

das nie erklärte Symbol Pr verwendet wird – auch bei „Wahrscheinlichkeiten“ wie $Pr(t < T < t + dt)$.

Für die über das Mathematische hinausgehenden Bedürfnisse der praktischen Versicherungstechnik – die bis in den Bereich der Rechnungslegung führen – kann dieses Buch naturgemäß wenig bieten. Den Praktiker der *Lebensversicherung* dürfte allerdings die Stoffauswahl zum Thema Rückversicherung in Kapitel 9 verwundern.

Diese wenigen Beanstandungen sollen aber die hervorragende Gesamtbeurteilung des Buches von Gerber, dem eine große Verbreitung bei Theoretikern und Praktikern zu wünschen (und auch ohne großes Risiko zu prognostizieren) ist, keinesfalls schmälern.

Karlsruhe

W.-R. Heilmann

König, H., Neumann, M., Mathematische Wirtschaftstheorie (Mathematical Systems in Economics, Bd. 100), mit einer Einführung in die konvexe Analysis, Frankfurt: Athenäum Verlag 1986, 252 S., kart., DM 44,-

Das vorliegende Buch ist das Ergebnis der begrüßenswerten Auseinandersetzung zweier Mathematiker mit gewissen grundlegenden Fragestellungen der mathematischen Wirtschaftstheorie. Sie soll – wie die Autoren in ihrem Vorwort anmerken – „bei den Studenten sowohl der Mathematik als auch der Wirtschaftswissenschaften das Interesse für die andere Disziplin erwecken und fördern“.

Diesem Anspruch wird das Buch sicherlich gerecht. Für die Studenten der Wirtschaftswissenschaften jedoch, wie mir scheint, in weit höherem Maße als für die der Mathematik. Um zu diesem Urteil zu gelangen, muß man betrachten, was das Buch den beiden Zielgruppen bietet.

Gemäß der beiden im Vorwort angesprochenen Hauptziele besteht das Buch aus zwei verschiedenartigen, allerdings aufeinander bezogenen Teilen, einem mathematischen und einem wirtschaftstheoretischen.

Der mathematische Teil, der aus den Kapiteln II und III besteht, enthält Grundzüge der konvexen Analysis und eine Behandlung der Fixpunkttheorie. Hier werden unter anderem die zentralen im wirtschaftstheoretischen Teil benötigten mathematischen Konzepte und Ergebnisse dargestellt. Fixpunkt- und Trennungssätze bilden nämlich bzw. die Basis für Existenz- und Optimalitätsaussagen für Gleichgewichte in Ökonomien. Der Inhalt des mathematischen Teils des Buches geht aber erheblich über das hinaus, was im ökonomischen Teil benötigt wird. In einer originellen und rigorosen Darstellung werden hier auch die Grundlagen geschaffen für ein tieferes Verständnis der strukturellen Zusammenhänge von Gleichgewichtstheorie, Optimierungstheorie und Spieltheorie.

Besonders wertvoll erscheint mir dabei die ausführliche Behandlung des Hahn-Banach-Theorems. Die Präsentation verschiedener Versionen dieses Satzes stellte seine unterschiedlichen Aspekte und Anwendungsmöglichkeiten klar heraus und fördert das Verständnis des Zusammenhangs zwischen Fortsetzungs- und Trennungsproblematik.

Sehr interessant ist auch die Einbeziehung des Desintegrationsatzes von Strassen in die Darstellung, der nicht nur eine Verallgemeinerung des Summensatzes liefert, sondern auch Ausgangspunkt für einen alternativen Zugang zur Netzwerktheorie ist, innerhalb dessen Versionen der Sätze von Ford-Fulkerson und von Gale hergeleitet werden. Letztere wird angewandt, um das maßtheoretische Marginalproblem darzustellen und ein bekanntes Resultat von Kellerer mit einem alternativen Beweis zu verallgemeinern.

Dieser mathematische Teil des Buches bietet Mathematikstudenten und Ökonomen eine originelle Darstellung eines auch für die Wirtschaftstheorie relevanten Teilgebietes der Mathematik. Darüber hinaus findet der Student der Wirtschaftswissenschaften ein weites Reservoir potentiell für ihn wichtiger Methoden und Ergebnisse. Zudem bietet diesem das Buch Einsichten

in mathematische Zusammenhänge, welche die meisten nur der Gleichgewichtstheorie gewidmeten Texte nicht vermitteln. Ich denke daher, daß der Text durchaus geeignet ist, das Interesse von Ökonomen an der Mathematik zu erwecken und zu fördern.

Der wirtschaftstheoretische Teil des Buches, der die entsprechende Wirkung auf Mathematikstudenten erzielen sollte, ist dazu m. E. weniger geeignet. Die Art der Behandlung eines fundamentalen ökonomischen Problems in den Kapiteln I, IV und V dieses Buches könnte ein ohnehin bei Mathematikern häufig auszumachendes Vorurteil bestärken. Es wird nämlich der Eindruck erweckt, als reduzierten sich wirtschaftstheoretische Probleme und Schwierigkeiten im wesentlichen auf solche mathematischer Natur. Die grundlegende ökonomische Problematik wird praktisch nicht erörtert. Die oft erheblichen konzeptionellen Schwierigkeiten bei der formalen Präzisierung ökonomischer Probleme bleiben ebenso unerwähnt wie die Schwierigkeiten einer problemorientierten adäquaten Auswahl mathematischer Methoden bei der Modellbildung.

Auch die Wahl des Buchtitels, in welcher die Behandlung der konvexen Analysis zu Recht als Einführung bezeichnet wird, verschleiert die Tatsache, daß in weit größerem Maße die mathematische Wirtschaftstheorie, die hier präsentiert wird, sich auf eine Einführung in ein weitgehend abgeschlossenes Teilgebiet der Gleichgewichtstheorie beschränkt, die ihrerseits nur einen Teil der mathematischen Wirtschaftstheorie bildet.

Wenngleich eine ausführliche Berücksichtigung dieser Gesichtspunkte im geplanten Rahmen dieses Buches vielleicht nicht möglich war, so wären doch Hinweise auf die neuere Literatur zur Gleichgewichtstheorie, in der diese und andere Aspekte behandelt werden, nützlich. So fehlen beispielsweise im ansonsten reichhaltigen Literaturverzeichnis Bücher wie Arrows Band II seiner *Collected Papers* von 1983 über *General Equilibrium* und Cornwalls *Introduction to the Use of General Equilibrium Analysis* von 1984. Besonders wichtig wäre ein Hinweis auf das von Arrow und Intrilligator herausgegebene dreibändige *Handbook of Mathematical Economics* gewesen, welches nicht nur das weite Spektrum der mathematischen Wirtschaftstheorie widerspiegelt, sondern sich im 1982 erschienenen Band II in verschiedenen Beiträgen ausführlich mit der gesamten Palette gleichgewichtstheoretischer Fragestellungen und Entwicklungen beschäftigt. Insbesondere enthält dieser Band einen Überblick von Gerard Debreu über die historische Entwicklung und den gegenwärtigen Stand bei der Behandlung von Existenzsätzen.

Ich möchte jetzt die kritische Bewertung des ökonomischen Teils des Buches etwas detaillierter begründen.

Im Kapitel I, das eine Einführung in die Gleichgewichtstheorie verspricht, wird weder auf die ökonomische Bedeutung noch auf den historischen Hintergrund der Fragestellung adäquat eingegangen. Gegeben die weiter hinten im Buch vermerkte logische Äquivalenz zwischen Existenz von Fixpunkten und Existenz von Gleichgewichten wäre gerade eine inhaltliche Diskussion notwendig, um die Wiederaufnahme der bereits behandelten mathematischen Themen im neuen, der ökonomischen Fragestellung angepaßten Gewand zu rechtfertigen.

So verbirgt sich beispielsweise hinter einer kurzen Floskel wie „nach einer harmlosen Normierung“ der Preissysteme ein für den studentischen Leser kaum erkennbarer, aber ökonomisch interpretierbarer relevanter Sachverhalt, der diskutiert werden sollte.

Die aus der Sicht des Mathematikers vielleicht wünschenswerte, zunächst einheitliche formale Behandlung verschiedener Wirtschaftssubjekte, der Konsumenten und Produzenten, durch Aktionsbereiche und Aktionskorrespondenzen erschweren ein Verständnis der verschiedenen Verhaltensannahmen an diese. Auch später, in dem der Existenz von Gleichgewichten gewidmeten Kapitel IV, werden die spezifischen Eigenheiten von Produzenten und Konsumenten nur unbefriedigend formuliert und diskutiert. Begriffe wie *Kostenfunktionen* und *Finanzgrenze*, als technische Terme eingeführt, werden nur oberflächlich interpretiert. An die Stelle der in der gleichgewichtstheoretischen Literatur üblichen Beschreibung von Produzenten durch Technologielementen tritt im vorliegenden Buch der Begriff der *Kostenfunktion*. Kein Wort zur Dualitätstheorie, die dies als im wesentlichen äquivalenten Zugang sichert. Die Definition der Kosten-

funktion weicht von der in der ökonomischen Literatur üblichen ab. Darüber hinaus entzieht sie sich, obwohl formal sinnvoll, d. h. als Abbildung wohldefiniert, einer unmittelbar einsichtigen ökonomischen Interpretation. Von dem durch das Skalarprodukt aus Aktion x und Preisvektor p ermittelten Wert der Aktion x beim Preissystem p , der bereits Erlös des Produkts und Faktorkosten enthält, werden zur Ermittlung des Nettoerlöses des Produzenten noch einmal die mittels der preisunabhängigen Kostenfunktion f ermittelten Kosten $f(x)$ dieser Aktion subtrahiert.

Die unnötige Verwendung konkaver Nutzenfunktionen bei der Beschreibung des Konsumenten ohne Diskussion der Problematik ordinaler versus kardinaler Nutzenfunktionen ist dem ökonomischen Verständnis nicht dienlich. Sogar hinderlich ist die ebenso vage wie irreführende Aussage (S. 145), daß „eine Präferenzstruktur, die von einer Nutzenfunktion induziert wird, automatisch ... eine gewisse Konvexität“ besitzt.

Ein weiterer Kritikpunkt betrifft die Terminologie und Notation, die vom Standard häufig abweichen. Besonders störend empfinde ich die von der sonstigen Literatur zur Gleichgewichtstheorie verschiedene Vorzeichenkonvention bei Konsumplänen. Sie schlägt sich nicht nur in umgedrehten Ungleichungen nieder, sondern induziert beim Leser geometrische Vorstellungen, die beim Einstieg in die gleichgewichtstheoretische Literatur erst einer Übersetzung bedürfen.

Die Ergebnisse der Kapitel IV und V über Existenz und Optimalität von Gleichgewichten und die Beziehung von Gleichgewichten zum Kern sind ausführlich und sorgfältig dargestellt. Sie repräsentieren im Kontext eines vollständigen Systems von Märkten mit endlichen Mengen von Gütern und Wirtschaftssubjekten ohne Unsicherheit die allgemeinsten bekannten Aussagen. Wenngleich die Darstellung auf bekannten Sätzen der Literatur basiert (etwa Debreu und Scarf zur Kernkonvergenz, Shafer und Sonnenschein sowie Gale und Mas-Colell zur Existenz), so enthält sie doch interessante Modifikationen, die auf Arbeiten der beiden Autoren zurückgehen. Eine angemessene Würdigung dieser Beiträge wird jedoch durch das Fehlen jeglicher Heuristik erschwert. Das Interesse von Mathematikstudenten an der Ökonomie könnte sicherlich vergrößert werden, wenn sie erfahren würden, daß (im konkret vorliegenden Modell) der allgemeine Existenzsatz die Möglichkeit einer konsistenten dezentralen Organisation der Märkte durch Preise selbst für den Fall gewährleistet, daß das Entscheidungsverhalten individueller Konsumenten inkonsistent ist.

Dem Mathematiker wird nicht genug Ökonomie geboten, um ihn wirklich auf den Geschmack zu bringen.

Alles in allem und trotz der nicht unerheblichen Kritik halte ich das Buch für nützlich: als Seminartext für Mathematikstudenten, als Sammlung wertvoller mathematischer Konzepte und Sachverhalte für Studenten der Wirtschaftswissenschaften, als originelle Quelle konvexer Analysis für interessierte Ökonomen und nicht zuletzt als ein willkommenes Signal von Mathematikern, daß sie zur Kommunikation mit Ökonomen bereit sind.

Bielefeld

W. Trockel

Peschel, M., Mende, W., The Predator-Prey Model: Do we live in a Volterra World?

Berlin u. a.: Springer-Verlag 1986, 113 fig., 251 pp., Cloth, öS 364,-

Dieses Buch wird durch seinen Untertitel besser als durch den Titel charakterisiert. Es geht weniger um Raub- und Beutetiere als um die Bedeutung der Lotka-Volterra-Gleichung

$$dx_i/dt = x_i(a_{i0} + a_{i1}x_1 + \dots + a_{in}x_n) \quad i = 1, \dots, n$$

(mit $x_i \geq 0$) als eines fast universellen Ordnungsprinzips. Das Buch ist also eher ein Beitrag zur Systemtheorie als zur mathematischen Ökologie. Dort freilich sind diese Gleichungen schon längst wohletabliert, doch geht ihre Anwendbarkeit weit darüber hinaus. Dieser Anspruch wird im ersten Kapitel (Phenomenon Evolution: Growth and Structure-Building) sehr deutlich.