

Ipke WACHSMUTH, Osnabrück

Computersimulationen zur Erklärung instabiler Verhaltens  
von Schulkindern in mathematischen Anwendungssituationen

### 1. Motivation

Aus der Analyse des Verhaltens von Schülern im Unterricht ergeben sich Hinweise auf die kritische Rolle der geistigen Repräsentation ihres Wissens. In zunehmendem Maße wird in der Literatur die von Seiler [5] angenommene "Bereichsspezifität" von Wissen erwähnt. Gerade in der Mathematik, wo häufig verschiedene Wissensbereiche für die erfolgreiche Bewältigung einer mathematischen Situation koordiniert werden müssen, wird immer wieder festgestellt, daß beim Schüler eine kohärente Organisation des mathematischen Wissens fehlt. Es entwickelt sich offenbar zunächst in isolierten Bereichen, die mehr oder weniger auf den situativen Kontext ihres Erwerbs beschränkt sind; vgl. Bauersfeld [2] und Andelfinger [1]. Hasemann [4] und Wachsmuth [7] dokumentieren Fälle instabiler Verhaltens von Schulkindern in mathematischen Situationen, dessen Ursache in der unabhängigen, unverbundenen Existenz von konfligierenden Wissensbereichen vermutet wird.

Diese Erkenntnisse stellen das am logischen Aufbau der Mathematik orientierte lineare Curriculum letztlich in Frage. Wenn das über den Zeitraum mehrerer Schuljahre erworbene Wissen eines Schülers sich zu einem kohärenten Ganzen fügen soll, ist es dringlich, Einsichten über die Prinzipien der Strukturierung von im Gedächtnis repräsentiertem Wissen zu erlangen und Möglichkeiten zu erschließen, auf die Vernetzung von Wissen gezielt Einfluß zu nehmen. Besondere Beachtung verdient die Reorganisation von Wissen durch Anlage zusätzlicher Organisationsstrukturen, durch die bereits vorhandenes Wissen vermehrt zugänglich und koordinierbar gemacht wird.

### 2. Computersimulationen

Zur präzisen Untersuchung der kognitiven Fähigkeiten des Menschen geht die Künstliche-Intelligenz-Forschung wie folgt vor: Es werden formale Modelle menschlicher Sprachverarbeitungsprozesse entwickelt, die auf Beschreibungsmethoden der Informatik basieren. Diese Modelle werden durch Computersysteme, die natürliche Sprache verarbeiten, realisiert. Eine wesentliche Annahme ist dabei, daß kognitive Prozesse als wissensbasierte Prozesse anzusehen sind. Diese Sichtweise betont die Steuerung von Handlungen durch

Wissen. Die potentiellen Handlungen eines Individuums (bzw. Computersystems) sind danach abhängig von der organisatorischen Strukturierung seiner "Wissensbasis".

In Zusammenarbeit mit Sprachwissenschaftlern wird unter diesen Annahmen an der Universität Osnabrück ein Wissensrepräsentationsmodell zur "Logischen Analyse Kognitiver Organisations-Strukturen" (LAKOS) entwickelt. Der Terminus "logische Analyse" bezieht sich auf die Erfassung von Wissens- und Denkstrukturen mit Mitteln der formalen Logik. Die Präzisierung des Modells erfolgt in Form einer Computerimplementation in einem Prolog-System [3].

Das Gewicht des Wissensrepräsentationsmodells liegt auf der Organisation von (im Gedächtnis oder Computer gespeichertem) Wissen. Eine erste lauffähige Modellausbaustufe liegt mit dem System LAKOS.1 vor. LAKOS.1 ist ein Dialogsystem, das in beschränktem Umfang natürlich-sprachliche Dialoge mit einem Benutzer abwickeln kann. Dabei übernimmt der Computer die Rolle eines modellierten Individuums und beantwortet von diesem Standpunkt aus Fragen (oder Aufforderungen) durch Ausgabe auf dem Terminal. Mittels Warum-Fragen kann das System zur Begründung seiner Antworten aufgefordert werden.

Als Grundlage für die Modellbildung wird angenommen, daß die als Resultat von Wissenserwerbsprozessen ausgeprägten individuellen "Wissensstrukturen" im menschlichen Gedächtnis konstituiert sind durch: (1) in sich abgeschlossene Wissensbereiche ("Wissensinseln") und (2) Verbindungen zwischen diesen ("organisierendes Netzwerk").

Das in dieser Weise strukturierte Wissen wird als Wissensnetz bezeichnet. Ein Wissensbereich kann in einem einzelnen Netzknoten oder in einem Teilnetz aus mehreren verbundenen Knoten bestehen. Die Knoten des Netzes enthalten im wesentlichen zwei Typen von Einträgen: Sprachwissen, d.h. Zeichen mit zugeordneten (dem System verständlichen) Bedeutungen, und Fachwissen in Form von abstrakten Regeln, die man als Abstraktionen von Handlungs- und Denkweisen (etwa im Sinne von Piagets Schemata) interpretieren kann. Durch die Art der Vernetzung sind die Wissensstrukturen (also die Beziehungen der Schemata untereinander) festgelegt. Der Zugriff auf das Wissensnetz unterliegt dabei Beschränkungen: Nur auf in der konkreten Situation aktiviertes Wissen kann zugegriffen werden.

### 3. Instabiles Verhalten in mathematischen Anwendungssituationen

Erste Anwendungen des Modells richten sich auf die Erklärung von Verhaltensaspekten von Schülerindividuen in Bruchzahlsituationen. Als Grundlage der Modellierung diente Material aus einer in den USA durchgeführten Langzeitentwicklungsstudie [6]. Anhand von Interviewprotokollen und Tagebuchaufzeichnungen wurden hypothetische kognitive Strukturen einer Schülerin in Form eines Wissensnetzes präzisiert, um einen psychologischen Verhaltensausschnitt im Bereich "Größenvergleich von Bruchzahlen" zu modellieren.

Bei der Bearbeitung eines komplexen Problems, das die Anwendung von Bruchzahlkonzepten erforderte, zeigte die Schülerin instabiles Verhalten insofern, als sie mehrfach geänderte Meinungen über die Größenbeziehung zweier Bruchzahlen vertrat, jedesmal mit einer mathematischen Begründung für ihre Antwort. Bei einer Gegenüberstellung von in verschiedenem Kontext gegebenen Antworten erwiesen sich diese als unvereinbar; es kam zu Konflikten.

Es wird vermutet, daß in dem oben erwähnten Phänomen der Bereichsspezifität von Wissen die Ursache für solches instabiles Verhalten liegen kann. Das Interesse gilt hier der Frage, ob das Wissen selbst instabil, d.h. über die Zeit variabel ist, oder ob die Aktivierung von Wissen Schwankungen unterliegt, die instabiles Handeln zur Folge haben, wobei dann die Ursachen solcher Schwankungen aufzuklären wären.

Das LAKOS-Wissensrepräsentationsmodell ermöglicht die Generierung solcher Verhaltensweisen, basierend auf hypothetisch spezifizierten Wissensstrukturen. Beeinflußt durch Wortwahl und einen Teil des bisherigen Dialogverlaufs, können dem Sinn nach gleiche Fragen in Abhängigkeit vom Kontext unterschiedlich beantwortet werden. Dabei ist es möglich, daß konfligierende Antworten vom System erkannt werden, wenn die Dialogführung sie entsprechend kontrastiert.

Das Verhalten des Modells, das aus der Kenntnis des Wissensnetzes erklärt werden kann, erhärtet die Vermutung, daß bei der Schülerin situationspezifische Wissensbereiche in bezug auf die dort bewältigbaren Problemstellungen im Wettstreit stehen. Aufgrund bestimmter Kontextmerkmale der jeweils aktuellen Situation können sie jeder für sich allein aktiviert werden; die Widersprüche lassen jedoch keine situationsübergreifende Verbindung zu.

Der Zweck des Modellierens der Wissensstrukturen von Schülern ist es, Hypothesen über ihre Mißkonzeptionen und die Ursachen suboptimaler Leistung zu gewinnen. Die Computermodellierung von diversen Wissensstrukturen könnte Klarheit verschaffen über bestimmte Mißkonzeptionen, die empirisch beobachtbarem Schülerverhalten zugrunde liegen, und über Möglichkeiten eines effektiven korrigierenden Eingreifens durch zielgerichtete unterrichtliche Maßnahmen.

Das Ziel der Verwendung kognitiver Modelle muß es ein, grundsätzliche Aufschlüsse über verbesserte Lehraktivitäten zur Stabilisierung optimalen Wissenseinsatzes in breiten Anwendungsbereichen zu erlangen. Computermodelle der Künstlichen Intelligenz könnten bei der Präzisierung von Prinzipien des Wissenserwerbs und -einsatzes einen wichtigen Beitrag leisten.

Eine ausführliche Darstellung findet sich in [8].

#### Literatur

- [1] Andelfinger, B.: Arithmetische und algebraische Lernerkonzepte. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 1984. Bad Salzdetfurth, 1984.
- [2] Bauersfeld, H.: Subjektive Erfahrungsbereiche als Grundlage einer Interaktionstheorie des Mathematiklernens und -lehrens. In H. Bauersfeld et al.(Hg.): Lernen und Lehren von Mathematik - Analysen zum Unterrichtshandeln II. Köln, 1983.
- [3] Gust, B. & Gust, H.: Einführung in das PROLOG-System MLOG. Osnabrück, 1984.
- [4] Hasemann, K.: Modelle zur Beschreibung von Denkprozessen bei Schülern der Sekundarstufe I. OSM, Reihe P, Heft 39. Osnabrück, 1982.
- [5] Seiler, T.B.: Die Bereichsspezifität formaler Denkstrukturen - Konsequenzen für den pädagogischen Prozeß. In: K. Frey & M. Lang (Hg.): Kognitionspsychologie und naturwissenschaftlicher Unterricht. Bern, 1973.
- [6] Wachsmuth, I.: Entwicklung des Bruchzahlverständnisses bei Kindern - Bericht über ein klinisches Unterrichtsexperiment in den USA 1982-83. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 1984. Bad Salzdetfurth, 1984.
- [7] Wachsmuth, I.: An analysis into structures and mechanisms of 5th grade children's mathematical knowledge. Proceedings of the Eighth PME conference. Sydney, 1984.
- [8] Wachsmuth, I.: LAKOS - Ein Modell der Wissensrepräsentation zur Erklärung kognitiven Verhaltens. In: H. Mandl & P.M. Fischer (Hg.) Lernen im Dialog mit dem Computer. München, im Druck.