

Günter GRAUMANN, Bielefeld

Wesen und Aufgaben der Mathematikdidaktik und ihre Bedeutung in der Gesellschaft

V o r w o r t

Die Reflektion über die von mir und Ihnen zu vertretende Wissenschaft ist sicherlich jederzeit eine nützliche Aufgabe; aber daß ich gerade jetzt dieses Thema hier öffentlich anspreche hat seine Ursache in der gegenwärtigen bildungspolitischen Situation: Es gibt derzeit viele arbeitslose Lehrer und Lehrerinnen und die für die Hochschulen zuständigen Ministerien versuchen dieser Entwicklung mit der Reduktion der Lehrerausbildung zu begegnen. Die Folge ist, daß man zum Teil schon schief angesehen wird, wenn man sich für die Lehrerbildung einsetzt. In diesen Strudel wird die Mathematikdidaktik mitgerissen. Forschungs- und Bildungspolitik funktioniert aber nicht nach dem Wasserhahnprinzip - man dreht ihn immer gerade soweit auf wie es momentan gewünscht wird. Deshalb ist die weitverbreitete "Vogel-Strauß-Politik" falsch; vielmehr müssen wir uns schon gegen die Anfänge solcher Politik wenden, um schlimme Folgen für die gesamte Gesellschaft zu verhindern. Eine Anregung dazu soll hiermit erfolgen, wobei die folgende Besinnung über die Mathematikdidaktik mit bewußt weit ausgelegten Perspektiven eine Hilfe bieten möchte. Im Hintergrund stehen dabei die folgenden zwei Thesen:

1. In unserer zukünftigen Gesellschaft wird die fachdidaktische Kompetenz (als integrierte pädagogisch/psychologische und fachliche Handlungskompetenz) eine wichtige Rolle spielen.
2. Die sog. Polyvalenz von Absolventen eines Lehramtsstudiums wird nicht durch Reduktion auf allgemeine Inhalte, wie etwa den rein fachlichen, erreicht, sondern durch Verbesserung der Lehrerausbildung.

Zur Begründung dieser Thesen kann hier nur darauf hingewiesen werden, daß einmal in vielen Berufssituationen der Umgang mit Menschen und die Vermittlung von fachlichen Kenntnissen und Fähigkeiten immer mehr an Bedeutung gewinnt und daß zum zweiten der Erwerb solcher Kompetenz wesentlich besser exemplarisch in Zusammenhang mit einem Fach erfolgt als in allgemeiner Form. Ich muß an dieser Stelle jedoch vorerst diesen Gedankengang abbrechen und gehe unmittelbar zur Beschreibung von Wesen und Aufgaben der Mathematikdidaktik über.

Beschreibung der Wissenschaft "Mathematikdidaktik" ("Didaktik der Mathematik")

Zur Charakterisierung einer Wissenschaft gehören aufgrund der klassischen Festlegung in der Wissenschaftstheorie zwei Fragen, nämlich einmal die nach dem thematischen Bereich der Erkenntnisgewinnung und zum anderen nach den dafür festgelegten allgemein anerkannten Methoden der Erkenntnisgewinnung. Mit Blick auf einen perspektivenreichen und abgerundeten thematischen Bereich und in Anknüpfung an Äußerungen aus den 60er Jahren (Bauersfeld, Bierbaum) möchte ich die Mathematikdidaktik mit dem Schlagwort "Beziehung zwischen Mensch und Mathematik" beschreiben. Die Mathematikdidaktik hat daher sowohl mit den Wissenschaften über den Menschen, als auch mit der Wissenschaft über Mathematik zu tun, aber ihr eigenes Erkenntnisinteresse (und keiner anderen Wissenschaft) liegt in der Beziehung, dem Verhältnis, der Wechselwirkung von Mensch (als Individuum oder als Gruppe) und Mathematik. Ein besonderes Schwergewicht liegt dabei sicherlich im Bereich "Lernen von Mathematik", ich halte aber eine Eingrenzung hierauf - was allgemein üblich ist - nicht für sinnvoll. Einerseits können bei meiner Festlegung die Fragen zum Lernen von Mathematik umfassender angegangen werden und andererseits wird so auch die außerschulische Bedeutung von mathematikdidaktischer Forschung deutlicher. Die Methoden der Erkenntnisgewinnung in der Mathematikdidaktik sind entsprechend ihrer Stellung zwischen Geisteswissenschaft und Mathematik vielfältig. Es müssen sowohl analytische, hermeneutische, empirische und synthetische Methoden verwendet werden, eventuell muß in einigen Fällen auch noch eine spezifische mathematikdidaktische Methode entwickelt werden. Um diese allgemeine Beschreibung von Mathematikdidaktik etwas näher zu charakterisieren, werde ich im folgenden eine Übersicht von Teilbereichen der Mathematikdidaktik geben. Diese Teilbereiche haben nur den Charakter von Schwerpunkten; in der konkreten Forschung bzw. Lehre werden meist immer mehrere Teilbereiche berührt. Außerdem wird damit kein Anspruch auf Vollständigkeit erhoben (was bei einer noch lebendigen Wissenschaft wohl niemals der Fall sein kann); es wurde jedoch versucht den oben umschriebenen thematischen Bereich der Mathematikdidaktik, so weit wie möglich auszuschöpfen.

Kategorien der Mathematikdidaktik

1. **Wissenschaftstheoretische Grundlagen:**
Wesen und Aufgabe der Mathematikdidaktik, Analyse und Präzisierung des Begriffsapparates der Mathematikdidaktik, Analyse philosophischer Grundpositionen für die Mathematikdidaktik, Analyse und Entwicklung von didaktischen Prinziplensystem und pädagogischen Grundpositionen, Analyse und Entwicklung von Konzeptionen in der Mathematikdidaktik, Untersuchung des Verhältnisses zu anderen Wissenschaften, Geschichte der Mathematikdidaktik.

2. **Mathematische Grundlagen:**
Philosophie und Geschichte der Mathematik (aus der Sicht der Mathematikdidaktik), Analyse und Erarbeitung (für die Mathematikdidaktik) geeigneter Darstellung von fundamentalen Fragestellungen, Ergebnissen, Methoden und Denkweisen der Mathematik, Analyse und Darstellung von Zugängen zur Mathematik, Herausarbeiten von interessanten Problemen oder Zusammenhängen in der Mathematik, Analyse und Bewertung von Anwendungen der Mathematik und vom Mathematisieren, Analyse der Rolle der Mathematik in der Gesellschaft, Analyse der Sozialisierung durch Mathematik; mathematische Analyse von Schulstoffen, Aufzeigen von mathematischen Forschungsdefiziten (aus der Sicht der Mathematikdidaktik).

3. **Psychologische Grundlagen:**
Analyse von Einstellungen gegenüber Mathematik und Motivationslagen bei der Konfrontation mit Mathematik, Untersuchung von entwicklungspsychologischen und denkpsychologischen Phänomenen bei der Beschäftigung mit Mathematik, Untersuchung heuristischer Verfahren bei der Erforschung von Mathematik sowie des Problemlöseverhaltens beim Lernen von Mathematik, Entwicklung und Überprüfung von Theorien des Lernens von Mathematik.

4. **Begründungsprobleme von Mathematikunterricht:**
Analyse des Begriffsapparates allgemeiner Ziele des Mathematikunterrichts und deren Zusammenhang mit gesellschaftlichen Normen und Interessen, Erarbeitung der Zusammenhänge von der Sinnfrage des Mathematikunterrichts mit mathematischen Inhalten und Darstellungsweisen, Erarbeitung von Wegen zur Kontrolle von allgemeinen Lernzielen des Mathematikunterrichts, Analyse von Auswirkungen durch die Beschäftigung mit Mathematik (insbesondere in institutionalisierter Form), Erarbeitung und Analyse von Kriterien und

Verfahrensweisen für die Auswahl von Unterrichtsinhalten (einschließlich deren Anordnung) für den Mathematikunterricht.

5. Rahmenbedingungen des Mathematikunterrichts:

Darstellung der verschiedenen Institutionalisierungen von Mathematikunterricht und Analyse der Auswirkungen jeweils einer Institutionalisierung sowie der Übergänge von einer zur anderen Institutionalisierung auf den Mathematikunterricht, Darstellung und Analyse von staatlichen Vorschriften (insbesondere Richtlinien) für den Mathematikunterricht, Untersuchung und Erarbeitung von Sozialformen im Mathematikunterricht (insbesondere Rolle der Lerngruppe), Analyse der Rolle des Elternhauses für den Mathematikunterricht, Darstellung und Analyse der Berufssituation der Mathematiklehrenden.

6. Entwicklung und Evaluation von Lernsequenzen u.ä. für den Mathematikunterricht:

- a) Sammlung, Entwicklung und Ausgestaltung von echten, sinnvollen Elementarisierungen von Mathematik, Entwicklung und Analyse von (mathematischen) Stoffsequenzen, Untersuchung einzelner stoffdidaktischer Fragen auf den Teilgebieten Zahlbereiche und Zahlentheorie, Infinitesimalrechnung, Elementare Geometrie und Topologie, Analytische Geometrie und Lineare Algebra, Elementare Algebra und Strukturen der Mathematik, Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik, Angewandte Mathematik.
- b) Sammlung, Entwicklung und Ausgestaltung von methodischen Ideen, interessanten Medien und sinnvollen Anwendungssituationen von Mathematik bzw. mathematik-relevanten Lebenssituationen, Analyse, Planung und Revision von Unterrichtssequenzen (die den Mathematikunterricht betreffen), Untersuchung der Rolle von Hausaufgaben, Analyse und Entwicklung von Methoden der Lernkontrolle, Erforschung (insbesondere empirische) der Rolle von Unterrichtsverfahren, Artikulationsschemata, Sozialformen, Aktionsformen, Urteilsformen und Medien in Unterrichtssequenzen (die den Mathematikunterricht betreffen), Untersuchung der Fragen von innerer und äußerer Differenzierung, Erforschung des Transfers und der Langzeitwirkung von Mathematikkursen.

7. Hochschuldidaktische Probleme der Mathematikdidaktik.

Eine weitergehende Beschreibung und Diskussion kann leider an dieser Stelle nicht geschehen. Ich hoffe jedoch, daß ich mit den stichwortartigen Darstellungen zur Reflexion über die Situation der Mathematikdidaktik, positive Anregungen und einen Ansatzpunkt zur Verteidigung der Position der Mathematikdidaktik in Forschung und Lehre geben konnte.