

5.3 Analyse- und Prognosemethoden in der empirischen Regionalforschung

Methodologische Probleme entstehen bei der Entwicklung von regionalwissenschaftlichen Theorien, bei der Überprüfung der Theorien an der Realität und bei der Anwendung der Theorien zur Lösung praktischer Aufgaben. Die entsprechenden Fragen sind miteinander verknüpft. Bleibt beispielsweise der bei der Anwendung einer Theorie erwartete praktische Erfolg aus, so ist dies ein Anlaß, theoretische Voraussetzungen zu überprüfen. Umgekehrt kann die theoretische Analyse eines Problems dazu führen, daß praktische Fragen neu betrachtet werden.

Vom wissenschaftstheoretischen Standpunkt aus betrachtet unterscheiden sich die methodologischen Fragen der Theoriebildung in den regionalwissenschaftlichen Disziplinen nicht von den entsprechenden Problemen der Natur- und Sozialwissenschaften. Auch bei der Überprüfung regionalwissenschaftlicher Theorien gibt es keine forschungslogischen Sonderprobleme. Diese Einschätzung dürfte sowohl von den Vertretern der analytischen als auch von den Anhängern der dialektischen Wissenschaftstheorie geteilt werden. Die Übereinstimmung in grundsätzlichen Fragen hindert aber nicht, daß die Urteile über die Relevanz und die Adäquatheit der methodologischen Verfahren sehr kontrovers sind.

Es ist unmöglich, die empirischen Analyse- und Prognosemethoden in der Regionalforschung in einem logischen Zusammenhang darzustellen, ohne einen subjektiven Standpunkt zu beziehen, zumal eine überblicksartige Darstellung niemals vollständig sein kann. Auch die Hervorhebung der formalisierten operationalen Methoden ist nicht frei von Subjektivität, doch folgt die Darstellung in dieser Hinsicht dem allgemeinen Trend¹⁾.

5.3.1 Charakteristika raumanalytischer Modelle und Methoden zu ihrer Überprüfung

5.3.1.1 Klassifikation von Modellen

Aus methodologischer Sicht läßt sich der Begriff Modell als ein System von Aussagen definieren, das dazu dient, eine bestimmte Theorie in eine sprachliche Form zu kleiden. Dabei wird meist die Mathematik wegen ihrer Exaktheit als Modellsprache bevorzugt.

Bei dem durch die Theorie bzw. durch das Modell beschriebenen Sachverhalt kann es sich um einen bestimmten Ausschnitt aus der Realität handeln, der sich bereits realisiert hat (Erklärungsmodell) oder der sich in der Zukunft realisieren wird (*Prognosemodell*). Entscheidungsmodelle – auch *normative Modelle* oder *präskriptive Modelle* genannt – beziehen sich im Gegensatz dazu auf einen angestrebten Zustand der Realität. Sie liefern Aussagen darüber, welche Entscheidungen getroffen werden müssen, damit bestimmte Ziele bestmöglich erreicht werden. Schließlich läßt sich eine dritte Kategorie von Modellen unterscheiden, deren Gegenstand weder gegeben ist, noch erwartet oder angestrebt wird, sondern im Modell selbst durch Annahmen und Axiome gesetzt werden muß (*theoretische Modelle*). Da sowohl die *positiven Modelle* (Erklärungs- und Prognosemodelle) als auch *die normativen Modelle* infolge unvollständiger

¹⁾ Eine detaillierte Darstellung operationaler Analyse-Instrumente finden sich in: Methoden der empirischen Regionalforschung, Teil 1 und 2. ARL: FuS Bd. 87 u. 105, Hannover 1973 und 1975.

oder unvollkommener Informationen meist nicht ohne Annahmen auskommen, sind die Unterschiede zwischen den positiven und normativen Modellen einerseits und den rein theoretischen Modellen andererseits fließend²⁾.

Die formalisierten Modelle lassen sich im Hinblick darauf weiter unterteilen, ob ihre Elemente – die Variablen und die Relationen zwischen den Variablen – stochastisch oder deterministisch sind. *Stochastische* und *deterministische Modelle* können wiederum danach klassifiziert werden, ob sie aus *statischen* (auf einen einzigen Zeitpunkt oder Zeitraum bezogenen) oder aus *dynamischen* (auf verschiedene Zeitpunkte bzw. Zeiträume bezogenen) Variablen und Relationen bestehen.

Kernstück jedes Modells sind die empirisch gehaltvollen *Wirkungszusammenhänge* zwischen den Modellvariablen. Diese Zusammenhänge können auf sozio-ökonomischen Verhaltensweisen, auf technologischen Sachverhalten oder auf Normen basieren. Viele Modellvariablen sind ferner durch eine Reihe von definitorischen Gleichungen miteinander verknüpft.

Da zwischen den verschiedenen Regionen eines Gesamttraums vielfältige Interaktionen und Interdependenzen bestehen, lassen sich raumanalytische Modelle nicht einfach dadurch bilden, daß ein vorhandenes gesamtträumliches Modell auf die einzelnen Regionen übertragen wird. So muß beispielsweise eine auf gesamtträumlicher Ebene gültige Funktion, die die Nachfrage nach einem bestimmten Gut aus dessen Preis und aus dem Einkommen der Nachfrager erklärt, durch zusätzliche Variablen erweitert werden: Die Nachfrage N_i^r nach einem Gut i in der Region r hängt in der Regel nicht nur vom Preis P_i^r des Gutes und vom Einkommen Y^r der Nachfrager in der Region r , sondern auch von dem entsprechenden Preis P_i^s und dem Einkommen Y^s in der benachbarten Region s ab sowie von der Entfernung d^{rs} zwischen den Regionen. Die gesamtträumliche Funktion $N_i = f(P_i, Y)$ unterscheidet sich sowohl in bezug auf die Zahl der Erklärungsgrößen von der regionalen Nachfragefunktion $N_i^r = f^r(P_i^r, P_i^s, Y^r, Y^s, d^{rs})$ als auch in bezug auf die relative Bedeutung der einzelnen Erklärungsgrößen (Funktionsparameter). Eine Übertragung globaler Modelle auf regionale Sachverhalte scheitert auch oft daran, daß es zahlreiche interregionale Beziehungen gibt (Zu- und Fortzüge, interregionale Kapitalströme, Verkehrsströme), die in globalen Modellen nicht vorkommen.

Je allgemeiner die in einem Modell enthaltenen Hypothesen sind, desto größer ist die Zahl der potentiellen Überprüfungsmöglichkeiten, anhand derer die Theorie verifiziert bzw. falsifiziert werden kann. In der Regionalforschung gibt es viele Fallstudien, die nur Aussagen für bestimmte Regionen liefern (*case studies*). Ihre Ergebnisse lassen sich meist nicht verallgemeinern. Die hier dargestellten Überprüfungsinstrumente beziehen sich ausschließlich auf Hypothesen, deren Geltungsbereich sich auf mehrere Regionen erstreckt (*sample studies*).

Von besonderer Bedeutung sind im Hinblick auf die Entwicklung geeigneter Überprüfungsverfahren die Hypothesen, mit denen Aussagen über menschliche Verhaltensweisen getroffen werden. Eine Aussage beispielsweise über die Abhängigkeit der Wanderungsentscheidungen von Personen oder Betrieben von den Ausstattungsmerkmalen der Regionen kann prinzipiell auf zwei Arten überprüft werden: 1. *indirekt* durch objektive Messung der betreffenden Ausstattungsmerkmale und anschließendem Vergleich zwischen den bei bestimmten Merkmalskombinationen theoretisch zu erwartenden Wanderungen mit den tatsächlichen, und 2. durch *direkte* Befragung der entsprechenden Personen nach deren subjektiven Entscheidungskriterien. Im folgenden werden ausschließlich die indirekten Überprüfungsverfahren behandelt.

²⁾ Eine allgemeine Methodologie und Taxonomie regionalwissenschaftlicher Theorien gibt es bislang nicht. Insofern ist die hier vorgenommene Klassifikation relativ heuristisch. Zusammenfassende Übersichten finden sich u. a. in: ISARD, W.: *Methods of Regional Analysis*, Cambridge, Mass. 1960; DEAN, R. D., LEAHY, W. H. u. MCKEE, D. L. (Hrsg.): *Spatial Economic Theory*, New York, 1970; PAELINCK, J. H. P. u. NIJKAMP, P.: *Operational Theory and Method in Regional Economics*, Farnborough, England und Lexington, Mass. 1975; WILSON, A. G.: *Papers in Urban and Regional Analysis*, London 1972.

Die einzelnen Überprüfungsinstrumente haben ihren Ursprung in den Modellen und Methoden der multivariaten Statistik und beruhen meist auf theoretischen Voraussetzungen und Hypothesen, die ihrerseits einer Überprüfung bedürfen. Insofern lassen sich empirische und theoretische Modelle nicht streng voneinander trennen.

5.3.1.2 Klassifikation von Hypothesen

Regionalwissenschaftliche Hypothesen können in zwei Klassen eingeteilt werden: Hypothesen über Wirkungszusammenhänge zwischen *regionalen Variablen* und Hypothesen über Wirkungszusammenhänge zwischen *interregionalen Variablen*. Unter regionalen Variablen sind alle Größen zu verstehen, zu deren regionaler Kennzeichnung die Angabe jeweils einer Region genügt. Beispiele hierfür sind die Einwohnerzahl, die Fläche und das Einkommensniveau einer Region. Zu den interregionalen Variablen gehören Größen wie die Entfernung zwischen zwei Regionen und die Fortzüge aus einer Region in eine bestimmte andere Region. Zur Kennzeichnung der interregionalen Variablen benötigt man stets die Angabe von zwei (in bestimmten Fällen auch mehr) Regionen. Bei den im folgenden verwendeten Symbolen beziehen sich die hochgestellten Indizes auf die Nummern der Regionen und die unteren auf die Art der Variablen (X_i^r = regionale Variable, X_i^{rs} = interregionale Variable).

Im Hinblick auf die verschiedenen Möglichkeiten, Wirkungszusammenhänge empirisch zu überprüfen, ist ferner die Unterscheidung in *regionale und interregionale Wirkungszusammenhänge* von Bedeutung. In Modellen über regionale Wirkungszusammenhänge werden ausschließlich Variablen, die sich auf die gleiche Region beziehen (regionale Variablen), miteinander verknüpft. Bezeichnet man mit Y^r die bewirkte (abhängige) und mit $X_1^r, X_2^r, \dots, X_n^r$ die bewirkenden (unabhängigen Variablen), so läßt sich der entsprechende *regionale Wirkungszusammenhang* durch die Funktion

$$(1) \quad Y^r = f(X_1^r, X_2^r, \dots, X_n^r); r = 1, 2, \dots, R$$

ausdrücken. Ein Beispiel hierfür ist der Bedarf an bebaubaren Flächen in der Region in Abhängigkeit von der Zahl der Einwohner, der Zahl der Industriebetriebe usw.

Die Verknüpfung von Variablen zu *interregionalen Wirkungszusammenhängen* kann auf zwei Arten erfolgen. Bei der ersten Art werden regionale Variablen, die zu verschiedenen Regionen gehören, verknüpft:

$$(2.1) \quad Y^r = f(X_1^r, \dots, X_k^r; X_1^s, \dots, X_m^s); r, s = 1, 2, \dots, R; r \neq s.$$

Ein Beispiel für eine interregionale Beziehung dieser Art ist die Abhängigkeit der Umweltbelastung in Region r vom Industrialisierungsgrad der gleichen Region und der benachbarten Region s .

Bei den interregionalen Beziehungen der zweiten Art werden interregionale Variablen und regionale Variablen oder nur interregionale Variablen verknüpft. Ein Beispiel hierfür ist die Abhängigkeit der Fortzüge aus Region r nach Region s – Y^{rs} – von der Entfernung zwischen beiden Regionen – X^{rs} – und den Ausstattungsmerkmalen $X_1^r, X_2^r, \dots, X_k^r$ der Region r sowie den Ausstattungsmerkmalen $X_1^s, X_2^s, \dots, X_k^s$ der Region s :

$$(2.2) \quad Y^{rs} = f(X_1^r, X_2^r, \dots, X_k^r; X_1^s, X_2^s, \dots, X_k^s; X^{rs})$$

Wird ein bestimmtes Untersuchungsgebiet in R Regionen untergliedert, so ergeben sich bei regionalen Hypothesen maximal R Überprüfungsmöglichkeiten, bei interregionalen Hypothesen dagegen wesentlich mehr, nämlich bis zu $R(R-1)$ Möglichkeiten. Die Elemente Y^{rs} einer

Wanderungsmatrix mit den Wanderungen zwischen allen R Regionen bietet beispielsweise genau $R(R-1)$ Überprüfungsmöglichkeiten, da diese Matrix $R(R-1)$ Elemente hat. Die Zahl der Überprüfungsmöglichkeiten ist unter sonst gleichen Bedingungen zugleich ein gewisses Maß für den Informationsgehalt einer Hypothese. Interregionale Beziehungen sind empirisch meist gehaltvoller als regionale Beziehungen.

5.3.2 Methodologische Ansätze zur Erfassung von Wirkungszusammenhängen

5.3.2.1 Ziele von Wirkungsanalysen – Klassifikation von Wirkungsgrößen

Ziel der Wirkungsanalyse ist es, regionale oder interregionale *Wirkungszusammenhänge* theoretisch zu erfassen und empirisch zu überprüfen. Dabei stehen folgende Hauptfragen im Vordergrund:

1. Welche unabhängigen (bewirkenden) Variablen sind zur Erklärung einer bestimmten abhängigen (bewirkten) Variablen geeignet (Spezifikation einer funktionalen Beziehung)?
2. Auf welche Weise wird die abhängige Variable von den unabhängigen Variablen beeinflusst (Art des Funktionalzusammenhangs: linear, nichtlinear usw.)?
3. Wie streng ist der Zusammenhang zwischen der bewirkten und der bzw. den bewirkenden Variablen (Erklärungsgrad)?
4. Wie läßt sich der isolierte Einfluß einer einzelnen unabhängigen Variablen (Wirkungskomponente) auf die abhängige Variable quantifizieren, falls mehrere Wirkungskomponenten auf die abhängige Größe einwirken (Wirkungskoeffizient)?
5. Für welche Regionen und für welchen Zeitraum gilt ein festgestellter Wirkungszusammenhang (Gültigkeitsbereich)?

Je nachdem, wie die zu untersuchenden *Wirkungsgrößen* numerisch gemessen werden, müssen jeweils verschiedene Methoden und Instrumente zur Beantwortung dieser Fragen herangezogen werden.

Zahlreiche regionale Merkmale, beispielsweise der Beschäftigtenbestand zu einem bestimmten Zeitpunkt sowie die Höhe des Einkommens und des Konsums, können durch statistische Verfahren, die relativ unumstritten sind, direkt gemessen werden. Es gibt aber auch Größen, für die keine allgemein anerkannten Meßvorschriften existieren. Sie können allenfalls aus den direkt meßbaren Größen abgeleitet, d. h., indirekt gemessen werden (Beispiele: „Attraktivität“, „Wirtschaftskraft“ und „Entwicklungspotential“ einer Region). Die Modelle zur Beschreibung der Zusammenhänge zwischen den nur indirekt meßbaren Variablen werden im nächsten Abschnitt behandelt (Erfassung von Hintergrundfaktoren).

Die Gruppe der *direkt meßbaren Variablen* läßt sich in zwei Untergruppen einteilen: in kontinuierliche Variablen und in diskrete Variablen. Die Meßskala für die kontinuierlichen Variablen ist das Kontinuum der reellen Zahlen. Diese Größen werden daher auch als *quantitative* oder *metrisch skalierte Variablen* (quantitative Wirkungsgrößen) bezeichnet. Beispiele sind das Bruttoinlandsprodukt, die öffentlichen Ausgaben für die Wirtschaftsförderung, die Zahl der Einwohner einer Region usw. Die diskreten Variablen, die auch als *qualitative* oder *nominal skalierte Variablen* bezeichnet werden, geben im Gegensatz zu den quantitativen Variablen lediglich an, ob eine Region ein bestimmtes Merkmal (eine bestimmte Eigenschaft) besitzt oder nicht; sie sagen nichts darüber aus, in welchem Ausmaß die betreffende Eigenschaft von der Region erfüllt wird. Beispiele sind die Eigenschaft, innerhalb oder außerhalb des Zonenrandgebietes zu liegen, zur Gruppe der Ballungsgebiete oder zur Gruppe der ländlichen Gebiete zu gehören, eine gute, mittlere oder schlechte Wohnungsausstattung zu haben usw. Um

qualitative Größen in quantitative Wirkungsanalysen einbeziehen zu können, werden den qualitativen Merkmalen oft Zahlenwerte zugeordnet, beispielsweise die Zahl 1, wenn eine Region ein bestimmtes Kriterium erfüllt, und die Zahl 0, wenn sie es nicht erfüllt.

5.3.2.2 Wirkungsanalysen auf der Basis quantitativer Einflußgrößen³⁾

Eine vollständige und exakte Beantwortung aller 5 Hauptfragen der Wirkungsanalyse (vgl. vorangegangenen Abschnitt) setzt in der Regel voraus, daß die Art des Wirkungszusammenhanges durch eine mathematische Funktion beschrieben werden kann. Aus pragmatischen Gründen, die mit der numerischen Ermittlung der Funktionsparameter zusammenhängen, wird meist eine lineare oder eine linearisierbare Funktion unterstellt, in der die abhängige (bewirkte) Größe Y auf eine oder mehrere unabhängige (bewirkende) Größen zurückgeführt wird⁴⁾:

$$(3) \quad Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k$$

Handelt es sich um einen regionalen Wirkungszusammenhang auf der Basis regionaler Variablen, die sich alle auf die gleiche Periode t beziehen, so läßt sich schreiben:

$$(4) \quad Y^r(t) = \beta_1 + \beta_2 X_2^r(t) + \dots + \beta_k X_k^r(t)$$

Zur Ermittlung der Parameter β_1, \dots, β_k kann die Zeitreihenanalyse, die Querschnittsanalyse oder eine Kombination aus beiden Verfahren eingesetzt werden. Von einer Zeitreihenanalyse spricht man, wenn der in Gleichung (4) beschriebene Wirkungszusammenhang für eine bestimmte Region r in alternativen Perioden untersucht wird:

$$\text{Zeitreihenanalyse:} \quad \begin{cases} r = \text{vorgegeben} \\ t = 1, 2, \dots, T \end{cases}$$

Eine Querschnittsanalyse liegt vor, wenn der Wirkungszusammenhang (4) für verschiedene Regionen in einer bestimmten Periode analysiert wird:

$$\text{Querschnittsanalyse:} \quad \begin{cases} r = 1, 2, \dots, R \\ t = \text{vorgegeben} \end{cases}$$

Beschreibt Gleichung (4) einen Zusammenhang, der in allen Regionen *und* allen Perioden wirksam ist, so ist eine Kombination aus Zeitreihen- und Querschnittsanalyse das geeignete Analyseverfahren:

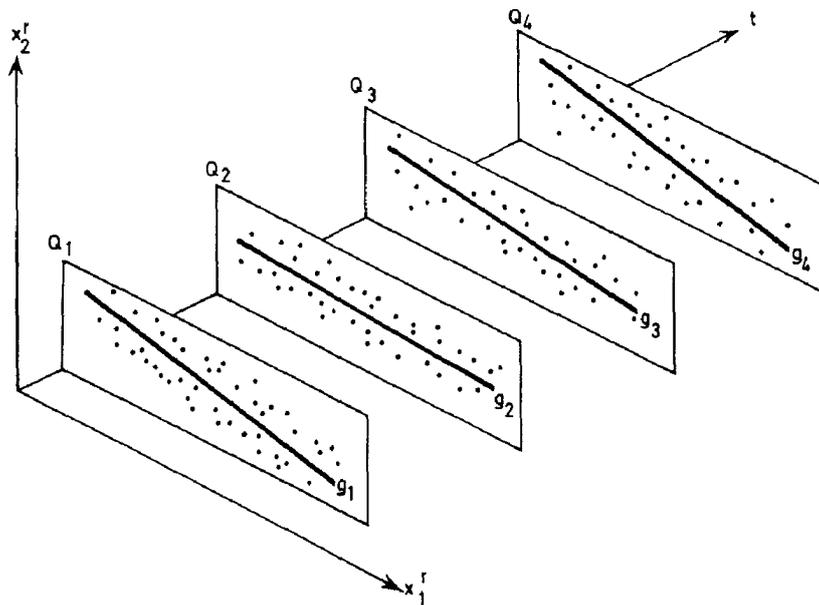
$$\text{Kombination von Querschnitts- und Zeitreihenanalyse:} \quad \begin{cases} r = 1, 2, \dots, R \\ t = 1, 2, \dots, T \end{cases}$$

Die Parameter, die man erhält, wenn man Querschnittsbeobachtungen für verschiedene Zeitpunkte miteinander kombiniert („pooling“), unterscheiden sich meist von den Parametern, die sich bei parallelen Analysen für die einzelnen Querschnitts- bzw. Zeitreihenbeobachtungen ergeben.

³⁾ Ausgewählte Literatur: JOHNSTON, J.: *Econometric Methods*, New York 1960; KLEIN, L. R.: *A Textbook of Econometrics*, New Jersey 1974; SCHNEEWEISS, H.: *Ökonometrie*, Würzburg/Wien 1971.

⁴⁾ In dieser Funktion beginnt die Numerierung der Variablen nicht mit der Nummer eins, sondern mit der Nummer zwei, um die in Paaren zusammenstehenden Koeffizienten und Variablen jeweils mit der gleichen Nummer versehen zu können.

Abb. 1



In *Abbildung 1* sind für vier Querschnitte Q_1 bis Q_4 die Meßwerte von zwei variablen X_1^r und X_2^r für mehrere Regionen in ein Koordinatensystem eingezeichnet. Die Geraden g_1 bis g_4 erhält man, wenn das Beobachtungsmaterial durch vier einzelne Querschnittsanalysen ausgewertet wird. Würde man eine bestimmte Region herausgreifen und die ihr entsprechenden Punkte in den verschiedenen Ebenen auf die X_1 - X_2 -Ebene projizieren, so ließe sich – falls genügend viele Querschnitte Q existieren – für diese (wie für jede andere) Region eine Zeitreihenanalyse durchführen. Alternative Formen der Zeitreihenanalyse ergeben sich, wenn man eine Region herausgreift und die ihr entsprechenden Punkte in die X_1 - t -Ebene oder in die X_2 - t -Ebene projiziert. In diesem Fall werden die Variablen für eine gegebene Region allein als Funktion der Zeit betrachtet (Trendanalysen usw.).

Nur dann, wenn die Steigungen der verschiedenen Geradengleichungen gleich sind, führt eine Kombination von Querschnitts- und Zeitreihenanalyse durch „poolen“ der Daten zu den gleichen Parametern, wie man sie bei parallelen Querschnittsanalysen erhalten würde.

Meist vergeht eine gewisse Zeitspanne, ehe sich der Einfluß der unabhängigen Variablen auf die abhängige auswirkt. Bezeichnet man die *Wirkungsverzögerung* (time-lag) der Wirkungskomponente X_i mit t_i , so ergibt sich statt Gleichung (4)

$$(4.1) \quad Y^r(t) = \beta_1 + \beta_2 X_2^r(t-t_2) + \dots + \beta_k X_k^r(t-t_k).$$

Wirkungsverzögerungen können sowohl in der Zeitreihenanalyse als auch in der Querschnittsanalyse berücksichtigt werden. Bei den Gleichungen (4) und (4.1) handelt es sich um regionale Wirkungszusammenhänge. Es können aber auch interregionale Funktionen von der in den Gleichungen (5.1) und (5.2) dargestellten Art

$$(5.1) \quad Y^r(t) = \beta_1 + \beta_2 X_2^s(t) + \dots + \beta_k X_k^s(t)$$

$$(5.2) \quad Y^{rs}(t) = \beta_1 + \beta_2 X_2^s(t) + \dots + \beta_k X_k^s(t) + \beta_{k+1} X_{k+1}^s(t) + \dots \\ + \beta_{k+n} X_{k+n}^s(t) + \beta_{k+n+1} X^{rs}(t)$$

unter Anwendung der Zeitreihen- und Querschnittsanalyse (mit und ohne Berücksichtigung von time-lags) analysiert werden.

Selbst wenn die gesuchten „wahren“ Parameter β_1, β_2, \dots bekannt wären, könnte nicht angenommen werden, daß die in den Gleichungen (3) bis (5.2) formulierten Wirkungszusammenhänge *streng* gelten, und zwar aus folgenden Gründen: 1. In der Regel können (beispielsweise aus praktischen Gründen) nicht sämtliche relevanten Einflußgrößen in die Analyse einbezogen werden. 2. Wirkungszusammenhänge, die auf menschlichen Verhaltensweisen beruhen, sind meist stochastischer Natur. 3. Bei der Messung der Variablen entstehen in der Regel Meßfehler. 4. Der Funktionstyp – in den Gleichungen (3) bis (5.2) eine *lineare* Beziehung – beschreibt den Zusammenhang nicht zutreffend. Das Gleichheitszeichen in den Funktionen (3) bis (5.2) läßt sich daher nur verwenden, wenn auf der rechten Seite jeweils ein „Störglied“ u berücksichtigt wird, das die Differenz zwischen dem empirisch gemessenen Wert von Y und dessen Funktionswert ausgleicht.

Die Methoden zur Ermittlung der Parameter wurden in der *multivariaten Statistik* und insbesondere in der *Ökonometrie* entwickelt. Die entsprechenden Schätzverfahren lassen sich grundsätzlich sowohl auf regionale und auf interregionale Beziehungen als auch auf Querschnitts- und Zeitreihenanalysen anwenden.

Zur formalen Darstellung des am häufigsten angewandten Schätzverfahrens, der Methode der kleinsten Quadrate, wird im folgenden eine Wirkungsanalyse in der Form der Querschnittsanalyse ohne time-lags zugrunde gelegt, weil dann auf die Angabe der Periode für die einzelnen Variablen verzichtet werden kann. Die Beziehung, deren Parameter zu schätzen sind, lautet

$$(6) \quad Y^r = \beta_1 + \beta_2 X_2^r + \dots + \beta_k X_k^r + u^r; r = 1, 2, \dots, R$$

oder in Matrix-Schreibweise:

$$(7) \quad \mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u},$$

wobei

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} Y^1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ Y^R \end{pmatrix}, \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1 X_2^1 \dots X_k^1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 1 X_2^R \dots X_k^R \end{pmatrix}, \boldsymbol{\beta} = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \beta_k \end{pmatrix}, \mathbf{u} = \begin{pmatrix} u^1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ u^R \end{pmatrix}$$

Eine Schätzung der Parameter β_1, \dots, β_k ist hierbei nur möglich, wenn über das Störglied u und die Meßwerte in der Matrix \mathbf{X} zusätzliche Informationen vorliegen. Da diese Informationen in der Regel nicht empirisch ermittelt werden können, müssen entsprechende Annahmen getroffen werden.

Meist wird vorausgesetzt, daß u eine Zufallsgröße ist. Die Annahmen über die Wahrscheinlichkeitsverteilung von u können sowohl durch theoretische Erwägungen als auch durch Plausibilitäts-Überlegungen begründet werden. Dabei genügt es, daß über die wichtigsten Parameter der Verteilung, den Erwartungswert und die Varianz, Annahmen getroffen werden. Meist wird vorausgesetzt, daß

$$(8.1) \quad E(\mathbf{u}) = \mathbf{o},$$

d. h., daß der Erwartungswert jedes Störgliedes u^r ($r = 1, 2, \dots, R$) Null ist. Die zweite Annahme lautet:

$$(8.2) \quad E(\mathbf{u}\mathbf{u}') = \sigma^2 \mathbf{I}^R$$

In (8.2) wird gefordert, daß a) die Varianz σ^2 jedes Störgliedes u^r ($r = 1, 2, \dots, R$) konstant und b) die Kovarianzen der Störglieder Null sind. Annahme b) bedeutet, daß die Störglieder der einzelnen Regionen unabhängig voneinander sein müssen. Ist diese Annahme nicht erfüllt, so spricht man im Fall einer Zeitreihenanalyse von zeitlicher, im Fall einer Querschnittsanalyse über Regionen von räumlicher *Autokorrelation*.

Ferner wird angenommen, daß die numerischen Werte der unabhängigen Variablen keine Zufallsrealisationen, sondern fixe Zahlen sind:

(8.3) X ist eine Matrix fixer Zahlen.

Die letzte Annahme lautet:

(8.4) Die Matrix X hat einen Rang $k < R$.

Damit wird gefordert, daß die Zahl der Meßwerte (R) größer ist als die Zahl der Variablen (k), und daß die verschiedenen unabhängigen Variablen nicht linear voneinander abhängig sind (keine *Multikollinearität*).

Zur Schätzung der Funktionsparameter wurden mehrere Methoden entwickelt. Die *Methode der kleinsten Quadrate* ist in der Praxis am weitesten verbreitet. Bei ihr werden die Schätzwerte β_1, \dots, β_k der Parameter so ermittelt, daß die Summe der quadrierten Differenzen zwischen den Meßwerten Y^1, \dots, Y^R der abhängigen Variablen und ihren Funktionswerten ein Minimum annimmt. Daraus ergeben sich folgende lineare Schätzfunktionen:

$$(9) \quad \hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'Y$$

Da die Größe Y^r von u^r – einer Zufallsvariablen – abhängt (Gleichung [6]), ist auch Y^r eine Zufallsvariable. Das gleiche gilt für die Parameter β_i , die in Gleichung (9) als Funktion der Zufallsgrößen Y^r bestimmt werden. Die geschätzten Parameter haben daher eine bestimmte Verteilung. Es läßt sich zeigen, daß die Methode der kleinsten Quadrate – Gültigkeit der Annahmen (8.1) bis (8.4) vorausgesetzt – zu Parametern führt, die unverzerrt sind ($E(\hat{\beta}) = \beta$) und die die kleinste Varianz von allen Parametern haben, die mit linearen Schätzverfahren ermittelt werden können. Die Methode der kleinsten Quadrate ist somit nicht nur unter approximationstheoretischen Gesichtspunkten plausibel, weil sie eine bestmögliche Anpassung der empirischen Meßwerte an die Funktionswerte ermöglicht, sie erlaubt auch durch die Ableitung eines Verteilungsgesetzes für die Parameter Aussagen darüber, in welchem Konfidenzintervall die wahren Parameter bei vorgegebener Irrtumswahrscheinlichkeit liegen. Diese Eigenschaft ist besonders wichtig zum Testen von Hypothesen über die Höhe der Parameter (t-Test).

Die Methode der kleinsten Quadrate wird aber noch aus anderen Gründen häufig angewandt. Nimmt man entgegen der Voraussetzung (8.3) an, daß sowohl die abhängigen als auch die unabhängigen Variablen gemeinsam verteilte Zufallsgrößen sind (in diesem Fall ist Gleichung (6) identisch mit dem Modell der *multiplen Regressionsanalyse*), so läßt sich zeigen, daß das in Gleichung (9) beschriebene Schätzverfahren nach wie vor zur besten Parameterschätzung führt. Auch die *multiple Korrelationsanalyse* baut auf der Methode der kleinsten Quadrate auf: Wenn man die einzelnen unabhängigen Variablen durch Gewichtung und Addition zu einer einzigen Index-Größe zusammenfaßt, so ist der *multiple Korrelationskoeffizient* als der größte unter allen einfachen Korrelationskoeffizienten definiert, die sich bei alternativer Gewichtung zwischen der abhängigen Variablen und der Index-Größe berechnen lassen. Die entsprechenden Gewichte werden dabei nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt.

Das Quadrat des multiplen Korrelationskoeffizienten, das *Bestimmtheitsmaß*, ist identisch mit den Quotienten aus der Varianz der in der multiplen Regressionsfunktion

$$(10) \quad \hat{Y}^r = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X_2^r + \dots + \hat{\beta}_k X_k^r$$

ermittelten Schätzwerte \hat{Y}^r der abhängigen Variablen („erklärte Varianz“ genannt) und der Gesamtvarianz der Meßwerte Y^r . Das Bestimmtheitsmaß liegt zwischen 0 (keine Erklärung) und 1 (vollständige Erklärung) und kann daher zur Quantifizierung des *Erklärungsgehalts der Wirkungskomponenten* verwendet werden. Wichtig ist, daß das Bestimmtheitsmaß auch dann sehr hoch sein kann, wenn die *paarweisen einfachen Korrelationskoeffizienten* zwischen der abhängigen Variablen und den einzelnen unabhängigen Variablen sehr klein oder Null sind. In diesem Fall kommt die Wirkung der unabhängigen Variablen auf die abhängige allein durch die Kombination der einzelnen Wirkungskomponenten zustande. Die Ausklammerung einer einzigen Wirkungskomponente kann hier schon zu einem starken Absinken der Gesamtwirkung führen. Verringert sich das Bestimmtheitsmaß bei Elimination der Variablen X_i um einen signifikanten Betrag δ_i , so kann δ_i zur Beurteilung dafür herangezogen werden, wie groß der Beitrag der Variablen X_i zur Erklärung von Y ist. Ihre spezifische Leistungsfähigkeit erweisen multiple Wirkungsanalysen dann, wenn die Richtung des Einflusses einer Variablen in der multiplen Regressionsfunktion positiv ist (positiver *Regressionskoeffizient*), während der Einfluß bei isolierter Betrachtung des Zusammenhangs zwischen der abhängigen Variablen und der Einflußgröße negativ ist (negativer einfacher *Korrektionskoeffizient*). Ein Beispiel hierfür ist der Einfluß der regionalen Investitionen auf die Veränderung des Arbeitseinsatzes in der Region⁵).

Werden die Meßwerte der Variablen vor der Parameterschätzung so transformiert, daß ihr Mittelwert jeweils Null und ihre Varianz 1 ist (*standardisierte Variablen*), so bleibt das Bestimmtheitsmaß unverändert. Die Parameter der standardisierten Einflußgrößen können hinsichtlich ihres absoluten Wertes miteinander verglichen werden. Für standardisierte Variablen können daher die Regressionskoeffizienten, die mit den partiellen Ableitungen der Funktion (10) identisch sind, als quantitatives Maß für den isolierten Einfluß der unabhängigen Variablen herangezogen werden. Diese Interpretation der Regressionskoeffizienten setzt jedoch voraus, daß die Variablen nicht miteinander korreliert sind (Annahme [8.4]).

Zur Beurteilung der Frage, ob in einer empirischen Wirkungsanalyse eine befriedigende Erklärung der bewirkten Größe gelungen ist oder nicht, werden Beurteilungskriterien herangezogen, die man in notwendige und hinreichende Kriterien unterteilen kann. Zu den notwendigen Kriterien gehören die Bedingungen, daß erstens das Bestimmtheitsmaß und die Erwartungswerte der Parameter sich signifikant von Null unterscheiden, daß zweitens die einzelnen Quotienten aus den Erwartungswerten der Parameter und deren Varianzen (*Signifikanzkoeffizienten* oder „*t-Werte*“) ausreichend hoch sind und daß drittens die Parameter das theoretisch erwartete Vorzeichen haben. Sind diese Bedingungen erfüllt, so folgt daraus noch nicht, daß es sich bei dem untersuchten Zusammenhang um eine kausale Beziehung handelt, wie der signifikante Zusammenhang zwischen Geburten und Störchen zeigt (*Scheinkorrelation*). Der statistisch nachgewiesene Zusammenhang muß auch theoretisch und inhaltlich begründbar sein (hinreichende Bedingungen). Die inhaltliche Begründung, von der die Auswahl der unabhängigen Variablen und die Wahl eines bestimmten Funktionstyps abhängen, wirft Probleme auf, die vor der statistischen Analyse gelöst werden müssen. In regionalwissenschaftlichen Wirkungsanalysen gibt es hierbei folgende Besonderheiten:

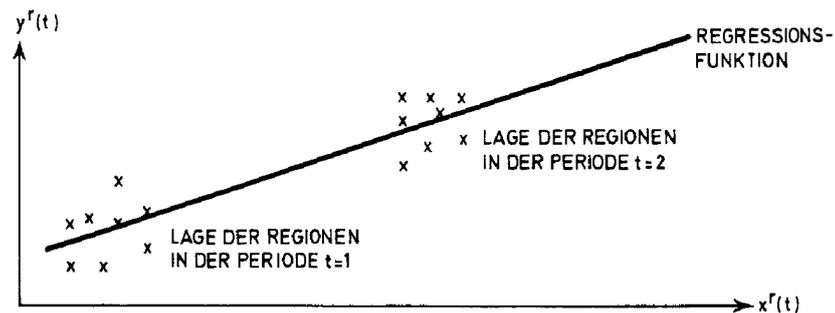
(1) Soll beispielsweise der Einfluß komplexer regionaler Variablen wie „Einkommensniveau“, „kulturelle Aktivitäten“ und „Urbanisierungsgrad“ auf eine abhängige Variable untersucht werden, so kann es zahlreiche Alternativen geben, die betreffenden Variablen zu messen. Auch wenn die verschiedenen Meßmöglichkeiten im Hinblick auf die theoretische Begründung des Wirkungszusammenhangs als gleichwertig erscheinen, können die notwendigen Bedingungen für die Beurteilung der Frage, ob sich der Wirkungszusammenhang empirisch nachweisen läßt oder nicht (Bestimmtheitsmaß, Signifikanzkoeffizienten, Vorzeichen der Parameter) bei der einen Meßmethode erfüllt sein, bei der anderen nicht. Zur Lösung dieses Problems wurden

⁵) Vgl. BIRG, H.: Zur Interdependenz der Bevölkerungs- und Arbeitsplatzentwicklung – Grundlagen eines simultanen interregionalen Modells für die Bundesrepublik Deutschland. Berlin 1979, S. 127.

heuristische Methoden entwickelt, beispielsweise die Methode der *stepwise regression*. Hier werden die einzelnen Erklärungsgrößen auf alternative Weise gemessen und zunächst alle nebeneinander in der Regressionsfunktion als unabhängige Variable verwendet. Danach wird schrittweise diejenige Variable eliminiert, deren Signifikanzkoeffizient am kleinsten ist. Sind aber die auf alternative Weise gemessenen Variablen stark interkorreliert, was in der Regel der Fall ist, so ist das Ergebnis der Elimination mehr oder weniger zufällig.

(2) Ein Auswahlproblem anderer Art ergibt sich aus der Frage, welche Regionen in eine Querschnittsanalyse einbezogen werden sollen. Sind die entsprechenden Alternativen unter theoretischen Gesichtspunkten als gleichwertig anzusehen, so wird die praktische Auswahl meist pragmatisch im Hinblick auf eine bestmögliche empirische Parameterschätzung getroffen. Ein ähnliches Problem tritt auf, wenn entschieden werden muß, ob der betreffende Wirkungszusammenhang in Form einer Querschnittsanalyse, einer Zeitreihenanalyse oder durch Kombination beider Analyseverfahren untersucht werden soll. In *Abbildung 2* ist der Fall eines Wirkungszusammenhanges zwischen zwei Variablen $Y^r(t)$ und $X^r(t)$ dargestellt, der nur bei einer Kombination von Zeitreihen- und Querschnittsanalyse den empirischen Nachweis einer Beziehung zwischen den beiden Größen erlauben würde, weil die Bestimmtheitsmaße in den beiden getrennten Querschnittsanalysen zu klein wären.

Abb. 2



(3) Oft sind die unter (8.1) bis (8.4) getroffenen Voraussetzungen – keine räumliche⁶⁾ bzw. keine zeitliche Autokorrelation, keine Multikollinearität usw. – nicht streng erfüllt. In diesem Fall entstehen schätztheoretische Probleme, die zu einem großen Teil noch ungelöst sind. Zu räumlicher Autokorrelation kann es dann kommen, wenn die Regionen bei einer Querschnittsanalyse in derjenigen Reihenfolge geordnet werden, die ihrer räumlichen Nachbarschaft entspricht. Technisch läßt sich dies Problem durch eine Änderung der Reihenfolge, in der die Regionen in die Querschnittsanalyse eingehen, umgehen.

Auf ähnliche einfache, wenn auch rein pragmatische Weise kann oft das Problem der Multikollinearität gelöst werden, indem statt *eines* Querschnitts zwei oder mehrere *simultan* analysiert werden (Kombination von Zeitreihen- und Querschnittsanalyse).

⁶⁾ Einen Überblick über die Probleme der räumlichen Autokorrelation geben: CLIFF, A. D. u. ORD, J. K.: *Spatial Autocorrelation*. London 1973.

Als Beispiel für eine kombinierte Zeitreihen-Querschnittsanalyse sei eine Arbeit von H. BÖLTING angeführt⁷⁾. BÖLTING hat versucht, die Frage zu klären, wie hoch der Einfluß der öffentlichen Wirtschaftsförderung auf die regionale Investitionstätigkeit ist. Hierfür wurden auf der Basis der 178 Regionen, die der Gemeinschaftsaufgabe „Verbesserung der regionalen Wirtschaftsstruktur“ zugrunde liegen, die Investitionen in der Industrie berechnet und auf die folgenden 9 Variablen zurückgeführt:

Definition der Variablen

abhängige Variable:

$I^r(t)$ preisbereinigte *Bruttoanlageinvestitionen* (Preisbasis 1962) in der Industrie und im Bergbau von Betrieben mit 10 und mehr Beschäftigten (Mio. DM)

unabhängige Variablen:

(1) $K^r(t)$ preisbereinigter *Kapitalstock* (Preisbasis 1962) in der Industrie und im Bergbau von Betrieben mit 10 und mehr Beschäftigten (Mio. DM)

(2) $U^r(t)$ preisbereinigte *Umsätze* (Preisbasis 1962) in der Industrie und im Bergbau von Betrieben mit 10 und mehr Beschäftigten (Mio. DM)

(3) $Z^r(t)$ Summe der *Subventionswerte* von Investitionszulagen (Bescheinigungen ausgestellt), Investitionszuschüssen und ERP-Krediten (Preisbasis 1962). Bei den Investitionszulagen wurde der jeweilige maximale Fördersatz angenommen, bei den ERP-Krediten ein Subventionswert von 20 v. H. der Kreditsumme unterstellt (Mio. DM)

(4) ZINS(t) Differenz zwischen der *Emissionsrendite* festverzinslicher Wertpapiere und der *Preissteigerungsrate* des Bruttosozialproduktes (v. H.)

(5) $MP^r(t)$ *Marktpotential*, berechnet mit Hilfe der regionalen Bruttoinlandprodukte und der Luftlinienentfernung (Mio. DM/km)

(6) $AR^r(t)$ *Anteil der in der Landwirtschaft Beschäftigten an den Gesamtbeschäftigten* (v. H.)

(7) $L^r(t)$ *Lohn- und Gehaltssumme* in der Industrie, bezogen auf die industriellen Arbeitnehmer (Mio. DM/1000 Personen)

(8) $D^r(t)$ *Einwohner pro Fläche* (Personen/ha)

(9) $T^r(t)$ Mit dem Steueraufkommen der einzelnen Gemeinden einer Region gewichteter Hebesatz der *Gewerbesteuern* (v. H.)

Die zu testende Funktion (bei BÖLTING „Investitionsmodell I“ genannt) lautet entsprechend ($r = 1, \dots, 178$; $t = 1966, \dots, 1971$):

$$I^r(t) = a_0 + a_1 K^r(t-1) + a_2 \Delta U^r(t-1, t-2) + a_3 Z^r(t) + a_4 MP^r(t) + a_5 ZINS(t) + a_6 AR^r(t) + a_7 L^r(t) + a_8 D^r(t) + a_9 T^r(t) + u^r(t)$$

⁷⁾ BÖLTING, H.: Wirkungsanalyse der Instrumente der regionalen Wirtschaftspolitik. Bd. 35 der Beiträge zum Siedlungs- und Wohnungswesen (Hrsg.: ERNST, W. u. THOSS, R.), Münster 1976.

Die Kleinst-Quadrate-Parameterschätzung führte zu folgenden Ergebnissen:

Parameter-Schätzwerte für die regionale Investitionsfunktion

Parameter Version	a ₀	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	a ₅	a ₆	a ₇	a ₈	a ₉	R ²
A	-424.334 (87.349)	0.055 (0.002)	0.114 (0.014)	0.725 (0.255)	0.023 (0.004)	-7.845 (2.356)	0.483 (0.594)	7.902 (5.675)	-1.213 (0.795)	1.032 (0.191)	0.932
B	-96.194 (64.393)	0.055 (0.002)	0.123 (0.014)	0.784 (0.262)	0.015 (0.004)	-7.958 (2.419)	0.335 (0.609)	6.682 (5.822)	-1.963 (0.803)		0.928
C	-89.642 (64.661)	0.054 (0.002)	0.125 (0.014)	0.791 (0.263)	0.011 (0.004)	-8.053 (2.431)	0.513 (0.608)	6.930 (5.850)			0.927
D	-15.838 (17.385)	0.055 (0.002)	0.127 (0.014)	0.771 (0.262)	0.012 (0.003)	-8.080 (2.430)	0.040 (0.458)				0.927
E	-14.747 (12.129)	0.055 (0.002)	0.126 (0.014)	0.771 (0.262)	0.012 (0.003)	-8.077 (2.427)					0.927

Bei den in Klammern gesetzten Zahlen handelt es sich um die Standardabweichung der Regressionsparameter.

Wie die Schätzungen zeigen, sind die Regressionsparameter für die letzten 4 Variablen statistisch nicht gesichert (der Quotient aus dem Regressionskoeffizient und seiner Standardabweichung ist zu klein). Die Versionen B bis E enthalten Schätzergebnisse, die sich ergeben, wenn man die entsprechenden Größen eliminiert. BÖLTING faßt das Ergebnis wie folgt zusammen: „Die empirischen Tests des regionalen Investitionsmodells I führten . . . erst in der Version E, also nach Eliminierung der Variablen „Steuerliche Belastung der Produktion“, „Verdichtungsgrad“, „Lohnniveau“ und „Arbeitskräftereserve“, für alle verbleibenden Einflußgrößen zu Schätzparametern, die das erwartete („plausible“) Vorzeichen aufweisen und signifikant von Null verschieden sind. Die der Version E zugrundeliegende Hypothese muß daher nicht verworfen werden⁸⁾.“

Von besonderer Bedeutung sind die Schätzergebnisse im Hinblick auf eine Interpretation des Einflusses der Variablen Z' (t) (Subventionswert). Die Hypothese, daß die in dieser Variablen gemessene regionale Wirtschaftsförderung einen Einfluß auf die regionale Investitionstätigkeit hat, hielt der Überprüfung durch die multiple Regressionsrechnung stand; die Hypothese muß nicht verworfen werden.

In der vorsichtigen Formulierung „die Hypothese muß nicht verworfen werden“ kommt zum Ausdruck, daß Hypothesen niemals in dem Sinne „verifiziert“ werden können, daß ihre Gültigkeit oder Wahrheit bewiesen wird. Es ist vielmehr nur möglich, durch wiederholte Prüfung an der Realität den „Bestätigungsgrad“ einer Hypothese zu erhöhen⁹⁾.

Die bisher behandelten Probleme bezogen sich alle auf den Fall, daß die zu untersuchende Wirkungsbeziehung in einer einzigen Gleichung erfaßt werden kann (*Einzelgleichungsmodelle*). Sind nicht alle in einer Gleichung enthaltenen Erklärungsgrößen unabhängige Größen, sondern ihrerseits von anderen Erklärungsgrößen abhängig, so werden zur Darstellung der entsprechenden Wirkungszusammenhänge mehrere Gleichungen benötigt: Es muß ein *simultanes*

⁸⁾ A. a. O., S. 125.

⁹⁾ Vgl. POPPER, K. R.: *The Logic of Scientific Discovery*. London 1959. Deutsch: *Logik der Forschung*, 1971.

Gleichungssystem aufgestellt werden. Bezeichnet man die in ihm enthaltenen abhängigen Variablen mit $Y_1^r(t), \dots, Y_g^r(t)$, die unabhängigen mit $X_1^r(t), \dots, X_k^r(t)$, so lautet das Gleichungssystem allgemein:

$$(11) \quad \mathbf{B}Y^r(t) + \mathbf{\Gamma}X^r(t) = \mathbf{u}^r(t)$$

In (11) sind $Y^r(t)$, $X^r(t)$ und $\mathbf{u}^r(t)$ Spaltenvektoren und \mathbf{B} und $\mathbf{\Gamma}$ Matrizen von Koeffizienten mit der Dimension $g \times g$ bzw. $g \times k$.

Für simultane Gleichungssysteme wird statt des Begriffspaares abhängige – unabhängige Variablen auch die Bezeichnung *endogene – exogene Größen* gebraucht. Ist die Matrix \mathbf{B} nicht singulär, so kann das Gleichungssystem (11) durch Prämultiplizieren mit \mathbf{B}^{-1} in das Gleichungssystem (12) überführt werden:

$$(12) \quad Y^r(t) = \mathbf{\Pi}X^r(t) + \mathbf{v}^r(t)$$

Die in (11) enthaltenen Gleichungen werden als *Strukturgleichungen* bezeichnet, die in (12) enthaltenen als *reduzierte Form* der Strukturgleichungen. Je nachdem, ob in (11) und (12) r oder t vorgegeben ist, handelt es sich um Beziehungen auf der Basis von Zeitreihen- bzw. Querschnittsbeobachtungen.

Hauptproblem ist auch hier die Ermittlung der Funktionsparameter. Sind in jeder der g Gleichungen alle g endogenen und alle k exogenen Variablen enthalten, so lassen sich die einzelnen Beziehungen statistisch nicht identifizieren, und es ist unmöglich, die Parameter zu bestimmen. Eine notwendige Bedingung der Identifizierbarkeit besteht darin, daß in jeder Gleichung einige der exogenen bzw. endogenen Variablen ausgeklammert werden, mit der Folge, daß bestimmte Koeffizienten in den Matrizen \mathbf{B} , $\mathbf{\Gamma}$ bzw. $\mathbf{\Pi}$ mit Nullen besetzt sind. Darüber hinaus lassen sich weitere Bedingungen für die Identifizierbarkeit ableiten, die entweder exakt oder nur annähernd erfüllt sein können. Die verschiedenen Methoden der Parameterschätzung sind auf die verschiedenen Arten der Identifizierbarkeit zugeschnitten. Würde man die Methode der kleinsten Quadrate zur Schätzung der Parameter in einer der Strukturgleichungen aus (11) anwenden, so erhielte man verzerrte Parameterschätzungen, weil die einzelnen endogenen Größen aufgrund der *Interdependenz der Beziehungen* nicht vom Störglied $\mathbf{u}^r(t)$ unabhängig sind. Deshalb wurden Schätzverfahren entwickelt, die die Interdependenz zwischen den Variablen berücksichtigen und eine simultane unverzerrte Schätzung sämtlicher Parameter in allen Gleichungen ermöglichen.

In der Regionalforschung wurden simultane Gleichungssysteme bisher vorwiegend zur Bildung theoretischer Modelle verwendet. Empirische Parameterschätzungen für simultane regionale oder interregionale Modelle sind – bedingt durch den Mangel an statistischen Daten – bisher nur in Ansätzen verfügbar. Dies ist um so bedauerlicher, als in entsprechenden Modellen die direkten und indirekten Wirkungen (*Rückkopplungen*) von Veränderungen der exogenen Variablen (beispielsweise Steuersätze, Subventionswerte usw.) auf die endogenen berechnet werden könnten. Derartige Berechnungen könnten bei der Dosierung regionalpolitischer Maßnahmen wertvolle Entscheidungshilfen liefern.

5.3.2.3 Wirkungsanalysen auf der Basis von qualitativen Einflußgrößen

Zu den qualitativen (klassifikatorischen) Größen gehören Variablen, die angeben, ob ein Merkmalsträger ein bestimmtes Kriterium erfüllt oder nicht. Soll beispielsweise untersucht werden, ob der Preis eines Grundstücks in einer Stadt von den Einflußgrößen Wohnlage und Verkehrslage abhängt, so können diese Merkmale in der Regel nur durch eine klassifikatorische Untergliederung (nominale Skalierung), nicht aber durch eine quantitative Messung näher

spezifiziert werden. Das Merkmal Wohnlage läßt sich beispielsweise in die Klassen „mäßig“, „mittel“ und „bevorzugt“, das Merkmal Verkehrslage in die Klassen „Stadtrandwohngebiet“ und „Stadtkernwohngebiet“ unterteilen¹⁰⁾.

Bildet man aus dem Merkmal X_1^r (Verkehrslage) die beiden Klassen bzw. Variablen X_{11}^r und X_{12}^r und aus dem Merkmal X_2^r (Wohnlage) die drei Variablen X_{21}^r , X_{22}^r und X_{23}^r , wobei der Index $r = 1, 2, \dots, R$ die Nummer des Grundstücks angibt, so können den insgesamt 5 Variablen Zahlenwerte zugeordnet werden, indem man die Zahl 1 zur Kennzeichnung dafür verwendet, daß ein Grundstück zu einer bestimmten Klasse gehört, während die Zahl 0 als Angabe dafür dient, daß es nicht in die betreffende Kategorie fällt. Liegt beispielsweise das 8. Grundstück in bevorzugter Wohnlage im Stadtkerngebiet, so ist $X_{11}^8 = 0$, $X_{12}^8 = 1$ und $X_{21}^8 = 0$, $X_{23}^8 = 1$.

Unter der Hypothese, daß sich der Einfluß der 5 Variablen auf den Grundstückspreis Y^r durch eine lineare Beziehung ausdrücken läßt, kann man – analog zur Wirkungsanalyse auf der Basis quantitativer Einflußgrößen – folgende Hypothese über die Wirkungsbeziehung aufstellen:

$$(13) \quad Y^r = \mu + \alpha_1 X_{11}^r + \alpha_2 X_{12}^r + \beta_1 X_{21}^r + \beta_2 X_{22}^r + \beta_3 X_{23}^r + u^r$$

In dieser Gleichung steht u^r für die aus der quantitativen Wirkungsanalyse bekannte Stör- bzw. Restkomponente.

Eine andere Schreibweise für (13) erhält man, wenn mit Y_{ij} der Preis für ein Grundstück bezeichnet wird, das zur Verkehrslage X_{1i} und zur Wohnlage X_{2j} gehört. Da für jedes Grundstück von den Variablen X_{11}^r , X_{12}^r und X_{21}^r , X_{22}^r , X_{23}^r jeweils nur eine den Wert 1 haben kann, während alle übrigen Null sein müssen, läßt sich schreiben

$$(13.1) \quad Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + u_{ij}, \quad \begin{matrix} i = 1, 2 \\ j = 1, 2, 3 \end{matrix}$$

Zur Schätzung der Parameter μ , α_1 , α_2 , β_1 , β_2 und β_3 in Gleichung (13.1) kann ebenso wie in der multiplen Regressionsrechnung die Methode der kleinsten Quadrate angewandt werden. Man erhält so zur Bestimmung der 6 unbekannt Parameter 6 Gleichungen. Diese Gleichungen sind jedoch nicht alle voneinander unabhängig. Eine Lösung des Gleichungssystems ist daher nur unter zusätzlichen Restriktionen möglich. Meist werden die Bedingungen herangezogen, daß sich die Schätzwerte für die Koeffizienten zu Null addieren:

$$(14) \quad \sum_i \hat{\alpha}_i = 0, \quad \sum_j \hat{\beta}_j = 0$$

Die unter diesen Bedingungen ableitbaren Lösungen sind besonders einfach. Werden für Merkmal 1 allgemein I und für Merkmal 2 allgemein J Unterklassen gebildet, so ergibt sich bei einer Besetzung jeder Merkmalskombination mit *einem* Merkmalsträger die Lösung:

$$(15) \quad \begin{aligned} \hat{\mu} &= \sum_i \sum_j Y_{ij} / R = Y_{..} \\ \hat{\alpha}_i &= \sum_j Y_{ij} / J - \hat{\mu} = Y_{i.} - Y_{..} \quad (\text{für alle } i) \\ \hat{\beta}_j &= \sum_i Y_{ij} / I - \hat{\mu} = Y_{.j} - Y_{..} \quad (\text{für alle } j) \end{aligned}$$

Dabei sind die Erwartungswerte der Schätzwerte $\hat{\mu}$, $\hat{\alpha}_i$ und $\hat{\beta}_j$ für die unbekannt Parameter gleich den wahren Parametern μ , α_i und β_j .

Es läßt sich zeigen, daß die mittels der Regressionsanalyse gewonnenen Lösungen eng mit den Testgrößen zusammenhängen, die in der *Varianzanalyse* zur Überprüfung des Einflusses

¹⁰⁾ Dieses Beispiel und die folgenden Ableitungen wurden übernommen aus: SCHALK, H. J.: *Varianz- und Kovarianzanalyse*. In: *Methoden der empirischen Regionalforschung*, 2. Teil. ARL: FuS Bd. 105, Hannover 1975, S. 87 ff.

qualitativer Variablen auf eine quantitative Größe verwendet werden. In der Varianzanalyse wird die Summe der Abweichungsquadrate SST der Meßwerte der abhängigen Variablen vom Mittelwert in folgende Komponenten aufgespalten:

$$(16) \quad \underbrace{\sum_i \sum_j (Y_{ij} - \bar{Y}_{..})^2}_{(SST)} = \underbrace{J \sum_i (Y_{i.} - \bar{Y}_{..})^2}_{(SSA)} + \underbrace{I \sum_j (Y_{.j} - \bar{Y}_{..})^2}_{(SSB)} + \underbrace{\sum_i \sum_j (Y_{ij} - Y_{i.} - Y_{.j} + \bar{Y}_{..})^2}_{(SSU)}$$

Substituiert man in Gleichung (16) die in Gleichung (15) angegebenen Lösungen, so ergibt sich

$$(16.1) \quad \underbrace{\sum_i \sum_j (Y_{ij} - \bar{Y}_{..})^2}_{(SST)} = \underbrace{J \sum_i (\hat{\alpha}_i)^2}_{(SSA)} + \underbrace{I \sum_j (\hat{\beta}_j)^2}_{(SSB)} + \underbrace{\sum_i \sum_j u_{ij}^2}_{(SSU)}$$

Die Komponente (SSA) repräsentiert also den Einfluß, der von Merkmal 1 (Verkehrslage) und die Komponente (SSB) den Einfluß, der von Merkmal 2 (Wohnlage) auf die Höhe der Grundstückspreise ausgeht, während die Komponente (SSU) den Einfluß von Zufallsgrößen wiedergibt.

Geht von der Verkehrslage kein signifikanter Einfluß auf die abhängige Größe aus, so ist $\hat{\alpha}_i = 0$ ($i = 1, 2, \dots, I$) und damit $SSA = 0$. Falls die Wohnortlage keinen signifikanten Einfluß ausübt, sind entsprechend $\hat{\beta}_j = 0$ ($j = 1, 2, \dots, J$) und $SSB = 0$. Mittels der F-Verteilung kann getestet werden, wie stark die empirisch errechenbaren Komponenten SSA bzw. SSB mindestens von Null abweichen müssen, damit die *Nullhypothesen* (d. h., die Hypothesen, daß die beiden Merkmale *keinen* Einfluß ausüben), *widerlegt* werden können.

Bisher wurde angenommen, daß die beiden Variablen in ihrer Wirkung unabhängig voneinander sind (Modell ohne Wechselwirkungen). Besteht Grund zu der Annahme, daß bei bestimmten Merkmalskombinationen zusätzliche Effekte auftreten, die die primären Wirkungen der Einflußgrößen verstärken oder abschwächen, so kann das Modell (13.1) durch Einfügungen weiterer Koeffizienten verfeinert werden:

$$(13.2) \quad Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_{ij} + u_{ijk}; \quad \begin{array}{l} i = 1, 2, \dots, I \\ j = 1, 2, \dots, J \\ k = 1, 2, \dots, g \end{array}$$

In Gleichung (13.2) dienen die Koeffizienten γ_{ij} zur Messung der Interaktionen (*Wechselwirkungen*) zwischen den Variablen. Der Index k bezeichnet die Nummer des Merkmalsträgers, denn das Modell mit Wechselwirkungen kann von dem Modell ohne Wechselwirkungen nur dann unterschieden werden, wenn mehrere Meßwerte pro Merkmalskombination vorliegen. Tests darüber, ob Wechselwirkungen vorliegen, d. h., ob die Koeffizienten γ_{ij} signifikant von Null abweichen, lassen sich ebenfalls auf der Basis der F-Verteilung durchführen.

Eine andere wichtige Erweiterungsmöglichkeit des varianzanalytischen Modells besteht darin, zusätzlich zu den qualitativen Größen auch quantitative Einflußgrößen heranzuziehen. Wird beispielsweise zusätzlich zu den Variablen Verkehrslage und Wohnlage noch die quantitative Größe Geschosßflächenzahl (Z) einbezogen, so ergibt sich statt (13.1)

$$(13.3) \quad Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \delta Z_{ij} + u_{ij}; \quad \begin{array}{l} i = 1, 2, \dots, I \\ j = 1, 2, \dots, J \end{array}$$

Für quantitative und qualitative Variablen wird auch der Oberbegriff *Kovariablen* verwendet. Entsprechend wird das Modell (13.3) als ein Modell der *Kovarianzanalyse* bezeichnet. Das Rechenverfahren und die Durchführung von Hypothesentests ähneln dem Vorgehen bei den Modellen der Varianzanalyse.

In der empirischen Regionalforschung kommt der Kovarianzanalyse besondere Bedeutung zu, weil sie es ermöglicht, in Regressionsanalysen auf der Basis quantitativer Größen auch qualitative Einflußvariablen einzubeziehen. Insbesondere bei der Kombination von Zeitreihen- und Querschnittsanalysen ist es möglich, zu überprüfen, ob von den unterschiedlichen Zeit-Ebenen ein Einfluß auf die abhängige Variable ausgeht. In Schaubild 1 wäre ein derartiger Einfluß daraus zu erkennen, daß die Projektionen der Geraden g_1 bis g_4 auf die X_1 - X_2 -Ebene nicht deckungsgleich wären.

Der Vorteil der Varianz- und Kovarianzanalyse ist zugleich auch mit einem Nachteil verbunden: Da qualitative Variablen weit weniger Information enthalten als quantitative, kann der absolute Wert der Parameter nur unter zusätzlichen Annahmen (Gleichung [14]) berechnet werden. Die isolierten Einflüsse der einzelnen Variablen können daher hinsichtlich ihrer Stärke nicht quantitativ miteinander verglichen werden, was die Umsetzung der varianzanalytischen Ergebnisse in regionalpolitische Maßnahmen (Dosierung regionalpolitischer Instrumente) problematisch macht.

5.3.3 Methodologische Ansätze zur Erfassung von Hintergrundfaktoren

5.3.3.1 Faktorenanalyse¹¹⁾

In der Regionalwissenschaft gibt es zentrale Begriffe und Größen, die in der Theorie eine wichtige Rolle spielen, ohne daß ein Konsensus darüber besteht, auf welche Weise sie empirisch gemessen werden könnten. Beispiele hierfür sind Begriffe wie der Agglomerationsgrad, die Wirtschaftskraft, das Entwicklungspotential und die Attraktivität einer Region. In dieser Situation wird oft die Faktorenanalyse angewandt. Sie dient dazu, festzustellen, mit welchen statistisch meßbaren Größen diese Phänomene verknüpft sind, um die nicht direkt meßbaren Erscheinungen aus den statistischen Merkmalen ableiten, d. h. wenigstens indirekt messen zu können. Die Faktorenanalyse wurde zuerst in der Psychologie angewandt, die mit ähnlichen Problemen konfrontiert ist, beispielsweise mit der Messung des Phänomens oder „Faktors“ Intelligenz.

Ausgangspunkt der Analyse ist die Auswahl einer bestimmten Gruppe von Variablen X_1^r, \dots, X_m^r , die für mehrere Regionen gemessen wurden. Die Variablen werden zunächst auf einen Mittelwert von Null und eine Varianz von 1 standardisiert ($X_1^r \rightarrow Z_1^r, \dots, X_m^r \rightarrow Z_m^r$). Die Auswahl der Variablen wird so getroffen, daß sie in ihrer Gesamtheit das zu untersuchende Phänomen, beispielsweise die Wirtschaftskraft einer Region, von möglichst vielen Seiten aus beschreiben. Das Problem der Faktorenanalyse besteht dann darin, zwei Matrizen **A** und **P** zu bestimmen, aus deren Produkt sich die empirisch gemessenen Daten reproduzieren lassen:

$$(17) \quad \mathbf{Z} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{P}$$

Die Matrix **A** enthält die Korrelationskoeffizienten – *Faktorladungen* genannt – der m -Variablen mit den q -unbekannten Faktoren, auf die das betreffende Phänomen, beispielsweise die Wirtschaftskraft, zurückgeführt werden soll. Die Matrix **P** enthält die numerischen Werte der Faktoren für jede der n -Regionen. Die Matrix **Z** hat die Dimension $m \times n$ (m = Zahl der Variablen, n = Zahl der Beobachtungen bzw. Regionen), die Matrix **A** die Dimension $m \times q$ und die Matrix **P** die Dimension $q \times n$. Der empirisch gemessene Wert Z_i^r für eine bestimmte Variable i

¹¹⁾ Ausgewählte Literatur: ÜBERLA, K.: Faktorenanalyse. Berlin-Heidelberg-New York, 1968; RUMMEL, R. J.: Applied Factor Analysis. Evanston 1970; HARMAN, H. H.: Modern Factor Analysis. London-Chicago 1967; REVENSTORF, D.: Lehrbuch der Faktorenanalyse. Berlin, Köln, Mainz, 1976.

in einer bestimmten Region r soll sich gemäß (17) als Summe der Produkte der für alle Regionen gleichen Faktorladungen a_{i1}, \dots, a_{iq} der Variablen i mit den regionsspezifischen Werten der q -Faktoren P_{1r}, \dots, P_{qr} darstellen lassen:

$$(17.1) \quad Z_i^r = a_{i1} \cdot p_{1r} + \dots + a_{iq} \cdot p_{qr}$$

Mit diesem Modell wird also versucht, 1. für die weder direkt meßbaren noch direkt beobachtbaren Faktoren numerische Werte anzugeben (Matrix P), 2. die Beziehungen zwischen Faktorwerten und Variablen (Faktorladungen) zu ermitteln (Matrix A) und 3. aus beiden Größen das empirisch gemessene Datenmaterial zu reproduzieren, wobei meist angestrebt wird, daß die (zunächst unbekannte) Zahl der Faktoren möglichst klein ist.

Da es unendlich viele Matrizen A und P gibt, die die Gleichung (17) erfüllen, ist diese Aufgabe nur unter bestimmten Annahmen über die Eigenschaften der unbekanntenen Matrizen lösbar.

Bezeichnet man mit R die Korrelationsmatrix zwischen den Variablen, so gilt

$$(18) \quad R = \frac{1}{n-1} Z \cdot Z',$$

denn für standardisierte Variablen sind Korrelationskoeffizient und Kovarianz gleich. Substituiert man (17) in (18), so erhält man

$$(18.1) \quad R = \frac{1}{n-1} AP (AP)' = \frac{1}{n-1} APP'A' = A \frac{1}{n-1} PP'A' = ACA',$$

wobei

$$(18.2) \quad C = \frac{1}{n-1} PP'.$$

Die Gleichung (18.2) hat die gleiche Struktur wie Gleichung (18), die die Matrix der Korrelationen zwischen den Variablen angibt. Die Matrix C kann daher als Matrix der Korrelationskoeffizienten zwischen den Faktoren interpretiert werden. Nimmt man an, daß die Faktoren nicht miteinander korreliert („orthogonal“) sind, so ist $C = I$ und man erhält statt (18.1)

$$(18.3) \quad R = A \cdot A'.$$

Diese Gleichung, die auch als *Fundamentaltheorem der Faktorenanalyse* bezeichnet wird, ist die Ausgangsbasis für die meisten Rechenverfahren zur Bestimmung der Matrix A .

Faktoren, die nur auf eine Variable hoch geladen sind, heißen *Einzelrestfaktoren*. Entsprechend wird für Faktoren, die auf mehrere Variablen hoch geladen sind, der Begriff *gemeinsame Faktoren* verwendet. Im verallgemeinerten Modell geht man von q gemeinsamen und m Einzelrestfaktoren aus. Dann haben die Matrix A und die Matrix der Einzelrestfaktoren U je $(q + m)$ Spalten:

$$A = \left(\begin{array}{ccc|c} a_{11} & \dots & a_{1q} & 0 \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & \dots & a_{mq} & 0 \end{array} \right), U = \left(\begin{array}{c|ccc} u_1 & & & \\ \vdots & & & \\ 0 & & & \\ \vdots & & & \\ u_m & & & \end{array} \right)$$

Mit dem Fundaltheorem (Gleichung [18.3]) ergibt sich nun

$$(18.4) \quad \mathbf{R} = \mathbf{AA}' + \mathbf{UU}' = \mathbf{AA}' + \mathbf{U}^2$$

Die Diagonalelemente von \mathbf{R} sind stets gleich 1. Für das i -te Diagonalelement gilt daher

$$(19) \quad 1 = (a_{i1}^2 + \dots + a_{iq}^2) + u_i^2$$

Die in Klammern gesetzte Summe der quadrierten Faktorladungen der gemeinsamen Faktoren wird als die *Kommunalität* einer Variablen (h_i^2) bezeichnet. Sie ist gleich dem Bestimmtheitsmaß in der multiplen Regression der Variablen i auf die gemeinsamen Faktoren. Diese Bestimmtheitsmaße stehen in der Diagonalen der Matrix \mathbf{AA}' . Zur Unterscheidung von der vollständigen Korrelationsmatrix \mathbf{R} , deren Diagonalelemente gleich 1 sind, wird die Matrix $\mathbf{R}_h = \mathbf{AA}'$ als *reduzierte Korrelationsmatrix* bezeichnet. Da in der Praxis meist Einzelrestfaktoren vorhanden sind, liegt die Kommunalität einer Variablen in der Regel unter dem Wert 1. Auf der anderen Seite läßt sich zeigen, daß sie mindestens so groß sein muß wie das Bestimmtheitsmaß der Variablen i in der Regression auf die übrigen $m-1$ Variablen. Dieses Bestimmtheitsmaß liegt oft nicht weit unterhalb des Wertes 1. Das Problem, aus der Gleichung

$$(20) \quad \mathbf{R} = \mathbf{R}_h + \mathbf{U}^2 = \mathbf{AA}' + \mathbf{U}^2$$

die Matrix \mathbf{A} zu ermitteln, erfordert zunächst eine Schätzung der Kommunalitäten innerhalb der vorgegebenen Intervalle. Wie praktische Analysen gezeigt haben, hängt aber das Endergebnis der Faktorenanalyse nur in relativ geringem Maß von der Art der Schätzung ab. Deshalb werden der Einfachheit halber oft die oberen oder die unteren Intervallgrenzen als Schätzwerte für h_i^2 verwendet.

Die Festlegung von Kommunalitäten reicht nicht aus, um die Matrix \mathbf{A} zu bestimmen. Dafür sind weitere Informationen bzw. Annahmen erforderlich. Beim wichtigsten Lösungsverfahren zur Ermittlung der Matrix \mathbf{A} , der *Hauptachsenanalyse*, werden die Elemente a_{ij} von \mathbf{A} so bestimmt, daß die Summe S_1 der Quadrate der Faktorladungen des ersten Faktors (in der ersten Spalte von \mathbf{A}) ein Maximum annimmt,

$$(21) \quad S_1 = \sum_{i=1}^m a_{i1}^2 \rightarrow \text{Maximum}$$

wobei gleichzeitig die $m(m+1)/2$ Nebenbedingungen

$$(22) \quad \varrho_{ik} = \sum_{j=1}^m a_{ij} a_{kj}; \quad i, k = 1, \dots, m; \quad i \leq k$$

erfüllt sein müssen, mit denen gefordert wird, daß sich alle Korrelationskoeffizienten ϱ_{ik} und \mathbf{R}_h mit den so bestimmten Elementen a_{ij} aus \mathbf{A} reproduzieren lassen. Sind auf diese Weise die *Ladungen* des ersten Faktors „extrahiert“, werden die Ladungen des zweiten Faktors durch Maximierung der Summe

$$(23) \quad S_2 = \sum_{i=1}^m a_{i2}^2 \rightarrow \text{Maximum}$$

bestimmt, wobei nun als Nebenbedingung gefordert wird, daß der mit den Faktorladungen des ersten Faktors nicht reproduzierbare Rest der Korrelationskoeffizienten ($\varrho_{ik} - a_{i1}a_{k1}$) durch die Ladungen der übrigen Faktoren reproduziert werden kann:

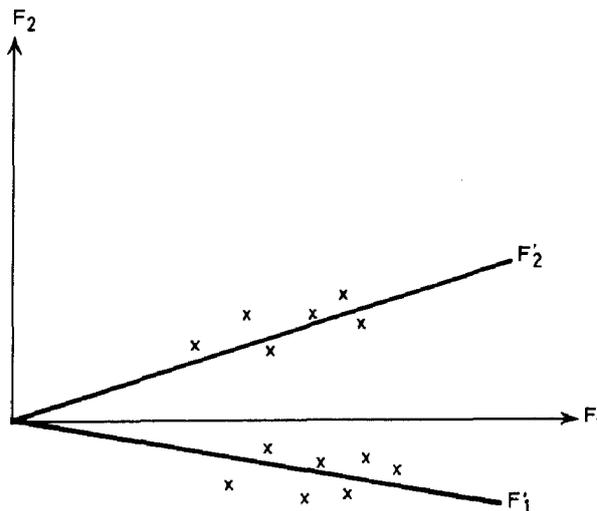
$$(24) \quad \varrho_{ik} - a_{i1}a_{k1} = a_{i2}a_{k2} + \dots + a_{im}a_{km}; \quad i, k = 1, \dots, m$$

Das Verfahren kann bis zur Extraktion der maximal möglichen Zahl von m Faktoren fortgesetzt werden.

Da mit der Faktorenanalyse angestrebt wird, die Matrix Z bzw. die Matrizen R und R_h auf möglichst einfache Weise – das heißt hier mit einer möglichst kleinen Zahl von Faktoren – zu reproduzieren, stellt sich die Frage, wie viele Faktoren mindestens extrahiert werden müssen. Zur Lösung dieses Problems wurden etwa zwei Dutzend Verfahren entwickelt. Die am häufigsten angewandte Methode geht von der Tatsache aus, daß die Summe sämtlicher quadrierten Elemente von A gleich m ist, der Gesamtvarianz aller m Variablen. Besteht das Ziel der Extraktion darin, beispielsweise 90 vH der Gesamtvarianz zu erreichen, dann wird das Verfahren abgebrochen, wenn die quadrierten Faktorladungen der ersten q Faktoren diesen Anteil erreichen. Als Faustregel gilt, stets weniger als $m/2$ Faktoren zu extrahieren.

Die Faktorenextraktion mit der Hauptachsenanalyse beruht auf der Voraussetzung, daß die Faktoren orthogonal sind (Gleichung [18.3]). Diese Voraussetzung ist nur in den seltensten Fällen erfüllt. In Abbildung 3 sind die Variablen durch Verwendung ihrer Faktorladungen als Koordinatenwerte in ein rechtwinkliges Faktoren-Diagramm eingezeichnet. Die Forderung nach möglichst einfacher Reproduktion des Ausgangsmaterials kann offenbar allein durch die Hauptachsenanalyse nicht immer erfüllt werden. Eine einfachere Darstellung der Beziehung zwischen den Variablen und den Faktoren läßt sich in diesem Beispiel durch *Drehung der Faktorachsen* F_1 und F_2 in die Position F'_1 und F'_2 erreichen.

Abb. 3



Diese „Rotation“ der Faktorachsen kommt einer Voraussetzung für die Verwendung der Faktorenanalyse in der Praxis entgegen, die darin besteht, die Faktoren inhaltlich interpretieren zu können. Die *Interpretation* ist einfacher, wenn jede Variable auf einen Teil der Faktoren hoch, auf einen anderen Teil niedrig geladen ist. In diesem Fall lassen sich die Variablen zu Gruppen zusammenfassen, woraus sich Anhaltspunkte für die Interpretation ergeben können. Als Beispiel sei hier die Arbeit von Rückert und Schmiedehausen¹²⁾ herangezogen, die für die 79 Regionen der Bundesverkehrswegeplanung untersucht haben, auf welchen Faktoren die regionalen Unterschiede in den Geburtenziffern beruhen. Der Untersuchung wurden insgesamt 22 Variablen zugrunde gelegt, die die regionalen sozio-ökonomischen Ausgangsbedingungen beschreiben, von denen anzunehmen war, daß sie mit den gesuchten Faktoren verknüpft sind. Nach Faktorenextraktion und schiefwinkliger Rotation wurden folgende drei Faktoren identifiziert.

¹²⁾ RÜCKERT, G.-R. u. SCHMIEDEHAUSEN, D.: Bestimmungsgründe der regionalen Unterschiede der Geburtenhäufigkeit. In: Untersuchungen zur kleinräumigen Bevölkerungsbewegung. ARL: FuS Bd. 95, Hannover 1975.

Der erste Faktor war besonders stark auf die Variablen Bevölkerungsdichte, Zahl der Ein- und Zweifamilienhäuser je 1000 Einwohner und Anteil der Wohnungen im Ein- und Zweifamilienhäusern geladen. Er wurde als „Faktor der Wohn- und Siedlungsweise“ interpretiert. Der zweite Faktor enthielt vor allem hohe Ladungen auf Variablen, die den Bildungsgrad der Frauen beschreiben (Faktor „Bildung“). Der dritte Faktor war sowohl auf die Variable „Anteil der evangelischen Frauen an der Wohnbevölkerung“ als auch auf die Variable „Anteil der katholischen Frauen an der Wohnbevölkerung“ hoch geladen. Daraus zogen die Autoren den Schluß, daß der Faktor „Konfession“ nicht als Bestimmungsgrund der regionalen Fruchtbarkeit angesehen werden könne.

Die Interpretationsaufgabe kann durch Variablen, die auf mehrere Faktoren hoch geladen sind, sehr erschwert werden. In diesem Fall bilden die Beziehungen zwischen Variablen und Faktoren keine „Einfachstruktur“, und die Interpretation ist dann zwangsläufig mehr oder weniger willkürlich. Der BARGMANN-Test liefert Anhaltspunkte dafür, wieviel Null-Ladungen ein Faktor bei einer vorgegebenen Irrtumswahrscheinlichkeit mindestens aufweisen muß, damit vom Vorhandensein einer Einfachstruktur gesprochen werden kann. Die Interpretation ist deshalb – entgegen einer häufig geäußerten Kritik – keinesfalls nur auf subjektive Kriterien angewiesen.

Der letzte Schritt der Faktorenanalyse besteht in der Ermittlung der *Faktorenwerte*, d. h. der Elemente der Matrix P . Das Problem läßt sich auf verschiedene Weise lösen. Zunächst bietet es sich an, Gleichung (17) nach P aufzulösen.

$$(25) \quad P = A^{-1} Z$$

Da in der Regel weniger als m -Faktoren extrahiert werden, ist A nicht quadratisch, so daß sich A^{-1} nicht bestimmen läßt. Durch Prämultiplikation beider Seiten von Gleichung (17) mit $(A'A)^{-1} A'$ erhält man nach Umformungen statt (25) die Gleichung

$$(26) \quad P = (A'A)^{-1} A'Z$$

In dieser Gleichung läßt sich die Inverse von $(A'A)$ auch dann bestimmen, wenn A nicht quadratisch ist. Gleichung (26) ist ein relativ formales Lösungsverfahren, dem das Verfahren, die Faktorenwerte durch multiple Regressionsrechnung zu bestimmen, vorzuziehen ist, weil es zusätzliche Kriterien für die Interpretation der Faktoren liefert.

Dieses Verfahren geht von folgender Gleichung aus, die die Beziehungen zwischen m unabhängigen und q abhängigen Variablen beschreibt. Für standardisierte Variablen gilt stets:

$$(27) \quad B' = V' R^{-1}$$

In (27) ist R die Matrix der Korrelationskoeffizienten zwischen den m unabhängigen Variablen. Die Matrix V' enthält in jeder der q Zeilen der *Korrelationskoeffizienten* der q abhängigen Variablen mit jeder der m unabhängigen Variablen. Die Matrix B' enthält in jeder der q Zeilen die *Regressionskoeffizienten* der q abhängigen mit den m unabhängigen Variablen. In der Schätzfunktion

$$(28) \quad \hat{P} = B'Z$$

ist B' die gesuchte Matrix der Regressionskoeffizienten der q Faktoren auf die m Variablen. B' kann aus (27) ermittelt werden, denn die Matrix V' ist durch die Faktorladungen gegeben, und die Matrix R läßt sich aus der Datenmatrix Z bestimmen. Dieses Verfahren zur Bestimmung der Faktorenwerte ist von besonderer Bedeutung, weil es angibt, welche Variablen in der Regression

auf den jeweiligen Faktor wichtig sind (hoher *Regressionskoeffizient* in B'). Denn eine hohe Faktorladung, d. h. ein hoher *Korrelationskoeffizient*, sagt noch nichts über die Höhe des Beitrags einer Variablen zum jeweiligen Faktorenwert aus.

Im Überblick ergeben sich folgende Schritte bei der Anwendung der Faktorenanalyse: 1. Kommunalitätenschätzung, 2. Faktorenextraktion, 3. Faktorenrotation, 4. Ermittlung der Faktorenwerte. Diese 4 Schritte lassen sich rechnerisch stets durchführen, auch wenn die Faktoren nicht sinnvoll interpretiert werden können. Die schematische Anwendung der Faktorenanalyse auch in Situationen, in denen das statistische Datenmaterial in qualitativer oder quantitativer Hinsicht nicht den Anforderungen genügt¹³⁾, hat die heute übliche Kritik an dieser Methode („measurement without theory“) provoziert. Schwerwiegend ist ferner der Einwand, daß die 4 Teilprobleme der Faktorenanalyse nacheinander gelöst werden müssen, während in theoretischer Hinsicht nur eine simultane Lösung befriedigen kann. Denn die Entscheidung über die Zahl der zu extrahierenden Faktoren kann streng genommen nicht ohne das Ergebnis der Faktorenrotation getroffen werden, und die Schätzung der Kommunalitäten ist wiederum von der Zahl der extrahierten Faktoren abhängig. Die entsprechenden theoretischen Fragen sind heute noch weitgehend ungelöst.

Aus praktischer Sicht ist schließlich zu bedenken, daß der hohe formale und rechentechnische Aufwand nicht immer gerechtfertigt erscheint, weil das Endergebnis der Analyse, nämlich die Angabe von quantitativen Werten für die Faktoren in den Regionen im wesentlichen nur *deskriptive Aussagen* liefert. Aussagen über Wirkungszusammenhänge sind kaum zu gewinnen, und es ist infolgedessen auch praktisch unmöglich, aus dem Ergebnis der Analyse beispielsweise regionalpolitische Maßnahmen abzuleiten. Das Verfahren wurde deshalb bisher fast ausschließlich zur Lösung von Klassifikationsproblemen angewandt, bei denen es darauf ankommt, die Regionen in eine Rangfolge zu bringen, beispielsweise nach dem Kriterium des „Entwicklungsstandes“ oder der „Wirtschaftskraft“. Die Angabe einer Rangfolge ist aber nur möglich, wenn das Faktorenproblem durch die Extraktion eines *einzig*en Faktors gelöst werden kann.

H. PUTZ hat die Faktorenanalyse für die Klassifikation von Regionen angewandt¹⁴⁾. Ein anderes Anwendungsbeispiel stammt von S. GEISENBERGER, W. MÄLICH, J. H. MÜLLER und G. STRASSERT¹⁵⁾. Die Autoren haben aus 21 ausgewählten Variablen für die Stadt- und Landkreise in Baden-Württemberg 8 Faktoren extrahiert, von denen der erste als „Entwicklungsstand“ interpretiert wurde (vgl. Tabelle). Zu dem Ergebnis der Analyse heißt es: „Multipliziert man die Ladungen aller Variablen dieses Faktors mit -1 (eine solche statistisch erlaubte Transformation verändert die inhaltliche Aussage eines Faktors nicht), so ergibt sich folgendes Bild. Der Faktor wird durch die Variablen „Industrie- und Handwerksumsatz je Einwohner in DM“, „Steuerkraftzahl“, „Gesamtumsatz je Einwohner in DM“, „BIP je Person der Wohnbevölkerung“, „Zahl der Industriebeschäftigten je 1000 Einwohner“, „BIP je Person der Wirtschaftsbevölkerung“ und „Einwohner je km²“ hoch positiv, durch die Variable „BIP in der Land- und Forstwirtschaft“ hoch negativ geladen. Die Variablen „BIP des produzierenden Gewerbes“, „Zahl der Pkw je 1000 Einwohner“, „Schüler je 10000 Einwohner“, „Gemeindeschulden je Einwohner in DM“, „Fortzüge je 1000 Einwohner“ und „Zuzüge je 1000 Einwohner“ haben einen schwächeren positiven, die Variablen „Personen je Wohnung“ und „Lebendgeborene je 1000 Einwohner“ einen ebensolchen negativen Einfluß auf den ersten Faktor. Die übrigen Variablen sind praktisch bedeutungslos. In ähnlicher Weise lassen sich die anderen Faktoren aufgrund ihrer Ladungen interpretieren. So stellt der Faktor 2 einen Faktor der Bevölkerungsstruktur, der Faktor 3 die Wanderungen, der Faktor 4 die Wohnverhältnisse usw. dar. Der Frage der Interpretation dieser und der übrigen Faktoren braucht hier nicht weiter nachgegangen zu

¹³⁾ Vgl. den Punkt „Grenzen der Leistungsfähigkeit der multivariaten Methoden“.

¹⁴⁾ PUTZ, H.: Messung von Wirtschaftskraft und Wirtschaftsstruktur. Berlin 1975.

¹⁵⁾ GEISENBERGER, S., MÄLICH, W., MÜLLER, J. H. u. STRASSERT, G.: Zur Bestimmung wirtschaftlichen Notstands und wirtschaftlicher Entwicklungsfähigkeit von Regionen. ARL: Abh. Bd. 59, Hannover 1970.

werden, da im Zusammenhang dieser Arbeit nur der erste Faktor . . . interessiert¹⁶⁾. Nach Berechnung der Faktorenwerte konnten die Stadt- und Landkreise gemäß ihrem Wert für den Faktor 1, den „Entwicklungsstand“, in eine Rangfolge gebracht und klassifiziert werden.

Werden zwei oder mehr Faktoren für relevant gehalten, so kann das Klassifikationsproblem nur unter Anwendung zusätzlicher Verfahren, beispielsweise der *Cluster-Analyse*, gelöst werden.

Rotierte Faktormatrix nach Varimaxrotation

Nr.	Variable	Faktor							
		1	2	3	4	5	6	7	8
1.	Einwohner je km ²	-0.7081	-0.1691	-0.2851	0.1416	-0.4025	-0.2261	0.2943	0.1009
2.	Lebendgeborene auf 1000 Einwohner	0.4926	0.6670	0.3018	-0.0109	0.2361	-0.0286	-0.2115	-0.1037
3.	Todesfälle auf 1000 Einwohner	0.1616	-0.7471	0.2326	0.1295	0.1602	-0.4339	0.1117	-0.1147
4.	Zuzüge auf 1000 Einwohner	-0.2164	0.1479	-0.8976	-0.0836	-0.2135	0.0725	0.0550	-0.1499
5.	Fortzüge auf 100 Einwohner	-0.3091	-0.0518	-0.8579	0.1469	-0.2058	0.0090	0.0942	-0.2024
6.	Frauen auf 100 Männer	0.0029	-0.8702	-0.0084	0.0740	-0.0752	0.0874	0.1405	-0.2544
7.	Personen je Wohnung	0.5403	0.5005	-0.0221	0.4653	-0.0071	-0.0729	-0.0646	-0.4021
8.	Zugang an Wohnungen auf 1000 Einwohner	0.1524	0.1457	0.0752	-0.9428	0.0993	0.0606	-0.0756	0.0404
9.	Industriebeschäftigte auf 1000 Einwohner	-0.8633	0.1024	0.0560	0.0428	0.1529	0.3243	0.0091	0.1385
10.	Industrie- und Handwerksumsatz je Einwohner in DM	-0.9215	0.0394	-0.1928	0.1157	-0.0748	-0.0244	0.0196	0.0401
11.	Gesamtumsatz je Einwohner in DM	-0.8869	-0.1662	-0.2769	0.1369	-0.1327	-0.1209	0.1451	-0.0124
12.	Realsteuerkraft je Einwohner in DM	-0.8881	-0.0683	-0.3137	0.0198	-0.0046	0.0945	0.1243	0.0081
13.	Schüler an Mittelschulen und höheren Schulen je 10000 Einwohner	-0.4749	-0.4573	-0.4994	0.2608	-0.0950	0.2805	0.1807	-0.1312
14.	Krankbetten insgesamt je 1000 Einwohner	0.1198	-0.3250	-0.3188	0.0649	0.0003	-0.0697	0.0659	-0.8498
15.	Personenkraftwagen auf 1000 Einwohner	-0.5208	-0.1428	-0.7166	0.0817	-0.0923	-0.1353	0.0817	0.0145
16.	Bruttoinlandsprodukt je Person der Wohnbevölkerung in DM	-0.8816	-0.1493	-0.2607	0.1328	-0.0746	0.0511	0.2350	-0.0450
17.	Bruttoinlandsprodukt je Person der Wirtschaftsbevölkerung in DM	-0.8396	0.1016	-0.2579	-0.1832	-0.1680	0.1459	0.0296	0.0803
18.	BIP in der Land-, Forstwirtschaft, Fischerei in % des gesamten BIP	0.7223	0.2071	0.2144	0.1823	0.2082	-0.4919	-0.0246	-0.0869
19.	BIP des produzierenden Gewerbes in % des gesamten BIP	-0.5233	0.3976	0.2931	-0.2176	0.1743	0.4973	-0.2275	0.2268
20.	Gemeindeschulden je Einwohner in DM	-0.3207	-0.3481	-0.1545	0.0819	-0.0483	-0.0440	0.8508	-0.0699
21.	Wohnungsdefizit in % des Wohnungsbestandes	-0.1250	-0.0489	-0.3210	0.1037	-0.9151	0.0294	0.0326	-0.0153

Quelle: Zusammengestellt aus den Tabellen 2 und 7d in: S. GEISENBERGER, W. MÄLICH, J. H. MÜLLER u. G. STRASSERT: „Zur Bestimmung wirtschaftlichen Notstands und wirtschaftlicher Entwicklungsfähigkeit von Regionen.“ ARL: Abh. Bd. 59, Hannover, 1970.

¹⁶⁾ A. a. O., S. 89.

5.3.3.2 Verwandte Verfahren: Cluster-Analyse, Diskriminanz-Analyse und Kanonische Korrelationsanalyse¹⁷⁾

Die Faktorenanalyse ermöglicht durch die Zuordnung der Variablen zu den Faktoren eine Einteilung der Variablen in Gruppen, die insofern als homogen bezeichnet werden können, als die in ihnen enthaltenen Variablen mit dem zugeordneten Faktor höher korreliert sind als mit den übrigen Faktoren. Besteht die Aufgabe darin, nicht die Variablen, sondern die Regionen in homogene Gruppen einzuteilen, so bietet sich zunächst ebenfalls die Faktorenanalyse an. Die beiden Anwendungsfälle unterscheiden sich formal nur darin, daß die Matrix der einfachen Korrelationskoeffizienten – die Ausgangsbasis der Faktorenanalyse – im ersten Fall aus der paarweisen Korrelation der Zeilen der Datenmatrix **Z** gebildet wird (Korrelation von je zwei Variablen), während im zweiten Fall je zwei Spalten von **Z** miteinander korreliert werden (Korrelation von je zwei Regionen). Die Anwendung des faktorenanalytischen Instrumentariums zur Klassifikation von Regionen führt aber zu einer Reihe von Interpretations- und Skalierungsproblemen, die nur schwer lösbar sind. Das adäquate Verfahren bei der Regionsgruppierung ist daher nicht die Faktorenanalyse, sondern die *Cluster-Analyse*¹⁸⁾.

Die Aufgabe, Regionen – oder allgemein Merkmalsträger – in homogene Gruppen zu klassifizieren, erfordert eine Beantwortung folgender Fragen:

1. Nach welchen Merkmalen soll klassifiziert werden?
2. In wie viele Klassen (Gruppen von Merkmalsträgern) soll die Grundgesamtheit gegliedert werden?
3. Welchen Gruppen sind die einzelnen Regionen zuzuordnen?

Die Entscheidung darüber, welche Variablen bzw. Merkmale der Untersuchung zugrunde gelegt werden sollen, muß bei der *Cluster-Analyse* ebenso wie bei der multiplen Regressionsanalyse und der Faktorenanalyse vor der Anwendung des Verfahrens getroffen werden.

Von *homogenen Gruppen* spricht man dann, wenn die zu einer Gruppe zusammengefaßten Regionen in bezug auf die zugrunde gelegten Variablen ähnliche Merkmalsausprägungen haben. Geometrisch läßt sich der Grad der Ähnlichkeit zwischen zwei Regionen durch den Abstand der Punkte veranschaulichen, durch die die beiden Regionen im Merkmalsraum repräsentiert werden. In Verallgemeinerung der Euklidischen Abstandsformel für *m* Merkmale läßt sich die dem Abstand umgekehrt proportionale Ähnlichkeit zweier Regionen *r* und *s* durch den Ausdruck

$$d^{rs} = \sqrt{\sum_{i=1}^m (X_i^r - X_i^s)^2}$$

messen. Ein alternatives Entfernungs- bzw. Ähnlichkeitsmaß ist die „City-Block-Entfernung“, die als Summe der absoluten Differenzen zwischen den Merkmalswerten definiert ist:

$$d^{rs} = \sum_{i=1}^m |X_i^r - X_i^s|$$

In der Literatur werden darüber hinaus weitere Ähnlichkeitsmaße diskutiert¹⁹⁾.

¹⁷⁾ Systematische Übersichten finden sich in: COOLEY W. W. u. LUHNS, P. R.: *Multivariate Procedures for the Behavioral Sciences*. New York, London, Sidney, 1967; MORRISON, D. F.: *Multivariate Statistical Methods*. New York 1967.

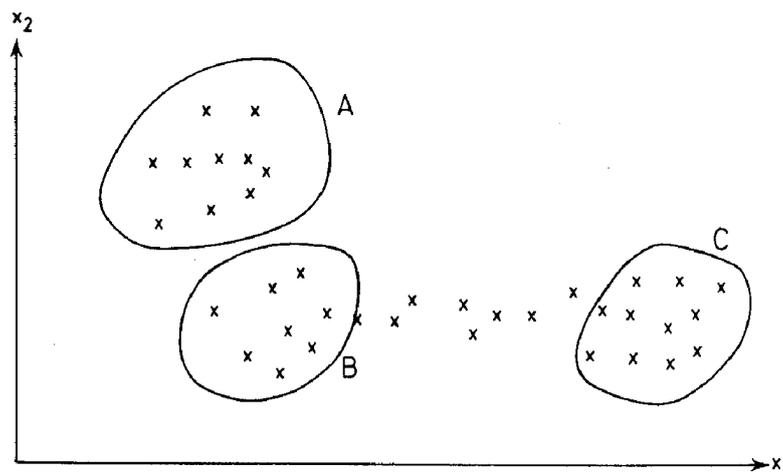
¹⁸⁾ Ausgewählte Literatur: ANDERBERG, M. R.: *Cluster Analysis for Applications*. New York 1973; SNEATH P. H. A. u. SOKAL, R. R.: *Numerical Taxonomy*. San Francisco 1973; BUTTLER, G.: *Methoden zur Abgrenzung regionaler Arbeitsmärkte*. Köln 1974.

¹⁹⁾ Vgl. JARDINE u. SIBSON, R.: *Mathematical Taxonomy*. London, New York, 1971; CORMACK, R. M.: *A Review of Classification*. In: *Journal of the Royal Statistical Society*, Vol. 34, 1971.

Bei n Regionen benötigt man zur Auffüllung der (symmetrischen) Entfernungsmatrix, die die Abstände zwischen allen Regionen im Merkmalsraum enthält, $n(n-1)/2$ Entfernungselemente. Bei den *hierarchischen Klassifikationsverfahren* ist diese Matrix die Ausgangsbasis für die Zuordnung der Regionen zu Gruppen. Die Zuordnung erfolgt schrittweise. Zunächst wird jede Region einer eigenen Gruppe zugeordnet, die sonst keine Elemente enthält. Die Zahl der Regionen und die Zahl der Gruppen ist deshalb am Anfang gleich. Im nächsten Schritt werden diejenigen beiden Regionen zusammengefaßt, denen das kleinste Element in der Entfernungsmatrix entspricht. Beim dritten Schritt wird das zweitkleinste Element der Entfernungsmatrix gesucht, dann das drittkleinste usw., wobei sich die Zahl der Gruppen bei jedem Schritt um eine Einheit verringert (es sei denn, daß das entsprechende Entfernungselement zwei Regionen verbindet, die bereits der gleichen Gruppe angehören). Dieses „single-linkage-Verfahren“ führt dann zu unbefriedigenden Ergebnissen, wenn die einzelnen Gruppen durch eng benachbarte Regionen, die im Merkmalsraum (nicht im geographischen Raum) zwischen den Gruppen liegen, verbunden sind.

In Abbildung 4 wirkt sich das als *Ketten-Effekt* bezeichnete Phänomen beispielsweise so aus, daß vor der Fusion der benachbarten Gruppen A und B zunächst die Gruppen B und C zusammengefaßt werden.

Abb. 4



Zur Vermeidung des Ketten-Effekts wurden zahlreiche alternative Verfahren entwickelt, beispielsweise das „group-linkage-Verfahren“. Hier werden jeweils diejenigen beiden Gruppen zusammengefaßt, bei denen der Durchschnitt der Distanzen zwischen den Regionen in den beiden Gruppen ein Minimum ist.

Mit den hierarchischen Verfahren kann zwar auf jeder Stufe die einem bestimmten Kriterium entsprechende optimale Zusammenfassung gefunden werden, aber daraus folgt nicht, daß auch der Fusionsprozeß von Stufe zu Stufe insgesamt zur sinnvollsten Klassifikation führt. Die hierarchischen Verfahren werden daher oft nur dazu verwendet, Anhaltspunkte darüber zu finden, wie viele natürliche Gruppen im Datenmaterial enthalten sind. Hat man im Hinblick auf die zu bildende Zahl von Gruppen eine Entscheidung getroffen, so können die einzelnen Regionen durch *iterative Verfahren* den Gruppen zugeordnet werden. Dabei läßt sich als Optimierungskriterium beispielsweise die Summe der Abstände zwischen den Regionen in verschiedenen Gruppen maximieren. Da das Klassifikationsproblem im zweidimensionalen

Merkmalraum am einfachsten visuell gelöst werden kann, stellt sich die Frage, ob das Problem bei mehr Merkmalen nicht ebenfalls durch sukzessive visuelle Analyse der Punktverteilungen in allen paarweisen Merkmalskombinationen lösbar ist. Dieser Weg ist nicht gangbar, denn es können in einem bestimmten Datenmaterial selbst dann eindeutige Cluster enthalten sein, wenn die Projektion der Merkmalsträger auf je zwei Achsen keinerlei Gruppen erkennen läßt. Die *Cluster-Analyse* ist deshalb ein unentbehrliches Instrument zur Auffindung von verborgenen Gruppierungen. Ist im Untersuchungsmaterial eine derartige Struktur enthalten, so sollte die Grundgesamtheit vor der Analyse inhaltlicher Fragestellungen beispielsweise mit der Regressions-, Varianz- oder Faktorenanalyse in homogene Teilgruppen zergliedert werden.

Es ist möglich, daß nicht alle Variablen, die einer *Cluster-Analyse* zugrunde gelegt wurden, nötig sind, um eine bestimmte Gruppenbildung zu erzeugen. Deshalb ist die Frage von Interesse, auf welche Variablen verzichtet werden kann bzw. welche Variablen für die Klassifikation wichtig und welche weniger wichtig sind. Um das relative Gewicht der einzelnen Variablen bei einer gegebenen Klassifikation von Regionen in Gruppen zu ermitteln, kann die *Diskriminanzanalyse* angewandt werden. Die gesuchten Gewichte der einzelnen Variablen (Diskriminanzfunktion) werden dabei so bestimmt, daß der Quotient aus der Summe der Abweichungsquadrate der Merkmalswerte zwischen den Gruppen und der Summe der Abweichungsquadrate der Merkmalswerte innerhalb der Gruppen ein Maximum annimmt. GEISENBERGER, MÄLICH, MÜLLER und STRASSET haben die Diskriminanzanalyse im Zusammenhang mit der Faktorenanalyse angewandt: Die Faktorenanalyse lieferte einen Index „Entwicklungsstand“, anhand dessen die Kreise Baden-Württembergs in drei Gruppen eingeteilt wurden²⁰). Mit der Diskriminanzanalyse konnte gezeigt werden, daß sich der mit der Faktorenanalyse gewonnene Index gut zur Abgrenzung der Kreise eignet.

Die *kanonische Korrelationsanalyse* ist in formaler Hinsicht eng mit der Diskriminanzanalyse und der multiplen Regressionsanalyse verwandt²¹). Auch in bezug auf die inhaltliche Fragestellung bestehen gewisse Ähnlichkeiten. Ausgangspunkt der Analyse ist eine a-priori-Einteilung der Variablen in zwei Gruppen, die jeweils nur möglichst gleichartige Größen enthalten. Das Ziel der kanonischen Korrelationsanalyse besteht dann darin, für die n Variablen $\mathbf{X}_1 = (X_{11}, \dots, X_{1n})$ in Gruppe 1 und für die m Variablen $\mathbf{X}_2 = (X_{21}, \dots, X_{2m})$ in Gruppe 2 die beiden Gewichtsvektoren $\mathbf{a}' = (a_1, \dots, a_n)$ und $\mathbf{b}' = (b_1, \dots, b_m)$ so zu bestimmen, daß der „kanonische“ Korrelationskoeffizient zwischen den gewichteten Variablen (den „kanonischen Faktoren“) $u = \mathbf{a}'\mathbf{X}_1$ und $v = \mathbf{b}'\mathbf{X}_2$ ein Maximum erreicht.

Die kanonische Korrelationsanalyse wurde in der Regionalwissenschaft relativ selten angewandt. Sinnvolle Anwendungsmöglichkeiten bieten sich dann, wenn aufgrund theoretischer Überlegungen angenommen werden kann, daß zwischen zwei Größen, beispielsweise zwischen der zentralörtlichen Verflechtung und der infrastrukturellen Ausstattung einer Region, enge Beziehungen bestehen, und wenn diejenigen Gewichte gesucht werden, mit denen die beiden übergeordneten Faktoren aus den gemessenen Variablen abgeleitet werden können. Sind diese Gewichte bekannt, so können die Variablen der einen Gruppe durch die der anderen Gruppe ersetzt werden, ohne daß ein großer Informationsverlust in Kauf genommen werden muß.

²⁰) Vgl. GEISENBERGER, S. u. a., op. cit.

²¹) Vgl. GLAHN, H. R.: Canonical Correlation and Its Relationship to Discriminant Analysis and Multiple Regression. In: BRYANT, E. H. and ATCHLEY, W. R. (Ed.): "Multivariate Statistical Methods: Within-Group Covariation", Stroudsburg, Pennsylvania 1975, S. 383 f. Ferner: MORRISON, D. F.: Multivariate Statistical Methods, op. cit., LACHENBRUCH, P. A.: Discriminant Analysis, New York 1975.

5.3.4 Die Grenzen der Leistungsfähigkeit der multivariaten Methoden

Praktisch alle in der Regionalwissenschaft verwendeten Modelle enthalten als Bausteine mehrere Variablen und mehrere Regionen. Bei der Anwendung und insbesondere beim Test dieser Modelle sind multivariate statistische Methoden unerlässlich. Diese Methoden setzen stets voraus, daß die betreffenden Variablen für eine möglichst große Zahl von Merkmalsträgern (Regionen) gemessen werden können.

Daraus resultieren zunächst vielfältige *Datenprobleme*, die den Anwendungsbereich der formalen Methoden stark einschränken. So sind beispielsweise in der Bundesrepublik immer noch keine Daten verfügbar, mit denen sich die Lieferverflechtung der Wirtschaftszweige in den verschiedenen Stadt- und Landkreisen oder die Wanderungsströme zwischen den Kreisen vollständig quantitativ beschreiben ließen. Die entsprechenden Größen spielen in theoretischen Modellen, mit denen die Wirtschaftstätigkeit in den Regionen erklärt werden soll, eine entscheidende Rolle. Will man diese Modelle anwenden und die in ihnen enthaltenen Hypothesen überprüfen, so ist dies infolge des Datenmangels in der Regel nur möglich, wenn die entsprechende Theorie vereinfacht, d. h., auf die Verfügbarkeit der Daten zugeschnitten wird. Ein Modell zur Erklärung der Wanderungsströme zwischen den Kreisen muß beispielsweise auf die Summen der Zeilen und der Spalten der Wanderungsmatrix – die Zu- und Fortzüge ohne Spezifikation nach Herkunfts- und Zielgebieten – eingeschränkt werden, weil zwar für die Randsummen, nicht aber für die einzelnen Elemente der Wanderungsmatrix vollständiges Datenmaterial verfügbar ist²²⁾. Sollen diese aggregierten Zu- und Fortzüge in einer entsprechenden Wanderungshypothese beispielsweise auf das Lohnniveau der Regionen zurückgeführt werden, so müßten hierfür diejenigen Löhne herangezogen werden, die die Personen, deren Umzüge erklärt werden sollen, tatsächlich erhalten. In der Statistik ist aber naturgemäß nur der Durchschnittslohn der Region ausgewiesen, in dem auch die Löhne eingeschlossen sind, die an diejenigen Personen gezahlt werden, die ihren Wohnsitz nicht verlagert haben. Wird der Durchschnittslohn in Ermangelung anderer Daten dennoch zur Erklärung des Wanderungsverhaltens verwendet, so kann es sein, daß eine richtige Hypothese verworfen wird, weil sie anhand von Daten überprüft wurde, die für eine Überprüfung nicht geeignet sind. Ähnliche Probleme ergeben sich dann, wenn qualitative Größen in quantitativen Analysen, beispielsweise in der multiplen Regressionsanalyse, verwendet werden sollen. Oft wird dann eine nicht meßbare qualitative Variable durch eine quantitative Hilfsgröße ersetzt, die das Analyseergebnis mehr oder weniger relativiert.

Eine Gruppe von Problemen gänzlich anderer Art entsteht daraus, daß die multivariaten Methoden auf *Anwendungsbedingungen* basieren, die oft nicht erfüllt sind, so daß auch bei Vorhandensein aller benötigten Daten keine befriedigenden Resultate erzielt werden. So wird beispielsweise im Modell der Normalregression vorausgesetzt, daß das Zufalls- oder Restglied der Regressionsfunktion normalverteilt ist. Tatsächlich enthält dieses Glied jedoch sämtliche Einflüsse, auf denen der Unterschied zwischen dem Meßwert der abhängigen Variablen und ihrem Funktionswert beruht. Einer dieser Einflüsse ist immer dann wirksam, wenn der tatsächliche Funktionalzusammenhang nicht, wie vorausgesetzt, linear ist. Andere Voraussetzungen, die immer nur mehr oder weniger gut erfüllt sind, beziehen sich auf die Abwesenheit von Multikollinearität und Autoregression (vgl. Abschnitt 4.2.2.2).

Ein anderes, sehr gravierendes Problem entsteht dadurch, daß die Ergebnisse der multivariaten Methoden oft in äußerst starkem Maße von der Art der Messung der in die Analyse einbezogenen Variablen abhängen. Soll beispielsweise der Urbanisierungsgrad der Regionen als Variable in eine Analyse eingehen, so gibt es zahlreiche Möglichkeiten, diese Variable zu definieren. In diesen Fällen wird die Auswahl oft zu pragmatisch danach getroffen, ob die

²²⁾ Eine vollständige Wanderungsmatrix für die Stadt- und Landkreise haben die Statistischen Ämter für das Jahr 1974 zusammengestellt.

Ergebnisse befriedigen oder nicht oder ob die benötigten Statistiken leicht verfügbar oder nur mit Mühe zu beschaffen sind. Besonders stark variieren die Ergebnisse, wenn die *Zahl der einbezogenen Variablen* erhöht oder vermindert wird. Auch hier gibt es kaum objektive Kriterien. Entsprechend groß ist die Gefahr, daß die Auswahl irgendwelchen verborgenen Kriterien unterworfen wird. Dieses Problem stellt sich insbesondere bei der Faktorenanalyse. Da bei dieser Analyse meist wesentlich weniger theoretische Vorstellungen über die Zusammenhänge zwischen den Variablen vorhanden sein müssen als beispielsweise bei Regressionsfunktionen, wo immer eine Klassifikation in unabhängige und abhängige Variablen vorliegen muß, sind die Möglichkeiten, die Variablen auszutauschen, praktisch immer gegeben.

Schließlich ist die wissenschaftstheoretisch höchst bedeutungsvolle Tatsache zu erwähnen, daß sich mit multivariaten Methoden zwar Theorien überprüfen und widerlegen, aber niemals als wahr beweisen lassen. Da in den Sozialwissenschaften die Zahl der Überprüfungsmöglichkeiten – in der Regionalwissenschaft ist dies meist die Zahl der Regionen (Merkmalsträger) – nicht wie in den Naturwissenschaften durch Experimente beliebig erhöht werden kann, ist auch die potentielle Zahl von Fällen, an denen eine Hypothese scheitern kann, beschränkt. Daher sollten alle übrigen, nicht an die Zahl von Überprüfungsmöglichkeiten gebundenen Test-Möglichkeiten ausgeschöpft werden. Dies bedeutet beispielsweise, daß eine Hypothese unter Beibehaltung des regionalen Rasters stets durch Verwendung aller alternativen Meßmethoden für die Variablen getestet werden sollte. Ferner bietet es sich an, die Zahl der Tests zu erhöhen, indem zusätzliche Variablen in die Analyse einbezogen oder indem Variablen eliminiert werden, falls dies der zu prüfenden Hypothese nicht widerspricht. Von diesen und ähnlichen Test-Möglichkeiten wird leider nicht oft Gebrauch gemacht. Darin liegt eine gewisse Gefahr, daß die Ergebnisse formaler Methoden für weniger angreifbar gehalten werden als sie es in der Regel tatsächlich sind.

Schließlich darf nicht unerwähnt bleiben, daß heute alle wichtigen multivariaten Methoden programmiert und die entsprechenden Programme leicht zugänglich sind. Daraus entsteht die Gefahr, daß die Rechenprogramme ohne nähere Prüfung der Anwendungsbedingungen des Programms oder der anzuwendenden Theorie angewandt werden. Hinzu kommt, daß es für viele Probleme zahlreiche alternative Rechenprogramme gibt – allein im Bereich der *Cluster-Analyse* sind heute schätzungsweise mehrere Hundert Algorithmen programmiert –, deren Unterschiede und spezifische Anwendungsbedingungen nur nach genauem Studium der Programme deutlich werden. Da in der Regel alternative Programme zu alternativen Ergebnissen führen, besteht stets die Gefahr, daß nur solche Ergebnisse präsentiert werden, die bestimmten, oft verborgenen Kriterien genügen.

5.3.5 Prognoseprobleme

5.3.5.1 Grundbegriffe

An eine empirisch gehaltvolle wissenschaftliche Prognose werden heute im allgemeinen folgende Anforderungen gestellt: 1. Nichttrivialität, 2. Objektivität, d. h. intersubjektive Überprüfbarkeit der Methode und 3. Überprüfbarkeit der Prognose selbst²³). Dabei ist das zweite Kriterium von besonderer Bedeutung. Es setzt voraus, daß sämtliche Bedingungen, von denen das Eintreffen des prognostizierten Ereignisses abhängig gemacht wird, lückenlos angegeben und genau spezifiziert werden können. Diese Voraussetzung wird von Utopien, Prophetien, totalen Gesellschaftstheorien und naiven Trendaussagen nicht erfüllt.

²³) Vgl. THEIL, H.: Applied Economic Forecasting. Amsterdam 1966, S. 10.

Wissenschaftliche (bedingte) Prognoseaussagen und wissenschaftliche Erklärungsansagen haben die gleiche Wenn-Dann-Struktur: Vom Standpunkt der Wissenschaftstheorie besteht deshalb zwischen einer Prognose und einer Erklärung kein logischer, sondern nur ein pragmatischer Unterschied²⁴).

Da sich in den Sozialwissenschaften die Ursache-Wirkungs-Beziehungen im Zeitablauf oft ändern, lassen sich aus Theorien, die sich im Hinblick auf die Erklärung vergangener Ereignisse bewährt haben, nicht notwendigerweise auch realistische Prognosen ableiten. Ändern sich beispielsweise die Spar- und Verbrauchsgewohnheiten der Haushalte, so kann die Höhe der künftigen Konsumausgaben nicht mit der gleichen Funktion- bzw. den gleichen Funktionsparametern prognostiziert werden, mit denen sich die Konsumausgaben in der Vergangenheit erklären ließen. Die Änderung der Beziehungen zwischen den Variablen bzw. die Änderung der Funktionsparameter (*Invarianzproblem*) ist ein bis heute ungelöstes Kardinalproblem aller sozialwissenschaftlichen Prognosen.

In den Regionalwissenschaften ist dieses Problem besonders relevant: Veränderungen in den Verhaltensweisen gesellschaftlicher Gruppen sowie technologische, institutionelle und andere Veränderungen kompensieren sich auf nationaler Ebene in weitaus stärkerem Maße als auf regionaler Ebene. So kann beispielsweise die Neuansiedlung oder Verlagerung eines einzigen Betriebes dazu führen, daß sich die in Wirkungsanalysen ermittelten Parameter der Investitions-Produktions- oder Konsumfunktion einer Region beträchtlich ändern, während die Parameter in den entsprechenden makroökonomischen Funktionen davon nicht berührt werden.

Neben dem Stabilitätsproblem gibt es ein zweites wichtiges Problem, das nur bei sozialwissenschaftlichen Prognosen auftritt: das Problem der *aktiven Prognose*. Darunter versteht man Voraussagen, die dadurch, daß sie verbreitet werden, Reaktionen hervorrufen, die das Eintreffen des prognostizierten Ereignisses verhindern oder erst ermöglichen (self-fulfilling bzw. self-destroying prophecies).

5.3.5.2 Prognosemethoden und -verfahren

Da jedes Erklärungsmodell potentiell auch für Prognosezwecke eingesetzt werden kann, bilden die Methoden, die in den vorangegangenen Abschnitten im Zusammenhang mit den Erklärungsmodellen dargestellt wurden, auch die Grundlage für den Bau von Prognosemodellen. Um Wiederholungen zu vermeiden, wird im folgenden der Schwerpunkt auf die noch nicht diskutierten Gesichtspunkte gelegt.

In formaler Hinsicht können regionale Prognosemodelle nach der Zahl der in ihnen enthaltenen Variablen, nach der Zahl der Beziehungen zwischen den Variablen (Gleichungen) und nach der Zahl der Regionen klassifiziert werden. Aus Gründen, die mit der ungenügenden Verfügbarkeit relevanter statistischer Daten zusammenhängen, sind Modelle noch sehr häufig, in denen der Verlauf einer einzigen Variablen in einer bestimmten Region allein als Funktion der Zeit beschrieben wird. Handelt es sich dabei um eine ökonomische Variable, so ist es üblich, die Größe in die drei Komponenten *Trend*, *Konjunktur*, *Saison* und „unerklärter Rest“ zu zerlegen und die Entwicklung der drei systematischen Komponenten jeweils durch eine gesonderte Funktion zu beschreiben. Für die Trendkomponente wird dabei meist ein kontinuierlicher stetig steigender oder fallender Kurventyp verwendet, und die konjunkturelle Komponente wird meist durch eine zyklische Funktion mit einer Schwingungsdauer beschrieben, die zwischen sieben und

²⁴) STEGMÜLLER, W.: Hauptströmungen der Gegenwartsphilosophie. Stuttgart 1965, S. 451; HEMPEL, C. G.: Aspects of Scientific Explanation and other Essays in the Philosophy of Science. New York, London 1965; LENK, H.: Erklärung, Prognose, Programm. Freiburg 1972.

elf Jahren liegt. Im Gegensatz zu dieser konventionellen Zerlegungstechnik der *Zeitreihenanalyse* versucht die *Spektralanalyse* zu zeigen, daß Wirtschaftsprozesse nicht nur von einer Konjunktur- und einer Saisonkomponente, sondern von einer Vielzahl weiterer Schwingungen überlagert werden können. Das Ziel der Analyse besteht darin, die Schwingungsdauer derjenigen Schwingungen aus dem Gesamtspektrum herauszufiltern, deren Intensität besonders groß ist. Dabei ergeben sich meist mehrere relevante Schwingungen. Ihre Frequenzen können im Bereich von einigen Monaten bis zu einigen Jahren liegen.

Die Zerlegung einer Zeitreihe in Komponenten ist besonders dann hilfreich, wenn in konjunkturellen Wendepunkten aus der Interpretation aktueller Meßwerte beispielsweise für den Auftragseingang oder die Zahl der Arbeitslosen eine Prognose darüber abgeleitet werden soll, ob die konjunkturelle Bewegung in eine neue Phase überleitet oder ob die aktuellen Meßwerte als „Ausreißer“ zu klassifizieren sind, die es nicht erlauben, auf eine konjunkturelle Wende zu schließen. (Parallele Zeitreihenanalysen für mehrere Regionen haben im übrigen gezeigt, daß die konjunkturellen Schwankungen der Regionen [Arbeitsamtsbezirke] in der Bundesrepublik synchron mit den Schwankungen des Gesamttraums verlaufen – dabei sind allerdings unterschiedliche Amplituden die Regel –, während sich die langfristigen Trends und die saisonalen Bewegungen interregional stärker unterscheiden²⁵.)

Zur mittel- oder langfristigen *Extrapolation* einer Zeitreihe wird oft von einer autoregressiven Funktion erster Ordnung

$$(29) \quad x(t) = a x(t-1) + u(t), |a| < 1$$

ausgegangen. Bei einer ausreichenden Zahl von Meßwerten können auch noch die Parameter von Funktionen zweiter oder höherer Ordnung geschätzt werden. Ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung des Störgliedes $u(t)$ für alle t gleich (in diesem Fall wird [29] als *stationärer Prozeß* bezeichnet), so ist der beste Prognoseschätzwert für die Periode $t + 1$ durch

$$(30) \quad \hat{x}(t+1) = a X(t)$$

gegeben. Auch für schwach *stationäre Prozesse* (nur der Mittelwert, die Varianz und die Kovarianz sind konstant, nicht dagegen die höheren Momente der Wahrscheinlichkeitsverteilung des Zufallsgliedes u) lassen sich entsprechend einfache Prognosefunktionen angeben. Alternative Prognosefunktionen mit autoregressiver Struktur wurden von BROWN („Methode des exponential smoothing“) sowie von BOX und JENKINS entwickelt²⁶).

Die zeitreihenanalytischen Prognoseverfahren sind im Hinblick auf die inhaltliche Begründung der Prognosefunktion den meisten Prognosemodellen unterlegen, in denen die Beziehungen zwischen mehreren abhängigen und unabhängigen Variablen die Basis der Prognose darstellen. In Gleichung (11) wurde ein derartiges *simultanes Gleichungssystem* beschrieben, das sich für Prognosezwecke einsetzen läßt, indem die Gleichung

$$(11) \quad \mathbf{B} \mathbf{Y}^r(t) + \mathbf{\Gamma} \mathbf{X}^r(t) = \mathbf{u}^r(t)$$

durch Prämultiplikation mit \mathbf{B}^{-1} in die *Prognoseform*

$$(12) \quad \mathbf{Y}^r(t) = \mathbf{\Pi} \mathbf{X}^r(t) + \mathbf{v}^r(t)$$

²⁵) Vgl. BIRG, H.: Die Arbeitsmärkte in der Bundesrepublik Deutschland im regionalen und konjunkturellen Vergleich. In: Wochenbericht des DIW, Nr. 28, Berlin 1975.

²⁶) BOX, G. E. P. u. JENKINS, G. M.: Some recent advances in forecasting and control, Journal of the Royal Statistical Society, C (No. 17), S. 91 f.

gebracht wird. $Y^r(t)$ ist der Vektor der zu prognostizierenden abhängigen Variablen, $X^r(t)$ der Vektor der unabhängigen Variablen, deren Prognosewerte außerhalb des Modells bestimmt werden müssen.

Vernachlässigt man das Störglied $v^r(t)$ in Gleichung (12) und die bei der Schätzung der Parameter unvermeidlichen Fehler, so erhält man für jede Variable einen festen Prognosewert (*Punktprognose*). Vorzuziehen sind sogenannte *Intervallprognosen*, bei denen angegeben wird, in welchem Intervall der Prognosewert bei einer vorgegebenen Irrtumswahrscheinlichkeit von beispielsweise 1 vH liegen wird.

Der Fehlerspielraum, der aus der Instabilität der Parameter resultiert, läßt sich dagegen naturgemäß nicht exakt quantifizieren. Um möglichst stabile Parameter zu erhalten, werden bei der Spezifikation des Modells oft statt der absoluten Variablen deren relative Wachstumsraten oder die ersten Differenzen verwendet²⁷⁾, doch es ist zu bedenken, daß dadurch das Stabilitätsproblem nicht gelöst, sondern allenfalls umgangen werden kann.

Hält man sich vor Augen, daß nur ein relativ bescheidener Teil der Daten verfügbar ist, die für die quantitative Beschreibung der Interdependenzen zwischen den wichtigen sozioökonomischen Variablen und den Wechselbeziehungen zwischen den Regionen benötigt werden, so verwundert es nicht, daß in der Bundesrepublik noch keine simultanen ökonometrischen Modelle für Prognosen eingesetzt werden. Bei den verfügbaren Modellen handelt es sich meist um *Partial-Modelle*, in denen die Bevölkerungsentwicklung, das Wirtschaftswachstum, der Infrastrukturbedarf und andere Sachkomplexe jeweils mehr oder weniger unabhängig voneinander vorausgeschätzt werden. Die besonders wichtigen *Rückkopplungen* zwischen den verschiedenen Sachkomplexen können jedoch mit Partial-Modellen kaum berücksichtigt werden. Das gleiche gilt für die Wechselbeziehungen in den Entwicklungen verschiedener Regionen. Um wenigstens die Wirkungen einzufangen, die von der Entwicklung des Gesamttraums auf die Entwicklung einer Region ausgehen, wird in Prognosen für einzelne Regionen, beispielsweise bei Wirtschaftsprognosen, die regionale Entwicklung aus der Entwicklung der gesamten Volkswirtschaft durch mehr oder weniger grobe Verfahren „abgeleitet“ (Shift-Analyse).

5.3.5.3 Prognose und Planung

Die in der Praxis sehr häufigen „*Status-quo-Prognosen*“ können als eine besondere Form der konditionalen Prognose angesehen werden. Mit ihnen soll diejenige Entwicklung einer Region vorausgeschätzt werden, die unter Status-quo-Bedingungen zu erwarten ist. Der Begriff status-quo bezieht sich dabei insbesondere auf die staatlichen Eingriffe in den Ablauf der regionalen und gesamträumlichen Entwicklung. Es wird gefragt, welche Entwicklung in einem bestimmten Gebiet zu erwarten ist, wenn der Staat sich so wie bisher verhält und seine bisherigen Eingriffe weder ausweitet noch einschränkt, und wenn auch alle übrigen Verhaltensparameter und Entwicklungsdeterminanten gleich bleiben. Dieses Problem läßt sich nur näherungsweise dadurch lösen, daß die für die Vergangenheit ermittelten Modellparameter, in denen die Verhaltensweisen der sozialen Gruppen ihren Niederschlag finden, auf die Zukunft übertragen werden. Aus dem Konstanthalten der Modellbeziehungen (dem Status-quo der Parameter) läßt sich nicht ohne weiteres die Status-quo-Entwicklung ableiten. Denn der Zweck der vom Staat eingesetzten Maßnahmen bestand oft gerade darin, eine Verhaltensänderung der sozialen Gruppen zu bewirken, die in der Regel nicht ohne Auswirkungen auf die Parameterstruktur des Modells bleibt. Die Status-quo-Annahme, der Staat verhalte sich „wie bisher“, ist deshalb gleichbedeutend mit der Annahme, daß seine Aktivitäten auch wie bisher bestimmte Wirkungen

²⁷⁾ MENGES, G.: Ökonometrische Prognosen. Köln und Opladen 1967, S. 28.

auf die Parameterstruktur haben werden. Eine *Status-quo-Prognose* setzt deshalb streng genommen u. a. eine Prognose über die Wirkungen der staatlichen (und privaten) Aktivitäten auf die Modellparameter in der Zukunft voraus – ein Problem, von dessen Lösung die Regionalwissenschaft noch weit entfernt ist. Diese Wissenslücke ist gravierend, weil der Staat ohne derartige Wirkungsanalysen die Effizienz der eingesetzten Mittel beispielsweise für die regionale Wirtschaftsförderung nur grob abzuschätzen vermag. Die Möglichkeit, die Zukunft planend zu gestalten, wird dadurch auf doppelte Weise beeinträchtigt: Je mangelhafter eine *Status-quo-Prognose* ist, desto größer ist die Fehleinschätzung der Differenz zwischen der unter Status-quo-Bedingungen zu erwartenden und der angestrebten Entwicklung und desto weniger ist es möglich, die regionalpolitischen Aktivitäten so zu dosieren, daß die Differenz ausgeglichen wird. Es liegt auf der Hand, daß Planungsfortschritte an die Verbesserungen des prognostischen Instrumentariums gebunden sind.

Die augenblickliche Entwicklung läuft darauf hinaus, die unbekannt Parameter in komplizierten Prognosemodellen, die mangels statistischer Erhebungen nicht geschätzt werden können, durch (alternative) Annahmen zu ersetzen. Dadurch erhalten Prognosemodelle den Charakter von *Simulationsmodellen*. Dies scheint ein sinnvoller Weg zu sein, der so lange beschritten werden muß, bis die in Simulationsmodellen gesetzten Annahmen durch gesichertes empirisches Wissen substituiert werden können.

5.3.5.4 Multiregionale Prognosen für die Bundesrepublik Deutschland

Heute werden auf allen Ebenen der Raumplanung regionale Prognosemodelle entwickelt und angewandt – von der Stadtentwicklungs- und Regionalplanung über die Landesentwicklungsplanung bis zur Bundesraumordnung. Die meisten Prognosemodelle bestehen aus verschiedenen Sub-Modellen: 1. einem Algorithmus zur Prognose der Bevölkerungsentwicklung (mit und ohne Wanderungen) als Basis für die Schätzung der Nachfrage nach Arbeitsplätzen, 2. einem Ansatz zur Vorausschätzung der Zahl der angebotenen Arbeitsplätze und 3. mehreren Infrastrukturbedarfs-Modellen, mit denen beispielsweise die erforderliche Industrieansiedlungsfläche, die Zahl der benötigten Krankenhausbetten, die Zahl der Klassenräume, die Belastung der Verkehrswege und andere Eckdaten für die Planung ermittelt werden.

In allen diesen Modellen spielen die Variablen, von denen das Angebot und die Nachfrage nach Arbeitsplätzen bestimmt werden, eine besondere Rolle – ein Ausfluß der Tatsache, daß praktisch alle Personen im erwerbsfähigen Alter in ihrer ökonomischen Existenz (direkt oder indirekt) von der Teilnahme am Erwerbsleben abhängen. Auch das Modell, auf dessen Basis das Bundesraumordnungsprogramm fortgeschrieben wird, ist im Kern ein Arbeitsmarktmodell mit einer Gruppe von Sub-Modellen zur Bestimmung der Angebotsseite und einer Gruppe von Modellen zur Beschreibung der Nachfrageseite²⁸⁾. Das gleiche gilt für die Modelle, mit denen im Rahmen der Gemeinschaftsaufgabe „Verbesserung der regionalen Wirtschaftsstruktur“ das Angebot²⁹⁾ und die Nachfrage³⁰⁾ nach Arbeitsplätzen in den Arbeitsmarktregionen prognostiziert werden.

²⁸⁾ Vgl. „Raumordnungsprognose 1990 – Aktualisierte Prognose der Bevölkerung und der Arbeitsplatzzahl in den 38 Gebietseinheiten der Raumordnung für die Jahre 1980, 1985 und 1990“. Schriftenreihe „Raumordnung“ des Bundesministers für Raumordnung, Bauwesen und Städtebau, Nr. 6.012, Oktober 1976.

²⁹⁾ Vgl. BIRG, H. u. Mitarbeiter: Prognose des regionalen Angebots an Arbeitsplätzen in den Arbeitsmarktregionen der Bundesrepublik Deutschland. Sonderheft Nr. 105 des DIW, Berlin 1975; ferner BIRG, H.: Die Entwicklung des regionalen Angebots an Arbeitsplätzen – Daten für 1961 und 1970, Prognoseergebnisse für 1980 und Kontrollrechnungen zur Überprüfung des Prognoseverfahrens. Sonderheft Nr. 121 des DIW, Berlin 1978.

³⁰⁾ LANGKAU, J., THELEN, P. u. VESPER, J.: Arbeitsmarktbalancen zur Neuabgrenzung von Fördergebieten. Friedrich-Ebert-Stiftung, Bonn-Bad Godesberg 1975.

Das im Rahmen der Bundesraumordnung angewandte Prognosemodell untergliedert die Angebotsseite in folgende Gruppen von Wirtschaftszweigen:

Grundbereiche

- Landwirtschaft
- standortabhängige Industrien und Dienstleistungen
- standortunabhängige Industrien und Dienstleistungen

Folgebereiche.

Die regionale Zahl der Arbeitsplätze in den standortabhängigen Industrien und Dienstleistungen sowie im Sektor Landwirtschaft wird durch Übertragung der gesamtwirtschaftlichen Wachstumsraten auf die Arbeitsplatzbestände in den entsprechenden Sektoren der Region vorausgeschätzt, wobei die gesamträumlichen Wachstumsraten außerhalb des Modells bestimmt werden (exogene Variablen). Außerdem werden dabei Unterschiede in der regionalen Produktivität und Standortgunst berücksichtigt. Bei den standortunabhängigen Industrien und Dienstleistungen werden – neben der Wachstumsrate der entsprechenden Teilsektoren auf Bundesebene – die Verfügbarkeit von Arbeitskräften (Erwerbsfaktor) und die Attraktivität der Region als Wohnort (Wohnortfaktor) als Einflußgrößen herangezogen. Die Zahl der Arbeitsplätze in den Folgebereichen wird schließlich unter Berücksichtigung der Folgebereichs-Grundbereichs-Relation (basic/non basic-Relation) aus der Zahl der Arbeitsplätze in den Grundbereichen abgeleitet, wobei bestimmte Annahmen über die Nivellierung der interregionalen Unterschiede in den basic/non basic-Relationen getroffen werden³¹⁾.

Die Nachfrageschätzung beruht auf einer Fortschreibung des Bevölkerungsstandes unter Anwendung von alters- und geschlechtsspezifischen Sterbeziffern und von altersspezifischen Fruchtbarkeitsziffern. Multipliziert man die vorausgeschätzte Zahl der Einwohner in den verschiedenen Altersklassen mit den (exogen ermittelten) alters- und geschlechtsspezifischen Erwerbsquoten, so ergibt sich die allein aus der natürlichen Bevölkerungsentwicklung resultierende Zahl der nachgefragten Arbeitsplätze.

Aus Angebot und Nachfrage resultiert ein Arbeitsmarktsaldo. Unter der normativen Vorgabe, daß die Arbeitslosenquote nicht größer als 2 vH sein soll, und daß sich die Pendlersalden nicht verändern, wird aus diesem Saldo der durch Wanderungen von Erwerbspersonen zu deckende Bedarf bzw. der durch Abwanderungen abzubauenen Überschuß an Erwerbspersonen als Restgröße errechnet. Exogene Prognosen über die Wanderungen der unter 15jährigen und der über 65jährigen vervollständigen die Berechnungen, so daß die Gesamtbevölkerung (= natürliche Bevölkerungsentwicklung einschl. Wanderungen) aus den einzelnen Komponenten aggregiert werden kann.

Ob sich dieses Modell in der Praxis der Bundesraumordnung bewähren wird, kann heute noch nicht beurteilt werden. Aus methodologischer Sicht enthält es eine Reihe von Mängeln, die teils darauf beruhen, daß die statistischen Daten nicht zur Verfügung stehen, um wichtige Ursache-Wirkungsbeziehungen zu testen, teils darauf, daß wichtige Beziehungen trotz vorhandener Daten nicht getestet wurden (beispielsweise hätten differenziertere Hypothesen über die Abhängigkeit der Wanderungen von der Attraktivität der Regionen überprüft werden können, anstatt die Wanderungen einfach als Rest zu ermitteln) und teils darauf, daß zentrale Hypothesen nicht als gesichert genug erscheinen, weil sie bei wiederholten Berechnungen nicht bestätigt werden konnten. So hielt beispielsweise die behauptete zentrale Annahme über die Abhängigkeit der Entwicklung der Zahl der Arbeitsplätze in den standortunabhängigen Industrien von den Standort-, Erwerbs- und Wohnortfaktoren der Überprüfung auf der Ebene

³¹⁾ Eine detaillierte Beschreibung findet sich in: SCHRODER, D. u. Mitarbeiter: Strukturwandel, Standortwahl und regionales Wachstum. In: PROGNOSE Studien 3, PROGNOSE AG (Hrsg.), Basel, Stuttgart, 1968; Raumordnungsbericht 1968 der Bundesregierung. In: Verh. d. Dt. Bundestages, Drucksache V/3958 vom 12.3.1969; Raumordnungsprognose . . ., op. cit., S. 10 f.

der 79 Regionen der Bundesverkehrswegeplanung nicht stand³²). Ein weiterer wichtiger Punkt der Kritik bezieht sich auf die Tatsache, daß das Modell aus Sub-Modellen besteht, deren Ergebnisse unabhängig voneinander ermittelt werden, obwohl die entsprechenden Variablen nicht unabhängig voneinander sind. So werden beispielsweise die als Rest ermittelten Wanderungen der Erwerbspersonen (unter anderem) aus dem Arbeitsplatzangebot bestimmt, obwohl das Arbeitsplatzangebot von der durch Wanderungen beeinflussten Verfügbarkeit von Arbeitskräften abhängen soll. Die Lösungswerte dieser interdependenten Variablen lassen sich in einer methodologisch befriedigenden und intersubjektiv überprüfaren Weise nur unter Anwendung von *simultanen Prognosemodellen* ermitteln, bei denen die interdependenten Variablen der *Partial-* oder Sub-Modelle gleichzeitig, d. h. unter Beachtung sämtlicher Interdependenzen, errechnet werden. Dies läßt sich durch sogenannte „Iterationen“, bei denen das (vorläufige) Prognoseresultat des Sub-Modells A zur Lösung des Sub-Modells B eingesetzt und das so ermittelte (vorläufige) Ergebnis des Sub-Modells B zur erneuten Lösung des Modells A verwendet wird usw., bis die Zwischenergebnisse sich nicht mehr verändern, kaum erreichen, weil die entsprechenden Modelle so umfangreich sind, daß echte Iterationen nicht möglich sind – ganz abgesehen davon, daß niemand weiß, ob die Lösungen konvergieren würden.

Mit diesen kritischen Anmerkungen werden Punkte aufgezeigt, die sich im Prinzip ändern lassen. Daher sollte die Kritik nicht dahingehend mißverstanden werden, als sei es heute noch nicht möglich, Prognosemodelle zu entwickeln, die unter methodologischen Gesichtspunkten befriedigen. Die Entwicklung auf dem Gebiet der Prognosemodelle war ja zunächst auch nur auf theoretische Modelle beschränkt. Das empirische Modell für die Bundesraumordnung (das erste Modell dieser Art in der Bundesrepublik) stellt so gesehen einen beträchtlichen Fortschritt dar.

Die nächsten Schritte werden sich auf folgende Probleme beziehen müssen: Test von Funktionen zur Erklärung des Wanderungsverhaltens der verschiedenen sozialen Gruppen, Schätzung von Arbeitsplatz-Angebotsfunktionen durch explizite Berücksichtigung von Investitionen, Messung von Produktivitätsunterschieden durch Produktionsfunktionen für verschiedene Sektoren und Regionen und Test von Funktionen zur Schätzung des Arbeitskräftebedarfs. Entsprechende theoretische Modelle wurden bereits publiziert³³). Daß ihre empirische Anwendung nicht am Mangel an statistischen Daten scheitern muß, hat die Anwendung dieser Modelle im Rahmen von Optimierungsansätzen gezeigt³⁴). Ein *simultanes* multiregionales Prognosemodell unter expliziter Einbeziehung von Normen (Ausländeranteil an der regionalen Bevölkerung, regionale Arbeitslosenquote u. a.) wurde vom Verfasser entwickelt, angewandt und in seinen numerischen Prognoseergebnissen mit dem Modell der Raumordnungsprognose verglichen³⁵).

Vergleicht man die multiregionalen Modelle mit den ökonometrischen Modellen auf gesamtträumlicher Ebene, so zeigt sich, daß in regionalen Modellen weit weniger Variablen (pro Region) miteinander in Beziehung gesetzt werden als in den gesamtträumlichen Modellen. So

³²) Vgl. BIRG, H. u. Mitarbeiter: Prognose des regionalen Angebots an Arbeitsplätzen . . . , op. cit., S. 44 f. Zu ähnlich negativen Test-Ergebnissen kam BROWN, H. J. bei der Überprüfung von entsprechenden Hypothesen für die USA. Vgl. BROWN, H. J.: Shift and Share Projections of Regional Economic Growth: An Empirical Test. In: *Journal of Regional Science*, Vol. 9, 1969, No. 1.

³³) Vgl. THOSS, R.: Angebot und Nachfrage in einem System fachlicher und räumlicher Arbeitsmärkte. In: *Beiträge zur Arbeitsmarkt- und Berufsforschung*. Erlangen 1970.

³⁴) Ders.: Ein Vorschlag zur Koordinierung der Regionalpolitik in einer wachsenden Wirtschaft. In: *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik*, Bd. 182, 1968/69, *Optimal Spatial Allocation of Socio-economic Activities in the State of Hessen*, Unveröffentlichtes Paper, vorgelegt auf dem Symposium „Optimization of Territorial-Industrial Systems“ in Novosibirsk, UdSSR, Juli 1976.

³⁵) BIRG, H.: Zur Interdependenz der Bevölkerungs- und Arbeitsplatzentwicklung – Grundlagen eines simultanen interregionalen Modells für die Bundesrepublik Deutschland. Berlin 1979.

enthält das sogenannte „KRELLE-Modell“³⁶⁾ in einer seiner neueren Versionen etwa 200 Variablen im Gegensatz zu etwa 30 Variablen (pro Region) in den regionalen Modellen. Dabei darf aber nicht übersehen werden, daß 30 Variablen bei einer Gliederung des Bundesgebietes beispielsweise in die 165 Arbeitsmarktregionen zu insgesamt 4950 Variablen führen – eine Größenordnung, die den Einsatz leistungsfähiger Rechenanlagen erfordert³⁷⁾.

Ein nur schwer behebbarer Mangel aller heute verwendeten multiregionalen Modelle besteht darin, daß sie zu wenig interregionale Beziehungen (Lieferströme, Wanderungen als Ströme zwischen Paaren von Regionen im Gegensatz zu Wanderungen als Randsummen der Wanderungsmatrix) enthalten. Dies liegt sicherlich nur zum Teil an den nicht verfügbaren statistischen Daten: Gravierend ist auch die sprunghaft steigende Zahl der Variablen bei Einbeziehung vollständiger interregionaler Matrizen. Allein die Wanderungsmatrix würde beispielsweise bei einem Modell auf der Basis der 165 Arbeitsmarktregionen über 27000 Variablen enthalten. Die weitere Entwicklung auf dem Gebiet der multiregionalen Modelle wird daher vermutlich zu mehrstufigen Modellen führen – Modellen mit einer Gruppe von Variablen für den Gesamttraum, mit einer Gruppe für eine räumliche Zwischenebene, beispielsweise für die Bundesländer, und einer Gruppe für Regionen. Auf diese Weise dürfte es möglich sein, mit einem vertretbaren Aufwand die auf jeder Ebene besonders relevanten Wirkungszusammenhänge zu berücksichtigen, ohne für die kleinsten räumlichen Einheiten sämtliche Variablen einbeziehen zu müssen, die auf der jeweils nächst höheren Ebene unabdingbar sind³⁸⁾.

³⁶⁾ KRELLE, W.: Erfahrungen mit einem ökonometrischen Prognosemodell für die Bundesrepublik Deutschland. In: *Mathematical Systems in Economics*, 12, Meisenheim am Glan 1974.

³⁷⁾ Dabei ist noch nicht berücksichtigt, daß einige dieser Variablen relativ fein untergliedert werden müssen, so beispielsweise der Bevölkerungsbestand der Regionen nach Geschlecht und Altersjahren.

³⁸⁾ Nach diesem Prinzip wurde beim simultanen, interregionalen Modell für die Bundesrepublik (op. cit.) vorgegangen.