

study series with an interesting, important and stimulating experience.

One issue ran through the whole symposium and should be emphasized as most important: the symposium clearly showed that the "influence of computers and informatics on mathematics and its teaching" can be described and in part foreseen on the basis of (personal) experience and informed hypothesis. What is badly needed is a transition to structured, fundamental *research* on the theme of the symposium – together with development activities and teacher training.

5. Related literature

- [1] ICMI 84: ICMI (Ed.): *The influence of Computers and Informatics on Mathematics and its Teaching*. – In: *L'Enseignement Mathématique* 30 (1984), p. 159–172. Partly reproduced in: *ZDM* 16 (1984) 6, p. 214
- [2] DocTrav: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique (Ed.): *The Influence of Computers and Informatics on Mathematics and its Teaching*. Document de Travail (with supplement). – Strasbourg: IREM, 1985
- [3] SupPap: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique (Ed.): *The Influence of Computers and Informatics on Mathematics and its Teaching – Supporting Papers*. – Strasbourg: IREM, 1985. SupPap can be ordered by payment of 100,- FF to "M. l'Agent Comptable de L'U.L.P.", C.C.P. Strasbourg 550644. The payment must contain a clear identification of SupPap.
- [4] HOWSON, A. G.; KAHANE, J. P. (eds.): *The Influence of Computers and Informatics and its Teaching*. Proceedings of the Symposium. – Cambridge University Press.

Bericht von der 1985er PME-Tagung

Ipke WACHSMUTH, Universität Osnabrück

1. Überblick

Vom 22. bis 26. Juli 1985 fand in Noordwijkerhout (Niederlande) die 9. jährliche Tagung der *International Group for the Psychology of Mathematics Education* (PME) statt. Das Kongreßzentrum Leeuwenhorst bot mit der gemeinsamen Unterbringung aller Teilnehmer die Gelegenheit zu einer intensiv genutzten Woche des Informationsaustauschs, der Diskussion und weiteren Ausrichtung von Forschung, die psychologische Aspekte des Lernens und Lehrens von Mathematik betrifft. Von den über 200 Teilnehmern kam die überwiegende Zahl aus den europäischen Ländern, Israel und Nordamerika; eine Reihe von Delegierten war aus Australien, Japan, Iran, Südafrika, Mexiko und Brasilien angereist.

Als anerkannte Untergruppe der *International Commission of Mathematics Instruction* verfolgt die PME folgende in ihrer Konstitution niedergelegten Ziele:

1. die Förderung internationaler Kontakte und des Austausches wissenschaftlicher Information in der Psychologie der Mathematikerziehung;
2. die Förderung und Anregung interdisziplinärer Forschung im vorgenannten Gebiet unter der Kooperation von Psychologen, Mathematikern und Mathematiklehrenden;

3. die Entwicklung eines tieferen und exakteren Verständnisses der psychologischen Aspekte des Mathematiklehrens und -lernens und der sich daraus ergebenden Folgerungen.

Das übergeordnete Thema war in diesem Jahr „Mathematik für alle“. Neben sechs Hauptvorträgen umfaßte die Tagung 76 individuelle Vorträge und einige Posterbeiträge. In acht Arbeitsgruppen wurden darüber hinaus Themen diskutiert, die als von langfristigen Interesse für die PME-Gruppe eingestuft worden sind und die zum Teil bei der letztjährigen Tagung begonnene Arbeit fortsetzten. Während der Tagung bildeten sich ferner zwei spontane Arbeitsgruppen zu den Themen „Computer“ und „The social psychology of mathematics education“.

2. Hauptvorträge

A. TREFFERS (OW & OC, Universität Utrecht) und F. GOFFREE (Institut für Curriculumentwicklung, Enschede) trugen vor über „*Rational Analysis of Realistic Mathematics Education – the Wiskobas Program*“. Mit der „rationalen Analyse“ versuchen sie, dem *Realitätsbezug* im Mathematikunterricht eine zentrale didaktische Rolle beizumessen; sie kontrastieren diesen Ansatz von sog. mechanistischen, strukturalistischen und empiristischen Standpunkten. Das wesentliche Element „realistischen“ Unterrichts sehen sie [1] in der zentralen Rolle von Kontextproblemen, [2] in der Betonung des Gebrauchs von Modellen, Schemata und Symbolisationen, [3] in dem großen Gewicht von Schülerbeiträgen am Unterricht, [4] in der Betonung von Interaktion und [5] in der überlegten Vernetzung unterrichtlicher Bereiche. TREFFERS und GOFFREE illustrierten ihren Ansatz mit dem Unterrichtsbeispiel „faïres Teilen“. Dann beschrieben sie den allgemeinen unterrichtstheoretischen Ansatz und zeigten, wie sich ein experimentelles Curriculum für den Mathematikunterricht der Primarstufe (Wiskobas-Programm), das von beträchtlichem Einfluß auf niederländische Schulbuchserien war, hierin einbetten läßt.

In einem von bestechenden Dias geprägten Vortrag mit dem Titel „*Mathematics and the Visual Arts*“ verstand es F. VAN DER BLIJ (OW & OC, Universität Utrecht), dem Rahmenthema „Mathematik für alle“ einen kulturellen Bezug zu geben. Mathematische Objekte haben darstellende Künstler vielfach inspiriert, wie sich an zahlreichen zeichnerischen und skulpturhaften Darstellungen von Figuren, Abstraktionen, Objekten der vierten Dimension, Strukturen und Proportionen deutlich machen ließ. Die zu einzelnen Bildern gestellte Frage „Mathematik oder Kunst?“ war nicht immer einfach zu beantworten und zeigte fließende Grenzen zwischen Mathematik und ästhetischen Kategorien. Mit Darstellungen „unmöglicher“ geometrischer Figuren und Objekte wurde schließlich auch die psychologische Thematik der Wahrnehmung berührt.

Der Vortrag von A. BISHOP (Cambridge University): „*The Social Psychology of Mathematics Education*“ gab der nach Bishops Auffassung unterbewerteten Rolle sozialer Bedingungen im Mathematikunterricht primäres Augenmerk, aufgeschlüsselt nach den drei Aspekten soziale Motivation, Kognition und Interaktion. An einer Reihe von Beispielen machte Bishop deutlich, daß es nicht ausreicht, sich auf kognitive Aspekte des Lehrens und Lernens von Mathematik zu beschränken; da Unterricht in der Schulklasse nach Definition in ei-

nem sozialen Kontext stattfindet, müsse dieser Kontext für ein volles Verständnis des Lernenden berücksichtigt werden. Aktivitäten des Schülers im Klassenverband stellen für diesen ebenso viele soziale wie intellektuelle Anforderungen; vom Lehrer werde ersteres jedoch nicht oder nur sehr beschränkt wahrgenommen. Erfolgsangst mancher Schüler, Abhängigkeit der Leistung des Schülers von der Erwartungshaltung des Lehrers, Abhängigkeit seiner Bewertung von der vom Lehrer wahrgenommenen Leistung etc. sind hier nur einige Gesichtspunkte. Bishop forderte, das Bewußtsein des Lehrers in dieser Hinsicht zu schärfen; in der Unterrichtsforschung müsse die soziale Dimension weitaus mehr Berücksichtigung finden als bisher.

Der Vortrag von R. DOUADY (IREM, Paris): „*The Interplay between Different Settings – Tool Object Dialectic in the Extension of Mathematical Ability – Examples from Elementary School Teaching*“ beschäftigte sich mit dem langfristigen Lernprozeß des Schülers im Klassenverband. Aufgrund von Erkenntnissen aus experimenteller Unterrichtsforschung, in der Douady 20 Schüler der französischen Grundschule (1.–5. Schuljahr) z. T. über 5 Jahre hinweg beobachtet hat, schlägt sie einen neuen Weg zur Organisation des Mathematikunterrichts vor, dessen wesentliches Moment die von ihr charakterisierte „Werkzeug-Objekt-Dialektik“ (*Tool Object Dialectic*) mathematischer Begriffe ist. Mathematische Begriffe – im Unterricht in erster Linie als *Werkzeuge* zur Lösungsfindung in Problemsituationen eingesetzt – seien hinsichtlich ihrer Rolle im wissenschaftlichen Gesamtkontext *Objekte*, die strukturellen Beschreibungen und Betrachtungen unterliegen. Dieser Aspekt komme im herkömmlichen Unterricht nur unzureichend zum Tragen. Den langfristigen Lernprozeß kennzeichnet Douady in sechs Phasen; er ist an Problemen orientiert und umfaßt die Explizierung und Institutionalisierung von Begriffen als Objekte, die dann in sophistizierten oder neuen Problemen unter geeigneter Anpassung wiederum als Werkzeuge Einsatz finden. Eine zentrale Rolle weist Douady hierbei den Aktivitäten der Schüler im Wechselspiel verschiedener Rahmen zu (*Interplay of Different Settings*), in denen der fragliche Begriff im Beziehungsgefüge mit wechselnden anderen thematisiert ist.

Insgesamt sei der Nutzen dieses aufwendigen Prozesses, den Douady für den Bereich des mathematischen Grundwissens verwirklicht sehen möchte, ein solides mathematisches Fundament mit vielfältigen Anpassungsmöglichkeiten. Er erfordere aber auch weitreichende Curriculumsänderungen und eine sehr viel sorgfältigere Koordination des Mathematikunterrichts über verschiedene Klassenstufen hinweg, als bisher realisiert sei.

Das Anliegen der Arbeit von C. GAULIN (Université Laval, Québec) ist es seit vielen Jahren, die Raumvorstellung und geometrische Anschauung von Schülern im Mathematikunterricht zu entwickeln. In seinem Vortrag „*The Need for Emphasizing Various Graphical Representations of 3-Dimensional Shapes and Relations*“ betonte Gaulin die Bedeutung von originären Beiträgen der Schüler zur graphischen Repräsentation dreidimensionaler Formen. An einer Vielzahl von Beispielen erläuterte er den Erfindungsreichtum von Schülern verschiedener Altersstufen bei der Darstellung von aus Würfeln aufgebauten geometrischen Körpern. Die beobachtete Darstellungsvielfalt müsse in der Unter-

richtsplanung Berücksichtigung finden, um so mehr, als die mangelnde Ausbildung solcher Fähigkeiten häufig der Grund von Verständnisschwierigkeiten in komplexeren geometrischen Zusammenhängen sei.

Der Vortrag „*Conceptual Analysis of Mathematical Ideas and Problem Solving Processes*“ von R. LESH (WICAT Systems, USA) stellte die Arbeit aus langfristigen Projekten zum Mathematiklernen vor, in denen das Hauptaugenmerk der Entwicklung mathematischer Ideen und Problemlösefähigkeit beim Schüler gilt. Die Leitgedanken dieser Projekte sollen nun am World Institute for Computer Assisted Teaching (WICAT) in Projekten zum computerunterstützten Unterricht aufgegriffen werden. Von den verschiedenen Ansatzpunkten aktueller kognitiver Forschung hob LESH besonders Aufgabenanalysen, Ideenanalysen und Analysen kognitiver Charakteristika hervor und machte deutlich, daß diese heute vermehrt auf eine allgemeinere Zielsetzung, die er mit *begriffliche* Analyse bezeichnet, einschwenken. Begriffliche Analyse richtet sich auf Fähigkeiten, die für die Kreation und Manipulation von *Strukturen* notwendig sind, welche als begriffliche Modelle der Mathematiker eine wichtige Rolle bei der Mathematisierung von Anwendungsproblemen spielen.

Für besonders wichtig hält LESH es, die Entwicklung mathematischer Ideen und Vorstellungen bei Schülern zu analysieren, nicht zuletzt deshalb, weil es sich hierbei um eine durch Unterricht beeinflussbare Variable handele. Die Arbeit im *Rational Number Project* und im *Proportional Reasoning Project* beinhalte demgemäß den Versuch, die Natur der primitiven Konzeptionierung einer Reihe von zentralen Ideen sowie die Evolution unterliegender begrifflicher Modelle dieser Ideen bei Schülern zu beschreiben. Die Arbeit im *Applied Problem Solving Project* habe ganz besonders deutlich gemacht, daß die Entwicklung mathematischer Ideen größere Erfolge verspreche als ein Ausbau prozeduraler Kompetenz. Zur Förderung der Problemlösekompetenz gerade des durchschnittlichen Schülers habe es sich als sinnvoll erwiesen, dem Schüler die negativen Einflüsse unstabiler begrifflicher Systeme minimieren zu helfen.

Ein Beitrag von H. WHITNEY (Institute for Advanced Study, Princeton) mit dem Titel „*Taking Responsibility in School Mathematics Education*“ wurde dem Programm als „invited paper“ angegliedert. Whitney nimmt Berichte zweier erziehungswissenschaftlicher nationaler Kommissionen in den USA zum Anlaß, die negativen Auswirkungen des realitätsfernen, mechanischen Lernens im schulischen Mathematikunterricht zu schildern. Er kritisiert die mangelnde Leistung von Schülern in elementaren Bereichen, die Überbewertung von mit standardisierten Tests meßbaren Leistungskategorien und die von den Kommissionen empfohlenen Maßnahmen zur Verbesserung der Schülerleistung (mehr Mathematik und vor allem viel mehr Hausaufgaben). Die beobachteten Mängel führt er nicht auf zu geringen Umfang, sondern auf Art und Vorgehensweise des augenblicklichen Mathematikunterrichts zurück, der Schüler dazu führe, ihr eigenständiges Denken aufzugeben und so zu denken, wie es ihnen vom Lehrer vorgegeben wird. Statt dessen empfiehlt er, daß Schüler lernen sollen, Situationen mit mathematischen Elementen zu durchdringen, ihr Denken zu organisieren und mündlich wie schriftlich klar auszudrücken, schließlich die volle Verantwortung für Korrektheit und Relevanz ihrer Überlegungen selbst zu

übernehmen und Bezüge zu angrenzenden Gebieten zu erschließen. Eine solche Zielsetzung erfordere vor allem vielfältige Übung im Umgang mit Situationen und die Übernahme von Initiative und Verantwortung bei der Problembewältigung durch den Schüler selbst.

3. Übersicht über Sektionsvorträge und Arbeitsgruppen

Die mehr als 70 Beiträge ordneten sich nach elf Themengruppen folgenden Titels:

1. computers (16 Beiträge)
2. classroom observations (3 Beiträge)
3. directed numbers and algebra (5 Beiträge)
4. geometry (5 Beiträge)
5. long term concept and reasoning development (4 Beiträge)
6. mathematical thinking (9 Beiträge)
7. number concept and basic arithmetic (7 Beiträge)
8. rational numbers and decimals (6 Beiträge)
9. students' concepts and strategies (7 Beiträge)
10. teacher behavior and attitude (5 Beiträge) und
11. theory of instructional organisation (9 Beiträge).

Alle Beiträge – wie auch die schriftlichen Fassungen der Hauptvorträge – sind in einem Tagungsbericht veröffentlicht worden (Bezugsquelle siehe am Schluß des Berichts).

Der Arbeit von zum Teil bereits im letzten Jahr konstituierten Arbeitsgruppen wurde auf dieser Tagung breiter Raum eingeräumt. Ihre Themen waren:

1. teacher training
2. principles for the design of teaching
3. geometry
4. the influence of representation on the acquisition of mathematical knowledge
5. relations between PME and TME (Theory of Mathematics Education)
6. the psychology of more advanced mathematical thinking
7. probabilistic thinking and its curricular implications und
8. epistemological aspects of mathematics education.

In einigen Arbeitsgruppen wird die Herausgabe von Monographien vorbereitet.

4. Trends

Der Bereich „Computer“ nahm erheblich mehr Raum ein als in den Jahren davor. Hatte man noch im letzten Jahr diskutiert, ob und inwieweit sich die PME mit der Computerthematik auseinandersetzen habe, so zeigte nun das breite inhaltliche Spektrum der Beiträge, daß der Computer im Mathematikunterricht eine ganze Reihe von psychologisch-didaktischen Fragen aufwirft.

Begrüßenswert ist die Tatsache, daß auch der Mathematik höherer Jahrgangsstufen endlich größerer Stellenwert eingeräumt wird. Neben anderen Beiträgen dazu wurde in einer Arbeitsgruppe die Frage angegangen, wie sich psychologisch fundierte Unterrichtstheorien auf den Gesamtbereich vom Kind zum erwachsenen Mathematiker ausweiten lassen.

Insgesamt ist zu beobachten, daß sich die Tendenz, Themen mit deutlichem Bezug zum Mathematikunterricht zu diskutieren, weiter fortsetzt – eine Verschiebung von der reinen Psychologie zu einer mehr didaktischen Orientierung. Für die Verbesserung von Mathematikunterricht erscheint dies als eine vielversprechende Entwicklung; andererseits äußerten einige Teilnehmer Bedenken bezüglich der psychologischen Fun-

dierung einiger Beiträge und befürchteten, daß damit ein Verlust an Niveau einhergehen könnte.

Zur inhaltlichen Gesamtwertung ist zu bemerken, daß folgende Bereiche vermehrte Aufmerksamkeit auf sich zogen: die Konfrontation der Schüler mit realitätsnahen Problemen und Situationen, die Betonung der eigenen Aktivität des Schülers sowie Bestrebungen, der Unterrichtsplanung Analysen von langfristigen Lernprozessen zugrundezulegen und sozio-kognitive Kategorien hinsichtlich der Lernformen und der Interaktion in der Klasse einzubeziehen.

5. Sonstiges

Ehrenmitgliedschaft: Als langjähriger Förderer und Verfechter der Ziele der PME-Gruppe wurde Professor H. FREUDENTHAL (Utrecht) während der Jahresmitgliederversammlung zum Ehrenmitglied ernannt. A. Bishop verstand es mit Prägnanz und Humor, den Ernennungsvorschlag mit Freudenthals Qualitäten der Vorstellungskraft, Originalität, Weisheit und Besessenheit (von der Verbesserung des Mathematikunterrichts) zu begründen.

Unterrepräsentierte Länder: Trotz der Vielzahl von Nationalitäten unter den Delegierten der Tagungen ist eine große Zahl von Ländern bisher überhaupt nicht repräsentiert. Deshalb beschloß das International Committee der PME, neben der bereits im letzten Jahr begonnenen Versendung von Informationsmaterial und Tagungsberichten an Institutionen in bisher unterrepräsentierten Ländern die Teilnahme von Delegierten aus solchen Ländern zu ermutigen und ggfs. zu unterstützen.

Wissenschaftliche Ausrichtung: Mit steigender Mitgliederzahl und Nachfrage nach Tagungsteilnahme hat sich das Spektrum eingereicherter Vorträge weiter diversifiziert. Daraus ergibt sich die Notwendigkeit, die wissenschaftliche Orientierung der Gruppe zu überdenken und den thematischen Umfang der Tagungen und der in der Gruppe geleisteten Arbeit klarer als bisher zu formulieren. Das International Committee der Gruppe wird sich daher auf seinen Sitzungen während der nächsten Tagung mit dieser Frage auseinandersetzen.

Proceedings: Die Tagungsbeiträge sind von der Universität Utrecht als *Proceedings of the Ninth International Conference for the Psychology of Mathematics Education* in zwei Bänden publiziert worden (herausgegeben von L. STREEFLAND). Sie können beim Herausgeber oder, wie auch die noch verfügbaren Bände zurückliegender Tagungen, von zwei offiziellen Verteilungsstellen käuflich bezogen werden:

(in Europa) Shell Centre for Mathematical Research, University of Nottingham, University Park, Nottingham, NG7 2RD, England

(in Amerika) Wisconsin Center for Educational Research, Attention: Jim Moser, University of Wisconsin, 1025 W. Johnson Street, Madison, WI 53706, USA

Kommende Tagungen: Die 10. Jahrestagung der PME wird vom 20. bis 25. Juli 1986 an der City University in London stattfinden (s. ZDM 1986/H. 6, S. 33). Die 11. Jahrestagung wird, voraussichtlich gemeinsam mit der Jahrestagung des North-American Chapter der PME (PME-NA), vom 20. bis 25. Juli 1987 in Kanada an der University of Montreal stattfinden.