

Dieser Fehler entsteht dadurch, daß der betreffende Schüler die benutzten Einsundeinsaufgaben *nicht auswendig* kennt, sondern erst durch *Weiterzählen* löst und hierbei falsche Weiterzählstrategien anwendet (vgl. *Padberg* [1986]).

Daneben sind etwa die Hälfte aller Schülerfehler *Übertragsfehler.* Hierbei unterschieden wir zwischen *fehlerhaften Überträgen* und der *Nichtberücksichtigung von Überträgen.*

Die folgende Aufgabe verdeutlicht die häufigste *fehlerhafte Übertragsstrategie:*

$$\begin{array}{r} 2\;6\;7 \\ +\,4\;3\;8 \\ \hline 6\;\underline{915} \\ \blacktriangle \end{array}$$

Bei der *Nichtberücksichtigung von Überträgen* differenzieren wir genauer nach Schülern, die generell die Überträge fortlassen (vgl. Beispiel [1]) und anderen Schülern, die nur in speziellen Situationen die Überträge nicht berücksichtigen (vgl. Beispiele [2] bis [4]).

Beispiele:

(1) $\begin{array}{r} 763 \\ +\,859 \\ \hline 15\underline{1}2 \\ \blacktriangle\blacktriangle \end{array}$ (*generell* kein Übertrag)

(2) $\begin{array}{r} 578 \\ +\,406 \\ \hline 9\underline{7}4 \\ \blacktriangle \end{array}$ (kein Übertrag zur *Null*)

(3) $\begin{array}{r} 578 \\ +\;\;91 \\ \hline \underline{5}69 \\ \blacktriangle \end{array}$ (kein Übertrag in die *leere* Stelle)

(4) $\begin{array}{r} 247 \\ +\;\;98 \\ \hline 3\underline{3}5 \\ \blacktriangle \end{array}$ (kein Übertrag zur *9*)

Besitzen die Summanden eine *unterschiedliche Stellenanzahl,* so tritt neben dem Übertragsfehler (3) häufig der folgende Fehler auf:

$$\begin{array}{r} 536 \\ +\;\;62 \\ \hline \underline{\;\;}98 \\ \blacktriangle \end{array}$$

Gerster (1982) vermutet als Ursache eine *Vernachlässigung* dieses Aufgabentyps bei der Behandlung der schriftliche Addition (zu starke oder ausschließlich Behandlung von Summen mit jeweils *gleicher* Stellenanzahl) und daher eine Unsicherheit der Schüler an dieser Stelle.
Weisen schließlich die Summanden *Nullen* auf, so verursacht die fehlerhafte Additionstrategie $0 + a = 0$ weitere Fehler.
Zur Bekämpfung der *Übertragsfehler* als der wichtigsten Fehlergruppe bei der schriftlichen Addition sind nach *Gerster* (1982) folgende Maßnahmen sinnvoll:
— *Konsequente* Notation der Übertragsziffern (entweder immer oder nie)
— Beachtung des *Zusammenhanges* des Schreibens und Sprechens bei den Überträgen
— Freilassen einer vollen *Kästchenzeile* zwischen dem letzten Summanden und dem Summenstrich für die Notation der Übertragsziffern (Effekt von *Bestimmungslücken*)
— Notieren der Übertragsziffern *unter* die zulässige Spalte (und nicht mißverständlich *zwischen* die Spalten)

3. Subtraktion

3.1 Schwierigkeitsdimensionen / Diagnostischer Test

Auf der Grundlage der in der angloamerikanischen und deutschsprachigen Literatur beschriebenen Ergebnisse einschlägiger Untersuchungen erstellten wir einen *diagnostischen Subtraktionstest,* um so bei dieser Rechenart *systematische* oder auch nur *typische* Fehlerstrategien und -muster (vgl. 1) erkennen und klassifizieren zu können und um auf dieser Basis den Lehrern *gezielte Hinweise* für entsprechende vorbeugende Maßnahmen oder Gegenmaßnahmen geben zu können.
Der von uns erstellte Test umfaßt 24 Aufgaben und weist folgende *Charakteristika* auf:

— Der Zahlenraum reicht bis 100 000 (zusätzlich umfaßt eine Aufgabe einen sechsziffrigen Minuenden wie auch Subtrahenden).
— Die Minuenden sind weit überwiegend vier- bzw. fünfziffrig, die Subtrahenden drei- bzw. vierziffrig (vgl. Tabelle 1).
— Die Aufgaben weisen zu gleichen Teilen eine *Null* ausschließlich *im Ergebnis,* eine Null in den *gegebenen Zahlen* (und z. T. auch *zusätzlich* im Endergebnis) bzw. *überhaupt keine* Null auf.
— Bei den Aufgaben variiert die Anzahl der *Überträge* zwischen null und vier.

— Das Merkmal Übertrag wird darüber hinaus sehr *differenziert* berücksichtigt (z. B. Übertrag in eine leere Spalte, Übertrag zur 0, zur 9 usw.; vgl. *Kühnhold/Padberg* [1986]).
— Minuend und Subtrahend enthalten bei der Hälfte der Aufgaben *gleichviele* Stellen, bei der anderen Hälfte *Stellenunterschiede* bis zu zwei Stellen.
— Das Merkmal „gleiche Ziffern innerhalb einer Aufgabe" wird differenziert abgetestet (vgl. *Kühnhold/Padberg* [1986]).
— Der Sonderfall „Minuend kleiner als Subtrahend" wird berücksichtigt.

Unser Test besteht konkret aus folgenden Aufgaben:

Tabelle 1: Systematische Darstellung der im Subtraktionstest benutzten Aufgaben

Subtraktionstest	keine Null	Nullen in den gegebenen Zahlen	Null im Ergebnis
kein Übertrag	746 − 532	8067 − 4020	5738 − 717
ein Übertrag	713 − 281	7705 − 462	3964 − 2558
	3279 − 628	5437 − 2091	5268 − 4838
zwei Überträge	5643 − 4295	1503 − 396	74254 − 4156
	9638 − 675	8973 − 8085	123781 − 116762
mind. 3 Überträge	88555 − 33999	60107 − 309	72184 − 3978
	43362 − 42974	20010 − 420	51365 − 9385
Sonderfälle	6352 − 6413	1000 − 333	8345 − 37642

3.2 Die wichtigsten systematischen Fehler

Rund 14 % der untersuchten Schüler unterläuft *mindestens ein* systematischer Fehler.
Wir identifizierten insgesamt 19 verschiedene *systematische* Fehler. Allerdings *massieren* sich die systematischen Fehler zu deutlich mehr als 50 % auf *nur drei* Fehlermuster.
Bezüglich der Häufigkeit des Auftretens von systematischen Fehlern lassen sich *signifikante* Unterschiede zwischen den einzelnen Klassen feststellen: Während wir in 13 Klassen *keine* systematischen Fehlerstrategien identifizieren konnten, variiert der Anteil der Schüler mit systematischen Fehlern in den *übrigen* 18 Klassen zwischen 8 % und 56 %.

***Tabelle 2: Die wichtigsten systematischen* Subtraktionsfehler**

Beispiel	Fehlermuster	Anteil der Schüler mit dem jeweiligen Fehler
273 − 197 = 124	Spaltenweise Unterschiedsbildung	3 %
574 − 216 = 368	Keine Berücksichtigung des Übertrags (generell)	3 %
786 − 92 = 794	Kein Übertrag in die leere Stelle (Sonderfall)	2 %

3.3 Fehlergruppen und Fehlerhäufigkeiten

Unterteilen wir in Anlehnung an eine entsprechende Klassifikation von *Gerster* (1982) die von den Schülern insgesamt gemachten Fehler nach *Fehlergruppen*, so erhalten wir folgendes *Ergebnis:*

Tabelle 3: Aufteilung der Fehler nach Fehlergruppen

Fehlergruppe	Anteil an der Fehlerzahl
1. Übertragsfehler	50 %
2. Rechenrichtungsfehler	17 %
3. Perseverationsfehler	10 %
4. Fehler mit der Null	8 %
5. Einsundeinsfehler	8 %
6. Anwendung der inversen Operation (Addition statt Subtraktion)	5 %
7. Fehler durch unterschiedliche Stellenanzahl	4 %

Hierbei bestehen die *Rechenrichtungsfehler* fast ausschließlich aus der in der Tabelle 2 aufgeführten spaltenweisen Unterschiedsbildung. Unter *Perseverationsfehlern* verstehen wir nach *Weimar* (1925) Fehler, die dadurch entstehen, daß im Bewußtsein fest verankerte Vorstellungen (z. B. Zahlen und Operationen) sich *gegenüber neuen* hartnäckig durchsetzen.
Die in Tabelle 3 genannte Abfolge kann natürlich stark durch die Anzahl der Aufgaben beeinflußt werden, bei denen die einzelnen Fehler der verschiedenen Fehlergruppen *überhaupt* auftreten können. Berücksichtigen wir dies, so gewinnt die Fehlergruppe „Fehler durch unterschiedliche Stellenzahl" deutlich an Gewicht, bei den übrigen Fehlergruppen ergeben sich hingegen *keine* nennenswerten Veränderungen.
In Übereinstimmung mit *weiteren,* uns bekannten Untersuchungen bildet der *Übertrag* bei der Subtraktion die *wichtigste* Fehlerquelle. Hierbei wird in rund *drei Viertel* aller Fälle der Übertrag einfach *überhaupt nicht* berücksichtigt. Gerade bei „kniffligen" Aufgaben neigt ein nicht unbeträchtlicher Teil der Schüler hierzu. Nach unseren Befunden trifft dies insbesondere für Aufgaben zu, die im Subtrahend eine 9 aufweisen und in denen eine Null in

den gegebenen Zahlen vorkommt, ferner für Aufgaben mit unterschiedlicher Stellenanzahl bei Minuend und Subtrahend und einer Null im Minuenden.

3.4 Auswirkungen ausgewählter Faktoren auf die Rechenleistungen

3.4.1 Notation der Überträge

Zwischen der Häufigkeit der *Notation der Überträge* und der Anzahl *richtig* gelöster Aufgaben besteht ein enger Zusammenhang, wie man der folgenden Tabelle entnehmen kann:

Tabelle 4: Notation der Überträge und Anzahl richtig gelöster Aufgaben

Notation der Überträge	Anteil richtig gelöster Aufgaben (in %)
immer	88
nie	81
manchmal	65

Als Lehrer sollte man daher darauf achten, daß die Schüler die Überträge *konsequent* notieren. Eine nur *gelegentliche* Notation ist offenbar äußerst ungünstig.

Allerdings ist die Schülergruppe, die so verfährt, in unserer Untersuchung nur *relativ klein.* Rund Dreiviertel der untersuchten Schüler notieren dagegen die Überträge bei der Subtraktion *ständig.*

3.4.2 Nichtdezimale Stellenwertsysteme

Eine *relativ ausführliche* Behandlung der schriftlichen Subtraktion in *nichtdezimalen* Stellenwertsystemen (vgl. *Padberg* [1981]) zahlt sich nach unseren Befunden *positiv* aus, und zwar durch einen *auffallend geringen* Anteil von Schülern mit *systematischen* Fehlern sowie durch eine hohe Quote *richtig gelöster* Aufgaben (vgl. die Tabelle 5):

Tabelle 5: Behandlung *nichtdezimaler* Stellenwertsysteme, Anteil richtig gelöster Aufgaben und Anteil der Schüler mit *systematischen* Fehlern

Behandlung nichtdezimaler Stellenwertsysteme	Anteil richtig gelöster Aufgaben (in %)	Anteil der Schüler mit systematischen Fehlern (in %)
relativ ausführlich	93	3
nur kurz	81	15
überhaupt nicht	78	16

Das bessere Abschneiden der Schüler, die die schriftliche Subtraktion zuvor relativ ausführlich in *nichtdezimalen* Stellenwertsystemen kennengelernt haben, könnte damit zusammenhängen, daß diese Schüler bei der schriftlichen Subtraktion zunächst *nicht* auf bereits vorhandenes Vorwissen zurückgreifen und so z. B. die Größenordnung des Ergebnisses in etwa abschätzen können. Sie sind *stattdessen* vielmehr gezwungen, das Verfahren zunächst systematisch und gründlich zu erlernen. (Wegen weiterer Argumente vgl. *Padberg* [1986] und *Padberg* [1981]).

Die *insgesamt besten* Ergebnisse erzielten in unserer Untersuchung *die* Klassen, in denen die Subtraktionen in *nichtdezimalen* Stellenwertsystemen relativ ausführlich behandelt worden war und *zugleich* auch die *Überträge stets konsequent* notiert wurden.

3.5 Abschließende Bemerkungen

Nach unseren Befunden beruht mehr als ein Drittel aller falschen Aufgabenlösungen zur Subtraktion auf *systematischen* Fehlern. Jeder siebte Schüler begeht *mindestens einen* derartigen Fehler. Bei dem Bemühen um eine Fehlerreduzierung muß daher bei diesen *systematischen* Fehlern angesetzt werden, da hier wegen der Konzentration auf *einige wenige* fehlerhafte Strategien gezielte Maßnahmen den *stärksten* Erfolg versprechen. So kann der einzelne Lehrer bei Kenntnis der *besonders fehlerträchtigen Bereiche* bei der schriftlichen Subtraktion hier bewußt vorbeugen bzw. geeignete Gegenmaßnahmen ergreifen, um ein *Einschleifen* von fehlerhaften Rechenstrategien möglichst zu verhindern.

Hilfreich ist auch der Einsatz von *überschaubaren* Aufgaben bei der *schriftlichen* Subtraktion, die der Schüler zur *Kontrolle* auch *im Kopf* rechnen kann. Hier entsteht dann beim Vorliegen *fehlerhafter* Strategien ein *kognitiver Konflikt,* der die Schüler gegen diese Fehlerstrategien *resistenter* machen kann. Es empfiehlt sich ferner, *Teilfertigkeiten* gezielt einüben zu lassen, so z. B. die Bestimmung von *Übertragsziffern* (vgl. auch *Gerster* [1982]).

Der *weit überwiegende* Teil der Fehler hängt nach unseren Befunden mit dem *Übertrag* zusammen. Die Aufgaben *ohne* Übertrag bereiten den Schülern dagegen praktisch *keine* Schwierigkeiten. Viele Schüler versuchen, ihre beträchtlichen Schwierigkeiten mit dem Übertrag in der weit überwiegenden Zahl der Fälle einfach durch eine *Nichtberücksichtigung der Übertragsziffern zu lösen. Dies trifft besonders stark bei etwas „kniffligen" Aufgaben zu (vgl. 3.3). Die Ursache hierfür ist offenkundig eine nur ungenügende Einsicht in die Technik des Stellenwertübertrags.*

Das mangelnde Verständnis für das Subtraktionsverfahren, und zwar insbesondere für den Stellenwertübertrag, wird auch bei den beiden Testaufgaben, die im Bereich der natürlichen Zahlen unlösbar sind, besonders deutlich. So erkennt lediglich ein Viertel der Schüler, daß das vertraute Subtraktionsverfahren auf diese Aufgaben *nicht* angewandt werden kann und macht dies durch eine entsprechende Notiz kenntlich. Die große Mehrheit hingegen rechnet zunächst — wie gewohnt — rein ziffernweise, ohne die Zahlen als Ganzes zu erfassen, und führt dann durch fehlerhafte Ausweichreaktionen (z. B. durch die Notation einer Null in der höchsten Stellenwertspalte) die Aufgaben zu einem *fehlerhaften* Ende.

Aufgrund unserer Befunde ist es empfehlenswert, das schriftliche Subtraktionsverfahren *zunächst* in einer überschaubaren, kleineren *nichtdezimalen* Basis einzuführen. Dies verlangt von den Schülern eine *gründliche Einarbeitung* in das Verfahren und zahlt sich offenkundig in einem *vertieften Verständnis* aus.

Auch die *konsequente* Notation der Übertragsziffern bei der schriftlichen Subtraktion ist offensichtlich hilfreich. Sie trägt zwar nicht zu einem vertieften Verständnis des Subtraktionsverfahrens bei, hilft jedoch, Fehler infolge der *Überlagerung* verschiedener Merkprozesse beim Kalkül zu reduzie-

ren und ist auch bei der *Kontrolle* der Aufgaben hilfreich.
Die drastischen *Unterschiede* in der Häufigkeit des Vorkommens *systematischer* Fehler zwischen den einzelnen Klassen sind frappierend. Wir vermuten, daß dies eng damit zusammenhängt, inwieweit der einzelne Lehrer gezielte — oder zumindest intuitive — Kenntnisse über typische Schülerfehler besitzt und seinen Unterricht entsprechend gestaltet. Daher ist es äußerst wichtig, Lehrer für charakteristische Fehler und Schülerschwierigkeiten zu sensibilisieren.

---

4. Multiplikation

4.1 Schwierigkeitsdimensionen / Diagnostischer Test

Der von uns erstellte und in unserer Untersuchung benutzte Test besteht aus 12 Aufgaben und weist folgende *Charakteristika* auf:
— Der Zahlenraum reicht bis 300 000.
— Die Multiplikatoren sind zwei- bzw. dreistellig, die Multiplikanden i. a. dreistellig (einmal vier-, einmal zweiziffrig).
— Ein Teil der Aufgaben weist eine *Null* im Multiplikanden, Multiplikator bzw. in einem Teilprodukt auf. Dieses ist eine *sehr wichtige* Schwierigkeitskomponente, da Nullen eine Vielzahl von Fehlern auslösen.
— Die *Anzahl* der Behalteziffern je Teilprodukt schwankt zwischen null und zwei. Sie bilden eine weitere *bedeutende* Fehlerquelle, weil sich beim Rechnen mit ihnen mehrere *Merkprozesse* überlagern (vgl. *Padberg* [1986]).
— Die Behalteziffern je Teilprodukt sind teils kleiner oder gleich 5 (niedrigere rechnerische Anforderungen, die Behalteziffern können mit Hilfe der Finger gemerkt werden), teils größer als 5 (höhere rechnerische Anforderungen, der Einsatz der Finger entfällt oder ist zumindest erschwert).
Die *Systematik* der Aufgabenkonstruktion sowie die konkret in unserer Untersuchung benutzten *Aufgaben* kann man folgender Tabelle 6 entnehmen.
Wegen weiterer Schwierigkeitsmerkmale sei an dieser Stelle auf die Arbeit von *Stiewe/Padberg* (1986) verwiesen.

Tabelle 6: Übersicht über die im Multiplikationstest enthaltenen Schwierigkeitsmerkmale

Multiplikationstest	— Zahlenraum bis 300 000 — Multiplikator zwei- bzw. dreistellig — Faktoren beim Einmaleins beliebig — Behalteziffern auch größer als 5 — Addieren einer Behalteziffer kann Zehnerübergang erfordern		
	keine Null	Null im Multiplikanden	Null im Multiplikator
keine Behalteziffern	① 712·23 1424 2136 16376	② 620·41 2480 620 25420	③ 531·30 15930
eine Behalteziffer je Teilprodukt < 5	④ 282·33 846 846 9306	⑤ 905·86 7240 5430 77830	⑥ 627·302 18810 1254 189354
eine Behalteziffer je Teilprodukt (Ausnahme 1. TP bei ⑧) mind. eine davon > 5	⑦ 47·93 423 141 4371	⑧ 380·179 380 2660 3420 68020	⑨ 281·980 2529 22480 275380
zwei beliebige Behalteziffern je Teilprodukt	⑩ 275·289 550 2200 2475 79475	⑪ 1044·86 8352 6264 89784	⑫ 239·400 95600

4.2 Die wichtigsten systematischen Fehler

Bei diesem Test macht, ähnlich wie schon bei der Subtraktion, etwa *jeder siebte Schüler* — also in einer Klasse von 30 Schülern im Durchschnitt 4 Schüler — *mindestens einen systematischen* Fehler. Nur einer kleiner Minderheit unterlaufen bei der Multiplikation zwei oder gar drei *verschiedene* systematische Fehler. Allerdings schwankt der Anteil der Schüler mit systematischen Fehlern *stark* von Klasse zu Klasse. So machten in zwei Klassen *über die Hälfte* aller Schüler *systematische* Fehler, während in anderen Klassen *keinem einzigen* Schüler systematische Fehler unterlaufen. Hierbei ist die Aufdeckung und Bekämpfung *systematischer* Fehler durch die betreffenden Lehrer besonders wichtig: So drückt *ein einziger* systematischer Fehler sehr stark die Anzahl richtig gelöster Aufgaben nach unten (im Extremfall auf Null), während sich andererseits gerade diese Fehler gut *gezielt bekämpfen* und so relativ rasch große *Erfolge* erzielen lassen.
Bei unserer Untersuchung identifizierten wir insgesamt *acht verschiedene* systematische Fehler, davon drei bei jeweils nur *einem* Schüler. Die fünf häufiger vorkommenden systematischen Fehler sind in der folgenden Tabelle 7 dargestellt:

Das Ergebnis macht deutlich, wie wichtig eine *sorgfältige* Beachtung der *Null* bei der schriftlichen Multiplikation ist, da allein 3 dieser 5 systematischen Fehler mit der Null zusammenhängen.

Tabelle 7: Liste der fünf häufigsten *systematischen* Fehler

Fehlerbeschreibung	Beispiel	Anteil der Schüler mit dem jeweiligen Fehler
Stellenwertbelegende Rolle der Null im 2. Faktor nicht beachtet	531·30 1593◄	5%
Stellenwertfehler durch falsche Anordnung der Teilprodukte	712·23 1424◄ 2136	5%
Einmaleinsfehler mit der Null im 2. Faktor	531·30 1593 531◄	3%
Einmaleinsfehler mit der Null im 1. Faktor	620·41 2484 ▲	1%
Behalteziffern als zusätzliche Stelle im (Teil-)Produkt notiert	282·33 6246 ▲	1%

4.3 Die häufigsten Fehler und mögliche Ursachen

Läßt man *die* Fehler, die bei der *Addition* der Teilprodukte auftreten, *unberücksichtigt, so kommen die in der folgenden Tabelle 8 ausgewiesenen Fehler am häufigsten* vor. Hierbei fällt auf, daß eine weitgehende *Übereinstimmung* zwischen den häufigsten *systematischen* Fehlern und den *insgesamt häufigsten* Fehlern besteht, daß hier also *nicht* von den systematischen Fehlern völlig abweichende *andere* Fehler, etwa Flüchtigkeitsfehler, das Bild *grundlegend* verändern. Bei der Anordnung der fünf häufigsten Fehler innerhalb der folgenden Tabelle 8 haben wir die durchschnittliche Häufigkeit des einzelnen Fehlers *pro entsprechender Aufgabe* für die Rangfolge zugrundegelegt.

Tabelle 8: Die fünf häufigsten Fehler sowie mögliche Fehlerursachen

Fehlerbeschreibung	mögliche Fehlerursachen
Stellenwertfehler durch falsche Anordnung der Teilprodukte, z. B. Ausrücken nicht beachtet	Anwendung einer falschen bzw. keiner Regel für die Anordnung der Teilprodukte; Bedeutung des Ausrückens wurde nicht erfaßt bzw. vergessen; Anhängenullen wurden möglicherweise zu früh weggelassen.
Stellenwertbelegende Rolle der Null im 2. Faktor nicht beachtet	Methodische Stufe „Multiplikation mit Vielfachen von 10" nicht ausführlich genug behandelt; Nullanhängungsregel zu formal ohne Einsicht der Schüler eingeführt; Vielfache von 10 werden nicht als Ganzes aufgefaßt, sondern zerlegt (z. B. 40 in 4 und 0); zu wenig Übung und damit keine Regel für das Rechnen mit Nullen; zu früh auf das Notieren der Endnullen verzichtet.
Einmaleinsfehler mit der Null im — zweiten Faktor — ersten Faktor	Falsche Vorstellung, daß bei Multiplikationsaufgaben das Resultat größer als die Einzelfaktoren bzw. so groß wie der größere Faktor sein muß; Aufgaben mit Nullen beim Erarbeiten des Einmaleins zu wenig berücksichtigt; keine Unterscheidung zwischen der Rolle der Null bei der Addition und Multiplikation
Einmaleinsfehler der Nähe (Beispiel: 8·3=21)	Zu starke Betonung des Aufsagens von Einmaleinsreihen, so daß sich die Schüler beim Abrufen des zu einem gegebenen Multiplikators gehörigen Produktes aus der auswendig gelernten Einmaleinsreihe leicht um ein Element vertun; Probleme beim ordinalen Zählen; Probleme durch das Zurückführen von Aufgaben auf sogenannte Königs- bzw. Stützpunktaufgaben
Einerstelle des vorangehenden Teilprodukts als Behalteziffer addiert (Beispiel: 126·6 1156) ▲	Produktziffer wirkt nach und setzt sich gegenüber der Behalteziffer durch (Perseverationsfehler); Verstärkung dieser Tendenz durch die *Betonung* der Produktziffer beim begleitenden Sprechen

4.4 Auswirkungen ausgewählter Faktoren auf die Rechenleistungen

4.4.1 Behalteziffern

Der Algorithmus der schriftlichen Multiplikation ist *sehr komprimiert.* Neben dem eigentlichen Rechenvorgang, bei dem die Fakten des Kleinen Einmaleins *sehr rasch* und *sicher* verfügbar sein müssen, sind zusätzlich noch *zwei verschiedene Merkprozesse* erforderlich (vgl. *Padberg* [1986]). Die Notiz von *Behalteziffern* könnte daher deutlich *entlastend* wirken. Obwohl jedoch viele der befragten Lehrer keine Bedenken haben, die Behalteziffern notieren zu lassen, macht der *überwiegende* Teil der von uns untersuchten Schüler von diesem Hilfsmittel *keinen* Gebrauch. Dabei ist nach unseren Befunden die *konsequente* Notation der Behalteziffern eine *sehr wirksame* Hilfe für die Schüler. So erzielen nämlich die Schüler, die die Behalteziffern *stets* mitschreiben, die *besten* Ergebnisse, mit Abstand gefolgt von denen, die sie nie oder nur manchmal notieren.

4.4.2 Endnullen

Rund die Hälfte der Schüler in unserer Untersuchung notiert konsequent die *Endnullen* beim Aufschreiben der Teilprodukte, die andere Hälfte benutzt die Kurzform *ohne* Endnullen. Die Schüler, die die Kurzform *ohne* Endnullen benutzen, machen hierbei *wesentlich mehr* Fehler. Das *konsequente* Notieren der Endnullen bei *allen* Aufgaben reduziert nämlich stark das Auftreten der entsprechenden systematischen Fehler.

4.4.3 Nullzeilen

Bei Aufgaben mit *Nullen* im *Multiplikator* notieren bei unserem Test knapp zwei Drittel der Schüler *fast immer* eine Nullzeile, ein Viertel wählt stets die eleganteste Form, nämlich die Nullen *ganz wegzulassen.* Der Rest schreibt die Nullzeilen *nur gelegentlich,* also bei ein oder zwei Aufgaben.

Die Häufigkeit der Notation der Nullzeilen hat hierbei einen deutlichen *Einfluß* auf die *Anzahl* der Fehler: So weisen Schüler, die *immer oder fast immer* Nullzeilen schreiben, *deutlich bessere* Ergebnisse auf als solche, die das nie oder nur manchmal machen.

4.5 Schlußfolgerungen

Aus unserer Untersuchung wie auch aus der Analyse einschlägiger angloamerikanischer und

deutschsprachiger Publikationen ergeben sich folgende *Schlußfolgerungen:*
— Die Multiplikation mit *Vielfachen von zehn* muß im Unterricht *gründlich* behandelt werden. Auf diese Phase ist *besonderes* Gewicht zu legen. Sie darf sich *nicht* im *Anhängen von Nullen* erschöpfen. Zum einen müssen ihr zahlreiche Übungen im mündlichen Rechnen vorausgehen, zum anderen sollte auch die Sprechweise sehr ausführlich sein. Ferner sind die Schüler immer wieder darauf hinzuweisen, daß sie mit 40 multiplizieren und nicht etwa mit 4 und 0.
— Zumindest in der Anfangsphase ist es angebracht, die *Behalteziffern* notieren zu lassen, damit sich die Schüler auf den Ablauf des Verfahrens konzentrieren können. Vielleicht wäre es sogar sinnvoll, diese Vorgehensweise *auch später* beizubehalten, zumal es bei der Addition und Subtraktion üblich ist, die Übertragsziffern schriftlich festzuhalten. Bei *besonders schwachen* Schülern bietet sich möglicherweise ein *Verzicht* auf das Normalverfahren und statt dessen der Einsatz eines Alternativverfahrens an (vgl. *Padberg* [1986]).
— Da das Mitschreiben der *Endnullen* einen positiven Einfluß auf die Anzahl der Stellenwertfehler ausübt, erweist es sich als günstig, die Nullen *länger* als bislang üblich notieren zu lassen, eventuell sogar auf Dauer, wie es schon in einigen der getesteten Klassen praktiziert wurde.
— Aufgaben mit *Nullen* sollten immer eingeschoben werden, um die systematischen Fehler „Stellenwertbelegende Rolle der Null im zweiten Faktor nicht beachtet" und „Einmaleinsfehler mit der Null" zu vermeiden. Für die Behebung des zuerst genannten Fehlers scheint besonders das Notieren von Nullzeilen vorteilhaft zu sein.
— Die *starken* Unterschiede im Anteil *richtiger* Lösungen wie auch beim Auftreten *systematischer* Fehler zwischen den einzelnen Klassen deuten darauf hin, daß für viele Lehrer Hinweise auf typische sowie auf systematische Fehler äußerst wichtig und hilfreich sind. So werden diese Lehrer für die entsprechenden Fehler sensibilisiert und können gezielt und wirkungsvoll hiergegen vorgehen.

5. Division

5.1 Schwierigkeitsdimensionen / Diagnostischer Test

Unser Test für die vierten Schuljahre umfaßt 17 Aufgaben mit *einziffrigem* Divisor (sowie 5 in die Auswertung nicht einbezogene Aufgaben mit zweiziffrigem Divisor) je Testversion. Folgende Schwierigkeitsmerkmale werden bei dem Test berücksichtigt:
— Größe des *Divisors* (kleiner oder gleich 5 bzw.

Tabelle 9: Grobe Übersicht über die im Divisionstest (Aufgaben mit *einstelligem* Divisor) enthaltenen Schwierigkeitsmerkmale

	Der Quotient besitzt gleich viele Stellen wie der Dividend	Der Quotient besitzt weniger Stellen als der Dividend
keine Null	9548 : 7 = 1364 7 25 21 44 42 28 28 0	34884 : 4 = 8721 32 28 28 08 8 04 4 0
Null im Dividenden	6030 : 3 = 2010 6 00 0 03 3 00	63049 : 7 = 9007 63 00 0 04 0 49 49 0
Null inmitten des Quotienten	9408 : 9 = 1045 R 3 9 04 0 40 36 48 45 3	4035 : 5 = 807 40 03 0 35 35 0
Null am Ende des Quotienten	5722 : 4 = 1430 R 2 4 17 16 12 12 02 0 2	5225 : 6 = 870 R 5 48 42 42 05 0 5

Tabelle 10: Grobe Übersicht über die im Divisionstest (Aufgaben mit *zwei*stelligem Divisor) enthaltenen Schwierigkeitsmerkmale

	1. Teildividend ist zweistellig	1. Teildividend ist dreistellig
keine Null	439299 : 19 = 23121 38 59 57 22 19 39 38 19 19 0	
Null im Dividenden	65960 : 18 = 3664 R 8 54 119 108 116 108 80 72 8	1249600 : 53 = 23577 R 19 106 189 159 306 265 410 371 390 371 19
Null inmitten des Quotienten	810011 : 67 = 12089 R 48 67 140 134 601 536 651 603 48	231246 : 33 = 7007 R 15 231 246 231 15
Null am Ende des Quotienten	55004 : 44 = 1250 R 4 44 110 88 220 220 04	2817180 : 47 = 59940 235 467 423 441 423 188 188 0

größer 5)
— Größe der *Quotientenziffer* (kleiner oder gleich 5 bzw. größer 5)
— Anzahl der *Verwandlungen* pro Aufgabe
— Anzahl der *Zehnerüberschreitungen* beim Bestimmen der Teildifferenzen
— *Relation* der Anzahl der Dividendenstellen zur Anzahl der Quotientenstellen (gleiche Anzahl bzw. größer)
— *Wiederholtes* Herunterholen *derselben* Ziffer oder der Null
— *Null* im Quotienten (mittig oder am Ende) als Folge einer „aufgegangenen" Teildivision sowie des anschließenden „Herunterholens" einer Ziffer, die *kleiner* als der Divisor ist
— Wiederholt *gleicher* Rechenschritt
— Mit bzw. ohne *Rest*
Bei dem Test für die fünften Klassen (18 Aufgaben je Testversion) kommt bei der Konstruktion der Aufgaben mit *zwei*ziffrigem Divisor *neben* den gerade genannten Schwierigkeitsdimensionen zusätzlich nur die *Größe* des Divisors als wichtiger Faktor hinzu:
— Der Divisor liegt zwischen 10 und 20.
— Der Divisor ist ein *Vielfaches* von 10 („reine Zehnerzahl").
— Der Divisor ist eine *gemischte Zehnerzahl:*
— zehnernah,
— nicht zehnernah und kleiner als 50,
— nicht zehnernah und größer als 50.
Die beiden Tabellen 9 und 10 vermitteln einen groben *Überblick* über die in den beiden Tests enthaltenen *Schwierigkeitsmerkmale.* Wegen eines vollständigen Überblicks über *sämtliche* in den Tests benutzten *Aufgaben* vgl. man ggf. *Padberg* (1986).

5.2 Die wichtigsten systematischen Fehler

22 % aller Schüler der vierten Klassen und 25 % aller Schüler der fünften Klassen unterlief bei der Division *mindestens ein* systematischer Fehler. Mehr als zwei *verschiedene* systematische Fehler kommen *äußerst selten* vor. Allerdings ist der Anteil der Schüler, die systematische Fehler begehen, in den einzelnen Klassen *stark unterschiedlich,* und zwar schwankt der Anteil bei den Klassen des vierten

Tabelle 11: Die häufigsten *systematischen* Fehler

Fehlermuster	Anteil der Schüler mit dem jeweiligen systematischen Fehler (in %) 4. Klassen / einziffriger Divisor	5. Klassen / zweiziffriger Divisor
— Endnull fehlt.	9	7
— Fehlen des letzten Divisionsschrittes, da der letzte Teildividend sofort und nur als Rest identifiziert wird (wichtige Ursache für Endnullfehler).	4	5
— Zwischennullfehler, bedingt durch: — Die vorhergehende Teildivision liefert eine Null und die „herunterzuholende" Ziffer ist kleiner als der Divisor (2 Nullen hintereinander).	3	4
— Die vorhergehende Teildivision geht auf und die „heruntergeholte" Ziffer ist kleiner als der Divisor.	5	2
— Die vorhergehende Teildivision läßt einen Rest, der kleiner als der Divisor ist, und die „herunterzuholende" Ziffer Null wird einfach ignoriert.	1	5
— Mehrere Ziffern werden gleichzeitig heruntergeholt.	8	0
— Mehrmalige Division in derselben Stellenwertspalte, obwohl die Teildifferenz kleiner als der Divisor ist (Effekt: zusätzliche Null im Quotienten).	1	3

Schuljahres zwischen 6 % und 50 %, bei den Klassen des fünften Schuljahres zwischen 10 % und 44 %.
Rund die Hälfte der von uns insgesamt indentifizierten 38 (einziffriger Divisor) bzw. 40 (zweiziffriger Divisor) *Fehlermuster* werden auch *systematisch* gemacht. Der folgenden Tabelle sind die häufigsten systematischen Fehler zu entnehmen. Eventuelle systematische Fehler im Zusammenhang mit der *Subtraktion* und *Multiplikation* werden an dieser Stelle *nicht* berücksichtigt.
Die Tabelle macht deutlich, daß gerade die Aufgaben mit einer *Zwischen-* oder *Endnull* im Quotienten *besonders* sorgfältig im Unterricht behandelt werden müssen.

5.3 Die häufigsten Fehler und mögliche Ursachen

Zwischen den im vorigen Abschnitt dargestellten häufigsten *systematischen* Fehlern und den hier dargestellten *häufigsten* Schülerfehlern besteht ein *enger* Zusammenhang, wie man den folgenden beiden Tabellen entnehmen kann.
Zwischennullfehler treten besonders leicht bei folgenden Konstellationen auf:
— Die *vorhergehende* Teildivision geht auf und die „heruntergeholte" Ziffer ist *kleiner* als der Divisor.
— Die *vorhergehende* Teildivision liefert eine *Null* als Quotientenziffer und die „heruntergeholte" Ziffer ist *kleiner* als der Divisor (2 Nullen hintereinander).
— Die *vorhergehende* Teildivision läßt einen *Rest*, der *kleiner* als der Divisor ist, und die „herunterzuholende" Ziffer *Null* wird einfach ignoriert.
Endnullfehler basieren im wesentlichen auf folgenden Ursachen:
— Der *letzte* Divisionsschritt wird *nicht* durchgeführt, da der letzte Teildividend *sofort und nur* als Rest notiert wird (Hauptursache).
— Der Dividend besitzt als letzte Stelle eine *Null*, diese wird *nicht* heruntergeholt.
Neben den in den Tabellen 12 und 13 erwähnten Fehlermustern spielen noch folgende *Fehler* eine *größere* Rolle:
— Mehrere Ziffern werden beim Kalkül fälschlich *gleichzeitig* heruntergeholt.
— In *derselben* Stellenwertspalte wird *mehrmals* dividiert, und zwar bedingt durch *folgende* Situation:
— Die berechnete Teildifferenz ist *größer oder gleich* dem Divisor, daher erfolgt eine *erneute* Division innerhalb dieser Spalte.
— Die berechnete Teildifferenz ist *größer oder gleich* dem Divisor, dennoch wird rein formal die *nächste* Ziffer „heruntergeholt" mit dem Effekt, daß der so berechnete Teilquotient *zweiziffrig* wird.
— Die berechnete Teildifferenz ist *kleiner* als der Divisor, dennoch wird diese Differenz *nochmals* durch den Divisor dividiert und liefert so eine *zusätzliche* Null im Quotienten.

Tabelle 12: Die häufigsten Fehlermuster im Test mit *einstelligen* Divisoren

Fehlermuster	Anteil an der Gesamtfehlerzahl (in %)
— Endnull fehlt	15
— Fehler in der Staffel, jedoch ohne Einfluß auf das Ergebnis	10
— Fehlerhaft subtrahiert	10
— Zwischennull fehlt	9

Tabelle 13: Die häufigsten Fehlermuster im Test mit *zweistelligen* Divisoren

Fehlermuster	Anteil an der Gesamtfehlerzahl (%)
— Subtraktionsfehler	14
— Zwischennullfehler	12
— Multiplikationsfehler	10
— Endnull fehlt	7
— Fehlen des letzten Divisionsschrittes, da der letzte Teildividend sofort und nur als Rest identifiziert wird	6

Wegen Hinweisen zum *Schwierigkeitsgrad* der einzelnen benutzten Testaufgaben sei an dieser Stelle auf *Barthelt/Padberg* (1986) und wegen weiterer Überlegungen zu *Fehlerursachen* auf Gerster (1982) verwiesen.

5.4 *Schlußfolgerungen*

Aus unserer Untersuchung sowie aus der Analyse einschlägiger Publikationen ergeben sich folgende *Schlußfolgerungen* für die Behandlung der schriftlichen Division:

Die Vielzahl der von uns beobachteten *Stellenwertfehler* — also der Fehler, die eine Veränderung in der *Anzahl* der Ziffern im Quotienten bewirken, — macht deutlich, daß ein Großteil der untersuchten Schüler keine *wirklich* fundierten Kenntnisse über das von uns benutzte *dezimale Stellenwertsystem* besitzt bzw. die eventuell vorhandenen Kenntnisse *nicht* anwendet oder anwenden kann. Dieses dezimale Stellenwertsystem ist aber die Grundlage allen schriftlichen Rechnens. Fehlt bereits *diese* Basis, so kann ein Rechenverfahren *nicht einsichtig* vermittelt werden. Daher ist eine *sehr anschauliche* Erarbeitung des dezimalen Stellenwertsystems unbedingt notwendig. Hierbei sollte auch gerade die Rolle und Funktion der *Null* besonders betont werden.

Die *Verbindung zwischen dem formalen Kalkül* und den zugrundeliegenden inhaltlichen *Begründungen* der einzelnen Teilschritte muß bei den Schülern *sehr anschaulich* hergestellt und im späteren Verlauf durch das Einstreuen entsprechender Aufgaben bzw. Fragestellungen *erhalten* bleiben. Das *rein formale* Abarbeiten eines Kalküls *ohne* die Möglichkeit des Rückgriffs auf *inhaltliche* Begründungen leistet nämlich (systematischen) Fehlern Vorschub und verhindert eine Entdeckung und Bekämpfung dieser Fehler durch den einzelnen Schüler. Daher sollte für *schwächere* Schüler auch *später* noch die Möglichkeit offenbleiben, bei der Lösung von Divisionsaufgaben beispielsweise die *Stellenwerttafel* zu verwenden. Ferner sollte während der Einführungsphase im vierten Schuljahr bewußt auf eine exakte und ausführliche *sprachliche Formulierung* geachtet werden. Hilfreich für ein vertieftes Verständnis des Divisionskalküls sind auch sogenannte *„Klecks"-Aufgaben* (vgl. *Padberg* [1986]).

Bei der Ableitung und späteren Einübung des Divisionskalküls sollten *die* Bereiche, die stark *fehleranfällig* sind, besonders *sorgfältig behandelt werden. Entsprechend unseren Befunden sollte daher gezielt auf*

— *die Rolle der Null inmitten* des Quotienten,

— die Rolle der *Null* am *Ende* des Quotienten (insbesondere in Verbindung mit einem auftretenden Rest),

— das *Abschätzen der Quotientenziffern* und

— das *genaue Einhalten* der einzelnen Verfahrensschritte eingegangen werden,

wobei auch die verschiedenen Formen der einzelnen Fehlermuster in der Auswahl der Aufgaben berücksichtigt werden sollte.

Hilfreich sind auch *fehlerhaft gelöste Aufgaben*, in denen die Schüler nach den Fehlern suchen und die Ursache für diese Fehler finden sollen. Ferner ist es sinnvoll, auf die *verkürzte* Schreibweise, bei der *die* Zwischenschritte, die eine *Null* im Quotienten liefern, *nicht* mehr mitgeschrieben werden, bei der Einführung *so lange wie möglich* zu verzichten. Das *Fehlen einer Null* im Ergebnis ergibt sich nämlich bei *ein*ziffrigen Divisoren häufiger als Folge des Fehlermusters „mehrere Stellen gleichzeitig heruntergeholt". Den Schülern sollte daher zumindest klar gemacht werden, daß hier eine potentielle Fehlerquelle liegt.

Die *Überschlagsrechnung* sollte bei der schriftlichen Division als Hilfe und zur Selbstkontrolle in großem Umfang verwandt werden. Ein *gezieltes* Einüben und Anwenden des Überschlags ist besonders wichtig, da das planmäßige Runden und Überschlagen in diesem Fall *besonders schwierig ist. Viele Stellenwertfehler* können durch einen sinnvollen Überschlag rechtzeitig aufgedeckt werden, so insbesondere auch die häufigen Fehler mit Zwischen- oder Endnullen im Quotienten (vgl. *Padberg* [1986]).

6. Einige abschließende Bemerkungen

(1) Die von uns im Bereich der schriftlichen Rechenverfahren analysierten Schülerfehler sind nur selten rein zufällig und regellos, sondern weisen sehr oft eine ganz bestimmte Regelstruktur auf und werden sogar relativ oft systematisch gemacht.

(2) *Systematische* Fehler erfolgen am seltensten bei der schriftlichen Addition als leichtestem Rechenverfahren, am häufigsten bei der schriftlichen Division. Rund 14 % der Schüler begehen mindestens einen systematischen Fehler bei der schriftlichen Subtraktion, ebensoviel mindestens einen systematischen Fehler bei der schriftlichen Multiplikation. Gar fast jeder vierte (!) Schüler macht bei der schriftlichen Division mindestens einen systematischen Fehler.

(3) Die Schüler begehen fast immer nur *einen* systematischen Fehler je Rechenoperation. Ferner konzentrieren sich die systematischen Fehler auf nur *einige wenige* dominante Fehlertypen je Rechenoperation. Dies erleichtert gezielte Therapiemaßnahmen.

(4) Bei unseren Untersuchungen konnten wir bei allen schriftlichen Rechenverfahren das Phänomen beobachten, daß der Anteil systematischer Fehler stark von Klasse zu Klasse schwankte. Während in manchen Klassen überhaupt keine systematischen Fehler gemacht wurden, machten in anderen Klassen mehr als die Hälfte der Schüler — vielfach sogar denselben — systematischen Fehler, und dies trotz einer — nach den erhobenen Daten zu urteilen — praktisch gleichen Vorgehensweise ihrer Lehrer. Nach unserer Einschätzung könnten diese krassen Unterschiede stark davon abhängen, ob und wieweit die betreffenden Lehrer typische Schwierigkeiten und Fehlerstrategien der Schüler bei den schriftlichen Rechenverfahren kennen und hieraus bewußt Konsequenzen für die Gestaltung ihres Unterrichts ziehen. Dieser Beitrag will in dieser Hinsicht entsprechende Informationen und Hilfen bereitstellen.

Literatur

Bathelt, I. / Post, S. / Padberg, F.: Über typische Schülerfehler bei der schriftlichen Division natürlicher Zahlen. In Der Mathematikunterricht (MU), 3/1986, S. 29—44
Gerster, H.-D.: Schülerfehler bei schriftlichen Rechenverfahren — Diagnose und Therapie. Freiburg 1982
Kühnhold, K. / Padberg, F.: Über typische Schülerfehler bei der schriftlichen Subtraktion natürlicher Zahlen. In: Der Mathematikunterricht (MU) 3/1986, S. 6—16
Padberg, F.: Didaktik der elementaren Zahlentheorie. Freiburg 1981
Padberg, F.: Didaktik der Arithmetik. Mannheim 1986
Stiewe, S. / Padberg, F.: Über typische Schülerfehler bei der schriftlichen Multiplikation natürlicher Zahlen. In: Der Mathematikunterricht (MU) 3/1986, S. 18—28
Weimer, H.: Psychologie der Fehler. Leipzig 1925

Sprachlernspiele selbstgemacht

Anregungen für die Wortschatzarbeit im Sachunterricht

Von *Ingelore Oomen-Welke* in Ludwigsburg

1. Vorüberlegungen zu Spiel und Schule

Kinder wollen spielen, und da wir wissen, daß sie dabei lernen und Welterfahrung verarbeiten[1]), unterstützen wir kindliches Spiel. Die in solchen Zusammenhängen gemeinten Spiele zeichnen sich nach geltender Ansicht aus durch intrinsische Motivation, Freiwilligkeit, Spaß, Sanktionsfreiheit, Abwesenheit von Zweckbestimmung und ähnliche Merkmale. Schon in der Kindergartenpädagogik ist es aber fraglich, ob alles Spielen diesem Katalog entspricht oder ob nicht Eingriffe von außen in das Spiel einzelne Merkmale außer Kraft setzen[2]). Für Spielen in der Schule ist diese Frage ganz entschieden zu stellen. Möglicherweise verstellen solche idealtypischen Definitionen sogar den Blick auf die Realität kindlicher Spiele, die oft ganz anders ist.
Es ist sicher richtig, daß viele Grundschüler, u. a. auch viele Migrantenkinder, großen Nachholbedarf im Spielen haben[3]). Die herkömmliche Schule kann diesem Spielbedürfnis nur zu einem geringen Teil gerecht werden, meistens nur durch Lernspiele. Lernspiele haben den obengenannten weitgehend zuwider laufende Merkmale; sie sind eher extrinsisch motiviert, oft verordnet, leider manchmal langweilig, werden häufig sanktioniert (zumindest spielgruppenintern) und sind lernzielorientiert, mit anderen Worten: sie entsprechen der idealen Grundidee des Spiels wenig.
Lernspiele sollten jedoch nicht resignativ als das kleinere Übel gegenüber striktem Üben angesehen werden. Sie bergen eine Fülle von Möglichkeiten sozialer Regulation sowie der Erprobung und Wiederholung, die ohne Spiel meist nur schwer motivierbar wäre. Im Spiel selbst vergessen die Schüler die lernzielorientierte Konstruktion, wenn das Spiel nur spannend ist. Sofern Lehrer nicht Druck auf ihre spielenden Schüler ausüben, sondern Zeit zur Spielentfaltung und zur Selbstregulierung der Schüler lassen, kommen doch altersgemäße Spiele zustande.
Im Zusammenhang mit dem Sprachlernen ausländischer Kinder möchte ich im folgenden nicht auf freie Spiele, Denkspiele, Strategiespiele, Planspiele, Bewegungsspiele oder Interaktionsspiele, die in der Schule ebenfalls ihren Platz haben sollten, eingehen, sondern nur auf Sprachlernspiele im engeren Sinne. Sprachlernspiele können zum Beispiel gelenkte „freie" Spiele sein, wie ich an anderer Stelle ausgeführt habe[4]). Hier werden Regelspiele und Brettspiele vorgestellt, die in kleinen Gruppen einsetzbar sind. Den meisten Lehrern sind die Spiele im Handel bekannt, die Lesen, Silbentrennung, Plural oder Wortbildung trainieren. Für den kindgerechten Schulanfang sind gelegentlich handelsübliche Spiele zusammengestellt worden[5]).

2. Der Ort spielerischer Eingriffe ins Sprachlernen

Sprachlernbedarf auch gut integrierter ausländischer Schüler zeigt sich nicht nur im Deutschunterricht, sondern deutlich bei mathematischen Textaufgaben und im Sachunterricht bei der Differenziertheit und Fachsprachlichkeit des Wortschatzes. Dazu ein kurzes Beispiele aus dem Sachunterricht[6]):
„Wichtige *Nutzpflanzen — Sonderkulturen*
Ausgedehnte Obstplantagen gibt es vor allem am Bodensee und in der Rheinebene. Bodenseeäpfel und Bühler Zwetschgen sind besonders bekannt. Baden und Württemberg sind die süddeutschen *Weinbaugebiete* in der Bundesrepublik Deutschland. Bekannte Gebiete sind Bergstraße, Ortenau, Kaiserstuhl, Main- und Taubergrund, Neckartal und Remstal.
Hopfen wird an *Drähten gezogen*, die von 8 bis 10 m hohen Stangen herabhängen. Aus den *Fruchtständen* der weiblichen Pflanze werden *aromatische Bitterstoffe gewonnen*, die man zum *Würzen* des Bieres *verwendet*. In Baden-Württemberg wird *hauptsächlich* in Tettnang Hopfen *angebaut*.

Spargel *gedeiht* besonders auf sandigem Boden. Daher finden wir ihn vor allem in der Hardt, in der Rheinebene und um Schwetzingen."

Die *kursiv* gedruckten Wörter sind unter verschiedenen Aspekten schwierig:
— In der Alltagssprache nicht geläufige Zusammensetzungen werden einerseits der Länge wegen, andererseits wegen der semantischen Verbindung der Wortbausteine oft schwer verstanden,