

Geometrie im Alltag

- Konzeption, Themenübersicht, Praxisberichte -

von Günter Graumann, Bielefeld

Geometrie wird leider immer noch zu wenig im Schulunterricht berücksichtigt, obwohl gerade die Geometrie vielfältige Möglichkeiten für Allgemeinbildung und methodische Auflockerungen bietet. Im vorliegenden Artikel geht es dabei vor allem um den Aspekt der praktischen Nutzung von Geometrie im Alltag. Im ersten Drittel werden die dahinterstehende Konzeption des "Praxisorientierten Mathematikunterrichts" und konzeptionelle Grundgedanken zum Geometrieunterricht dargelegt. Im mittleren Teil werden dann Alltagssituationen, die für den Geometrieunterricht geeignet sind, aufgelistet. (Als Ergänzung dazu wird im Anhang eine ähnliche Liste von L. Profke, die nach mathematischen Stichwörtern geordnet ist, abgedruckt.) Die unterrichtliche Umsetzung solcher Themen erfolgt im letzten Teil des Artikels exemplarisch anhand einer ausführlichen Beschreibung von vier erprobten Unterrichtseinheiten.

1. Konzeptionelle Grundgedanken

Ausgangspunkt meiner Überlegungen war die Frage nach der Relevanz des Mathematikunterrichts im allgemeinen und des Geometrieunterrichts im besonderen; d.h. die Frage nach dem Sinn, den die Behandlung eines bestimmten Themas für die Kinder hat. Für viele Lehrende mag diese Frage als Selbstverständlichkeit erscheinen, auf die man mit ein paar allgemeinen Bemerkungen antworten kann, und die darüber hinaus ja schon über die Richtlinien abgeklärt wurden. Dagegen ist jedoch festzustellen, daß das Erreichen allgemeiner, nicht nur auf Kenntnisse und Fertigkeiten orientierter Lernziele vielschichtige Überlegungen voraussetzt und neben der Auswahl der Unterrichtsinhalte im wesentlichen von der Art der Behandlung dieser Inhalte abhängt. Obgleich die Frage nach dem Sinn des Unterrichts also mit der Unterrichtspraxis eng zusammenhängt, findet man in der Literatur nur selten Erörterungen hierüber. Das mag zum Teil daran liegen, daß diese Frage nicht eindeutig beantwortet werden kann und daß eine Überprüfung nicht mit den üblichen schulischen Mitteln möglich ist. Auf jeden Fall ist es wichtig, sich im Vorfeld der konkreten Unterrichtsvorbereitungen die grundlegende Konzeption einer Unterrichtseinheit klarzumachen. Dabei spielen die verschiedenen Zugänge zur Mathematik (wie etwa Fragen im Rahmen einer Axiomatik bzw. Systematik, innermathematische Problemaufgaben, historisch-genetische Entwicklungen, anwendungsorientierte Aufgaben und Sachrechenaufgaben) eine wichtige Rolle. Ich möchte an dieser Stelle ausdrücklich betonen, daß für den gesam-

ten Mathematikunterricht alle Zugänge wichtig sind und sich gegenseitig ergänzen müssen.

Im folgenden jedoch möchte ich als Grundposition die Konzeption des "Praxisorientierten Mathematikunterrichts" wählen, die ich vor etwa 15 Jahren als Reaktion auf den rein mathematisch orientierten Modernen Mathematikunterricht entwickelt habe (vgl. [7], [8], [9]).

1.1 Zielsetzung des "Praxisorientierten Mathematikunterrichts"

Der Ausgangspunkt für diese Konzeption des "Praxisorientierten Mathematikunterrichts" ist die Bewältigung von Problemen der alltäglichen Lebenspraxis unter Mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fähigkeiten. Vorangestellt werden kann deshalb dieser Konzeption das allgemeine Erziehungsziel der Entwicklungsförderung und Bildung von Menschen zur Bewältigung ihres gegenwärtigen und zukünftigen Lebens; d.h. neben der Förderung der Motivation und der Verbesserung der Einstellung zur Mathematik übernimmt der "Praxisorientierte Mathematikunterricht" einen besonderen Part im Rahmen der allgemeinbildenden Funktion des Mathematikunterrichts (vgl. dazu etwa [13], [14] und [16]), die wie folgt charakterisiert werden kann:

1. Jeder Mensch soll *die Welt*, in der er lebt und von der er direkt oder indirekt betroffen ist, möglichst weitgehend *verstehen* können. Die erste Aufgabe der Schule ist damit Aufklärung, die Aufklärung über viele Dinge und Zusammenhänge im Leben um uns herum, aber auch die Aufklärung über deren geschichtli-

che und kulturelle Hintergründe. Der Grad dieser Aufklärung soll im Prinzip nur davon abhängen, in welcher Weise die Lernenden gegenwärtig und zukünftig betroffen sind und welchen Entwicklungsstand sie haben. Dabei ist der Erwerb des Verstehens der Grundideen und Zusammenhänge vorrangig gegenüber dem Erwerb perfekter Fertigkeiten. Im Mathematikunterricht geht es hier erstens um das Verstehen einer ganzen Reihe mathematischer Begriffe, Darstellungsweisen und Gesetzmäßigkeiten, die im Alltag verwendet werden. Zweitens geht es um das Verstehen bedeutsamer mathemathikhistorischer Entwicklungen und deren Zusammenhang mit kulturellen und politischen Entwicklungen. Und drittens gehört zu dieser ersten Aufgabe der Schule die Erfahrung, daß Menschen über Alltagsprobleme zu rein theoretischen Fragestellungen gelangen und auch von solchen spielerischen, von praktischen Anwendungen zunächst unabhängigen Problemen gebannt sein können.

2. Jeder Mensch soll die mit seinem Leben und seiner Umwelt verbundenen *Probleme* möglichst weitgehend *bewältigen* können.

Die zweite Aufgabe ist also die Fähigkeit zur Bewältigung von Lebensproblemen einschließlich der gesellschaftlichen Probleme und der Mitgestaltung unserer zukünftigen Welt. Dabei wird Bewältigung nicht nur als Lösung im mathematischen Sinne verstanden. Bewältigung kann auch das Feststellen von Nicht-Lösbarkeit mit den momentan zur Verfügung stehenden Fähigkeiten oder die Zuhilfenahme von Fachliteratur bzw. von Experten sein. Weiterhin wird auch die Bewältigung durch ein Team als Möglichkeit mit eingeschlossen.

Im Mathematikunterricht sollen in Bezug auf diese zweite Aufgabe der Schule heuristische Strategien und allgemeine Problemlösefähigkeiten, die Fähigkeit in komplexen Situationen geeignete Handlungsorientierungen zu finden und die Einstellung und Fähigkeit mathematische Hilfsmittel adäquat zu verwenden entwickelt werden. Insbesondere gehört hierher auch das Erlernen des Mathematisierens und der Anwendung von Mathematik, wie sie im täglichen Leben wirklich stattfindet, sowie die Reflexion der Verwendung mathematischer Methoden in Alltagssituationen. Außerdem kann zu dieser zweiten Aufgabe der Schule

das Erwerben grundlegend neuer Denkstile (wie "vernetztes Denken"), die uns die Behandlung komplizierter Probleme der Gegenwart und Zukunft ("Schlüsselprobleme") besser gestatten als bisher, gezählt werden.

3. Jeder Mensch soll seine *Fähigkeiten und Interessen* entfalten können und ein gesundes *Selbstbewußtsein* entwickeln.

Die dritte Aufgabe der Schule besteht darin, die Persönlichkeit jedes Menschen zu entwickeln und die individuellen Fähigkeiten und Interessen zu fördern.

Im Mathematikunterricht geht es dabei u. a. um das Anschauungsvermögen, die Argumentations- und Systemisierungsfähigkeiten, die Kreativität und Fähigkeit der spielerischen Forschung, aber auch um die Förderung ästhetischen Empfindens und die Entfaltung von Verantwortungsbewußtsein und Selbstvertrauen.

4. Jeder Mensch soll die *Grenzen* seiner Fähigkeiten, die Auswirkungen seiner Handlungen und die Begrenztheit menschlicher Erkenntnis reflektieren können.

Die vierte Aufgabe der Erziehung besteht also darin, daß Menschen aufgrund der erworbenen Fähigkeiten nicht der Überheblichkeit verfallen. Insbesondere gehört hierzu die Erkenntnis von den Gefahren der extensiven Ausnutzung von Werkzeugen, Techniken und Machtmitteln sowie das Wissen über die Grenzen wissenschaftlicher Erkenntnisse.

Im Mathematikunterricht sollen insbesondere die Grenzen eines mathematischen Modells und die Grenzen der Mathematik überhaupt bewußt werden. Aber auch das Feststellen von nicht-lösbaren Aufgaben mit den zur Verfügung stehenden mathematischen Kenntnissen und die bewußte Erfahrung über Erweiterungen mathematischer Begriffsbildungen gehören zu dieser Aufgabe der Schule.

Aufgrund dieser übergeordneten Zielsetzung, soll die Relevanz des Mathematikunterrichts nun im Rahmen der Bedeutung von Mathematik in der Lebenswelt aufgezeigt werden. Kriterium für die Auswahl von Inhalten ist deshalb deren Bedeutung in der gegenwärtigen oder prognostizierten zukünftigen Welt.

1.2 Zur Verwendung des Begriffs "Lebenswelt" bzw. "Alltag"

Bezüglich der zukünftigen Lebenswelt müssen wir natürlich einräumen, daß wir nur Prognosen aufstellen können und niemals Gewißheit haben. Aber dieses Dilemma tritt ja in jeder pädagogischen Konzeption auf; vielmehr ist eine Pädagogik nur dann lebendig und fruchtbringend, wenn sie fundierte Analysen über die Zukunft mit Hoffnung und Vertrauen in die Richtigkeit der pädagogischen Handlungen verknüpfen kann.

Weiterhin muß eingeräumt werden, daß verschiedene Kinder auch unterschiedliche Lebenswelten haben und haben werden. Eine pädagogische Konzeption muß deshalb einerseits Alltagssituationen auf gemeinsame Gesichtspunkte reduzieren (d.h. auf teilweise schon modellierte Situationen zurückgreifen) oder exemplarisch Situationen herausgreifen und andererseits Freiheiten für individuelle Ausprägungen bzw. Ausmalungen enthalten.

Bezüglich des Begriffes "Lebenswelt" bzw. "Alltag" sei hierbei noch angemerkt, daß damit nicht nur die vordergründigen Gegebenheiten und Aktivitäten gemeint sind. Lebenswelt beinhaltet ebenso die individuellen Empfindungen und Werthaltungen, die geistigen Gedankengüter unserer und anderer Kulturen sowie die kausalen und sozialen Vernetzungen mit der natürlichen Umwelt und den sozialen Ganzheiten wie etwa Familie, Hausgemeinschaft, Gemeinde, Staat, Menschheit. Auch die Institutionen des Lernens, wie die Schule, und die wissenschaftlichen Forschungseinrichtungen sind ein Teil unserer Lebenswelt und können den Ausgangspunkt für eine zu behandelnde Situation sein.

1.3 Didaktische Prinzipien des "Praxisorientierten Mathematikunterrichts"

Aufgrund der Orientierung an der Lebenswelt und der Auffassung von Welt als komplexer vernetzter Ganzheit, die man nicht allein durch genaue Betrachtung aller Einzelheiten verstehen kann, und aufgrund von Erkenntnissen der Lernpsychologie, insbesondere der Ganzheits- und Kognitionstheorien, muß im "Praxisorientierten Mathematikunterricht" das folgende didaktische Prinzip berücksichtigt werden.

Erstes didaktisches Prinzip: Der Erwerb isolierter Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten reicht nicht aus. Vielmehr müssen ebenso die Zusammenhänge im Rahmen von Ganzheiten

behandelt werden, wobei die Erkenntnisse auf konkreten Erfahrungen basieren und an realitätstreue Situationen angebunden sein sollen.

Die Anbindung an realitätstreue Situationen hat außer den genannten Gründen auch eine wichtige Bedeutung für das Aufzeigen der Relevanz von Mathematik im Alltag. Mathematik darf nicht erfahren werden als etwas, das von bestimmten Interessengruppen bzw. Lehrenden nach deren Belieben eingesetzt werden kann, sondern als etwas, das Aufklärung vermitteln und im Leben eine Hilfe darstellen kann. Deshalb ist es wichtig, sich mit den Situationen im Unterricht auf die gleiche Weise auseinanderzusetzen, wie es der Praxis des Alltags entspricht. Insbesondere darf die Mathematisierung nicht überstrapaziert werden. Hieraus ergibt sich zusammen mit der oben genannten vierten Aufgabe der Schule ein weiteres didaktisches Prinzip.

Zweites Didaktisches Prinzip: Die Grenzen mathematischer Hilfsmittel und mathematischer Problemlösungen müssen stets mitreflektiert werden. Die Mathematik darf sich außerdem nicht verselbständigen; ihre Rolle leitet sich von ihrer Bedeutung für die jeweilige Lebenssituation ab.

1.4 Zur Methodik des "Praxisorientierten Mathematikunterrichts"

Zum Abschluß dieser allgemeinen konzeptionellen Überlegungen seien noch ein paar Bemerkungen zur Methodik angefügt. Um die genannten Ziele und didaktischen Prinzipien möglichst gut erfüllen zu können, empfiehlt es sich, Unterrichtsthemen zu planen, die ihren *Ausgangspunkt und roten Faden in der Behandlung von Problemstellungen in der Form von realitätstreuen Situationen* haben. Unter realitätstreuen Situationen werden dabei Situationen verstanden, die im Alltag aufgetreten sind bzw. auftreten oder zumindest auftreten könnten. Wichtig im Sinne der Konzeption ist dabei, daß nicht nur die mathematisierbaren Anteile einer solchen Situation dargestellt werden, sondern daß zunächst einmal die Situation als Ganzheit vorgestellt wird. Als Darstellungsform bieten sich dazu außer der traditionellen verbalen Beschreibung insbesondere Bildfolgen, Hörspiele, filmische Szenen und Rollenspiele an (vgl. [7]).

Da bei der Bewältigung realitätstreuer Situationen in der Regel nicht nur die mathematisier-

baren Aspekte von Bedeutung sind, hat der "Praxisorientierte Mathematikunterricht" eine Tendenz zum fächerübergreifenden Unterricht. Die Verbindung mit dem Unterricht in anderen Fächern oder die Einbeziehung in einen Gesamt- bzw. Projektunterricht ist deshalb wünschenswert. Mit ein wenig Einschränkungen können Unterrichtseinheiten dieser Konzeption von Zeit zu Zeit aber auch innerhalb des normalen Mathematikunterrichts durchgeführt werden. Die Lehrenden des Faches Mathematik müssen sich allerdings daran gewöhnen einerseits auch nicht-mathematische Aspekte in ihrem Unterricht zu berücksichtigen und andererseits einen Blick dafür zu gewinnen, welche Situationen wesentlich mathematisierbare und mittels Mathematik lösbare Aspekte enthalten.

Die Phasen einer Unterrichtseinheit des "Praxisorientierten Mathematikunterrichts" bestehen in der Regel neben der schon erwähnten Vorstellung der Situation aus dem Präzisieren der Problematik, dem Herausarbeiten von Einzelproblemen einschließlich der Klärung der Informationen (für die Problematik wesentliche Informationen hervorheben sowie fehlende Information aufspindig machen und sich besorgen), Lösung der Einzelprobleme mit Hilfe von Mathematik und - was ganz wichtig ist - der Lösung der Gesamtproblematik mit Integration der Einzelergebnisse in die gegebene Situation. Dabei müssen die mathematischen Ergebnisse nochmals in Bezug auf die Ausgangsfrage und im Kontext der Situation bewertet werden und es müssen Art und Grenzen der Modellierung reflektiert werden.

2. Zur Konzeption von Geometrieunterricht

Wie Ihnen sicherlich schon klar geworden ist, paßt die hier dargestellte konzeptionelle Grundposition nicht zu einem an Fachsystematik orientierten Geometrieunterricht, bei dem Sätze und Beweise im Vordergrund stehen. Zur Erläuterung meiner Vorstellungen über Geometrieunterricht möchte ich etwas weiter ausholen.

Leider wird die Geometrie in der Schule immer noch stiefmütterlich behandelt, obgleich gerade in Deutschland die Bedeutung des Geometrieunterrichts von vielen Didaktikern in letzter Zeit wieder hervorgehoben wurde. Der Grund für die Vernachlässigung der Geometrie in der Schule mag darin liegen, daß einerseits die

Geometrie nicht so einfach zu erlernen ist wie irgendwelche Rechenalgorithmen - dies betrifft sowohl die Lernfähigkeit der Kinder als auch die inhaltlichen Kenntnisse und methodischen Fähigkeiten der Lehrenden - und andererseits das Problem der systematischen Darstellung auf Schulniveau nicht gelöst werden konnte. Das zuletzt genannte Hindernis läßt sich meiner Meinung nach dadurch überwinden, daß man die Orientierung an einer von Mathematikern entwickelten Systematik - sei es nun die von Euklid, Hilbert, Bachmann oder sonst jemand - einfach aufgibt. Das Überbordwerfen der Orientierung an irgendeiner Fachsystematik ist auch kein Verlust, denn das Ziel des Mathematikunterrichts an den allgemeinbildenden Schulen sollte ja nicht die Vermittlung der Ergebnisse mathematischer Forschungen, d.h. die Vorwegnahme eines Teils mathematischer Studien, sein. Vielmehr müssen wir nach den allgemeingültigen Aspekten der Beschäftigung mit Mathematik Ausschau halten.

2.1 Begründungen für Geometrie in der Schule

Unter Besinnung auf die allgemeinen Erziehungsziele der Schule und die Spezifika der elementaren Geometrie sowie in Anlehnung an frühere Veröffentlichungen (vgl. [1], [4], [5], [17]) möchte ich folgende fünf Aspekte nennen, die vor allem eine Beschäftigung mit Geometrie in der Schule sinnvoll erscheinen lassen:

- Geometrie als Begriffsapparat, mit dem wir die räumliche Umwelt besser verstehen und strukturieren können und der zur Veranschaulichung sowie als kommunikatives und heuristisches Medium verwendet werden kann.
[Im Rahmen der allgemeinen Sprach- und Denkentwicklung spielen auch geometrische Begriffe einschließlich deren Zusammenhänge eine gewisse Rolle. Im Laufe der gesamten Schulzeit müssen gewisse geometrische Begriffe und deren Zusammenhänge entwickelt und präzisiert werden, und es muß deren Verwendung bei Veranschaulichungen, in der Umgangssprache und beim Lösen von Problemen aufgezeigt und geübt werden.]
- Geometrie zur praktischen Nutzung im Alltag (einschließlich Technik und Wissenschaft).
[Dieser pragmatische und praxisorientierte Aspekt soll im folgenden näher ausgeführt werden.]

- Geometrie als Kulturgut, d.h. als Erkenntnisgegenstand, der in bestimmten Situationen und bei bestimmten Fragestellungen entstanden ist und Auswirkungen auf unsere Welt und unser Weltbild gezeitigt hat.

[Die Entstehung von Kalendern und Ornamentik in der frühen Menschheitsgeschichte, unsere Zeit- und Winkelleinteilung aufgrund des babylonischen Sexagesimalsystems oder die Rolle von Quadrat und regelmäßigem Dreieck bei Kirchengrundrissen im Mittelalter sind Beispiele für die kulturelle Bedeutung der Geometrie. Aber auch die fundamentale Rolle der Geometrie bei der Entstehung der Wissenschaften und das Phänomen, daß der menschliche Geist durch Umweltprobleme zu rein theoretischen Fragen angeregt werden kann, gehört zu diesem kulturellen Aspekt.]

- Geometrie als Medium zum Erreichen allgemeiner Lernziele und intellektueller Kompetenzen insbesondere im Bereich der Perzeptions- und Problemlösefähigkeit in komplexen Feldern, des Anschauungsvermögens, der Argumentationsfähigkeit, der Kreativität, des Selbstvertrauens und des ästhetischen Empfindens.

[Das Wiedererkennen bestimmter Figuren und Muster in komplexen Figurationen und das Auffinden logischer Verflechtungen zwischen geometrischen Begriffen ist ein wesentliches Moment der elementaren Geometrie, welches exemplarisch für viele Situationen in den post-modernen wissenschaftlichen Fragen steht. Aber schon das einfache räumliche Anschauungsvermögen und die Argumentationsfähigkeit an anschaulichen Objekten stellen wichtige allgemeine Lernziele dar. Hierfür und ebenso für die Förderung von Kreativität, Selbstvertrauen und ästhetischem Empfinden ist die Geometrie ein geeignetes Übungsfeld (neben anderen).]

- Geometrie als Betätigungsfeld zur Entfaltung bestimmter Spieltriebe und zur Entwicklung von Freude an Mathematik.

[Wegen der Anschaulichkeit und des schon bei Grundschulkindern vorhandenen Sinns für Symmetrie und Ornamentik und wegen des oftmals direkten Zugangs zu einzelnen Problemen, bietet die Geometrie insbesondere die Möglichkeit, den spielerischen und spaßbetonten Aspekt der Mathematik herauszustellen. Fördernd wirkt in dieser Hinsicht auch die

Möglichkeit der Erstellung von sichtbaren Produkten.]

Wie diese fünf Aspekte zu sinngebenden Geometriekursen verbunden werden können, kann hier nicht weiter ausgeführt werden. Abschließend sei lediglich die folgende These formuliert:

Die vordringliche Aufgabe des Geometrieunterrichts an allgemeinbildenden Schulen ist die Bildung gesicherter und aspektreicher geometrischer Begriffe sowie die Entwicklung von Fähigkeiten zum Erkennen von Beziehungen und zum Lösen von Problemen mittels geometrischer Erkenntnisse.

2.2 Der Aspekt "Geometrie im Alltag" in der Schule

Im traditionellen Raumlehreunterricht der Volksschule bzw. der Hauptschule lag das Schwergewicht auf der Anwendung geometrischer Erkenntnisse und Berechnungen im Alltag, allerdings eingeschränkt auf den Alltag einer bestimmten Schicht (vor allem den Berufsalltag von Handwerkern). Auch ging die Zielsetzung in der Regel nicht über den Erwerb eines gewissen Anschauungsvermögens und die Fähigkeit Formeln anzuwenden hinaus.

Im traditionellen Gymnasium wurde der Aspekt der praktischen Nutzung von Geometrie im Alltag so gut wie gar nicht berücksichtigt, da das Ziel des Gymnasiums in der formalen Bildung und der Wissenschaftspropädeutik lag und deshalb an dem Bild der zweckfreien Mathematik der alten Griechen (vor allem Platon und Euklid) anknüpfte. Im Rahmen der Angleichung aller Schulformen und der Orientierung am strukturellen Denken im modernen Mathematikunterricht Anfang der 70er Jahre ist dann der Aspekt der praktischen Nutzung von Geometrie im Alltag größtenteils auch in der Hauptschule verloren gegangen.

In den letzten fünfzehn Jahren wurde die Bedeutung des Umweltaspektes für den Geometrieunterricht erneut diskutiert und hervorgehoben (vgl. etwa [8], [25], [30], [4], [34], [27], [19], [17], [23], [18], [3], [28], [20], [5], [2], [26], [21], [6], [32]). Mit der Abkehr vom rein strukturmathematisch orientierten Modernen Mathematikunterricht seit Ende der 70er Jahre haben dann Umweltbezüge auch Eingang in den Geometrieunterricht aller Schularten gefunden. Allerdings sind Umfang und Stellenwert recht unterschiedlich.

Als Begründung für die Einbeziehung von Umweltaspekten in den Geometrieunterricht findet man etwa folgende: Erstens bieten Hinweise auf umweltliche Situationen eine gute Motivation zur Behandlung geometrischer Fragestellung; zweitens stellen umweltliche Präsentationen die erste Stufe zur Erschließung der Geometrie dar; drittens wird durch die Einbeziehung umweltlicher Aspekte eine breitere Fundierung der geometrischen Begrifflichkeit, eine stärkere Konzentration auf die substantiellen Inhalte sowie eine bessere Förderung der Intuition und der Flexibilität erreicht; viertens stellen umweltorientierte Anwendungsaufgaben ein geeignetes Feld zum Zwecke der Übung und Vertiefung geometrischer Begriffe und Formeln dar; fünftens zeigen die Anwendungen im Alltag die Relevanz vorher gelernter geometrischer Erkenntnisse auf; sechstens ist die Bewältigung von Umweltproblemen mittels Geometrie konstituierendes Element des Geometrieunterrichts.

(Vgl. auch die Begründungen zur "Umwelterschließung im Geometrieunterricht" von H. WINTER in [30]).

In dem von mir hier vertretenen "Praxisorientierten Geometrieunterricht" ist der Umweltaspekt der Kernpunkt des Geometrieunterrichts, Geometrie stellt in dieser Konzeption im Sinne der Zielsetzung des "Praxisorientierten Mathematikunterrichts" ein Hilfsmittel (tool) zur Bewältigung des gegenwärtigen und zukünftigen Lebens dar. Die methodische Richtschnur ist die Beschäftigung mit einer realen oder realitätstreuen Situation bzw. einem Fragenkomplex des Alltags. Der Erwerb und die Klärung geometrischer Tatbestände sollte dabei teils vorher teils während der Beschäftigung mit dem Thema stattfinden.

In Bezug auf die Entwicklung der geometrischen Begriffe stellt der Ansatz von BENDER und SCHREIBER (vgl. [4], [5], [6], [24]) eine recht gute Ergänzung meiner Konzeption dar. Als übergeordnetes Ziel formulieren sie die "Strukturierung des wirklichen Raumes und Erforschung der Nutzbarkeit dieser Struktur" ([6], S. 207), wobei sie nach dem von ihnen sogenannten "Prinzip der operativen Begriffsbildung (POB)" vorgehen, welches wie folgt lautet: "Geometrische Begriffe sind operativ zu bilden d.h.: Von bestimmten Zwecken ausgehend werden Normen zur Herstellung von Formen entwickelt, die jene Zwecke erfüllen. Die Normen, zumeist Homogenitätsforderungen, werden in

Handlungsvorschriften zu ihrer exhaustiven Realisierung umgesetzt und sind damit inhaltliche Grundlage der ihnen entsprechenden Begriffe" ([6], S. 26). Als Beispiele solcher zweckbedingten Formen, werden von ihnen u.a. die runden Formen (wie Kreis, Zylinder, Kugel) für alle rollenden bzw. rotierenden Bewegungsvorgänge, die homogenen Polyeder (wie Würfel, Ikosaeder, Rhombendodekaeder) für gleichwahrscheinliche Ereignisse bzw. Ballherstellung und die spiralförmigen Formen (wie archimedische Spirale, logarithmische Spirale, Schraubenlinie, Wendelfläche) für rotierende nach außen oder oben strebende Bewegungen bzw. Transportsysteme genannt.

Solche Überlegungen zur Funktionalität einzelner geometrischer Formen vertiefen zunächst die Begrifflichkeit bei gleichzeitigem Aufzeigen der Relevanz von geometrischen Betrachtungen für die Umwelt. Bei weiterer Einlassung auf diejenigen Alltagssituationen, durch die bestimmte Funktionsweisen vorgegeben sind, wird man dann zum Aspekt der praktischen Nutzung von Geometrie im Alltag geführt. Ganz im Sinne ihres übergeordneten Zieles kommen daher auch BENDER und SCHREIBER zu Überlegungen, die meiner oben skizzierten Konzeption nahe kommen: "Am reinsten zu verwirklichen wäre das POB, wenn Schüler in Problemsituationen gebracht werden könnten, in denen sie die Probleme durch Bildung geometrischer Begriffe mit Herstellung und Anwendung geometrischer Formen zu lösen hätten" ([6], S. 191).

3. Alltagssituationen mit geometrischem Gehalt

Wie ich oben schon erwähnt habe, müssen die Lehrenden die einen Geometrieunterricht im Sinne der dargelegten Konzeption planen und durchführen wollen, einen Blick dafür gewinnen, welche Alltagssituationen wesentliche geometrisierbare und mittels Geometrie lösbare Aspekte enthalten. Das geschieht am besten dadurch, daß man zunächst in seinem persönlichen Alltag und beim Studieren von Literatur für Anregungen aufmerksam ist. Eine Reihe von inhaltlichen und methodischen Anregungen bieten die Hand- und Lehrbücher des traditionellen Raumlehreunterrichts, sofern die Veränderungen der Lebenswelt und die über den traditionellen Raumlehreunterricht hinausgehenden Zielsetzung des "Praxisorientierten Geometrieunter-

rechts" berücksichtigt werden. In gleicher Weise können auch einzelne neuere Veröffentlichungen als Anregung genutzt werden. Beispielsweise schreibt PROFKE: "Auch im Alltag stößt man immer wieder auf geometrische Sachverhalte: Basteln, Heimwerken, Spielen (Billard, Modellspielzeug), Fotografie, Wohnungsplanung, Montageanleitungen, Landkarten, Richtungsverhalten im Verkehr, Verkehrszeichen, Verpackungen aller Art, Firmenzeichen" ([21], S. 27).

Weiterhin findet man in dem gleichen Artikel eine lange Reihe von Stichwörtern aus der Umwelt zugeordnet zu Inhalten des Geometrieunterrichts der Sekundarstufe I. (vgl. den Anhang) Allerdings geht er dabei so vor, daß zu den nach der Fachsystematik geordneten geometrischen Begriffen jeweils einzelne Stichwörter aus der Umwelt genannt werden. Dieses Vorgehen entspricht ganz dem Ansatz des sog. Anwendungsorientierten Mathematikunterrichts, bei dem die Fachsystematik weiterhin die Leitlinie für den Unterricht darstellt. Der Umweltbezug wird dann stückweise bezogen auf den jeweils behandelten Teil der Mathematik in Form von Anwendungsaufgaben hergestellt. In dem hier von mir vertretenen "Praxisorientierten Mathematikunterricht" dagegen soll die Lebenswelt das konzipierende Element sein, d.h. reale oder zumindest realitätstreue Situationen in ihrer Ganzheit stehen am Anfang. Die Bewältigung von Problemen in solchen Situationen mit Hilfe von Mathematik bzw. die Frage, wie Mathematik bei solchen Problemen hilfreich sein kann, ist dann die Leitlinie des Unterrichts.

3.1 Liste von Situationen für den "Praxisorientierten Geometrieunterricht"

Da es für viele Lehrende des Faches Mathematik aufgrund ihrer Ausbildung und aufgrund der Vorgaben durch den Lehrplan ungewohnt ist, in der vorgestellten Weise zu denken, möchte ich im folgenden eine Liste von Situationen für einen praxisorientierten Geometrieunterricht vorstellen. Diese Liste kann selbstverständlich den Anspruch der Vollständigkeit nicht erheben, dennoch habe ich mich bemüht, möglichst viele Bereiche des Alltags zu streifen. In Anlehnung an Kategorien der Soziologie kann man nach den Bereichen Beruf, Gemeinwesen, Familie und Freizeit unterteilen (vgl. [8], [9]); eine etwas davon abweichende Unterteilung erschien mir für den Zweck hier passender. Jeder dieser Bereiche ist dann wieder nach im Alltag

zusammengehörenden Tätigkeitsbereichen gegliedert, zu denen jeweils einige Beispiele von Situationen für einen praxisorientierten Geometrieunterricht genannt werden.

1. Handwerk und Planung

- Hausbau: Dach ausbauen, Hausgrundrisse planen, Fassaden renovieren
- Wohnungseinrichtung: Tapezieren, Möbelverteilung planen, Lampenformen entwerfen, Verdunster erneuern
- Gartenpflege: Wege pflastern, Beete bepflanzen, Rasen sprengen, Gartenhaus bauen
- Landschaftsplanung: Wanderwege einrichten, Land vermessen, Waldgebiete berechnen
- Kunsthandwerk: Schmuckformen entwerfen, Edelsteinformen analysieren, Ornamente malen

2. Industrie

- Metallverarbeitung: Getriebe und Wellen konstruieren, Kugel- und Rollenlager vergleichen, Rohrleitungsformen und -dicken berechnen, Meßstab für Öltanks ermitteln
- Autoherstellung: Aerodynamische Formen entwickeln, Hubraum von Motoren vergleichen, Scheinwerfer testen, Transportwege optimieren, Bewegungen von Industrierobotern programmieren
- Verpackungen: Kartonherstellen, Verpackungsgrößen vergleichen, Verpackungsformen entwerfen, Abfall beim Stanzen von Formen berechnen

3. Handel und Verkehr

- Vertrieb: Möbelwagen beladen, Getränketüten stapeln, Container verladen
- Werbung: Säulenwerbung verwalten, Papierkosten verschiedener Formate berechnen, Werbe-Designs entwerfen
- Verkehr: Stadtpläne und Landkarten herstellen, Flugrouten vergleichen, Küstenschiffe navigieren, Fahrradkonstruktionen analysieren

4. Staat

- Kommune: Sportplatz bauen, Bebauungsplan zeichnen, Versorgungsleitungen legen
- Bund und Land: Autobahnkreuze planen, Tunnel bauen, Deiche erneuern, Stausee vermessen und kalkulieren, Sonnenkraftwerk planen

5. Kultur

- Kunst und Architektur: Kulissen auf einer Theatredrehbühne planen, Kirchenbauten analysieren, Häuserfassaden zeichnen
- Populärwissenschaftliche Fragen: Schattenfiguren und Sonnenuhren analysieren, Kalender und Planetenbahnen berechnen, Blattoberflächen von Pflanzen berechnen und vergleichen, gebogene Spiegel analysieren

6. Privates

- Hobby: Modelle bauen, Intarsienarbeiten herstellen, Drachen bauen, Muster stricken

- Urlaub: Koffer im Auto verstauen, Entfernungsmesser am Fahrrad testen, Steigungen von Wanderwegen oder Straßen berechnen
- Spiele: Billard spielen, geometrische Puzzles lösen, Computerspiele programmieren

Ich hoffe, daß Sie schon ein grobes Bild durch diese Tabelle davon erhalten haben, welche Lebenssituationen interessante Themen für einen praxisorientierten Geometrieunterricht ergeben und welche geometrischen Begriffe und Überlegungen dabei von Wichtigkeit sind. Um das noch etwas deutlicher werden zu lassen, will ich im folgenden einige Stichwörter näher erläutern.

3.2 Erläuterung einzelner Alltagssituationen

Hausgrundrisse:

Eine Familie plant, ein Haus zu bauen. Von einem Architekten läßt sie sich mehrere Grundrißpläne geben. Sie analysiert diese im Hinblick auf die eigenen Wünsche und stellt daraufhin einen eigenen Grundrißplan auf.

In die Arbeitswelt übertragen, kann man diese Überlegungen auch von einer Angestellten im Architektenbüro durchführen lassen. Als mathematische Aktivitäten kommen in jedem Fall dabei insbesondere das Lesen und Berechnen von Längen- und Flächenmaßen sowie das Erkennen von Formverhältnissen und deren Umsetzung in Raumvorstellungen vor. (Vgl. dazu Abb. 1)

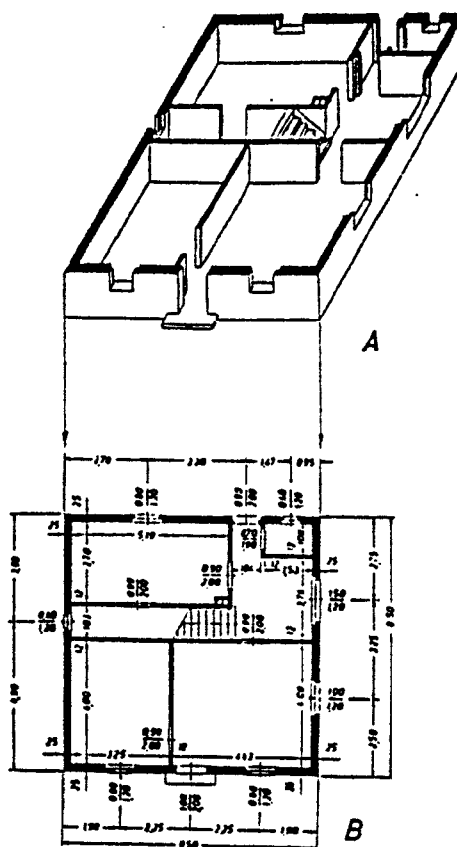


Abbildung 1

Fassaden:

Die Fassade eines Siedlungshauses soll neu gestrichen werden. Die Eigentümerin läßt sich vom Maler ein Angebot machen. Der Maler muß dazu die zu streichende Fläche, seine Arbeitskosten und die Kosten für das Aufstellen eines Gerüstes berechnen. (Vgl. dazu Abb. 2)

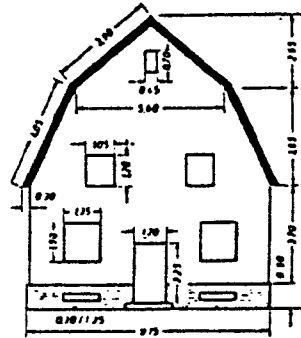


Abbildung 2

Eine andere Situation im Zusammenhang mit dem Stichwort "Fassade" wäre das Entwerfen einer Fassade, die eine Lücke zwischen zwei historischen Gebäuden schließen soll. Neben den künstlerischen Fähigkeiten werden hierbei als geometrische Aktivitäten vor allem die Formanalyse und das Konstruieren verschiedener Formkompositionen angesprochen. (Vgl. dazu Abb. 3)

Moderne Fassade zwischen Gotik und Jugendstilelementen geplant



Paßt sich gut in die historische Umgebung ein: der Neubau mit Säuleneingang, bewußt geradlinig gehaltenen, kleinfächigen Fenstern und „abgetrepptem“ Giebel.

Abbildung 3

Lampenformen:

Ein Designer einer Lampenfirma hat die Aufgabe neue Lampen für einen Kongreßsaal zu entwerfen. Er betrachtet und analysiert dazu erst einmal Lampen in verschiedenen ihm zugänglichen Sälen und stellt dann einige Entwürfe her (vgl. dazu Abb. 4). Die geometrischen Aktivitäten betreffen hierbei vor allem die räumlichen Formen.

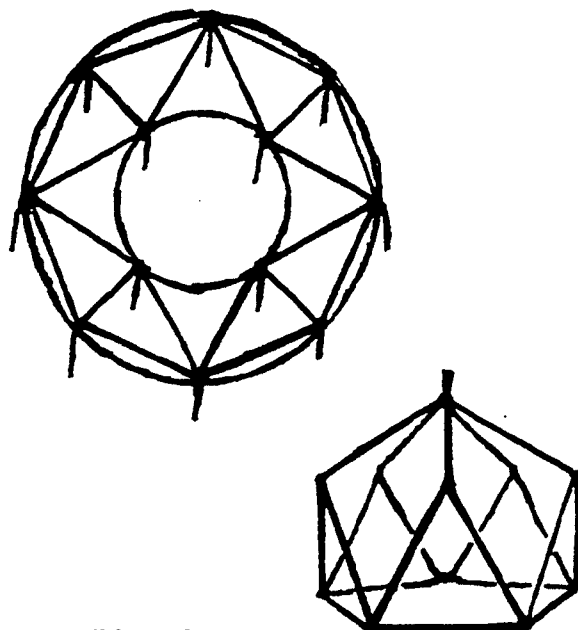


Abbildung 4

Filtereinsätze:

Im Wohnzimmer müssen die Filtereinsätze für drei Heizkörperverdunster erneuert werden. Die Innenmaße von zwei solchen Verdunstern betragen 30 cm x 45 cm. Der dritte hat die Maße 25 cm x 40 cm. Zu kaufen gibt es momentan jedoch nur Filtereinsatzplatten der Größe 29 cm x 16 cm, das Fünferpack zu 3,25 DM und Filtereinsatzplatten der Größe 29 cm x 27,5 cm, das Dreierpack zu 3,30 DM. Welche Filtereinsätze kauft man am besten? Wie steht es mit den Kosten? [Dieses Beispiel zeigt, daß es auch eng begrenzte Situationen im Alltag gibt, die in Form einer Textaufgabe dargestellt werden können.]

Gemüsebeet:

Ein Kind hat ein Beet von 2 m x 4 m zur Verfügung gestellt bekommen, das es selbst bepflanzen darf. Es hat zehn Salatpflanzen, zwölf Kohlrabi- und ein paar Kartoffeln geschenkt bekommen und will sich noch einige Porree-, Weißkohl- und Tomatenpflanzen dazu kaufen. Außerdem will es noch Karotten säen.

Beim Gärtner erfährt es, daß die Pflanzen bestimmte Abstände haben müssen, damit sie gut gedeihen können. Wie teilt es das Beet am besten auf?

Waldgebiete:

Im Rahmen einer Untersuchung über das Waldsterben, muß die Größe mehrerer Waldgebiete mit unterschiedlichem Baumbestand und nach der durchschnittlichen Stärke des Waldsterbens geordnet ermittelt werden.

Edelsteinformen:

Während einer Klassenreise in das Moselgebiet wurde auch eine Edelsteinschleiferei in Idar-Oberstein besucht. Bei der Nacharbeitung der Klassenreise setzten sich die Schüler und Schülerinnen mit den verschiedenen geometrischen Formen, nach denen Edelsteine geschliffen werden, sowie dem kristallinen Aufbau verschiedener Stoffe auseinander.

Öltanks:

Eine Firma für Heizöltanks plant Batterietanks für Hauskeller. Die Form eines solchen Batterietanks ist aus herstellungstechnischen Gründen eine Säule, deren Querschnitt aus einem Rechteck mit an beiden Enden aufgesetzten Halbkrei-

sen besteht. Die Breite soll 80 cm nicht überschreiten, damit der Tank durch die Kellertür transportiert werden kann. Die Höhe sollte 1,70 m und die Länge 2 m nicht überschreiten. Es wird nach Maßen gesucht, so daß ein Tank ein wenig mehr als 2000 l faßt. Weiterhin wird in der Mitte oben ein Meßstab mit einem Schwimmer eingefügt, wobei die Schwimmerhöhe proportional zum Winkel der Anzeigenadel ist. Der maximale Anschlag der Nadel beträgt 120°. Wie sind die Striche für jeweils 100 l zu verteilen?

Säulenwerbung:

Eine Werbeagentur vermietet für jeweils zehn Tage die Plakatwerbung an den Litfaßsäulen in ihrer Stadt. Für die verschiedenen Plakatformate muß der jeweilige Preis ermittelt werden, und es muß überlegt werden, wie die Anordnung der Plakate die Säulenfläche am besten ausnutzt.

Werbe-Designs:

Eine Werbeagentur hat die Aufgabe für verschiedene Firmen Ornamente für die Verpackung und die Firma kennzeichnende Symbole zu entwerfen. Ein anderes Problem in diesem Zusammenhang wäre das Programmieren von dynamischen geometrischen Muster, wie sie im Werbefernsehen oft zwischen zwei Werbebeiträgen vorkommen.

Weitere Themen (wie etwa "Tapezieren", "Wege-Pflasterungen", "Getränketränken", "Sonnenuhren" oder "Autobahnkreuze") kann man in der allgemein bekannten fachdidaktischen Literatur und in Schulbüchern für Berufsschulen finden.

Die Auswahl eines Themas für eine bestimmte Klassensituation erfordert dann natürlich noch einige weitere Überlegungen. Insbesondere müssen die sachlichen und mathematischen Vorkenntnisse der Schüler und Schülerinnen berücksichtigt werden. Damit meine ich jedoch nicht, daß *alle* zur Lösung der Problematik notwendigen Kenntnisse und Fähigkeiten schon vorher vorhanden sein müssen. Vielmehr läßt sich der Sinn von Mathematik - und hier im praxisorientierten Ansatz der Werkzeugcharakter von Mathematik - viel besser vermitteln, wenn einzelne zur Lösung wichtige mathematische Begriffe und Sätze in enger Verbindung mit der Lösungsfindung entwickelt werden, wie es u.a. auch mit der genetischen Methode angestrebt

wird (vgl. etwa [11]). Einschränkend muß allerdings gesagt werden, daß die wichtigsten Vorkenntnisse und Fähigkeiten schon vorhanden sein müssen; auch wird man nicht immer während des Problemlöseprozesses neue Begriffe oder Sätze entwickeln können. Für die Vermittlung der Relevanz von Mathematik wäre es allerdings schon hilfreich, wenn man von Zeit zu Zeit so vorgehen würde.

4. Aus der Unterrichtspraxis

Als Anregung und zur Verdeutlichung der methodischen Ausgestaltung von Geometrieunterricht im Sinne der hier dargestellten Konzeption seien abschließend vier in der Schule erprobte Unterrichtseinheiten vorgestellt. Die Themen entstammen den Bereichen "Handwerk und Planung", "Industrie", "Staat" und "Kultur". Die Unterrichtseinheiten wurden von Studierenden des Lehramtes der Sekundarstufe I gemeinsam mit mir im Rahmen der schulpraktischen Studien entwickelt und durchgeführt.

4.1 Dachausbau

Diese Unterrichtseinheit wurde in einem Grundkurs eines 9. Schuljahres einer Hauptschule in sieben aufeinanderfolgenden Mathematikstunden durchgeführt.

In der 1. Stunde wurde die die Einheit bestimmende Lebenssituation vorgestellt und diskutiert. Nach ein paar einleitenden Bemerkungen wurde ein Text für ein Rollenspiel mit sieben Personen (Familie Bernstein - Vater, Mutter, 2 Söhne - und 3 Freunde) und einem Sprecher ausgegeben. In diesem Rollenspiel wurden zunächst die Konflikte zwischen den beiden Söhnen der Familie Bernstein in den beengten Wohnverhältnissen (nur ein Zimmer für die beiden halbwüchsigen Jungen) dargestellt. Danach wurde in einem Gespräch zwischen Vater und Mutter allein angedeutet, daß eine Lösung der Konflikte möglicherweise durch den Ausbau des Dachbodens gefunden werden könnte.

Nachdem die Schüler und Schülerinnen den Text gelesen und mit verteilten Rollen gespielt hatten diskutierten sie darüber, wie die Geschichte wohl weitergehen könnte. Es wurde festgestellt, daß die Familie nun gemeinsam den Ausbau des Dachbodens planen und den Ausbau aus finanziellen Gründen in Selbstarbeit durchführen wird. Hierbei gingen Erfahrungen aus dem eigenen häuslichen Milieu mit ein. Außerdem konnte auch herausgearbeitet werden, daß eine Vorplanung und Kostenüberschlagsberechnung vor Beginn der Arbeiten wichtig ist. Es wurde ein Arbeitsplan mit folgenden Punkten erstellt: Elektrische Leitungen, Wärmedämmung, Verkleidung, Fenster, Heizung, Tapezieren, Fußboden, Möbel. Dabei wurde auch klar, daß bei der Kostenüberschlagsrechnung die Isolierung und Verkleidung den wesentlichen Punkt ausmachen.

Zum Abschluß der Stunde wurden noch verschiedene Dachformen behandelt (vgl. Abb.5). Der Lehrer teilte in diesem Zusammenhang mit, daß die Familie Bernstein ein halbes Walmdachhaus besitze.

[Dieser hier vorgestellte Fall war zwar vom Lehrer fingiert, zur besseren Einführung der Kinder in die Situation wurde jedoch so getan, als ob der Fall existiere. Da hier eine wirklich realitätstreue Situation vorlag - was auch durch die Reaktion der Kinder bestätigt wurde -, halte ich dieses Vorgehen für erlaubt.]

Als Hausaufgabe erhielten die Kinder den Auftrag, ein Pappmodell von einem Walmdach herzustellen.

In der 2. und 3. Stunde wurde zunächst die in der ersten Stunde diskutierte Situation der Familie Bernstein wachgerufen. Dann wurde das angeschnittene Problem der Verkleidung der Wände und des Fußbodens ausführlich behandelt. Als mathematisches Problem ergab sich dabei neben der Erstellung von Rechenbäumen die Berechnung der Oberfläche eines halben Walmdachkörpers (vgl. dazu Abb. 6).

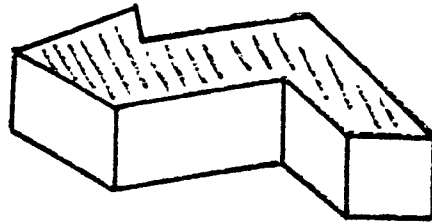
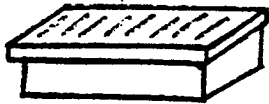
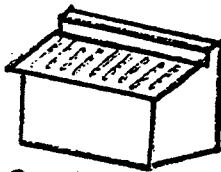
Die Lösung wurde gruppenweise erarbeitet, wobei sich zum Teil verschiedene Lösungswege



Wertvoller Wohnraum im Oberstübchen

Beim Ausbau des Dachgeschosses
ist die Wärmedämmung das A und O

Arbeitsbogen 3

Dachformen:Flachdächer:Steildächer:

Puttdach



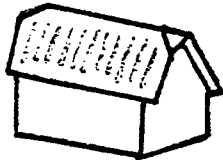
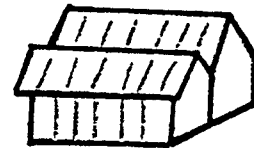
Satteldach



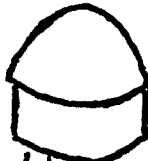
Walmdach



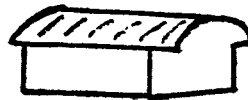
Zelt-dach

Krüppel-
walmdachMansarden-
dachKegel-
dach

Sheddach



Kuppeldach



Bogendach

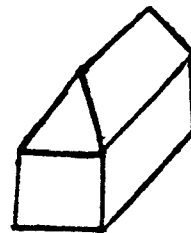
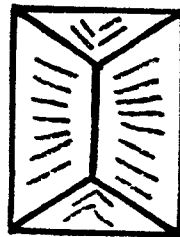
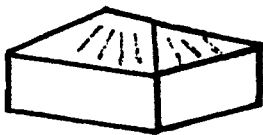
Walmdach in verschiedenen Perspektiven

Abbildung 5

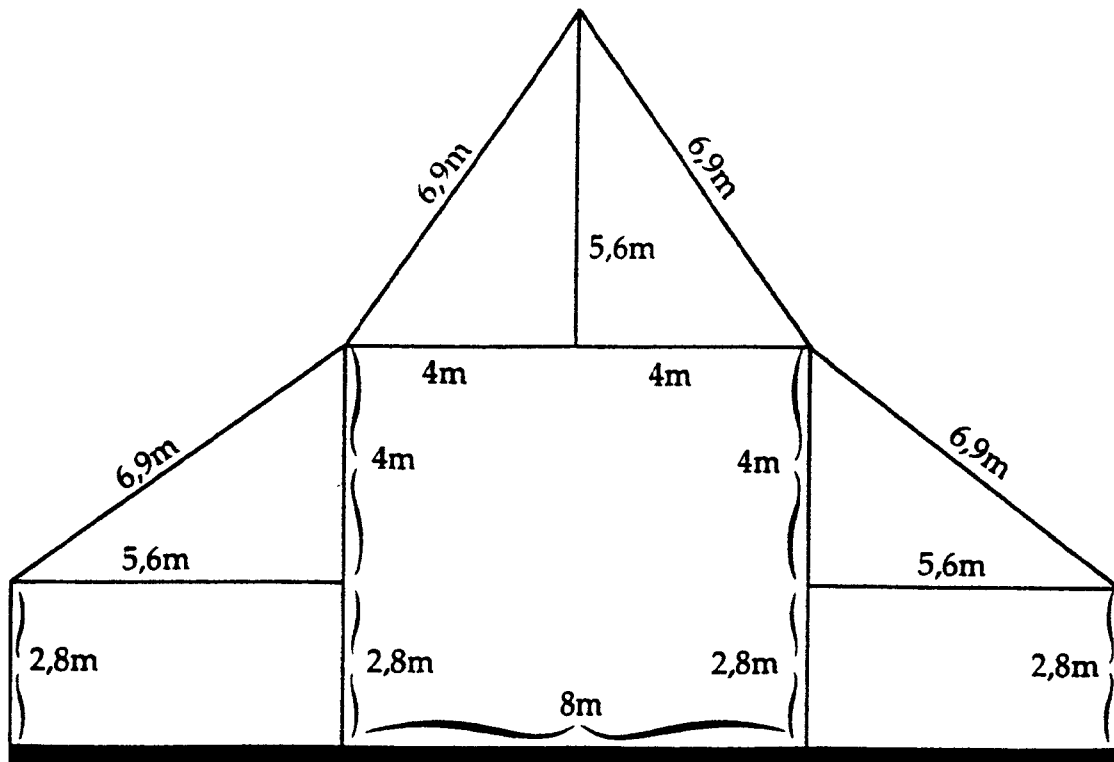


Abbildung 6

ergaben. Diese wurden zum Schluß der 3. Stunde gemeinsam besprochen.

[Es stellte sich dabei heraus, daß viele Schüler und Schülerinnen Schwierigkeiten mit den Formeln für Rechtecks- und Dreiecksflächen hatten. Allerdings wurde eine allgemeine Wiederholung nicht vorgenommen, denn die Kinder sollten lernen, möglichst selbständig mit der Gesamtproblematik umzugehen, was durch die Gruppenarbeit möglich war. Dabei kamen auch individuelle und teils "unorthodoxe" Lösungen zu Tage, die ebenso wie die anderen vorgestellt und diskutiert wurden.]

In der 4. Stunde wurde auf den Einbau eines Heizkörpers eingegangen. Da die Größe, und damit auch der Preis, wesentlich vom Volumen des Dachraumes abhängt, trat die Volumenberechnung als nächstes Problem auf. Hierfür waren vier Modelle aus Kunstmoos vorbereitet worden (für Gruppenarbeit). Die Schüler kamen nun von selbst darauf, den Walmdachkörper in Teilkörper zu zerlegen. Dies konnte dann auch von den Schülern selbst vorgenommen werden, da sich das Kunstmoos leicht mit einem Messer zerschneiden läßt. Es wurde dann der Mittelkörper, eine Dreieckssäule, berechnet. Bei den Spitzkörpern überlegten und probierten die Schüler lange, bis sie darauf kamen, diese Körper noch einmal zu halbieren und drei Hälften davon zu einem Quader zusammenzulegen.

[Dieses Verfahren geht nur mit quadratischen Pyramiden, bei denen die Höhe gleich der halben Kantenlänge ist, wie in unserem Beispiel. Es war auch nicht das Ziel die noch nicht bekannte Pyramidenformel herzuleiten, sondern es ging zunächst einmal um die Lösung des konkreten Problems, welches durch unsere Zahlenvorgaben eine Lösung auf diesem Wege erlaubte. Die allgemeine Pyramidenformel wurde dadurch vorbereitet, und es wurde eine Vorstellung für die Bedeutung einer solchen Formel, die in einem späteren Unterricht erarbeitet wurde, angebahnt.]

In der 5. und 6. Stunde führten dann die Schülerinnen und Schüler die Volumenberechnungen zu Ende und es wurde die Gesamtproblematik unter Zusammenfassung der bisherigen Berechnung und der Abschätzung der sonstigen Kosten abschließend behandelt.

In der 7. Stunde wurde eine Klassenarbeit zu dieser Unterrichtseinheit geschrieben. Sie bestand aus vier Aufgaben. In der ersten Aufgabe mußten zeichnerisch gegebene Gebäudeformen aus der Umwelt (Siegerpodest, Gewächshaus, Kirchturm) mit Hilfe der geometrischen Begriffe "Würfel", "Quadratsäule", "Rechteckssäule", "Dreieckssäule", "Pyramide" beschrieben werden. In der zweiten Aufgabe ging es um die Volumenberechnung einer Streichholzschatel. In der dritten Aufgabe sollte das Netz der

Cheopspyramide im Maßstab 1:4000 gezeichnet werden und die Oberfläche berechnet werden. Die vierte Aufgabe knüpfte an die Situation der Familie Bernstein an. Eine der trapezförmigen Dachseiten muß neu gedeckt werden. Die Fläche und daraus die Anzahl der Dachpfannen war zu berechnen.

4.2 Form und Inhalt von Verpackungen

Diese Unterrichtseinheit orientiert sich nicht an einer räumlich und zeitlich begrenzten Situation, sondern an der Frage nach der funktionellen bzw. werbetechnischen Form von Verpackungen. Sie wurde einmal in einem 9. Schuljahr und ein zweites Mal parallel in einem Ergänzungskurs und einem Grundkurs eines 8. Schuljahres einer Hauptschule durchgeführt. Im zweiten Fall standen uns jeweils sieben Mathematikstunden zur Verfügung.

In der 1. Stunde wurden verschiedene Konsumgegenstände auf dem Lehrertisch aufgebaut und die Schülerinnen und Schüler zu Klasseneinteilungen (z.B. nach Material, Größe, Preis, Form) aufgefordert. Danach wurde auf die Formen besonders eingegangen.

In der 2. Stunde wurde das Volumen von quaderförmigen und zylinderförmigen Waschmittelkartons berechnet (Außenvolumen). Die Frage dabei war, ob bei gleicher Gewichtsangabe auch gleiche Volumina vorliegen.

In der 3. Stunde wurde im Zusammenhang mit dem Problem der Pappmenge (Herstellerproblem) die Oberfläche der Kartons berechnet.

In der 4. Stunde stand das sog. "Mogelpackungen"-Problem im Vordergrund. Das äußere Volumen wurde mit dem Volumen, den das Waschmittel im Inneren einnimmt, verglichen. Das entsprechende Problem wurde auch bei einer Creme-Dose behandelt, bei der der Unterschied zwischen Sein und Schein besonders groß war.

In der 5. Stunde wurde das Volumen einer Motoröl-Dose mit der Form des Kegelstumpfes berechnet.

[Die Kegelstumpfformel war dabei nicht bekannt, es wurde das Volumen als Differenz der beiden zugehörigen Kegel ermittelt. Damit der Bogen zum Gesamthema nicht verloren ging, wurden die Maße dieser Kegel nur zeichnerisch (bezogen auf den konkreten Fall) ermittelt. Dieses Vorgehen entspricht auch Löseverfahren, wie sie oft im Alltag vorgenommen werden.

Gleichzeitig wird damit die Erarbeitung der Kegelstumpfformel vorbereitet.]

In der 6. Stunde wurden dann Körper, deren Form sich aus zwei oder drei Grundformen zusammensetzen läßt (wie etwa eine Fischdose, eine Käseschachtel oder eine Konfektschachtel), in Bezug auf Form und Größe analysiert.

In der 7. Stunde wurde eine Klassenarbeit geschrieben. Sie bestand aus Aufgaben zu Volumenberechnungen und Verhältnissen zwischen Volumina sowie aus der Beschreibung von Formen für Gegenstände aus dem Alltag, deren Form aus zwei oder drei Grundformen zusammengesetzt werden kann (Gewächshaus, Fernsehturm, Raumkapsel, Güterzugwaggon).

4.3 Deicherhöhung

Dieses Thema wurde u. a. von einer Studentin im Rahmen einer Examensarbeit und von einer Studentengruppe im Rahmen des mathematikdidaktischen Tagespraktikum erprobt. Im zweiten Fall standen uns wieder sieben aufeinanderfolgende Mathematikstunden eines 8. Schuljahres einer Hauptschule zur Verfügung.

In der 1. Stunde wurde anhand von Dias über die Sturmflutkatastrophe 1962 in das Thema eingeführt. Die Schüler und Schülerinnen sollten sich danach in die Rolle eines Planers oder Abgeordneten des hamburgischen Staates, der über die Verbesserung der Schutzmaßnahmen mitentscheiden muß, versetzen. Im Anschluß daran wurde das Projekt der Erhöhung eines 12 km langen Deichabschnittes herausgestellt und anhand von Bildern aus einem Atlas wurden verschiedene Deichformen in ihrer historischen Entwicklung besprochen.

In der 2. Stunde wurde zunächst im gemeinsamen Unterrichtsgespräch eine Liste der wesentlichen Kostenpunkte (ohne Planungs- und Verwaltungskosten) erstellt. In der anschließenden Einzelarbeit berechneten dann die Schüler und Schülerinnen das Volumen vom Sandkern des alten Deiches für 1 km Länge (vgl. dazu Abb. 7).

In der 3. Stunde wurde (in Gruppenarbeit) zunächst das Sandvolumen für die Erhöhung eines Deichstückes von 1 km Länge errechnet. Danach wurden die Kosten für die Erhöhung des Sandkerns ermittelt (vgl. dazu Abb. 8).

[Die Kosten für 1 m³ Sand, ebenso wie die später auftretenden Kosten für Kleieboden und Grassoden, hatten die Studierenden vorher bei entsprechenden Lieferfirmen erfragt. Die Kosten für

die Anfahrt wurde aufgrund einer Befragung der Lieferfirmen und Schätzungen über die Weglänge ermittelt. Hiervon wurden die Schüler und Schülerinnen kurz unterrichtet. In einem anderen Fall hätte man sie auch selbst solche Daten ermitteln lassen können.]

In der 4. Stunde wurde (ebenfalls in Gruppenarbeit) das Volumen der Kleieschicht des alten und des neuen Deiches für 1 km Länge berechnet. Hierzu mußten vor allem die Deichschrägen ermittelt werden. Im Anschluß daran wurden die

Kosten für die zusätzlich notwendige Kleiemenge ermittelt.

[Die Ermittlung der Deichschrägen geschah hier im 8. Schuljahr auf zeichnerisch-messende Weise, da der Satz von Pythagoras noch nicht bekannt war. Für die praktischen Zwecke reicht die Genauigkeit dieser Methode aus. Bei der Einführung des Satzes von Pythagoras im nächsten Schuljahr konnte auf dieses Beispiel zurückgegriffen werden.]

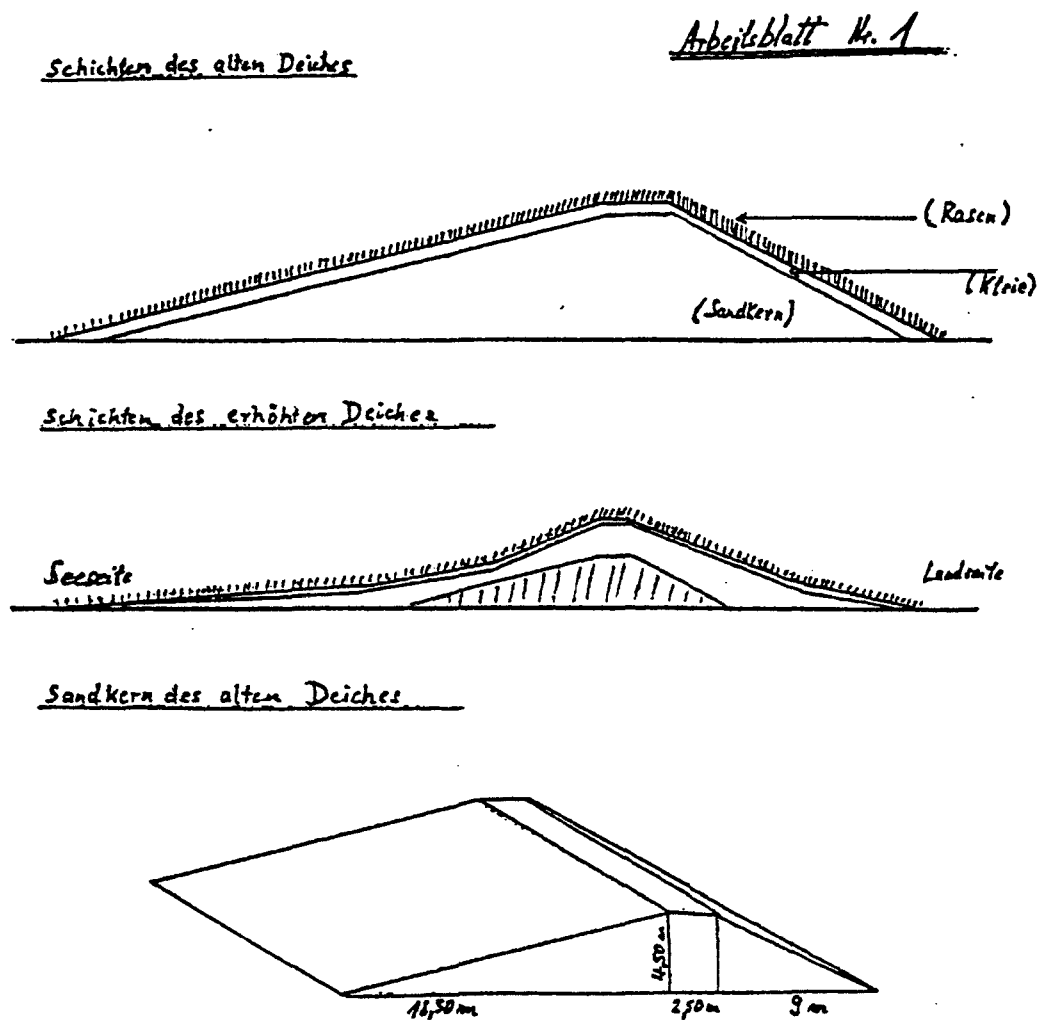


Abbildung 7

Berechne das Volumen und die Kosten des Sandkernes für die Erhöhung des Deiches um 1 Meter auf der Länge von 1 Kilometer. 1 m³ Sand kostet 14,-DM. Die Kosten für die Anfahrt des LKW betragen 7,50 DM. Ein LKW kann 15 m³ Sand transportieren.

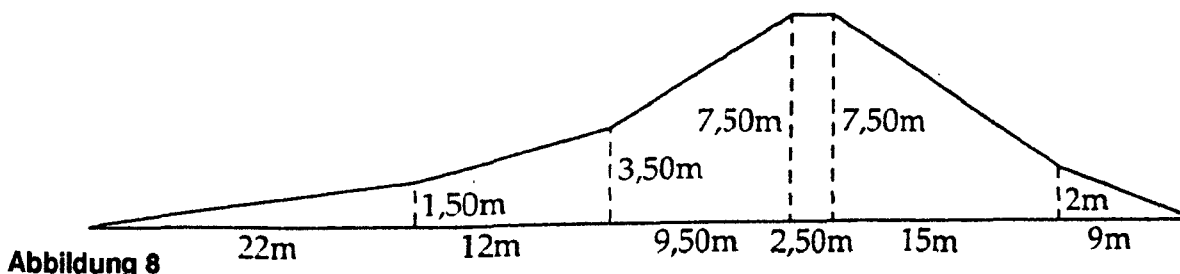


Abbildung 8

In der 5. Stunde wurden dann in Frontal- und Einzelarbeit die Kosten für die Grasschicht für einen 1 km langen Deich berechnet. Da für einen schnellen Schutz die Grasschicht nicht durch Säen, sondern mittels fertiger Grassoden normierter Größe hergestellt wird, muß zunächst die Fläche und die Anzahl der Soden für die Pflasterung dieser Fläche ermittelt werden. Danach folgt die Kostenberechnung.

In der 6. Stunde schließlich wurden die Arbeits- und Maschinenkosten in gemeinsamer Diskussion abgeschätzt und es wurden die Gesamtkosten für die 12 km lange Deicherhöhung berechnet. Außerdem wurden noch einzelne Aspekte der Detailrechnungen aus den letzten Stunden zur Vertiefung wiederholt.

In der 7. Stunde fand eine Klassenarbeit statt, bei der es um die Erhöhung eines entsprechenden Deiches mit etwas anderen Daten ging. Es sollten dann nacheinander die Sandmenge, deren Anfahrtskosten, die Kleiemenge, deren Anfahrtskosten und die Anzahl der Grassoden sowie deren Kosten berechnet werden. Wegen der Kopplung der Aufgaben und wegen einer zwischen der 6. und 7. Stunde liegenden Ferienwoche fiel die Klassenarbeit sehr schlecht aus und wurde deshalb nur als Übungsarbeit gewertet. Nach Besprechung dieser Arbeit durch den Fachlehrer wurde dann noch eine ganz analoge Klassenarbeit geschrieben, bei der jedoch für jede Aufgabe die jeweils benötigten Daten neu vorgegeben wurden. Diese Arbeit fiel dann wesentlich besser aus.

4.4 Geometrische Formen in der Kunst

Diese Unterrichtseinheit hat ihren Ausgangspunkt in dem Problem der Verödung und Eintönigkeit der Straßen- und Stadtbilder moderner Industriestädte etwa im Vergleich zu mittelalterlichen oder barocken Gebäude- und Stadtansichten. Neben der Vernachlässigung des Bedürfnisses des Menschen nach Abwechslung und

Ästhetik gegenüber ökonomischen Interessen und Rationalisierungsinteressen, liegt ein die Bildung betreffendes Problem darin, daß viele Menschen überhaupt nicht mehr darin geschult sind, die Schönheit vorhandener im angesprochenen Sinne positiver Gestaltungen wahrzunehmen (vgl. auch [10], [12]).

In zwei Unterrichtseinheiten verschiedenen Inhaltes und einem Projekt wurde versucht, jeweils einen kleinen Aspekt des genannten Problems zu behandeln. Die im folgenden skizzierte Unterrichtseinheit wurde in zwei Parallelklassen eines 6. Schuljahres in acht aufeinanderfolgenden Mathematikstunden durchgeführt.

In der 1. Stunde wurden anhand von Dias Gebäudeformen aus verschiedenen Zeitaltern betrachtet und diskutiert (vgl. Abb. 9 und Abb. 10). In einer direkt daran anschließenden 2. Stunde wurden einige Gebäudeansichten (insbesondere die Porta Nigra mit ihren vielen Rundbögen) versucht aus freier Hand nachzuzeichnen (vgl. Abb. 11).

Als Hausaufgabe sollten die Schüler Häuser der Innenstadt besichtigen und für eine Hausfassade eine genauere Beschreibung liefern (vgl. Abb. 12).

In der 3. und 4. Stunde (ebenfalls eine Doppelstunde) wurden Rechteck und Kreis wiederholt und es wurde das Zeichnen von Rechtecken und Kreisen mit Zirkel und Lineal geübt.

In der 5. und 6. Stunde wurden mittels der vorher gelernten Techniken Ornamente aus Kreisen und Rechtecken gezeichnet (vgl. Abb. 13).

In der 7. und 8. Stunde wurden schließlich noch hübsche Fadenbilder aus farbigen Wollfäden und Pappe hergetellt (vgl. Abb. 13). Die Kinder konnten sich dabei kreativ betätigen; als Grundlage sollte jedoch eine selbst ausgedachte Figur aus Rechtecken und Kreisen bzw. Kreisteilen dienen.

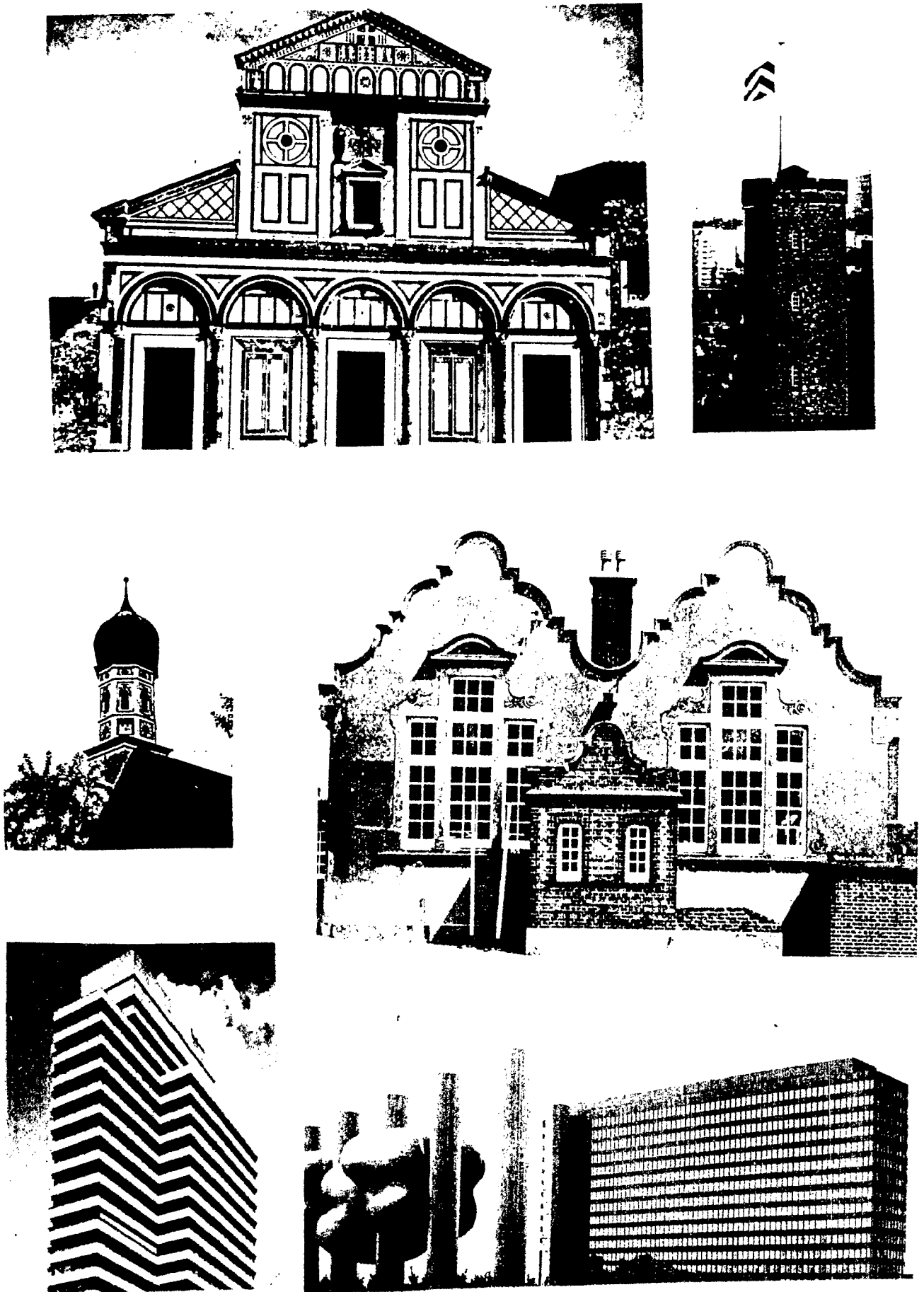


Abbildung 9

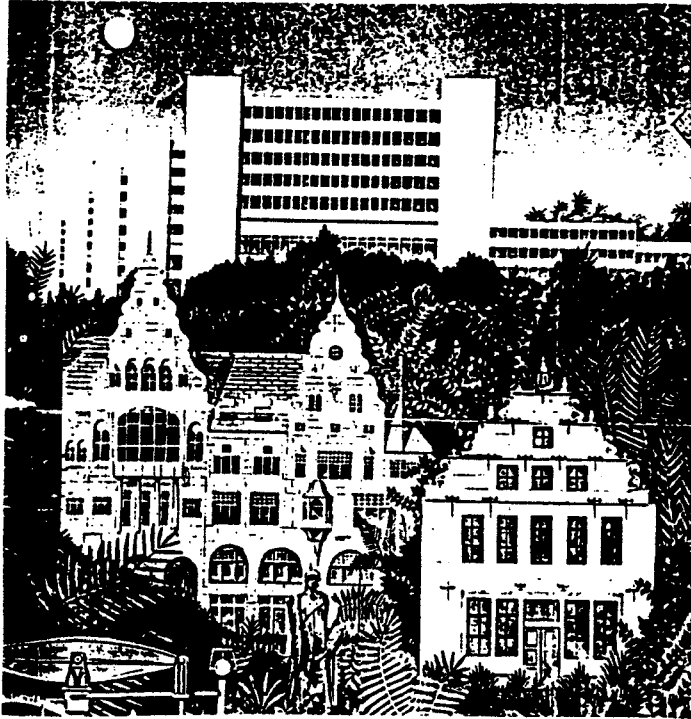


Abbildung 10
(Aus einem Prospekt der Stadt Bielefeld)

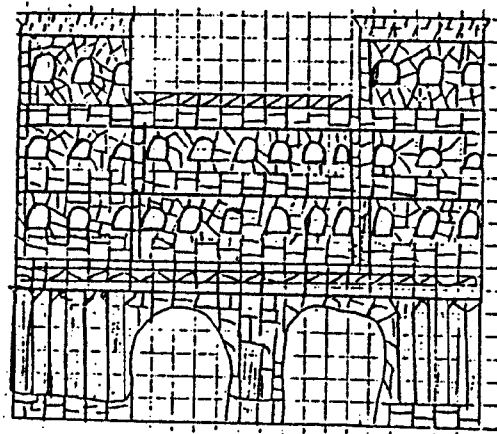
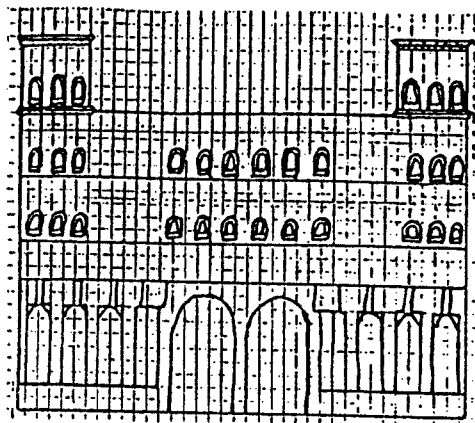
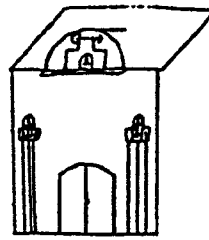


Abbildung 11

1. Gelbes Haus in der Bahnhofstraße:
Links und rechts ein Erker, eine
Rundung im Dach.



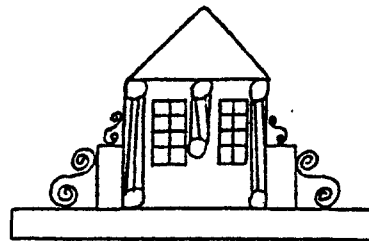
2. Haus Dornbach:
Gotischer Stil, in der Mitte ein
Turm mit Verzierungen (Kreis, Turm-
spitze wellig).



3. Altstädter Nikolaikirche:
Gotischer Stil.
In der Kirchenmauer sind Kreise,
Spitzbögen, Dreiecke und Quadrate
eingemeißelt. Spitze des Turmes ist
eine Pyramide.



4. 1. Fachwerkhaus am Alten Markt:
Das Dach ist dreieckig, an den Seiten
schneckenförmige Verzierungen. In der
Mitte des Hauses 3 Säulen. Unter den
Fenstern Kreise und Halbbögen.



5. 2. Fachwerkhaus am Alten Markt:
Das Dach hat halbe Rundbögen. Die
Rundbögen werden von Säulen gestützt.
In den Rundbögen sind noch Dreiecke
und manch andere Verschnörkelungen.



6. Jodokus Kirche:
Fenster in gotischem Stil. Die
Kirche ist spitzwinklig. Die Fenster
sind aus lauter kleinen Dreiecken
zusammengesetzt. Unter den Fenstern
befinden sich Säulen. Der Kirchen-
turm ist zwiebelförmig.

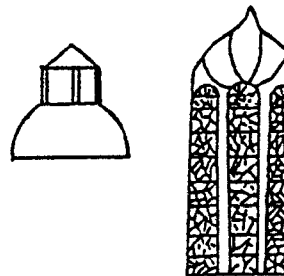


Abbildung 12

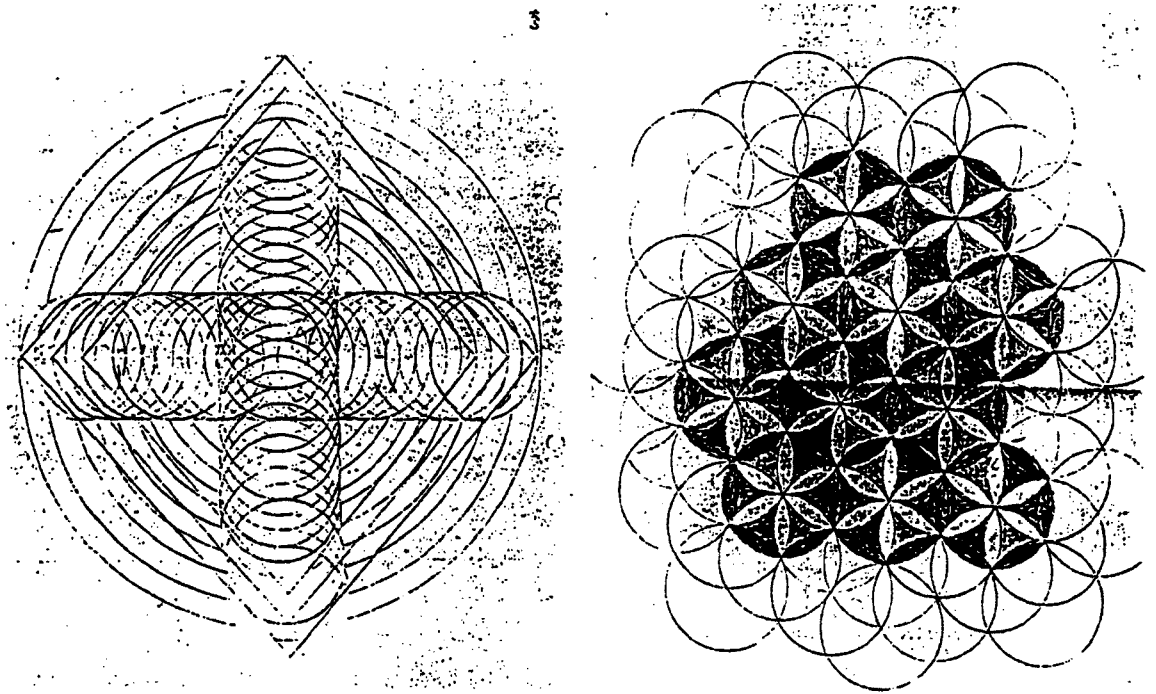


Abbildung 13

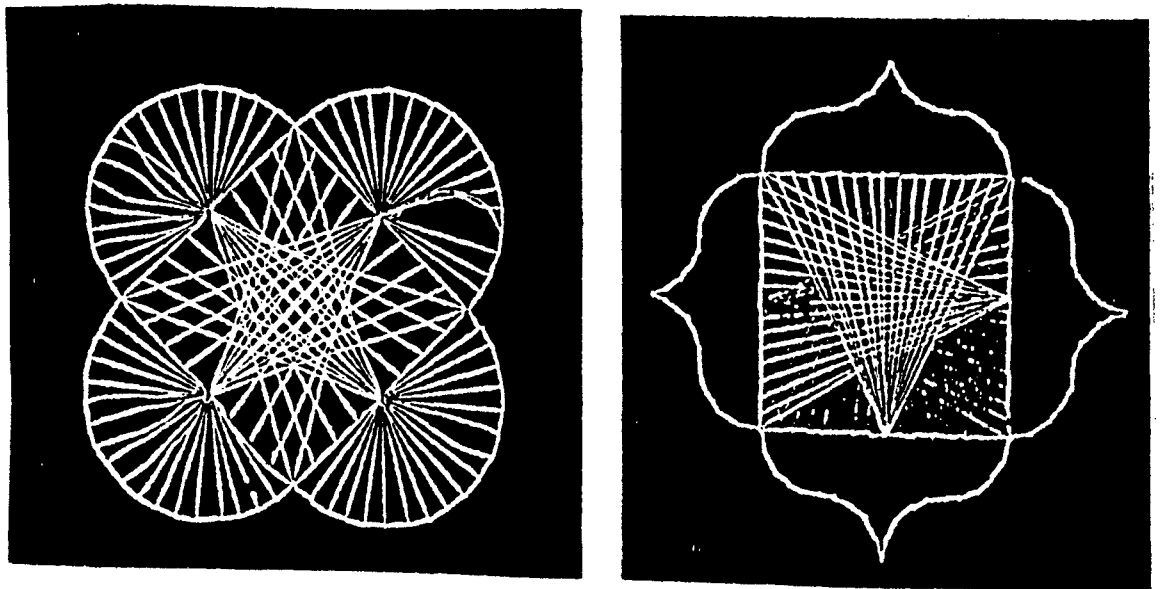


Abbildung 14

Literatur

- [1] Andelfinger, B.: Bericht über die Arbeitsgruppe Mathematik, In: 30. Gemeiner Kongress (Tagungsband), Bottrop 1978, S. 231-246
- [2] Beck/Profke: Das Hyperbelverfahren zur graphischen Flächeninhaltsbestimmung im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I. In: Vollrath H.-J.: Praktische Geometrie - Darstellen, Messen, Berechnen, Stuttgart 1984, S. 40-82
- [3] Boer/Volk: Trassierung von Autobahnkreuzen, Göttingen 1982
- [4] Bender, P.: Umwelterschließung im Geometrieunterricht durch operative Begriffsbildung. In: Der Mathematikunterricht 24 (1978), Heft 5, S. 25-87
- [5] Bender, P.: Zentrale Ideen der Geometrie für den Unterricht der Sekundarstufe I. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 1983, S. 8-17
- [6] Bender/Schreiber: Operative Genese der Geometrie, Stuttgart/Wien 1985
- [7] Graumann, G.: Praxisorientiertes Sachrechnen. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 1976, S. 79-83
- [8] Graumann, G.: Praxisorientierter Geometrieunterricht. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 1977, S. 98-101
- [9] Graumann, G.: Mathematikunterricht und Freizeit - Ein Beitrag zum praxisorientierten Mathematikunterricht. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 1979, S. 142-145
- [10] Graumann, G.: Ästhetik - ein oft vergessener Aspekt des Mathematikunterrichts. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 1981, S. 32
- [11] Graumann, G.: Eine genetische Einführung in die Trigonometrie. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 1987, S. 146-149
- [12] Graumann, G.: Mathematik und Kunst - Beobachten, Malen, Denken, Konstruieren, In: Hänsel/Müller. Das Projektbuch Sekundarstufe, Weinheim und Basel 1988
- [13] Graumann, G.: "Allgemeinbildung durch Mathematik" als Aufgabe der Lehrerbildung. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 1990, Bad Salzdetfurth 1991, S. 103-107
- [14] Graumann, G.: Wodurch wirkt der Mathematikunterricht allgemeinbildend - Vier Beispiele aus dem Geometrieunterricht. In: Arbeitskreis Mathematik und Bildung, Mehr Allgemeinbildung im Mathematikunterricht, Buxheim-Eichstätt 1993
- [15] Hayen, J.: Die Erschließung der Geometrie in der Hauptschule. In: Vollrath H.-J.: Geometrie, Stuttgart 1982, S. 31-56
- [16] Heymann, H.-W.: Allgemeinbildender Mathematikunterricht - was könnte das sein? In: mathematik lehren, Heft 33/1989, S. 4-9
- [17] Hoschek/Weber: Zur optimalen Transplantation von Hüftgelenk-Prothesen. In: Der Mathematikunterricht 26 (1990), Heft 4, S. 18-39
- [18] Kirsch, A.: Zur Mathematikausbildung der zukünftigen Lehrer - im Hinblick auf die Praxis des Geometrieunterrichts. In: Journal für Mathematikdidaktik 1 (1980), Heft 4, S. 229-256
- [19] Krainer, K.: Umwelterschließung im Geometrieunterricht, Staatsexamensarbeit, Klagenfurt 1982
- [20] Kroll, W.: Geometrie in der Sekundarstufe I. In: Praxis der Mathematik 22 (1980), S. 161-167 und 193-209
- [21] Müller, K.-P.: Raumgeometrie in Photographie und Kunst. In: Mathematica Didactica 5 (1982), Heft 1, S. 21-31
- [22] Profke, L.: Anwendungsaufgaben im Mathematikunterricht - vorwiegend erörtert am Geometrieunterricht der Sekundarstufe I. In: Journal für Mathematikdidaktik 6 (1985), Heft 1, S. 15-43
- [23] Schaal, H.: Rekonstruktionen und Bildmontagen in der Perspektive. In: Der Mathematikunterricht 26 (1980), Heft 4, S. 58-80
- [24] Schoemaker/Goddijn/de Lange/Kindt: Neuer Geometrie-Unterricht auf der Sekundarstufe. In: Steiner/Winkelmann: Fragen des Geometrieunterrichts, Köln 1981, S. 99-155
- [25] Schreiber, H.: Die operative Genese der Geometrie. In: Der Mathematikunterricht 24 (1978), Heft 5, S. 7-24
- [26] Stowasser, R.: Küstenschiffahrt, Landmessen, Billard - drei Problemfelder der Geometrie. In: Der Mathematikunterricht 22 (1976), Heft 3, S. 24-52
- [27] Volk, D.: Geometrie aus dem Handwerk. Genaue Hinsehen beim Mauern und Häuserbauen, Göttingen 1984
- [28] Vollrath, H.-J.: Einstiege im Geometrieunterricht. In: Mathematica didactica 3 (1980), S. 59-67
- [29] Vollrath, H.-J.: Geometriernen in der Hauptschule. In: Vollrath H.-J.: Geometrie, Stuttgart 1982, S. 7-18
- [30] Weidig, I.: Stufungen im Geometrieunterricht der Hauptschule. In: Vollrath H.-J.: Geometrie, Stuttgart 1982, S. 19-30

- [31] Winter, H.: Zur Einführung (Umwelterschließung im Geometrieunterricht). In: Der Mathematikunterricht 24 (1978), Heft 5, S. 5-6
- [32] Winter, H.: Geometrie vom Hebelgesetz aus - ein Beispiel zur Integration von Physik- und Mathematikunterricht der Sekundarstufe I. In: Der Mathematikunterricht 24 (1978), Heft 5, S. 88-125
- [33] Wittmann, E.: Elementargeometrie und Wirklichkeit, Braunschweig 1987
- [34] Wunderlich, W.: Dreidimensionale graphische Fahrpläne. In: Der Mathematikunterricht 26 (1980), Heft 4, S. 40-57
- [35] Zeitler, H.: Zur Einführung (Anwendungsbezogene Geometrie). In: Der Mathematikunterricht 26 (1980), Heft 4, S. 3-4
- [36] Zeitler, H.: Radlinien in Schule, Technik und Wissenschaft. In: Der Mathematikunterricht 26 (1980), Heft 4, S. 81-104

Quellenangabe

Dieser Beitrag ist eine erweiterte und überarbeitete Fassung eines gleichnamigen Aufsatzes aus "mathematik lehren", 1988, Heft 29.

Anhang

Die folgende Auflistung von L. Profke (vgl. [22], S. 27-35) ist auch sehr hilfreich, um zu einem anwendungsorientierten Geometrieunterricht anzuregen. Sie sei deshalb (in Übereinstimmung mit dem Autor) ohne weiteren Kommentar den Ausführungen hinzugefügt. Die Literaturhinweise (22) und (27) betreffen: Meyer, K., Algebra und Geometrie, Band 1. Frankfurt 1980 bzw. Schmidt, W., mathematikaufgaben. anwendungen aus der modernen technik und Arbeitswelt. Stuttgart 1984.

Figuren und Lagebeziehungen

- | | |
|-----------------------------|--|
| (1) Punkt | Ecke oder Spitze eines Körpers; Ecke eines Spielfeldes; Markierungspunkt, Vermessungspunkt, Drehpunkt, Endpunkt, Mittelpunkt; Gestirn |
| (2) Strecke | Körperkante; Rand und Knicklinien beim Netz einer Schachtel; Markierung eines Spielfeldes; Streckennetz eines Beförderungsunternehmens; Werkszeichnung; kürzeste Verbindung zweier Orte, Luftlinie; gespannte Schnur |
| (3) Gerade | Visieren beim Abstecken, beim Zielen und bei der Überprüfung auf Geradlinigkeit im Handwerk; Lichtstrahlen; Entstehung von Schatten; Gitterlinien im Stadtplan; gerade Straße; Leitlinien für die Schifffahrt in engen Gewässern; Einschlagen eines Nagels; Schiebetüren |
| (4) Ebenenstück | Seitenflächen von Körpern; Dachflächen, Wandflächen, Zimmerwände; Sportplatz; Tischplatz; Wasserfläche; Spiegel |
| (5) parallel, orthogonal | kariertes oder liniertes Papier; Gitternetz im Stadtplan; Brettspiele; Kanten an quaderförmigen Körpern; gerade Eisenbahnschienen; Leiter; Spielfeld; Fachwerke |
| (6) Parabelkurven | Eisenbahnschienen; Laufbahnen im Stadion; Hochspannungsleitung; Straßenränder |
| (7) Lagebeziehungen im Raum | Kanten an Zimmer und Gebäuden; Aufbau eines Dachstuhls; Abstützung von Masten; Flugrouten |

- (8) ebenes Flächenstück ebenes Grundstück, Areal auf einer Landkarte; Klecksfiguren; Flugfiguren von Vögeln; Querschnitt eines Lebewesens, eines Straßendamms, eines Flugzeugs
- Körperformen, Körpernetze
- (9) Begriff des Körpers Spielzeug; Gebäudeteile; Maschinenteile; Kristallformen; Abwicklung von Gebäudefassaden, Behälter und Verpackungen
- (10) Würfel, Quader Rubi's Cube; Spielwürfel; Margarinewürfel; Mauersteine; Keramikfliesen; Streichholzschachtel; Binnen- und Überseecontainer ((27), 16, 142); Herstellung von Schuhkartons, Medikamentenschachteln, Paketschachteln, Umzugskartons, Getränketüten, Sitzkissen; Schränke; Aktenkoffer; Papierstapel
- (11) Prismen Betonpflastersteine; Schachteln für Süßigkeiten; Dachgeschoß; Küstendamm; Wassergraben; Bierdeckel(stoß); Luftfrachtcontainer ((27), 110); schiefer Papierstapel
- (12) Drehzylinder Konservendose; Litfaßsäule, Maschinenwellen; Zigarette; Geldmünze, Geldrolle; Kochtopf; Kern einer Papierrolle; Tapetenrolle; Tintenbehälter eines Füllers; Salbendosen
- (13) Pyramide,
Pyramidenstumpf Turmdach; Zelt(dach); Unterstellbock; Teil eines Walmdaches; Einschüttöffnung; Gefrierdosen; Hausmüllbehälter
- (14) Drehkegel, Kegelstumpf Schultüte; Nagelspitze; Leitkegel zur Fahrbahnabspernung; Haushaltsmeßbecher; Blumentopf; Abfallbehälter; Lampenschirm; Baumstamm; Wassereimer; Kegelrollenlager; stufenloses Getriebe, Differentialgetriebe beim Auto; Eisenbahnräder
- (15) Kugelteile Ball; Planet, Gestirn; Kugellagerkugel; Gasbehälter; Schöpfkelle; Nietenkopf; Überdachung einer Radaranlage; Teile von Glühbirnen; Streuscheibe eines Autoscheinwerfers
- Figurenlehre
- (16) Vielecke Bierdeckel; Parkettformen; Pflastermuster; Lochbleche ((27), 174); Grundstücke; Fassadenteile; Querschnitt eines Tunnels ((27), 15)
- (17) Vierecke Grundstücke; Gelenkwerke (Kurbelschwinge, Führungen von Klappstischen, Blechscheren, Pkw-Motorhaube)
- (18) Quadrat, Rechteck Schachbrett; Blatt Papier; Fenster; Zimmergrundriß; Dachfläche; Sportplatz; Reklametafeln

- (19) Parallelogramm
Wandflächen im Treppenhaus; Kreuzungsbereich zweier Wege; Parallelführungen (Omnibusscheibenwischer, Schaukel, Werkzeugkasten, Arbeitstischleuchte, Zeichenmaschine, Parallellineal des Nautikers, Jalousette)
- (20) Raute
Nürnberger Scheren (Wäschetrockner, Lampenhalterung); Schienenkreuzung; Jägerzaun
- (21) Trapez
Dachfläche; Dammquerschnitt; Einbauschrank unter einer Dachschräge; Fenster eines Dachstudios
- (22) Dreiecke
Dreiecksnetze in der Landesvermessung; Dachflächen bei Walmdächern; Giebelformen; Giebelfenster; Verkehrszeichen; Fachwerk; Briefumschlag
- (23) reguläre Vielecke
Schraubenmütern; Verschlussdeckel; Ziffernblatt einer Uhr; Keramikfliesen; Pralinenschachtel; Eisschachtel; Verschraubungen von Autofelgen; Speichenlöcher an Radnaben; Fuß eines Drehstuhls; Zahnräder; Papierbandknoten
- (24) Kreis, Kreisteile
Geldmünzen; Deckel einer Konservendose; Verkehrsschilder; Rad eines Fahrrads, Höhengschlag einer defekten Felge; Belüftungsbecken einer Kläranlage; umlaufende Berieselungsanlage; Turmdrehkran; Führung von Pferden in einer Zirkusarena; Spielzeugeisenbahn; Auslieferungsbereiche im Handel; Wendekreis eines Autos; Kreisdiagramme; Unterteilung einer Torte; Ziffernblatt einer Uhr; Gewölbe; Brückenbogen; Schiffsschaukel; Leichtathletikstadion
- (25) Kreistangente
Transmissionriemen; Gerade-Kreis-Übergang bei Modelleisenbahnen; Weitenmessung zylindrischer Objekte mit einer Schieblehre; Fertigung von Dachrinne; Erklärung von Sonnen- und Mondfinsternis
- (26) Inkreis eines Dreiecks
kreisförmiges Giebelfenster; Bestimmung des Deckflächenmittelpunkts eines Drehzylinders mit Hilfe eines Winkelhakens mit Winkelhalbierender; Bohrung in einem dreiecksförmigen Blech
- (27) Kreis durch gegebene Punkte
Konstruktion von Gefahrenkreisen in der Küstennavigation; Bestimmung der Drehachse eines Werkstücks, um mehrere Löcher mit derselben Bohrmaschine einzubringen; Ortung von U-Booten mittels dreier Horchbojen ((27), 107)
- (28) Schwerpunkte
Konstruktion von Auflagepunkten von Objekten, besonders von Platten; Anordnung der Führungssachse beim gleichzeitigen Stanzen mehrerer Löcher; Aufhängung eines Mobiles

Winkelbeziehungen in Figuren

(29) Scheitel-, Neben-,
Stufen- und Wechsel-
winkelpaare

Gleisplan eines Bahnhofs, Schienenkreuzung; Treppengeländer; Parallelogrammführungen; konstanter Kurs auf einer Seekarte; Fachwerk- und Gitterkonstruktionen; aufeinandergestapelte Stühle

(30) Winkelsummensätze
für Vielecke

Winkelsummenproben bei Triangulationen und Polygonzugmessungen in der Vermessungstechnik; Doppelstrichpeilung in der Küstennavigation, speziell Vierstrichpeilung und Peilung auf 26.5° ; Parkettierungen der Ebene in der Kunst; Winkelspiegel, Winkelprisma

(31) Satz von Thales,
Perispheriewinkelsatz

Sitzreihen eines antiken Theaters;
Steuern auf einem Gefahrenkreis in der Küstennavigation; Rückwärtseinschnitt in der Landesvermessung und bei der Navigation (vgl. (27), 146); Konstruktion maximaler Sehwinkel;
Absteckung von Kreisbögen

Kongruenzgeometrie

(32) Geradenspiegelung,
Ebenenspiegelung

Abbildung am ebenen Spiegel, Winkelspiegel, Autorückspiegel; Billardprobleme; Abbildungen an gekrümmten Spiegeln

(33) Verschiebungen

Bewegung eines Kolbens; Abdrift im Fluß oder durch Wind, Bandornamente, Tapetenmuster; Spuren im Schnee; Parallelführungen

(34) Drehungen

Karussell; Turmdrehkran; Drehbühne im Theater; Drehung des Fixsternhimmels; Drehbewegungen im Maschinenbau (vgl. (27), 114–119); Uhrzeiger

(35) Symmetrien

Gebäudefassaden; Flugbilder von Flugzeugen und Vögeln; Papierschneidekunst; Bandornamente; Spuren von Autoreifen; Pflanzenteile; Schneekristalle; Kirchenfenster; Spiralnebel; Bienenwabenmuster; Lochbleche ((27), 174); Ornamente; Spielkarten; Verkehrszeichen; Firmensignets

(36) Kongruenzabbildungen
u. ihre Verkettungen

Bewegungsvorgänge in Ebene und Raum;
Übertragung von Bewegungsvorgängen durch Gelenkwerke, bei mechanischen Steuerungen in Meßgeräten; Billardprobleme; Winkelspiegel, Eckenspiegel ("Katzenauge"); Doppelspiegelung am Badezimmer-schrank und an parallelen Spiegeln; Spiegelsextant; Transport schwerer Objekte durch aufeinanderfolgende Drehbewegungen; Bewegungen von Industrierobotern ((27), 116–119)

(37) Eigenschaften von
Kongruenzabbildungen

Transport von (starren) Körpern

- (38) Kongruenz von Figuren und Körpern, Kongruenzsätze
Abzeichnen von Vorlagen; Duplikate von Objekten; Beschaffung von Ersatzteilen; Passungsprobleme im Bau- und im Maschinenwesen; Vergleich von Mustern; zeichnerische Ermittlung von Längen und Winkelgrößen
- Ähnlichkeitsgeometrie
- (39) Maßstab
Landkarten; Gebäudegrundriß; technische Zeichnungen; sonstige maßstäbliche Darstellungen; Modellspielzeug
- (40) Strahlensätze
Schattenwurf in parallelem Licht; "Daumensprung"; Försterdreieck; Meßkeil, Meßzange; Transversalmaßstab einer topographischen Karte; Storchnabel; Meßtischverfahren; tachymetrische Entfernungsmessung; geometrische Optik
- (41) Zentrische Streckung
Lochkamera, Diaprojektion, Vergrößerungsapparat; Storchnabel
- (42) Ähnlichkeit, Ähnlichkeitssätze
wie bei (39); vergrößerte oder verkleinerte Reproduktion einer Vorlage; Schnittmuster; Entwurf und Herstellung integrierter Schaltkreise; Herstellung maßstäblicher Modelle; Papierformate; Veranschaulichung astronomischer und mikroskopischer Situationen; "Gullivers Reisen"
- (43) Sekanten-Tangenten-Satz
Sichtweite auf See
- (44) Satz von Pythagoras
Abstandsberechnungen im kartesischen Koordinatensystem bei vermessungs- und ingenieurtechnischen Aufgaben; Pythagoras-Probe beim Abstecken rechter Winkel; Abstecken von Kreisbögen; Härtemessung nach Brinell (Einschlagtiefe einer Kugel aus dem Durchmesser des Eindruckkreises); Sphärometer zur Messung von Kugelkrümmungen
- Messen in der Geometrie
- (45) Längen
Bemaßung von Konstruktionszeichnungen im Baugewerbe, Maschinenbau, Bauhandwerk; Bemaßung von Schnittmustern; siehe auch bei (2)
- (46) Umfang von Figuren,
Einzäunung von Grundstücken; Uferlänge eines Sees, Länge einer Gemeindegrenze, Länge eines Wanderweges (jeweils aus Karten entnommen); Längen von Schraublinienstücken
- (47) Flächeninhalte ebener Figuren
Grundstücksgrößen, Zimmer- und Wohnungsgrößen; Farbanstriche und Tapetenbedarf; Materialbedarf beim Fliesenlegen, Parkettieren, Pflastern, Dachdecken, Asphaltieren, Bepflanzen; Flurbereinigung, Baulandumlegung, Flächengröße einer Gemeinde, eines Sees, Blattoberflächen von Pflanzen; Histogramme, Arbeitsdiagramme; Querschnittsfläche eines U-Bahntunnels, Lochbleche ((27), 15, 174); siehe auch bei (16) - (22)

- (48) Rauminhalte "Umbauter Raum" bei Gebäuden; Materialbedarf im Hoch- und Tiefbau, für einen Dachstuhl; Abtrag und Auffüllungen im Verkehrswegebau; Materialbedarf für Gußstücke; Fassungsvermögen von Verpackungen; Durchsatz bei Lüftungsanlagen; Fassungsvermögen eines Muldenkippers ((27), 28); Hubraum bei Verbrennungsmotoren; Größe eines Pkw-Kofferraums; Volumen eines Lebewesens; siehe auch bei Körperformen
- (49) Zerlegungsgleichheit, Ergänzungsgleichheit Flächeninhaltsbestimmung mit der Planimeterharfe in der Vermessungstechnik; Vergleich der Inhalte von Pkw-Kofferräumen mit Hilfe von Gepäckstücken
- (50) Kreismessung (Umfang, Flächeninhalt, Kreisteile) Tachometer/Kilometerzähler; Entfernungsmeßräder für die Straße und für Karten; zurückgelegter Weg auf dem Fahrrad bei einer Pedalumdrehung; Anzahl der Zähne von Zahnrädern; Einfassung kreisrunder Beete und Plätze; Laufbahnen im Stadion Übersetzungsverhältnis eines Riemenantriebs; Kreisbogenstücke bei einer Modelleisenbahn; Zuschnitt für Dachrinne; Stationierung im Straßenbau; Drahtlängen bei Federn; Berechnung von Ausdehnungsbögen bei Rohrleitungen; Verschnitt beim Ausstanzen kreisförmiger Blechscheiben; Materialbedarf bei Butzenscheiben, Verkehrszeichen; Querschnittflächen von Drähten u. Rohren; Blendenöffnungen beim Fotoapparat; Tortenstücke, Käseecken; Rosettenfenster; Speichenräder; Verbrauchsanzeige einfacher Tonbandgeräte, Länge aufgerollter Materialien; Planetengetriebe; Ovale in der Baukunst, Korbbögen im Verkehrswegebau
- (51) Raum- und Oberflächeninhalte von Prismen und Zylindern siehe bei (11) und (12); Holztränke Schwund bei Fichtenholz ((27), 92, 162); Maschinenteile, Pfeiler, Röhren; Schaufelinhalt eines Radladers, Pipelines, Flossenrohre von Kälteanlagen ((27), 20, 27, 122); Hydraulikpresse; Strangpressen, Drahtziehen; Meßstab für Öltank; Etikett einer Konservendose, nutzbare Fläche einer Litfaßsäule
- (52) Raum- und Oberflächeninhalte von Pyramiden(-) und Kegel(-stümpfen) siehe bei (13) und (14), jetzt Berechnung von Rauminhalt und Materialbedarf; Blockmaß, Würfelmaß und Verschnitt beim Zersägen von Baumstämmen zu Brettern
- (53) Kugelmessung siehe bei (15); Anzahlbestimmung von Kugellagerkugeln durch Wägung; Sicherheitshülle eines Reaktors; Schutzanstrich eines Erdgasbehälters; Oberflächeninhalt der Erde; kugelförmige leichte Flächentragwerke (zusammengesetzt aus Dreiecken); Hitzeschild einer Raumfahrtkapsel; Arbeitsbereich eines Roboters ((27), 119)

- (54) Exhaustionsverfahren Bestimmung von Flächeninhalten mit Quadratglastafeln; Fassungsvermögen eines Staubeckens und Erdmessenermittlung aufgrund von Höhenlinienaufnahmen; Konstruktion von Landschaftsmodellen aus horizontalen Schichten
- (55) Satz von Cavalieri Vergleich von Bretter-, Bücher-, Papierstapel; Volumen einer Wendeltreppe mit massiven Stufen; Gleichgewicht von aus Platten zusammengesetzten Körpern am Hebel
- (56) Winkelgrößen Richtungsangaben im Vermessungswesen, in der Meteorologie, beim Navigieren; Geländeneigung, Dachneigung; Böschungswinkel von Dämmen, Schüttkegeln, Abraumhalden; Drehbetrag einer Drehbewegung; Flächenwinkel bei Kristallformen; Kreisdiagramme; Berücksichtigung von Mißweisungen eines Magnetkompasses; Absetzen von Kurslinien; Aufstellung von Sonnenkollektoren ((27), 156)
- (57) Winkelfunktionen im
im rechtwinkligen Dreieck Zeichnerische und rechnerische Bestimmung der Neigungen einer Dachfläche, von Grat- und Kehlsparrnen sowie von Firstpfetten; rechnerischer "Abbund" eines Dachstuhls (Bestimmung von Balkenlängen, Einkerbungen, Auflagehöhen); Steigungen eines Verkehrsweges; Querneigungen einer Straße; Gefälle einer Abwasserleitung; Polygonzüge in der Landesvermessung; Tachymetrie; trigonometrische Höhenbestimmung; direkte und trigonometrische Messung beim Stabhochsprung ; Gesichtsfeld eines Feldstechers; schiefer Wurf; schiefe Ebene; Brechungsgesetz
- (58) Winkelfunktionen in beliebigen Dreiecken,
Sinus- u. Kosinussatz Vermessungsaufgaben (Vorwärts-, Seitwärts-, Rückwärtseinschnitt, Tachymeteraufnahme bei geneigter Ziellinie), Absteckungsaufgaben, Turmhöhenbestimmung von zwei exzentrischen Standpunkten aus, Überwachung von Bauwerken; Entfernungsbestimmungen in der Astronomie aus Parallaxen; elektronisch-trigonometrische Wurfweitenbestimmung im Stadion; trigonometrische Wurfweitenbestimmung im Stadion; trigonometrische Höhenbestimmung mit Berücksichtigung der Erdkrümmung
- (59) Allgemeine Winkelfunktionen,
Additionstheoreme Beschreibung von Drehbewegungen und Rollkurven, Schwingungsvorgänge, Überlagerung von Schwingungen; Drehung eines Koordinatensystems (zur Umrechnung von örtlichen in Landeskoordinaten, zur Berechnung verschiedener Ansichten eines Objekts auf einem Bildschirm)

Konstruktive Geometrie

(60) Konstruktionen in der Zeichenebene

Abzeichnen von Vorlagen; Zeichnen von Konstruktionsplänen; zeichnerische Ermittlung von Größen im Bauhandwerk (siehe auch (57)); Entwerfen auf dem Papier; Standortbestimmungen in der Navigation, zeichnerische Überprüfung vermessungstechnischer Berechnungen; geometrische Optik; Konstruktion der Endlage bei der Bewegung eines Objekts; Arbeitsbereich einer Betonpumpe ((27), 24); konstruktive Durchführung von Abwicklungen im Bauhandwerk (Dachflächen, Einschüttöffnungen, Klimatechnik)

(61) Konstruktionen am Objekt

Absteckungen im Gelände; Anbringen von Fertigungslinien am Werkstück; Herstellung eines Schnittmusters

(62) Darstellende Geometrie

Umgang mit topographischen Karten; Auswertung und Herstellung technischer Zeichnungen, Baupläne Schattenwurf im (parallelen) Sonnenlicht; Lochkamera und Fotoapparat; optische Täuschungen durch Fehler in Schrägrissen (vgl. (22), 132–137); Planung eines Forstweges in einer topographischen Karte; Entnahme nicht unmittelbar gegebener Größen aus Konstruktionsplänen

Analytische Geometrie

(63) Koordinatensysteme

Planungsquadrate eines Stadtplans, Autoatlases, Suchbildes; "Schiffe versenken"; Schachbrett; Hinweisschilder zu Hydranten, Gas- und Wasserschieber; Funktionsgraphen; geographische Koordinaten; Aufzeichnung der Richtcharakteristiken von Mikrofonen und Antennen

(64) Vektoralgebra

Zusammensetzung von Kräften; Überlagerung von Bewegungen (z. B. beim Fliegen u. in der Schifffahrt)

(65) Skalarprodukt

Mechanische Arbeit