Einkommensteuertarife und Familienleistungsausgleich

Eine quantitative Analyse des deutschen Steuerrechts

Christoph Wöster

Universität Bielefeld

Dezember 2007

Version 1.0

UNIVERSITÄT BIELEFELD

Fakultät für Wirtschaftswissenschaften

Postfach 10 01 31

D-33501 Bielefeld

Diskussionspapier Nr. 570

Einkommensteuertarife und Familienleistungsausgleich

Eine quantitative Analyse des deutschen Steuerrechts

Dr. Christoph Wöster

3. Dezember 2007

Version 1.0

1 Einleitung

Die Einkommensteuer ist eine der bedeutendsten Einnahmequellen des Staates. Für viele Steuerpflichtige ist sie von so großer Relevanz, dass sie das ökonomische Handeln im täglichen Leben nachhaltig beeinflusst. Veränderungen im Einkommensteuergesetz führen nicht selten dazu, dass Entscheidungen vorgezogen, hinausgezögert oder ganz unterlassen werden oder dass sich die Vorteilhaftigkeit von Entscheidungsalternativen umkehrt. Dabei ist häufig unklar, auf welcher Grundlage die Entscheidungen getroffen werden. Neben groben Abschätzungen werden vermutlich Einzelfallberechnungen zur Entscheidungsfindung herangezogen. Möchte man jedoch allgemeine Aussagen treffen, ist eine tiefere Auseinandersetzung mit den Eigenschaften der Steuertarife unabdingbar.

Dieses Diskussionspapier setzt sich intensiv mit den Eigenschaften der tariflichen Einkommensteuer nach § 32a EStG auseinander und schafft so die Voraussetzungen für eine verallgemeinerte Untersuchung. Zunächst wird die Steuerbetragsfunktion für die Veranlagungszeiträume von 2005 bis 2007 analysiert. Die im Einkommensteuergesetz formulierte Steuerbetragsfunktion wird umgeschrieben und als abschnittsweise definiertes Polynom zweiten Grades dargestellt. Im Gegensatz zum Gesetzestext wird bei der Formulierung auf eine vorherige Transformation der Bemessungsgrundlage verzichtet und folglich in sehr kompakter Form präsentiert.

Im anschließenden Abschnitt werden die Grenzsteuerfunktionen ermittelt und ihre Eigenschaften skizziert. Die Grenzsteuerfunktion ist die Funktion eines Einkommensteuertarifs, die in der öffentlichen Diskussion am häufigsten herangezogen wird, der aber auch in der theoretischen Analyse eine herausragende Bedeutung zukommt. Die Graphen der Grenzsteuerfunktionen im deutschen Einkommensteuerrecht machen aber auch deutlich, dass die Funktionen nicht in sämtlichen Einkommensbereichen ein adäquates Analysewerkzeug abgeben.

Um ein Instrumentarium in der Hand zu haben, mit dem der Vergleich von Steuervorteilen durch die Gewährung von Freibeträgen mit direkten Transferzahlungen unmittelbar durchgeführt werden kann, wird in diesem Diskussionspapier für jeden Tarif die Steuerdifferenzfunktion entwickelt. Diese Funktion gibt zu jedem Einkommen die Steuerermäßigung in Abhängigkeit des gewährten Freibetrags an und ist für die exakte Untersuchung der Vorteilhaftigkeit ökonomischer Entscheidungen von unschätzbarem Wert.

Für vergleichende Analysen ist eine inverse Sicht der Zusammenhänge häufig von großem Nutzen. Es wird daher nicht nur die Frage beantwortet, welcher Steuerbetrag bei einem bestimmten (zu versteuernden) Einkommen zu zahlen ist, sondern auch, welches Einkommen erreicht werden muss, damit ein bestimmter Steuerbetrag fällig wird. Es zeigt sich, dass die zweite Frage nicht immer in eindeutiger Weise beantwortet werden kann. Mathematisch zeigt sich dies darin, dass die inverse Steuerbetragsfunktion (im klassischen Sinn) nicht gebildet werden kann. Wir werden daher die Fragestellung leicht modifizieren und zum Konzept der generalisierten Inverse übergehen. Analog lässt sich im Zusammenhang mit der Grenzsteuerfunktion angeben, wie hoch das Einkommen sein muss, damit ein bestimmter Grenzsteuersatz relevant wird.

Da die Steuerdifferenzfunktion eine zweistellige Funktion ist, wird eine neue Funktion definiert, die den Freibetrag als Parameter betrachtet. Die resultierende Funktion kann invertiert werden und liefert das gewünschte Ergebnis. Sie gibt für einen gegebenen Freibetrag und eine gegebene Transferzahlung das Einkommen an, das einen Steuervorteil bewirkt, der gerade der Transferzahlung entspricht. Auch in diesem Fall muss der Zusammenhang noch etwas genauer formuliert werden, damit Uneindeutigkeiten adäquat erfasst werden können.

Fehlende Stetigkeitseigenschaften der im Einkommensteuergesetz formulierten Steuerfunktion und die daraus resultierende fehlende Monotonieeigenschaft der Steuerdifferenzfunktion erschweren die Analyse, zumindest aber die Interpretation der Ergebnisse. Im Rahmen der Untersuchungen werden wir daher insbesondere die Steuerbetragsfunktion geringfügig modifizieren, so dass die gewünschten Eigenschaften erreicht werden. Die weiteren Ergebnisse werden dann auf der Grundlage der approximierten Steuerbetragsfunktion hergeleitet. Die Vereinfachung lässt sich problemlos rechtfertigen, da die Abweichungen der Steuerbeträge unter einem halben Euro bleiben und somit ökonomisch ohne gravierende Konsequenzen bleiben dürften.

2 Der Einkommensteuertarif

2.1 Die Steuerbetragsfunktion und ihre Inverse

Die Steuerbetragsfunktion im deutschen Einkommensteuerrecht ist explizit in § 32a Abs. 1 EStG formuliert. Sie gibt in Abhängigkeit der Bemessungsgrundlage bzw. einer linear-affinen Transformation[1] der Bemessungsgrundlage den Einkommensteuerbetrag zurück, der für einen bestimmten Veranlagungszeitraum festzusetzen ist. Bemessungsgrundlage ist das zu versteuernde Einkommen, das im Rahmen dieser Arbeit im Allgemeinen als gegeben angesehen wird.

Löst man die im Gesetz enthaltenen Skalierungen und Verschiebungen der Bemessungsgrundlage auf, so lässt sich der Grundtarif recht gut durch die abschnittsweise quadratische Funktion

$$T_G(x) = \sum_{i=1}^{m} (a_i x^2 + b_i x + c_i) \cdot \mathrm{I}_{\{D_i\}}(x) \tag{1}$$

mit $m \geq 2$ beschreiben, wobei m die Anzahl der Abschnitte ist, auf denen die Parameter konstant sind, und x das zu versteuernde Einkommen repräsentiert. Die Abschnitte $D_i,\ i = 1, \ldots, m$, werden als disjunkte Intervalle formuliert, für die

$$\sum_{i=1}^{m} D_i = (-\infty; d_1] \cup \left(\bigcup_{i=2}^{m-1} (d_{i-1}, d_i] \right) \cup (d_{m-1}, \infty) = \mathbb{R}$$

gilt, die also die reelle Achse zerlegen. Der tatsächliche Grundtarif für die betrachteten Veranlagungszeiträume unterscheidet sich von der Funktion T_G nur dadurch, dass dieser nicht unmittelbar auf das zu versteuernde Einkommen x angewendet wird, sondern auf den auf die nächste Ganzzahl abgerundeten Betrag $\lfloor x \rfloor$. Zudem wird nicht der Wert $T_G(\lfloor x \rfloor)$ angesetzt, sondern der auf die nächste Ganzzahl abgerundete Betrag $\lfloor T_G(\lfloor x \rfloor) \rfloor$. Der im Einkommensteuergesetz formulierte Tarif ist somit genau genommen eine abschnittsweise konstante Funktion. Demnach kann T_G als eine Approximation des tatsächlichen Tarifs aufgefasst werden, die so konstruiert ist, dass sie für ganzzahlige zu versteuernde Einkommen mit den tatsächlichen Steuerbeträgen übereinstimmt.

[1] Im Einkommensteuergesetz wird das zu versteuernde Einkommen mit x bezeichnet, ein Abschnitt der Steuerbetragsfunktion jedoch beispielsweise in Abhängigkeit von y definiert, wobei y „ein Zehntausendstel des 7.664 Euro übersteigenden Teils des auf einen vollen Euro-Betrag abgerundeten zu versteuernden Einkommens“ ist.

Konkret ergeben sich für den Grundtarif in den Veranlagungszeiträumen 2005 und 2006 mit $m = 4$ die folgenden (exakten, d.h. nicht gerundeten) Koeffizienten:

i	a_i	b_i	c_i	D_i
1	0	0	0	$x \leq 7.664$
2	$8,8374 \cdot 10^{-6}$	$0,0145403328$	$-630,5185552896$	$7.664 < x \leq 12.739$
3	$2,2847 \cdot 10^{-6}$	$0,1814216228$	$-1.693,3341764246$	$12.739 < x \leq 52.151$
4	0	$0,4200000000$	$-7.914,0000000000$	$52.151 < x$

.

Mit dem Steueränderungsgesetz 2007 hat der Bundestag beschlossen, den Bereich D_4 zu begrenzen und eine fünfte Zone mit einem proportionalen Tarif anzufügen. Die ersten drei Bereiche werden nun durch über D_4 und D_5 definierte Polynome mit folgenden Parametern ergänzt:

i	a_i	b_i	c_i	D_i
4	0	$0,42$	$-7.914,00$	$52.151 < x \leq 250.000$
5	0	$0,45$	$-15.414,00$	$250.000 < x$

.

Die Differenz $T_G^{07} - T_G^{05}$ wird umgangssprachlich als „Reichensteuer“ bezeichnet.

Ehepaare können nach § 26 Abs. 1 EStG zwischen getrennter Veranlagung und Zusammenveranlagung wählen. Wird die Zusammenveranlagung gewählt, wofür sich die meisten Ehepaare entscheiden, so wird die tarifliche Einkommensteuer im Rahmen des Splittingverfahrens nach § 32 Abs. 5 EStG ermittelt. Der im Splittingverfahren aus dem Grundtarif abgeleitete Steuertarif wird in dieser Arbeit als *Splittingtarif*[2] bezeichnet. Beim Splittingverfahren wird die Steuerbetragsfunktion des Grundtarifs auf die halbierte Bemessungsgrundlage, in diesem Fall das gemeinsame zu versteuernde Einkommen des Ehepaars, angewendet und der resultierende Betrag verdoppelt. Für die Steuerbetragsfunktion des Splittingtarifs ergibt sich demnach

$$T_S(x) = 2 \cdot T_G\left(\tfrac{1}{2}x\right) .$$

Neben der tariflichen Einkommensteuer werden Steuerpflichtige im Rahmen der Einkommensteuerveranlagung durch Appendixsteuern belastet. Neben dem Solidaritätszuschlag, der von allen Steuerpflichtigen zu zahlen ist, ist dies die Kirchensteuer für Mitglieder bestimmter religiöser Gemeinschaften. Bemessungsgrundlage der Appendixsteuern ist grundsätzliche die tarifliche Einkommensteuer. Im Rahmen dieser Arbeit werden diese zusätzlichen steuerlichen Belastungen vereinfacht behandelt, indem sie im Allgemeinen als lineare Funktion des Steuerbetrags aufgefasst werden.[3] Die steuerliche Gesamtbelastung $\hat{T}_.$ lässt sich somit durch

$$\hat{T}_. = (1+\tau)T_.(x)$$

darstellen, wobei τ die Summe der Steuerraten aller Appendixsteuern ist.[4] Obwohl die konkrete Höhe im Folgenden ohne größere Bedeutung ist, wird der Solidaritätszuschlag mit $\tau_{SolZ} = 5,5\%$ angesetzt

[2] Der Begriff „Splittingtarif“ wird im Einkommensteuergesetz nicht verwendet; die Vorgehensweise wird lediglich als „Splitting-Verfahren“ bezeichnet. Das Ergebnis des Verfahrens als Tarif zu bezeichnen empfinden wir jedoch als sehr stimmig.

[3] Eine Abweichung von der Regel wird im Abschnitt 3 eingeführt. Unter Umständen sind im Zusammenhang mit der Berücksichtigung von Kindern die Appendixsteuern nicht mehr lineare Funktionen des tatsächlichen, sondern eines fiktiven Steuerbetrags. Die Beziehung zum tatsächlichen Steuerbetrag ist dann nichtlinear.

[4] Der kleine Punkt in $T_.$ steht für einen Index, der aber in diesem Fall unspezifiziert bleibt. Der folgende Zusammenhang

und für die Kirchensteuer im Allgemeinen ein Satz von $\tau_{KiSt} = 9\%$ veranschlagt.[5] Die tatsächliche steuerliche Belastung des Einkommens $\hat{T}.$ ist also für Steuerpflichtige, die nicht der Kirchensteuer unterliegen, durch

$$\hat{T}.(x) = (1+\tau_{SolZ})T.(x)$$

gegeben, und für Steuerpflichtige, die Kirchensteuern abzuführen haben, durch

$$\hat{T}.(x) = (1+\tau_{SolZ}+\tau_{KiSt})T.(x)\,.$$

Der inverse Einkommensteuertarif gibt für einen gegebenen Steuerbetrag das zu versteuernde Einkommen an. Da die Steuerbetragsfunktion T_G jedoch nicht injektiv und somit im klassischen Sinne nicht invertierbar ist, wird der Begriff der Inversen so verallgemeinert, dass er hier angewendet werden kann. Die inverse Steuerbetragsfunktion des Grundtarifs sei nun durch

$$I_{T_G}(t) = T_G^{\leftarrow}(t) := \sup\{x : T_G(x) \leq t\} \tag{2}$$

definiert. Ist $x^* = I_{T_G}(t)$ in der Menge $S := \{x : T(x) \leq t\}$ enthalten, so ist x^* wegen der Monotonieeigenschaft der Funktion das höchste zu versteuernde Einkommen, für das eine Einkommensteuer zu zahlen ist, die t nicht überschreitet. Ist $x^* = I_{T_G}(t)$ nicht in der Menge S enthalten, so ist x^*, ebenfalls wegen der Monotonieeigenschaft, das geringste zu versteuernde Einkommen, für das eine Einkommensteuer angesetzt wird, die t übersteigt. Für den Veranlagungszeitraum 2007 ist die Inverse für $t \in \mathbb{R}^*$ dann durch

$$I_{T_G^{07}}(t) = \begin{cases} 7.664, & t=0 \\ \min\left(\frac{50.000\sqrt{88.374\cdot t+56.250.000}}{44.187} - \frac{12.116.944}{14.729}, 12739\right), & 0<t\leq 989; \\ \min\left(\frac{50.000\sqrt{22.874\cdot t+121.017.839}}{11.437} - \frac{453.554.057}{11.437}, 52151\right), & 989<t\leq 13.989\frac{21}{50}; \\ \frac{50\cdot t}{21} + \frac{131.900}{7}, & 13.989\frac{21}{50} < t \leq 97.086; \\ \frac{20\cdot t}{9} + \frac{102.760}{3}, & 97.086 < t; \end{cases}$$

gegeben.

Verwendet man statt des Grundtarifs T_G die Funktion

$$\tilde{T}_G(x) := \sum_{i=1}^{m}(a_i x^2 + b_i x + \tilde{c}_i)\cdot \mathrm{I}_{\{D_i\}}$$

gilt dann unabhängig davon, welcher konkrete Tarif gemeint ist. In diesem Fall lässt sich sowohl der Grundtarif als auch der Splittingtarif einsetzen.

[5] Ein Kirchensteuersatz von 9% ist zwar weit verbreitet, jedoch nicht in ganz Deutschland einheitlich. In Bayern und Baden-Württemberg gilt beispielsweise ein Satz von 8% angewendet. Da der Satz aber nur im Zusammenhang mit graphischen Darstellungen zum Einsatz kommt, nicht aber für die Berechnung von Schwellenwerten oder ähnlichem, werden wir uns auf den üblichen Satz von 9% beschränken.

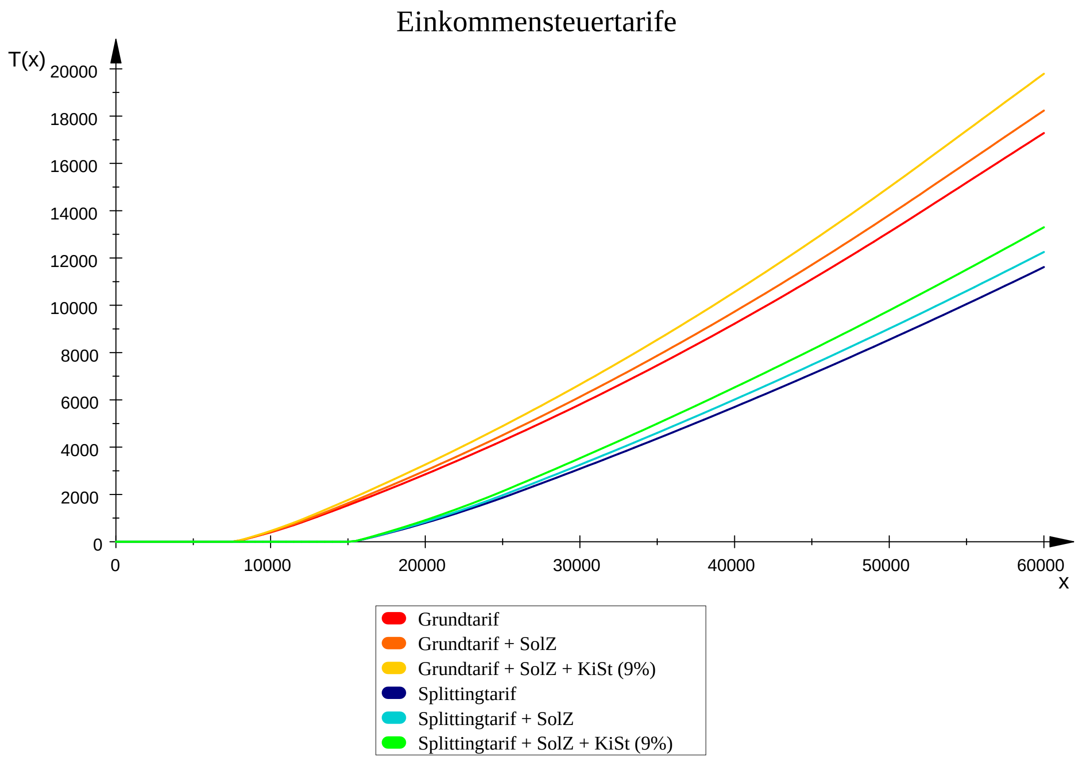

Abbildung 1: Steuerbetragsfunktionen (mit und ohne Appendixsteuern)

mit

$$\tilde{c}_1 = c_1$$
$$\tilde{c}_2 = c_2$$
$$\tilde{c}_3 = -1.693,4714160496$$
$$\tilde{c}_4 = -7.914,4692807994$$

und für den Veranlagungszeitraum 2007 zusätzlich

$$\tilde{c}_5 = -15.414,4692807994\,,$$

so verschwinden die Sprungstellen und die Steuerbetragsfunktion wird stetig. Enstprechend erhält man für die Approximation der Steuerbetragsfunktion des Splittingtarifs die Funktion

$$\tilde{T}_S(x) = 2\tilde{T}_G\left(\tfrac{1}{2}x\right)\,.$$

Alle anderen approximierenden Funktionen werden nicht eigenständig konstruiert, sondern aus den Funktionen $\tilde{T}_G$ und $\tilde{T}_S$ abgeleitet. So ist beispielsweise die Funktion, die die steuerliche Gesamtbelastung approximiert, durch

$$\hat{\tilde{T}}_{\cdot}(x) := (1+\tau)\tilde{T}_{\cdot}(x)$$

definiert. Insbesondere gilt für den Splittingtarif

$$\begin{aligned}\hat{\tilde{T}}_S(x) &= (1+\tau)\tilde{T}_S(x)\\ &= 2(1+\tau)\tilde{T}_G\left(\tfrac{1}{2}x\right) = 2\hat{\tilde{T}}_G\left(\tfrac{1}{2}x\right).\end{aligned}$$

Die Graphen der Steuerbetragsfunktionen sind für den Grund- und Splittingtarif in Abbildung 1 dargestellt. Da nur der Einkommensbereich bis etwa 60.000 dargestellt ist, trifft die Darstellung für alle in dieser Arbeit untersuchten Veranlagungszeiträume zu.

Auf der Grundlage der Definition in (2) lässt sich für den Veranlagungszeitraum 2007 die inverse Steuerbetragsfunktion des Grundtarifs nun durch

$$I_{\tilde{T}_G^{07}}(t) = \begin{cases} 7.664, & t=0\\ \frac{50.000\cdot\sqrt{88.374\cdot t+56.250.000}}{44.187} - \frac{12.116.944}{14.729}, & 0<t\leq 988,863;\\ \frac{25\cdot\sqrt{91.496.000.000\cdot t+484.083.912.876.729}}{11.437} - \frac{453.554.057}{11.437}, & 988,863<t\leq 13.988,951;\\ \frac{50\cdot t}{21} + \frac{39.572.346.403.997}{2.100.000.000}, & 13.988,951<t\leq 97.085,531;\\ \frac{20\cdot t}{9} + \frac{77.072.346.403.997}{2.250.000.000}, & 97.085,531<t; \end{cases} \tag{3}$$

approximativ beschreiben, wobei die Werte der Intervallgrenzen auf 3 Stellen gerundet wurden. Die Ableitung der Funktion liegt, sofern sie definiert ist, zwischen $\frac{100}{15}\approx 6,667$ und $\frac{100}{45}\approx 2,222$, wobei sich die Zahlen aus der im nächsten Abschnitt diskutierten Grenzsteuerfunktion ergeben. Da der Approximationsfehler der Funktion $\tilde{T}_G$ gegenüber der Funktion T_G geringer als $\frac{1}{2}$ ist, können daraus nur Abweichungen des zu versteuernden Einkommens resultieren, die weniger als $3\frac{1}{3}$ betragen.

Analog lässt sich die inverse Steuerbetragsfunktion des Splittingtarifs bestimmen; sie ist durch

$$I_{\tilde{T}_S^{07}}(t) = \begin{cases} 15.328, & t=0\\ \frac{100.000\sqrt{44.187\cdot t+56.250.000}}{44.187} - \frac{24.233.888}{14.729}, & 0<t\leq 1.977,726;\\ \frac{50\sqrt{45.748.000.000\cdot t+484.083.912.876.729}}{11.437} - \frac{907.108.114}{11.437}, & 1.977,726<t\leq 27.977,901;\\ \frac{50\cdot t}{21} + \frac{39.572.346.403.997}{1.050.000.000}, & 27.977,901<t\leq 194.171,061;\\ \frac{20\cdot t}{9} + \frac{77.072.346.403.997}{1.125.000.000}, & 194.171,061<t; \end{cases} \tag{4}$$

definiert. Alternativ hätte man die Funktion auch durch

$$I_{\tilde{T}_S}(t) = 2\cdot I_{\tilde{T}_G}\left(\frac{t}{2}\right)$$

aus der inversen Steuerbetragsfunktion des Grundtarifs $\tilde{T}_G$ bestimmen können. Schließlich erhält die Inverse einer Steuerbetragsfunktion einschließlich Appendixsteuern, indem man die inverse Steuerbetragsfunktion der tariflichen Einkommensteuer an der Stelle $\frac{t}{1+\tau}$ auswertet, d.h. es ergibt sich der folgende Zusammenhang:

$$I_{\hat{\tilde{T}}_\cdot}(t) = I_{\tilde{T}_\cdot}\left(\frac{t}{1+\tau}\right).$$

2.2 Die Grenzsteuerfunktion und ihre Inverse

Die Grenzsteuerfunktion ist wohl die Funktion, die in der öffentlichen Diskussion am häufigsten als Argumentationshilfe herangezogen wird. Sie ist auch im akademischen Umfeld sehr verbreitet, da sich mit ihr in einfacher Weise steuerliche Effekte abschätzen lassen. Es bedarf aber einer genaueren Auseinandersetzung mit den Eigenschaften der Funktion, um beurteilen zu können, ob sich eine derartige Abschätzung tatsächlich rechtfertigen lässt. Sind beispielsweise Freibeträge relativ hoch, so ist die Verwendung selbst bei differenzierbaren Funktionen insbesondere in den Abschnitten kritisch, in denen die Funktion relativ steil ist. Problematisch sind die Ergebnisse meist auch, wenn die Funktionen nicht differenzierbar sind oder sogar Unstetigkeitspunkte aufweisen.

Die Grenzsteuerfunktion $T'_{\cdot}$ gibt anschaulich die steuerliche Belastung für eine kleine, d.h. marginale Veränderung des Einkommens an. Die Steuerbetragsfunktion T ist — außer an den Intervallgrenzen — stetig differenzierbar, so dass für den Grundtarif die Grenzsteuerfunktion auf $\mathbb{R} \setminus \{d_1, d_2, \ldots, d_{m-1}\}$ durch

$$T'_G(x) = \sum_{i=1}^{m} (2a_i x + b_i) \cdot \mathrm{I}_{\{D_i\}}(x)$$

formuliert werden kann.

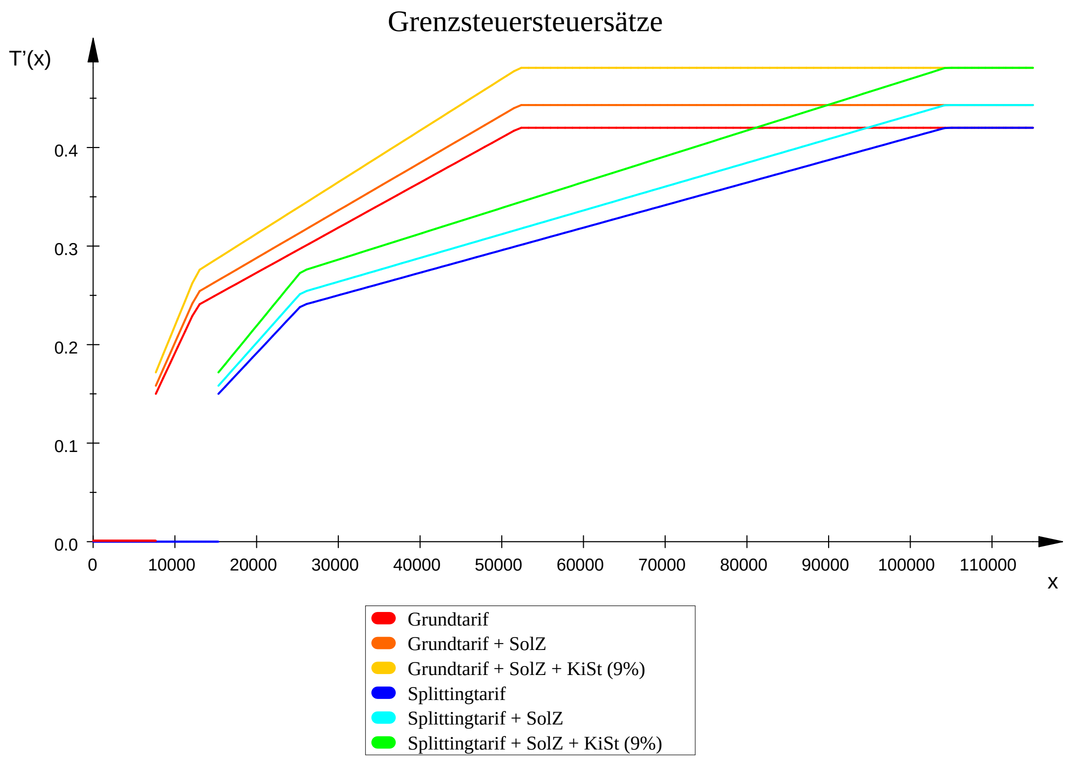

Abbildung 2: Grenzsteuerfunktionen (ohne und mit Appendixsteuern)

Für den Splittingtarif erhält man wegen

$$T'_S(x) = 2\, T'_G(y)\big|_{y=\frac{1}{2}x} \cdot \frac{dy}{dx} = T'_G\left(\tfrac{1}{2}x\right)$$

die Grenzsteuerfunktion

$$T_S'(x) = \sum_{i=1}^{m} \left(a_i x + \frac{b_i}{2}\right) \cdot \mathrm{I}_{\{\tilde{D}_i\}}(x)$$

mit

$$\begin{aligned} \tilde{D}_1 &= (-\infty; 2d_1] \\ \tilde{D}_i &= (2d_{i-1}; 2d_i]\ ,\ i = 2, \ldots, m-1 \\ \tilde{D}_m &= (2d_{m-1}; \infty)\ . \end{aligned}$$

Die Grenzsteuerfunktion des Grundtarifs (Splittingtarifs) steigt im Interval zwischen € 7.664 und € 12.739 (€ 15.328 und € 25.478) von 15% auf 23,97% an, im Interval zwischen € 12.739 und € 52.151 von $23,97\%$ auf 42%. Danach bleibt der Grenzsteuersatz konstant bis € 250.000 (€ 500.000) und steigt dann noch einmal sprunghaft auf den maximalen Satz von 45% an. In der Abbildung 2 sind die Grenzsteuerfunktionen für den Grund- und Splittingtarif im Einkommensbereich zwischen 0 und 60.000 dargestellt; die maximalen Grenzsteuersätze in den Tarifen für den Veranlagungszeitraum 2007 sind daher nicht mehr abgebildet.

Gilt $0 \leq t \leq 0,45$, so lässt sich die generalisierte Inverse für die Grenzsteuerfunktion des Grundtarifs durch

$$I_{T_G'}(t) = \begin{cases} 7.664, & 0 \leq t \leq 0,15; \\ \min\left(\frac{2.500.000.000}{44.187}t - \frac{12.116.944}{14.729}, 12.739\right), & 0,15 < t \leq 0,2397; \\ \min\left(\frac{2.500.000.000}{11.437}t - \frac{453.554.037}{11.437}, 52.151\right), & 0,2397 < t \leq 0,42; \\ 250.000, & 0,42 < t \leq 0,45; \end{cases}$$

ermitteln, während für die inverse Grenzsteuerfunktion des Splittingtarifs

$$I_{T_S'}(t) = 2 \cdot I_{T_G'}(t)$$

gilt.

2.3 Die Steuerdifferenzfunktion

Eine Funktion, die für die exakte Analyse von besonderer Bedeutung ist, ist die Steuerdifferenzfunktion oder Delta-Funktion

$$\begin{aligned} \Delta : \mathbb{R} \times \mathbb{R}_0^+ &\to \mathbb{R} \\ (x, h) &\mapsto \Delta(x, h)\,. \end{aligned}$$

Für den Grundtarif ist sie beispielsweise durch

$$\Delta_{T_G}(x, h) := T_G(x + h) - T_G(x)$$

definiert und gibt zu jedem zu versteuernden Einkommen x und jedem positiven Differenzbetrag h den Unterschied in der tariflichen Einkommensteuerbelastung an. $x+h$ wird typischerweise als eine Einkommensgröße vor Abzug eines Freibetrags interpretiert werden. Die Definition lässt sich analog auf den Splittingtarif anwenden.

Die Verwendung der Funktion gestaltet sich in Verbindung mit dem Grundtarif in (1) jedoch als recht schwierig. Das liegt insbesondere darin begründet, dass die Funktion zwar monoton in x, jedoch nicht in h ist. Mit anderen Worten, eine Verminderung von Freibeträgen kann in der Praxis ceteris paribus aufgrund von Sprungstellen zu einer geringeren Steuerbelastung führen. Die Probleme treten nicht auf, wenn der approximierte Tarif $\tilde{T}$ verwendet wird, was von nun an stets geschehen soll. Somit definieren wir die approximierte Delta-Funktion auf der Grundlage der approximierten Steuerbetragsfunktion durch

$$\Delta_{\tilde{T}_G}(x,h) := \tilde{T}_G(x+h) - \tilde{T}_G(x)\,.$$

Setzt man

$$d_i(x,h) := h(a_i(2x+h)+b_i)\,,$$

so erhält man

$$\Delta_{\tilde{T}_G}(x,h) = \begin{cases} \tilde{T}_G(x+h), & x \in D_1; \\ d_i(x,h), & x, x+h \in D_i, 1 < i; \\ (a_j - a_i)x^2 + (b_j - b_i)x + (\tilde{c}_j - \tilde{c}_i) + d_j(x,h), & x \in D_i, x+h \in D_j, 1 < i < j. \end{cases} \tag{5}$$

Die Steuerdifferenzfunktion des Splittingtarifs muss nicht gesondert berechnet werden, sondern kann wegen

$$\begin{aligned} \Delta_{\tilde{T}_S}(x,h) &:= \tilde{T}_S(x+h) - \tilde{T}_S(x) \\ &= 2\tilde{T}_G\left(\frac{x+h}{2}\right) - 2\tilde{T}_G\left(\frac{x}{2}\right) = \Delta_{\tilde{T}_S}\left(\frac{x}{2}, \frac{h}{2}\right) \end{aligned}$$

aus der des Grundtarifs abgeleitet werden.

Abbildung 3 zeigt die relative Steuerdifferenzfunktion für den Grundtarif und den Splittingtarif. Bei der relativen Steuerdifferenzfunktion wird die Steuerminderung auf die Höhe des Freibetrags bezogen, der die Ermäßigung bewirkt hat, ist also in diesem Fall durch

$$\frac{\Delta_{\tilde{T}.}(x,h)}{h}$$

gegeben. Im Rahmen von Vorteilhaftigkeitsanalysen kann der Wert der relativen Steuerdifferenzfunktion unmittelbar mit Förderquoten direkter Transferzahlungen verglichen werden.

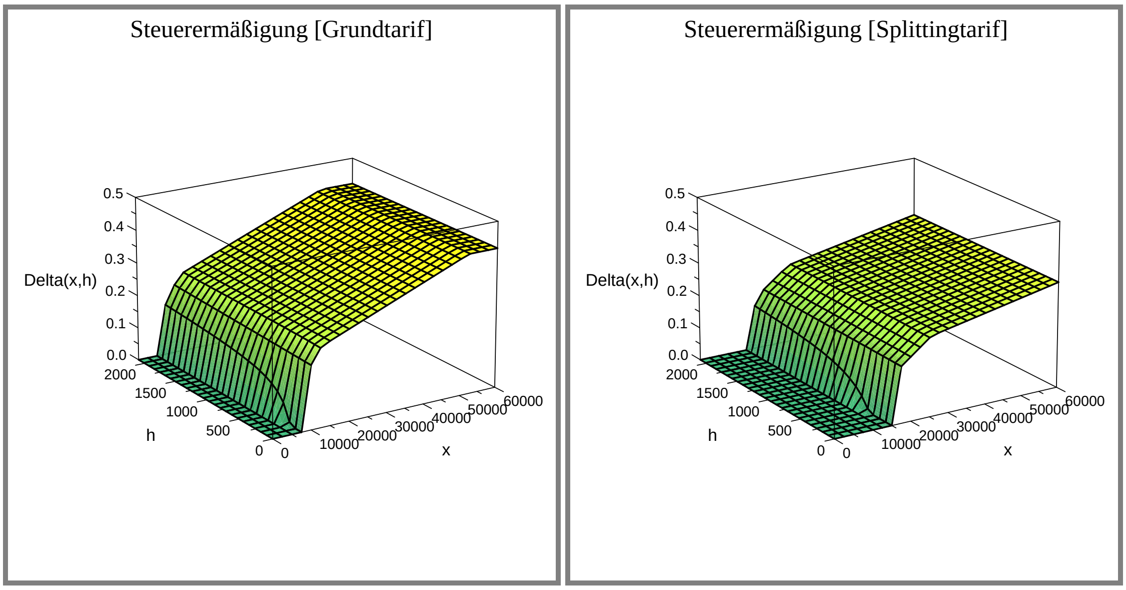

Abbildung 3: Relative Steuerdifferenzfunktion des Grund- und Splittingtarifs

Häufig wird h festgesetzt, etwa $h \equiv \bar{h}$, und die Funktionen

$$\tilde{\delta}_G(x;\bar{h}) := \Delta_{\tilde{T}_G}(x,\bar{h})$$

bzw.

$$\begin{aligned}\tilde{\delta}_S(x;\bar{h}) &:= \Delta_{\tilde{T}_S}(x,\bar{h})\\ &= \tilde{\delta}_G\left(\frac{x}{2};\frac{\bar{h}}{2}\right)\end{aligned}$$

verwendet. Sie geben für einen festen Freibetrag $\bar{h}$, der zu einem zu versteuernden Einkommen x führt, die resultierende Steuerermäßigung an. Wir werden diese Funktionen als bedingte Steuerdifferenzfunktionen bezeichnen.

Abschließend soll die Inverse der bedingten Steuerdifferenzfunktion ermittelt werden. Sie gibt für einen bestimmten Freibetrag das zu versteuernde Einkommen an, bei dem die Steuerermäßigung aus dem Freibetrag gerade einem gegebenen Betrag entspricht. In Anwendungen wird dieser Betrag häufig eine direkte Transferzahlung des Staates sein. Die Vorzüge dieser Funktion liegen auf der Hand. Vor der Berechnung der Einkommensteuer steht die Ermittlung der Bemessungsgrundlage. Das kritische Einkommen, bei dem sich Steuerermäßigung und Transferzahlung gerade die Waage halten, kann vorweg ermittelt werden. Danach kann allein auf der Grundlage der Bemessungsgrundlage die Vorteilhaftigkeit einer staatlichen Maßnahme entschieden werden.

Es ist offensichtlich, dass die Steuerdifferenzfunktion der Steuerbetragsfunktion entspricht, falls sich das zu versteuernde Einkommen nach Abzug des Freibetrags in D_1 bzw. $\tilde{D}_1$ befindet. Für diesen Fall wurde die Inverse der bedingten Steuerdifferenzfunktion bereits bestimmt, da sie mit der inversen Steuerbetragsfunktion in (3) und (4) übereinstimmt. Aus (5) wird zudem ersichtlich, dass die Inverse insbesondere dann leicht ermittelt werden kann, wenn das zu versteuernde Einkommen vor und nach Abzug des Freibetrags im gleichen Abschnitt liegt. Etwas problematischer ist die Bestimmung der

Inversen, falls durch die Berücksichtigung des Freibetrags das ermäßigte zu versteuernde Einkommen in ein anderes Intervall fällt. Je nach Größe des Freibetrags sind sehr viele Fallunterscheidungen notwendig.

Im Folgenden beschränken wir uns auf die Fälle, die einerseits alle für uns interessanten Freibeträge abdecken, andererseits aber auch gerade noch darstellbar sind. Gilt für den Freibetrag $0 < h < 7664$, so ist im Grundtarif für $0 \leq d < \Delta_G(250.000, h)$ die Inverse der bedingten Steuerdifferenzfunktion durch

$$I_{\tilde{\delta}_G}(d;h) = \begin{cases} k_{12}(d;h), & (0 \leq d < \Delta_G(7.664, h) \wedge h < 5.075) \vee \\ & (0 \leq d < \Delta_G(12.739 - h, h) \wedge h \geq 5.075); \\ k_{13}(d;h), & \Delta_G(12.739 - h, h) \leq d < \Delta_G(7.664, h) \wedge h > 5.075; \\ k_{22}(d;h), & \Delta_G(7.664, h) \leq d < \Delta_G(12.739 - h, h) \wedge h \leq 5.075; \\ k_{23}(d;h), & (\Delta_G(12.739 - h, h) \leq d < \Delta_G(12.739, h) \wedge h < 5.075) \vee \\ & (\Delta_G(7.664, h) \leq d < \Delta_G(12.739, h) \wedge h > 5.075); \\ k_{33}(d;h), & \Delta_G(12.739, h) \leq d < \Delta_G(52.151 - h, h); \\ k_{34}(d;h), & \Delta_G(52.151 - h, h) \leq d < \Delta_G(52.151, h); \\ k_{45}(d;h), & \Delta_G(250.000 - h, h) \leq d < \Delta_G(250.000, h); \end{cases} \tag{6}$$

mit

$$\begin{aligned}
k_{12}(d;h) &= \tfrac{50.000\sqrt{88.374d+56.250.000}}{44.187} - h - \tfrac{12.116.944}{14.729} \\
k_{13}(d;h) &= \tfrac{25\cdot\sqrt{91.496.000.000\cdot d+484.083.912.876.729}}{11.5437} - h - \frac{453.554.057}{11.437} \\
k_{22}(d;h) &= -\tfrac{44.187h^2+72.701.664h-5.000.000.000d}{88.374h} \\
k_{23}(d;h) &= -\tfrac{\sqrt{505.366.719h^2+39.250.897.302.150h-163.750.000.000.000d}+950.625}{32.750} + \tfrac{11.437}{32.750}h + \tfrac{16.688.129}{1.310} \\
k_{33}(d;h) &= -\tfrac{11.437h^2+907.108.114h-5.000.000.000d}{22.874h} \\
k_{34}(d;h) &= -\tfrac{4\sqrt{1.501.106.250.000h-3.574.062.500.000d}+1.590.121}{11.437} + \tfrac{596.445.943}{11.437} \\
k_{45}(d;h) &= \tfrac{100}{3}d - 15h + 250.000
\end{aligned}$$

bestimmt.

Das Ergebnis erscheint auf den ersten Blick als nahezu undurchdringliches Gebilde. Man sollte jedoch berücksichtigen, dass es an dieser Stelle in Hinblick auf den Freibetrag recht allgemein formuliert wurde. In der konkreten Analyse ist die Höhe des Freibetrags häufig gegeben, wie etwa der Freibetrag für Kinder im folgenden Abschnitt zum Familienleistungsausgleich. Die Zahl der Fallunterscheidungen reduziert sich und die abschnittsweise definierten Funktionen vereinfachen sich. Ein Vergleich mit (8) macht dies deutlich.

Die Inverse $I_{\tilde{\delta}_G}\left(\frac{d}{2};\frac{h}{2}\right)$ ist gerade das zu versteuernde Einkommen, für das

$$\sup\left\{y \in \mathbb{R} : \tilde{T}_G\left(y + \frac{h}{2}\right) - \tilde{T}_G(y) \leq \frac{d}{2}\right\}$$

gilt. Setzt man nun $y = \frac{x}{2}$, so ist dieser Ausdruck gleich

$$\begin{aligned}
&\sup\left\{x \in \mathbb{R} : \tilde{T}_G\left(\frac{x}{2}+\frac{h}{2}\right) - \tilde{T}_G\left(\frac{x}{2}\right) \leq \frac{d}{2}\right\} \\
=&\sup\left\{x \in \mathbb{R} : \frac{1}{2}\tilde{T}_S(x+h) - \frac{1}{2}\tilde{T}_S(x) \leq \frac{d}{2}\right\}.
\end{aligned}$$

Die Inverse der (bedingten) Steuerdifferenzfunktion des Splittingtarifs lässt sich nun durch

$$I_{\tilde{\delta}_S}(d;h) = 2I_{\tilde{\delta}_G}\left(\frac{d}{2};\frac{h}{2}\right) \tag{7}$$

aus der des Grundtarifs bestimmen.

Auch die Berücksichtigung von (linearen) Appendixsteuern bereitet keine Probleme. Offensichtlich gilt

$$\begin{aligned}
I_{\hat{\tilde{\delta}}_\cdot}(d;h) &:= \sup\left\{x \in \mathbb{R} : \frac{1}{2}\hat{\tilde{T}}_S(x+h) - \frac{1}{2}\hat{\tilde{T}}_S(x) \leq \frac{d}{2}\right\} \\
&= \sup\left\{x \in \mathbb{R} : \frac{1}{2}\tilde{T}_S(x+h) - \frac{1}{2}\tilde{T}_S(x) \leq \frac{\hat{d}}{2}\right\} = I_{\tilde{\delta}_\cdot}\left(\hat{d};h\right)
\end{aligned}$$

mit

$$\hat{d} := \frac{d}{1+\tau}.$$

3 Der Familienleistungsausgleich

Nach § 31 EStG soll im Rahmen des Familienausgleichs gewährleistet werden, dass das Existenzminimum eines Kindes sowie die Aufwendungen für dessen Betreuung und Erziehung oder Ausbildung (BEA) steuerlich freigestellt sind. Dazu wird für jedes Kind, sofern ein entsprechender Anspruch besteht, laufend Kindergeld als Steuervergütung gezahlt. Im Rahmen der Veranlagung wird — für jedes Kind gesondert — der gezahlte Kindergeldbetrag mit dem Steuervorteil verglichen, der bei einer Gewährung der Freibeträge für Kinder nach § 32 EStG anfallen würde. Übersteigt der Steuervorteil das Kindergeld, so werden einerseits die Freibeträge berücksichtigt, andererseits die tarifliche Einkommensteuer um den Kindergeldbetrag erhöht, so dass bei der Veranlagung nur noch die Differenz zwischen Steuervorteil und Kindergeld ausgezahlt wird. Man spricht hier von der Günstigerprüfung im Rahmen des Familienleistungsausgleichs. Liegt der Steuervorteil unterhalb des Kindergelds, so wird diese Differenz nicht einbehalten, sondern als „Förderung der Familie“ angesehen.

Werden also Freibeträge für Kinder gewährt, so hat dies für die Ermittlung der Einkommensteuer zwei Konsequenzen. Zum einen ermäßigt sich das zu versteuernde Einkommen um die Freibeträge; das Einkommen und das zu versteuernde Einkommen fallen nun auseinander (von der Härtefallregelung nach § 46 Abs. 3 und 5 EStG wird in dieser Arbeit in jedem Fall abgesehen). Zum anderen erhöht sich die tarifliche Einkommensteuer um den Betrag des Kindergelds. In diesem Abschnitt soll nun das kritische Einkommen bestimmt werden, bei dem das Kindergeld und der Steuervorteil aus der Gewährung der Freibeträge für Kinder gerade übereinstimmen.

Die Analyse wird dadurch erschwert, dass einerseits für jedes Kind die Beträge unterschiedlich sein können, da auf Monatsbasis über die Anspruchsberechtigung entschieden wird. Zudem wird die Günstigerprüfung für jedes Kind gesondert, beginnend mit dem ältesten Kind, durchgeführt. Die Höhe der steuerlichen Belastung lässt sich zwar leicht algorithmisch ermitteln, kritische Einkommen können unter diesen Bedingungen analytisch jedoch nicht bestimmt werden. Wir werden daher der Einfachheit halber annehmen, dass der Anspruch auf Kindergeld jeweils für den gesamten Veranlagungszeitraum besteht. Die Analyse führt dann zum Begriff der kritischen Kinderzahl. Sie gibt zum einen unter den getroffenen Annahmen in eindeutiger Weise das Kind an, für das bei einem gegebenen Einkommen gerade noch die Freibeträge für Kinder gewährt werden, zum anderen aber auch die Gesamtzahl der Kinder, für die die Freibeträge berücksichtigt werden.

Seit dem Veranlagungszeitraum 2002 beträgt das Kindergeld s_κ für 12 Monate

$$s_\kappa(k) = \begin{cases} 1.848, & k \leq 3; \\ 2.148, & k \geq 4; \end{cases}$$

wobei $k \geq 1$ die Ordnungszahl des Kindes entsprechend der chronologischen Reihenfolge der Geburtsdaten angibt. Die Freibeträge für Kinder f_κ nach § 32 EStG setzen sich zusammen aus dem Freibetrag für das sächliche Existenzminimum ϕ_κ, der auch als Kinderfreibetrag bezeichnet wird, und dem Freibetrag für den Betreuungs- und Erziehungs- oder Ausbildungsbedarf ϕ_{BEA}, der häufig als BEA-Freibetrag aufgeführt wird,

$$f_\kappa = \phi_\kappa + \phi_{BEA}\,.$$

Seit dem Veranlagungszeitraum 2002 beträgt der Kinderfreibetrag $\phi_\kappa = 3.648$ und der BEA-Freibetrag $\phi_{BEA} = 2.160$. Unter den getroffenen Annahmen ergibt sich die Gesamtheit der Freibeträge für Kinder $F_\kappa(x_e, K)$ bei einem Einkommen x_e und K Kindern durch

$$F_\kappa(x_e, K) = \sum_{k=1}^{K} f_\kappa \cdot \mathrm{I}_{\left\{\tilde{\delta}_\cdot(x_e - k f_\kappa; f_\kappa) > s_\kappa(k)\right\}}\,.$$

Diese Darstellung ist möglich, da f_κ für alle Kinder gleich ist und das Kindergeld eine monoton steigende Funktion der Ordnungszahl ist. Reicht der Freibetrag nicht aus, um einen Steuervorteil zu generieren, der das Kindergeld für das k-te Kind übersteigt, dann wird er erst recht keinen Steuervorteil bewirken, der das gleich hohe oder gar höhere Kindergeld für ein später geborenes Kind übersteigt. Es gibt also eine Ordnungszahl k, so dass für alle Kinder $1, \ldots, k$ der Kinderfreibetrag gewährt und für alle Kinder $k+1, \ldots, K$ lediglich das Kindergeld gezahlt wird, es sei denn, die Bedingung

$$\tilde{\delta}_\cdot(x_e - k f_\kappa; f_\kappa) > s_\kappa(k)$$

ist für kein Kind oder für alle Kinder erfüllt. In jedem Fall lässt sich unter der eingangs getroffenen Annahme der Gesamtbetrag der Freibeträge für Kinder durch

$$F_\kappa(x_e, K) = K^* \cdot f_\kappa$$

darstellen, wobei die kritische Kinderzahl K^* durch

$$K^* = k^* := \max\Big(\{0\} \cup \{k \in \mathbb{N} : \tilde{\delta}_{\cdot}(x_e - k f_\kappa; f_\kappa) > s_\kappa(k),\ 1 \le k \le K\}\Big)$$

gegeben ist.

Wegen

$$\frac{s_\kappa(k)}{\frac{1}{2} f_\kappa} = \begin{cases} \frac{7}{11}, & k \le 3; \\ \frac{179}{242}, & k \ge 4. \end{cases}$$

käme die Berücksichtigung von Kinderfreibeträgen bei Alleinerziehenden, die Kindergeld erhalten, erst bei Grenzsteuersätzen von über 63% bzw. 73% in Betracht, die allerdings im deutschen Steuerrecht selbst unter Einbeziehung von Appendixsteuern nicht erreicht werden.

Für zusammen veranlagte Ehepaare kann das kritische zu versteuernde Einkommen x^* ermittelt werden, bei dem der Steuervorteil aus den Freibeträgen für Kinder mit dem Kindergeldbetrag übereinstimmt, d.h. bei dem

$$\tilde{\delta}_S(x^*; f_\kappa) = s_\kappa(k)$$

gilt.

Auf der Grundlage der im Abschnitt 2.3 entwickelten Inversen ist es nun möglich, die Bemessungsgrundlagen analytisch zu bestimmen. Legt man in (6) den Freibetrag durch $h = \frac{1}{2} f_\kappa = 2.904$ fest, so reduziert sich die Funktion auf

$$I_{\tilde{\delta}_G}\left(d; \tfrac{1}{2} f_\kappa\right) = \begin{cases} \frac{50.000\sqrt{56.250.000 + 88.374 \cdot d}}{44.187} - \frac{54.889.960}{14.729}, & 0 \le d < 510,128; \\ \frac{312.500.000}{16.039.881} \cdot d - \frac{33.503.452}{14.729}, & 510,128 \le d < 621,560; \\ \frac{450.416.273}{32.750} - \frac{\sqrt{118.246.472.446.932.529 - 163.750.000.000.000 \cdot d}}{32.750}, & 621,560 \le d < 715,379; \\ \frac{312.500.000}{4.151.631} \cdot d - \frac{470.160.581}{11.437}, & 715,379 \le d < 1.200,396; \\ \frac{596.445.943}{11.437} - \frac{4\sqrt{4.359.212.551.590.121 - 3.574.062.500.000 \cdot d}}{11.437}, & 1.200,396 \le d < 1.219,68; \\ \frac{100}{3} \cdot d + 206.440, & 1.219,68 \le d < 1.306,8. \end{cases} \tag{8}$$

Verwendet man nun für ein Ehepaar, dessen Einkommensteuer nach dem Splittingverfahren ermittelt wird, die Beziehung (7), so lassen sich für die tarifliche Einkommensteuer die kritischen zu versteuernden Einkommen

$$x^*_{\{K \le 3\}} := I_{\tilde{\delta}_S}(1.848, 5.808)$$

und

$$x^*_{\{K > 3\}} := I_{\tilde{\delta}_S}(2.148, 5.808)$$

durch

$$I_{\tilde{\delta}_S}(s_\kappa(k), 5.808) = 2 \cdot I_{\tilde{\delta}_G}\left(\tfrac{1}{2} s_\kappa(k), 2.904\right)$$

berechnen. Konkret erhält man die Schwellenwerte

$$x^*_{\{K\leq 3\}} = 56.884,49$$

und

$$x^*_{\{K>3\}} = 79.465,98\,.$$

An dieser Stelle ist ein Vergleich mit den durch das Finanzamt auf der Grundlage des Splittingverfahrens T_S^{EStG} ermittelten Werten aufschlussreich. Folgt man der Vorgehensweise der Finanzbehörde, so betragen die kritischen Werte 57.001 bzw. 79.529. Tatsächlich gilt

$$\begin{aligned} &T_S^{\mathrm{EStG}}(57.001+5.808) - T_S^{\mathrm{EStG}}(57.001) && (9)\\ &= 12.518 - 10.670 = 1.848 && (10) \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} &T_S^{\mathrm{EStG}}(79.529+5.808) - T_S^{\mathrm{EStG}}(79.529) && (11)\\ &= 20.422 - 18.274 = 2.148\,. && (12) \end{aligned}$$

Die Abweichungen in Höhe von $116,51$ $(0,2\%)$ bzw. $63,02$ $(0,1\%)$ lassen sich alleine durch das im Einkommensteuergesetz festgehaltene Rundungsverfahren erklären. Während die approximierende Steuerbetragsfunktion in diesem Abschnitt streng monoton steigend ist, liefert der reale Tarif beispielsweise für alle zu versteuernden Einkommen zwischen 79.526 und 79.531 einen Betrag von 18.274. Andererseits steigt die tarifliche Einkommensteuer direkt um 2 an, wenn das zu versteuernde Einkommen von 85.337 auf 85.338 steigt. In Verbindung mit der recht flachen Funktion der Differenz der Inversen führen die durch die Unstetigkeit resultierenden Ungenauigkeiten zu relativ starken Abweichungen beim zu versteuernden Einkommen. Wir gehen jedoch davon aus, dass sie ökonomisch nicht ins Gewicht fallen werden.

Sind die kritischen zu versteuernden Einkommen erst einmal bestimmt, dann lässt sich aus der Differenz zum Einkommen schließen, für wie viele der K Kinder die Freibeträge angesetzt werden. Die folgende Funktion gibt genau diese Zahl zurück, wobei sie so konstruiert ist, dass die Ergebnisse auch tatsächlich zwischen 0 und K liegen:

$$K^*(x_e,K) = \min\left(\left(\left\lfloor\frac{x_e - x^*_{\{k\leq 3\}}}{5.808}\right\rfloor\right)^+ + \left(\left\lfloor\frac{x_e - 3\cdot 5.808 - x^*_{\{k>3\}}}{5.808}\mathrm{I}_{\{K>3\}}\right\rfloor\right)^+, K\right).$$

Schließlich erhält man das kritische Einkommen, indem man zum kritischen zu versteuernden Einkommen die Zahl der tatsächlich angesetzten Freibeträge hinzu addiert:

$$x_e^* = \begin{cases} x^*_{\{k\leq 3\}} + K^*\cdot 5.808,00, & K^*\leq 3;\\ x^*_{\{k>3\}} + K^*\cdot 5.808,00, & K^* > 3. \end{cases}$$

Abschließend sollen die im Abschnitt 2.1 eingeführten Annahmen bezüglich der Appendixsteuern leicht modifiziert werden. Zwar wird weiterhin angenommen, dass die Appendixsteuern lineare Funktionen des Steuerbetrags sind, allerdings wird dieser Steuerbetrag, sofern nicht für alle Kinder Freibeträge berücksichtigt werden, nicht auf der Grundlage der tatsächlichen Bemessungsgrundlage ermittelt. So besagt beispielsweise der § 3 Abs. 2 SolzG, dass die Bemessungsgrundlage so anzusetzen ist, als ob für Kinder, für die ein Anspruch auf Kindergeld besteht, in jedem Fall Freibeträge nach § 32 EStG zu berücksichtigen wären. Entsprechende Regelungen existieren in den Kirchensteuergesetzen der Bundesländer. In einer weiteren Annäherung an das Einkommensteuerrecht formulieren wir nun die steuerliche Gesamtbelastung durch

$$\hat{T}_{\cdot}(x_e, K) := T_{\cdot}(x_e - K^* f_\kappa) + \tau(T_{\cdot}(x_e - K f_\kappa)) \; .$$

Letztlich wurde diese Regelung bei den bisherigen Berechnungen schon implizit angewendet. Wäre die Gesamtbelastung stattdessen durch

$$(1+\tau)T_{\cdot}(x_e - K^* f_\kappa)$$

gegeben, dann hätte die Günstigerprüfung nicht auf der Grundlage der tariflichen Einkommensteuer durchgeführt werden können, wie dies beispielsweise in (9) bzw. (11) praktiziert wurde. Erst die pauschale Ansetzung aller anspruchsberechtigten Kinder bei der Ermittlung der Appendixsteuern führt zur Vereinfachung der Günstigerprüfung und lässt insbesondere die Bestimmung kritischer Einkommensgrenzen unabhängig von – beispielsweise – der Religionszugehörigkeit zu.

4 Schlussbemerkungen

Die Ergebnisse dieser Arbeit schaffen die Grundlage für eine sehr präzise Analyse der ökonomischen Auswirkungen, die durch das Einkommensteuergesetz impliziert werden. Mit der Inversen der bedingten Steuerdifferenzfunktion wurde das perfekte Instrument zum Vergleich von Transferzahlungen und Steuervorteilen durch Freibeträge entwickelt. Obwohl die Funktionen für die konkreten Veranlagungszeiträume 2005 – 2007 bestimmt wurden, lassen sich die Werte für Tarife mit gleicher Struktur, aber veränderten Parametern neu berechnen.

Die Ergebnisse lassen sich sehr vielfältig einsetzen. Im Rahmen unseres Forschungsprojekts werden sie verwendet, um die steuerliche Förderung der Beiträge zur Altersvorsorge beurteilen zu können. Der Vergleich von direkten Transferzahlungen und Steuerermäßigungen tritt konstruktionsbedingt bei Verträgen nach dem Altersvorsorgeverträge-Zertifizierungsgesetz, den so genannten Riester-Verträgen, auf. Grundsätzlich werden für Einzahlungen in derartige Verträge staatliche Zulagen gewährt. Der Gesamtbetrag kann jedoch im Rahmen der Veranlagung bis zu bestimmten Höchstgrenzen als Sonderausgaben geltend gemacht werden. Das Finanzamt prüft dann im Rahmen der Günstigerprüfung, ob der Steuervorteil die Zulage übersteigt und zahlt gegebenenfalls den Differenzbetrag aus. Die Steuerdifferenzfunktion ermittelt gerade den zum Vergleich herangezogenen Betrag, die Inverse der Funktion ermöglicht es, bereits eine Beurteilung aufgrund des zuvor berechneten zu versteuernden Einkommens abgeben zu können.

Die Steuerdifferenzfunktion kam bereits in dieser Untersuchung bei der Ermittlung der Freibeträge für Kinder sinnvoll zum Einsatz. Die ökonomische Analyse steuerlicher Maßnahmen wird bei Steuerpflichtigen bzw. Ehepaaren mit Kindern stark vereinfacht, da die im Einkommensteuergesetz kodifizierte Günstigerprüfung nicht mehr explizit durchgeführt werden muss. Der Umfang der gewährten Freibeträge kann allein aufgrund des Einkommens und der Zahl der Kinder bestimmt werden.

Literatur

[1] *Einkommensteuergesetz in der Fassung der Bekanntmachung vom 19. Oktober 2002 (BGBl. I S. 4210; 2003 I S. 179), zuletzt geändert durch Artikel 13a Nummer 2 des Gesetzes vom 16. Juli 2007 (BGBl. I S. 1330)*

[2] *Jahressteuergesetz 2007 in der Fassung der Bekanntmachung vom 21. Dezember 2006 (BGBl. I S. 2878)*

[3] *Solidaritätszuschlaggesetz 1995 in der Fassung der Bekanntmachung vom 15. Oktober 2002 (BGBl. I S. 4130), zuletzt geändert durch Artikel 14 des Gesetzes vom 13. Dezember 2006 (BGBl. I S. 2878)*

[4] SCHMIDT, Ludwig: *Einkommensteuergesetz. Kommentar.* 24. Auflage. München : Verlag C. H. Beck, 2005

[5] VON SICHERER, Klaus: *Einkommensteuer*. München, Wien : Oldenbourg, 2005

[6] ZENTHÖFER, Wolfgang ; SCHULZE ZUR WIESCHE, Dieter: *Einkommensteuer*. 9. völlig neu bearb. Auflage. Stuttgart : Schäffer-Poeschel, 2007

Diskussionspapiere der Fakultät für Wirtschaftswissenschaften ab Nr. 511/2004

511.	Martin Feldmann Stephanie Müller	Simulation von Reentrant Lines mit ARENA: Ergebnisse eines Projektes zur Betriebsinformatik Januar 2004
512.	Xuemin Zhao Reinhold Decker	Choice of Foreign Market Entry Mode Cognitions from Empirical and Theoretical Studies January 2004
513.	Volker Böhm Jochen Jungeilges	Estimating Affine Economic Models With Discrete Random Perturbations January 2004
514.	Ralf Wagner	Mining Promising Qualification Patterns February 2004
515.	Ralf Wagner	Contemporary Marketing Practices in Russia February 2004
516.	Reinhold Decker Ralf Wagner Sören Scholz	Environmental Scanning in Marketing Planning – An Internet-Based Approach –
517.	Dirk Biskup Martin Feldmann	Lot streaming with variable sublots: an integer programming formulation April 2004
518.	Andreas Scholze	Folgebewertung des Geschäfts- oder Firmenswerts aus Sicht der Meß- bzw. Informationsgehaltsperspektive April 2004
519.	Hans Gersbach Jan Wenzelburger	Do risk premia protect from banking crises? May 2004
520.	Marten Hillebrand Jan Wenzelburger	The impact of multiperiod planning horizons on portfolios and asset prices in a dynamic CAPM May 2004
521.	Stefan Wielenberg	Bedingte Zahlungsversprechen in der Unternehmenssanierung Juni 2004
522.	Sören Scholz, Ralf Wagner	The Quality of Prior Information Structure in Business Planning - An Experiment in Environmental Scanning - August 2004
523.	Jan Thomas Martini Claus-Jochen Haake	Negotiated Transfer Pricing in a Team-Investment Setting October 2004
524.	Reinhold Decker	Market basket analysis by means of a growing neural network November 2004
525.	Reinhold Decker Sören Scholz	Wie viel darf guter Service kosten? Einkaufsstättenbedingte Preiswahrnehmung im Selbstmedikationsmarkt November 2004
526.	Fred G. Becker Roman Bobrichtchev Natascha Henseler	Ältere Arbeitnehmer und alternde Belegschaften: Eine empirische Studie bei den 100 größten deutschen Unternehmen Dezember 2004
527.	Jan Wenzelburger Hans Gersbach	Risk Premia in Banking and the Macroeconomy" December 2004
528.	Joachim Frohn, Chen Pu	Alternative ökonometrische Zeitverwendungsmodelle Dezember 2004
529.	Stefan Niermann Joachim Frohn	Standortfaktoren und ihre Bedeutung für das Abwandern von Unternehmen
530.	Christoph Wöster	Constructing Arbitrage-free Binomial Models December 2004
531.	Fred G. Becker, Natascha Henseler u.a.	Fremdmanagement in Familienunternehmen Januar 2005
532.	Andreas Scholze	Die Bestimmung des Fortführungs-werts in der Unternehmensbewertung mithilfe des Residualgewinnmodells Februar 2005
533.	Marten Hillebrand Jan Wenzelburger	On the Dynamics of Asset Prices and Portfolios in a Multiperiod CAPM" February 2005
534.	Jan Thomas Martini	Transfer Pricing for Coordination and Profit Determination: An Analysis of Alternative Schemes February 2005
535.	Klaus Wersching	Innovation and Knowledge Spillover with Geographical and Technological Distance in an Agentbased Simulation Model May 2005
536.	Anne Chwolka Jan Thomas Martini Dirk Simons	Accounting-Data-Based Transfer Prices in a Team-Investment Setting May 2005
537.	Sören W. Scholz Ralf Wagner	Autonomous Environmental Scanning on the World Wide Web June 2005
538.	Thorsten Pampel	On the convergence of balanced growth in continous time July 2005
539.	Fred G. Becker Michael K. Ruppel	Karrierestau - Ein Problem von Führungskräften wie Organisationen Juli 2005
540.	Li Xihao Jan Wenzelburger	Auction Prices and Asset Allocations of the Electronic Equity Trading System *Xetra* August 2005
541.	Volker Böhm	Technology Choice with

Diskussionspapiere der Fakultät für Wirtschaftswissenschaften ab Nr. 511/2004

	Luca Colombo	Externalities - A General Equilibrium Approach August 2005
542.	Martin Feldmann Dirk Biskup	On lot streaming with multiple products August 2005
543.	Christoph Wöster	Die Ermittlung des Conversion Factors im Futures-Handel September 2005
544.	Thomas Braun	The impact of taxation on upper and lower bounds of enterprise value October 2005
545.	Christoph Wöster	Replication in Consistent Binomial Models November 2005
546.	Thomas Braun	Asymmetrische Information, Beteili-gungsfinanzierung und drohende Überschuldung Dezember 2005
547.	Volker Böhm, Tomoo Kikuchi, George Vachadze	Welfare and the Role of Equity in an Economy with Capital Accumulation. December 2005
548.	Volker Böhm, Thorsten Pampel, Jan Wenzelburger	On the stability of balanced growth December 2005
549.	Jan Wenzelburger Hans Gersbach	Sophistication in Risk Management and Banking Stability: The Long Term February 2006
550.	Jan Wenzelburger Hans Gersbach	Sophistication in Risk Management and Banking Stability: The Short Term February 2006
551.	Volker Böhm, Tomoo Kikuchi, George Vachadze	On the Role of Equity for the Dynamics of Capital Accumulation May 2006
552.	Andreas Scholze	Buchwertorientierte Finanzierungs-politik in der Unternehmensbewer-tung Juni 2006
553.	Volker Böhm George Vachadze	Endogenous Inequality of Nations through Asset Market Integration August 2006
554.	Tomoo Kikuchi	Inequality of Nations and Endogenous Fluctuations in a Two Country Model August 2006
555.	Volker Böhm, George Vachadze	Credit Risk and Symmetry Breaking Through Financial Market Integration August 2006
556.	Tomoo Kikuchi	"International Asset Market, Nonconvergence, and Endogenous Fluctuations" September 2006
557.	Hermann Jahnke, Stefan Wielenberg, Heinrich Schumacher.	Integration von in- und externem Rechnungswesen in mittelständisch strukturierten Unternehmen: Aktueller Stand und Perspektiven unter dem Eindruck der Einführung der Internationalen Rechnungs-legungsstandards September 2006
558.	Volker Böhm, Tomoo Kikuchi George Vachadze	Asset Pricing with Markovian Productivity Growth October 2006
559.	Christoph Wöster	Pricing Derivatives Under a Gains Tax Regime: New Impacts October 2006
560.	Marten Hillebrand	The Role of Pension Systems and Demographic Change on Asset Prices and Capital Formation February 2007
561.	Dirk Biskup Jan Herrmann	A new heuristic for the total tardiness problem with parallel machines February 2007
562.	Dirk Biskup Jan Herrmann	Single-machine scheduling against due dates with past-sequence dependent setup times February 2007
563.	Fred G. Becker Sabine Reddehase Felix Schmalenberger Szilvia Sipos-Szabo Astrid Meißner	Corporate Social Responsibility - Eine empirische Studie in Ostwest-falen-Lippe April 2007
564.	Fred G. Becker, Ellena Werning, Claudia Molenda	Barrieren der Förderung von Beruf und Familie in mittelständischen Unternehmen: Eine empirische Studie im Kreis Gütersloh. Mai 2007
565.	Volker Böhm Marten Hillebrand	"On the Inefficiency of Pay-As-You-Go Pension Systems in Stochastic Economies with Assets" June 2007
566.	Scholze, Andreas Wielenberg, Stefan	Depreciation and Impairment: A Tradeoff in a Stewardship Setting June 2007
567.	Marten Hillebrand Jan Wenzelburger	Multi-period Consumption and Investment Decisions under Uncertainty Revisited June 2007
568.	Ralf Wagner Sören Scholz	Linear and Nonlinear Biplots of Strategic Uncertainty and Scanning Behavior September 2007
569.	Reinhold Decker Sören W. Scholz	Der Einsatz von Poisson-Regressionsmodellen zur Analyse von Konsumentenpräferenzen auf Basis von Online-Dialogdaten Oktober 2007

Diskussionspapiere der Fakultät für Wirtschaftswissenschaften ab Nr. 511/2004

570.	Christoph Wöster	Einkommensteuertarife und Familienleistungsausgleich - Eine quantitative Analyse des deutschen Steuerrechts Dezember 2007