

Simulation von gekoppelten magnetischen Systemen anhand von 3D-Gitterrechnungen

Dissertation zur Erlangung des Doktorgrades
der Fakultät für Physik der
Universität Bielefeld

vorgelegt von
Konstantinos Diplas
aus Herford

06.08.2003

Erklärung

Hiermit erkläre ich an Eides statt, daß ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfaßt und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel verwendet habe.

Bielefeld, 06.08.2003

Konstantinos Diplas

Datum des Einreichens der Arbeit: 06.08.2003

Gutachter:

Prof. Dr. G. Reiss

Prof. Dr. G. Sagerer

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Theoretische Grundlagen	5
2.1	Ferromagnetische Wechselwirkung	5
2.2	Zwischenschichtkopplung, linearer Term	7
2.3	Zwischenschichtkopplung, quadratischer Term (90°-Kopplung)	9
2.4	Pinholes	10
2.5	Volumenanisotropie	10
2.5.1	Komponentenzerlegung des Anisotropiefeldes	11
2.6	Berechnung des Dipolfeldes	14
2.6.1	Verfahren I: Streufeld einer Punktladung	15
2.6.2	Verfahren II: Streufeldberechnung durch Integration über die Quellzelle	16
2.6.3	Verfahren III: Streufeldberechnung durch zusätzliche Integration über die Zielzelle	18
2.6.4	Vergleich der unterschiedlichen Berechnungsverfahren	21
2.7	Iterationsverfahren	25
2.8	Allgemeine Eigenschaften des Modells	26
3	Beschleunigungsverfahren	27
3.1	Der Relaxationsfaktor	27
3.2	Adaptive Verfahren zur Bestimmung von ω	29
3.2.1	Das Verfahren nach Bunse-Gerstner	30
3.2.2	Adaptives Verfahren nach Hagemann und Young	30
3.2.3	Chebyscheff Beschleunigung	31
3.3	Fouriertransformation	35
4	Simulationsergebnisse	38
4.1	Vergleich der Gitterrechnung mit dem analytischen Model	38
4.2	Temperaturabhängigkeit	40
4.3	Einfluß von Pinholes	45
4.4	af-Kopplung, quadratischer Term	56

4.5	Unterschiedliche Schichtdicken	60
4.5.1	af-Kopplung, linearer Term	60
4.5.2	af-Kopplung, quadratischer Term	62
4.5.3	Einfluß von Pinholes	63
4.6	Anisotropie	64
4.6.1	af-Kopplung, linearer Term	64
4.6.2	af-Kopplung, quadratischer Term	69
4.6.3	Einfluß von Pinholes	70
4.6.4	Schichten mit unterschiedlichen Anisotropiefeldern	71
4.6.5	Temperaturabhängigkeit	72
4.7	Dipolkopplung	77
4.7.1	Theroretischer Vergleich der Dipolrechnungen	77
4.7.2	Einfluß der Formanisotropie	85
4.7.3	Einfluß der Dipolkopplung auf ein Array von Schichten	94
4.7.4	af-gekoppelte Schichten	99
4.7.5	af-gekoppelte Schichten mit Anisotropie	102
5	Zusammenfassung und Ausblick	105
5.1	Zusammenfassung	105
5.2	Ausblick	108
6	Liste der Formelzeichen	109

Kapitel 1

Einleitung

Im Zuge der technischen Entwicklung und Miniaturisierung gewinnen magnetische Schichtsysteme immer mehr an Bedeutung. Einsatzbereiche von magnetischen af-gekoppelten Schichtsystemen sind z. B. Leseköpfe von Festplatten [1] oder auch zukünftig geplante Speichersysteme (MRAM [2], [3]). Die Vorteile, die diese Schichtsysteme bieten, sind die geringe Leistungsaufnahme, die Skalierungsinvarianz des Signals und die hohe Integrationsdichte. Bei diesen miniaturisierten magnetischen Schichtsystemen wird es immer schwieriger, die unterschiedlichen Einflüsse zu untersuchen, die sich auf die Magnetisierung einer Schicht oder eines Schichtsystems auswirken können. Denkbare Einflüsse auf ein solches Schichtsystem sind z. B. die Form-, Kristallanisotropie, Streufelder von benachbarten magnetischen Elementen, antiferromagnetische Kopplung zwischen zwei magnetischen Schichten, Pinholes und Temperatur. Durch das Entwickeln eines entsprechenden Gittermodells, welches die oben genannten Einflüsse einbezieht, ist es möglich die Eigenschaften eines magnetischen Elementes theoretisch zu untersuchen. Bei diesen Rechnungen handelt es sich nicht um ein "physikalisches" Kristallgitter, sondern um ein numerisches, so daß jeder Gitterpunkt ein Ensemble von Atomen repräsentiert. Diese grobe Darstellung hat zur Folge, daß die Ergebnisse, je nach Diskretisierung des Modells, von der Realität abweichen können. Durch eine Verfeinerung des Gitters lassen sich diese Abweichungen reduzieren, was aber auf Kosten der Rechenzeit und des Arbeitsspeichers geht. Ein weiterer Nachteil bei Gitterrechnungen ist, daß man aus numerischer Sicht sehr instabile Konfigurationen erhalten kann, die zu Oszillationen um einen Konvergenzpunkt führen können oder, daß das Program nicht in das richtige Energieminimum konvergiert, sondern in Nebenminima gerät und dadurch falsche Ergebnisse berechnet werden.

Im nachfolgenden Verlauf wird der Inhalt der einzelnen Kapitel kurz beschrieben:

- **Kapitel 2:** Es werden die für die Gitterrechnung benötigten Feldkomponenten über die entsprechenden Energieterme hergeleitet. Angefangen wird mit der ferromagnetischen Austauschkopplung. Es folgt die antiferromagnetische (af) Kopplung, die aus einem linearen und quadratischen Anteil besteht. Im weiteren werden die Pinholes und ihre Auswirkung auf ein af-gekoppeltes Schichtsystem beschrieben.

Bei dem Anisotropiefeld werden zwei unterschiedliche Verfahren zur Herleitung der Feldkomponenten vorgestellt und die Ergebnisse miteinander verglichen.

Auch bei der Ermittlung der Dipolfelder werden drei unterschiedliche Verfahren gezeigt, die ebenfalls miteinander verglichen werden.

Am Ende dieses Kapitels erfolgt eine Beschreibung des Iterationsverfahrens, welches in den nachfolgenden Gitterrechnungen benutzt wird. Da dieses Verfahren auf einem sehr einfachen Modell von Fulghum [4] basiert, werden die Eigenschaften dieses Modells ebenfalls erwähnt.

- **Kapitel 3:** In diesem Kapitel werden zwei unterschiedliche Beschleunigungsverfahren vorgestellt. Das erste Verfahren beschreibt den Einsatz eines Relaxationsfaktors ω , der für die schnellere Konvergenz der Gitterrechnung benutzt wird. Es werden die Eigenschaften des Relaxationsfaktors, aber auch die adaptiven Möglichkeiten zur Bestimmung von ω untersucht.
Das zweite Verfahren behandelt den Einsatz der Fast Fouriertransformation (FFT), die zur Ermittlung der Streufelder benutzt wird. Durch diesen Einsatz ist es möglich, den Zeitaufwand, der bei der Streufeldberechnung entsteht, enorm zu reduzieren. Ein Flußdiagramm, das den allgemeinen Programmablauf mit dem Einsatz der FFT und des Relaxationsfaktors beschreibt, wird am Ende dieses Kapitels dargestellt.
- **Kapitel 4:** Es werden Fulghums Ergebnisse [4] nachvollzogen und in einfachen Fällen mit den entsprechenden Ergebnissen der Energieminimierung verglichen. Desweiteren werden unterschiedliche physikalische Situationen, die sich auf den Verlauf des magnetischen Momentes auswirken können, simuliert und untersucht. Solche Situationen sind z. B. die unterschiedlichen Schichtdicken in af-gekoppelten Schichten, die Temperaturstabilität, das Zusammenwirken des linearen und quadratischen Anteils der af-Kopplung oder der Einfluß der Anisotropie bzw. das Verhältniß von Anisotropie zur af-Kopplung. Bei den Gitterrechnungen werden sowohl einfache Schichten als auch af-gekoppelte Schichten simuliert. Zur Verifikation wird immer wieder auf einfache, analytisch zugängliche, Energiemodelle zurückgegriffen, um die Richtigkeit der Gitterrechnungen zu überprüfen.
- **Kapitel 5:** Hier findet eine Zusammenfassung über die gesamten Kapitel und ein Ausblick statt.
- **Kapitel 6:** In diesem Kapitel werden in tabellarischer Form alle Formelzeichen, die in dieser Arbeit benutzt wurden, aufgelistet und erklärt.

Kapitel 2

Theoretische Grundlagen

Die nachfolgenden Gittersimulationen basieren auf einem sehr einfachen Modell, das aus der Literatur [4], [5] bekannt ist. Das Modell beschreibt das Verhalten von zwei ferromagnetischen Schichten, die über eine Zwischenschicht antiferromagnetisch miteinander gekoppelt sind (Abb. 2.0.1). Die Ergebnisse von [4] werden zunächst nachvollzogen, um Erfahrung mit dem Gittermodell zu gewinnen und später werden sie mit den Ergebnissen des entsprechenden Stoner-Wohlfarth-Modells¹ verglichen, um die Richtigkeit zu überprüfen. Im Nachfolgenden wird das Gittermodell um weitere Komponenten erweitert, so daß komplexere Magnetisierungsvorgänge beschrieben werden können.

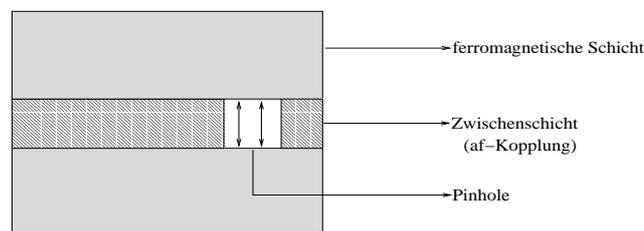


Abbildung 2.0.1 *Seitenansicht eines af-gekoppelten Schichtsystems. Die magnetischen Schichten sind über ein Pinhole miteinander ferromagnetisch gekoppelt, während an den Grenzflächen zu der Zwischenschicht die Kopplung antiferromagnetisch ist.*

2.1 Ferromagnetische Wechselwirkung

Im Simulationsmodell wird ein magnetisches Schichtsystem in diskrete Volumenelemente unterteilt, wobei jedem Volumenelement ein Spin zugeordnet wird. Der Spin eines Volumenelementes ist dabei als die Gesamtsumme über alle Spins, die in diesem Volumen enthalten sind, zu verstehen:

$$\vec{S} = \sum_i \vec{s}_i$$

¹In den nachfolgenden Kapiteln wird das Stoner-Wohlfarth-Modell auch als analytisches Modell, bzw. analytische Lösung bezeichnet.

Die ferromagnetische Austauschenergiedichte zwischen zwei Spins wird dargestellt durch [6], [7], [8]:

$$e_{i,j,k} = -A \nabla^2 \vec{S}_{i,j,k} = -A (\nabla^2 S_{i,j,k}^x + \nabla^2 S_{i,j,k}^y + \nabla^2 S_{i,j,k}^z) . \quad (2.1)$$

Dabei ist A die Steifigkeitskonstante, die sich theoretisch über die Beziehung [9]

$$A = \frac{k_B T_C}{a} \quad (2.2)$$

bestimmen läßt, wobei a der physikalische Gitterabstand ist und $S_{i,j,k}^x$, $S_{i,j,k}^y$, $S_{i,j,k}^z$ die Richtungskosinusse von \vec{S} sind. Die Indizes i, j, k geben die Position des diskretisierten Volumenelementes auf der Gitterebene an (Abb. 2.1.1).

Bei den nachfolgenden Simulationen sind nur Winkeländerungen der Spins in der XZ-Ebene (Abb. 2.1.1) von Interesse, so daß der Term $\nabla^2 S_{i,j,k}^y$ in Gleichung 2.1 entfällt .

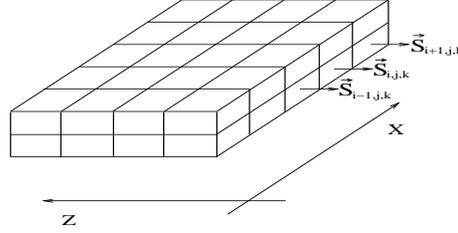


Abbildung 2.1.1 Diskretisierte Darstellung einer magnetischen Schicht.

Der Nabla-Operator ∇^2 wird in Gleichung 2.1 über zwei Gitterpunkte approximiert [10], [11]:

$$\nabla^2 \vec{S}_{i,j,k}(h_i) = \frac{\partial^2 \vec{S}_{i,j,k}}{\partial h_i^2} \approx \frac{(\vec{S}_{i\pm 1,j,k} - \vec{S}_{i,j,k})^2}{h_i^2} .$$

Der Index $i \pm 1$ bezieht sich auf den rechts- bzw. linksseitigen Nachbarn (Abb. 2.1.1). Wird hierbei die Eigenschaft:

$$(\vec{S}_{i\pm 1,j,k} - \vec{S}_{i,j,k})^2 = \vec{S}_{i\pm 1,j,k}^2 + \vec{S}_{i,j,k}^2 - 2\vec{S}_{i\pm 1,j,k}\vec{S}_{i,j,k}, \quad \vec{S}_{i,j,k}^2 = \vec{S}_{i\pm 1,j,k}^2 = 1$$

benutzt, erhält man aus Gleichung 2.1 (unter Berücksichtigung von sechs nächsten Nachbarn) in der diskretisierten Form [8], [10], [11]:

$$e_{i,j,k} = 2A S_{i,j,k}^{x,z} \left(\frac{S_{i+1,j,k}^{x,z} + S_{i-1,j,k}^{x,z}}{h_i^2} + \frac{S_{i,j+1,k}^{x,z} + S_{i,j-1,k}^{x,z}}{h_j^2} + \frac{S_{i,j,k+1}^{x,z} + S_{i,j,k-1}^{x,z}}{h_k^2} \right) \quad (2.3)$$

$$- 4A \underbrace{\left(\frac{1}{h_i^2} + \frac{1}{h_j^2} + \frac{1}{h_k^2} \right)}_{=const} ,$$

wobei h_i, h_j, h_k die Gitterabstände sind.

Um Feldstärken zu erhalten, die diesen Kopplungsenergien entsprechen, ist Gleichung 2.3 nach den Richtungskomponenten abzuleiten:

$$H_{i,j,k}^x = \frac{\partial e_{i,j,k}}{\partial S_{i,j,k}^x} = \frac{2A}{\mu_0 M_s} \sum_{i \pm 1, j \pm 1, k \pm 1} \frac{S_{i,j,k}^x}{\mathbf{h}_{i,j,k}^2} \quad (2.4)$$

$$H_{i,j,k}^z = \frac{\partial e_{i,j,k}}{\partial S_{i,j,k}^z} = \frac{2A}{\mu_0 M_s} \sum_{i \pm 1, j \pm 1, k \pm 1} \frac{S_{i,j,k}^z}{\mathbf{h}_{i,j,k}^2}. \quad (2.5)$$

Dabei ist $\mathbf{h}_{i,j,k} = (h_i, h_j, h_k)$. Der Vektor des Austauschfeldes ist somit:

$$\vec{H}_{i,j,k}^{exc} = \begin{pmatrix} H_{i,j,k}^x \\ H_{i,j,k}^z \end{pmatrix}.$$

2.2 Zwischenschichtkopplung, linearer Term

In einem magnetischen Schichtsystem mit parallel magnetisierten Schichten (Abb. 2.2.1) sind Elektronen mit entgegengesetzter Spinrichtung in der Zwischenschicht gefangen und bilden stehende Wellen senkrecht zu den magnetisierten Schichten. Diese Wellen erzeugen aufgrund ihrer Spinpolarisation die af-Kopplung. Andererseits können sich Elektronen mit paralleler Spinrichtung frei durch die Schichten bewegen. Zur Beschreibung der Kopplungsenergie [12] wird folgender phänomenologischer Ansatz benutzt:

$$E_l = -J_l F \vec{S}_1 \vec{S}_2 = -J_l F \cos(\Delta\phi). \quad (2.6)$$

Dabei ist $\Delta\phi$ der Winkel zwischen $\vec{S}_1 = (\cos(\phi_1), \sin(\phi_1))$ und $\vec{S}_2 = (\cos(\phi_2), \sin(\phi_2))$, F die Fläche der Schicht und J_l die lineare Kopplungskonstante. Je nach Vorzeichen ist die Kopplung zwischen den magnetisierten Schichten:

- ferromagnetisch für $J_l > 0$,
- antiferromagnetisch für $J_l < 0$.

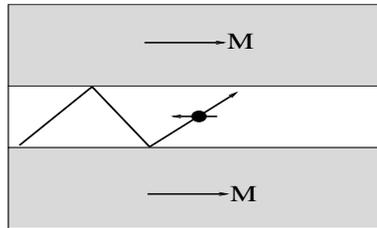


Abbildung 2.2.1 Vereinfachte Darstellung der Ursache der af-Kopplung. Elektronen mit antiparalleler Spinrichtung sind in der Zwischenschicht gefangen und bilden stehende Wellen (Zeichnung entnommen aus [12]).

Die af-Kopplung sorgt bei Abwesenheit einer äußeren Feldstärke H_e dafür, daß sich die magnetischen Momente \vec{S}_1 , \vec{S}_2 antiparallel einstellen. Die Berechnung des Sättigungsfeldes eines solchen Schichtsystems mit vernachlässigbarer Anisotropie kann analytisch erfolgen. Betrachtet man den allgemeinen Fall, in dem ein Schichtsystem aus unterschiedlichen Schichtdicken t_1 , t_2 und Materialien besteht, so ist die Summe aus Zeeman- und af-Kopplungsenergie gegeben durch:

$$E_{ges} = -M_1 F t_1 \mu_0 H_e \cos(\phi_1) - M_2 F t_2 \mu_0 H_e \cos(\phi_2) + J_l F \cos(\phi_1 - \phi_2) . \quad (2.7)$$

Wobei $M_{1,2}$ die Sättigungsmagnetisierung ist, $\phi_{1,2}$ der Winkel des magnetischen Momentes zur äußeren Feldstärke H_e , J_l der lineare af-Kopplungsterm und F die Fläche des Schichtsystems. Im Gleichgewicht gilt die Bedingung:

$$\frac{E_{ges}^{\phi_1}}{\partial \phi_1} = M_1 t_1 \mu_0 H_e \sin(\phi_1) - J_l \sin(\phi_1 - \phi_2) = 0 \quad (2.8)$$

$$\frac{E_{ges}^{\phi_2}}{\partial \phi_2} = M_2 t_2 \mu_0 H_e \sin(\phi_2) + J_l \sin(\phi_1 - \phi_2) = 0 . \quad (2.9)$$

Aus Gleichungen 2.8 und 2.9 folgt schließlich:

$$\frac{E_{ges}^{\phi_1}}{\partial \phi_1} + \frac{E_{ges}^{\phi_2}}{\partial \phi_2} = 0$$

$$M_1 t_1 \mu_0 H_e \sin(\phi_1) + M_2 t_2 \mu_0 H_e \sin(\phi_2) = 0 . \quad (2.10)$$

Bei großen Feldstärken in der Nähe des Sättigungsbereiches sind die Winkel sehr klein ($\phi \ll 1$), so daß man den sin-Term durch eine Entwicklung [13] bis zum ersten Glied darstellen kann: $\sin(\phi) \approx \phi$. Angewendet auf Gleichung 2.10 erhält man:

$$\begin{aligned} M_1 t_1 \mu_0 H_e \phi_1 + M_2 t_2 \mu_0 H_e \phi_2 &= 0 \\ \phi_1 &= -\frac{M_2 t_2 \phi_2}{M_1 t_1} . \end{aligned} \quad (2.11)$$

Werden Gleichungen 2.8 und 2.9 unter der Bedingung, daß bei großen Feldstärken $\sin(\phi) \approx \phi$ gilt, miteinander in Beziehung gesetzt, erhält man als Ergebnis:

$$M_1 t_1 \mu_0 H_e \phi_1 - J_l (\phi_1 - \phi_2) = M_2 t_2 \mu_0 H_e \phi_2 + J_l (\phi_1 - \phi_2) .$$

Wird in der obigen Gleichung ϕ_1 durch Gleichung 2.11 ersetzt, erhält man:

$$-M_1 t_1 \mu_0 H_e \frac{M_2 t_2 \phi_2}{M_1 t_1} - J_l \left(-\frac{M_2 t_2 \phi_2}{M_1 t_1} - \phi_2 \right) = M_2 t_2 \mu_0 H_e \phi_2 + J_l \left(-\frac{M_2 t_2 \phi_2}{M_1 t_1} - \phi_2 \right) .$$

Wird die Gleichung nach H_e aufgelöst, bekommt man schließlich [14]:

$$H_{af} = H_e = J_l \left(\frac{1}{\mu_0 M_1 t_1} + \frac{1}{\mu_0 M_2 t_2} \right) . \quad (2.12)$$

Dabei ist H_{af} die Feldstärke, die von außen aufgebracht werden muß, um das System in den Sättigungsbereich zu bringen. Die Feldkomponenten des linearen Termes (\vec{H}_l) der af-Kopplung erhält man, indem man die Gleichung 2.6 nach den magnetischen Momenten ableitet. Für \vec{S}_1 gilt:

$$\vec{H}_l = -\nabla_{\vec{s}_1} J_l F \vec{S}_1 \vec{S}_2 = -\frac{J_l}{\mu_0 M_1 t_1} \begin{pmatrix} \sin(\phi_2) \\ \cos(\phi_2) \end{pmatrix}, \quad (2.13)$$

wobei $\nabla_{\vec{s}_1} = \frac{1}{\mu_0 M_1 V_1} \left(\frac{\partial \vec{S}_1}{\partial x}, \frac{\partial \vec{S}_1}{\partial z} \right)$.

2.3 Zwischenschichtkopplung, quadratischer Term (90°-Kopplung)

Aufgrund von nichtidealen Grenzflächen (Oberflächenrauigkeit) entsteht neben dem linearen Term der Zwischenschichtkopplung die quadratische Kopplung. Jede lokale Änderung der Zwischenschicht um eine Atomlage erzeugt eine zur Umgebung nicht identische Kopplung, so daß Bereiche mit ferro- und antiferromagnetischer Kopplung nahe beieinander liegen. Diese Situation führt zu einem Zustand einer 90°-Kopplung [12], [15], [16], [17], so daß die Spins der Schichten senkrecht zueinander stehen. Der phänomenologische Ansatz zur Beschreibung dieser Kopplung wird durch folgende Gleichung wiedergegeben:

$$E_q = -J_q F (\vec{S}_1 \vec{S}_2)^2 = -J_q F \cos^2(\Delta\phi). \quad (2.14)$$

Hierbei ist $\Delta\phi$ der Winkel zwischen $\vec{S}_1 = (\cos(\phi_1), \sin(\phi_1))$ und $\vec{S}_2 = (\cos(\phi_2), \sin(\phi_2))$, F die Fläche der Schicht und J_q die quadratische Kopplungskonstante. Wird in Gleichung 2.7 zusätzlich der quadratische Term hinzugefügt, so erhält man folgende Beziehung [14]:

$$H_{af} = H_e = (2J_q + J_l) \left(\frac{1}{\mu_0 M_1 t_1} + \frac{1}{\mu_0 M_2 t_2} \right). \quad (2.15)$$

Die Feldkomponenten für den quadratischen Beitrag (\vec{H}_q) erhält man, indem man die Gleichung 2.14 nach den magnetischen Momenten ableitet. Für \vec{S}_1 gilt:

$$\vec{H}_q = -\nabla_{\vec{s}_1} J_q F (\vec{S}_1 \vec{S}_2)^2 = -\frac{2J_q}{\mu_0 M_1 t_1} \begin{pmatrix} \sin(\phi_2) \cos(\phi_1 - \phi_2) \\ \cos(\phi_2) \cos(\phi_1 - \phi_2) \end{pmatrix}, \quad (2.16)$$

wobei: $\nabla_{\vec{s}_1} = \frac{1}{\mu_0 M_1 V_1} \left(\frac{\partial \vec{S}_1}{\partial x}, \frac{\partial \vec{S}_1}{\partial z} \right)$. Der Feldvektor der af-Kopplung ist somit: $\vec{H}_{af} = \vec{H}_l + \vec{H}_q$.

2.4 Pinholes

Pinholes [4], [18], [19] sind Risse oder kleine Löcher in der Zwischenschicht, die z. B. während der Präparation verursacht werden können. An solchen Stellen wird das antiferromagnetische Verhalten gestört und die magnetischen Schichten sind über das Pinhole ferromagnetisch miteinander gekoppelt (Abb. 2.0.1, S. 5). Für magnetische Bauteile, wie z. B. Sensoren [1], hätte dies eine Qualitätsminderung zur Folge. Je nach Größe der Pinholes oder Dicke der Zwischenschicht kann der Einfluß unterschiedliche Ausmaße annehmen, wie es ebenfalls mit den nachfolgenden Simulationen gezeigt werden kann.

2.5 Volumenanisotropie

Die Gitterrechnungen basieren auf einem einfach-kubischen Gitter. Dabei ist dieses Gitter nicht als physikalisches Kristallgitter zu betrachten, so daß hier die uniaxiale Anisotropie benutzt werden kann. Die Energie der uniaxialen Anisotropie läßt sich in erster Näherung [20], [21] darstellen als:

$$E_u = K_u(\vec{S}\hat{n}_z)^2 = K_uV \cos^2(\alpha_A) \quad (2.17)$$

Hier ist K_u die Anisotropiekonstante, V das Volumen, \vec{S} das magnetische Moment, \hat{n}_z der Einheitsvektor entlang der Z-Achse und α_A der Anisotropiewinkel (Abb. 2.5.1(a)). Um die Spins von der leichten Achse irreversibel hinwegzubewegen, muß das von außen angelegte Feld das Anisotropiefeld überwinden. Für uniaxiale Anisotropien wird das Anisotropiefeld durch die folgende Gleichung wiedergegeben [20], [21]:

$$H_A = \frac{2K_u}{\mu_0 M_s} \quad (2.18)$$

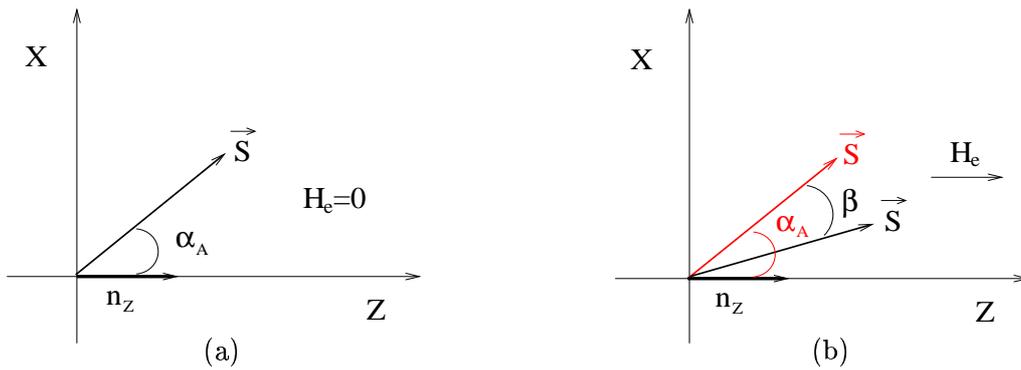


Abbildung 2.5.1 In Abwesenheit eines äußeren Feldes (a) liegt der Spin \vec{S} entlang der leichten Richtung α_A . Wird ein äußeres Feld (b) angelegt, dreht sich der Spin \vec{S} in Feldrichtung und es entsteht dabei ein Winkel β mit der leichten Richtung (rot).

2.5.1 Komponentenzerlegung des Anisotropiefeldes

Wird ein äußeres Feld angelegt, dann wird der Spin von der leichten Richtung wegbewegt und er stellt sich in einem Winkel β zur leichten Richtung ein (Abb. 2.5.1(b)). Man erhält die Feldkomponenten des Anisotropiefeldes \vec{H}_A , welches der äußeren Feldstärke entgegenwirkt, indem man die Gleichung 2.17 unter Berücksichtigung des Winkels β komponentenweise nach \vec{S} ableitet:

$$H_A^x = \frac{1}{\mu_0 M_s V} \frac{\partial E_u}{\partial S_x} = \frac{K_u}{\mu_0 M_s} \cos(\alpha_A - \beta) \sin(\alpha_A) \quad (2.19)$$

$$H_A^z = \frac{1}{\mu_0 M_s V} \frac{\partial E_u}{\partial S_z} = \frac{K_u}{\mu_0 M_s} \cos(\alpha_A - \beta) \cos(\alpha_A) . \quad (2.20)$$

Eine andere Variante, um die Komponenten des Anisotropiefeldes zu erhalten, gelingt durch vektorielle Addition der entsprechenden Feldterme zum lokalen Feld [22]. Wird ein äußeres Feld angelegt, stellt sich ein Gleichgewicht zwischen dem Anisotropie- und äußeren Feld ein. Der lokale Feldvektor \vec{H}_{lok} (Abb. 2.5.2), der auf \vec{S} wirkt, setzt sich aus dem äußeren Feld und dem Anisotropiefeld zusammen: $\vec{H}_{lok} = \vec{H}_e + \vec{H}_A$.

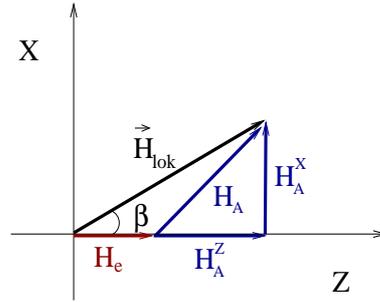


Abbildung 2.5.2 Vereinfachte Darstellung der lokalen Feldstärke.

Betrachtet man die Energie des Systems, das in der Abbildung 2.5.1(b) beschrieben wurde, so erhält man folgende Gleichung:

$$E_{ges} = -\mu_0 M_s V H_e \cos(\beta) + K_u V \cos^2(\alpha_A - \beta) . \quad (2.21)$$

Der Winkel β , der in der lokalen Feldstärke vorkommt (Abb. 2.5.2), muß mit dem Winkel β übereinstimmen, der aus der Energieminimierung von Gleichung 2.21 folgt:

$$\frac{dE_{ges}}{d\beta} = \mu_0 M_s V H_e \sin(\beta) - K_u V \sin(2(\alpha_A - \beta)) = 0 \Rightarrow \quad (2.22)$$

$$H_e \sin(\beta) = C \sin(2(\alpha_A - \beta)) ; \quad C = \frac{K_u}{\mu_0 M_s} . \quad (2.23)$$

Die Richtung des lokalen Feldes in Abbildung 2.5.2 ist gegeben durch:

$$\begin{aligned} \frac{\sin(\beta)}{\cos(\beta)} &= \frac{H_A^x}{H_A^z + H_e} \Leftrightarrow \\ H_e \sin(\beta) &= H_A^x \cos(\beta) - H_A^z \sin(\beta) . \end{aligned} \quad (2.24)$$

Wird Gleichung 2.24 in 2.23 eingesetzt, erhält man die Beziehung:

$$H_A^x \cos(\beta) - H_A^z \sin(\beta) = C \sin(2(\alpha_A - \beta)) . \quad (2.25)$$

Wird in Gleichung 2.25 $\gamma = 2\alpha_A - \beta$ eingesetzt, erhält man:

$$\begin{aligned} H_A^x \cos(\beta) - H_A^z \sin(\beta) &= C \sin(\gamma - \beta) \Leftrightarrow \\ H_A^x \cos(\beta) - H_A^z \sin(\beta) &= C \sin(\gamma) \cos(\beta) - C \cos(\gamma) \sin(\beta) . \end{aligned} \quad (2.26)$$

Durch Koeffizientenvergleich der linken und rechten Seite von Gleichung 2.26 erhält man als Lösung:

$$H_A^x = C \sin(\gamma) = C \sin(2\alpha_A - \beta) \quad (2.27)$$

$$H_A^z = C \cos(\gamma) = C \cos(2\alpha_A - \beta) . \quad (2.28)$$

Vergleich der Komponenten des Anisotropiefeldes:

Obwohl die Gleichungen 2.19, 2.20 und 2.27, 2.28 zur Beschreibung der Komponenten des Anisotropiefeldes sehr unterschiedlich sind, ist die Übereinstimmung mit der analytischen Lösung von Gleichung 2.22 sehr gut. In den Diagrammen 2.5.1 (Gleichungen 2.19 und 2.20) und 2.5.2 (Gleichungen 2.27 und 2.28) ist bei unterschiedlichen leichten Richtungen α_A und einer Anisotropiekonstante von $K_u = 48 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3}$ (Eisen) ein Vergleich der Gitterrechnung und analytischen Lösung dargestellt (Stoner-Wohlfarth-Modell gelöst mit dem Newtonverfahren [23]). Es sind keine relevanten Abweichungen zu beobachten.

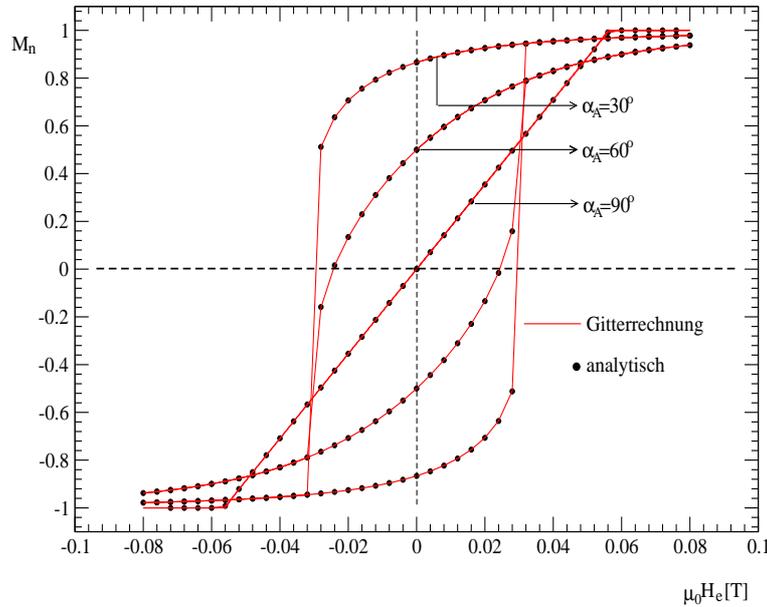


Diagramm 2.5.1 Vergleich der Gitterrechnung (Gleichungen 2.19 und 2.20) mit der analytischen Lösung (Gln. 2.22).

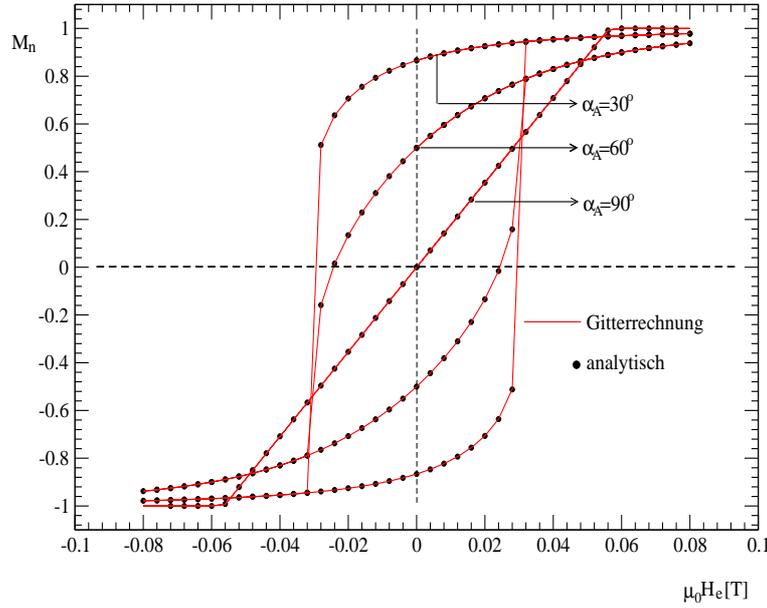


Diagramm 2.5.2 Vergleich der Gitterrechnung (Gleichungen 2.27 und 2.28) mit der analytischen Lösung (Gln. 2.22).

Ein weiterer Vergleich der Gleichungen 2.19, 2.20 und 2.27, 2.28 liegt in der Anzahl der Iterationen $k(\epsilon)$, die für die Konvergenz benötigt werden. Als Konvergenzkriterium wurde eine Schranke für die mittlere Winkeländerung gewählt: $|\bar{\alpha}_{neu} - \bar{\alpha}_{alt}| < \epsilon$, mit $\epsilon = 10^{-6}$ und

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{n_i n_j n_k} \left(\sum_i^{n_i} \sum_j^{n_j} \sum_k^{n_k} \alpha_{i,j,k} \right). \quad (2.29)$$

Hierbei sind n_i , n_j , n_k die Anzahl der Gitterzellen in den drei Raumrichtungen und $\alpha_{i,j,k}$ der Winkel des Spins \vec{S} in der Position (i, j, k) mit der Z-Achse. Ein Vergleich ist in Diagramm 2.5.3 dargestellt. Mit Typ I werden die Gleichungen 2.19 und 2.20 bezeichnet und mit Typ II die Gleichungen 2.27 und 2.28. Auch hier ist kein bemerkenswerter Unterschied festzustellen.

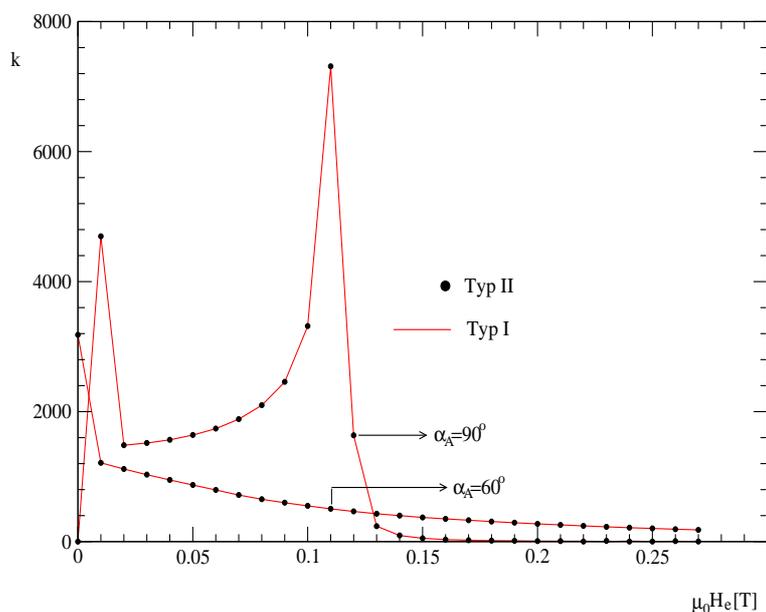


Diagramm 2.5.3 Vergleich der Iterationsanzahl $k(\epsilon)$ mit $\epsilon = 10^{-6}$. Hierbei ist α_A der Anisotropiewinkel. Es wurde ein $K_u = 48 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3}$ gewählt.

2.6 Berechnung des Dipolfeldes

Das Dipolfeld, welches von einer Quelle ausgeht und sich auf einen anderen Dipol (Ziel) im Raum auswirkt, läßt sich durch drei unterschiedliche Berechnungsverfahren ermitteln:

- **Verfahren I:** Beide Dipole werden punktförmig im Zentrum der entsprechenden Gitterzellen angenommen.
- **Verfahren II:** Die Quelle des Feldes besitzt ein endliches Volumen. Das Feld, welches über die Integration der Dipoldichte des Volumens ermittelt wird, wirkt sich im Zentrum der Zielzelle aus.
- **Verfahren III:** Quelle und Ziel besitzen ein endliches Volumen. Es wird sowohl über das Volumen der Quelle als auch über das Volumen des Zieles integriert und zusätzlich durch das Zielvolumen dividiert, so daß man eine gemittelte Feldstärke über das gesamte Volumen der Zielzelle erhält.

2.6.1 Verfahren I: Streufeld einer Punktladung

Hierbei wird das Feld im Mittelpunkt der Zielzelle berechnet, das vom Dipolmoment im Mittelpunkt der Quellzelle [24], [25] ausgeht (Abb.2.6.1). Die Feldstärke am Ort Z ist somit:

$$\vec{H}_Z = -\nabla_{x,z}\Phi_Z = -\nabla_{x,z}\left(\frac{M(r)}{4\pi} \frac{z}{r^3}\right) = -\nabla_{x,z}\left(\frac{M(r)}{4\pi} \frac{\cos(\alpha)}{r^2}\right) ; \quad \cos(\alpha) = z/r . \quad (2.30)$$

Wobei $M(r)$ das magnetische Moment des Dipols, $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, der Abstand zum Mittelpunkt Z und $x = x_z - x_Q$, $y = y_z - y_Q$, $z = z_z - z_Q$ ist.

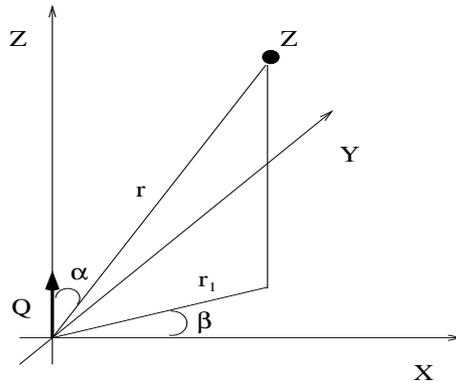


Abbildung 2.6.1 Dipolfeld im Mittelpunkt Z der Zielzelle. Der Dipol Q liegt ebenfalls im Mittelpunkt der Quellzelle und ist entlang der Z-Achse ausgerichtet.

Die Feldkomponenten in der X- und Z-Richtung sind somit:

$$\begin{aligned} H_Z^z &= -\frac{\partial\Phi_Z}{\partial z} = -\frac{M(r)}{4\pi} \left(\frac{1}{r^3} - \frac{3z^2}{r^5} \right) ; \quad \cos(\alpha) = z/r \\ &= \frac{M(r)}{4\pi} \left(\frac{3\cos^2(\alpha) - 1}{r^3} \right) \end{aligned} \quad (2.31)$$

$$\begin{aligned} H_Z^x &= -\frac{\partial\Phi_Z}{\partial x} = -\frac{M(r)}{4\pi} \frac{-3xz}{r^5} ; \quad \cos(\alpha) = z/r, \quad r_1 = r \sin(\alpha), \quad \cos(\beta) = x/r_1 \\ &= \frac{M(r)}{4\pi} \frac{3\sin(\alpha)\cos(\alpha)\cos(\beta)}{r^3} . \end{aligned} \quad (2.32)$$

Diese Gleichung ist nur dann gültig, wenn der Abstand zum zweiten Dipol am Ort Z im Vergleich zur Ausdehnung des Dipols groß ist, so daß der Dipol selber als punktförmig betrachtet werden kann.

2.6.2 Verfahren II: Streufeldberechnung durch Integration über die Quellzelle

In diesem Falle wird das Feld im Mittelpunkt der Zielzelle berechnet. Unter der Annahme, daß die Quellzelle homogen magnetisiert ist, wird über das Volumen der Quelle integriert [26]. Die errechnete Feldstärke am Ort Z (Abb. 2.6.2) gilt dann für das gesamte Zielvolumen.

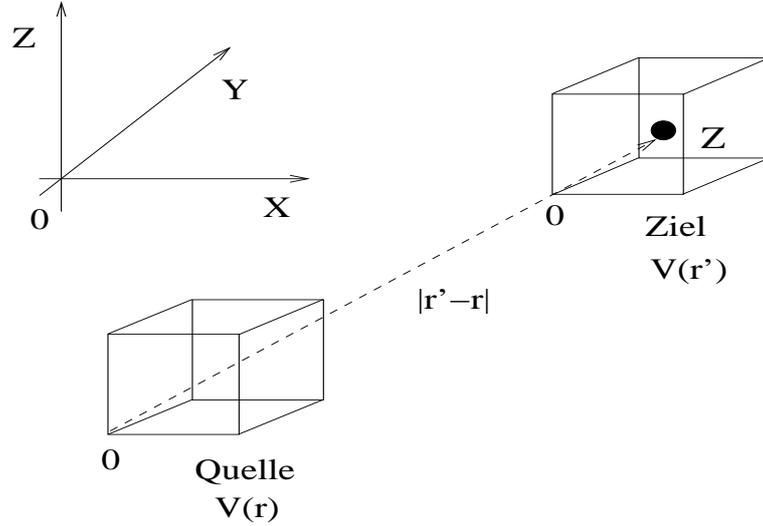


Abbildung 2.6.2 Dipolfeld eines Volumenelementes $V(r)$, welches auf dem Mittelpunkt Z der Zielzelle wirkt.

Mit Hilfe des Gauss'schen Satzes [24], [27] und unter der Annahme, daß das Volumenelement homogen magnetisiert ist, läßt sich das Volumenintegral in ein Flächenintegral überführen. Das Potential am Ort Z ist somit:

$$\begin{aligned}\Phi_Z &= \frac{\vec{M}(r)}{4\pi} \int_{V(r)} \nabla_r \frac{1}{|r' - r|} dV(r) \\ &= \frac{\vec{M}(r)}{4\pi} \int_{S(r)} \frac{1}{|r' - r|} d\mathbf{S} .\end{aligned}\quad (2.33)$$

Hierbei ist $d\mathbf{S} = \hat{n}dS$ und \hat{n} die Normalkomponente zur Oberfläche. Die Feldstärke am Ort Z :

$$\vec{H}_Z = -\nabla_{r'} \Phi_Z = -\nabla_{r'} \left(\underbrace{\frac{1}{4\pi} \int_{S(r)} \frac{1}{|r' - r|} d\mathbf{S}}_{N(r' - r)} \right) \vec{M}(r) \quad (2.34)$$

$$= -N(r' - r) \vec{M}(r) . \quad (2.35)$$

Im allgemeinen Fall bei n Volumenelementen gilt:

$$\vec{H}_Z = - \sum_i^n N(r'_Z - r_i) \vec{M}(r_i) . \quad (2.36)$$

Der Tensor N in Gleichung 2.36 ist im Allgemeinen eine 3×3 Matrix, wenn man die Feldkomponenten in allen drei Raumrichtungen betrachtet. Im Simulationsmodell werden hingegen Winkeländerungen nur in der XZ-Ebene berücksichtigt, so daß der Tensor N nur eine 2×2 Matrix darstellt:

$$N : \begin{pmatrix} N_{xx} & N_{xz} \\ N_{zx} & N_{zz} \end{pmatrix} .$$

Komponente N_{xx} :

$$\begin{aligned} N_{xx}(x, y, z, \Delta x, \Delta y, \Delta z) = & f(\Delta x - x, \Delta y + y, \Delta z - z) + f(\Delta x - x, \Delta y + y, \Delta z + z) + \\ & f(\Delta x + x, \Delta y + y, \Delta z - z) + f(\Delta x + x, \Delta y + y, \Delta z + z) + \\ & f(\Delta x - x, \Delta y - y, \Delta z - z) + f(\Delta x - x, \Delta y - y, \Delta z + z) + \\ & f(\Delta x + x, \Delta y - y, \Delta z - z) + f(\Delta x + x, \Delta y - y, \Delta z + z) , \end{aligned}$$

Komponente N_{xz} :

$$\begin{aligned} N_{xz}(x, y, z, \Delta x, \Delta y, \Delta z) = & g(\Delta x - x, \Delta y - y, \Delta z - z) - g(\Delta x - x, \Delta y - y, \Delta z + z) - \\ & g(\Delta x - x, \Delta y + y, \Delta z - z) + g(\Delta x - x, \Delta y + y, \Delta z + z) - \\ & g_1(\Delta x + x, \Delta y - y, \Delta z - z) + g_1(\Delta x + x, \Delta y - y, \Delta z + z) + \\ & g_1(\Delta x + x, \Delta y - y, \Delta z - z) - g_1(\Delta x + x, \Delta y - y, \Delta z + z) . \end{aligned}$$

wobei $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ die Kantenlängen sind und

$$f(x, y, z) = \frac{1}{4\pi} \arctan \left(\frac{xy}{z\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right) \quad (2.37)$$

$$g(x, y, z) = \frac{1}{4\pi} \ln(x + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}) \quad (2.38)$$

$$g_1(x, y, z) = \frac{1}{4\pi} \ln(-x + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}) . \quad (2.39)$$

Die Komponenten N_{zx} und N_{zz} erhält man durch Permutation von N_{xz} und N_{xx} :

$$\begin{aligned} N_{zx}(X, Y, Z, \Delta x, \Delta y, \Delta z) &= N_{xz}(Z, Y, X, \Delta z, \Delta y, \Delta x) \\ N_{zz}(X, Y, Z, \Delta x, \Delta y, \Delta z) &= N_{xx}(Z, Y, X, \Delta z, \Delta y, \Delta x) . \end{aligned}$$

2.6.3 Verfahren III: Streufeldberechnung durch zusätzliche Integration über die Zielzelle

Hierbei wird gegenüber Abschnitt 2.6.2 zusätzlich über die Zielzelle integriert und durch deren Volumen dividiert, um ein gemittelttes Feld über das gesamte Zielvolumen (Abb. 2.6.3) zu erhalten. Das magnetische skalare Potential, welches vom Volumenelement $V(r)$ auf ein anderes $V(r')$ erzeugt wird, ist [28], [29], [30]:

$$\Phi(r') = \frac{1}{4\pi V(r')} \int_{V(r')} dV(r') \int_{V(r)} \vec{M}(r) \nabla_r \frac{1}{|r' - r|} dV(r). \quad (2.40)$$

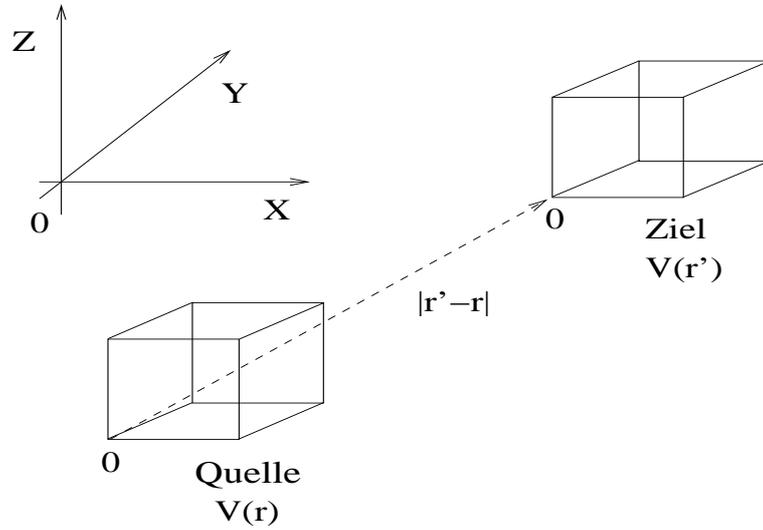


Abbildung 2.6.3 Dipolfeld eines Volumenelementes $V(r)$, welches auf ein anderes Volumenelement $V(r')$ wirkt.

Die Feldstärke \vec{H}' , welche durch $V(r)$ erzeugt wird und auf das Volumenelement $V(r')$ wirkt, ist demnach:

$$\vec{H}' = -\nabla_{r'} \Phi(r') = -N(r' - r) \vec{M}(r) \quad (2.41)$$

$$N(r' - r) = \nabla_{r'} \left(\frac{1}{4\pi V(r')} \int_{V(r')} dV(r') \int_{V(r)} \nabla_r \frac{1}{|r' - r|} dV(r) \right). \quad (2.42)$$

Die Volumenintegrale in Gleichung 2.42 lassen sich mit Hilfe des Gauss'schen Satzes [24], [27], [28] in ein Flächenintegral überführen:

$$\begin{aligned} N(r' - r) &= \nabla_{r'} \left(\frac{1}{4\pi V(r')} \int_{V(r')} \int_{V(r)} \nabla_r \frac{1}{|r' - r|} dV(r) dV(r') \right) \\ &= \frac{1}{4\pi V(r')} \int_{S(r')} d\mathbf{S}(r') \int_{S(r)} \frac{1}{|r' - r|} d\mathbf{S}(r). \end{aligned} \quad (2.43)$$

Wobei $d\mathbf{S}(r) = \hat{n} dS(r)$, $d\mathbf{S}(r') = \hat{n} dS(r')$ und \hat{n} die Normalkomponente zur Oberfläche sind.

Im allgemeinen Fall, wenn n Volumenelemente vorhanden sind, nimmt Gleichung 2.42 folgende Form an:

$$\vec{H}'_j = - \sum_i^n N(r_i - r'_j) \vec{M}(r_i) . \quad (2.44)$$

Komponenten des Tensors

Der Feldtensor N ist im Simulationsmodell wieder eine 2×2 Matrix:

$$N : \begin{pmatrix} N_{xx} & N_{xz} \\ N_{zx} & N_{zz} \end{pmatrix} .$$

Da es sich bei der Integration über die Flächen jeweils um 4-fache Integrale handelt, wird die Lösung in kleinere Funktionen [28] zerlegt:

Komponente N_{xx} :

$$\begin{aligned} N_{xx}(X, Y, Z) &= C [2F(X, Y, Z) - F(X + \Delta x, Y, Z) - F(X - \Delta x, Y, Z)] \\ F(X, Y, Z) &= F_1(X, Y + \Delta y, Z + \Delta z) - F_1(X, Y, Z + \Delta z) - F_1(X, Y + \Delta y, Z) + \\ &\quad F_1(X, Y, Z) \\ F_1(X, Y, Z) &= F_2(X, Y, Z) - F_2(X, Y - \Delta y, Z) - F_2(X, Y, Z - \Delta z) + \\ &\quad F_2(X, Y - \Delta y, Z - \Delta z) \\ F_2(X, Y, Z) &= f(X, Y, Z) - f(X, 0, Z) - f(X, Y, 0) + f(X, 0, 0) \\ &\quad \left[C = \frac{1}{4\pi V(r')}, \quad V(r') = V(r) = \Delta x \Delta y \Delta z \right] \end{aligned}$$

$f(x, y, z)$:

$$\begin{aligned} f(x, y, z) &= \frac{y}{2}(z^2 - x^2)\Phi\left(\frac{y}{\sqrt{x^2 + z^2}}\right) + \frac{z}{2}(y^2 - x^2)\Phi\left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right) - \\ &\quad xyz \arctan\left(\frac{yz}{xR}\right) + \frac{1}{6}(2x^2 - y^2 - z^2)R . \end{aligned}$$

Hierbei ist $\Phi(x) = \ln(x + \sqrt{1 + x^2})$ und $R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

Komponente N_{xz} :

$$\begin{aligned}
N_{xz}(X, Y, Z) &= C [G(X, Y, Z) - G(X - \Delta x, Y, Z) - G(X, Y + \Delta y, Z) + \\
&\quad G(X - \Delta x, Y + \Delta y, Z)] \\
G(X, Y, Z) &= G_1(X, Y, Z) - G_1(X, Y - \Delta y, Z) - G_1(X, Y, Z - \Delta z) + \\
&\quad G_1(X, Y - \Delta y, Z - \Delta z) \\
G_1(X, Y, Z) &= G_2(X + \Delta x, Y, Z + \Delta z) - G_2(X + \Delta x, Y, Z) - G_2(X, Y, Z + \Delta z) + \\
&\quad G_2(X, Y, Z) \\
G_2(X, Y, Z) &= g(X, Y, Z) - g(X, Y, 0) \\
&\quad \left[C = \frac{1}{4\pi V(r')}, \quad V(r') = V(r) = \Delta x \Delta y \Delta z \right].
\end{aligned}$$

Schließlich $g(x, y, z)$:

$$\begin{aligned}
g(x, y, z) &= xyz\Phi\left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right) + \frac{y}{6}(3z^2 - y^2)\Phi\left(\frac{x}{\sqrt{y^2 + z^2}}\right) + \\
&\quad \frac{x}{6}(3z^2 - x^2)\Phi\left(\frac{y}{\sqrt{x^2 + z^2}}\right) - \frac{z^3}{6}\arctan\left(\frac{xy}{zR}\right) - \\
&\quad \frac{zy^2}{2}\arctan\left(\frac{xz}{yR}\right) - \frac{zx^2}{2}\arctan\left(\frac{yz}{xR}\right) - \frac{xyR}{3}.
\end{aligned}$$

Die restlichen Komponenten N_{zx} und N_{zz} besitzen die gleiche Integralform wie die bereits errechneten Komponenten N_{xz} und N_{xx} . Die Lösung der übriggebliebenen Komponenten erhält man durch Permutation der Variablen X, Y, Z von N_{xz} und N_{xx} :

$$\begin{aligned}
N_{zx}(X, Y, Z, \Delta x, \Delta y, \Delta z) &= N_{xz}(Z, Y, X, \Delta z, \Delta y, \Delta x) \\
N_{zz}(X, Y, Z, \Delta x, \Delta y, \Delta z) &= N_{xx}(Z, Y, X, \Delta z, \Delta y, \Delta x).
\end{aligned}$$

2.6.4 Vergleich der unterschiedlichen Berechnungsverfahren

In diesem Abschnitt werden die Streufelder, die in den Verfahren I, II, III hergeleitet wurden, auf ihre Übereinstimmung untersucht. Für die Untersuchung wurde ein Volumenelement mit einer Kantenlänge von 10nm und einer Sättigungsmagnetisierung von $M_s = 1700 \frac{kA}{m}$ (Eisen) angenommen. Bei der Simulation wurden Quelle und Ziel in einer Anfangsdistanz von $d=60nm$ gesetzt und im Nachfolgenden wurde das Ziel in einer Schrittweite von 1nm der Quelle angenähert. Die dabei ermittelten H_z -Komponenten der Verfahren I-III sind in Diagramm 2.6.1 aufgetragen. Das Verfahren I, die punktförmige Betrachtung der Dipole, ist nur für große Distanzen geeignet, während für kleine Distanzen H_z gegen unendlich geht. Die Verfahren II und III liefern dagegen bei $d=0nm$ endliche Werte. Der Unterschied liegt hierbei in dem Übergang vom Außenbereich in den Innenbereich, und daß beim Verfahren II das Ziel punktförmig angenommen wird und sich im Mittelpunkt des Zielvolumens befindet, während beim Verfahren III das Ziel ein endliches Volumen besitzt. Hierbei wurde Diagramm 2.6.1 in die Bereiche A und B unterteilt. Eine graphische Veranschaulichung des Bereiches A ist in Abbildung 2.6.4 dargestellt:

In Verfahren III berühren sich ab einer Distanz von $d=10nm$ die beiden Volumenelemente, was als Wendepunkt in Diagramm 2.6.1 zu sehen ist. Bei $d<10nm$ tritt eine kontinuierliche Richtungsänderung der H_z -Komponente auf.

In Verfahren II wurde die Distanzmessung vom Mittelpunkt des Würfels angenommen. Bei der Distanz von $d=10nm$ ist der Punkt 5nm vom Rand der Quelle entfernt, was im Bereich A des Diagrammes 2.6.1 als Anstieg der Feldstärke zu sehen ist. Berührt das punktförmige Ziel den Rand ($d=5nm$), ist eine sprunghafte Änderung der Feldstärke zu beobachten. Dieses Verhalten ist auf die arctan-Funktion (Gln. 2.37) zurückzuführen, die in der Nähe des Randbereiches singulär wird.

Die Unterschiede der Verfahren I-III für Distanzen von $d \leq 10nm$ sind aus dem Bereich A des Diagrammes 2.6.1 deutlich zu entnehmen. Der Bereich B in Diagramm 2.6.1 hingegen bezieht sich auf die benachbarten Spins oder Schichten. Die Unterschiede der verschiedenen Berechnungsverfahren sind aus diesem Bereich nicht deutlich zu entnehmen. Es wird deshalb die prozentuale Abweichung ϵ_p (%) der Verfahren I und II zu Verfahren III berechnet. Die Begründung, daß das Verfahren III als Referenz zu den Verfahren I und II benutzt wird, liegt darin, daß im Simulationsmodell Quelle und Ziel ein endliches Volumen besitzen und somit der physikalischen Beschreibung einer Struktur näher kommt. Dies gilt besonders für den Streufeldeinfluß der nächsten Nachbarn. Die Gleichung, nach der die Abweichung berechnet wurde, ist:

$$\epsilon_p = \frac{H_{I,II}^z - H_{III}^z}{H_{III}^z} * 100 . \quad (2.45)$$

Hierbei deuten die Indizes I, II, III auf die Verfahren I-III an. Es ist leicht in Diagramm 2.6.2 zu erkennen, daß die punktförmige Betrachtung der Dipole erst ab einer Distanz von $d > 30 nm$ in den Rechnungen anwendbar ist, während Verfahren II auch für die Streufeldberechnung der nächsten Nachbarn anwendbar ist. Die maximale Abweichung bei diesem Berechnungsverfahren liegt bei ca. 3%. Ein einfacher Feldlinienverlauf eines einzelnen Dipols, welcher mit Gleichung 2.44 berechnet wurde, ist in Abbildung 2.6.5 dargestellt.

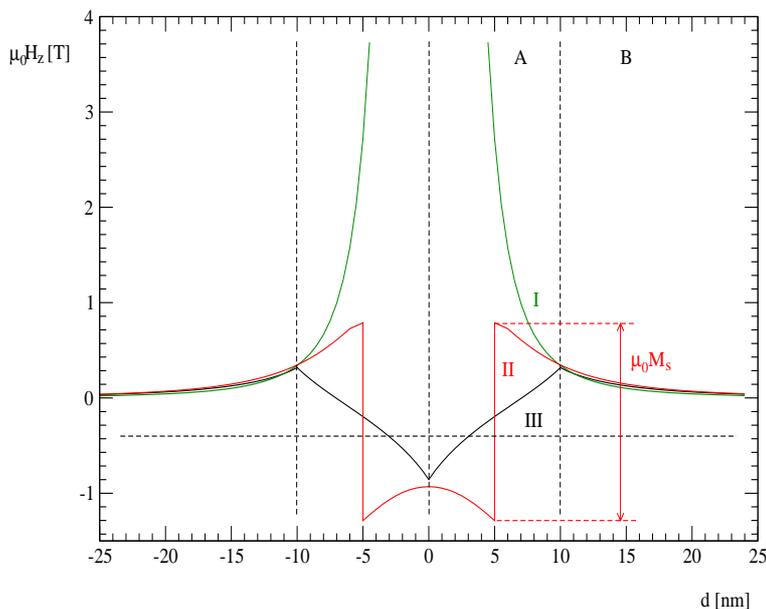


Diagramm 2.6.1 Vergleich der H_z -Komponenten aus den Gleichungen 2.31, 2.36 und 2.42. Die römischen Ziffern I, II, III entsprechen den Verfahren I-III. Eine graphische Veranschaulichung des Bereiches A ist in Abbildung 2.6.4 dargestellt. Es wurde die Sättigungsmagnetisierung von $M_s = 1700 \frac{kA}{m}$ (Eisen) und ein Volumen von $(10 \times 10 \times 10) nm^3$ gewählt. Der Sprung in Verfahren II, in dem Übergang vom Außenbereich in den Innenbereich, beträgt: $\mu_0 M_s \approx 2.13 T$.

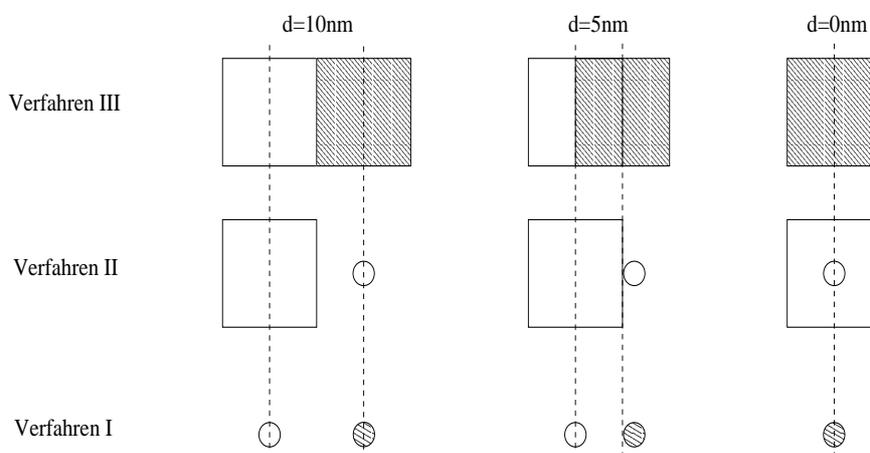


Abbildung 2.6.4 Geometrische Veranschaulichung des Bereiches A aus Diagramm 2.6.1. Beim Verfahren III berühren sich beide Volumenelemente bei einer Distanz von $d=10 nm$, was beim Diagramm als Richtungsänderung in der Feldstärke zu sehen ist. Beim Verfahren II wird hingegen die Distanzmessung vom Mittelpunkt des Würfels angenommen. Erst ab einer Distanz von $d=5 nm$ wird der Rand des Würfels berührt, was sich als Sprung bemerkbar macht. Beim Verfahren I ist der Anstieg der Feldstärke kontinuierlich und geht für $\lim_{d \rightarrow 0} H_z(d)$ gegen unendlich (Gln. 2.31).

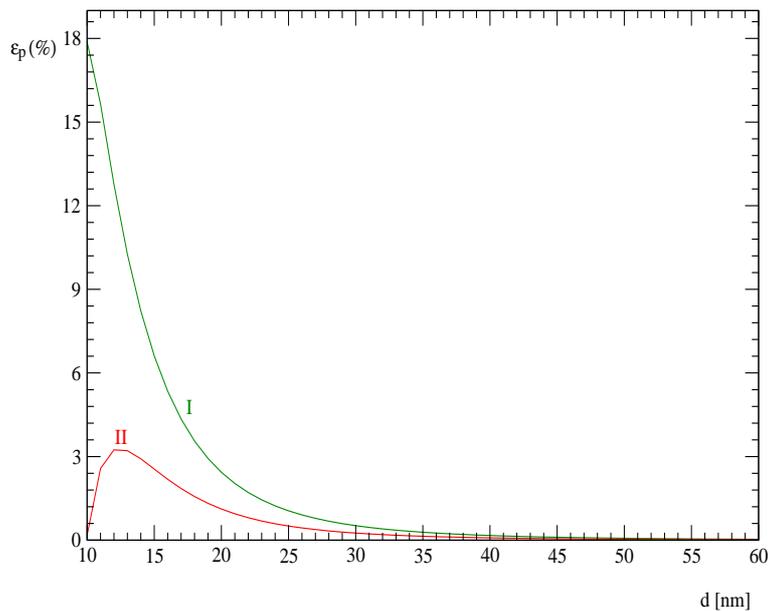


Diagramm 2.6.2 Prozentuale Fehlerabweichung der Verfahren I (Gln. 2.31) und II (Gln. 2.36) im Vergleich zu Verfahren III (Gln. 2.42).

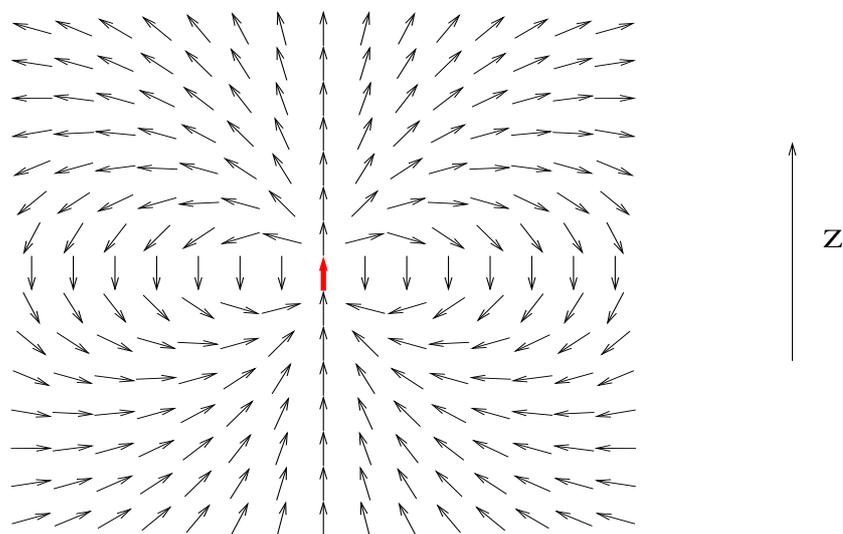


Abbildung 2.6.5 Feldlinienverlauf eines einzelnen Dipols.

Hauptproblem bei der Ermittlung der Dipolfelder ist der enorme Zeitaufwand, der für deren Berechnung notwendig ist. Bei einer Gittergröße $N \times N$ beträgt der Aufwand N^2 für die Aufsummierung über alle Punkte und $6N$ für die Multiplikationen und Additionen. Somit ist die Ordnung des Aufwandes: $O(N) = N^2 + 6N \approx N^2$ (für hinreichend große N). Eine enorme Zeitreduktion bei der Berechnung der Dipolfelder wird unter Benutzung der Fast Fouriertransformation (FFT) und des Faltungstheorems ermöglicht, so daß der Aufwand auf $O(N) = \log_2 N + 6N$ reduziert wird.

Eine genauere Beschreibung des Verfahrens und die Anwendung auf die Dipolfelder findet sich in Abschnitt 2.3. Obwohl die Dipolkopplung in Vergleich zur ferromagnetischen Kopplung sehr klein ist, ist sie für die Domänenbildung (Abb. 2.6.6) innerhalb einer Probe verantwortlich. In af-gekoppelten Schichten hingegen, wie es in den Simulationsergebnissen (ab S. 99) gezeigt wird, verstärkt die Dipolkopplung die af-Kopplung, so daß bei kleineren Strukturgrößen ein verzögertes Schalten in den Sättigungsbereich und ein früheres Rückschalten in den antiparallelen Zustand hervorgerufen wird.

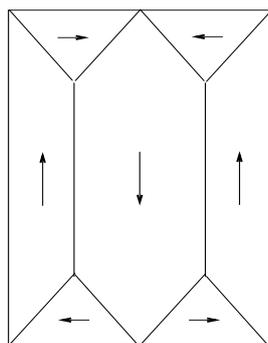


Abbildung 2.6.6 Eine mögliche Domänenstruktur in einem magnetischen Element, die aufgrund der Dipolkopplung (Entmagnetisierungsfeld) erzeugt wird (entnommen aus [31]).

2.7 Iterationsverfahren

Nachdem die Feldkomponenten in den vorhergegangenen Abschnitten über die entsprechenden Energieterme hergeleitet wurden, wird im weiteren Verlauf der Aufbau des Gittermodells erläutert. Die Spins erhalten je nach Problemstellung zunächst zufällige oder festgelegte Richtungen. Desweiteren wird festgelegt, ob die Randbedingungen periodisch oder offen sind (nächster Nachbar fehlt). Durch eine iterative Prozedur wird danach ein Energieminimum des Spinsystems erreicht. Das iterative Verfahren benutzt die Methode des lokalen Feldes, um das Minimum zu erreichen. Das bedeutet, daß sich ein Spin \vec{S} am Ort (i, j, k) in die Richtung des lokalen Feldes dreht, welches an diesem Ort erzeugt wird. Bei dieser Methode setzt sich das lokale Feld $\vec{H}_{i,j,k}^{lok}$ (Gln. 2.46) aus dem äußeren Feld $H_e \hat{z}$, der Summe der sechs nächsten Nachbarn $H_{\pm 1, j \pm 1, k \pm 1}^{exc}$ dem Anisotropiefeld am Ort $\vec{H}_{i,j,k}^A$, dem Dipol- oder Streufeld $\vec{H}_{i,j,k}^S$ der an diesem Ort von den benachbarten Schichten und Spins erzeugt wird. Für den Fall, daß es sich um ein af-gekoppeltes Schichtsystem handelt (Abb. 2.8.1, S. 26), wird der lineare ($\vec{H}_{i,j,k}^l$) und wahlweise auch der quadratische ($\vec{H}_{i,j,k}^q$) Term der af-Kopplung miteinbezogen, wenn der Spin \vec{S} am Ort (i, j, k) mit der Zwischenschicht angrenzt. Falls ein Pinhole vorhanden ist, wird der benachbarte Spin ferromagnetisch behandelt. Wird die Temperatur miteinbezogen, muß zusätzlich mit der Spinamplitude S_B multipliziert werden, die sich über die Brillouinfunktion in Gleichung 2.47 ermitteln läßt.

$$\begin{aligned} \vec{H}_{i,j,k}^{lok} = & H_e \hat{z} + \sum_{a,b,c=\pm 1} S_{B_{i+a,j+b,k+c}} \vec{H}_{i+a,j+b,k+c}^{exc} + S_{B_{i+a,j+b,k+c}} \vec{H}_{i+a,j+b,k+c}^l \\ & + S_{B_{i,j,k}} S_{B_{i+a,j+b,k+c}}^2 \vec{H}_{i+a,j+b,k+c}^q + S_{B_{i,j,k}} \vec{H}_{i,j,k}^A + \vec{H}_{i,j,k}^S . \end{aligned} \quad (2.46)$$

Dabei ist \hat{z} der Einheitsvektor entlang der Z-Achse,

$$S_B = SB(x) , \quad x = \frac{g\mu_0\mu_B S |\vec{H}_{i,j,k}^{lok}|}{k_B T} .$$

k_B ist die Boltzmannkonstante, μ_0 die magnetische Permeabilitätskonstante, μ_B das Bohr'sche Magneton und $B(x)$ die Brillouinfunktion [4], [32]:

$$B(x) = \frac{2S+1}{2S} \coth\left(\frac{(2S+1)x}{2S}\right) - \frac{1}{2S} \coth\left(\frac{x}{2S}\right) . \quad (2.47)$$

Der Abbruch erfolgt, wenn die durchschnittliche Winkeländerung $\bar{\alpha}$ über die gesamten Schichten $|\bar{\alpha}_{neu} - \bar{\alpha}_{alt}| < \epsilon$ ist. Wobei $10^{-9} \leq \epsilon \leq 10^{-6}$ und

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{n_i n_j n_k} \left(\sum_i^{n_i} \sum_j^{n_j} \sum_k^{n_k} \alpha_{i,j,k} \right) , \quad \alpha_{i,j,k} = \arctan(H_{i,j,k}^{lok}) \text{ sind.}$$

Das normierte magnetische Moment ist gegeben durch:

$$M_n = \frac{1}{n_i n_j n_k} \left(\sum_i^{n_i} \sum_j^{n_j} \sum_k^{n_k} \cos(\alpha_{i,j,k}) \right) ,$$

wobei n_i, n_j, n_k die Anzahl der Gitterzellen in der i -, j -, k -Richtung sind.

2.8 Allgemeine Eigenschaften des Modells

Das entwickelte iterative Verfahren basiert auf dem einfachen Modell von Fulghum [4]. In den Simulationsergebnissen in Kapitel 4 wurden anfänglich, um einen Einblick in das iterative Verfahren zu erhalten, einige Ergebnisse aus [4] nachvollzogen und mit den Ergebnissen, die aus der Energieminimierung erhalten wurden, verglichen. Aus diesem Grund werden hier die Eigenschaften des Gittermodells aus [4] stichpunktartig wiedergegeben:

- einfach kubisches Gitter (16×16).
- zwei ferromagnetische Schichten à vier Ebenen getrennt durch eine Zwischenschicht à drei Ebenen.
- die Spins des Pinholes werden als ferromagnetisch gekoppelte Spins betrachtet.
- Für die Austauschkopplung gilt $J_f = 3.6^{-21} J$, ermittelt aus der Curie-Temperatur T_C [32] für Eisen bei $z = 6$ nächsten Nachbarn und Spin $S=1$:

$$T_C = \frac{zJ_f S(S+1)}{3k_B} \quad (2.48)$$

- lineare af-Kopplung: $J_{af} = -0.01J_f$.
- af-Kopplung nur an den Randflächen, die mit der Zwischenschicht angrenzen.
- das Austauschfeld ist durch $\mu_0 H_{exc} = \frac{J_f}{g\mu_B} \approx 194T$ für den ferromagnetischen Fall und $\mu_0 H_{af} = \frac{J_{af}}{g\mu_B} \approx 1.94T$ für den antiferromagnetischen gegeben.
- im Falle von Pinholes ferromagnetische Kopplung (Abb. 2.8.1).
- periodische Randbedingungen in der XZ-Ebene.

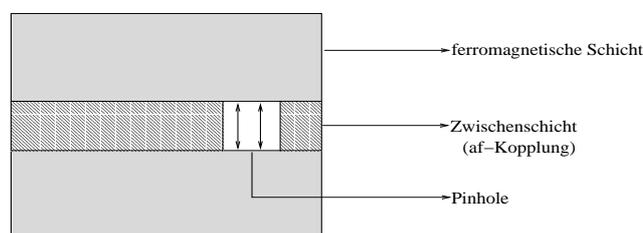


Abbildung 2.8.1 Seitenansicht eines af-gekoppelten Schichtsystems. Die magnetischen Schichten sind über ein Pinhole miteinander ferromagnetisch gekoppelt, während an den Grenzflächen zu der Zwischenschicht die Kopplung antiferromagnetisch ist.

Kapitel 3

Beschleunigungsverfahren

3.1 Der Relaxationsfaktor

Gitterrechnungen beanspruchen im Allgemeinen einen hohen Rechenaufwand. In Fulghums [4] Gittermodell (S. 26) werden ca. 70.000-80.000 Iterationen für die Konvergenz der Magnetisierungsverteilung bei einem Feldwert benötigt. Durch Hinzunahme eines Relaxationsfaktors ist es möglich, den Rechenaufwand enorm zu reduzieren. Der Relaxationsfaktor ω wird in den Gitterrechnungen für die Berechnung der Spinrichtungen α_i eingesetzt. Die Berechnung eines neuen Winkels α_i^{neu} , der die Richtung des Spins S_i angibt, erfolgt nach der Vorschrift [33]:

$$\alpha_i^{neu} = \alpha_i^{alt} + \omega(\alpha_i^{neu} - \alpha_i^{alt}), \text{ wobei: } 0 < \omega < 2. \quad (3.1)$$

Der Definitionsbereich von ω , $0 < \omega < 2$ läßt sich unterteilen in:

- Unterrelaxation, $0 < \omega < 1$.
- Überrelaxation, $1 \leq \omega < 2$. Dabei ist $\omega = 2$ die Stabilitätsgrenze [33], [34], [35].

Anfänglich wurde der Relaxationsfaktor in Fulghums [4] Gittermodell eingesetzt. Dabei wurde die Iterationszahl in Abhängigkeit von ω bei einer konstant gehaltenen äußeren Feldstärke untersucht. Der Einfluß von ω auf die Iterationsanzahl, die für die Konvergenz der Magnetisierungsverteilung bei einem Feldwert benötigt wird, läßt sich aus den Tabellen 3.1.1 und 3.1.2 entnehmen. In diesen Tabellen sind für bestimmte ω -Werte fett gedruckte Iterationszahlen in den Spalten enthalten. Diese Zahlen sind die geringsten Iterationswerte für einen bestimmten äußeren Feldwert H_e . Für eine äußere Feldstärke von $\mu_0 H_e = 0.6T$ in Tabelle 3.1.1 werden mit $\omega = 1.95$ 173 Iterationen für die Konvergenz benötigt, während für alle anderen ω -Werte größere Iterationszahlen zu sehen sind. Als Konvergenzkriterium wurde eine Schranke für die mittlere Winkeländerung gewählt, wie sie bereits in Gleichung 3.4 (S. 13) vorgestellt wurde: $|\bar{\alpha}_{neu} - \bar{\alpha}_{alt}| < \epsilon$ mit $\epsilon = 10^{-6}$.

Wird für jeden Feldwert ein passendes ω aus Tabelle 3.1.1 gewählt, so ist es möglich, daß für eine Neukurve mit Fulghums Modeldaten nur 3198 Iterationen bis zur Sättigung benötigt werden.

$\mu_0 H_e [T]$	Iterationen k							
	$\omega = 1.95$	$\omega = 1.96$	$\omega = 1.97$	$\omega = 1.98$	$\omega = 1.99$	$\omega = 1.991$	$\omega = 1.992$	$\omega = 1.993$
0	2	2	2	2	1	1	2	2
0.1	2281	2241	2076	1735	1036	888	854	996
0.2	1007	889	740	523	619	726	833	905
0.3	527	452	346	379	633	744	856	893
0.4	321	262	245	356	659	696	736	965
0.5	209	143	221	376	616	658	819	981
0.6	173	205	241	322	667	713	756	845
0.7	152	185	222	259	552	652	752	851
0.8	157	171	209	255	608	607	786	845
0.9	415	287	241	287	533	533	704	705
1	1499	1258	985	631	491	468	420	363
\sum_k	6743	6095	5528	5125	6415	6686	7518	8351

Tabelle 3.1.1 Anzahl der Iterationen in einem 16×16 Gitter bestehend aus vier Lagen, für Fulghums [4] Modell bei $T=0K$.

$\mu_0 H_e [T]$	Iterationen k							
	$\omega = 1.95$	$\omega = 1.96$	$\omega = 1.97$	$\omega = 1.98$	$\omega = 1.99$	$\omega = 1.991$	$\omega = 1.992$	$\omega = 1.993$
0	2	2	2	2	1	2	2	2
0.1	1652	1554	1382	1101	624	699	775	968
0.2	645	558	445	329	684	762	802	921
0.3	323	263	273	309	643	683	727	853
0.4	181	217	256	294	663	663	711	992
0.5	105	148	193	354	680	734	845	901
0.6	366	214	213	354	580	659	739	741
0.7	1157	955	728	416	374	341	309	280
0.8	87	73	59	46	6	5	4	38
0.9	12	7	6	5	5	4	3	36
1	7	6	5	5	4	4	3	24

Tabelle 3.1.2 Anzahl der Iterationen in einem 16×16 Gitter bestehend aus vier Lagen, für Fulghums [4] Modell bei $T=600K$.

Eine andere Möglichkeit besteht darin, den passenden ω -Wert über einen Gesamtdurchlauf zu betrachten und somit die Gesamtsumme \sum_k der Iterationen bis zur Sättigung. Aus Tabelle 3.1.1 und Diagramm 3.2.3 ist ersichtlich, daß für $\omega = 1.98$ der geringste Aufwand benötigt wird. Die ω -Werte in den Tabellen 3.1.1 und 3.1.2 sind nicht allgemein gültig, sondern nur für ein einfaches af-gekoppeltes Schichtsystem, wie es in Fulghums Arbeit benutzt wurde. Durch die Hinzunahme von weiteren Komponenten, wie Anisotropie, quadratischen Kopplungsterm, Gleichverteilung der leichten Richtungen α_A oder Streufelder, müssen die ω -Werte neu angepaßt werden, da es sonst zu falschen Ergebnissen oder zu Oszillationen um einen Konvergenzpunkt oder zu einem erhöhten Aufwand kommen kann.

Eine Methode, fehlerhafte Ergebnisse oder das "Ausprobieren" von ω zu vermeiden, ist den Relaxationsfaktor in Abhängigkeit von der Fehlergrenze mit festgelegten Werten zu belegen. Eine mögliche Belegung von ω wäre z. B.:

$$\begin{aligned} |\bar{\alpha}_{alt} - \bar{\alpha}_{neu}| &\geq 10^{-4} && \text{setze } \omega = 1 \\ 10^{-5} \leq |\bar{\alpha}_{alt} - \bar{\alpha}_{neu}| &< 10^{-4} && \text{setze } \omega = 1.5 \\ |\bar{\alpha}_{alt} - \bar{\alpha}_{neu}| &\leq 10^{-6} && \text{setze } \omega = 1.8 . \end{aligned}$$

oder die Benutzung von adaptiven Verfahren wie sie im nachfolgenden Abschnitt dargestellt werden.

3.2 Adaptive Verfahren zur Bestimmung von ω

Es existieren ebenfalls adaptive Verfahren zur Bestimmung des Relaxationsfaktors, welche in dem iterativen Verfahren eingesetzt wurden. Es wurde überprüft, ob diese Verfahren ähnliche Ergebnisse liefern, wie sie in der Tabelle 3.1.1, die durch Testen herausgefunden wurden. Es wurden drei adaptive Verfahren eingesetzt und überprüft:

1. Adaptives Verfahren nach Bunse-Gerstner [34].
2. Adaptives Verfahren nach Hagemann-Young [35].
3. Chebycheff Beschleunigung [34], [35], [36].

Diese Verfahren benutzen zur Bestimmung des optimalen ω -Wertes die Eigenwerte (Def. 3.2.1) und den Spektralradius (Def. 3.2.2) einer Matrix. Verfahren (1) und (2) sind sehr ähnlich, wobei das Verfahren von Bunse-Gerstner eine stark vereinfachte Form des Hagemann-Young Verfahrens darstellt.

Definition 3.2.1 Sei \mathbf{A} eine quadratische Matrix, so ist λ ein Eigenwert zu \mathbf{A} , wenn die Gleichung $\mathbf{A}\vec{x} = \lambda\vec{x}$, mit $\lambda \neq 0$ erfüllt wird.

Definition 3.2.2 Sei \mathbf{A} eine quadratische Matrix mit den Eigenwerten $\lambda_1, \dots, \lambda_n$, dann wird mit $\rho(\mathbf{A}) = \max\{|\lambda_1|, \dots, |\lambda_n|\}$ der Spektralradius zur Matrix \mathbf{A} bezeichnet.

Die Eigenwerte lassen sich über das charakteristische Polynom $P(\lambda) = \det(A - \lambda I)$ bestimmen, wobei I die Identitätsmatrix. Da die Bestimmung der Eigenwerte über das charakteristische Polynom ein aufwendiges Verfahren ist, kann man den Spektralradius durch folgende Methode approximieren [34]:

$$\rho = \max \frac{|\alpha_i^{k+1} - \alpha_i^k|}{|\alpha_i^k - \alpha_i^{k-1}|}, \quad \forall i \in 1 \dots n, \quad (3.2)$$

wobei k den k -ten Iterationsschritt, i den Index und α in unserem Fall den Winkel des Spins zur Z -Achse bildet. Damit die adaptiven Verfahren geeignete ω -Werte liefern muß $\rho \leq 1$ sein. Sollte im Laufe der Rechnung $\rho > 1$ sein, wird ω auf eins zurückgesetzt.

3.2.1 Das Verfahren nach Bunse-Gerstner

Der Algorithmus dieses Verfahrens läßt sich in fünf Schritten darstellen:

Schritt 1: Wähle eine natürliche Zahl $p > 0$ für die Häufigkeit, mit der ω neu berechnet werden soll. Setze den Startvektor $\vec{\alpha}$, $\omega = 1$, $\rho = 1$, $k = 1$.

Schritt 2: Berechne für α_i , $\forall i = 1, \dots, n$ $\alpha_i^{k+1} = \alpha_i^k + \omega(\alpha_i^{k+1} - \alpha_i^k)$.

Schritt 3: Berechne den Spektralradius ρ nach:

$$\rho = \max \frac{|\alpha_i^{k+1} - \alpha_i^k|}{|\alpha_i^k - \alpha_i^{k-1}|}, \quad \forall i \in 1 \dots n.$$

Wenn $\rho > 1$ fahre fort mit Schritt 5, sonst setze

$$\rho = \max(\rho, \omega_{alt} - 1), \quad \omega_{neu} = \frac{2}{1 + \sqrt{1 - \frac{(\rho + \omega_{alt} - 1)^2}{\omega_{alt}^2 \rho}}}. \quad (3.3)$$

Schritt 4: Abbruchkriterium: wenn $|\bar{\alpha}_{k+1} - \bar{\alpha}_k| < \epsilon$.

Schritt 5: Setze $k=k+1$, fahre fort mit Schritt 2.

Das Verfahren liefert für Fulghum's [4] Modell zu große ω -Werte ($1.999 \leq \omega \leq 2$), weil sich die benachbarten Winkelwerte α_i nur minimal ändern und der errechnete Spektralradius aus Gleichung 3.2 gegen eins konvergiert. Dies führt dazu, daß der errechnete ω -Wert aus Gleichung 3.3 gegen zwei konvergiert, was zu Oszillationen um den Konvergenzpunkt in der Gitterrechnung führt.

Auch die Mittelwertbildung (Gleichungen 3.4 und 3.5), sowie die Neuberechnung von ω nach 50 oder 100 Iterationsschritten, liefert ebenfalls zu-große Werte.

$$\bar{\alpha}_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \alpha_i^k \quad (3.4)$$

$$\bar{\rho} = \frac{|\bar{\alpha}_{k+1} - \bar{\alpha}_k|}{|\bar{\alpha}_k - \bar{\alpha}_{k-1}|}. \quad (3.5)$$

3.2.2 Adaptives Verfahren nach Hagemann und Young

Dieses adaptive Verfahren ähnelt dem bereits vorgestellten Verfahren von Bunse-Gerstner. Zusätzlich kommt hier hinzu, daß sich der ermittelte Relaxationsparameter innerhalb festgelegter Grenzen $[\omega_{min}, \dots, \omega_{max}]$ bewegt, d. h. es wird innerhalb dieses Bereiches interpoliert. Eine zusätzliche Schätzungsfunktion ermittelt, wann der Parameter verändert werden soll. Eine fehlerhafte Wahl von $[\omega_{min}, \dots, \omega_{max}]$ kann zu hohen Iterationszahlen führen oder zu den bereits erwähnten Oszillationen um einen Konvergenzpunkt. Dieses Verfahren wird daher ebenfalls ausgeschlossen.

3.2.3 Chebycheff Beschleunigung

Die Chebyscheff Beschleunigung ist ein sehr einfaches und robustes Verfahren zur Ermittlung vom ω , welches in drei Schritten dargestellt werden kann:

Schritt 1: Ermittle den durchschnittlichen Eigenwert nach den Gleichungen 3.4 und 3.5.

Schritt 2: Bestimme ω durch folgendes Iterationsverfahren:

$$\begin{aligned}\omega^{(0)} &= 1 \\ \omega^{(1)} &= \frac{1}{1 - 0.5\bar{\rho}^2} \\ \omega^{(k+1)} &= \frac{1}{1 - 0.25\bar{\rho}^2\omega^{(k)}} ,\end{aligned}$$

wobei $k=0, \dots, \infty$ den k -ten Iterationsschritt bildet.

Schritt 3: Abbruchkriterium: wenn $|\bar{\alpha}_{k+1} - \bar{\alpha}_k| < \epsilon$.

Der Vorteil dieses Iterationsverfahrens ist, daß bei $k \rightarrow \infty$ der optimale Relaxationsfaktor errechnet wird: $\omega^{(\infty)} \rightarrow \omega^{opt}$. Im Simulationsverfahren wird ω^{opt} nach 100 Iterationsschritten erreicht. Wird dieses Verfahren in Fulghums Modell eingesetzt, so werden 5848 Iterationen benötigt. Dabei wurde ω nach jedem Iterationsschritt neu berechnet. Erfolgt die Berechnung des Relaxationsfaktors nach größeren Schrittweiten, steigt die Anzahl der Iterationen bis zur Sättigung. Die errechneten ω -Werte des adaptiven Verfahrens für $\mu_0 H_e = 0.1T$ sind in Diagramm 3.2.1 und ein Vergleich der Iterationsanzahl zwischen dem Chebyscheff Verfahren und den Daten aus Tabelle 3.1.1 ist in Diagramm 3.2.2 dargestellt.

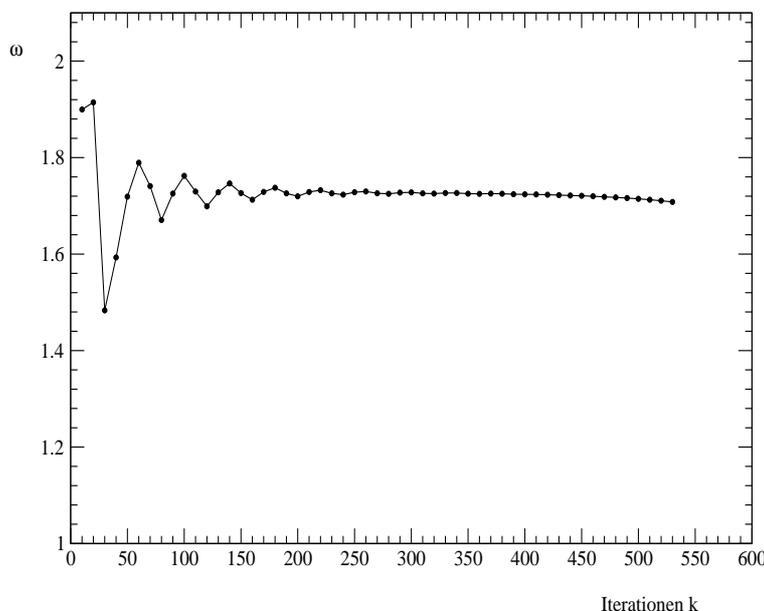


Diagramm 3.2.1 Ermittelte ω -Werte nach jedem zehnten Iterationsschritt mit dem Chebycheff Verfahren bei einer äußeren Feldstärke von $\mu_0 H_e = 0.1T$.

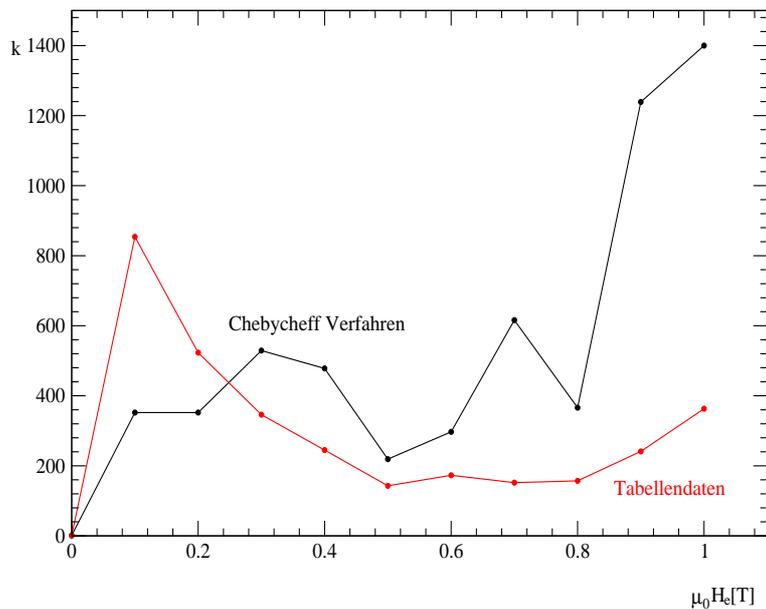


Diagramm 3.2.2 Vergleich der Iterationswerte aus Tabelle 3.1.1 und des Chebycheff Verfahrens.

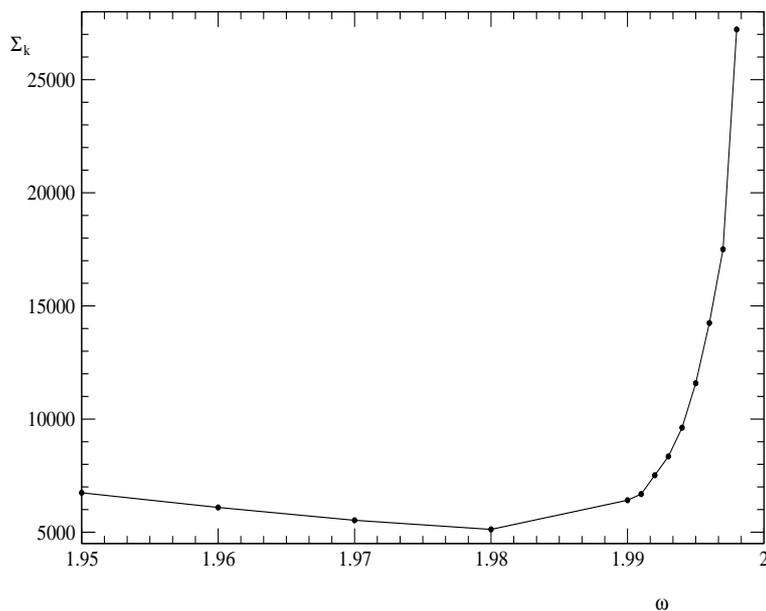


Diagramm 3.2.3 Gesamtsumme Σ_k der Iterationen in Abhängigkeit von ω .

Für die Gitterrechnungen wurde eine Kombination aus dem Chebycheff Verfahren und den individuell festgelegten ω -Werten in Abhängigkeit von der Fehlergrenze oder der Iterationsanzahl k benutzt. Der Grund für die Kombination liegt darin, daß bei bestimmten Konfigurationen Oszillationen um einen Konvergenzpunkt entstehen können. Um solche kritischen Situationen abzufangen, ist es sinnvoll, ab einer festgelegten Fehlergrenze das adaptive Verfahren erst einzuschalten und eventuell ab einer maximalen Iterationsanzahl das Verfahren wieder auszuschalten und $\omega = 1$ zu setzen. Es gibt allerdings auch Konfigurationen, wie sie in Diagramm 4.7.2 (S. 82) zu sehen sind, wo es angebracht ist mit Unterrelaxation zu arbeiten. Ein Unterprogramm, welches zur Bestimmung von ω benutzt wurde, wird Stichpunktartig beschrieben:

Schritt 1: Setze eine Fehlergrenze ϵ_ω , ab der das adaptive Verfahren benutzt werden soll, $\omega = 1$ als Startwert, die Iterationsgrenze i_1 , ab der wieder $\omega = 1$ gesetzt wird, $\omega_{min} > 0$ für den kleinsten Wert der Unterrelaxation, die Schrittweite l_ω und die Iterationsgrenzen i_2, \dots, i_m , ab denen ω in der Unterrelaxation verändert wird, den Iterationszähler $k = 0$ und $\bar{\alpha}_{alt} = 0$.

Schritt 2: Berechne $\bar{\alpha}_{neu} = \frac{1}{n_i n_j n_k} \sum_{i,j,k} \alpha_{i,j,k}$, setze $k = k + 1$. Ist $|\bar{\alpha}_{alt} - \bar{\alpha}_{neu}| < \epsilon_\omega$:

- Ja, gehe zu Schritt 3.
- Nein, setze $\omega = 1$, $\bar{\alpha}_{alt} = \bar{\alpha}_{neu}$ und bleibe bei Schritt 2.

Schritt 3: Setze $k = k + 1$ und starte mit Chebycheff Verfahren.

- Ist $k < i_1$, bleibe bei Schritt 3.
- Ist $k > i_1$, gehe zu Schritt 4.

Schritt 4: Setze $k = k + 1$ und $\omega = 1$.

- Ist $k < i_2$, bleibe bei Schritt 4.
- Ist $k > i_2$, gehe zu Schritt 5.

Schritt 5: (Unterrelaxation) Setze $k = k + 1$ und $\omega = \omega - l_\omega$.

- Ist $k < i_a$, $a \in [3, \dots, m]$, bleibt ω unverändert, $k = k + 1$.
- Ist $k > i_a$, bleibe bei Schritt 5.
- Ist $\omega \leq \omega_{min}$, dann setze $\omega = \omega_{min}$ bis zur Konvergenz und $k = k + 1$.

Der Iterationszähler k wird unabhängig von der Schrittebene (1-5) des Unterprogrammes ständig erhöht. Das bedeutet, daß sich die festgelegten Iterationsgrenzen $i_1 \dots i_m$ auf die Gesamtanzahl der Iterationen von k beziehen. Für das Diagramm 4.7.2 (S. 82) wurden folgende Daten eingesetzt:

- $\epsilon_\omega = 10^{-4}$ für den Start des adaptiven Verfahrens.
- $\omega_{min} = 0.8$ als unterster Grenzwert für die Unterrelaxation und eine Schrittweite von $l_\omega = 0.05$.
- $m = 5$ für die Unterteilung der Iterationsgrenzen (i_1, \dots, i_5) .

Der Einsatz der festgelegten Iterationsgrenzen, die ab Schritt 3 benutzt werden, wird in Tabelle 3.2.1 dargestellt.

Schritt	Iterationsgrenzen $i_1 \dots i_5$	Iterationszähler k	ω
3	$i_1 = 4000$	$k < i_1$	adaptiv
4	$i_2 = 6000$	$i_1 \leq k < i_2$	1
5	$i_3 = 6500$	$i_2 \leq k < i_3$	0.95 (Unterrelaxation)
5	$i_4 = 7000$	$i_3 \leq k < i_4$	0.9
5	$i_5 = 7500$	$i_4 \leq k < i_5$	0.85
5		$i_5 \leq k$	0.8 (ω_{min})

Tabelle 3.2.1 Die festgelegten Iterationsgrenzen zu der Simulation in Diagramm 4.7.2 (S. 82). Überschreitet k den Grenzwert von i_5 , wird $\omega = \omega_{min}$ gesetzt. Der Wert $\omega = \omega_{min}$ bleibt so lange erhalten, bis die Rechnung für den vorgegebenen Parameter (Temperatur oder äußere Feldstärke) konvergiert. Wird die Konvergenz erreicht, wird das Unterprogramm zur Bestimmung von ω erneut von Schritt 1 gestartet. Sowohl der Wert ω_{min} als auch die Werte von i_1, \dots, i_n können individuell festgelegt werden.

3.3 Fouriertransformation

Durch die Benutzung der Fast Fouriertransformation (FFT) und des Faltungstheorems ist es möglich, die Berechnung der Dipolfelder enorm zu beschleunigen. Arbeiten über dieses Berechnungsverfahren sind bereits in [37], [38], [39], [40], [41], [29] vorgestellt worden. Im Nachfolgenden wird die Grundidee der Anwendung der FFT zur Streufeldberechnung vorgestellt. Da es sich beim Simulationsmodell um ein diskretisiertes Gitter handelt, wird deshalb auch die diskretisierte Fouriertransformation (FT) benutzt:

$$F_k = \sum_{j=0}^{N-1} f_j \times e^{2\pi i j k N} , \tag{3.6}$$

wobei $e^{2\pi i j k / N} = \cos\left(\frac{2\pi j k}{N}\right) + i \sin\left(\frac{2\pi j k}{N}\right)$.

Die FFT basiert auf der FT in Gleichung 3.6. Genauere algorithmische Beschreibungen der FFT in pseudo-Code sind in [42], [43], [44], [45] zu finden. Eine weitere Eigenschaft der FT ist, daß eine Faltung im Realraum (Gln. 3.7) einer komponentenweisen komplexen Multiplikation der transformierten Funktionen (Gln. 3.8) im Fourierraum [36], [46] entspricht. Gleichung 2.44 (S. 19), die zur Berechnung der Dipolfelder benötigt wird, beschreibt ebenfalls eine Faltung, so daß hier die Eigenschaft aus Gleichung 3.8 der FT angewendet werden kann.

$$(g * h)_l = \sum_{j=-m}^m g(j)h(l - j) \tag{3.7}$$

$$g * h = FT(g)FT(h) \tag{3.8}$$

Für eine genaue Beweisführung der Eigenschaft aus Gleichung 3.8 wird auf [46] verwiesen. Gleichung 3.7 verlangt, daß die Datenfolge periodisch sein muß. Für die Dipolgleichung 2.44 (S. 19) bedeutet dies, daß die Gitterpunkte periodisch dargestellt werden müssen, bevor sie in den Fourierraum transformiert werden. Besteht ein Gitter aus $M \times N$ Gitterpunkten, so sind für die periodische Darstellung $(2M - 1) \times (2N - 1)$ Gitterpunkte notwendig (Abb. 3.3.1).

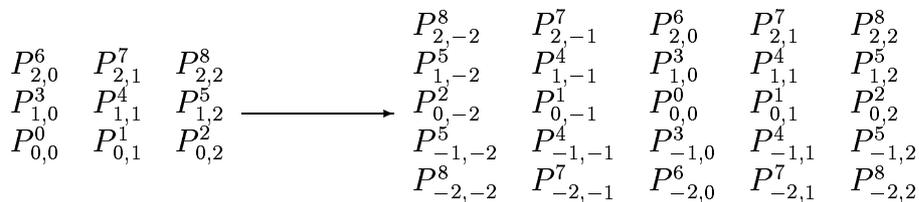


Abbildung 3.3.1 Periodische Darstellung eines 3×3 Gitters durch ein 5×5 Gitter. Der obere Index bezeichnet den Gitterpunkt und der untere die Position auf der Gitterebene. Jeder Gitterpunkt enthält dabei eine H_x - und H_z -Komponente.

Der Gesamtaufwand $O(N)$, der durch die Transformationen und Multiplikationen entsteht, ist somit:

Hintransformation:	$\frac{1}{2}N \log_2 N$
Rücktransformation:	$\frac{1}{2}N \log_2 N$
Komplexe Multiplikationen:	$6N$
Gesamt:	$N \log_2 N + 6N$

Die Tensorelemente in der Dipolgleichung 2.44 hängen nur von der Geometrie ab und müssen im Gegensatz zu den magnetischen Ladungen nur einmal transformiert werden. In Diagramm 3.3.1 ist der algorithmische Ablauf des Berechnungsverfahrens dargestellt, während Tabelle 3.3.1 ein Vergleich des Zeitaufwandes zwischen der FFT und der gewöhnlichen Berechnungsmethode gezeigt wird. Der Geschwindigkeitsvorteil der FFT beginnt ab einer 8×8 Feldgröße. Die Zeitmessung erfolgte auf einem LINUX-Betriebssystem¹ ohne graphischer Oberfläche mit einem AMDTM Athlon XP1500+ Prozessor² und einem Hauptspeicher von 512 MB-RAM. Der Quellcode für die 3D-FFT sowie für die Faltung wurde aus [36] bezogen.

Gittergröße $N \times N$	Zeitaufwand (s)	
	ohne FFT	mit FFT
3×3	$1.666 * 10^{-5}$	$2.5 * 10^{-4}$
4×4	$6.666 * 10^{-5}$	$2.5 * 10^{-4}$
5×5	$1.333 * 10^{-4}$	0.001333
6×6	0.000333	0.001333
7×7	0.0005	0.001333
8×8	0.002	0.001333
16×16	0.03	0.006
32×32	0.43	0.02
64×64	9	0.24
128×128	171	1
256×256	3543	7

Tabelle 3.3.1 Zeitvergleich des Aufwandes mit und ohne FFT. Man erkennt in der Tabelle, daß bei der FFT-Methode die Gittergrößen (5×5) bis zu (8×8) gleiche Zeiten benötigen. Dies beruht darauf, daß die FFT mit der Zweier-Potenz arbeitet und die nächste Potenz liegt bei acht. Das bedeutet, daß bei den Feldgrößen (5×5), (6×6), (7×7) immer ein (8×8) Feld berechnet wird. Die verbleibenden Feldelemente werden dabei mit Nullen aufgefüllt.

¹Kernelversion 2.4.8

²Die interne Taktung des Prozessors liegt bei 1343Mhz

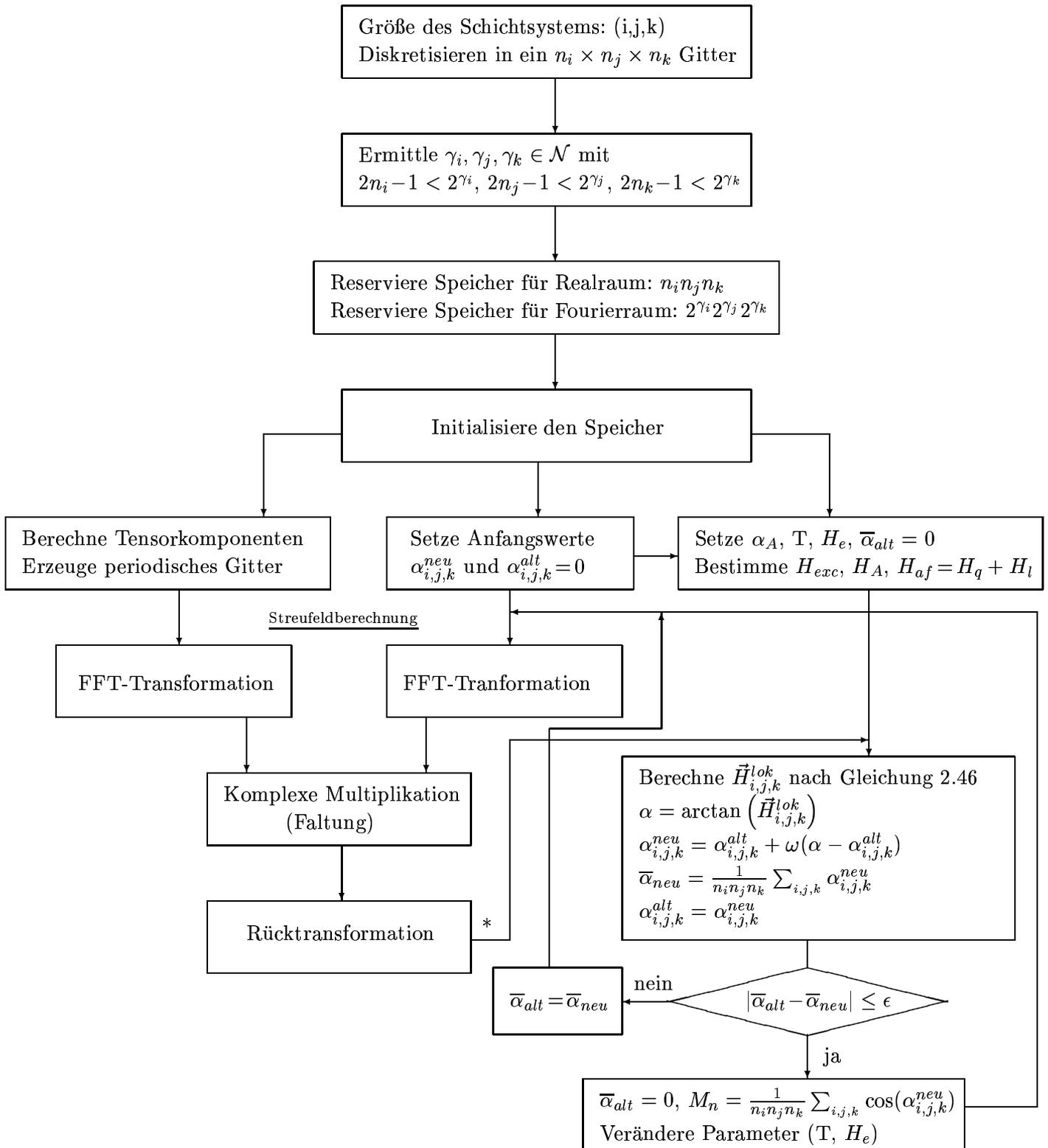


Diagramm 3.3.1 Schematischer Ablauf, der die Benutzung der FFT bei der Streufeldberechnung zeigt. Nach dem Block (*) liegen die Streufelder im Ortsraum vor.

Kapitel 4

Simulationsergebnisse

4.1 Vergleich der Gitterrechnung mit dem analytischen Model

Ein af-gekoppeltes Schichtsystem stellt sich in Anwesenheit eines äußeren Feldes auf einen Winkel α zwischen den beiden Magnetisierungsrichtungen ein, der die Gesamtenergie des Systems in ein lokales Minimum bringt. Da beide Schichten das gleiche magnetische Moment haben und nur die af-Kopplung wirkt, sind die Winkel der magnetisierten Schichten bezüglich der Achse des äußeren Feldes (Z-Achse) symmetrisch (Abb. 4.1.1(b)).

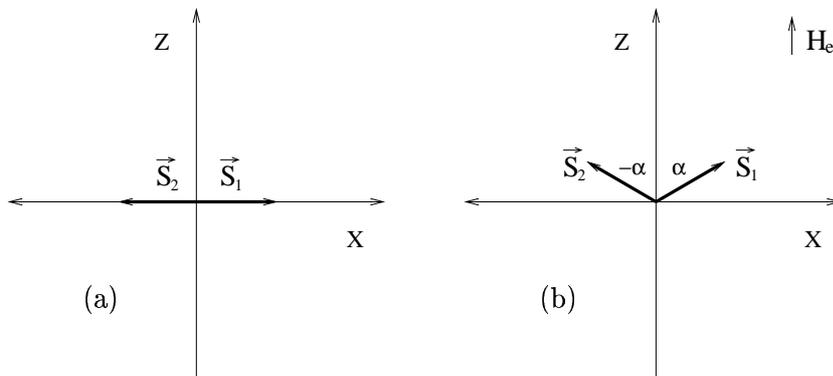


Abbildung 4.1.1 Vereinfachte Darstellung eines Schichtsystems mit zwei magnetischen Momenten \vec{S}_1 , \vec{S}_2 , die miteinander antiferromagnetisch gekoppelt sind. Bild 4.1.1(a) zeigt die Position in Abwesenheit eines äußeren Feldes und 4.1.1(b) in Anwesenheit. Beide Schichten erzeugen mit der Z-Achse einen Winkel α .

Das analytische Modell für Fulghums [4] System, welches aus zwei magnetischen Schichten aus je vier Lagen besteht (Abb. 4.1.2), die miteinander antiferromagnetisch gekoppelt sind, läßt sich durch folgende Energiegleichung beschreiben:

$$E_{ges} = -g\mu_0\mu_B\vec{H}_e \sum_{i=1}^4 \vec{S}_i + J_l\vec{S}_4\vec{S}_5 = -4g\mu_0\mu_B H_e S \cos(\alpha) + J_l S^2 \cos(2\alpha) . \quad (4.1)$$

Das Energieminimum von Gleichung 4.1 erhält man, indem nach α abgeleitet wird:

$$\frac{dE_{ges}}{d\alpha} = 4g\mu_0\mu_B H_e S \sin(\alpha) - 2S^2 J_l \sin(\alpha) \cos(\alpha) \Rightarrow \cos(\alpha) = \frac{2g\mu_0\mu_B H_e}{SJ_l} . \quad (4.2)$$

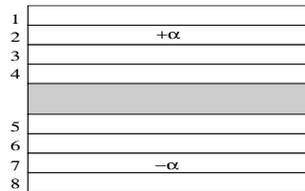


Abbildung 4.1.2 Darstellung eines Schichtsystems mit je vier Lagen pro Schicht. In Anwesenheit eines äußeren Feldes stellen sich die Schichten auf einen Winkel $\pm\alpha$ ein.

In Abbildung 4.1.3 sind Magnetisierungsmuster in Anwesenheit und Abwesenheit von des äußeren Feldes H_e dargestellt. Die Muster zeigen, wie schon in der analytischen Darstellung vorgestellt wurde (Abb. 4.1.1 und 4.1.2), ein symmetrisches Verhalten.

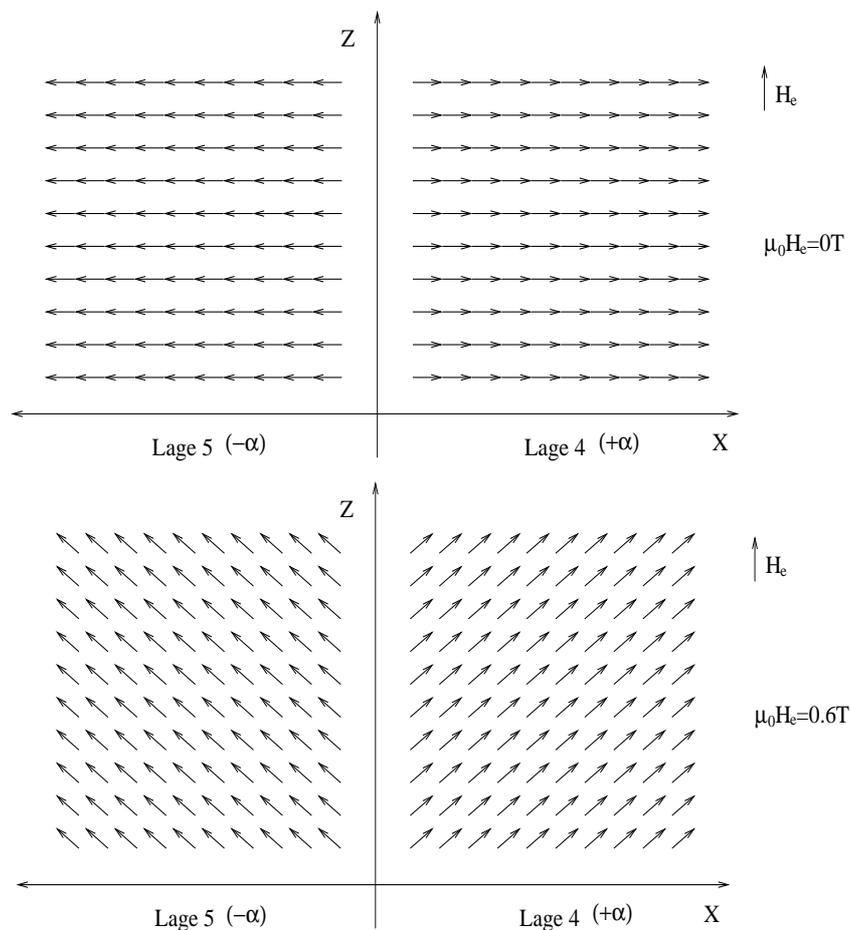


Abbildung 4.1.3 Darstellung der Spinrichtungen in den Lagen vier und fünf (siehe Abb. 4.1.2) in Abwesenheit und Anwesenheit des äußeren Feldes H_e .

Neben dem symmetrischen Verhalten des iterativen Modells, welches aus der gezeigten Abbildung 4.1.3 zu erkennen ist, ist eine gute Übereinstimmung zwischen der Gitterrechnung und der analytischen Lösung (Gln. 4.2) in Diagramm 4.1.1 zu beobachten. Nur in der Nähe des Sättigungsbereiches ist eine geringe Abweichung erkennbar.

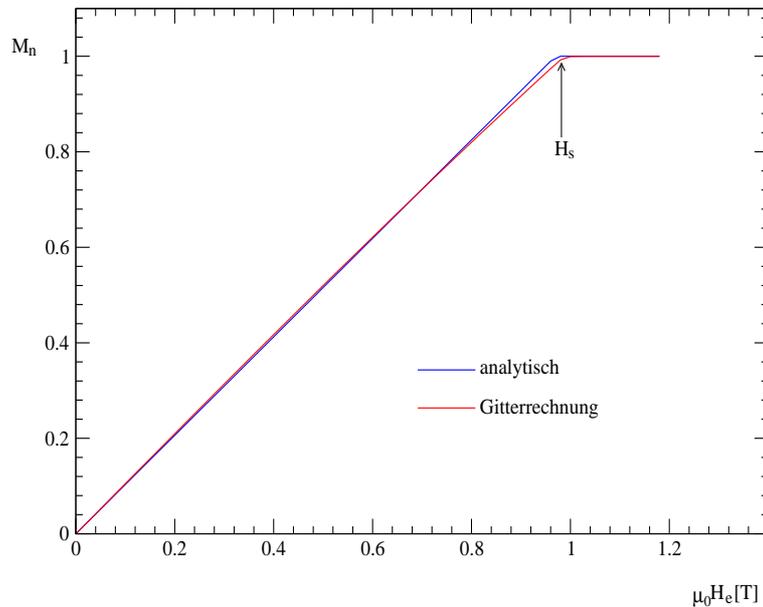


Diagramm 4.1.1 Vergleich der Gitterrechnung mit der analytischen Lösung. Der theoretisch ermittelte Verlauf aus Gleichung 4.2 sowie das aus Gleichung 2.12 berechnete Sättigungsfeld zeigen eine sehr gute Übereinstimmung mit der Gitterrechnung. In Gleichung 2.12 wurden die Daten von Fulghums Modell (S. 26) benutzt:

$M_1 t_1 = M_2 t_2 = 4g\mu_B$, $J_{af} = 3.6 \cdot 10^{-23} \text{ J}$, die ein $\mu_0 H_s \approx 0.97T$ liefern.

4.2 Temperaturabhängigkeit

Bei af-gekoppelten Schichten, die als magnetische Sensoren dienen sollen, ist die Temperaturabhängigkeit des magnetischen Momentes von Bedeutung, weil die Signalqualität mit steigender Temperatur reduziert wird. In Diagramm 4.2.1 sind unterschiedliche Verläufe des magnetischen Gesamtmomentes eines af-gekoppelten Fe/./Fe Schichtsystems¹ in Abhängigkeit von der Temperatur aufgetragen. Bei Temperaturen um die Zimmertemperatur ($T = 300K$) ist die Abweichung von der Kurve für den absoluten Nullpunkt sehr gering; es wird fast $M_s(T = 300K) \approx M_s(T = 0K)$ erreicht. Andererseits werden bei $T = 600K$ nur noch ca. 80% und bei $T = 900K$ schließlich nur ca. 40% von $M_s(T = 0K)$ erreicht.

¹Anisotropie wird nicht miteinbezogen

Weiterhin ist bei höheren Temperaturen ein stärkerer Anstieg und das Erreichen der Sättigung bei kleineren Feldstärken zu beobachten. Die Erklärung liegt darin, daß die hohen Temperaturen den Einfluß der af-Kopplung reduzieren und die Spins dadurch leichter in Feldrichtung drehen.

Die Richtigkeit der Ergebnisse läßt sich ebenfalls analytisch ermitteln, indem die Energiegleichung 4.1 um den thermischen Beitrag $S_B = SB(x)$ erweitert wird, wobei $B(x)$ die Brillouinfunktion ist (S. 25). Die Schwierigkeit in der Erweiterung besteht darin, daß das Argument der Brillouinfunktion von der lokalen Feldstärke abhängt, die aber nicht in Gleichung 4.1 eingeht. Dies kann über einen hybriden Ansatz umgangen werden:

- Die Magnetisierung wird über den Winkel α , $M_n = \cos(\alpha)$ bestimmt. Der Winkel α wird aus Gleichung 4.2 unter Benutzung des Newtonverfahrens [23] ermittelt.
- Die Spinamplitude $S_B = |S|B(x)$ erhält man über eine Fixpunktiteration [23].

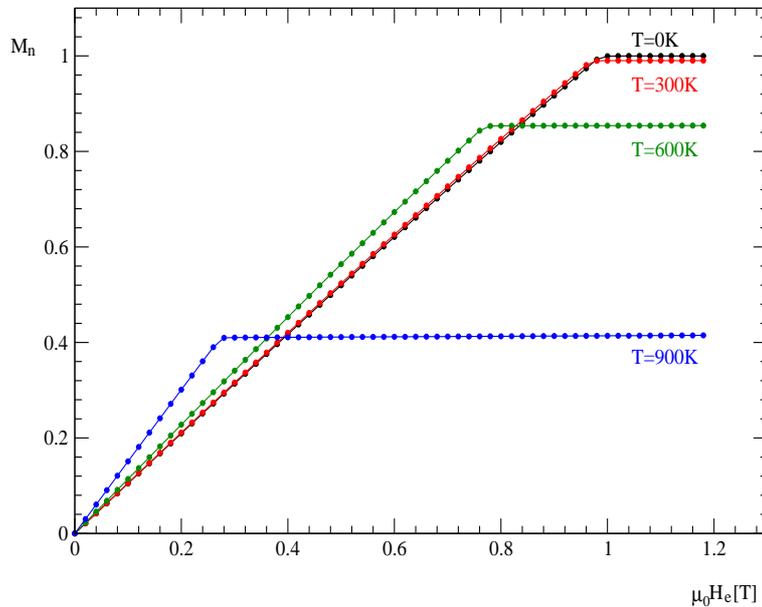


Diagramm 4.2.1 Verlauf des magnetischen Gesamtmomentes eines af-gekoppelten Fe/..Fe Schichtsystems bei unterschiedlichen Temperaturen. Es wurden hierbei Fulghums Daten (S. 26) benutzt.

Betrachtet man in Abbildung 4.1.2 (S. 39) die vier oberen Lagen, erkennt man, daß die Gitterpunkte in der ersten und vierten Lage nur fünf nächste Nachbarn haben, wohingegen die zweite und dritte Lage von sechs nächsten Nachbarn umgeben sind. Sei $S_{B_{1,4}}$ die Spinamplitude der ersten und vierten Lage und $S_{B_{2,3}}$ die Spinamplitude der zweiten und dritten Lage, so läßt sich für die obere Schicht folgender Iterationsansatz machen:

Schritt 1: Setze $S_{B_{1,4}} = 1$, $S_{B_{2,3}} = 1$, $H_{exc} = \frac{J_f}{g\mu_0\mu_B}$.

Schritt 2: Berechne α aus Gleichung 4.2 mit dem Newtonverfahren [23]:

$$f = \left(\frac{S_{B_{1,4}} + S_{B_{2,3}}}{2} \right) 4g\mu_0\mu_B H_e \sin(\alpha) - 2S_{B_{1,4}}^2 J_f \sin(\alpha) \cos(\alpha).$$

Für das Newtonverfahren gilt:

$$f' d\alpha = -f \rightarrow d\alpha = -\frac{f}{f'} \rightarrow \alpha = \alpha + d\alpha,$$

hierbei wird f' durch numerische Differentiation [23], [42] ermittelt.

Schritt 3: In der ersten und vierten Lage hat jeder Gitterpunkt vier nächste Nachbarn $S_{B_{1,4}}$ und einen $S_{B_{2,3}}$:

$$\begin{aligned} H_z &= (4S_{B_{1,4}} + S_{B_{2,3}})H_{exc} \cos(\alpha) + H_e \\ H_x &= (4S_{B_{1,4}} + S_{B_{2,3}})H_{exc} \sin(\alpha) \\ H_{1,4}^{lok} &= \sqrt{H_z^2 + H_x^2}. \end{aligned}$$

Schritt 4: In der zweiten und dritten Lage hat jeder Gitterpunkt fünf nächste Nachbarn $S_{B_{2,3}}$ und einen mit $S_{B_{1,4}}$:

$$\begin{aligned} H_z &= (5S_{B_{2,3}} + S_{B_{1,4}})H_{exc} \cos(\alpha) + H_e \\ H_x &= (5S_{B_{2,3}} + S_{B_{1,4}})H_{exc} \sin(\alpha) \\ H_{2,3}^{lok} &= \sqrt{H_z^2 + H_x^2}. \end{aligned}$$

Schritt 5: Setze $x = \frac{g\mu_0\mu_B H_i^{lok}}{k_B T}$, $i = 2, 3$ bzw. $i = 1, 4$. Berechne $S_{B_i}^{neu} = |S|B(x)$.

Schritt 6: Ist $S_{B_i}^{neu} - S_{B_i}^{alt} < \epsilon$, $10^{-10} \leq \epsilon \leq 10^{-6}$?

- Ja, setze Magnetisierung $M_n = \frac{S_{B_{1,4}} + S_{B_{2,3}}}{2} \cos(\alpha)$, erhöhe äußere Feldstärke und gehe zu Schritt 1.
- Nein, fahre fort mit Schritt 3.

Die Übereinstimmung der Ergebnisse des hybriden Ansatzes mit der Gitterrechnung läßt sich aus dem Diagramm 4.2.2 entnehmen. Durch diesen Ansatz ist ebenfalls gesichert, daß das iterative Verfahren die richtigen Ergebnisse liefert.

Bei der Untersuchung der Temperaturabhängigkeit wurden die Verläufe der magnetischen Momente eines af-gekoppelten Fe/./Fe Schichtsystems (ohne Anisotropie) mit steigender Feldstärke und konstanter Temperatur betrachtet. Eine weitere Möglichkeit ist, das Verhalten des magnetischen Momentes bei konstanter Feldstärke und steigender Temperatur zu untersuchen, wie es in Diagramm 4.2.3 dargestellt wird. Auffallend ist, daß mit steigender Temperatur ein leichter Anstieg des Nettomomentes der beiden magnetischen Schichten zu beobachten ist. Dieses Verhalten wird durch das analytische Modell in Diagramm 4.2.4 ebenfalls bestätigt. Offenbar nehmen die Spins (numerische) kurzzeitig bei hohen Temperaturen eine Vorzugsrichtung entlang der Z-Achse an, so daß dieser leichte Anstieg zu beobachten ist. Der leichte Anstieg ist dadurch zu begründen, daß der Einfluß der af-Kopplung aufgrund der Temperaturabhängigkeit des magnetischen Momentes zurückgeht, so daß für eine kurze Temperaturspanne die äußere Feldstärke einen stärkeren Einfluß gewinnt.

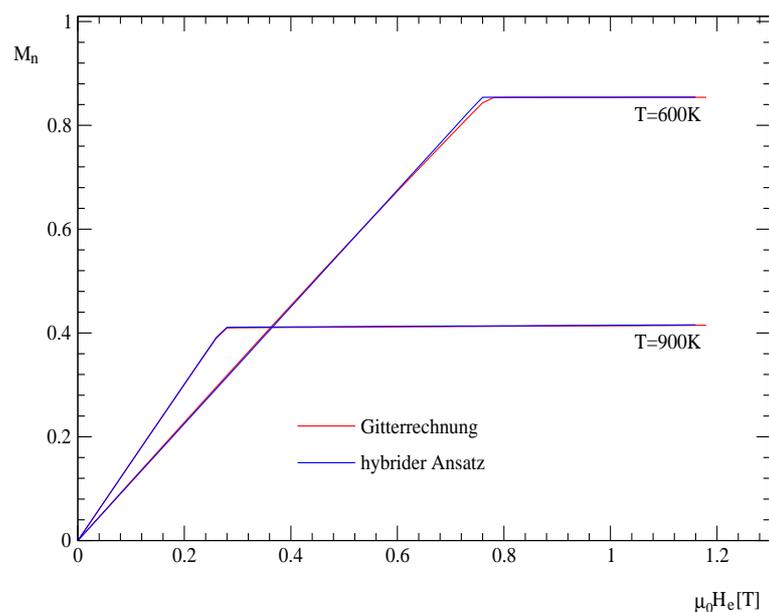


Diagramm 4.2.2 Vergleich des magnetischen Momentes aus der Gitterrechnung mit dem hybriden Ansatz. Es wurden hierbei Fulghums Daten (S. 26) benutzt.

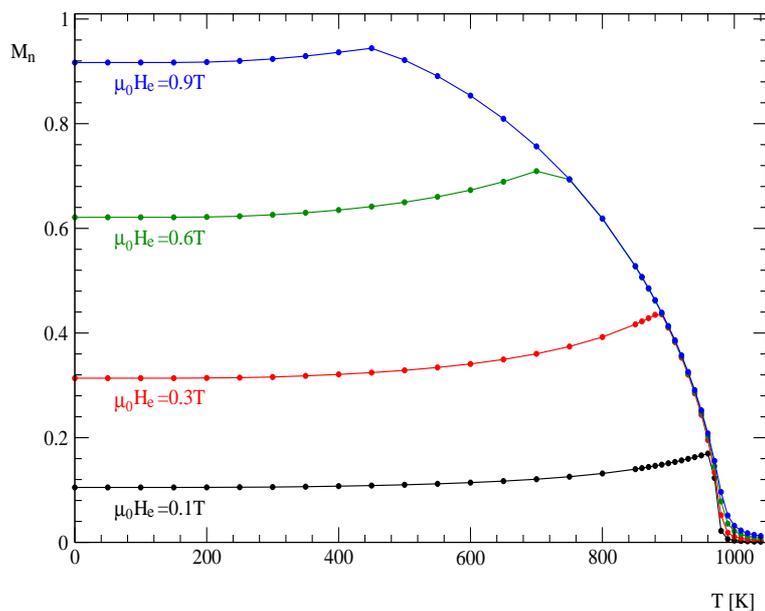


Diagramm 4.2.3 Abhängigkeit des magnetischen Momentes bei einer konstanten äußeren Feldstärke und steigender Temperatur.

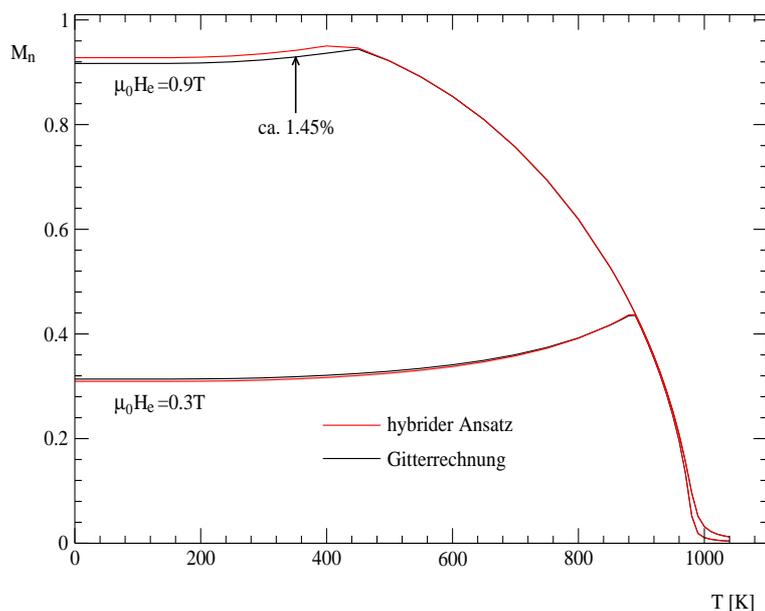


Diagramm 4.2.4 Vergleich der Gitterrechnung mit der Lösung des hybriden Ansatzes, für die Feldstärken $\mu_0 H_e = 0.3\text{T}$ und $\mu_0 H_e = 0.9\text{T}$. Im Allgemeinen ist eine sehr gute Übereinstimmung zu beobachten. Die maximale Abweichung tritt bei $\mu_0 H_e = 0.9\text{T}$ auf und beträgt ca. 1.45%.

4.3 Einfluß von Pinholes

Pinholes verursachen am Ort ihres Auftretens eine ferromagnetische Kopplung der voneinander getrennten magnetischen Schichten. Die Größe des Einflusses der Pinholes auf ein af-gekoppeltes magnetisches Schichtsystem hängt hauptsächlich von drei Bedingungen ab:

1. **Geometrie des Pinholes:** Die Größe der ferromagnetischen Kopplung hängt von der Fläche, aber auch vom Rand/Fläche-Verhältnis eines Pinholes ab. In Diagramm 4.3.1 sind Magnetisierungsverläufe eines af-gekoppelten Fe/./Fe Schichtsystems mit unterschiedlichen Flächen, bzw. mit unterschiedlichen Rand/Fläche-Verhältnissen, aufgetragen. Ein 2×2 Pinhole hat zwar die gleiche Fläche wie vier 1×1 Pinholes, doch die Randkopplung übt einen weitaus größeren Einfluß auf den Gesamtverlauf des magnetischen Momentes aus.

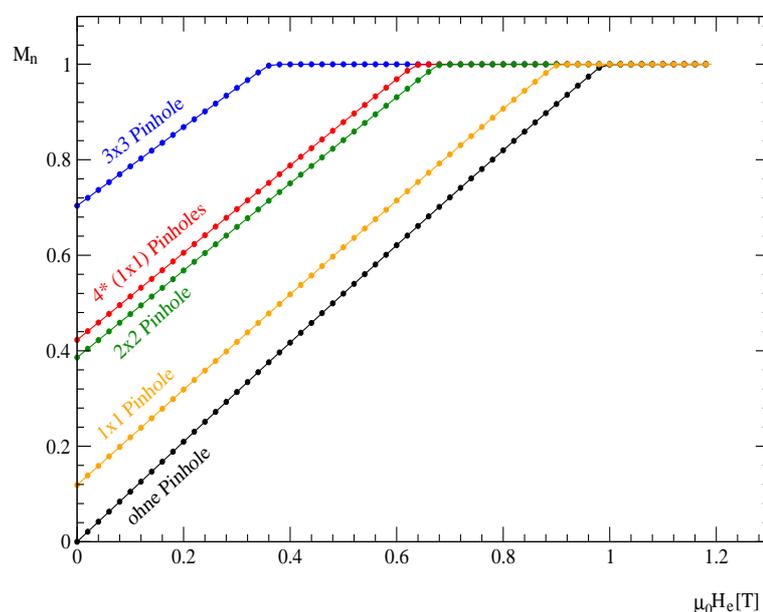


Diagramm 4.3.1 *Magnetisches Moment in Abhängigkeit von der Pinholegeometrie. Für die Simulation wurden Fulghums Modelldaten (S. 26) benutzt.*

Der Einfluß eines Pinholes ist nicht lokal am Auflagepunkt beschränkt, sondern erstreckt sich über die gesamten Lagen einer Schicht. In Abbildung 4.3.1 ist ein Schichtsystem mit je vier Lagen pro Schicht, die über ein Pinhole ferromagnetisch gekoppelt sind, dargestellt. In den Abbildungen 4.3.2(a) und 4.3.2(b) wird der Einfluß eines 3×3 Pinholes in der ersten und vierten Lage in Abwesenheit der äußeren Feldstärke gezeigt. Als Vergleich dienen die entsprechenden Muster in den Abbildungen 4.3.3(a) und 4.3.3(b) ohne Pinholeeinfluß.

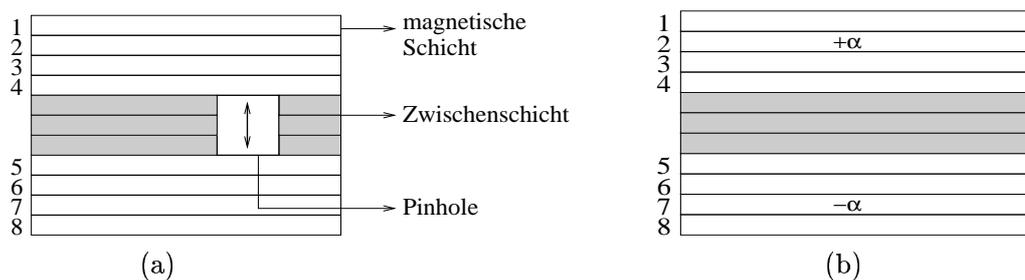


Abbildung 4.3.1 Seitenansicht eines magnetischen Schichtsystems. Die magnetischen Schichten in 4.3.1(a) sind über ein Pinhole ferromagnetisch gekoppelt, während in 4.3.1(b) nur die af-Kopplung vorhanden ist.

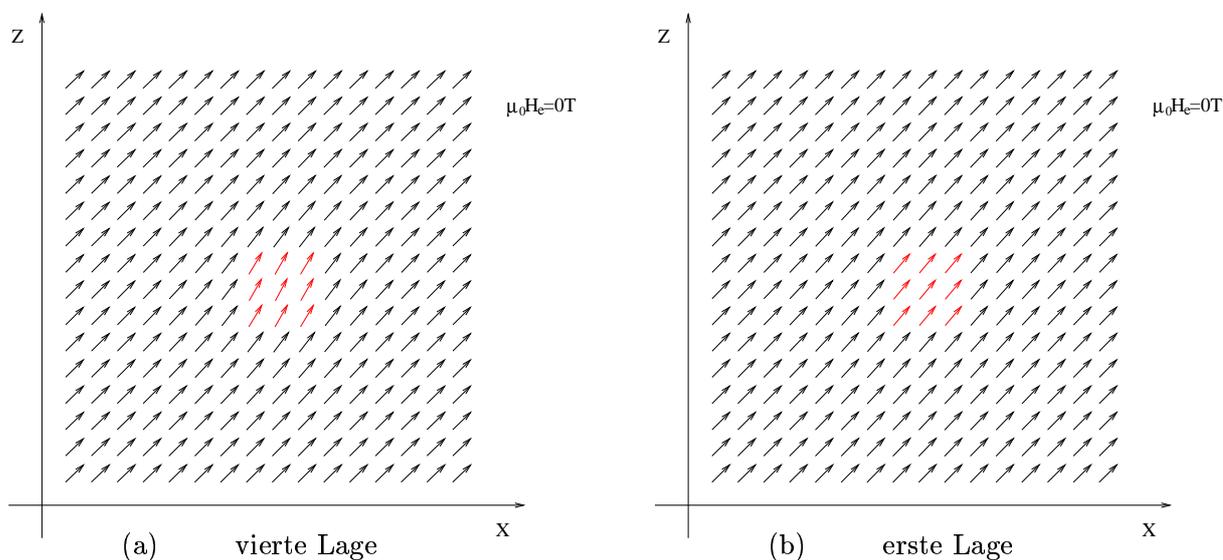


Abbildung 4.3.2 Die Magnetisierungsmuster beziehen sich auf das Modell in Abbildung 4.3.1(a). In dieser Ansicht kann man erkennen, daß die Spins in der vierten Lage, die sich oberhalb des 3×3 Pinholes befinden, eine Drehung in Richtung der Z-Achse zeigen und dabei einen mittleren Winkel von ca. 28.3° bilden, während die benachbarten Spins aufgrund des Einflusses der af-Kopplung sich von der Z-Achse wegdrehen und somit einen Winkel von ca. 45.6° bilden. Da die af-Kopplung eine Abhängigkeit von der Dicke einer Schicht aufweist, ist ihr Einfluß auf die erste Lage geringer, so daß die Spins hier nur einen Winkel von ca. 40.3° zur Z-Achse bilden. Der Aufpunkt des Pinholes besitzt in diesem Fall ca. 3.51% der Schichtfläche.

In Abbildung 4.3.3 ist das Magnetisierungsmuster ohne Pinholeeinfluß dargestellt. Die Spins stehen senkrecht zur Z-Achse und das Anfangsmoment verschwindet.

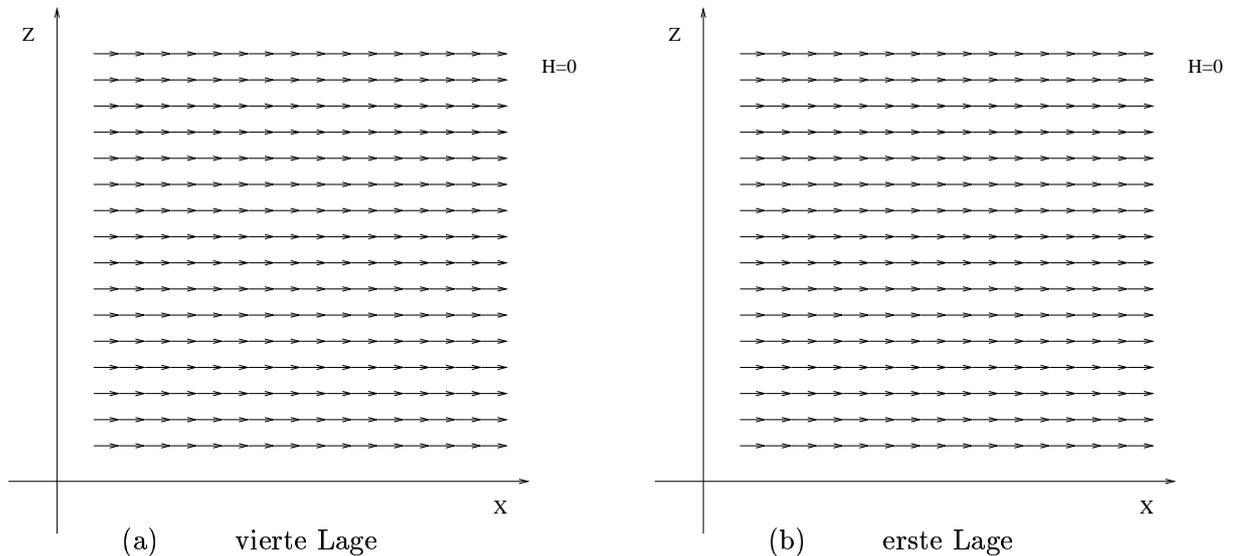


Abbildung 4.3.3 In Abwesenheit von Pinholes verschwindet das Nettomoment und die Spins stehen in allen Lagen senkrecht zur Z-Achse.

2. **Verhältnis der Pinholefläche zur Schichtfläche:** Je nach Flächenverhältnis ist der Einfluß von Pinholes auf die magnetischen Schichten unterschiedlich groß. In Diagramm 4.3.2 sind Verläufe des magnetischen Gesamtmomentes bei konstanter Pinholefläche (2×2) und unterschiedlicher Schichtfläche aufgetragen. Der relative Anteil der Pinholefläche sinkt bei größeren Schichtflächen und der antiferromagnetische Beitrag steigt.
3. **Dicke der Zwischenschicht:** Der Einfluß des Pinholes nimmt mit steigender Dicke der Zwischenschicht ab (Diagr. 4.3.3). Dieser Effekt läßt sich am Beispiel einer Feder [4] erklären: Wird die Feder kurz gehalten, ist die Kraftwirkung an den Enden groß. Wird aber die Feder immer mehr gestreckt, so wird an ihren Enden die Rückstellkraft reduziert. Ähnliches gilt hier für die Pinholes. Ein Pinhole versucht, die Spins der beiden magnetischen Schichten, in Konkurrenz zur af-Kopplung, parallel zu stellen. Ist die Dicke der Zwischenschicht klein, so ist die Rückstellkraft des Pinholes groß. Wird aber hingegen die Anzahl der Lagen der Zwischenschicht erhöht, so verliert das Pinhole an Rückstellkraft und die af-Kopplung überwiegt, was an dem Verlauf des magnetischen Momentes in Diagramm 4.3.3 ebenfalls zu erkennen ist.

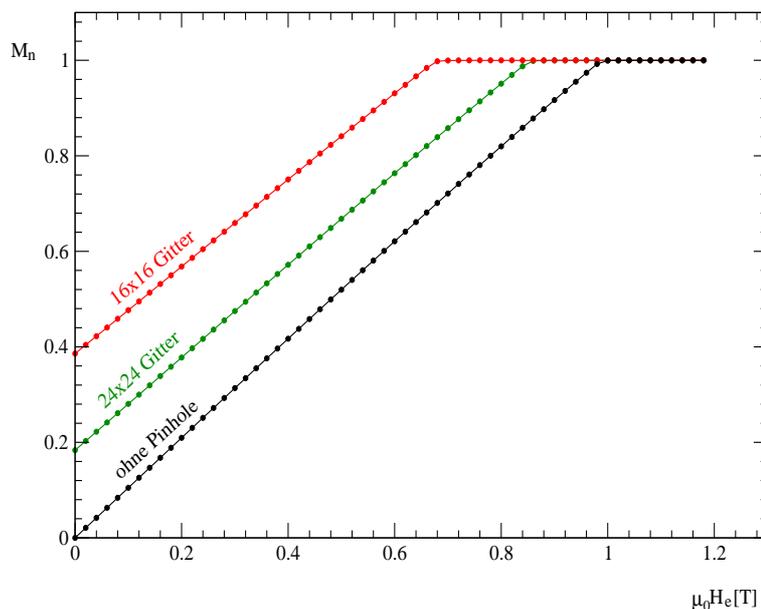


Diagramm 4.3.2 *Einfluß eines 2×2 Pinholes auf das magnetische Moment in Abhängigkeit vom Flächenverhältnis. In einem 16×16 Gitter ist der Anteil der Pinholefläche ca. 1.56%, während in einem 24×24 Gitter der Anteil des Pinholes auf ca. 0.69% sinkt. Es wurden Fulghums Modelldaten (S. 26) benutzt.*

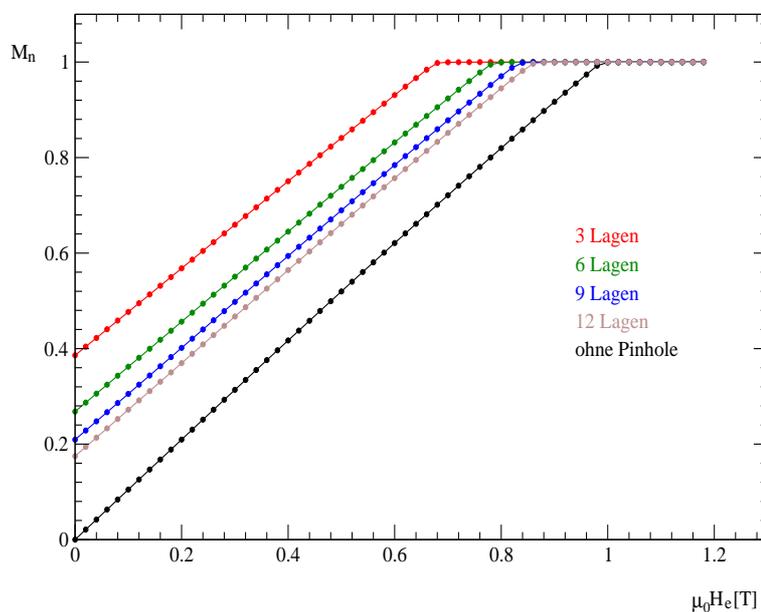


Diagramm 4.3.3 *Der Einfluß des Pinholes (2×2) sinkt mit zunehmender Anzahl der Lagen in der Zwischenschicht. Der Verlauf des magnetischen Momentes kommt somit den af-gekoppelten Fall (schwarz) immer näher. Es wurden Fulghums Modelldaten (S. 26) benutzt.*

Eine weitere Größe, die den Einfluß von Pinholes bestimmt, ist die Temperatur. Sie ist aber eine Nebengröße, denn bei af-gekoppelten Schichten möchte man den Einfluß von Pinholes reduzieren. Der Einfluß von Pinholes ist leider über große Temperaturbereiche sichtbar, wie es in Diagramm 4.3.4 gezeigt wird.

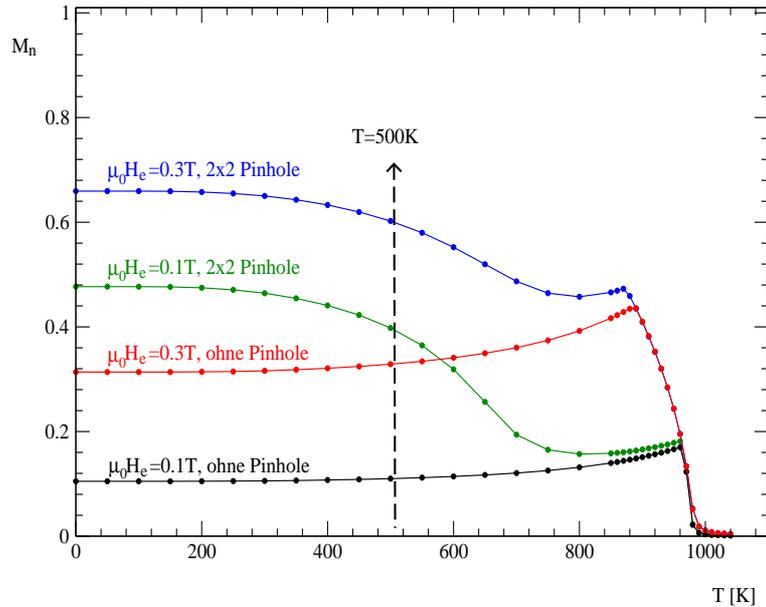


Diagramm 4.3.4 Es sind zwei 16×16 magnetische Schichten mit einem 2×2 Pinhole über eine drei Lagen dicke Zwischenschicht verbunden. Der Einfluß des Pinholes ist bis zu einer Temperatur von $T=500\text{K}$ sehr stabil. Es wurden die Simulationsdaten von [4] (S. 26) benutzt.

Für einfache Pinholegeometrien, wie z. B. für 1×1 oder 2×2 Pinholes, ist es möglich, ein einfaches Energiemodell [47] zu entwickeln, um die Ergebnisse der Gitterrechnungen zu verifizieren. Zur Herleitung der Energiegleichungen wird Abbildung 4.3.4 benutzt: Jede Schicht besteht aus vier magnetischen Lagen mit $n \times n$ Gitterpunkten und einer Zwischenschicht aus drei Lagen und $m \times m$ Gitterpunkten. Es wird angenommen, daß alle Spins in beiden Schichten die gleiche Ausrichtung α_1 (blau) aufweisen. Am Aufpunkt des Pinholes mit der magnetischen Schicht werden die Spins in der magnetischen Schicht um einen Winkel α_2 (grün) in Richtung Z-Achse verdreht (Abb. 4.3.1(a)). Im Pinhole weisen die Spins einen Winkel α_3 und in der sechsten Lage $\alpha_4 = 0$ auf. Hat eine Zwischenschicht eine ungerade Anzahl von Lagen, liegen die Spins in der Mitte aufgrund von Symmetriebedingungen entlang der Z-Achse (d. h. $\alpha = 0$).

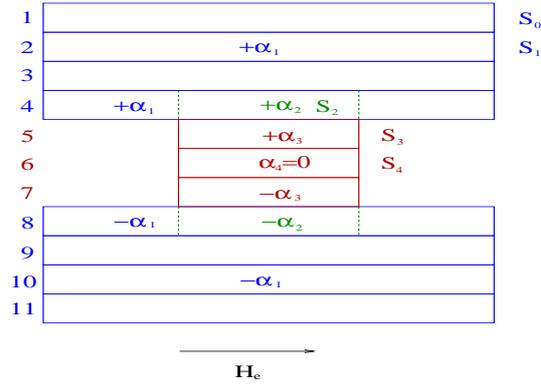


Abbildung 4.3.4 Einfaches Modell zur Beschreibung des Einflusses von Pinholes in Anwesenheit einer äußeren Feldstärke H_e . Innerhalb der magnetischen Schichten und des Pinholes wirkt nur die ferromagnetische Kopplung J_f . In den Lagen vier und acht hingegen wird zusätzlich noch der Beitrag der af-Kopplung J_{af} außerhalb des Pinholes miteinbezogen.

Die Energiegleichung² zur Abbildung 4.3.4 besteht aus folgenden Termen:

$$\begin{aligned}
 E_{ges} = & -(8n^2 - 2m^2)S_1\gamma H_e \cos(\alpha_1) - 2m^2S_2\gamma H_e \cos(\alpha_2) - 2m^2S_3\gamma H_e \cos(\alpha_3) - 2m^2S_4\gamma H_e \\
 & - 2\mathbf{m}J_f S_1 S_2 \cos(\alpha_1 - \alpha_2) - 2m^2 J_f S_2 S_3 \cos(\alpha_2 - \alpha_3) - 2m^2 J_f S_3 S_4 \cos(\alpha_3) \\
 & + 2J_{af} S^2 (n^2 - m^2) \cos(2\alpha_1) \\
 & (\gamma = g\mu_0\mu_B) .
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

Hierbei ist J_f die ferromagnetische Kopplung, J_{af} die af-Kopplung, H_e die äußere Feldstärke, $S(=1)$ der Spin, n die Anzahl der diskretisierten Elemente der ferromagnetischen Schicht und m die Anzahl der diskretisierten Elemente des Pinholes. Die Terme in der ersten Zeile aus Gleichung 4.3 beschreiben die Zeemanenergie und die Terme in der zweiten Zeile die ferromagnetischen Kopplungsterme. Der erste Term in der zweiten Zeile beschreibt den Aufpunkt des Pinholes an die ferromagnetische Schicht. Je nach Pinholegeometrie kann man an der Stelle des Aufpunktes eine andere Form der Diskretisierung wählen. Bei kleinen Pinholes, wie es bei einem 2×2 Pinhole der Fall ist, kann \mathbf{m} als Mittelwert aus der Summe der diskretisierten Elemente (m^2) und aus der Summe der Ränder dieser Elemente ($4m$) betrachtet werden: $\mathbf{m} = \frac{1}{2}(m^2 + 4m)$. Diese Flächen-Randbetrachtung³ liefert für einfache Pinholegeometrien wie 1×1 , 2×2 , 3×3 und 4×2 Pinholes eine gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen der Gitterrechnung, wie es im nachfolgenden Verlauf gezeigt wird. Der Term in der dritten Zeile aus Gleichung 4.3 beschreibt den Beitrag der af-Kopplung.

Für die Spinamplituden S_i , $i = 1, 2, 3, 4$ gilt die Bedingung:

$$S_{B_i} = \begin{cases} 1 & T = 0K \\ |S|B(x) & T > 0K \end{cases} \quad \forall i = 1, 2, 3, 4 .$$

²Es werden Fulghums [4] Daten angenommen, Seite 26.

³Für ein 1×1 Pinhole kann auch nur der Rand ($\mathbf{m} = 4m$) gewählt werden. Das Ergebnis zeigt allerdings keine Abweichung von der Flächen-Randbetrachtung.

Für den Fall $T=0K$, wird Gleichung 4.3 mit dem mehrdimensionalen Newtonverfahren [23] gelöst:

- Es werden die partiellen Ableitungen berechnet:

$$\begin{aligned}\frac{\partial E_{ges}}{\partial \alpha_1} = 0 &= f_1 = (8n^2 - 2m^2)\gamma H_e S_1 \sin(\alpha_1) + 2\mathbf{m}J_f S_1 S_2 \sin(\alpha_1 - \alpha_2) \\ &\quad - 2J_{af} S_1^2 (n^2 - m^2) \sin(2\alpha_1) \\ \frac{\partial E_{ges}}{\partial \alpha_2} = 0 &= f_2 = 2m^2 \gamma H_e S_2 \sin(\alpha_2) - 2\mathbf{m}J_f S_1 S_2 \sin(\alpha_1 - \alpha_2) \\ &\quad + 2m^2 J_f S_2 S_3 \sin(\alpha_2 - \alpha_3) \\ \frac{\partial E_{ges}}{\partial \alpha_3} = 0 &= f_3 = 2m^2 \gamma H_e S_3 \sin(\alpha_3) - 2m^2 J_f S_2 S_3 \sin(\alpha_2 - \alpha_3) + 2m^2 J_f S_3 S_4 \sin(\alpha_3) .\end{aligned}$$

- Im nächsten Schritt wird die Jacobimatrix \mathbf{F}_j ermittelt:

$$\mathbf{F}_j = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \alpha_1} & \frac{\partial f_1}{\partial \alpha_2} & \frac{\partial f_1}{\partial \alpha_3} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \alpha_1} & \frac{\partial f_2}{\partial \alpha_2} & \frac{\partial f_2}{\partial \alpha_3} \\ \frac{\partial f_3}{\partial \alpha_1} & \frac{\partial f_3}{\partial \alpha_2} & \frac{\partial f_3}{\partial \alpha_3} \end{pmatrix}, \quad \vec{\mathbf{f}} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{pmatrix}, \quad \vec{\alpha} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix}.$$

- Die gesuchten Winkel werden nach folgender Rechenvorschrift ermittelt:

$$\mathbf{F}_j \Delta \vec{\alpha} = -\vec{\mathbf{f}}, \quad \Delta \vec{\alpha} = -\mathbf{F}_j^{-1} \vec{\mathbf{f}}, \quad \vec{\alpha}^{(i+1)} = \vec{\alpha}^{(i)} + \Delta \vec{\alpha}.$$

Vorteilhaft beim Newtonverfahren ist seine quadratische Konvergenz, nachteilig jedoch ist die Empfindlichkeit bei der Wahl der Anfangswerte.

Für den Fall, daß man die Temperaturabhängigkeit miteinbeziehen möchte, müssen die Spinamplituden über ein iteratives Verfahren bestimmt werden, welches bereits auf Seite 42 vorgestellt wurde. Die Abhängigkeiten der Spinamplituden für ein 2×2 Pinhole (Abb. 4.3.4) sind durch folgende Beziehungen gegeben:

- S_0 in Ebenen (1,11) hat vier Nachbarn mit S_0 und einen mit S_1 .
- S_1 in Ebenen (2,3,9,10) hat fünf Nachbarn mit S_1 und einen mit S_0 .
- S_2 in Ebenen (8,4) hat zwei Nachbarn S_0 , einen mit S_1 , zwei mit S_2 und einen mit S_3 .
- S_3 in Ebenen (5,7) hat einen Nachbarn S_2 , zwei mit S_3 und einen mit S_4 .
- S_4 in Ebene 6 hat zwei Nachbarn S_3 und zwei mit S_4 .

Die Übereinstimmung zwischen dem hybriden Ansatz und der Gitterrechnung für ein 2×2 Pinhole ist in den Diagrammen 4.3.5 und 4.3.6 zu sehen. Die Übereinstimmungen sind im Allgemeinen sehr zufriedenstellend. In Diagramm 4.3.6 ist für eine Feldstärke von $\mu_0 H_e = 0.1T$ bei hohen Temperaturen (ab 650K), eine Abweichung im hybriden Verfahren zu beobachten. Offenbar gelangt die Fixpunktiteration für $\mu_0 H_e = 0.1T$ zu einem falschen Ergebnis, während für größere Feldstärken die Abweichung minimal wird. Für den Aufpunkt zwischen Pinhole und magnetischer Schicht wurde für \mathbf{m} in Gleichung 4.3 die bereits erwähnte Mittelwertbetrachtung benutzt ($\mathbf{m} = \frac{1}{2}(m^2 + 4m)$). Für ein 2×2 Pinhole ($m = 2$) erhält man für die Anzahl der Flächenelemente $m^2 = 4$ und als Anzahl der Randlelemente $4m = 8$. Somit erhält man ein $\mathbf{m} = \frac{4+8}{2} = 6$.

In den Diagrammen 4.3.7 und 4.3.8 sind Verläufe des magnetischen Gesamtmomentes für ein 1×1 Pinhole dargestellt. Der Faktor \mathbf{m} ist wie beim 2×2 Pinhole $\mathbf{m} = 6$. Für die Temperaturen $T=0K$ und $T=900K$ (Diagr. 4.3.7) ist die Übereinstimmung sehr gut, während für $T=600K$ (Diagr. 4.3.8) enorme Abweichungen auftreten.

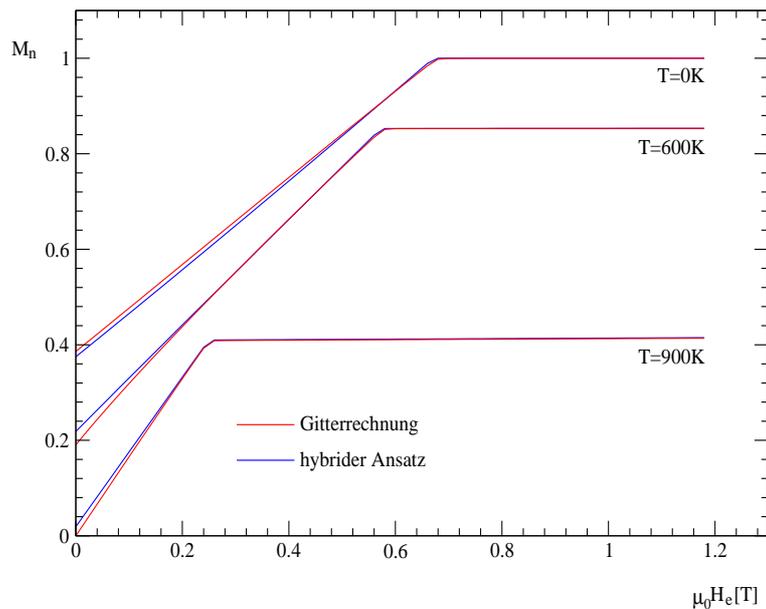


Diagramm 4.3.5 Verlauf des magnetischen Momentes mit einem 2×2 Pinhole bei konstanter Temperatur. Es zeigt sich eine gute Übereinstimmung zwischen den beiden Modellen. Bei $T=600K$ ist für $\mu_0 H_e = 0T$ und $\mu_0 H_e = 0.1T$ eine Anfangsabweichung von ca. 12.8% zu beobachten, die im Verlauf reduziert wird.

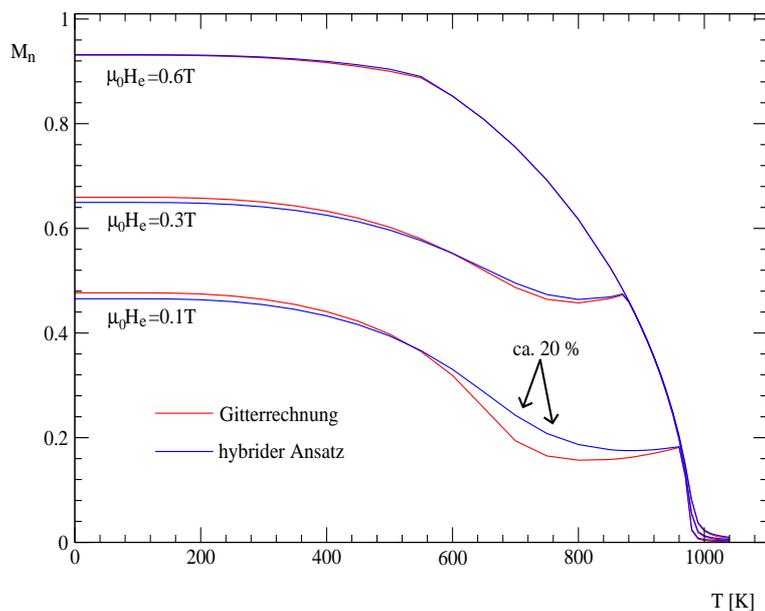


Diagramm 4.3.6 Verlauf des magnetischen Momentes mit einem 2×2 Pinhole bei konstanter Feldstärke. Die Fixpunktiteration im analytischen Modell zeigt starke Abweichungen bei Temperaturen von $T=650\text{K}$ bis $T=900\text{K}$. Die größte Abweichung ist bei $T=700\text{K}$ und $T=750\text{K}$ zu beobachten.

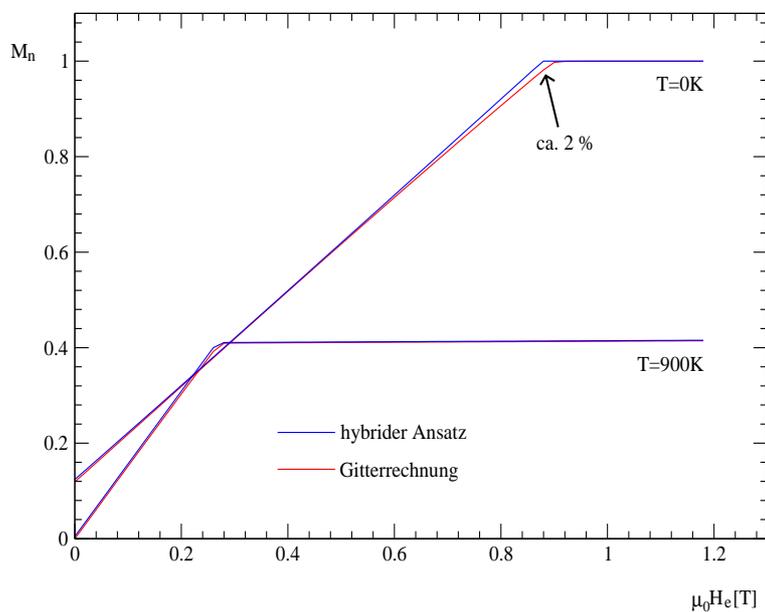


Diagramm 4.3.7 Magnetische Momente bei konstanter Temperatur mit einem 1×1 Pinhole. Die maximale Abweichung ist für $T=0\text{K}$ ca. 2%.

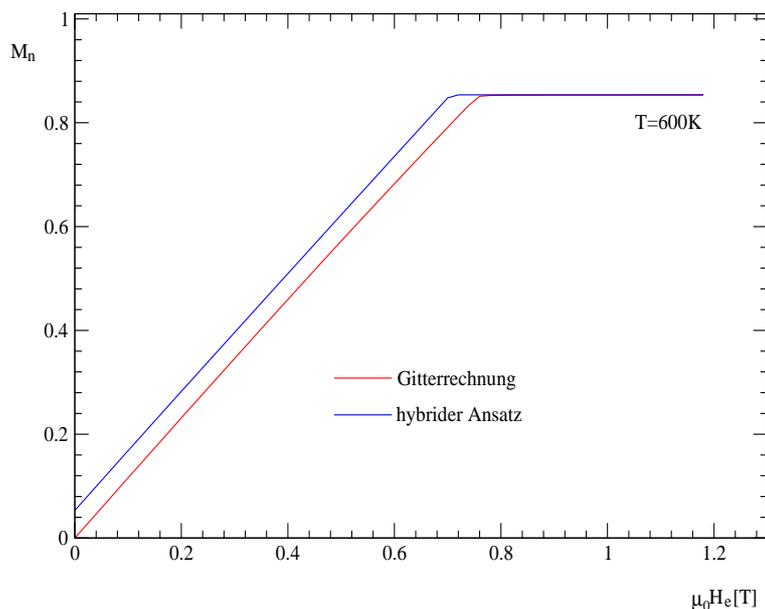


Diagramm 4.3.8 Magnetische Momente bei konstanter Temperatur mit einem 1×1 Pinhole. Für $T=600K$ liefert die Fixpunktiteration unbrauchbare Ergebnisse.

Die Flächen-Randbetrachtung am Aufpunkt des Pinholes mit der magnetischen Schicht ist auch für größere Pinholegeometrien wie z. B. für 3×3 oder 4×2 Pinholes eine gute Annäherung. Für ein 3×3 Pinhole erhält man einen Mittelwert von $\mathbf{m} = 10.5$ (Rand=12 und Fläche=9) und für das 4×2 Pinhole einen Mittelwert von $\mathbf{m} = 10$ (Rand=12 und Fläche=8). Für den Vergleich mit den Gitterrechnungen muß der Faktor \mathbf{m} durch Ausprobieren angepaßt werden, um eine gute Übereinstimmung zu erhalten. In Tabelle 4.3.1 ist ein Vergleich zwischen den getesteten und den theoretischen Werten von \mathbf{m} dargestellt. Die Unterschiede in den Ergebnissen liegen in der Nähe des Sättigungsbereiches, der bei dem theoretischen \mathbf{m} etwas früher einsetzt. Die Ergebnisse sind in den Diagrammen 4.3.9 (theoretisch) und 4.3.10 (getestet) zu sehen.

Pinhole	\mathbf{m} -Faktor	
	theoretisch	getestet
3×3	10.5	9.9
4×2	10	9.6

Tabelle 4.3.1 Vergleich der theoretischen \mathbf{m} -Werte mit den getesteten. Die theoretischen Werte zeigen eine gute Übereinstimmung mit den getesteten.

Es zeigt sich daß das analytische Modell für $T=0K$ gute Übereinstimmungen mit den Gitterrechnungen liefert. Die Abweichungen für $T \neq 0K$ sind dadurch zu erklären, daß sich die Fixpunktiteration bei bestimmten Werten (Temperatur, äußere Feldstärke) zu falschen Werten hinbewegt, was auf die sehr vereinfachten Annahmen, hinsichtlich der nächsten Nachbarn (Abb. 4.3.4, S. 50 und S. 51), zurückzuführen ist.

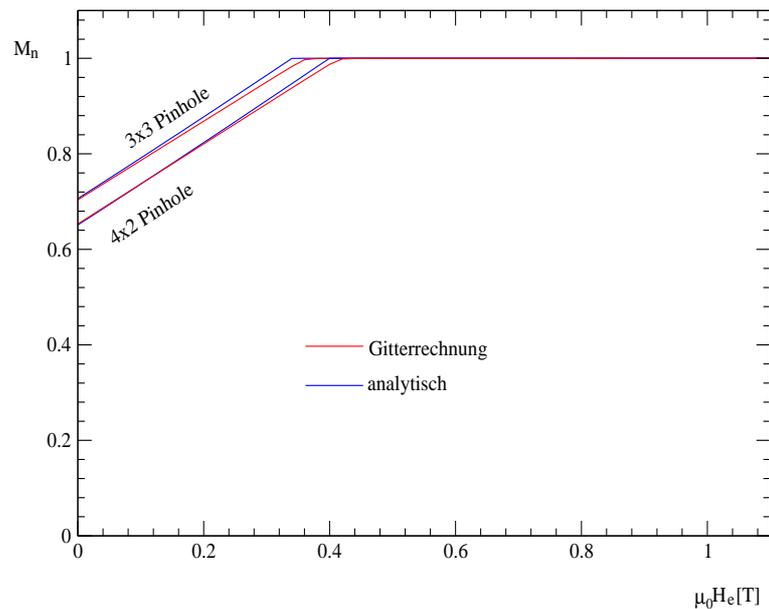


Diagramm 4.3.9 Vergleich der Gitterrechnung mit der analytischen Lösung. Es wurde ein Fe/./Fe Schichtsystem ohne Anisotropie mit den Daten aus Seite 26 simuliert. In diesem Vergleich wurden die theoretischen \mathbf{m} -Werte benutzt (Tab. 4.3.1).

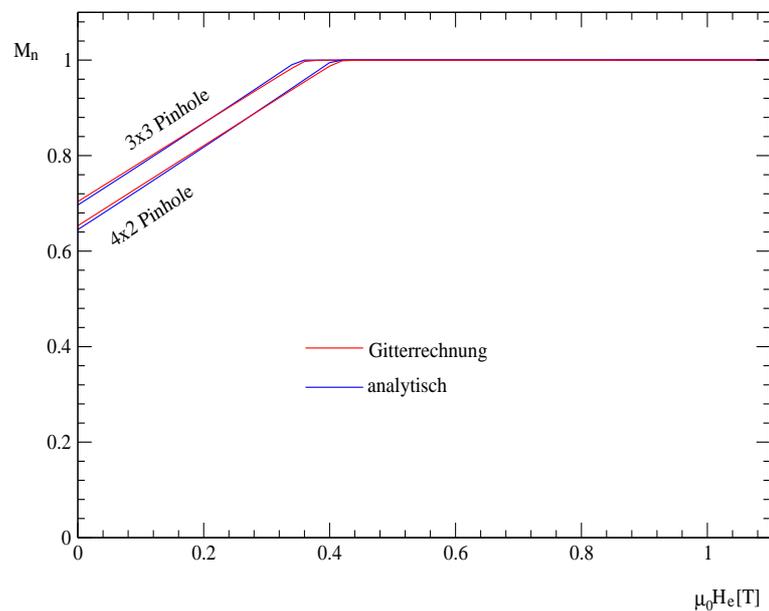


Diagramm 4.3.10 Vergleich der Gitterrechnung mit der analytischen Lösung. Es gelten die Daten aus Diagramm 4.3.9. In diesem Vergleich wurden die getesteten \mathbf{m} -Werte benutzt (Tab. 4.3.1).

4.4 af-Kopplung, quadratischer Term

Die af-Kopplung wurde bei der Modellbeschreibung (S. 26) auf $J_{af} = 0.01J_f$ gesetzt. Dieser Term wird in zwei Anteile zerlegt: In einem linearen (J_l) und in einem quadratischen (J_q) Anteil, mit der Beziehung, daß: $J_{af} = J_l + 2J_q$.

Der Einfluß des quadratischen Beitrages auf das Magnetisierungsverhalten ist in Diagramm 4.4.1 zu beobachten. Ist $2J_q > J_l$, ist ein remanentes magnetisches Moment zu beobachten.

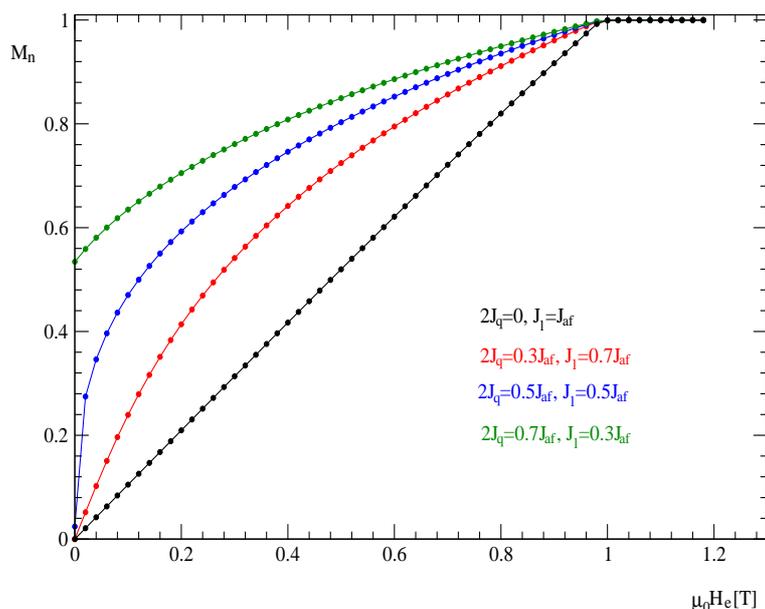


Diagramm 4.4.1 Abhängigkeit der magnetischen Momente von den J_l und J_q Parametern. Ist $J_q=0$ bzw. $2J_q < J_l$, so geht die Magnetisierungskurve durch den Nullpunkt. Für $2J_q = J_l$, ist eine geringe Remanenz für zu beobachten, während für $2J_q > J_l$ das Anfangsmoment einen hohen Wert annimmt.

Der quadratische Kopplungsterm behält seinen Einfluß auch bei hohen Temperaturen, wie es in Diagramm 4.4.2 zu erkennen ist. Auch bei Pinholes macht sich der J_q Einfluß bemerkbar. Der ferromagnetische Beitrag des Pinholes wird durch den quadratischen Kopplungsterm verstärkt. Die verstärkende Eigenschaft ist sowohl in der Magnetisierungskurve des Diagrammes 4.4.3 als auch in den Magnetisierungsmustern der Abbildung 4.4.1 zu beobachten.

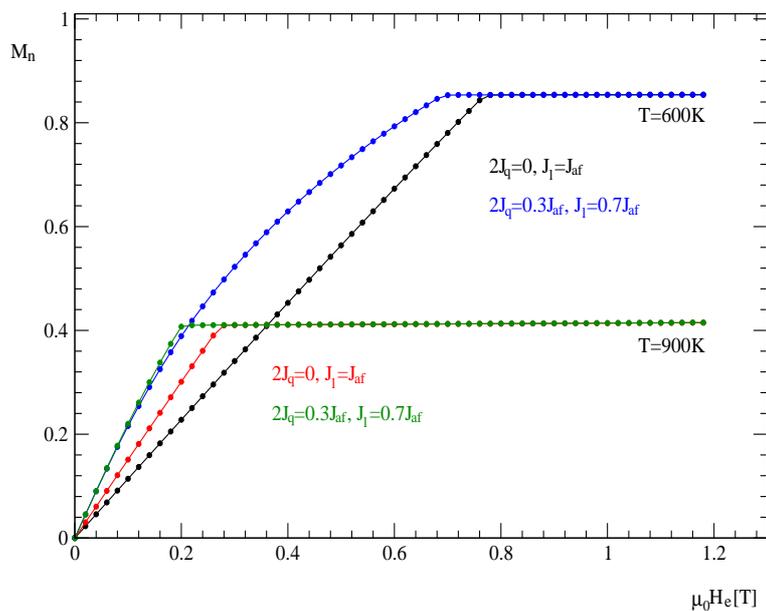


Diagramm 4.4.2 Vergleich der Verläufe der magnetischen Momente bei unterschiedlichen Temperaturen in Abhängigkeit von den J_i und J_q Parametern.

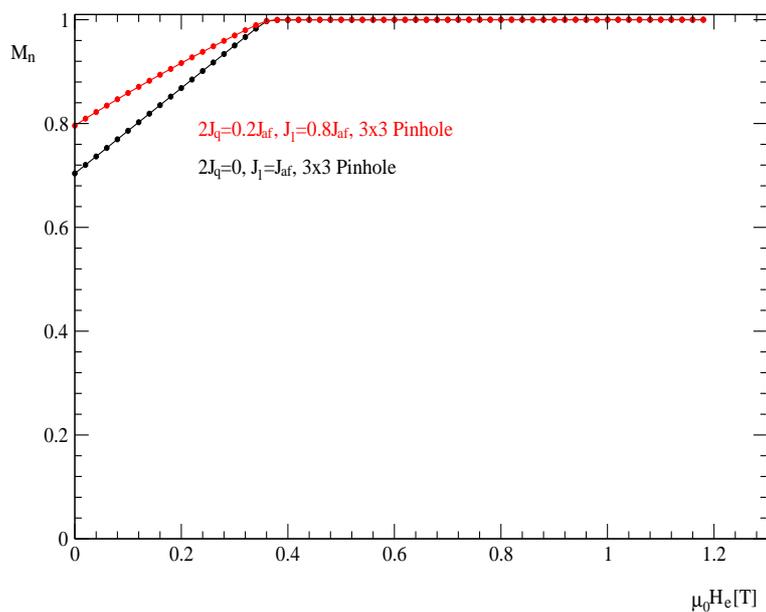


Diagramm 4.4.3 Einfluß des J_q Parameters auf das magnetische Moment. Der Einfluß des Pinholes wird durch den quadratischen Beitrag verstärkt.

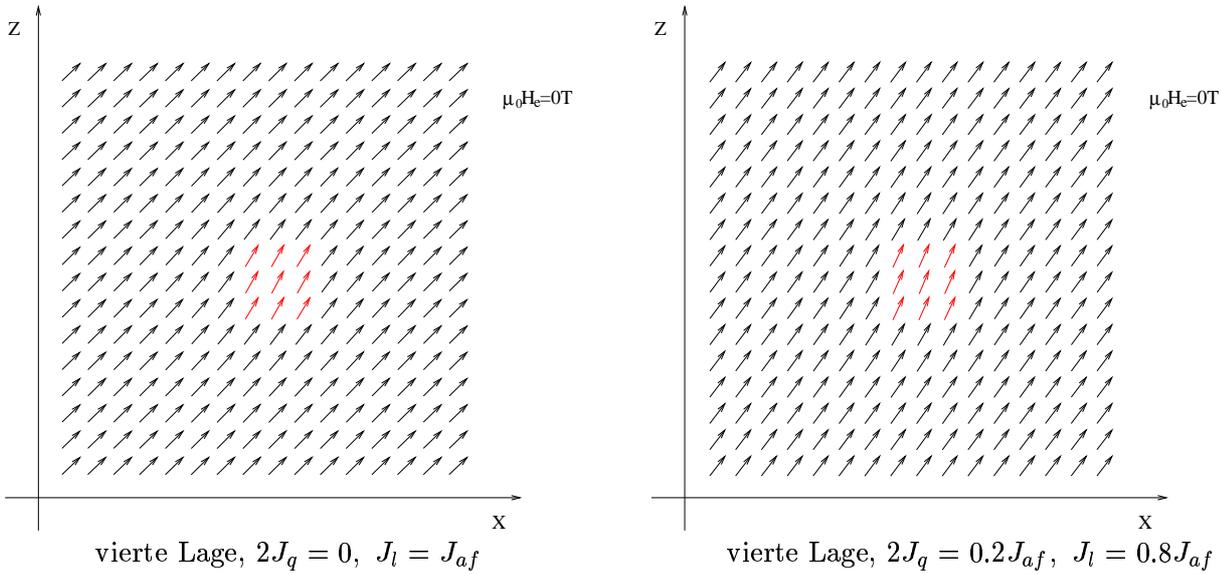


Abbildung 4.4.1 Vergleich der Magnetisierungsmuster in Abhängigkeit vom J_q Parameter. Die magnetischen Schichten sind über ein 3×3 Pinhole miteinander verbunden. Die Dicke der Zwischenschicht besteht aus drei Lagen. Die Spins ohne den quadratischen Beitrag bilden zur Z -Achse einen mittleren Winkel von ca. 45.6° , während im rechten Magnetisierungsmuster die Spins einen mittleren Winkel von ca. 37.06° zur Z -Achse bilden.

In Diagramm 4.4.4 ist ein Vergleich der magnetischen Momente bei konstanter Feldstärke ($\mu_0 H_e = 0.1T$) mit und ohne Pinholes in Abhängigkeit von den J_q und J_l Parametern bei steigender Temperatur dargestellt. Es ist deutlich zu erkennen, daß das magnetische Moment durch den quadratischen Term, auch bei hohen Temperaturen, wesentlich höhere Werte aufweist.

Die Energiegleichung 4.3 (S. 50) wird um den quadratischen Term erweitert und mit den iterativen Ergebnissen verglichen. In Diagramm 4.4.5 werden die magnetischen Momente bei unterschiedlicher Feldstärke und einem 2×2 Pinhole dargestellt. Es ist eine gute Übereinstimmung zu beobachten, auch bei $\mu_0 H_e = 0.1T$.

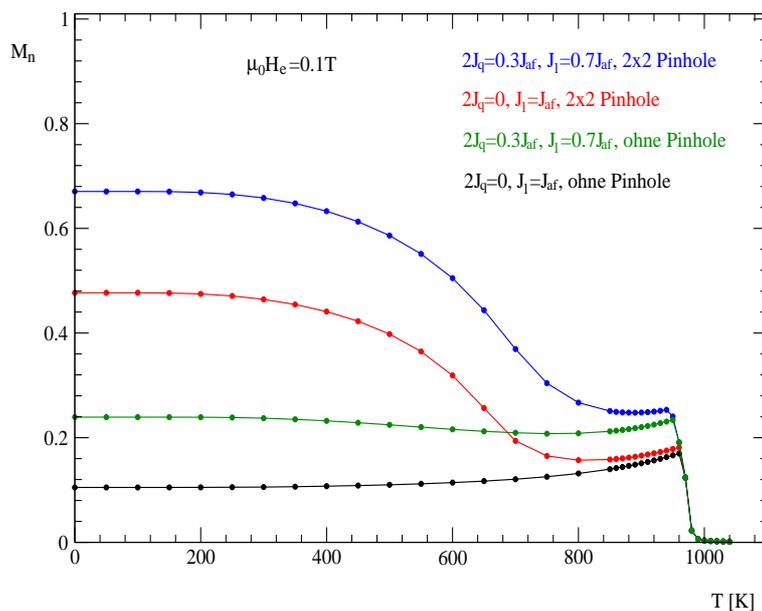


Diagramm 4.4.4 Vergleich der Temperaturabhängigkeiten mit und ohne Pinholes bei unterschiedlichen J_q und J_l Werten.

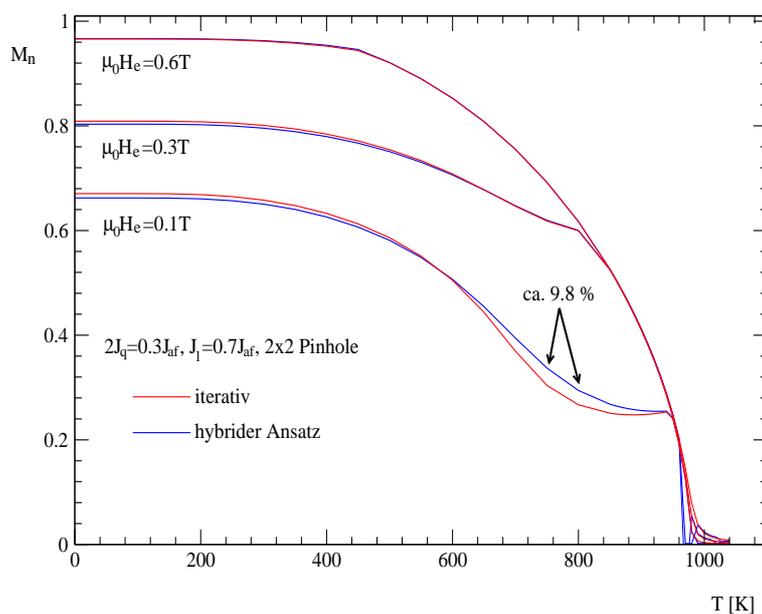


Diagramm 4.4.5 In Diagramm 4.3.6 (S. 53) war noch eine Abweichung von ca. 20% bei $T=700K$ und $T=750K$ zu beobachten. Die Einbeziehung des quadratischen Terms stabilisiert die Fixpunktiteration. Die maximale Abweichung bei $\mu_0 H_e = 0.1T$ beträgt bei den Temperaturen $T=750K$ und $T=800K$ nur noch ca. 9.8 %.

4.5 Unterschiedliche Schichtdicken

4.5.1 af-Kopplung, linearer Term

Af-gekoppelte Schichtsysteme mit unterschiedlichen Dicken der ferromagnetischen Lagen (Abb. 4.5.1) weisen ein magnetisches Moment bei $\mu_0 H_e = 0T$ auf. Durch Variation der Schichtdicken ist es möglich die Steigung, die Remanenz sowie das Sättigungsfeld zu ändern. Eine weitere Eigenschaft von ungleichen Schichtdicken ist die Entstehung eines Plateaus, wie es in Diagramm 4.5.1 zu sehen ist. Die af-Kopplung widersteht der äußeren Feldstärke H_e bis zu einem kritischen Wert H_p , ab dem sich die Spins in Feldrichtung zu drehen anfangen. Ist $H_e \leq H_p$, überwiegt der Einfluß der af-Kopplung und das magnetische Moment bleibt unverändert. Die Eigenschaften, die durch die Variation der Schichtdicken entstehen, sind in Diagramm 4.5.1 sehr deutlich zu erkennen. Es wurde ein af-gekoppeltes Fe/./Fe Schichtsystem mit $M_1 = M_2 = 1700 \frac{kA}{m}$ und $J_l = J_{af} = 0.8 \frac{mJ}{m^2}$ simuliert. Die Anisotropie wurde in dieser Rechnung nicht miteinbezogen.

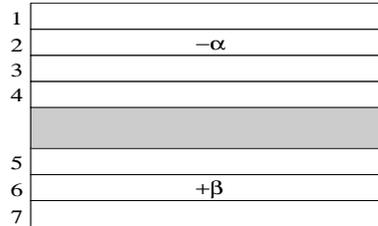


Abbildung 4.5.1 Af-gekoppeltes Fe/./Fe Schichtsystem (ohne Anisotropie) mit unterschiedlichen Dicken. Jede Lage entspricht hierbei einer Dicke von 1nm.

Die Remanenz sowie die Plateaubreite können durch ein einfaches Modell ermittelt werden [49]. Die Bestimmung des Sättigungsfeldes erfolgt mit der bereits vorgestellten Gleichung 2.12 (S. 8). Für ein Schichtsystem, welches aus jeweils $t_1 = 4nm$ und $t_2 = 2nm$ dicken magnetischen Schichten (Diagr. 4.5.1) besteht, werden folgende analytische Ergebnisse ermittelt:

- Das normierte Anfangsmoment beträgt [49]:

$$M_n = \frac{t_1 - t_2}{t_1 + t_2} . \quad (4.4)$$

Für $t_1 = 4nm$, $t_2 = 2nm$ erhält man $M_n = \overline{0.333}$. Aus der Simulation erhält man den Wert $M_n \approx 0.333319$. Dieser Wert liefert eine sehr gute Übereinstimmung mit der theoretischen Vorhersage.

- Das Plateau bleibt bis zu einer kritischen Feldstärke H_p erhalten. Die Breite des Plateaus wird ermittelt durch [49]:

$$H_p = (J_l - 2J_q) \left(\frac{1}{\mu_0 M_2 t_2} - \frac{1}{\mu_0 M_1 t_1} \right). \quad (4.5)$$

Wird hier für $M_1 = M_2 = 1700 \frac{kA}{m}$ und $J_l = J_{af} = 0.8 \frac{mJ}{m^2}$ ($J_q = 0$) eingesetzt, erhält man als Ergebnis $\mu_0 H_p \approx 0.1176T$. Die Rechnung liefert einen Wert von $\mu_0 H_p = 0.12T$. Die Abweichung beträgt ca. 0.98%, die aber auf die Schrittweite der Felderhöhung zurückzuführen ist. Kleinere Schrittweiten würden dem analytisch ermittelten Wert näher kommen und die Abweichung reduzieren.

- Das Sättigungsfeld H_s wird aus Gleichung 2.12 (S. 8) ermittelt. Es gilt ebenfalls $M_1 = M_2 = 1700 \frac{kA}{m}$ und $J_l = J_{af} = 0.8 \frac{mJ}{m^2}$. Die Gleichung liefert als Ergebnis $\mu_0 H_s \approx 0.3529T$. Durch die Gitterrechnung bekommt man als Ergebnis $\mu_0 H_e = 0.355T$. Die Abweichung liegt auch hier bei ca. 0.57%, die ebenfalls auf die Schrittweite zurückzuführen ist.

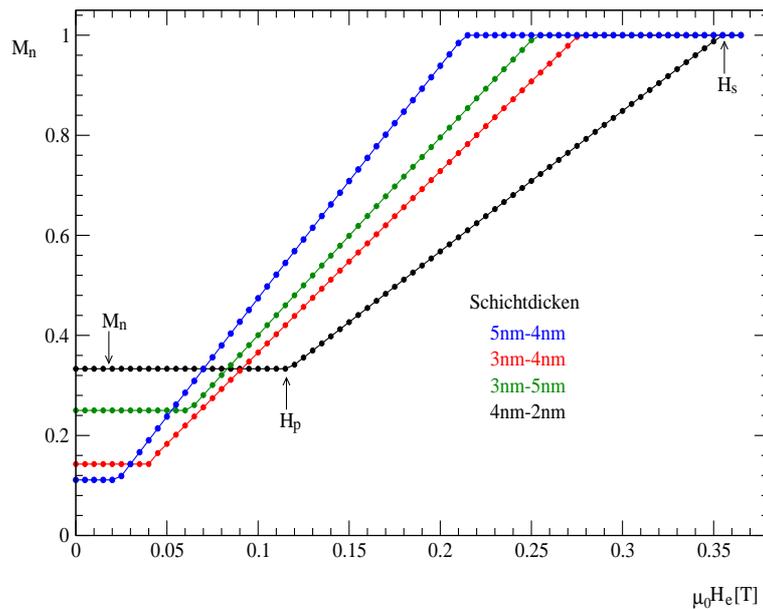


Diagramm 4.5.1 Verläufe der magnetischen Momente in Abhängigkeit von den Schichtdicken. Es wurde ein Fe../Fe Schichtsystem ohne Anisotropie simuliert.

4.5.2 af-Kopplung, quadratischer Term

Wird der quadratische Term in Gleichung 4.5 hinzugefügt ($J_q > 0$), geht je nach Größe des quadratischen Beitrages das Plateau, welches bei kleinen Feldstärken zu beobachten war, zurück. Für $2J_q \geq J_l$ und $H_e \geq 0$ wird $H_p \leq 0$ (Abwesenheit des Plateaus), was durch die Rechnungen in Diagramm 4.5.2 (blaue Kurve) bestätigt wird. Auch in diesem Falle stimmt die theoretische Vorhersage des Plateaus, unter Berücksichtigung des quadratischen Kopplungsbeitrages, mit den Ergebnissen der Gitterrechnung überein. Die Plateaubreite für $J_l = 0.7J_{af}$, $2J_q = 0.3J_{af}$ liegt bei $\mu_0 H_p \approx 0.04705T$. Die Gitterrechnung liefert ein Ergebnis von $\mu_0 H_e = 0.045T$. Die Abweichung beträgt in diesem Falle ca. 4.5%, die ebenfalls auf Schrittweite der Felderhöhung zurückzuführen ist. Das normierte magnetische Moment sowie die Sättigungsfeldstärke bleiben durch die Einführung des quadratischen Kopplungstermes unverändert und lassen sich mit den bereits erwähnten Gleichungen 4.4 und 2.12 (S. 8) ermitteln.

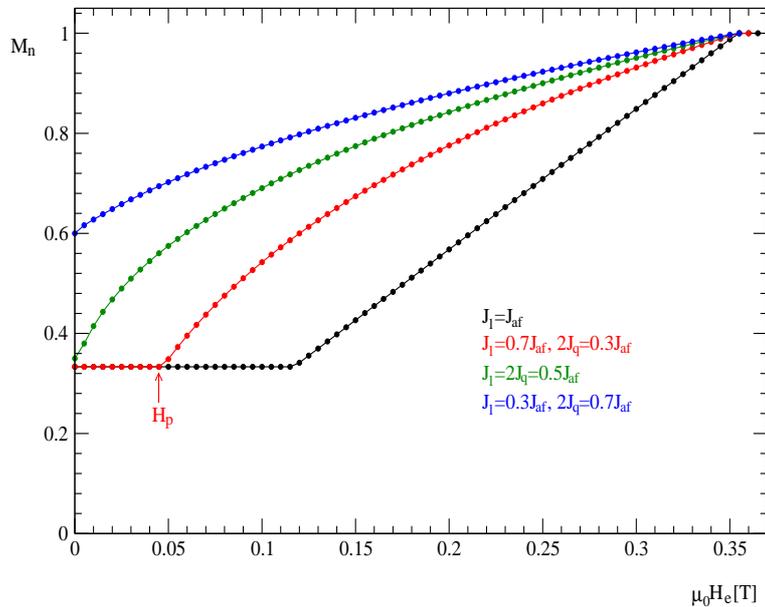


Diagramm 4.5.2 Verläufe der magnetischen Momente eines Fe/./Fe Schichtsystems (ohne Anisotropie) in Abhängigkeit von den J_l und J_q Beiträgen.

4.5.3 Einfluß von Pinholes

Wurde in einem af-gekoppelten Schichtsystem ein Pinhole miteinbezogen, so war ein Anfangsmagsmoment zu beobachten (Diagr. 4.3.1, S. 45). Bei einer Schichtkonfiguration mit unterschiedlichen Dicken hingegen, wie es z. B. mit $t_1 = 4\text{nm}$ und $t_2 = 2\text{nm}$ der Fall ist, reicht ein 2×2 Pinhole aus, welches sich über drei Lagen erstreckt, um das Plateau vollständig aufzuheben (Diagr. 4.5.3) und die Sättigungsfeldstärke zu kleineren Werten hin zu verschieben.

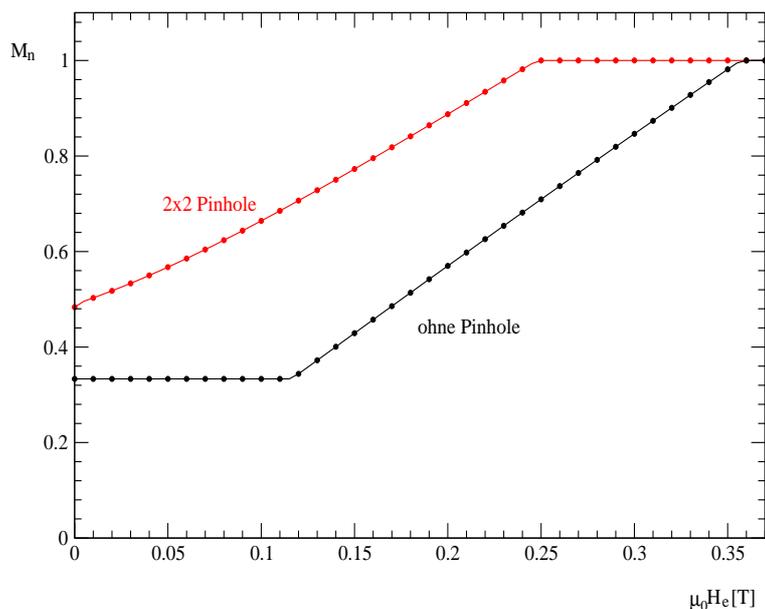


Diagramm 4.5.3 Einfluß des Pinholes auf das magnetische Moment eines Fe/.. /Fe Schichtsystems. Die Schichtdicken in dieser Simulation sind $t_1 = 4\text{nm}$ und $t_2 = 2\text{nm}$. Die Sättigungsmagnetisierung beträgt $M_s = 1700 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$. Das Pinhole wirkt auf ein 16×16 Gitter und macht ca. 1.56% der Fläche aus.

4.6 Anisotropie

4.6.1 af-Kopplung, linearer Term

Wirkt auf ein Schichtsystem nur die Anisotropie, so hängt die Hysteresiskurve nur von dem Anisotropiefeld H_A und dem Anisotropiewinkel α_A ab (Diagr. 4.6.1).

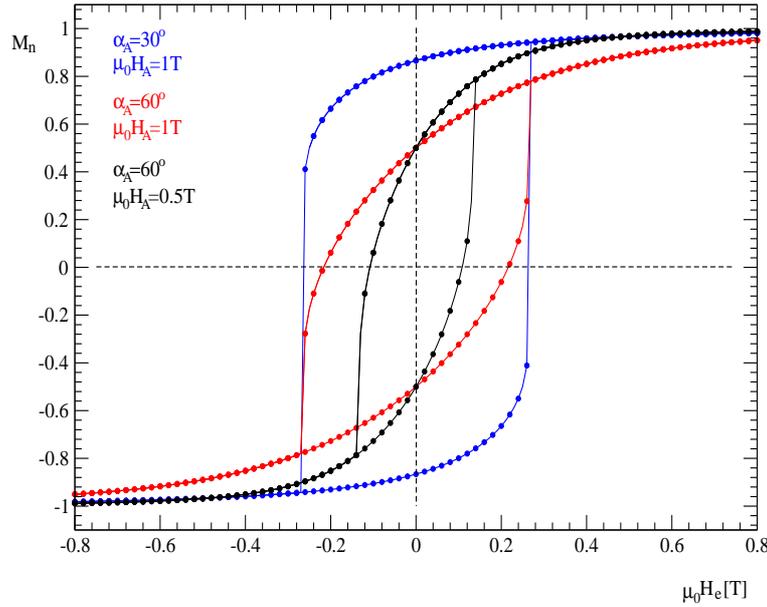


Diagramm 4.6.1 Verlauf des magnetischen Momentes in Abhängigkeit vom Anisotropiefeld H_A und der leichten Richtung α_A . Die Breite der Kurve wird durch den Wert des Anisotropiefeldes und die Remanenz von der leichten Richtung gegeben. In diesem Diagramm handelt es sich nur um eine Schicht, in der nur die Anisotropie wirkt.

Wird neben der Anisotropie die af-Kopplung miteinbezogen, so ändert sich der Verlauf des magnetischen Gesamtmomentes in Abhängigkeit vom Verhältnis der Anisotropie- und af-Kopplungsgrößen. Wählt man bei der Gitterrechnung eine leichte Richtung von $\alpha_A = 90^\circ$, ist es möglich das Ergebnis analytisch zu bestimmen. Für ein einfach af-gekoppeltes Schichtsystem gleicher Schichtdicke und uniaxialer Anisotropie gilt:

$$E_{ges} = -\mu_0 M_s V H_e \cos(\alpha) + K_u V \cos^2(\underbrace{\pi/2 - \alpha}_{\alpha_A}) + J_l F \cos(2\alpha) . \quad (4.6)$$

Im Gleichgewichtsfall gilt:

$$\begin{aligned} \frac{dE_{ges}}{d\alpha} &= \mu_0 M_s V H_e \sin(\alpha) - 2K_u V \sin(\alpha) \cos(\alpha) - 2J_l F \sin(\alpha) \cos(\alpha) \\ &= \mu_0 M_s t H_e \sin(\alpha) - 2K_u t \sin(\alpha) \cos(\alpha) - 2J_l \sin(\alpha) \cos(\alpha) \\ &\quad (V = Ft) . \end{aligned}$$

Hierbei ist V das Volumen, F die Fläche und t die Dicke. Nach $\cos(\alpha)$ aufgelöst, erhält man die Magnetisierung:

$$\cos(\alpha) = \frac{\mu_0 M_s t H_e}{2(K_u t + J_l)}. \quad (4.7)$$

Wird Gleichung 4.7 nach H_e aufgelöst, unter der Bedingung, daß $\cos(\alpha) = 1$ (Sättigung) ist, erhält man:

$$H_s = H_e = \frac{2(K_u t + J_l)}{\mu_0 M_s t}. \quad (4.8)$$

H_s ist somit die Feldstärke, die aufgebracht werden muß, um das System in den Sättigungsbereich zu bringen. Für $\alpha_A \neq 90^\circ$ kann Gleichung 4.6 mit dem bereits erwähnten Newtonverfahren [23] gelöst werden. In Diagramm 4.6.2 sind Magnetisierungsverläufe für $\alpha_A = 90^\circ$ mit unterschiedlichen Schichtdicken aufgetragen. Die Ergebnisse der Gitterrechnung zeigen eine gute Übereinstimmung mit der analytischen Herleitung.

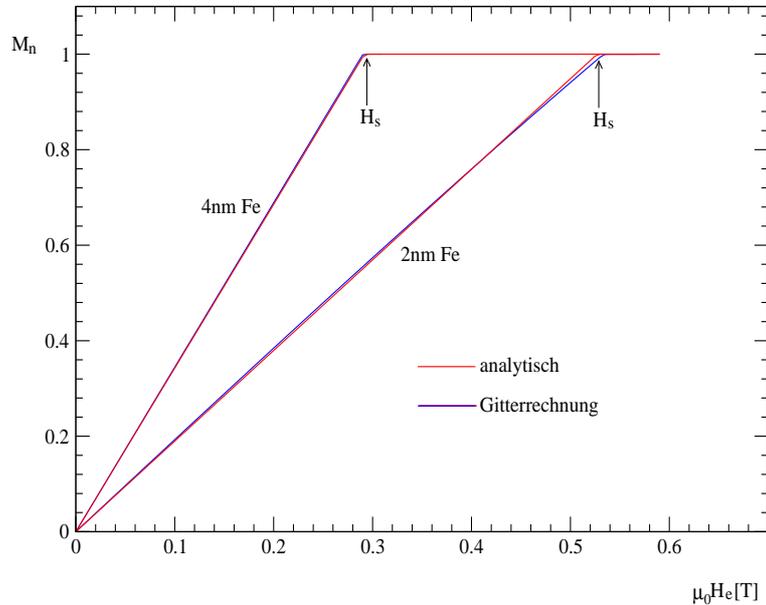


Diagramm 4.6.2 Für die Simulation wurde jeweils ein magnetisches Schichtsystem aus Eisen mit $t=2\text{nm}$ und $t=4\text{nm}$ gewählt. Die errechneten Sättigungsfelder aus Gleichung 4.8 stimmen mit den Ergebnissen der Gitterrechnung sehr gut überein: $\mu_0 H_s^{4\text{nm}} \approx 0.291\text{T}$, $\mu_0 H_s^{2\text{nm}} \approx 0.527\text{T}$. Die Anisotropiekonstante von Eisen: $K_u = 48 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3}$, Sättigungsmagnetisierung: $M_s = 1700 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$, af-Kopplung: $J_l = J_{af} = 0.8 \frac{\text{mJ}}{\text{m}^2}$.

Durch Variation des Verhältnisses⁴ von Anisotropie zur af-Kopplung $\left(\frac{H_A}{H_{af}}\right)$ kann der Verlauf des magnetischen Momentes eines Schichtsystems beeinflusst werden. Ist das Verhältnis $\frac{H_A}{H_{af}} \geq 1$, wie es in Diagramm 4.6.3 gezeigt wird, dominiert das Anisotropiefeld und es ist eine Remanenz zu beobachten.

⁴Das Anisotropiefeld H_A wird über die Gleichung 2.18 (S. 10) bestimmt und das af-Kopplungsfeld H_{af} über die Gleichung 2.15 (S. 9). Für die af-Kopplung gilt: $H_{af} = H_l + 2H_q$.

Bei Verhältnissen von $\frac{H_A}{H_{af}} < 1$, wie sie in den Diagrammen 4.6.4 und 4.6.5 zu sehen sind, dominiert die af-Kopplung, so daß ein linearer Verlauf ohne Remanenz zu beobachten ist.

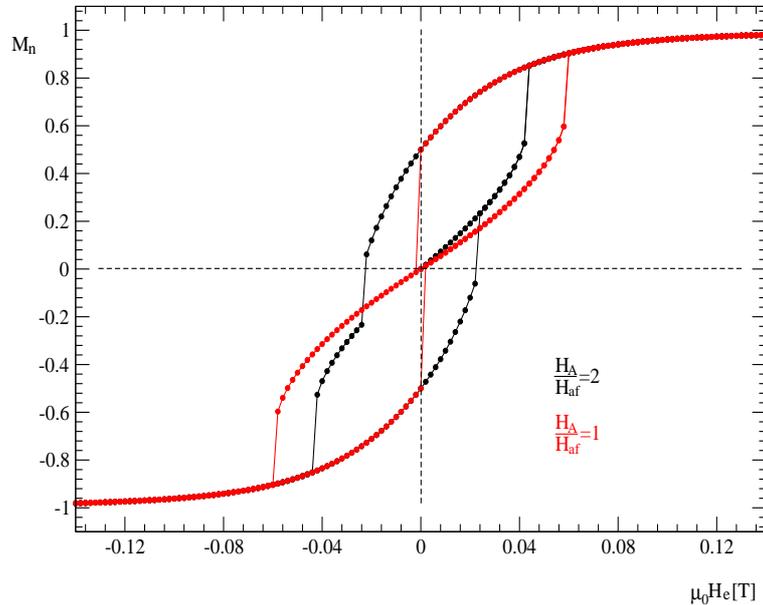


Diagramm 4.6.3 Verläufe der magnetischen Momente bei einer leichten Richtung von $\alpha_A = 60^\circ$ und unterschiedlichen Verhältnissen von Anisotropie zu af-Kopplung $\left(\frac{H_A}{H_{af}}\right)$. Simulationsdaten: Element: Eisen, $M_s = 1700 \frac{kA}{m}$, $K_u = 48 \frac{kJ}{m^3} \rightarrow \mu_0 H_A \approx 0.055T$, $H_l = H_{af}$, $2H_q = 0$.

In den Diagrammen 4.6.3 und 4.6.4 wurde der Anisotropiewinkel α_A konstant gehalten. Bei den realen Schichten allerdings ist eine Winkelverteilung der Anisotropierichtung von $\pm\Delta\alpha_A$ vorhanden. In Diagramm 4.6.6 ist ein Vergleich der Verläufe der magnetischen Momente zwischen einer konstanten $\alpha_A = 60^\circ$ und einer Winkelverteilung von $\Delta\alpha_A = \pm 60^\circ$ dargestellt. Obwohl beide Kurven das gleiche Verhältnis von $\frac{H_A}{H_{af}} = 1$ besitzen, fällt deren Verlauf unterschiedlich aus. Wird eine Gleichverteilung der leichten Richtungen mit $\alpha_A \in [0^\circ, \dots, 360^\circ]$ angenommen, ist für Verhältnisse von $\frac{H_A}{H_{af}} \geq 1$ in Diagramm 4.6.7 nur eine verschwindend kleine Remanenz zu beobachten. Dieses Verhalten ist dadurch zu erklären, daß bei einer Gleichverteilung von $\alpha_A \in [0^\circ, \dots, 360^\circ]$ ein mittlerer Winkel von $\bar{\alpha}_A \approx 180^\circ$ in beiden Schichten einstellt. Die af-Kopplung hingegen versucht die magnetischen Momente antiparallel einzustellen, um die Energie des Systems zu minimieren. Betrachtet man nun die mittlere leichte Richtung von $\bar{\alpha}_A \approx 180^\circ$, so nehmen die Spins aufgrund der af-Kopplung in der einen Schicht einen mittleren Winkel von ca. $\bar{\alpha} \approx 90^\circ$ und in der anderen einen mittleren Winkel von ca. $\bar{\alpha} \approx -90^\circ$ ein. Der Verlauf des magnetischen Momentes in Diagramm 4.6.7 ähnelt somit einem linearen Verlauf, der bereits in Diagramm 4.6.2 gezeigt wurde.

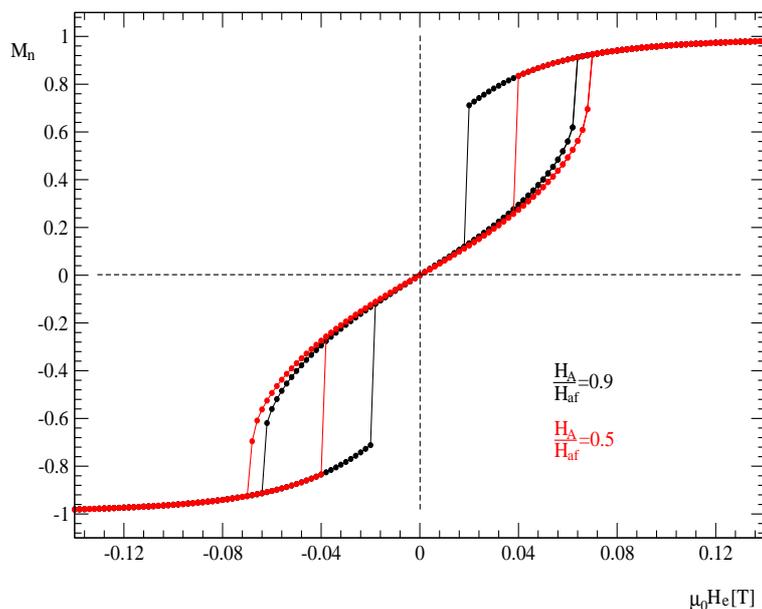


Diagramm 4.6.4 Magnetische Momente bei einer leichten Richtung von $\alpha_A = 60^\circ$.
 Simulationsdaten: Element: Eisen, $M_s = 1700 \frac{kA}{m}$, $K_u = 48 \frac{kJ}{m^3} \rightarrow \mu_0 H_A \approx 0.055T$,
 $H_l = H_{af}$, $2H_q = 0$.

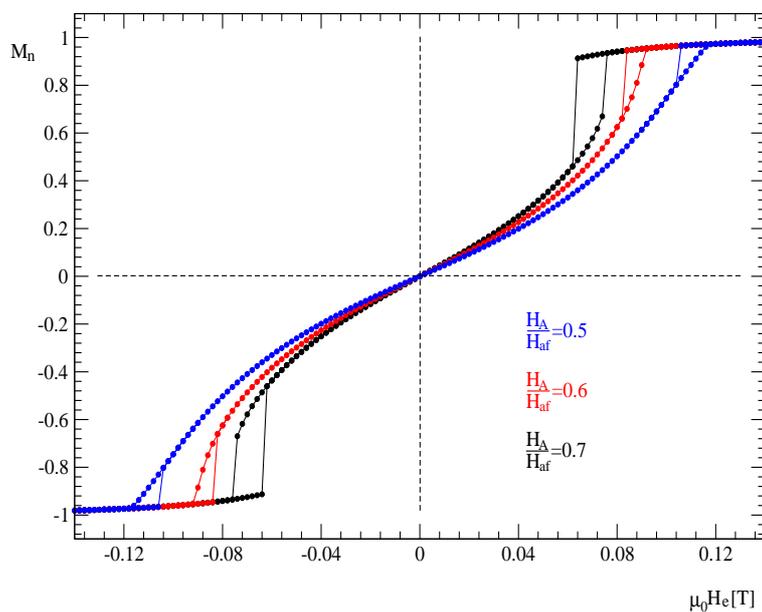


Diagramm 4.6.5 Magnetische Momente bei einer leichten Richtung von $\alpha_A = 60^\circ$ und unterschiedlichen Verhältnissen von $\left(\frac{H_A}{H_{af}}\right)$. Simulationsdaten: Element: Eisen, $M_s = 1700 \frac{kA}{m}$,
 $K_u = 48 \frac{kJ}{m^3} \rightarrow \mu_0 H_A \approx 0.055T$, $H_l = H_{af}$, $2H_q = 0$.

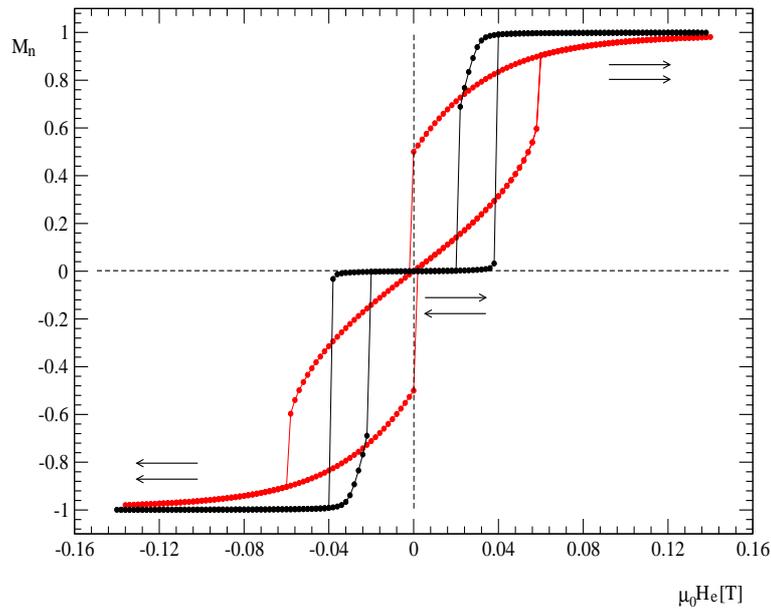


Diagramm 4.6.6 Vergleich der magnetischen Momente mit einem konstanten α_A und einer Verteilung von $\pm\Delta\alpha_A$ mit $H_A = H_{af}$. Anisotropiewinkel der roten Kurve: $\alpha_A = 60^\circ$, Anisotropiewinkel der schwarzen Kurve: Winkelverteilung von $\Delta\alpha_A = \pm 60^\circ$. Simulationsdaten: Element: Eisen, $M_s = 1700 \frac{kA}{m}$, $K_u = 48 \frac{kJ}{m^3} \rightarrow \mu_0 H_A \approx 0.055 T$, $H_l = H_{af}$, $2H_q = 0$.

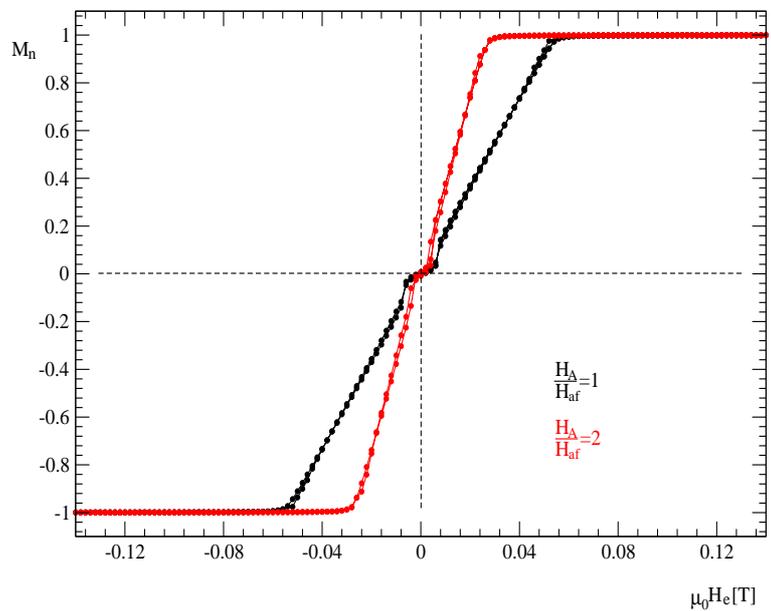


Diagramm 4.6.7 Verlauf des magnetischen Gesamtmomentes bei einer Gleichverteilung der leichten Richtungen von $\alpha_A = [0^\circ, \dots, 360^\circ]$. Simulationsdaten: Element: Eisen, $M_s = 1700 \frac{kA}{m}$, $K_u = 48 \frac{kJ}{m^3} \rightarrow \mu_0 H_A \approx 0.055 T$, $H_l = H_{af}$, $2H_q = 0$.

4.6.2 af-Kopplung, quadratischer Term

Auf Seite 56 (Diagr. 4.4.1) wurde der Einfluß des quadratischen Anteils der af-Kopplung behandelt. Es zeigte⁵ sich, daß bei $\mu_0 H_e = 0T$ ein resultierendes Anfangsmoment zu beobachten ist, wenn $2J_q \geq J_l = 0.5J_{af}$. Ein solcher Sprung ist in Diagramm 4.6.8 nicht zu erkennen. Die Spins nehmen aufgrund der af-Kopplung ihre günstigste Position bei $\alpha = \alpha_A$ und bei $\alpha = -\alpha_A$ ein. Der quadratische Anteil der af-Kopplung ist nicht stark genug das Anisotropiefeld zu überwinden und eine Remanenz zu erzeugen, wie es z. B. beim Pinhole der Fall ist. Vielmehr ist die Größe des quadratischen Beitrages für das Entstehen einer Hysterisis verantwortlich, wie es aus Diagramm 4.6.8 zu entnehmen ist. Als Vergleich ist eine Referenzkurve (schwarz) ohne den quadratischen Term mitaufgetragen.

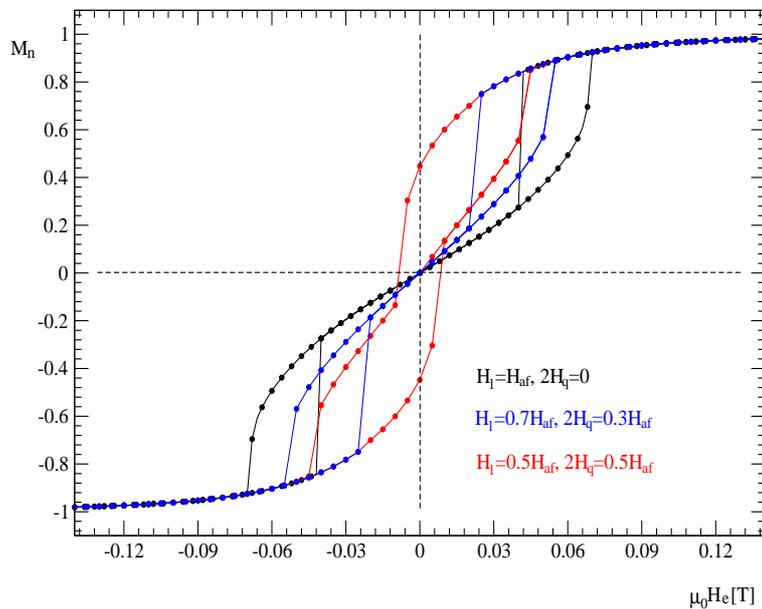


Diagramm 4.6.8 Einfluß des quadratischen Terms in einem af-gekoppelten Schichtsystem mit Anisotropie, bei einer leichten Richtung von $\alpha_A = 60^\circ$ und einem Verhältnis von $\frac{H_A}{H_{af}} = 0.8$. Simulationsdaten: Element: Eisen, Sättigungsmagnetisierung: $M_s = 1700 \frac{kA}{m}$, Anisotropiefeld: $\mu_0 H_A = 0.055T$, Schichtdicke: $4nm$.

⁵Es gilt die Bedingung: $H_{af} = H_l + 2H_q$, bzw. $J_{af} = J_l + 2J_q$.

4.6.3 Einfluß von Pinholes

Ist das Verhältnis von Anisotropie zu af-Kopplung gering, so ist keine Hysterisis mehr zu erkennen (Diagr. 4.6.4) Wird aber ein Pinhole miteingebaut, sinkt der Einfluß der af-Kopplung und die Anisotropie tritt stärker hervor. Der Einfluß von Pinholes ist im Diagramm 4.6.9 sehr gut zu erkennen. Ohne Pinhole ist beim Verhältnis von $\frac{H_A}{H_{af}} = 0.5$ keine Remanenz zu erkennen und die Kurve geht durch den Nullpunkt. Bei Pinholes hingegen ist eine Remanenz bei $\mu_0 H_e = 0T$ zu beobachten und das Auftreten einer Hysterisis wird begünstigt, selbst wenn das Verhältnis Anisotropie zu af-Kopplung minimal ist.

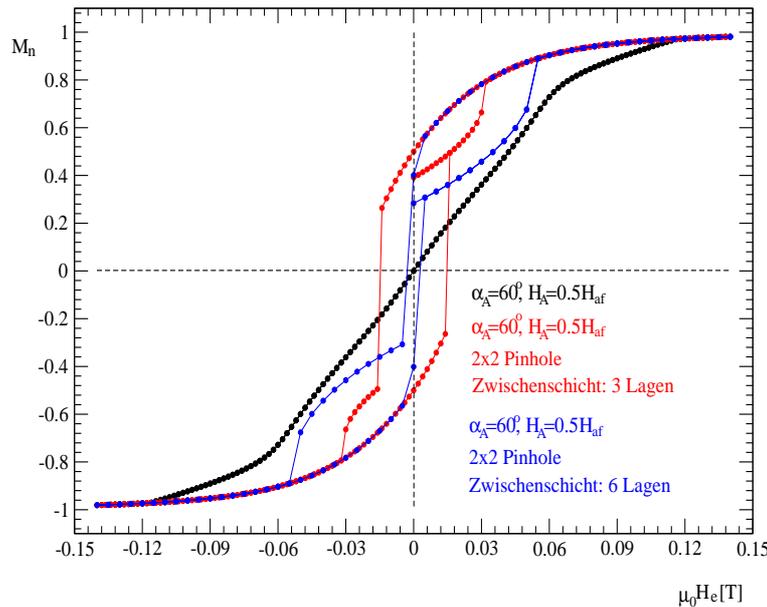


Diagramm 4.6.9 Einfluß von Pinholes bei af-gekoppelten Schichtsystem mit Anisotropie bei einer leichten Richtung von $\alpha_A = 60^\circ$ und einem Verhältnis von $\frac{H_A}{H_{af}} = 0.5$. In diesem Schichtsystem wirkt nur die lineare Kopplung: $H_l = H_{af}$. Das Schichtsystem besteht aus zwei Schichten mit je vier Lagen pro Schicht. Das Pinhole erstreckt sich jeweils über eine drei Lagen dicke (rot) und eine sechs Lagen dicke (blau) Zwischenschicht und macht ca. 1.56% der Fläche aus. Simulationsdaten: Element: Eisen, Sättigungsmagnetisierung: $M_s = 1700 \frac{kA}{m}$, Anisotropiefeld: $\mu_0 H_A = 0.055T$, Schichtdicke: $4nm$.

Der Einfluß des Pinholes zeigt eine Abhängigkeit von der Dicke der Zwischenschicht. Es ist somit zu erwarten, daß bei einer größeren Anzahl von Lagen in der Zwischenschicht der Einfluß des Pinholes sinkt und sich die af-Kopplung stärker auf den Verlauf des magnetischen Gesamtmomentes auswirkt. Diese Eigenschaft ist ebenfalls in Diagramm 4.6.9 zu erkennen. Bei einer drei Lagen dicken Zwischenschicht ist noch eine breite Hysterisis bemerkbar. Wird die Anzahl der Lagen auf sechs erhöht, bleibt zwar die Remanenz noch erhalten, aber die Hysterisis wird schmaler und kommt dem pinholefreien Zustand immer näher. Allerdings sinkt in realen Schichtsystemen mit wachsender Dicke der Zwischenschicht auch die af-Kopplung stark ab.

4.6.4 Schichten mit unterschiedlichen Anisotropiefeldern

Eine weitere Methode, den Verlauf des magnetischen Momentes eines Schichtsystems zu beeinflussen, wird dadurch ermöglicht, wenn die einzelnen Schichten mit unterschiedlichen Anisotropiefeldern (Abb. 4.6.1) belegt werden. In diesem System besteht die obere Schicht aus Eisen mit einem Anisotropiefeld von $\mu_0 H_A^{Fe} \approx 0.055T$ und die untere Schicht aus Cobalt mit einem Anisotropiefeld von $\mu_0 H_A^{Co} \approx 0.56T$. Die Kopplungsenergie der af-Kopplung wurde auf $J_l = J_{af} = 0.374 \frac{mJ}{m^2}$ gesetzt.

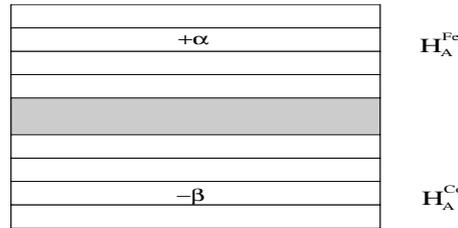


Abbildung 4.6.1 Daten des Gittermodells: Dicke der magnetischen Schichten: $4nm$, Anisotropiewinkel: $\alpha_A = 60^\circ$, Sättigungsmagnetisierungen: $M_s^{Co} = 1300 \frac{kA}{m}$, $M_s^{Fe} = 1700 \frac{kA}{m}$, af-Kopplungskonstante: $J_l = J_{af} = 0.374 \frac{mJ}{m^2}$

Die Auswirkung der unterschiedlichen Anisotropiefelder, die in Diagramm 4.6.10 zu sehen ist, besteht aus zwei Schleifen, die am Nullpunkt miteinander verbunden sind. Dieses Verhalten läßt sich über die Gleichung 2.12 erklären, die auf Seite 8 hergeleitet wurde:

$$H_{af} = H_e = J_l \left(\frac{1}{\mu_0 M_1 t_1} + \frac{1}{\mu_0 M_2 t_2} \right) .$$

Werden mit dieser Gleichung die Sättigungsfelder der magnetischen Schichten separat ausgerechnet ($M_1 = M_2$), so wirkt demnach auf die Eisenschicht die af-Kopplung mit einer Stärke von $\mu_0 H_{af}^{Fe} = 0.11T$ und auf der Cobaltschicht mit $\mu_0 H_{af}^{Co} \approx 0.1438T$. Werden nun die Verhältnisse von Anisotropie/af-Kopplung betrachtet, erhält man für Eisen: $\frac{H_A^{Fe}}{H_{af}^{Fe}} = 0.5$ und für Cobalt: $\frac{H_A^{Co}}{H_{af}^{Co}} \approx 3.89$. Wie bereits in den Diagrammen 4.6.3 und 4.6.5 (Seiten 66 und 67) gezeigt wurde, ist bei Verhältnissen von $\frac{H_A}{H_{af}} \geq 1$ ein Hysterisverhalten zu beobachten, während für Verhältnisse von $\frac{H_A}{H_{af}} < 1$ die af-Kopplung dominiert, so daß ein lineares Verhalten ($2H_q = 0$) zu beobachten ist.

Der Verlauf des magnetischen Gesamtmomentes eines Fe/./Fe Schichtsystemes zeigt ein lineares Verhalten, weil $\frac{H_A^{Fe}}{H_{af}^{Fe}} < 1$ ist. Der Verlauf eines Co/./Co Schichtsystemes erzeugt eine Hysteris wegen $\frac{H_A^{Co}}{H_{af}^{Co}} > 1$. Die Schleifen, die in Diagramm 4.6.10 zu sehen sind, entstehen somit durch eine "Kompromißsituation", die auf die unterschiedlichen Materialien zurückzuführen ist.

Wird in dem Schichtsystem aus Abbildung 4.6.1 zusätzlich noch ein 2x2 Pinhole miteingebaut, geht der Einfluß der af-Kopplung zurück, und es entsteht eine Hysterese mit einem Anfangsmoment, welche ebenfalls in Diagramm 4.6.10 zu sehen ist.

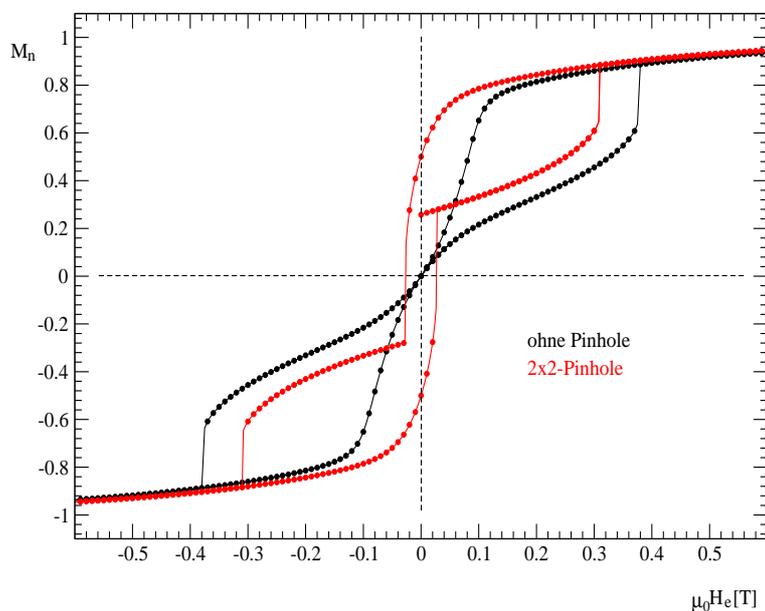


Diagramm 4.6.10 Verlauf der magnetischen Momente mit unterschiedlichen Anisotropiefeldern mit und ohne Pinhole auf ein Fe/./Co Schichtsystem. Das 2x2 Pinhole erstreckt sich über drei Lagen und wirkt auf ein 16x16 Gitter. Es macht ca. 1.56% der Gitterfläche aus. Es gelten die Werte aus Abbildung 4.6.1 (S. 71).

4.6.5 Temperaturabhängigkeit

Das af-gekoppelte Schichtsystem, welches in Abbildung 4.6.1 (S. 71) vorgestellt wurde, wird auf die Temperaturstabilität des magnetischen Momentes untersucht. Bei $T=0\text{K}$ berühren sich die Schleifen in Diagramm 4.6.11 am Nullpunkt, so daß keine Remanenz zu beobachten ist. Wird die Temperatur auf $T=600\text{K}$ (Diagr. 4.6.11) erhöht, ist neben des Rückganges der Sättigung eine minimale Remanenz zu erkennen. Wird die Temperatur auf $T=900\text{K}$ (Diagr. 4.6.12) erhöht, ist eine weitere Zunahme der Remanenz zu erkennen. Dieses Verhalten ist auf die unterschiedlichen Materialien und deren Curie-Temperaturen zurückzuführen. Bei Eisen ist $T_C^{Fe} \approx 1040\text{K}$ und bei Cobalt ist $T_C^{Co} \approx 1380\text{K}$. Die Temperatur von $T=900\text{K}$ liegt sehr nahe am Curie Punkt von Eisen, was zu einer Reduzierung des magnetischen Momentes (von Eisen) führt. Es entsteht bei dieser Temperatur ein Gesamtmoment, welches hauptsächlich vom Cobalt beeinflusst wird, wodurch eine Zunahme der Remanenz zu erklären ist.

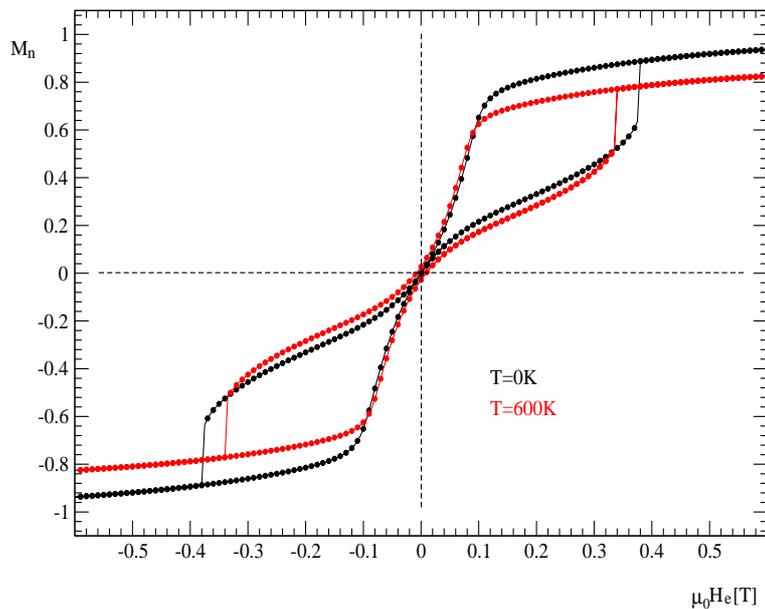


Diagramm 4.6.11 Verlauf des magnetischen Momentes eines Fe/../Co Schichtsystems in Abhängigkeit von der Temperatur. Es gelten die Werte aus Abbildung 4.6.1 (S. 71).

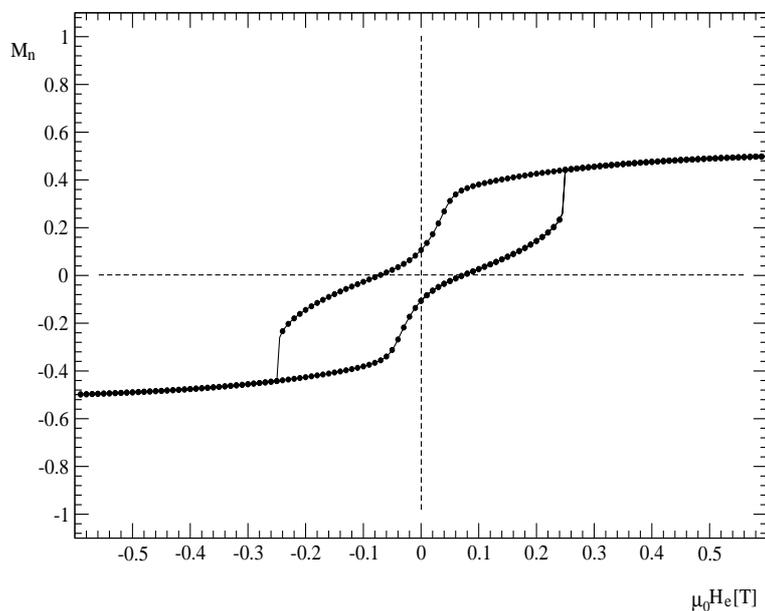


Diagramm 4.6.12 Verlauf des magnetischen Momentes eines Fe/../Co Schichtsystems bei einer Temperatur von $T=900K$. Es gelten die Werte aus Abbildung 4.6.1 (S. 71).

Wird die äußere Feldstärke in dem Fe/./Co Schichtsystem konstant gehalten und die Temperatur erhöht, ist eine Abhängigkeit des Verlaufes des Gesamtmomentes von der Magnetisierungsrichtung der hartmagnetischen Schicht zu erkennen (Diagr. 4.6.13). Ist die Cobaltschicht antiparallel zur äußeren Feldstärke gerichtet (Abb. 4.6.2(a)), ist bei $\mu_0 H_e = 0.1T$ ein kleineres Gesamtmoment zu erkennen als bei einer parallelen Einstellung (Abb. 4.6.2(b)). Dieses Verhalten ist auf die unterschiedlichen Anisotropiefelder der Materialien und deren Sättigungsfeldstärke innerhalb eines af-gekoppelten Schichtsystems zurückzuführen. Die Sättigungsfeldstärke H_s wird durch die bereits erwähnte Gleichung 4.8 (S. 65) gegeben:

$$H_s = H_e = \frac{2(K_u t + J_l)}{\mu_0 M_s t} .$$

Für ein af-gekoppeltes Schichtsystem aus Eisen liegt das Sättigungsfeld bei ca. $\mu_0 H_e \approx 0.0792T$ und bei einem Schichtsystem aus Cobalt bei ca. $\mu_0 H_e \approx 0.4138T$. Die äußere Feldstärke von $\mu_0 H_e = 0.1T$ reicht aus, um ein Fe/./Fe Schichtsystem in die Sättigung zu bringen, sie bewirkt aber beim Co/./Co Schichtsystem nur eine Änderung von ca. 14.5% des magnetischen Momentes (Gln. 4.7, S. 65). Für das Fe/./Co Schichtsystem bedeutet dies: Wenn die Magnetisierungsrichtung von Cobalt antiparallel zur äußeren Feldstärke H_e steht, ist die Drehung zur äußeren Feldstärke klein, wodurch das magnetische Moment des gesamten Systems sehr klein bleibt. Steht die Magnetisierungsrichtung von Eisen antiparallel, ist durch die Drehung zum äußeren Feld hin, das Gesamtmoment des Systems größer. Bei höheren Temperaturen, $T \geq T_C^{Fe}$ verliert die af-Kopplung ihren Einfluß und der Verlauf wird nur noch von der Cobaltschicht bestimmt. Steht die Magnetisierungsrichtung dieser Schicht antiparallel zur äußeren Feldstärke (Abb. 4.6.2(a)), ist für einen Temperaturbereich von $T \approx 960K - 1160K$ ein negatives Moment aufgrund der höheren Curie Temperatur von Cobalt zu beobachten. Das Maximum des Verlaufes des magnetischen Momentes wird bei der Curie Temperatur von Eisen erreicht. Ab dieser Temperatur bestimmt das magnetische Moment der Cobaltschicht den Verlauf. Bei weiterer Erhöhung der Temperatur wird der Einfluß des Anisotropiefeldes in der Cobaltschicht weitgehend reduziert, so daß die äußere Feldstärke dominiert. Dies bewirkt in einem kleinen Temperaturbereich eine Drehung der Spins in Feldrichtung.

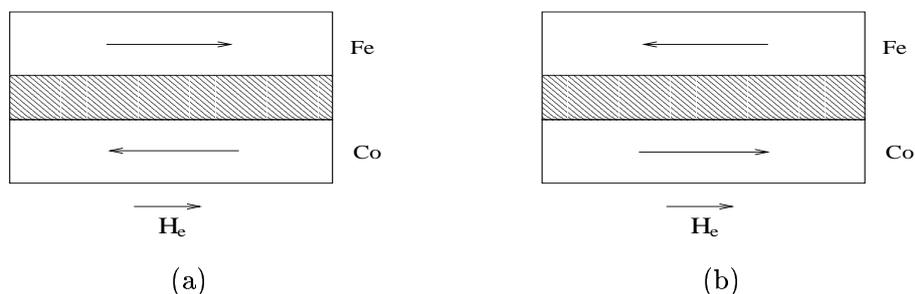


Abbildung 4.6.2 Co/./Fe Schichtsystem. In (a) steht die Magnetisierungsrichtung der Cobaltschicht antiparallel zum äußeren Feld und in (b) steht die Eisenschicht antiparallel zum äußeren Feld. Es gelten die Werte aus Abbildung 4.6.1 (S. 71).

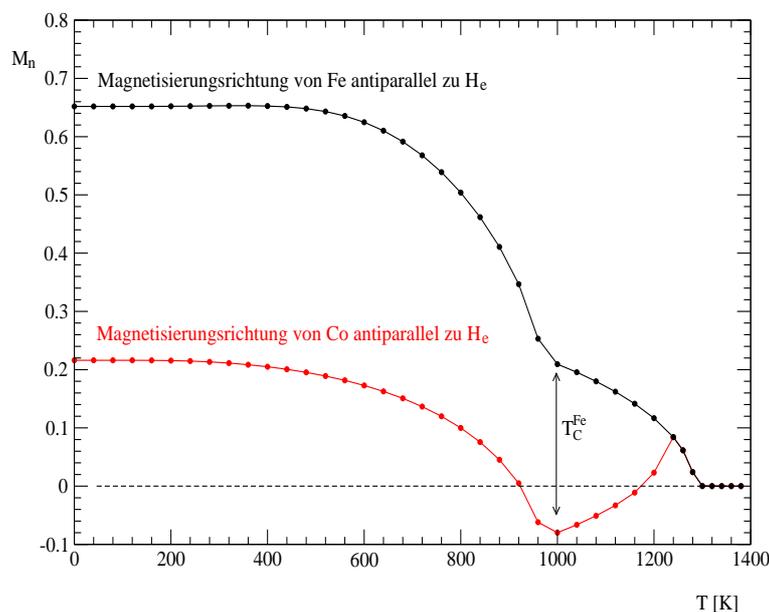


Diagramm 4.6.13 Verlauf der magnetischen Momente in Abhängigkeit von der Temperatur bei einer äußeren Feldstärke von $\mu_0 H_e = 0.1T$. Die Verläufe entsprechen den in den Abbildungen 4.6.2(a) und 4.6.2(b) dargestellten Konfigurationen der Magnetisierungsrichtungen.

Betrachtet man in Diagramm 4.6.14 die Temperaturabhängigkeit des magnetischen Momentes eines af-gekoppelten Fe/./Fe Schichtsystems, ist, je nach Stärke des äußeren Feldes, zu hohen Temperaturen hin ein Sprung im Verlauf zu erkennen. Dieser Sprung ist bei höheren Feldstärken größer und tritt dabei früher auf. Als Referenz dazu dient ein magnetischer Momentverlauf ohne Anisotropie. Es ist deutlich zu erkennen, daß bei einer äußeren Feldstärke von $\mu_0 H_e = 0.045T$ das magnetische Moment eines Schichtsystems ohne Anisotropie wesentlich höher ist und einen "glatteren" Verlauf bei zunehmender Temperatur aufweist, als das eines Systems mit Anisotropie. Die Erklärung für dieses Verhalten ist, daß die Anisotropie wie auch die af-Kopplung der äußeren Feldstärke entgegenwirken, was ein geringeres Anfangsmoment zur Folge hat. Steigt die Temperatur im Schichtsystem, wird der Einfluß der Anisotropie und af-Kopplung weitgehend reduziert und die Spins nehmen eine Vorzugsrichtung ein, die entlang der äußeren Feldstärke liegt. Ist die äußere Feldstärke klein, werden höhere Temperaturen benötigt, um diesen Sprung hervorzurufen, während bei einer großen Feldstärke, wie z. B.: $\mu_0 H_e = 0.045T$, kleinere Temperaturen für einen Sprung benötigt werden.

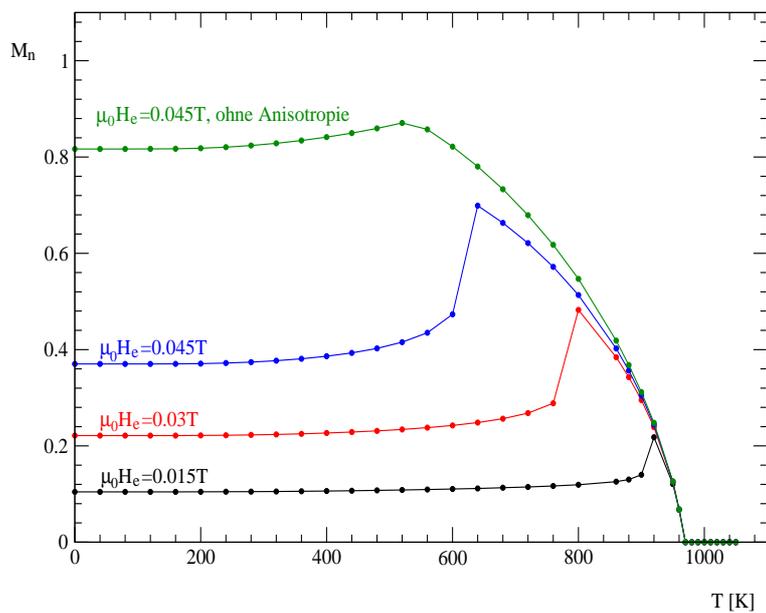


Diagramm 4.6.14 Temperaturabhängigkeit des magnetischen Momentes eines af-gekoppelten Fe/..../Fe Schichtsystems bei unterschiedlichen Werten von H_e . Es gelten die Werte aus Abbildung 4.6.1 (S. 71).

4.7 Dipolkopplung

4.7.1 Theroretischer Vergleich der Dipolrechnungen

Die Ergebnisse der Dipolrechnungen können mit den Ergebnissen anderer Programme verglichen werden, wie es z. B. mit dem *oommf* Programm [48] möglich ist. Im weiteren Verlauf wird gezeigt, daß bei einer gleichen Anfangskonfiguration unterschiedliche Endzustände auftreten können. Bei dem nachfolgenden Vergleich werden nur Einzelschichten betrachtet, die in der Ebene diskretisiert sind.

Die gewählten Parameter bei beiden Simulationsprogramme sind:

- Steifigkeitskonstante für Permalloy: $A = 1.05 * 10^{-11} \frac{J}{m}$, $M_s = 840 \frac{kA}{m}$.
- Uniaxiale Anisotropiekonstante $K_u = 200 \frac{J}{m^3}$, Anisotropiewinkel $\alpha_A = 0^\circ$.
- Die Feldgröße beträgt $(250 \times 160) \text{nm}^2$, welche durch ein 25×16 Gitter dargestellt wird. Die Schichtdicke beträgt 10 nm.
- Anfangskonfiguration: Sättigungsbereich, d. h. $\alpha_M = 0^\circ$ bzw. $\alpha_M = 5^\circ$.

Für $\alpha_M = 0^\circ$ ist bei der *oommf*-Rechnung in Abbildung 4.7.1 ein "Flower-State" zu erkennen, während mit dem Simulationsprogramm in Abbildung 4.7.2 ein "C-State" zu beobachten ist. Wird der Magnetisierungswinkel auf $\alpha_M = 5^\circ$ gesetzt, was einer normierten Sättigung von $M_n \approx 0.9961$ entspricht, ist mit beiden Programmen ein "S-State" zu beobachten (Abbildungen 4.7.3 und 4.7.4). Der Unterschied hierbei ist, daß diese Endzustände gespiegelt sind. Auch bei der Anwesenheit einer äußeren Feldstärke von $\mu_0 H_e = 0.07T$ sind in den Abbildungen 4.7.5 und 4.7.6 für $\alpha_M = 0^\circ$ unterschiedliche Endzustände zu sehen. Für $\alpha_M = 5^\circ$ hingegen bleibt die Spiegelung erhalten (Abbildungen 4.7.7 und 4.7.8).

Offenbar sind für eine Anfangsmagnetisierung von $\alpha_M = 0^\circ$ mehrere Lösungen möglich. Die verschiedenen Endzustände beruhen darauf, daß die Berechnungsmethoden der Simulationsverfahren unterschiedlich sind, so daß verschiedene Lösungen auftreten können. Das *oommf* Programm arbeitet mit der Landau-Lifshitz Methode [8], [50], [51]. Die magnetische Schicht in diesem Programm wird als zwei-dimensional betrachtet, d. h. es wird nur die Fläche der magnetischen Schicht diskretisiert, während die Dicke unverändert bleibt. Die Spins hingegen, können sich drei-dimensional bewegen. Das iterative Verfahren arbeitet nach der Methode des lokalen Feldes. In dieser Methode nimmt der Spin die Richtung des lokalen Feldes ein, ohne um dessen Richtung zeitabhängig zu relaxieren, wie es beim Landau-Lifshitz Verfahren der Fall ist. Weiterhin wird in diesem Programm die magnetische Schicht in allen drei Raumrichtungen diskretisiert. Da es sich aber um dünne Schichten und uniaxiale Anisotropien handelt, wird die Winkeländerung hier nur in der Ebene angenommen.

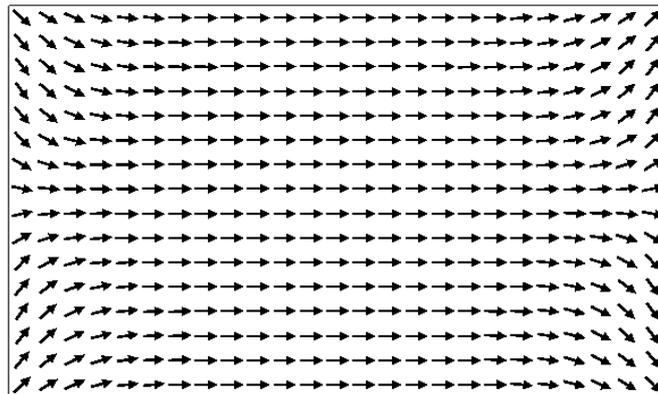


Abbildung 4.7.1 *Remanenter Zustand mit dem oommf-Programm bei $\mu_0 H_e = 0T$. Startkonfiguration mit Magnetisierungswinkel $\alpha_M = 0^\circ$.*

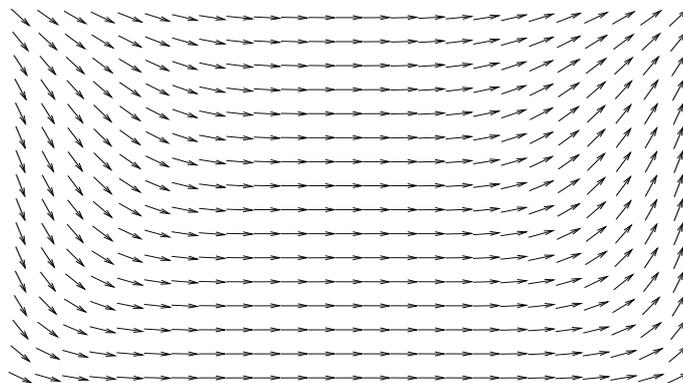


Abbildung 4.7.2 *Remanenter Zustand mit dem Simulationsverfahren bei $\mu_0 H_e = 0T$. Startkonfiguration mit Magnetisierungswinkel $\alpha_M = 0^\circ$.*

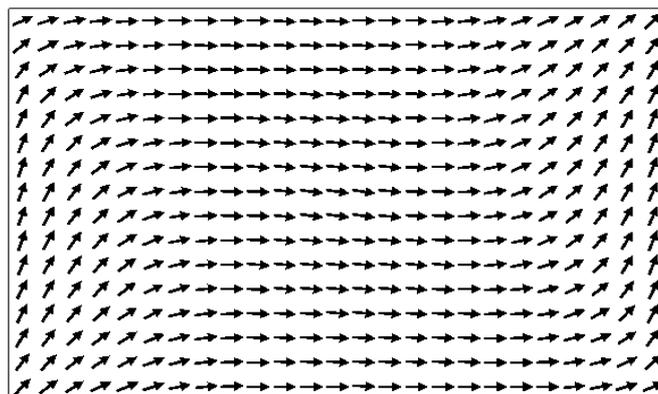


Abbildung 4.7.3 *Remanenter Zustand mit dem oommf-Programm bei $\mu_0 H_e = 0T$. Startkonfiguration mit Magnetisierungswinkel $\alpha_M = 5^\circ$.*

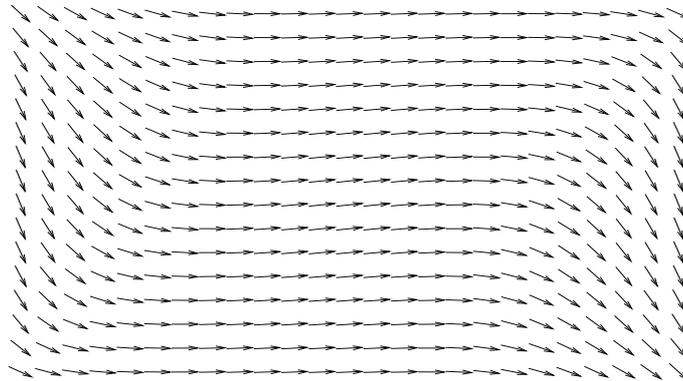


Abbildung 4.7.4 *Remanenter Zustand mit dem Simulationsverfahren bei $\mu_0 H_e = 0T$. Startkonfiguration mit Magnetisierungswinkel $\alpha_M = 5^\circ$.*

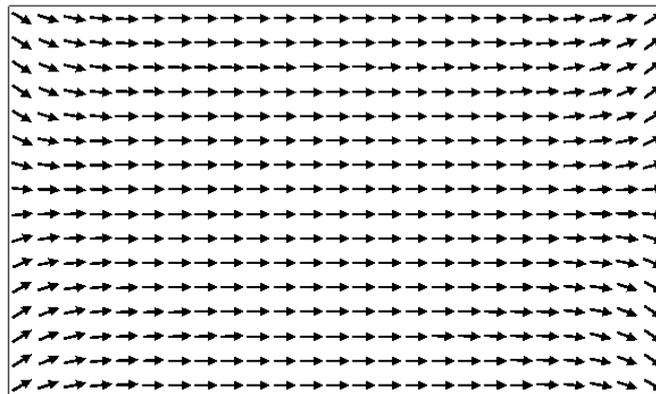


Abbildung 4.7.5 *Endzustand mit dem oomf-Programm bei $\mu_0 H_e = 0.07T$. Startkonfiguration mit Magnetisierungswinkel $\alpha_M = 0^\circ$.*

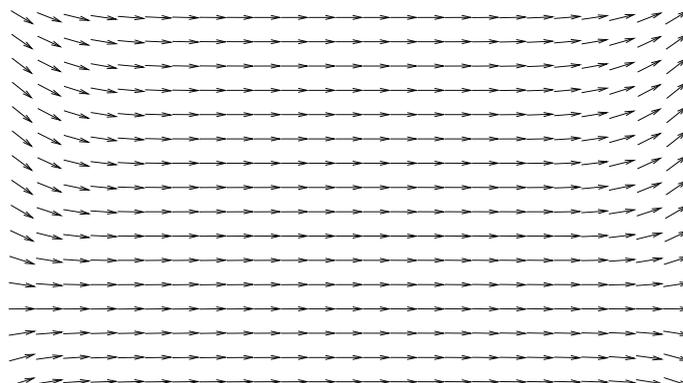


Abbildung 4.7.6 *Endzustand mit dem Simulationsverfahren bei $\mu_0 H_e = 0.07T$. Startkonfiguration mit Magnetisierungswinkel $\alpha_M = 0^\circ$.*

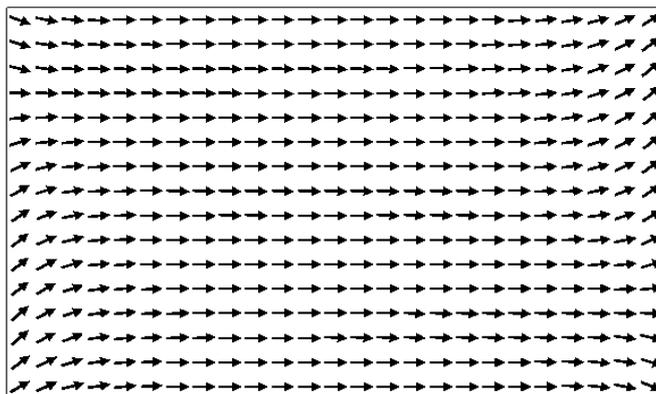


Abbildung 4.7.7 Endzustand mit dem oomf-Programm bei $\mu_0 H_e = 0.07T$.
Startkonfiguration mit Magnetisierungswinkel $\alpha_M = 5^\circ$.

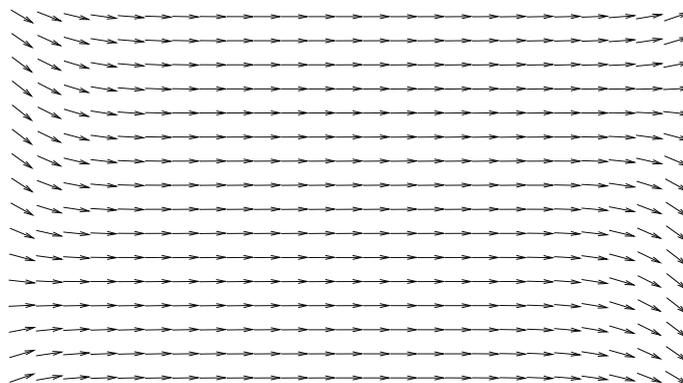


Abbildung 4.7.8 Endzustand mit dem Simulationsverfahren bei $\mu_0 H_e = 0.07T$.
Startkonfiguration mit Magnetisierungswinkel $\alpha_M = 5^\circ$.

Die Übereinstimmung der Programme in einer vollständigen Hysteresiskurve kann von der Position abhängen, die das zu simulierende magnetische Element zu der äußeren Feldstärke besitzt. Bei dem Vergleich wurden sowohl die Fläche als auch die geometrische Struktur konstant gehalten. Es wurde nur die Position zur äußeren Feldstärke verändert, wie es in Abbildung 4.7.9 gezeigt wird. Befindet sich die lange Achse der Struktur parallel zum äußeren Feld, ist eine sehr gute Übereinstimmung der beiden Programme im Hysteresisverlauf, in Diagramm 4.7.1, zu beobachten. Steht hingegen die lange Achse senkrecht zum äußeren Feld, ist eine Abweichung, in Diagramm 4.7.2, an den Schaltpunkten zu erkennen. Offenbar liefert diese Position der geometrischen Struktur unterschiedliche Ergebnisse in den beiden Berechnungsmethoden, die bereits auf Seite 77 erklärt wurden. Die maximale Abweichung ist in Diagramm 4.7.2 an der Position 1 zu erkennen und beträgt $\mu_0 H_e = 0.005T (= 50Oe)$. Desweiteren zeigen auch Vergleiche zwischen Simulation (oommf) und Meßergebnissen [52], [53] Abweichungen bei den Schaltfeldern.

Die gewählten Simulationsdaten, die in den Diagrammen 4.7.1 und 4.7.2 benutzt wurden, sind:

- Steifigkeitskonstante für Permalloy: $A = 1.05 * 10^{-11} \frac{J}{m}$, $M_s = 840 \frac{kA}{m}$.
- Uniaxiale Anisotropiekonstante $K_u = 200 \frac{J}{m^3}$, Anisotropiewinkel $\alpha_A = 10^\circ$.
- Feldgrößen $(250 \times 130)nm^2$ und $(130 \times 250)nm^2$, welche durch die Gittergrößen 25×13 und 13×25 dargestellt werden. Die Schichtdicke beträgt 10 nm.
- Anfangskonfiguration: Sättigungsbereich.

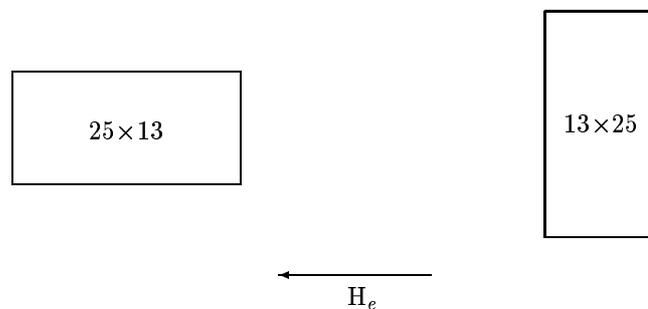


Abbildung 4.7.9 Zu den Diagrammen 4.7.1 und 4.7.2 zugehörigen geometrischen Strukturen. Die Flächen dieser magnetischen Elemente entsprechen jeweils $(250 \times 130)nm^2$ und $(130 \times 250)nm^2$. Die Dicke beträgt 10nm.

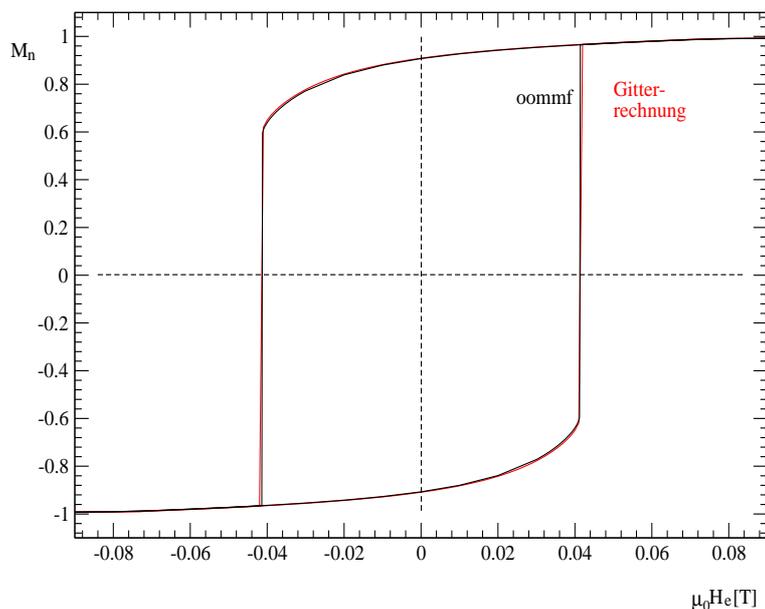


Diagramm 4.7.1 Vergleich der Hysteresiskurven zwischen oommf und der Gitterrechnung. Die Ergebnisse beziehen sich auf ein magnetisches Element mit einer 25×13 Diskretisierung.

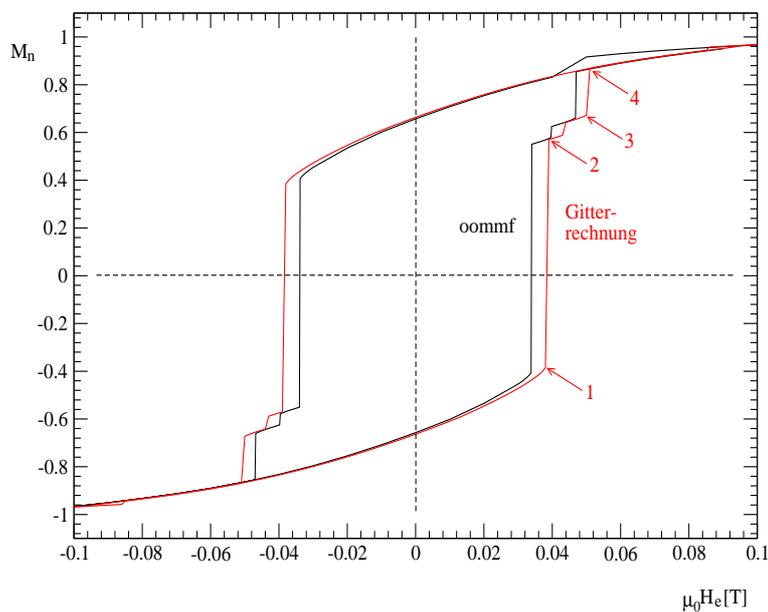
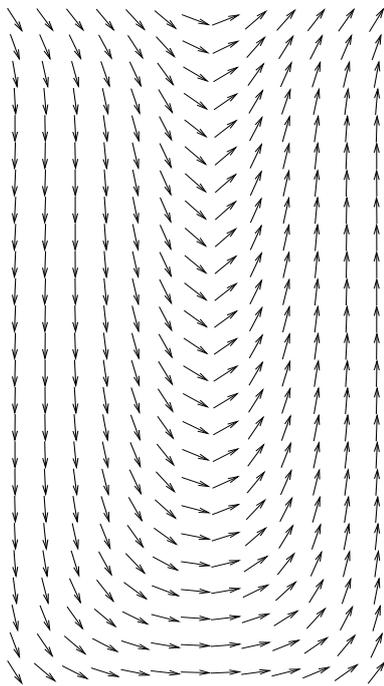
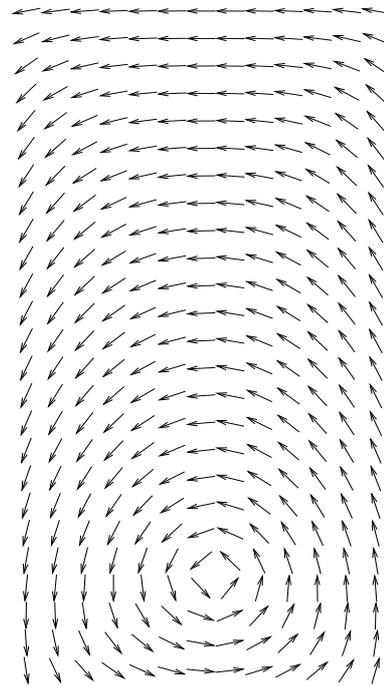


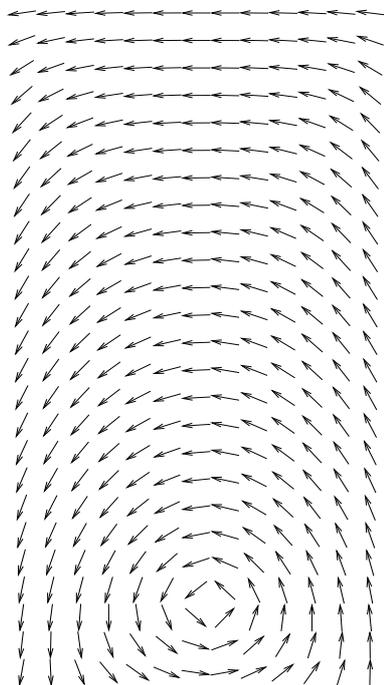
Diagramm 4.7.2 Vergleich der Hysteresiskurven zwischen oommf und der Gitterrechnung. Die Ergebnisse beziehen sich auf ein magnetisches Element mit einer 13×25 Diskretisierung. Beim Stufenschalten in der Nähe des Sättigungsbereiches ist eine Vortexstruktur in den Magnetisierungsmustern zu erkennen. Die Magnetisierungsmuster zu den Positionen 1-4 sind in Abbildung 4.7.10 dargestellt.



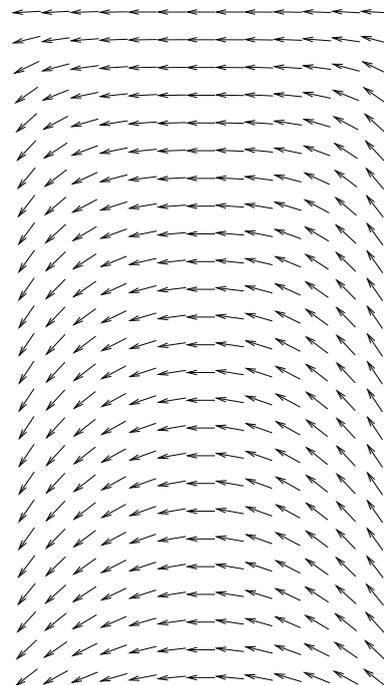
Position 1, $\mu_0 H_e = 0.038T$.



Position 2, $\mu_0 H_e = 0.039T$.



Position 3, $\mu_0 H_e = 0.044T$.



Position 4, $\mu_0 H_e = 0.051T$.

Abbildung 4.7.10 Magnetisierungsmuster zu den Positionen 1-4 des Diagrammes 4.7.2.

Auch ein Vergleich mit der kommerziellen Software LLG [54] zur Ermittlung des Einflusses der Formanisotropie in Diagramm 4.7.3 liefert eine gute Übereinstimmung. In diesem Vergleich wurde nur der Fall simuliert, in dem die lange Achse einer rechteckigen Struktur senkrecht zur äußeren Feldstärke liegt (Abb. 4.7.11).

Die gewählten Simulationsdaten zu Diagramm 4.7.3 sind:

- Steifigkeitskonstante für Permalloy: $A = 1.05 \cdot 10^{-11} \frac{J}{m}$, $M_s = 840 \frac{kA}{m}$.
- Uniaxiale Anisotropiekonstante $K_u = 800 \frac{J}{m^3}$, Anisotropiewinkel $\alpha_A = 90^\circ$.
- Die Feldgröße beträgt $(80 \times 320)nm^2$, welche durch eine Gittergröße von 8×32 dargestellt wird. Die Schichtdicke beträgt 4nm.
- Anfangskonfiguration: $M_n = 0$, Startwinkel des magnetischen Momentes $\alpha_M = 90^\circ$.

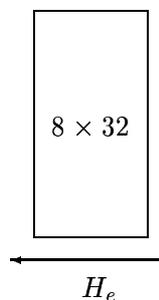


Abbildung 4.7.11 Magnetisches Element mit der langen Achse senkrecht zum äußeren Feld. Die Fläche beträgt $(80 \times 320)nm^2$ und die Dicke 4nm.

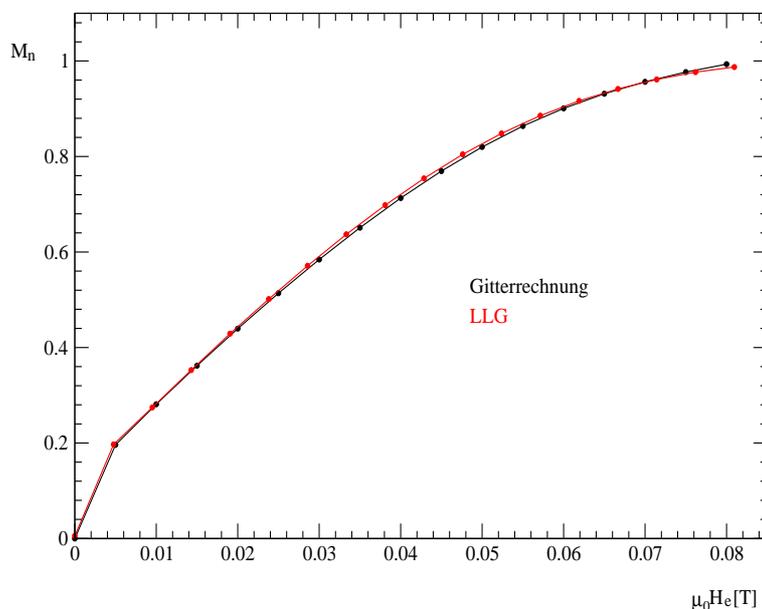


Diagramm 4.7.3 Vergleich der Verläufe der magnetischen Momente zwischen LLG und der Gitterrechnung.

4.7.2 Einfluß der Formanisotropie

Eine weitere Eigenschaft der Dipolkopplung ist ihr Einfluß auf die Hysteresiskurve in Abhängigkeit von der Geometrie eines magnetischen Elementes. Je nach Form des magnetischen Elementes kann der Einfluß unterschiedlich stark sein. In den Abbildungen 4.7.12, 4.7.13(a) und 4.7.13 (b) wird der Einfluß der Dipolfelder in Abhängigkeit von der geometrischen Struktur dargestellt. Hierbei wurde ein Flächenelement simuliert und die Fläche konstant gehalten. Ausgegangen wurde hier vom gesättigten Zustand, und danach wurde das äußere Feld abgeschaltet. In Abbildung 4.7.12 ist der Beitrag der Formanisotropie am größten, denn die Polflächen sind klein und weit voneinander entfernt. Der Einfluß des Entmagnetisierungsfeldes ist hier am geringsten, so daß ca. 90.8% der Sättigung im remanenten Zustand erhalten bleibt. In Abbildung 4.7.13(a) ist der gegenteilige Fall dargestellt: Hier sind die Polflächen groß und der Abstand von einander klein. Der Beitrag der Dipolenergie ist hier am größten. Die Dipolfelder versuchen die Spins am Rand parallel zu diesem zu stellen, um so die Energie des Systems zu reduzieren. In diesem Fall werden somit nur noch ca. 21.9% der Sättigung in der Remanenz erreicht. In Abbildung 4.7.13(b), des quadratischen Falles, werden schließlich ca. 79.9% der Sättigung im remanenten Zustand erreicht. Die gewählten Simulationsdaten sind:

- Steifigkeitskonstante für Permalloy $A = 1.05 * 10^{-11} \frac{J}{m}$, $M_s = 840 \frac{kA}{m}$
- Uniaxiale Anisotropiekonstante $K_u = 200 \frac{J}{m^3}$, leichte Richtung: $\alpha_A = 0^\circ$.
- Ein Flächenelement entspricht $(10 \times 10)nm^2$. Die Diskretisierungen sind jeweils: 25×13 , 18×18 und 13×25 . Die Schichtdicke beträgt 10nm.
- Anfangskonfiguration: Sättigungsbereich.

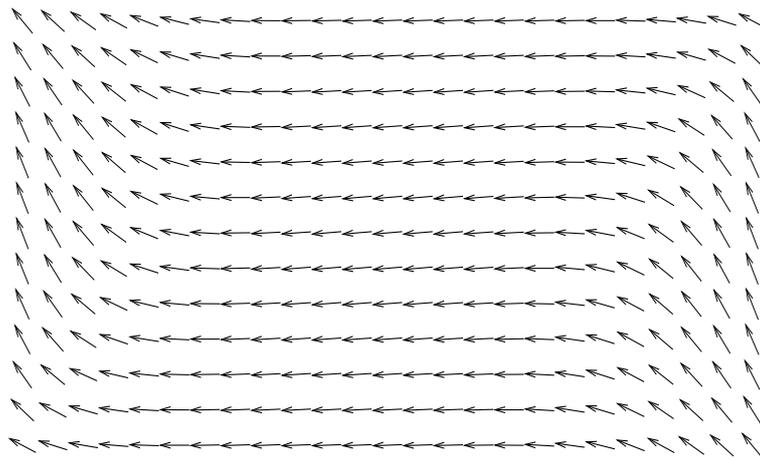


Abbildung 4.7.12 Magnetisierungsverteilung eines magnetischen Elementes im remanenten Zustand. Die Fläche der Schicht beträgt $(250 \times 130)nm^2$ und die Dicke 10nm. Die diskretisierte Gittergröße ist hierbei 25×13 .

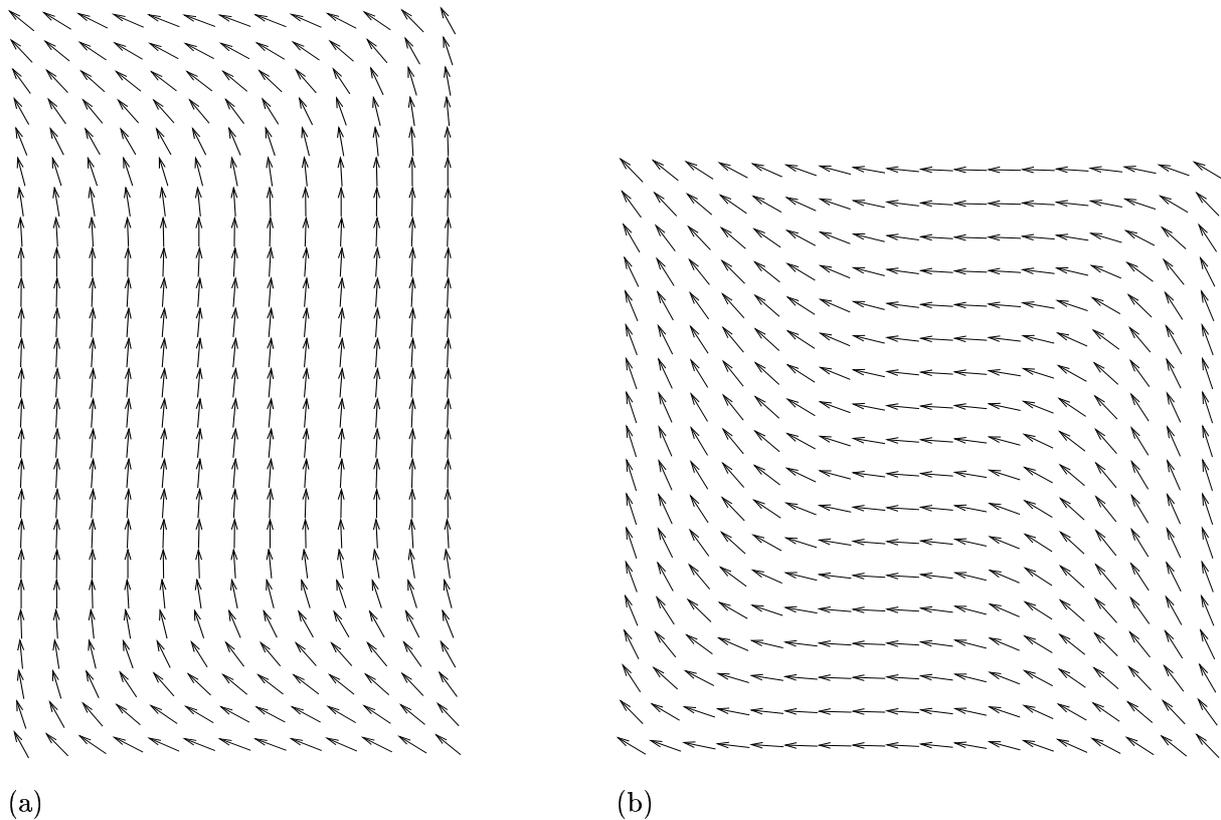


Abbildung 4.7.13 Magnetisierungsverteilungen von magnetischen Elementen im remanenten Zustand. Die jeweiligen Flächen sind $(130 \times 250) \text{ nm}^2$ und $(180 \times 180) \text{ nm}^2$. Die Fläche der $(180 \times 180) \text{ nm}^2$ Schicht ist nur der $(130 \times 250) \text{ nm}^2$ angenähert und weicht ca. 0.3% ab. Die Dicken betragen bei beiden Elementen 10nm. Die diskretisierten Gittergrößen sind: 13×25 und 18×18 .

Der Einfluß der Formanisotropie auf den Verlauf der Hysterese wird in den Diagrammen 4.7.4 und 4.7.5 dargestellt. Es sind unterschiedliche Kurven in Abhängigkeit von der Geometrie (Abb. 4.7.14), bei konstant gehaltener Fläche, eines Elementes aufgetragen. Die gewählten Simulationsdaten zu den Diagrammen 4.7.4 und 4.7.5 sind:

- Steifigkeitskonstante für Permalloy $A = 1.05 \cdot 10^{-11} \frac{J}{m}$, $M_s = 840 \frac{kA}{m}$.
- Uniaxiale Anisotropiekonstante $K_u = 200 \frac{J}{m^3}$, leichte Richtungen: $\alpha_A = 90^\circ$.
- Ein Flächenelement entspricht $(10 \times 10)nm^2$ und die Schichtdicke beträgt 10nm. Die Diskretisierungen sind jeweils: 8×32 , 16×16 und 32×8 .
- Anfangskonfiguration: Sättigungsbereich.

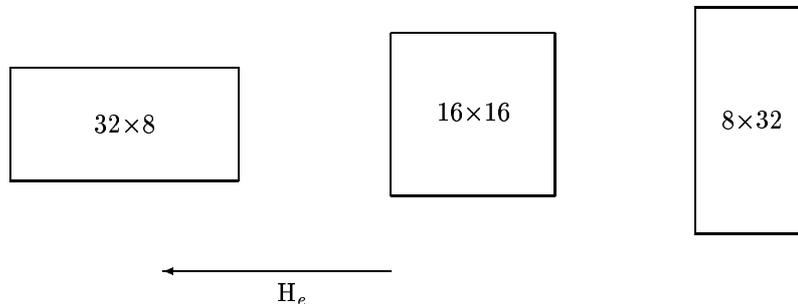


Abbildung 4.7.14 Zu Diagramm 4.7.4 gehörigen geometrischen Strukturen. Die Flächen der Elemente sind $(320 \times 80)nm^2$, $(160 \times 160)nm^2$ und $(80 \times 320)nm^2$. Die Dicke der magnetischen Elemente beträgt 10nm.

Der Einfluß der Formanisotropie auf den Hystereseverlauf ist aus Diagramm 4.7.4 deutlich zu entnehmen. Das magnetische Element mit der $(320 \times 80)nm^2$ Geometrie weist eine hohe Formanisotropie auf (rote Kuve in Diagr. 4.7.4), denn auch hier sind die Polflächen klein und der Abstand voneinander groß. Die Größe des Beitrages der Formanisotropie erkennt man, wenn man die Sättigungsfelder mit und ohne Formanisotropie betrachtet. Hätte man nur die uniaxiale Anisotropie betrachtet, so wäre für $K_u = 200 \frac{J}{m^3}$ ein Sättigungsfeld von $\mu_0 H_s \approx 0.000476T$ zu erwarten (Gln. 2.18, S. 10). In Diagramm 4.7.4 wird jedoch ein Sättigungsfeld von $\mu_0 H_s \approx 0.066T$ benötigt. Werden die Polflächen vergrößert und der Abstand voneinander reduziert, wie es für die $(160 \times 160)nm^2$ und $(80 \times 320)nm^2$ Geometrien der Fall ist, ist ein Rückgang des Beitrages der Formanisotropie zu erkennen. Wird die Temperatur miteinbezogen (Diagr. 4.7.5), ist eine Abnahme der Sättigungsmagnetisierung und der Breite der Hysterese, aufgrund der Temperaturabhängigkeit des magnetischen Momentes, zu beobachten.

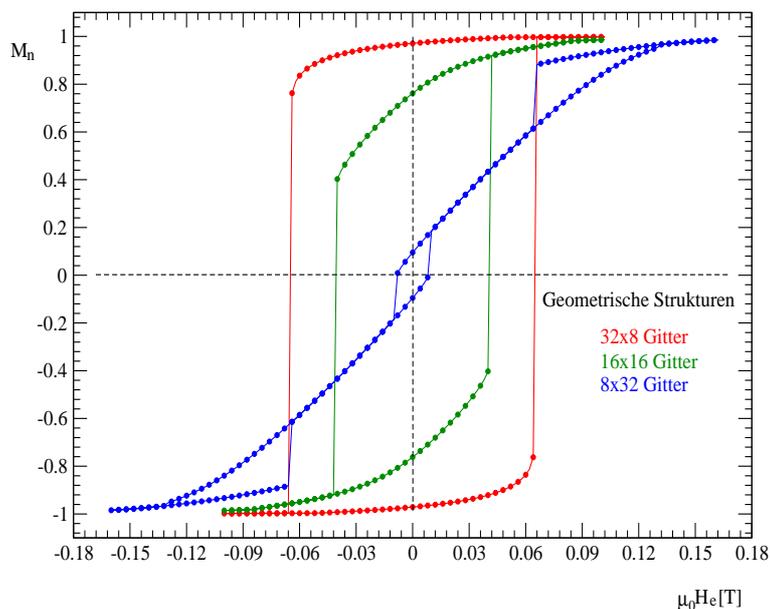


Diagramm 4.7.4 Abhängigkeit der magnetischen Momente von der geometrischen Struktur bei $T=0K$. Magnetisierungsverteilungen zu der $(160 \times 160)nm^2$ Geometrie (16×16 Gitter) werden in den Abbildungen 4.7.15 und 4.7.16 gezeigt.

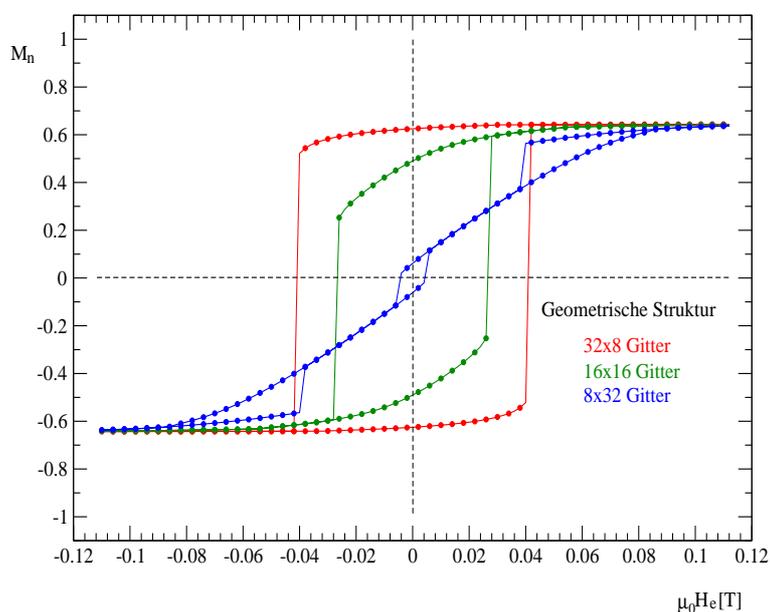


Diagramm 4.7.5 Abhängigkeit des Verlaufes der magnetischen Momente bei einer Temperatur von $T=600K$.

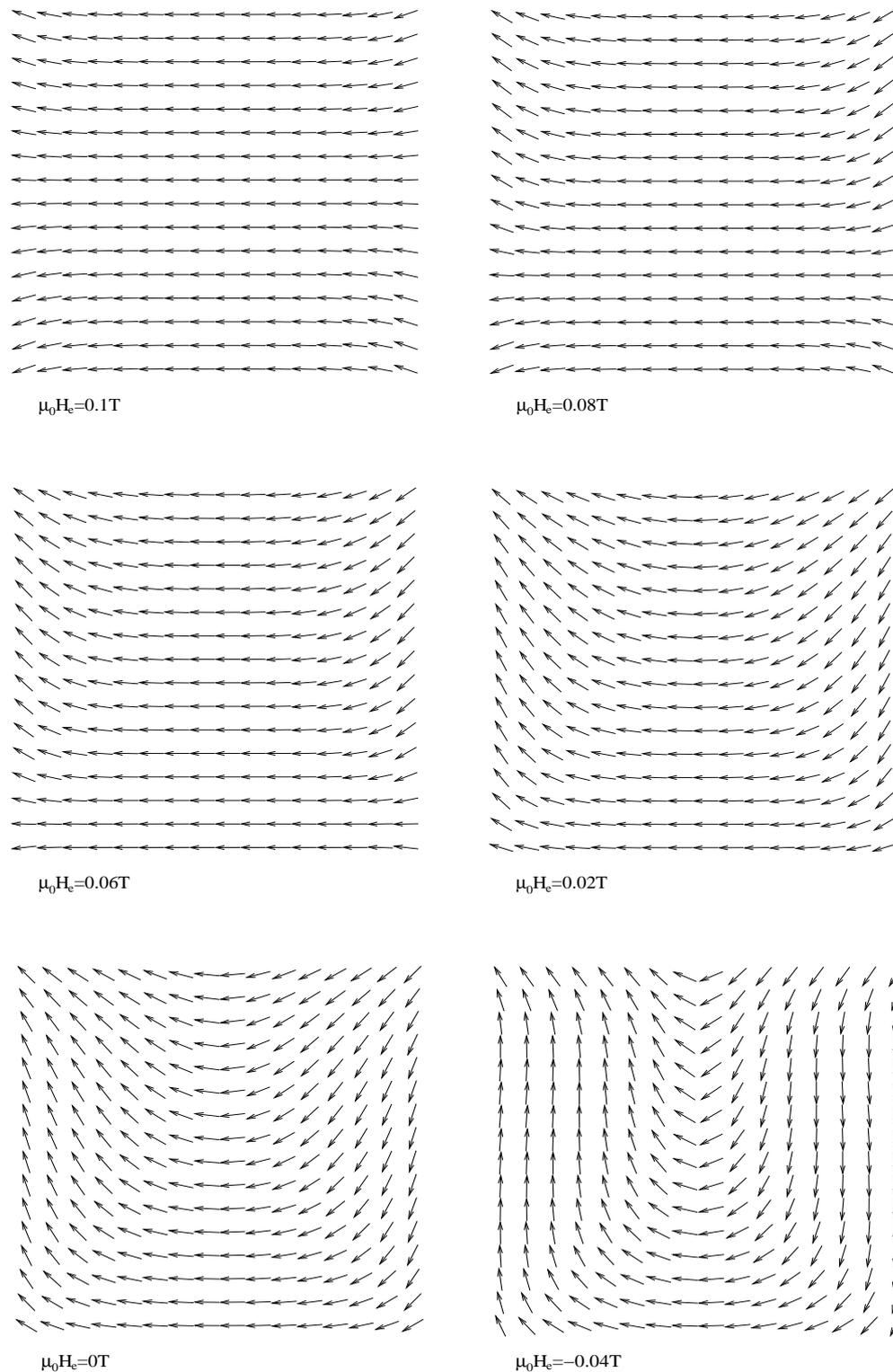


Abbildung 4.7.15 Magnetisierungsverteilung eines magnetischen Elementes mit einer 16×16 Gitterdiskretisierung bei unterschiedlichen Feldstärken. Die Magnetisierungsverteilung entspricht der Magnetisierungskurve von Diagramm 4.7.4 (grüne Kurve).

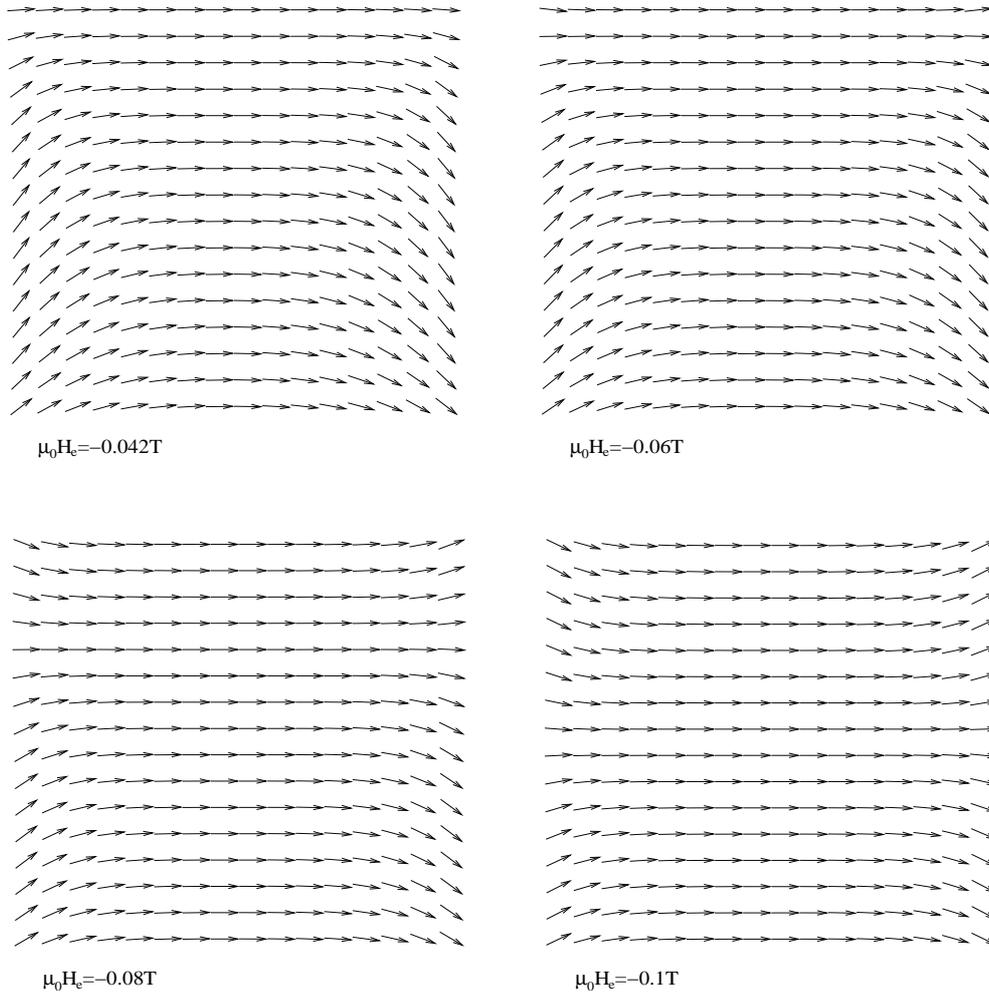


Abbildung 4.7.16 (Fortsetzung) Magnetisierungsverteilung eines magnetischen Elementes mit einer 16×16 Gitterdiskretisierung bei unterschiedlichen Feldstärken.

Für einfache geometrische Strukturen, wie Quadrate und Rechtecke, ist es möglich, den Energiebeitrag der Formanisotropie analytisch zu ermitteln [55]. Dabei stellen die Gleichungen 4.9 und 4.10 nur eine einfache Annäherung dar.

Der Energiebeitrag der Formanisotropie wird dargestellt durch:

$$E_F = K_F V \sin^2(\xi - \theta) . \tag{4.9}$$

Hierbei ist V das Volumen der Probe, ξ der Winkel der langen Achse mit der Referenzachse⁶ (Abb. 4.7.17) und θ der Magnetisierungswinkel mit der Referenzachse.

⁶Als Referenzachse dient die Z -Achse

Die Anisotropiekonstante K_F hängt von der geometrischen Struktur ab und läßt sich über folgende Gleichung ermitteln [55]:

$$K_F = \frac{1}{\pi} \mu_0 M_s^2 t \left(\sqrt{\frac{2l}{b^3}} - \sqrt{\frac{2b}{l^3}} \right). \quad (4.10)$$

Dabei ist t die Dicke, b die Breite und l die Länge der magnetischen Probe.

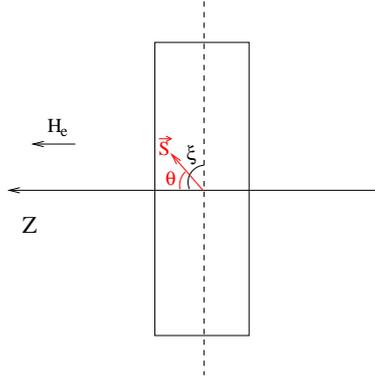


Abbildung 4.7.17 Die lange Achse der Struktur befindet sich senkrecht zur Z-Achse, so daß ein Winkel $\xi = 90^\circ$ entsteht. In Anwesenheit einer äußeren Feldstärke H_e bildet der Spin \vec{S} einen Winkel θ zur Z-Achse.

Es wurden zwei geometrische Strukturen untersucht, um Gleichung 4.9 auf ihre Genauigkeit zu testen. Folgende Anfangsbedingungen wurden benutzt:

- Steifigkeitskonstante für Permalloy $A = 1.05 \cdot 10^{-11} \frac{J}{m}$, $M_s = 840 \frac{kA}{m}$.
- Uniaxiale Anisotropiekonstante $K_u = 83 \frac{J}{m^3}$, leichte Richtung: $\alpha_A = 10^\circ$.
- Schichtdicke 4nm, Flächenelement $(10 \times 10)nm^2$, Gittergrößen 8×32 und 6×40 .
- $\xi = 90^\circ$, Anisotropiekonstante K_F nach Gleichung 4.10 für das
 - 8×32 Gitter: $t=4nm$, $l=80nm$, $b=320nm$ ergibt $K_F \approx 37420 \frac{J}{m^3}$.
 - 6×40 Gitter: $t=4nm$, $l=60nm$, $b=400nm$ ergibt $K_F \approx 67160 \frac{J}{m^3}$.
- Anfangskonfiguration: Sättigungsbereich.

Die uniaxiale Anisotropie K_u wurde sehr klein gewählt, so daß in dem Verlauf des magnetischen Momentes nur der Einfluß der Formanisotropie einging. Die Sättigungsfeldstärke H_s wie es aus dem Diagramm 4.7.6 ersichtlich ist, liegt für die 8×32 Diskretisierung bei $\mu_0 H_s \approx 0.08T$ und für die 6×40 Diskretisierung bei $\mu_0 H_s \approx 0.11T$.

Da bei den Simulationen der Winkel $\xi = 90^\circ$ gesetzt wurde und die Volumenanisotropie im Vergleich zur Formanisotropie sehr klein ist, kann die Sättigungsfeldstärke analytisch ermittelt werden.

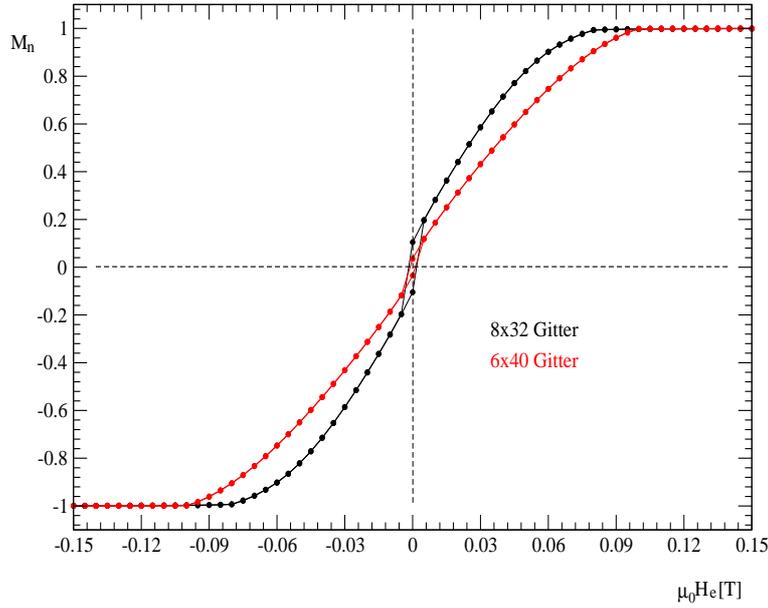


Diagramm 4.7.6 Verlauf des magnetischen Momentes in Abhängigkeit von der geometrischen Struktur.

Es wird hierbei nur der Zeeman- und Formanisotropie-Term betrachtet:

$$E = -\mu_0 M_s V H_e \cos(\theta) + V K_F \underbrace{\sin^2(90 - \theta)}_{=\cos^2(\theta)} \quad (4.11)$$

$$\frac{dE}{d\theta} = \mu_0 M_s V H_e \sin(\theta) - 2V K_F \sin(\theta) \cos(\theta) = 0 \quad (4.12)$$

Wird Gleichung 4.12 nach H_e aufgelöst, unter der Bedingung, daß $\cos(\theta) = 1$ (Sättigungsbereich) ist, erhält man die Feldstärke, die benötigt wird, um das System in den Sättigungsbereich zu überführen:

$$H_s = H_e = \frac{2K_F}{\mu_0 M_s} \quad (4.13)$$

Ein Vergleich zwischen den theoretischen Sättigungsfeldern, die mit Gleichung 4.13 und den bereits errechneten K_F -Werten ermittelt wurden, und den errechneten Sättigungsfeldern aus der Simulation ist in Tabelle 4.7.1 dargestellt:

Gittergröße	Sättigungsfeld $\mu_0 H_s [T]$	
	Simulation	Theoretisch
8×32	≈ 0.08	≈ 0.089
6×40	≈ 0.11	≈ 0.159

Tabelle 4.7.1 Vergleich der Sättigungsfelder zwischen der analytischen Herleitung und der Simulation.

Die theoretisch ermittelten Sättigungsfelder liegen in den Bereichen, die aus den Gitterrechnungen erhalten wurden. Die Abweichungen sind dadurch zu erklären, daß die Gleichung 4.10 nur eine grobe Annäherung darstellt und somit nur die maximale Feldstärke beschreibt, die aufgebracht werden muß, um alle Spins vollständig in Feldrichtung auszurichten. Die Richtigkeit der Sättigungsfeldstärke H_s aus Gleichung 4.13, die über die Energieminimierung der Gleichung 4.11 ermittelt wurde, läßt sich überprüfen, indem das K_F aus Gleichung 4.10 als uniaxiale Anisotropie behandelt wird ($K_u = K_F$). Es wird der Wert $K_u = K_F = 36534.4 \frac{J}{m^3}$ eingesetzt, der aus Gleichung 4.10 für das $(80 \times 320 \times 4) nm^3$ magnetische Element ermittelt wurde und mit einem Anisotropiewinkel von $\alpha_A = \xi = 90^\circ$, wie es in Abbildung 4.7.17 dargestellt ist. Das Sättigungsfeld H_s in Diagramm 4.7.7 (schwarze Kurve) zeigt eine gute Übereinstimmung der theoretisch ermittelten Sättigungsfeldstärke aus Gleichung 4.13, deren Wert in Tabelle 4.7.1 aufgeführt ist ($\mu_0 H_s \approx 0.088T$). Als Vergleich dazu wurde in diesem Diagramm der Verlauf des magnetischen Momentes (rote Kurve) mit Dipoleinfluß und ohne Anisotropie aufgetragen. Die Sättigungsfelder der beiden Verläufe zeigen eine gute Übereinstimmung. Zusätzlich hierzu wurde eine weitere Kurve aufgetragen (blau), in der die uniaxiale Anisotropie $K_u = K_F$ mit dem Dipoleinfluß zu sehen ist. Die Differenz zwischen der blauen und der schwarzen Kurve entspricht genau den Beitrag der Dipolkopplung, der in der roten Kurve zu sehen ist.

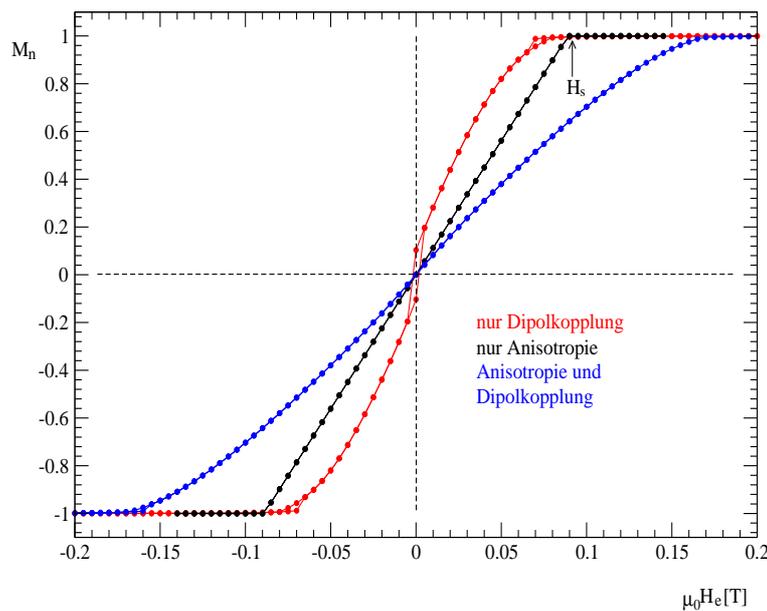


Diagramm 4.7.7 Vergleich der magnetischen Momentverläufe. In der roten Kurve wirkt nur die Dipolkopplung, in der schwarzen nur die uniaxiale Anisotropie mit $K_u = K_F$ und in der blauen uniaxiale Anisotropie und Dipolkopplung. Die Differenz zwischen der blauen und schwarzen Kurve entspricht den Verlauf der roten Kurve.

4.7.3 Einfluß der Dipolkopplung auf ein Array von Schichten

Beim Einsatz von magnetischen Schichtsystemen als Speicherelemente (MRAM [3], [2]) können aufgrund der Streufelder die Speicherelemente nur bis zu einer bestimmten Distanz zusammengebracht werden, ohne daß die gespeicherte Information verloren geht. Die Konfiguration in Abbildung 4.7.18 zeigt einen besonders kritischen Fall mit rechteckigen und quadratischen Geometrien. Die Magnetisierung des mittleren Elementes steht antiparallel zu den Streufeldern der umgebenden Elemente. In Diagramm 4.7.8 ist der magnetische Momentverlauf der unterschiedlichen Geometrien bei gleicher Fläche, in Abhängigkeit von der Distanz d , aufgetragen. Es ist deutlich zu erkennen, daß das mittlere Element bei einer quadratischen Geometrie schon bei größeren Abständen im Vergleich zu den rechteckigen Geometrien, die Magnetisierungsrichtung dreht. Je größer das Verhältnis von Länge/Breite bei den rechteckigen Strukturen ist, um so näher können die Schichten gebracht werden, ohne die Anfangskonfiguration zu verändern. Am stabilsten zeigen sich hier die 25×10 und 32×8 Gittergrößen, die erst ab einem Abstand von $d=10\text{nm}$ ihre Magnetisierungsrichtung drehen. Die verwendeten Simulationsdaten:

- Steifigkeitskonstante für Permalloy $A = 1.05 \cdot 10^{-11} \frac{\text{J}}{\text{m}}$, $M_s = 840 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$.
- Anisotropiekonstante $K_u = 420 \frac{\text{J}}{\text{m}^3}$, leichte Richtung: $\alpha_A = 10^\circ$.
- Dicke: 5nm, Flächenelement $(10 \times 10)\text{nm}^2$.
- Verwendete Gittergrößen: 16×16 , 18×14 , 21×12 , 25×10 und 8×32 .
- Anfangskonfiguration: $M_n = \cos(\alpha_A) \approx 0.984$. Die Spins liegen entlang der leichten Richtung.

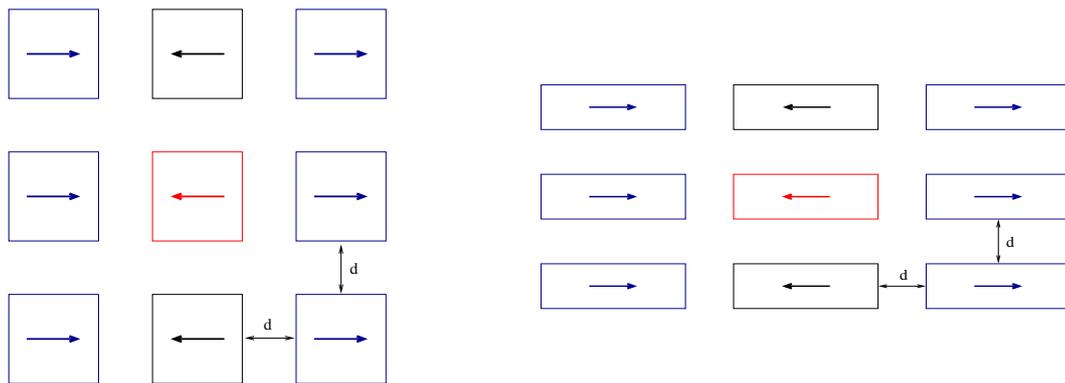


Abbildung 4.7.18 Array von magnetischen Elementen, die einen Abstand d in der XZ -Ebene voneinander besitzen. Die Fläche der Elemente entspricht den verschiedenen Gittergrößen, die in den Simulationsdaten angegeben wurden: $(160 \times 160)\text{nm}^2$, $(180 \times 140)\text{nm}^2$, $(210 \times 120)\text{nm}^2$, $(250 \times 100)\text{nm}^2$ und $(80 \times 320)\text{nm}^2$. Als Referenz wurde die $(160 \times 160)\text{nm}^2$ Fläche benutzt. Die Flächen der restlichen Elemente haben eine maximale Abweichung von ca. 2.3%.

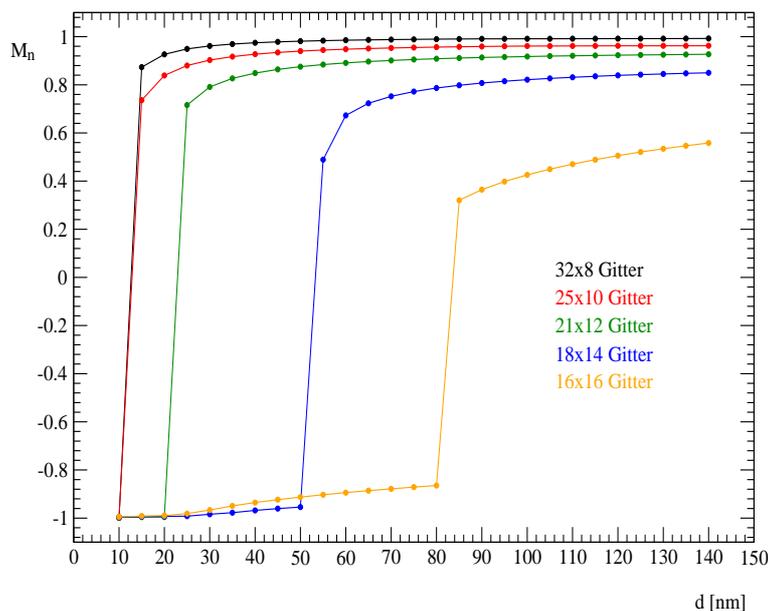


Diagramm 4.7.8 *Abhängigkeit des magnetischen Momentes des mittleres Elementes (Abb. 4.7.18, S. 94) von der Distanz d.*

Die kritische Distanz d , ab der das mittlere Element die Magnetisierungsrichtung dreht, läßt sich indirekt über den Verlauf des magnetischen Momentes (Diagr. 4.7.9) der entsprechenden geometrischen Struktur ermitteln. Diese indirekte Methode ermöglicht eine Vorstellung über die Feldstärken, die bei den kritischen Distanzen entstehen, zu bekommen. Das resultierende Streufeld H_S , welches von den benachbarten Elementen auf das mittlere Element erzeugt wird (Abb. 4.7.18), ist nicht als homogen zu betrachten. Das Streufeld wirkt sich am Randbereich des mittleren Elementes stärker aus als im inneren Bereich, so daß hier ein gemittelttes Streufeld \overline{H}_S berechnet wird. Die erzeugten Feldstärken an den kritischen Distanzen (Diagr. 4.7.8) sowie die Schaltfelder der geometrischen Strukturen sind in Tabelle 4.7.2 aufgelistet.

Gittergröße	Distanz d [nm]	Streufeld $\mu_0\overline{H}_S$ [T]	Schaltfeld μ_0H_s [T]
16×16	80	0.00731	0.0072
18×14	50	0.0118	0.011
21×12	20	0.0237	0.022
25×10	10	0.0385	0.034
32×8	10	0.0311	0.046

Tabelle 4.7.2 *Vergleich der gemittelten Streufelder \overline{H}_S bei den kritischen Distanzen aus Diagramm 4.7.8 mit den Schaltfeldern H_s aus Diagramm 4.7.9.*

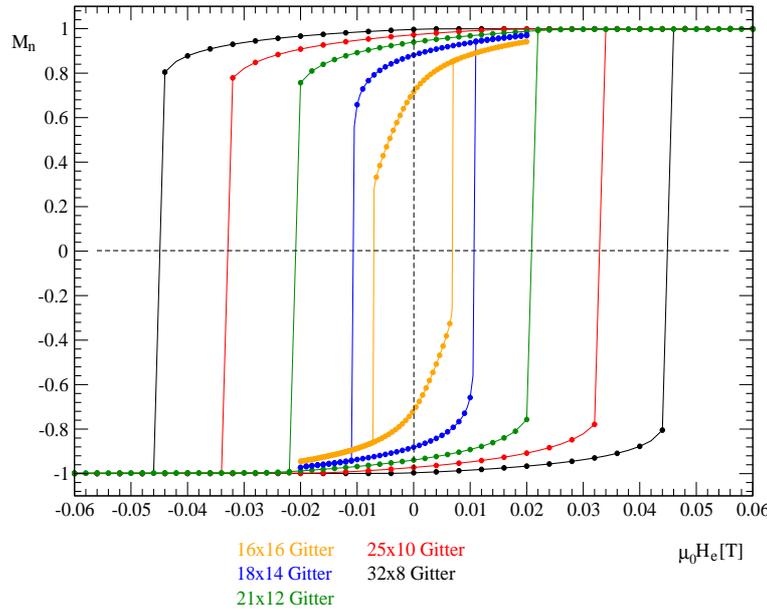


Diagramm 4.7.9 Verlauf des magnetischen Momentes in Abhängigkeit von der Gittergeometrie.

Ein Vergleich von \overline{H}_S und H_s in Tabelle 4.7.2 zeigt, daß die gemittelten Streufelder für die 16×16 , 18×14 , 21×12 und 25×10 Gittergrößen größer als die Schaltfelder sind. Einzige Ausnahme bildet hier die 32×8 Gittergröße. Das Schaltfeld liegt bei $\mu_0 H_s = 0.046 T$, während das gemittelte Streufeld bei $\mu_0 \overline{H}_S \approx 0.0311 T$ liegt. Die Abweichung ist dadurch zu erklären, daß am Randbereich die Feldstärke der Streufelder bei $\mu_0 \overline{H}_S \approx 0.1 T$ liegt und im Innenbereich die Streufelder bei $\mu_0 \overline{H}_S \approx 0.014 T$ liegen, so daß das gemittelte Streufeld kleiner als das Schaltfeld ist. Andererseits läßt dieses Verhalten darauf schließen, daß das Umklappen der Magnetisierung hauptsächlich durch die Streufelder am Randbereich hervorgerufen wird. Übersteigt, in Abhängigkeit von der Distanz, das Streufeld am Randbereich das Schaltfeld, werden die Spins in diesem Bereich umgeklappt. Dieses Umklappen löst eine Welle aus, die die Spins im Innenbereich ebenfalls zum Umschalten bringt. Die kritische Konfiguration in Abbildung 4.7.18 (S. 94) ist eine sehr einfache Beschreibung eines magnetischen Speichersystems. Zur Beschreibung von realen Speichersystemen ist es sinnvoller, den kritischen Fall in Abbildung 4.7.18 auf ein größeres Array von Elementen zu übertragen, so daß auch der Einfluß der übernächsten Elemente mitberücksichtigt werden kann. Aus diesem Grund wird der kritische Fall in einer kritischen Distanz d und in einem 11×11 Array von Elementen behandelt, wie er in Abbildung 4.7.19 zu sehen ist. Betrachtet man eine 18×14 Gittergröße in einem 11×11 Array von magnetischen Elementen, so beträgt die gemittelte Streufeldstärke, die auf das mittlere Element in der kritischen Distanz von $d=50 \text{ nm}$ wirkt, $\mu_0 \overline{H}_S \approx 0.0146 T$. Die gemittelte Feldstärke eines 3×3 Arrays, wie es in Abbildung 4.7.18 (S. 94) beschrieben wurde, liefert für die Distanz von $d=50 \text{ nm}$ ein $\mu_0 \overline{H}_S \approx 0.0118 T$ (Tab. 4.7.2), was eine Abweichung von ca. 23.72% ergibt. Die Abweichung liegt in der Begründung, daß das 3×3 Array in Abbildung 4.7.18 (S. 94) einen sehr vereinfachten Fall einer kritischen Konfiguration darstellt.

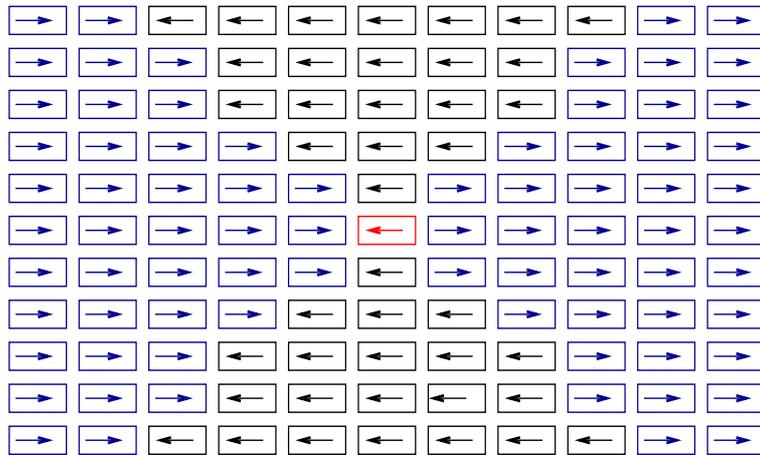


Abbildung 4.7.19 Array von magnetischen Elementen, das eine kritische Konfiguration der Magnetisierungsrichtung des mittleren Elementes beschreibt.

Ein weiterer Parameter, der das Umdrehen der Magnetisierungsrichtung beeinflusst, ist die Temperatur. Bei der Untersuchung der Temperaturstabilität wurde eine "worst case"-Betrachtung vorgenommen. Es ist eine maximale Abschätzung für eine Extremsituation. Die Curietemperatur von Permalloy liegt bei $T_C = 840K$ und die Temperatur des mittleren Elementes, wie es in Abbildung 4.7.20 dargestellt ist, wird auf eine Temperatur von $T = 600K$ gesetzt, während die Temperatur der benachbarten Elemente bei $T = 0K$ liegt. Es wurden bei der Simulation nur rechteckige Geometrien untersucht. In Diagramm 4.7.10 ist das Schaltverhalten der rechteckigen Geometrien dargestellt. Neben das reduzierte Anfangsmoment, welches auf die Temperatur zurückzuführen ist, weisen die 32×8 und 25×10 Gittergrößen, auch bei kleinen Distanzen, eine hohe Stabilität auf. Am ungünstigsten wirkt sich die Temperatur bei der 18×14 Gittergröße aus, die bereits bei großen Distanzen die Richtung der Magnetisierung dreht. Ein Vergleich der kritischen Distanzen bei $T = 0K$ und $T = 600K$ ist in Tabelle 4.7.3 dargestellt.

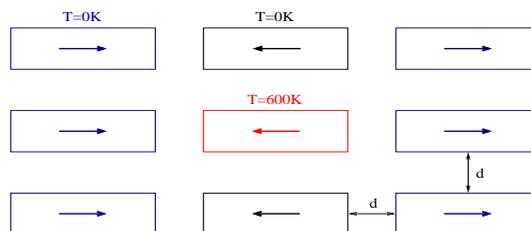


Abbildung 4.7.20 "Worst case"-Betrachtung des mittleren Elementes. Die benachbarten Elemente besitzen eine Temperatur von $T = 0K$, während das mittlere Element auf $T = 600K$ gesetzt wurde.

Gittergröße	d[nm] bei $T = 0K$	d[nm] bei $T = 600K$
18×14	50	80
21×12	20	40
25×10	10	20
32×8	10	15

Tabelle 4.7.3 Vergleich der kritischen Distanzen bei $T = 0K$ und $T = 600K$, ab denen das magnetische Element seine Magnetisierungsrichtung dreht.

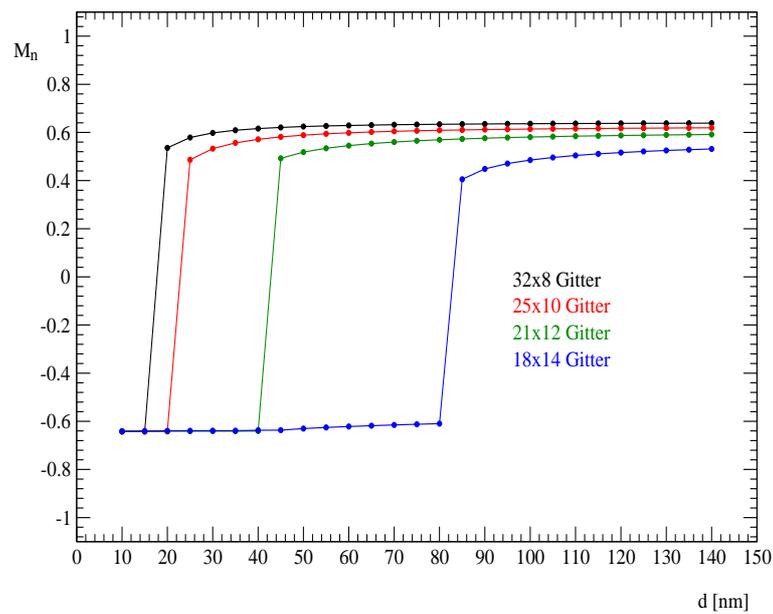


Diagramm 4.7.10 Abhängigkeit des magnetischen Momentes des mittleren Elementes aus Abbildung 4.7.20 von der Distanz d und bei einer Temperatur von $T = 600K$.

4.7.4 af-gekoppelte Schichten

Die Streufelder eines af-gekoppelten Schichtsystems (Abb. 4.7.21) stabilisieren den antiparallelen Zustand, so daß größere Feldstärken benötigt werden, um die Spins von der antiparallelen Einstellung wegzubewegen. Der Einfluß der Streufelder kann zusätzlich durch die Geometrie des magnetischen Elementes beeinflusst werden, wie es in Diagramm 4.7.11 gezeigt wird. Bei rechteckigen Geometrien entsteht ein Plateau, welches auf den Beitrag der Formanisotropie und des Streufeldes der gegenüberliegenden af-gekoppelten Schicht zurückzuführen ist. Im Vergleich zur dipolfreien Rechnung werden hier größere Feldstärken benötigt, um das magnetische Element in Sättigungsbereich zu überführen. Dieses Verhalten ist auf das entmagnetisierende Feld der Schicht zurückzuführen. Werden quadratische Geometrien für die af-gekoppelten magnetischen Elemente benutzt, ist nur ein sehr kleines Plateau in Diagramm 4.7.11 zu sehen, welches auf die Streufelder der af-gekoppelten Schichten zurückzuführen ist. Desweiteren werden bei dieser Geometrie die größten Feldstärken benötigt (im Vergleich zur dipolfreien Rechnung und der rechteckigen Geometrie), um das af-gekoppelte Element in den Sättigungsbereich zu überführen. Die Erklärung liegt darin, daß die Polflächen groß und der Abstand voneinander klein ist (im Vergleich zur $(250 \times 130)nm^2$ Struktur), so daß hier das entmagnetisierende Feld stärker eingeht.

- Steifigkeitskonstante für Permalloy $A = 1.05 \cdot 10^{-11} \frac{J}{m}$, $M_s = 840 \frac{kA}{m}$.
- af-Kopplungskonstante: $J_{af} = 0.03 \frac{mJ}{m^2}$.
- Flächenelement $(10 \times 10)nm^2$, Dicke 4nm, Gittergrößen: 25×13 und 18×18 .

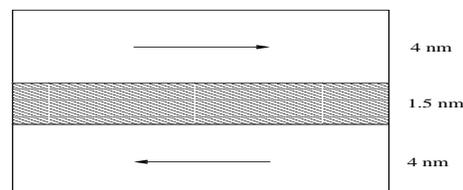


Abbildung 4.7.21 Simuliertes af-gekoppeltes Py/Py Element ohne Anisotropie.

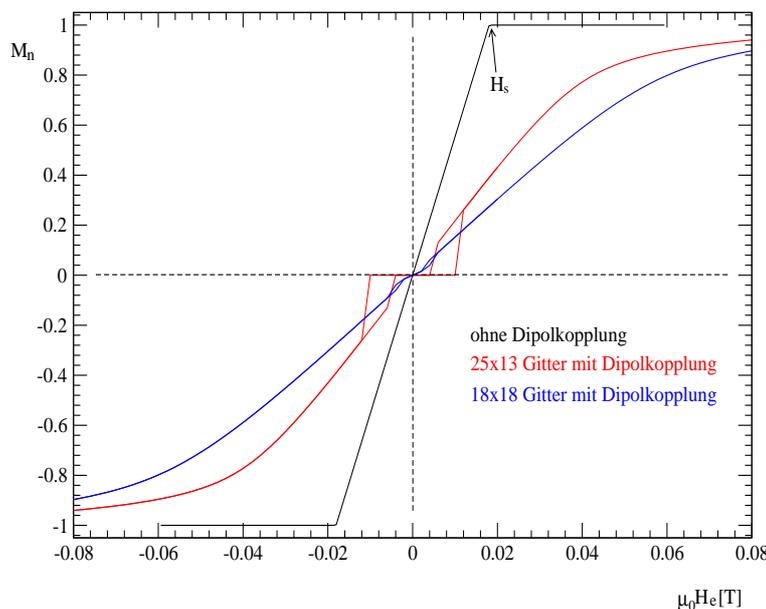


Diagramm 4.7.11 *Einfluß der Dipolkopplung, in Abhängigkeit von der Geometrie eines af-gekoppelten magnetischen Elementes, auf den Verlauf des magnetischen Momentes. Als Referenz dazu ist eine dipolfreie Rechnung aufgetragen (schwarzer Verlauf). Die Gittergrößen entsprechen den Flächen $(250 \times 130) \text{ nm}^2$ (25×13 Gitter) und $(180 \times 180) \text{ nm}^2$ (18×18 Gitter) mit einer Dicke von 4 nm . Für die af-Kopplung gilt nur der lineare Term: $J_l = J_{af}$. Das Sättigungsfeld für die gewählten Simulationsdaten ist $\mu_0 H_s \approx 0.0178 T$ (Gln. 2.12, S. 8).*

Wird zusätzlich dem rechteckigen Element der quadratische Kopplungsterm hinzugefügt, so ist Diagramm 4.7.12 bei $J_l = 0.7 J_{af}$, $2J_q = 0.3 J_{af}$ eine Vergrößerung der Schleifen, um den Nullpunkt zu beobachten. Eine weitere Erhöhung des quadratischen Beitrages auf $J_l = 0.3 J_{af}$, $2J_q = 0.7 J_{af}$ führt zu dem bereits bekannten, remanenten Zustand sowie zu der Bildung einer Hysterese. Bei quadratischen Elementen in Diagramm 4.7.13 ist selbst bei $J_l = 0.3 J_{af}$, $2J_q = 0.7 J_{af}$ weder Remanenz noch eine Hysterese zu beobachten.

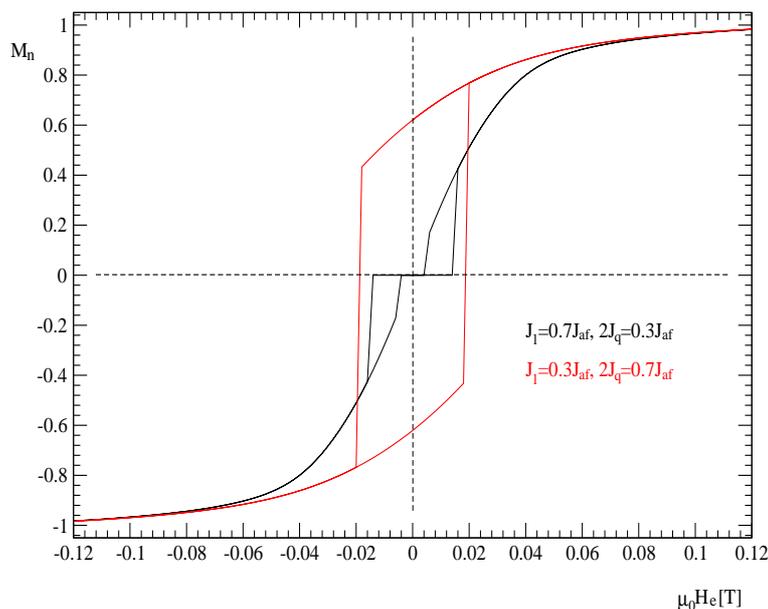


Diagramm 4.7.12 Verlauf des magnetischen Gesamtmomentes eines af-gekoppelten Schichtsystems in Abhängigkeit von den J_l und J_q Werten. Das Schichtsystem besitzt eine rechteckige Fläche mit $(250 \times 130) \text{ nm}^2$ und eine Dicke von 4 nm .

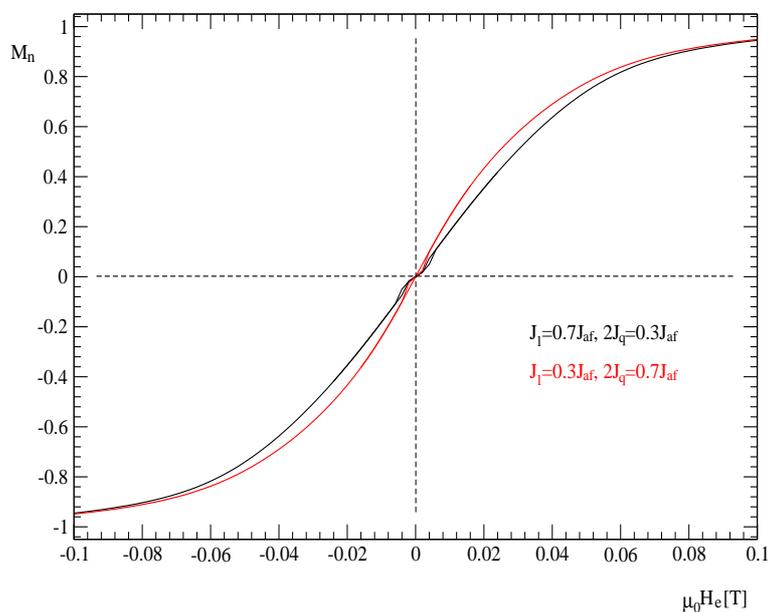


Diagramm 4.7.13 Verlauf des magnetischen Gesamtmomentes eines af-gekoppelten Schichtsystems in Abhängigkeit von den J_l und J_q Werten. Das Schichtsystem besitzt eine rechteckige Fläche mit $(180 \times 180) \text{ nm}^2$ und eine Dicke von 4 nm .

4.7.5 af-gekoppelte Schichten mit Anisotropie

Bei einem Verhältnis von $\left(\frac{H_A}{H_{af}} = 1\right)$ ist eine Remanenz in der dipolfreien Rechnung in Diagramm 4.7.14 zu erkennen. Wird die Dipolkopplung miteinbezogen, findet aufgrund der Formanisotropie und der zusätzlichen Kopplung über die Streufelder eine Stabilisierung des antiparallelen Zustandes statt (Abb. 4.7.22). Es werden größere Feldstärken benötigt, um die Spins von der antiparallelen Einstellung wegzubewegen und in die Sättigung zu überführen. Wird die äußere Feldstärke reduziert, ist ein früheres Rückschalten in der antiparallelen Einstellung zu beobachten, was zu einer Abwesenheit der Remanenz führt (Diagr. 4.7.14). Das frühere Rückschalten ist dadurch zu begründen, daß im gesättigten Zustand die Spins in den magnetischen Schichten parallel zueinander liegen und sich über ihre Streufelder abstoßen. Die af-Kopplung versucht die Schichten antiparallel einzustellen und begünstigt dadurch ebenfalls das frühere Rückschalten. Auch bei der Einbeziehung des quadratischen Anteils der af-Kopplung mit $2J_q > J_l$ in Diagramm 4.7.15 ist ebenfalls keine Remanenz zu erkennen (im Gegensatz zu Diagr. 4.4.1, S. 56). Die verwendeten Simulationsdaten in den Diagrammen 4.7.14, 4.7.15 und 4.7.16 sind:

- Steifigkeitskonstante für Permalloy $A = 1.05 * 10^{-11} \frac{J}{m}$, $M_s = 840 \frac{kA}{m}$.
- af-Kopplungskonstante: $J_{af} = 0.03 \frac{mJ}{m^2}$.
- Uniaxiale Anisotropiekonstante $K_u = 7500 \frac{J}{m^3}$, leichte Richtung: $\alpha_A = 10^\circ$ (Diagramme 4.7.14 und 4.7.15) und Gleichverteilung von leichten Richtungen $\alpha_A \in [0^\circ \dots 360^\circ]$ (Diagr. 4.7.16)
- Flächenelement $(10 \times 10) \text{nm}^2$, Dicke 4nm, Gittergröße 25×13 .

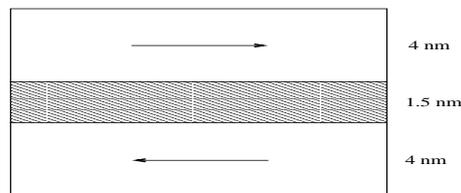


Abbildung 4.7.22 Simuliertes af-gekoppeltes Py/Py Element mit Anisotropie.

Es wird das Verhältnis $\left(\frac{H_A}{H_{af}} = 1\right)$ angenommen, das sich aus den angegebenen Simulationsdaten $\left(K_u = 7500 \frac{J}{m^3}, J_{af} = 0.03 \frac{mJ}{m^2}\right)$ entnehmen läßt (siehe hierzu Gln. 2.18, S. 10 und Gln. 2.12, S. 8).

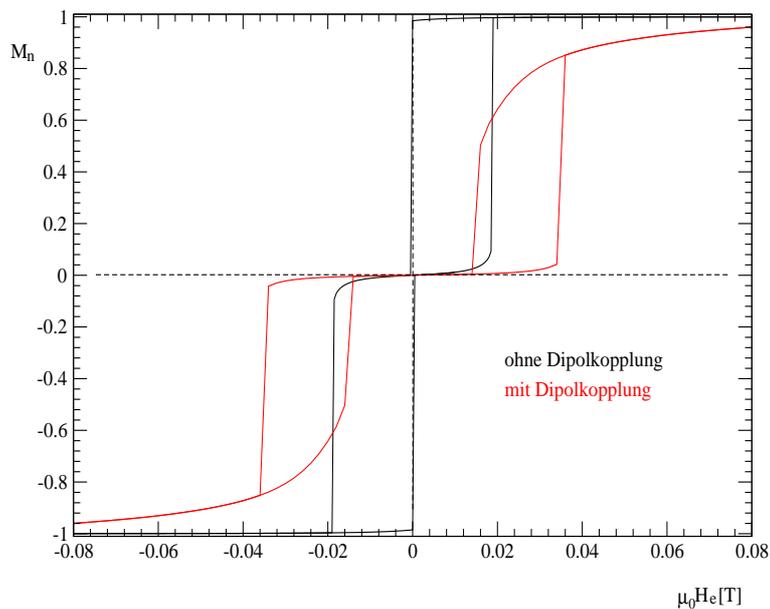


Diagramm 4.7.14 Verlauf des magnetischen Gesamtmomentes eines af-gekoppelten magnetischen Elementes mit und ohne Dipolkopplung.

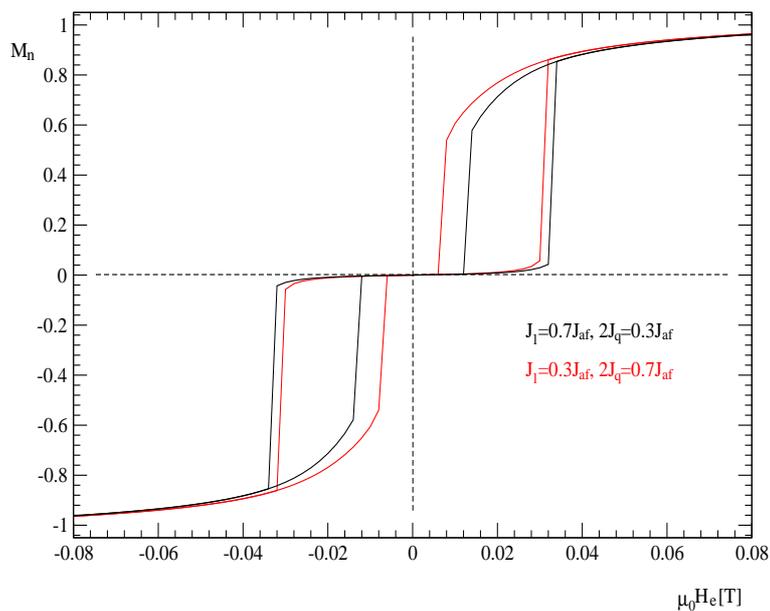


Diagramm 4.7.15 Verlauf des magnetischen Gesamtmomentes eines af-gekoppelten magnetischen Elementes mit Dipolkopplung in Abhängigkeit von den J_i und J_q Werten.

Wird in dem af-gekoppelten Element in Abbildung 4.7.22 (S. 102) eine Gleichverteilung der leichten Richtungen angenommen, ist in Diagramm 4.7.16 in der dipolfreien Rechnung für $\left(\frac{H_A}{H_{af}}=1\right)$ ein lineares Verhalten zu erkennen, welches bereits in Diagramm 4.6.7 (S. 68) zu sehen war und auf Seite 66 erklärt wurde. Der Verlauf des magnetischen Gesamtmomentes in Diagramm 4.7.16 zeigt auch mit der Einbeziehung der Dipolkopplung ebenfalls noch ein lineares Verhalten in einem bestimmten Wertebereich der äußeren Feldstärke.

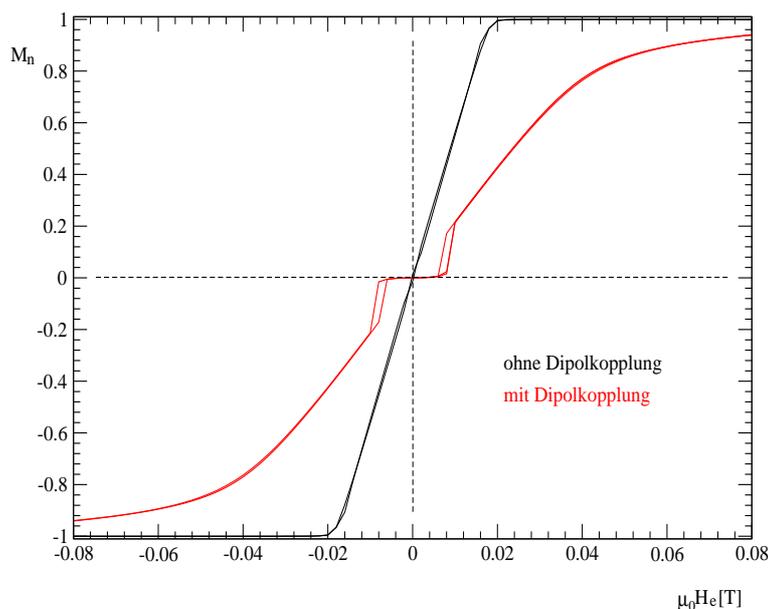


Diagramm 4.7.16 Verlauf des magnetischen Gesamtmomentes mit und ohne Dipolkopplung. Das Plateau, welches auf die Dipolkopplung zurückzuführen ist, ist ebenfalls zu erkennen. Allerdings ist ein Rückgang der Schleifen zu beobachten, der auf die Gleichverteilung der leichten Richtungen ($\alpha_A \in [0^\circ \dots 360^\circ]$) zurückzuführen ist. Das Verhältnis von Anisotropie zu af-Kopplung liegt bei $\left(\frac{H_A}{H_{af}}=1\right)$.

Kapitel 5

Zusammenfassung und Ausblick

5.1 Zusammenfassung

Das Simulationssystem, welches in dieser Arbeit vorgestellt wurde, basiert auf Fulghums [4] Modell. Dieses Modell ist sehr einfach und behandelt nur den linearen Anteil der af-Kopplung, den Einfluß von Pinholes und die Temperaturabhängigkeit. Es arbeitet nach der Methode des lokalen Feldes. Das bedeutet, daß der Spin sich entlang des lokalen Feldes ausrichtet. Dieses Modell wurde im Weiteren so modifiziert, daß kompliziertere Magnetisierungsabläufe beschrieben werden konnten.

Angefangen wurde in **Kapitel 2** mit der Erweiterung des Gittermodells. Es wurden die einzelnen Feldkomponenten über die Energieterme hergeleitet, die für das Modell benötigt wurden. Begonnen wurde mit dem ferromagnetischen Austauschfeld, das zwischen den diskretisierten Volumenelementen wirkt (Seiten 6-7). Im nächsten Schritt wurden die Feldkomponenten des linearen und quadratischen Anteils der af-Kopplung hergeleitet (Seiten 7-9). Bei den Pinholes (S. 11) handelte es sich um ferromagnetische "Brücken" zwischen den af-gekoppelten Schichten. Die Pinholes wurden deshalb mit den ferromagnetischen Gleichungen beschrieben, wie sie innerhalb einer magnetischen Schicht angewendet wurden.

Bei der Anisotropie wurden zwei verschiedene Verfahren (Seiten 11-12) zur Ermittlung der Feldkomponenten des Anisotropiefeldes vorgestellt. Beide Verfahren zeigten eine gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen des entsprechenden Verfahrens der Energieminimierung. Ein weiteres Kriterium bestand in der Iterationsanzahl, die für die Konvergenz benötigt wurde (S. 14). Auch in diesem Punkt zeigten sich keine bemerkenswerten Unterschiede.

Bei der Ermittlung der Dipolfelder wurden drei unterschiedliche Verfahren zur Ermittlung der Felder im Nah- und Fernbereich untersucht (ab S. 14):

In Verfahren I wurden die magnetischen Dipole als punktförmig angenommen. Dieses Verfahren kann nur angewendet werden, wenn die Ausmaße des magnetischen Elementes klein gegenüber der Distanz des zu betrachtenden Ortes im Raum sind.

Im Verfahren II wurde über die Dipoldichte der Quelle integriert, während das Ziel im Raum als punktförmig betrachtet wurde.

In Verfahren III schließlich wurde sowohl über das Volumen der Quelle als auch das Volumen des Zieles integriert und zusätzlich durch das Zielvolumen dividiert, so daß man eine gemittelte Feldstärke über das Zielvolumen erhielt.

Benutzt wurde bei den Rechnungen das Verfahren III, weil zur Ermittlung des Entmagnetisierungsfeldes die Distanzen zwischen den diskretisierten Volumenelementen klein sind und somit auch das Volumen des Zieles mitberücksichtigt werden muß. Am Ende dieses Kapitels (S. 25) wurde schließlich das vollständige Iterationsverfahren dargestellt.

Ein weiteres Ziel in den Gitterrechnungen bestand darin, den Zeitaufwand einer Rechnung zu reduzieren, welches in **Kapitel 3** behandelt wurde. Es wurde als erstes der Relaxationsfaktor ω (S. 27) vorgestellt, der eine Abhängigkeit von den benutzten Parametern wie Anisotropiefeld, quadratischer und linearer Anteil der af-Kopplung, Temperatur, äußere Feldstärke und Streufeld aufweist. Der Relaxationsfaktor ω kann in Abhängigkeit von individuell festgelegten Fehlergrenzen oder durch adaptive Verfahren angepaßt werden. Es wurden hierbei drei unterschiedliche Verfahren zur Adaption von ω getestet (Seiten 29-31). Für die weiteren Gitterrechnungen wurde schließlich die Chebycheff Beschleunigung benutzt. Ein weiterer Zeitfaktor war die Berechnung der Streufelder, die mit einer Ordnung von $O(N) \approx N^2$ eingeht, wobei N hier die Anzahl der Gitterpunkte darstellt. Zur Reduktion dieses Aufwandes wurde die Fast Fouriertransformation (S. 35) bei der Berechnung der Streufelder eingesetzt. Der Gesamtaufwand bei diesem Verfahren beträgt nur $O(N) = N \log_2 N$. Der Einsatz dieses Verfahrens machte sich ab einer Gittergröße von 8×8 bemerkbar (S. 36).

Ein Flussdiagramm, das den allgemeinen Programmablauf mit dem Einsatz der FFT und des Relaxationsfaktors beschreibt, wurde danach auf Seite 37 dargestellt. Somit wurden in diesem Kapitel zwei Beschleunigungsverfahren mit unterschiedlichen Anwendungsbereichen vorgestellt. Der Relaxationsfaktor ω ist für die schnellere Konvergenz einer Rechnung zuständig und die FFT für die schnellere Berechnung der Streufelder.

Nach der theoretischen Beschreibung aller Feldkomponenten und Beschleunigungsverfahren wurden in **Kapitel 4** die ersten Simulationsergebnisse vorgestellt. Der erste Schritt bestand darin, die Simulationsergebnisse aus [4] nachzuvollziehen, um ein Verständnis über das Modell zu erhalten. Die Ergebnisse wurden über die Energieminimierung verifiziert, um ihre Richtigkeit zu überprüfen. Für den Pinholeeinfluß wurde ein Energiemodell [47] entwickelt, das einfache Pinholegeometrien behandelte und somit auch der Einfluß der Pinholes zugänglich wurde. Für die Temperaturabhängigkeit des af-gekoppelten magnetischen Elementes wurde im Energiemodell von [47] (S. 50) die Fixpunktiteration miteinbezogen. Die Resultate des hybriden Ansatzes zeigten im Allgemeinen eine gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen der Gitterrechnung. Bei bestimmten Temperaturbereichen zeigten sich jedoch Abweichungen bis ca. 20 % (S. 53). Desweiteren wurde der Einfluß des quadratischen Beitrages (J_q) der af-Kopplung auf den Verlauf des magnetischen Momentes untersucht. Für Werte von $2J_q < J_l$ war keine Remanenz im Verlauf des magnetischen Momentes zu erkennen. Ein remanenter Zustand war erst zu beobachten, wenn $2J_q \geq J_l$ war. Je größer der quadratische Beitrag war (S. 56), desto steiler war auch der Verlauf zum Sättigungsbereich.

In Anwesenheit von Pinholes verstärkte J_q deren Einfluß, so daß eine größere Remanenz

zu erkennen war, als in Abwesenheit des quadratischen Termes. Der Einfluß von Pinholes konnte weiterhin durch eine größere Fläche der magnetischen Schicht oder auch durch eine dickere Zwischenschicht reduziert werden, so daß die af-Kopplung für den Verlauf des magnetischen Gesamtmomentes immer noch bestimmend war.

Wurden in einem af-gekoppelten Schichtsystem unterschiedliche Dicken betrachtet, so war eine Remanenz aufgrund eines resultierenden magnetischen Gesamtmomentes zu erkennen. Die Remanenz, die Breite des Plateaus (S. 61) sowie die Sättigungsfeldstärke konnten allein durch die Variation der Dicken der magnetischen Schichten verändert werden. Wurde in diesem Schichtsystem der quadratische Beitrag J_q miteinbezogen, so war neben einem Einfluß auf die Steigung des Verlaufes des Gesamtmomentes auch eine Beeinflussung der Breite des Plateaus zu erkennen. Je größer der quadratische Beitrag um so kleiner wurde das Plateau und für $2J_q \geq J_l$ verschwand das Plateau gänzlich (S. 62).

Wurde die Anisotropie in einem af-gekoppelten Schichtsystem miteinbezogen, so war der Verlauf des magnetischen Gesamtmomentes vom Verhältnis Anisotropie/af-Kopplung $\left(\frac{H_A}{H_{af}}\right)$ bestimmt. Für Verhältnisse von $\frac{H_A}{H_{af}} \geq 1$ war ein remanenter Zustand zu beobachten (S. 66). Dominierte dagegen die af-Kopplung $\left(\frac{H_A}{H_{af}} < 1\right)$, verschwand der remanente Zustand, und es traten in der Nähe des Sättigungsbereiches kleine Schleifen auf (S. 67). Wurden in diesem Fall Pinholes miteinbezogen, war selbst für Verhältnisse von $\left(\frac{H_A}{H_{af}} \leq 0.5\right)$ eine Hysteresis zu beobachten (S. 70).

Enthielt das af-gekoppelte Schichtsystem unterschiedliche Materialien mit unterschiedlichen Sättigungsmagnetisierungen und Anisotropien, wie es z. B. in einem Fe/../Co Schichtsystem der Fall war, so war das Ergebnis des Verlaufes des magnetischen Gesamtmomentes bei $T = 0K$ auf eine "Kompromißsituation" der unterschiedlichen Materialien zurückzuführen (S. 72). Wurde in diesem Schichtsystem die Temperatur erhöht, so war der Verlauf des magnetischen Gesamtmomentes vom magnetischen Material mit der höheren Curietemperatur beeinflusst (Seiten 73-75).

Beim Einbezug der Dipolkopplung war eine Abhängigkeit des magnetischen Momentes von der geometrischen Struktur des Elementes zu beobachten (S. 88). Diese kam besonders bei der Anwendung von magnetischen Elementen in Arrays zum Vorschein. Bei einem Array von magnetischen Elementen, die als Speicher dienen sollen, kann der Streufeldeinfluß der benachbarten Elemente ab einer kritischen Distanz (S. 95) die Magnetisierung eines Elementes umdrehen, wenn diese antiparallel zum Streufeld liegt. Das Umdrehen der Magnetisierungsrichtung konnte durch die Formanisotropie zu kleineren Distanzen hinverschoben werden, indem das Verhältnis von Länge/Breite vergrößert wurde.

Bei kleinen Feldstärken versuchte die Dipolkopplung, den antiparallelen Zustand eines af-gekoppelten Schichtsystems beizubehalten, was im Verlauf des magnetischen Gesamtmomentes als Plateau zu sehen war (S. 99). Erst bei größeren Feldstärken drehten die Spins in Feldrichtung, so daß hier größere Feldswerte für die Sättigung benötigt wurden. Wurde die Feldstärke reduziert, war aufgrund der Dipolkopplung ein früheres Rückschalten in dem antiparallelen Zustand zu erkennen. Wurde zusätzlich der quadratische Kopplungsterm hinzugefügt, so war bei $J_l > 2J_q$ eine Vergrößerung der Schleifen um den Nullpunkt

zu beobachten. Eine weitere Erhöhung des quadratischen Beitrages auf $2J_q \geq J_q$ führte zu einem remanenten Zustand sowie zu der Bildung einer Hysterese (S. 101). Die Einbeziehung der Anisotropie in einem af-gekoppelten Schichtsystem änderte an diesem Verhalten nichts. Es wurden ebenfalls aufgrund der Dipolkopplung höhere Feldstärken benötigt, um das Schichtsystem in die Sättigung zu bringen, und es war auch ein früheres Schalten in dem antiparallelen Zustand zu erkennen (S. 103).

5.2 Ausblick

Bei der Herstellung von dünnen Schichten können Parameter, wie z. B. Gitterfehler, Oberflächen- und Randrauhigkeit, in den Simulationen nur angenähert oder gar nicht behandelt werden, was dazu führt, daß die Ergebnisse einen qualitativen Charakter haben. Das Simulationsmodell wäre in diesem Bereich zu verfeinern. Außerdem kann die Magnetostraktion [59], [60], [61] oder die Oberflächenanisotropie [60], [62], [63] bei dünnen Schichten einen Einfluß auf den Verlauf des magnetischen Gesamtmomentes ausüben, so daß hier ebenfalls ein Erweiterungsaspekt im Simulationsmodell naheliegt. Die Ermittlung des Entmagnetisierungsfeldes kann über die Lösung der Poisson Gleichung [24] mit der Methode der finiten Elemente erfolgen [56], [57], [42], wie sie bereits in Arbeiten von [64], [65], [66] zu sehen ist. Ein Vergleich der Ergebnisse zwischen der Lösung der Poisson Gleichung und des hier angewendeten Verfahrens zur Ermittlung des Entmagnetisierungsfeldes wäre ebenfalls von Interesse.

Kapitel 6

Liste der Formelzeichen

Es folgt eine tabellarische Auflistung und Erklärung der Formelzeichen, die in dieser Arbeit benutzt wurden:

Formelzeichen	Einheit (SI)	Erklärung
A	$\frac{J}{m}$	Steifigkeitskonstante des magnetischen Materials
a	m	physikalische Gitterkonstante
b	m	Breite einer Schicht
$B(x)$		Brillouinfunktion
d	m	Abstand von benachbarten Schichten oder diskretisierten Volumenelementen
e	$\frac{J}{m^3}$	Austauschenergiedichte
E_{ges}	J	Gesamtenergie eines Systems
E_l	J	Energie des linearen Anteils der af-Kopplung
E_q	J	Energie des quadratischen Anteils der af-Kopplung
E_u	J	Energie der uniaxialen Anisotropie
F	m^2	Fläche eines Elementes
$g = 2.0023$		Landè Faktor
h	m	Gitterkonstante des diskretisierten Gitters
H_A, \vec{H}_A	$\frac{A}{m}$	Anisotropiefeld, Vektor des Anisotropiefeldes
H_{af}, \vec{H}_{af}	$\frac{A}{m}$	af-Kopplung, Vektor des af-Kopplungsfeldes
H_x, H_z	$\frac{A}{m}$	x-, z-Komponente des Austausch-, Anisotropie-, oder Streufeldes
H_{exc}, \vec{H}_{exc}	$\frac{A}{m}$	Austauschfeld, Vektor des Austauschfeldes
H_e	$\frac{A}{m}$	äußere Feldstärke
H_{lok}, \vec{H}_{lok}	$\frac{A}{m}$	lokale Feldstärke, Vektor der lokalen Feldstärke
H_p	$\frac{A}{m}$	Feldstärke für die Plateaubreite
H_s	$\frac{A}{m}$	Sättigungsfeld
\vec{H}_S	$\frac{A}{m}$	Streufeldvektor

Formelzeichen	Einheit (SI)	Erklärung
J_{af}	$\frac{J}{m^2}$	af-Kopplungskonstante mit linearen und quadratischen Anteil
J_l	$\frac{J}{m^2}$	linearer Anteil der af-Kopplung
J_q	$\frac{J}{m^2}$	quadratischer Anteil der af-Kopplung
$k_B = 1.38^{-23}$	$\frac{J}{K}$	Boltzmannkonstante
K_F	$\frac{J}{m^3}$	Konstante der Formanisotropie
K_u	$\frac{J}{m^3}$	uniaxiale Anisotropiekonstante
l	m	Länge einer Schicht
$M_s, M_{1,2}$	$\frac{A}{m}$	Sättigungsmagnetisierung
M_n		normierte Magnetisierung
\hat{n}_z, \hat{z}		Einheitsvektoren entlang der Z-Achse
\vec{S}		Einheitsvektor des magnetischen Momentes
S_B		Wert der Brillouinfunktion
T	K	Temperatur
T_C	K	Curie-Temperatur eines magnetischen Elementes
t	m	Schichtdicke
V	m^3	Volumen eines Elementes
$\alpha, \alpha_M, \theta, \beta$		Winkel des Spins mit der Z- oder X-Achse
$\bar{\alpha}$		Gemittelter Magnetisierungswinkel
α_A		leichte Richtung (Anisotropiewinkel)
ϵ		Fehlergrenze bei der Konvergenz in den Gitterrechnungen
ϵ_ω		Fehlergrenze, ab der das adaptive Verfahren benutzt wird
ϵ_p		prozentuale Fehlerabweichung
$\mu_0 = 4\pi * 10^{-7}$	$\frac{Tm}{A}$	Magnetische Permeabilitätskonstante
$\mu_B = 9.2741 * 10^{-24}$	$\frac{J}{T}, Am^2$	Bohr'sches Magneton
$\rho, \bar{\rho}$		Eigenwert, gemittelter Eigenwert
Φ	A	skalares magnetisches Potential
ξ		Winkel der langen Achse einer Schicht mit der Z-Achse
ω		Relaxationsfaktor

Literaturverzeichnis

- [1] IBM Research: giant magnetoresistive effect
http://www.research.ibm.com/cross_disciplines/storage.shtml
- [2] IBM Research: MRAM
http://www.research.ibm.com/resources/news/20001207_mramimages.shtml
- [3] Nichtflüchtige Datenspeicherung mit magnetischen
Tunnelementen: Das Magnetic Random Access Memory (MRAM)
J. Wecker, J. Bangert
30. Ferienkurs des Institutes für Festkörperforschung 1999
Magnetische Schichtsysteme
1999 Forschungszentrum Jülich GmbH
- [4] Magnetic behavior of antiferromagnetically
coupled layers connected by ferromagnetic pinholes
D. B. Fulghum, R. E. Camley
Phys. Rev. B, 52 (1995), S. 13436
- [5] Magnetic multilayers: Spin configuration, excitations
and giant magnetoresistance
R. E. Camley, R. L. Stamps
J. Phys. Condens. Matter, 5 (1993), S. 3727
- [6] Physical Theory of Ferromagnetic Domains
Ch. Kittel
Rev. Mod. Phys. 21 (1949), S. 541
- [7] Magnetostatic principles in ferromagnetism
W., F., Brown
1962, North Holland Publishing Company
- [8] Direct solution of the Landau-Lifshitz-Gilbert equation
for micromagnetics
Y. Nakatani, Y. Uesaka, N. Hayashi
Jpn. J. Appl. Phys., 28 (1989), S. 2485

- [9] On the theory of the dispersion of magnetic permeability in ferromagnetic bodies
L. Landau, E. Lifshitz
Phys. Z. Sowjetunion, 8 (1935), S. 153
- [10] Two-Dimensional Bloch-Type Domain Walls in Ferromagnetic Films
A. E. LaBonte
J. Appl. Phys., 40 (1969), Nr. 6
- [11] Structure and Energy of One-Dimensional Domain Walls in Ferromagnetic Thin Films
W. F. Brown Jr., A.E. LaBonte
J. Appl. Phys., 36 (1965), Nr. 4
- [12] Zwischenschichtaustauschkopplung:
Phänomenologische Beschreibung, Materialabhängigkeit
P. Grünberg
30. Ferienkurs des Institutes für Festkörperforschung 1999
Magnetische Schichtsysteme
1999 Forschungszentrum Jülich GmbH
- [13] Analysis 1
O. Forster
1989 Vieweg
- [14] Biquadratic interlayer coupling
in layered magnetic systems
S. O. Demokritov
J. Phys. D, 31 (1998), S 925
- [15] Zwischenschichtaustauschkopplung:
Abhängigkeit vom Schichtaufbau und der Qualität der Grenzflächen
D. E. Bürgler
30. Ferienkurs des Institutes für Festkörperforschung 1999
Magnetische Schichtsysteme
1999 Forschungszentrum Jülich GmbH
- [16] Fluctuation mechanism for a biquadratic exchange coupling in magnetic multilayers
J. C. Slonczewski
Phys. Rev. Lett., vol 67 (1991), S. 3172
- [17] Origin of biquadratic exchange in magnetic multilayers

- J. C. Slonczewski
J. Appl. Phys., 73 (1993), S. 5957
- [18] The effect of pinholes on the
properties of Co/Cu Multilayers
H. Kikuchi, J. F. Bobo, R. L. White
IEEE Trans. Mag. , vol 33, No. 5 (1997), S. 3583
- [19] Complex af-couplings for Cu-Co multilayers
with low copper thickness
J. F. Bobo, M. Piecuch, E. Snoeck
Journal of Magnetism and Magnetic Matrials, 126 (1993), S. 440
- [20] Physics of magnetism
S. Chikazumi
1964 John Willey & Sons
- [21] Magnetism
S. V. Vonsovskii
1974 John Willey & Sons
- [22] W. Schepper,
interne Arbeit, Universität Bielefeld.
- [23] Numerische Mathematik 1
J. Stoer
1994 Springer, 7. Auflage
- [24] Classical Electrodynamics
J. D. Jackson
1998 John Willey & Sons
- [25] Elektrizität und Magnetismus
Berkley Physikkurs 2
E. M. Purcell
1979 Vieweg
- [26] Demagnetizing Field in Nonellipsoidal Bodies
R. I. Joseph, E. Schloemann
J. App. Phys., Vol. 36, Nr. 5 (1965), S. 1579
- [27] Physik
P. A. Tipler
1994 Spektrum Akad. Verlag

- [28] A generalization of the demagnetizing tensor for nonuniform magnetization
A. Newell, W. Williams, D. J. Dunlop
J. Geophys. Res., 98 (1993), S. 9551
- [29] Three-dimensional micromagnetic calculations for magnetite using FFT
K. Fabian, A. Kirchner, W. Williams, F. Heider, T. Leibl, A. Hubert
Geophys. J. Int., 124 (1996), S. 89
- [30] Magnetostatic interaction fields for a three-dimensional array of ferromagnetic cubes
M. E. Schabes, A. Aharoni
IEEE Trans. Mag., MAG-23, Nr. 6 (1987), S. 3882
- [31] Einführung in die Festkörperphysik
Ch. Kittel
1999 Oldenburg, 12. Auflage
- [32] Grundkurs Theoretische Physik
6 Statistische Physik
W. Nolting
1998 Vieweg, 3. Auflage
- [33] Iterative Solution of Nonlinear
in several Equations Variables
J. M. Ortega, W. C. Rheinboldt
1970 Academic Press.
- [34] Numerische lineare Algebra
W. Bunse, A. Bunse-Gerstner
1985 Teubner
- [35] Applied Iterative Methods
L. A. Hageman, D. M. Young
1981 Academic Press
- [36] Numerical recipes in C
S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery
1994 William H. Press
- [37] Solving micromagnetic problems
towards an optimal numerical method
D. V. Berkov, K. Ramstöck, A. Hubert
Phys. stat. sol. (a), 137 (1993), S. 207

- [38] Quasistatic remagnetization processes in two-dimensional systems with random on-site anisotropy and dipolar interactions: Numerical simulations
D. V. Berkov, N. L. Gorn
Phys. Rev. B, Vol. 57 (1998), S. 14332
- [39] Three-dimensional micromagnetic simulations on the connection machine
R. C. Giles, P. R. Kotiuga, F. B. Humphrey
J. Appl. Phys., 67 (1990), S. 5821
- [40] Simulation of the magnetization-reversal dynamics on the connection machine
M. Mansuripur, R. Giles
Computers in Physics, 1990, S. 291
- [41] Fast adaptive Algorithms for micromagnetics
S. W. Yuan, H. N. Bertram
IEEE Trans. Mag., Vol. 28 Nr. 5 (1992), S. 2031
- [42] Numerische Mathematik
H. R. Schwarz
1997 Teubner
- [43] Numerische Mathematik
J. Werner
1992 Vieweg
- [44] Einführung in die numerische Mathematik
W. Oevel
1996 Spektrum Akad. Verlag
- [45] Numerical Computation 2
C. W. Ueberhuber
1995 Springer
- [46] Fast Fourier Transforms
J. S. Walker
1996 CRC Press
- [47] 3D-Simulations od magnetic structures in af-coupled multilayers with pinholes.
W. Schepper, K. Diplas, G. Reiss
J. Appl. Phys., 87 (2000), S. 6597

- [48] OOMMF user's guide V1.0
M. J. Donahue, D. G. Porter
Interagency report NISTIR 6376
National Institute of Standards and Technology Gaithersburg, MD (1999)
<http://math.nist.gov/oommf>
- [49] Giant magnetoresistance determined
by the thickness of the magnetic layers.
W. Schepper
2001, interner Bericht
Universität Bielefeld, Fak. für Physik
- [50] Computations of the micromagnetic dynamics
in domain walls.
C. C. Shir.
J. Appl. Phys. 49 (1978), S. 3413
- [51] Magnetic Domains:
The Analysis of Magnetic Microstructures
A. Hubert, R. Schäfer
1998 Springer Verlag
- [52] Domänenuntersuchungen an nanostrukturierten
magnetischen Tunnelementen
D. Meyners
2001, Diplomarbeit
Fak. für Physik, Uni. Bielefeld
- [53] Influence of boundary roughness on the
magnetization reversal in submicron sized tunnel junctions.
D. Meyners, H. Brückl, G. Reiss
J. Appl. Phys. 93 (2003), S. 2676
- [54] LLG
Version 2.50
M. R. Scheinfein
- [55] Modern Magnetic Materials,
Principles and Applications
R. C. O'Handley
2000 John Wiley & Sons Inc.
- [56] Finite Elemente
D. Bräss
1997 Springer Verlag

- [57] Finite Elemente Methoden
K. Bathe
1990 Springer Verlag
- [58] Methoden der Finiten Elemente
H. R. Schwarz
1984 Teubner
- [59] Grenzflächenanisotropie
R. Allenspack
30. Ferienkurs des Institutes für Festkörperforschung 1999
Magnetische Schichtsysteme
1999 Forschungszentrum Jülich GmbH
- [60] Magnetische Anisotropie und Magnetostriktion
S. Blügel
30. Ferienkurs des Institutes für Festkörperforschung 1999
Magnetische Schichtsysteme
1999 Forschungszentrum Jülich GmbH
- [61] The Saturation Magnetostriction of Ferromagnetics
R. R. Birss
Advances in Physics, 8 (1959), S. 252
- [62] Anisotropie magnetique superficielle et
surstructures d'orientation
M. L. Néel
Le Journal de Physique et Le Radium, 4 (1954), S. 225
- [63] Magnetic surface anisotropies
U. Gradmann
J. Mag. Mag. Mat., 54-57 (1986), S. 733
- [64] Hybrid Method for Computing Demagnetizing Fields
D. R. Fredkin, T. R. Koehler
IEEE Trans. Mag., Vol 26 (1990), Nr. 2, S. 415
- [65] A new method for finite element calculation
micromagnetic problems
A. Viallix, F. Boilleau, R. Klein, J. J. Niez
IEEE Trans. Mag., Vol 24 (1988), Nr. 6, S. 2371
- [66] The hybrid finite element boundary element
method in electromagnetics
S. J. Salon
IEEE Trans. Mag., Vol 21 (1985), Nr. 5, S. 1829

Danksagung

Ich möchte mich bei all denen bedanken, die mich bei der Realisierung meiner Dissertation unterstützt haben. Mein besonderer Dank geht an Dr. Schepper, für seine Einführung in die mikromagnetischen Rechnungen. Die Diskussionen über die Realisierung des Simulationssystems und für seine Anregungen in numerisch "ausweglosen Situationen" (besonders für den 4π Faktor ;)).

Besonders möchte ich PD Dr. Hütten und Prof. Dr. Reiss für die Unterstützung im physikalischen Bereich danken. Sie waren immer für jede Frage offen und ermöglichten mir dadurch einen tieferen Einblick in die Materie des Magnetismus.

Weiterhin möchte ich mich bei Andy Thomas, Jan "Bondage" Bornemeier, Hans Koop, für das Durchlesen der Arbeit und ihre Kritik bedanken.

Für die Simulationen mit *oommf* möchte ich mich bei Dirk "Jupp" Brinkmann und bei Hans Koop bedanken. Auch allen anderen Mitgliedern der D2-Etage möchte ich mich für jede noch so kleine Unterstützung bezogen auf meine Arbeit und für das angenehme Arbeitsklima (Maik Justus fürs ausgezeichnete Grillen :)) bedanken.

Für das Korrekturlesen der Arbeit möchte ich mich bei Katharina Papadopoulou, Kula Argiryadou und Evrim Inan bedanken.

Der größte Dank gilt meinen Eltern, die mich über das gesamte Studium und über die gesamte Promotion unterstützt haben.