

Spektralanalytische Untersuchungen von ökonomischen Zeitreihen bei Vorliegen von Feedback

Von PETER NAEVE, Berlin

Spektralanalytische Verfahren haben sich einen festen Platz im Instrumentarium des empirisch arbeitenden Wirtschaftsforschers erworben. Bei der Verwendung dieser Methoden zur Analyse empirischer Probleme ergeben sich aber dennoch eine Reihe von ungelösten Fragen. Sie rühren vor allem daher, daß man kaum Tests kennt, die eine Überprüfung der grundlegenden Annahmen der Spektraltheorie in der Realität gestatten. Eine dieser Fragen soll in diesem Beitrag untersucht werden.

Man kann zeigen¹⁾, daß die Kreuzspektralanalyse an Aussagekraft verliert, wenn in dem die Zeitreihen erzeugenden System Feedback-Beziehungen bestehen. Wie soll man aber Feedback-Beziehungen identifizieren, wenn man das erzeugende System nicht kennt? In zwei Arbeiten²⁾ äußert Garbers die folgende Vermutung: „Vorausgesetzt, zwischen zwei Variablen besteht überhaupt ein Zusammenhang, so dominiert in dieser Beziehung dann eine Richtung, wenn die aus den Originalwerten geschätzten ‚Kohärenzen‘ und ‚Phasen‘ mit den aus den 1. Differenzen berechneten weitgehend übereinstimmen. Diese Dominanz ist schwächer, wenn die ‚Phasen‘ kaum, die ‚Kohärenzen‘ jedoch weitgehend übereinstimmen. Besteht diese Ähnlichkeit schließlich weder für die ‚Phasen‘ noch für die ‚Kohärenzen‘, so existiert zwischen den Variablen ein ausgeprägter ‚Feedback‘.“³⁾ Theoretische Überlegungen zeigen, daß eigentlich keine Gründe dafür sprechen, daß diese Vermutung zutreffend ist. Man kann beweisen⁴⁾, daß Phasen- und Kohärenzspektren invariant gegenüber linearen Filterungen sind. Der Übergang zu den 1. Differenzen ist aber gerade eine solche Filteroperation. Immerhin lassen sich zwei Argumente zur Stützung von Garbers' Vermutung anführen, die von praktischer Relevanz sind. Die zahlreichen von ihm untersuchten Paare

¹⁾ Siehe z. B. C. W. J. Granger, *Spectral Analysis of Economic Time Series*, Princeton 1964, S. 109f.

²⁾ H. Garbers, Probleme bei der praktischen Anwendung spektralanalytischer Methoden auf ökonomische Zeitreihen, in: *Neuere Entwicklungen auf dem Gebiet der Zeitreihenanalyse*, Sonderheft 1 zum Allgemeinen Statistischen Archiv, hrsg. v. W. Wetzel, Göttingen 1970, S. 47ff.; ders., *Zur Spektral- und Kreuzspektralanalyse stationärer stochastischer Prozesse*, Würzburg 1971.

³⁾ H. Garbers, *Zur Spektral- und Kreuzspektralanalyse ...*, a.a.O., S. 107.

⁴⁾ Siehe G. M. Jenkins u. D. G. Watts, *Spectral Analysis and its Applications*, San Francisco 1968, S. 359f.

empirischer Zeitreihen stehen – folgt man der ökonomischen Argumentation – sicher in gewissen Feedback-Beziehungen. Außerdem ist bekannt⁵⁾, daß man spezielle Methoden entwickeln muß, um die Struktur der zugrunde liegenden Prozesse aus sehr kurzen Zeitreihen zu analysieren – im Lichte der Theorie schwach stationärer Prozesse müssen die meisten ökonomischen Zeitreihen als sehr kurz angesehen werden. Treffen nun diese beiden Probleme – Feedback und sehr kurze Zeitreihen – zusammen, so kann man durchaus vermuten, daß dadurch die Abweichungen in den Spektren bei Berechnung aus Originalwerten bzw. 1. Differenzen herrühren. Es kann sein, daß die allgemein benutzten numerischen Schätzverfahren (z. B. Tukey- oder Parzen-Fenster) nicht mehr ausreichend sind, wenn zusätzlich Feedback vorliegt, so daß man neue Verfahren zur Schätzung von Spektren von kurzen, in Feedback-Relation stehenden Zeitreihen entwickeln müßte.

In den Arbeiten von Garbers wird das Vorliegen von Feedback auf Grund von ökonomischen Argumentationen gleichsam auf qualitativer Basis begründet. Es scheint ein natürliches Vorgehen zu sein, nach einer Definition von Feedback zu suchen, die eine „Messung“ von Feedback gestattet, ehe man die Spektren berechnet.

Hier soll einer Definition von Granger⁶⁾ für Feedback und Kausalität gefolgt werden. Um ein Abgleiten in philosophische Erörterungen zu vermeiden, wird Kausalität durch Feedforward ersetzt. Der Vorschlag Grangers paßt sich dem Konzept der Spektralthorie gut an, da er wie sie auf die Eigenschaften der Momente 2. Ordnung zurückgreift.

Granger schlägt vor, für die den Zeitreihen zugrunde liegenden Prozesse X_1 und X_2 jeweils zwei beste lineare Prognosefunktionen folgender Art zu bilden:

$$P_{i1}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} a_{i1} X_{it-k} \quad i = 1, 2$$

und

$$P_{i2}(t) = \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^{\infty} a_{ij2} X_{jt-k} \quad i = 1, 2.$$

Es wird also für jeden Prozeß einmal die Prognose ermittelt, indem man nur realisierte Werte des gleichen Prozesses heranzieht, während im zweiten Fall die Prognose sich auch auf vergangene Werte des anderen Prozesses stützt.

Mit $V_1(1)$ sei die Fehlervarianz der Prognose für den Prozeß X_1 bezeichnet, wenn zur Prognose nur vergangene Werte von X_1 herangezogen werden; $V_1(1, 2)$ ist die ent-

⁵⁾ Siehe G. M. Jenkins u. D. G. Watts, *Spectral Analysis ...*, a.a.O., S. 230f., sowie P. Naeve, *Spektralanalytische Methoden zur Analyse von ökonomischen Zeitreihen*, Würzburg 1969, S. 18f.

⁶⁾ C. W. J. Granger, a.a.O., S. 113f.

sprechende Varianz, wenn auch X_2 zur Prognose mit verwendet wird. Die Bedeutung von $V_2(2)$ und $V_2(2, 1)$ liegt auf der Hand. Da der Prognosefehler durch Hinzunahme eines weiteren Prozesses nur sinken oder allenfalls unverändert bleiben kann, gilt $V_i(i) \geq V_i(i, j)$, $i, j = 1, 2, i \neq j$. Das legt es nahe, die Größe

$$C(i, j) = 1 - V_i(i, j) / V_i(i)$$

als ein Maß für den Einfluß des Prozesses X_j auf den Prozeß X_i zu nehmen. Wie man leicht erkennt, gilt $0 \leq C(i, j) \leq 1$. Dabei bedeutet $C(i, j) = 0$, daß $V_i(i, j) = V_i(i)$ ist; der Prozeß X_j beeinflusst also nicht den Prozeß X_i . $C(i, j) \neq 0$ heißt $V_i(i) > V_i(i, j)$; durch Hinzunahme des Prozesses X_j in die Prognose wird der Prognosefehler geringer. Man sagt dann, es bestehe eine Feedforward-Beziehung zwischen X_2 und X_1 . Dies sei symbolisch durch $X_2 \rightarrow X_1$ oder kurz $2 \rightarrow 1$ ausgedrückt.

Besteht sowohl eine Feedforward-Beziehung zwischen X_2 und X_1 als auch eine solche zwischen X_1 und X_2 , also $X_2 \rightarrow X_1$ und $X_1 \rightarrow X_2$, dann sagt man, es bestehe Feedback zwischen den Prozessen. Symbolisch bezeichnet man dies mit $X_1 \leftrightarrow X_2$. Als ein Maß für das Vorliegen von Feedback nimmt man die Größe $S(i, j) = C(i, j) C(j, i)$. Wie man sieht, ist $0 \leq S(i, j) \leq 1$ und $S(i, j) = S(j, i)$.

Übersicht 1: Berechnungsergebnisse für das Zeitreihenpaar „Auftragseingang der Industrie (1) / Umsatz der Industrie (2)“ bei unterschiedlichen Längen des linearen Filters 1955 bis 1968 (Monatswerte)

Filterlänge	C(2,1)	C(1,2)	S(1,2)
1	0.0001	* 0.2694	0.0000
2	0.0063	* 0.1876	0.0011
3	0.0162	* 0.1586	0.0025
4	* 0.0886	* 0.1170	* 0.0103
5	* 0.1046	* 0.0964	* 0.0100
6	* 0.1108	* 0.0924	* 0.0102
7	* 0.1285	* 0.1472	* 0.0189
8	* 0.1304	* 0.1569	* 0.0204
9	* 0.1553	* 0.1602	* 0.0248
10	* 0.1593	* 0.1637	* 0.0260
11	* 0.1804	* 0.1749	* 0.0315
12	* 0.1872	* 0.1791	* 0.0335
13	* 0.1853	* 0.1836	* 0.0340
14	* 0.2019	* 0.1816	* 0.0366
15	* 0.2019	* 0.1771	* 0.0357

Die mit * bezeichneten Werte sind signifikant von 0 verschieden bezüglich eines Tests von Whittle (siehe C. W. J. Granger, a.a.O., S. 118).

Übersicht 2: Zusammenstellung der Ergebnisse für 3 Zeitreihenpaare

Zeitreihenpaar	1 → 2	2 → 1	1 ↔ 2	Unterschiedliche		Sichtbarer Trend
				Phase	Kohärenz	
1 Auftragseingang Industrie 1955–1968	ja	ja	ja	ja	ja	ja
2 Umsatz Industrie						ja
1 Kurzfristige Kredite an Nichtbanken 1957–1968	nein	nein	nein	ja	ja	ja
2 Bankenliquidität 2. Grades						nein
1 Bierausstoß Berlin 1952–1967	ja	ja	ja	ja	niedrige Frequen- zen ja	ja
2 Bierausstoß Bayern					hohe Fre- quenzen nein	ja

$j \rightarrow k$ bedeutet eine Feedforward-Beziehung von X_j auf X_k nach dem Kriterium $C(j, k)$, $j \leftrightarrow k$ entsprechend eine Feedback-Beziehung

Die obigen Tabellen und die Graphiken auf der nächsten Seite geben einige Ergebnisse wieder, die man bei Anwendung des obigen Instrumentariums erhält. Einzelheiten der Berechnung sind unterdrückt, der Leser sei dazu auf die entsprechenden Arbeiten von Birkenfeld⁷⁾ und Naeve⁸⁾ verwiesen.

Wie man sieht, läßt sich bei Annahme der obigen Definition von Feedback die Vermutung von Garbers nicht aufrecht erhalten. Das erste Zeitreihenpaar zeigt ein Verhalten, das in Übereinstimmung mit seiner Hypothese ist, während das zweite Paar genau entgegengesetzte Resultate zeitigt. In den Berechnungen wurde jeweils das Parzen-Fenster verwandt.

Die hier gezeigten Ergebnisse und weitere Untersuchungen zeigen, daß die Annahme von Garbers nicht zutreffend ist. Leider läßt sich aber aus den Ergebnissen keine Tendenz ablesen. Als erstes ist nun zu prüfen, ob die Vermutung gerechtfertigt ist,

⁷⁾ W. Birkenfeld, Zeitreihenanalyse bei Feedback-Beziehungen, in: Berichte zur Angewandten Statistik, hrsg. v. K. A. Schäffer, P. Schönfeld, W. Wetzel, Heft 16, Würzburg 1973, S. 32f.

⁸⁾ P. Naeve, a.a.O., S. 59f.

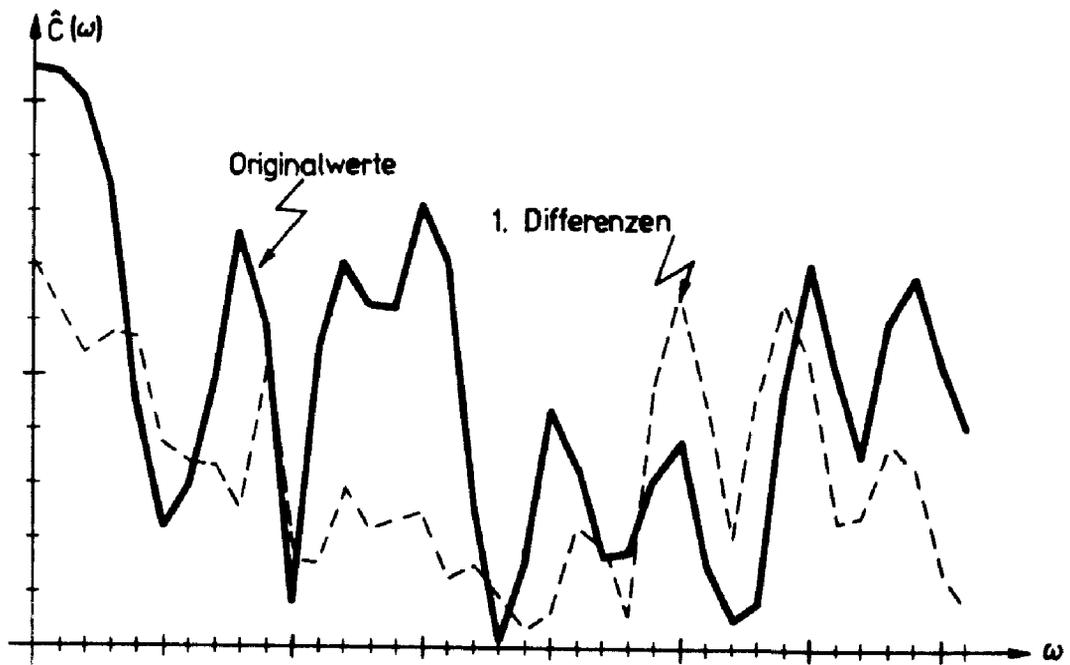


Abbildung 1: Kohärenzspektrum $\hat{C}(\omega)$ für das Zeitreihenpaar „Auftragseingang der Industrie (1) / Umsatz der Industrie (2)“ 1955–1968 (Monatswerte)

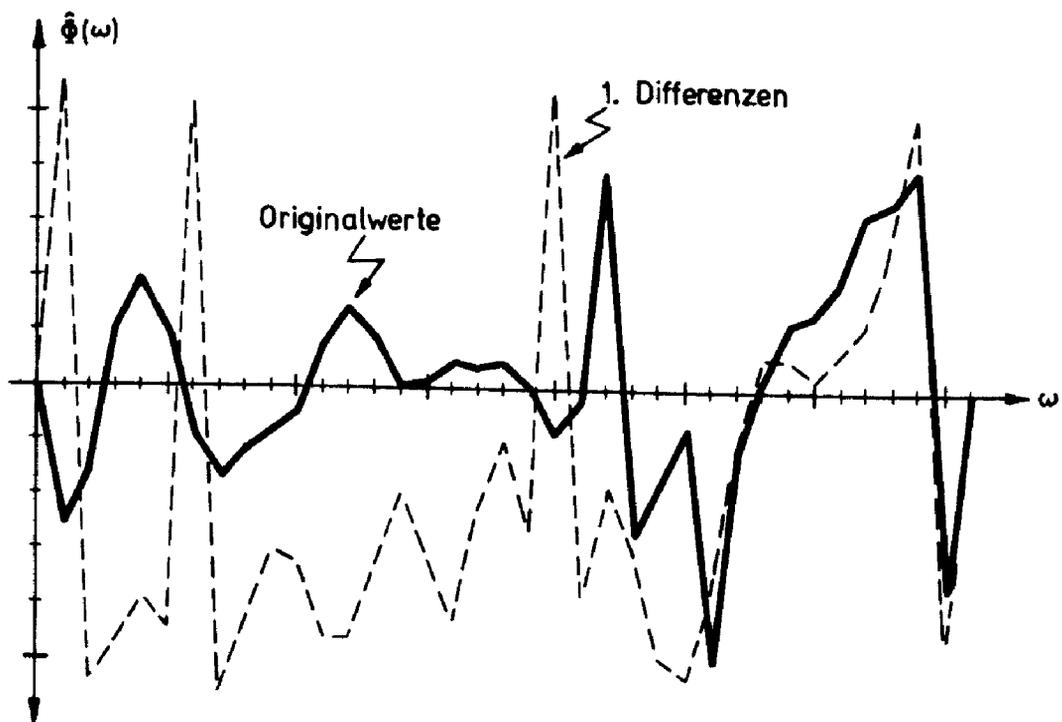


Abbildung 2: Phasenspektrum $\hat{\Phi}(\omega)$ für das Zeitreihenpaar „Kurzfristige Kredite an Nichtbanken (1) / Bankenliquidität (2)“ 1957 bis 1968 (Monatswerte)

daß kurze Zeitreihen zusammen mit Feedback-Beziehungen zu zusätzlichen Schätzproblemen führen.

Simulationsexperimente, die von Birkenfeld⁹⁾ durchgeführt wurden, zeigten zwei Dinge. Einmal erwies sich das hier kurz vorgestellte Instrumentarium als geeignet zur Anzeige von Feedback-Beziehungen, zum anderen fand sich in diesen Experimenten keine Bestätigung von Garbers' Annahme. Birkenfeld arbeitete mit simulierten Zeitreihen, die von Prozessen mit bekannter Feedback-Struktur erzeugt wurden. Bei bestehendem Feedback zeigten seine Ergebnisse nie eine beachtenswerte Abweichung zwischen den Phasen- und Kohärenzspektren, berechnet aus Originalwerten und 1. Differenzen. Darüber hinaus war er immer in der Lage, die Feedback-Beziehungen „wiederzuentdecken“, indem er ein Verfahren anwandte, das sich auf die von Granger vorgeschlagene Definition von Feedback stützt.

Das Falsifizieren einer Hypothese mag zwar theoretisch ein befriedigendes Ergebnis sein, für die praktische Arbeit in der Zeitreihenanalyse ist es von geringer Hilfe. Im Augenblick können nur kurze und vage Vermutungen angeboten werden. Man sollte in der Zukunft der Spektraltheorie höherer Ordnung mehr Aufmerksamkeit widmen. Bis jetzt scheinen praktische Arbeiten mit diesem Instrumentarium nur in den Bereichen Geologie und Meteorologie vorzuliegen. Es sieht aber so aus, als ob man diese Verfahren auch auf ökonomische Zeitreihen erfolgreich anwenden kann, insbesondere bei Vorhandensein von Feedback-Beziehungen¹⁰⁾. Die Gültigkeit der Annahme der Stationarität sollte wieder stärker problematisiert werden. Die Theorie zeigt, daß die angewandten spektralanalytischen Verfahren nicht gerechtfertigt sind, wenn die untersuchten Prozesse nicht stationär sind. Da man zur Zeit keinen Test auf Stationarität kennt, andererseits Simulationsexperimente¹¹⁾ eine gewisse Robustheit der Verfahren gegen Verletzungen der Stationarität ergaben, betrachtete man die Frage nach der Stationarität als ein zweitrangiges Problem. Diese Haltung muß sicher überprüft werden.

Literaturverzeichnis

- Akaike, Hirotugu, On the Use of Non-Gaussian Process in the Identification of a Linear Dynamic System, *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, Tokyo, Vol. 18, 1966.
Birkenfeld, Wolfgang, Zeitreihenanalyse bei Feedback-Beziehungen, in: *Berichte zur angewandten Statistik*, hrsg. v. K. A. Schäffer, P. Schönfeld, W. Wetzel, Heft 16, Würzburg 1973.

⁹⁾ W. Birkenfeld, a.a.O.

¹⁰⁾ Siehe H. Akaike, On the Use of Non-Gaussian Process in the Identification of a Linear Dynamic System, *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, Tokyo, Vol. 18, 1966, S. 269f.

¹¹⁾ Siehe C. W. J. Granger, a.a.O., S. 158f.

- Garbers, Hermann, Probleme bei der praktischen Anwendung spektralanalytischer Methoden auf ökonomische Zeitreihen, in: Neuere Entwicklungen auf dem Gebiet der Zeitreihenanalyse, Sonderheft 1 zum Allgemeinen Statistischen Archiv, hrsg. v. W. Wetzel, Göttingen 1970. S. 47ff.
- Garbers, Hermann, Zur Spektral- und Kreuzspektralanalyse stationärer stochastischer Prozesse, Würzburg 1971.
- Granger, Clive W. J., Spectral Analysis of Economic Time Series, Princeton 1964.
- Jenkins, Gwilym M. u. Watts, Donald G., Spectral Analysis and its Applications, San Francisco 1968.
- Naeve, Peter, Spektralanalytische Methoden zur Analyse von ökonomischen Zeitreihen, Würzburg 1969.

*

ZUSAMMENFASSUNG

Obwohl die Spektralanalyse ein weit verbreitetes Hilfsmittel der Wirtschaftswissenschaften geworden ist, treten bei der Anwendung immer noch ungelöste Probleme auf. Ein solches Problem wird hier ausführlicher betrachtet: Sind Abweichungen zwischen den Phasen- und Kohärenzspektren, die aus Originalreihen geschätzt werden, und jenen, die sich auf Grund der jeweiligen ersten Differenzen ergeben, ein Hinweis auf Feedback-Beziehungen im erzeugenden System, wie von Garbers angenommen wird? Einer Definition von „Feedback“ folgend, die Granger angibt, wird gezeigt, daß Simulationsstudien und empirische Untersuchungen keinen Anlaß geben, die Hypothesen von Garbers anzunehmen.

*

SUMMARY

Although spectral analysis has become a widespread tool in economics still a number of unsolved problems occur in practise. Such a problem is looked after in some detail: Are deviations within phase and coherence spectra estimated from the original series or their first differences respectively a hint for feedback relations in the generating system as Garbers suggests? Following a definition of feedback mentioned by Granger it is shown that there is no reason to adopt Garbers' hypotheses on the ground of simulation studies and empirical investigations.