

# **Aktionserkennung und -prädiktion mittels Trajektorienklassifikation**

Dissertationsschrift zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.)

der Technischen Fakultät der Universität Bielefeld  
vorgelegt von

**Christoph Hermes**

August 2012



Abdruck der genehmigten Dissertation zur Erlangung des akademischen Grades *Doktor der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing)* an der Technischen Fakultät der Universität Bielefeld.

Dipl.-Inf. Christoph Hermes  
E-Mail: christoph.hermes@hausmilbe.net

### **Gutachter**

Prof. Dr. Franz Kummert, Universität Bielefeld

Prof. Dr. Christian Wöhler, Technische Universität Dortmund

### **Prüfungsausschuss**

Prof. Dr. Barbara Hammer, Universität Bielefeld

Prof. Dr. Franz Kummert, Universität Bielefeld

Prof. Dr. Christian Wöhler, Technische Universität Dortmund

Dr. Robert Haschke, Universität Bielefeld

# Danksagung

Obwohl eine Dissertation als die Leistung eines Einzelnen verstanden wird, so ist es gerade das Umfeld, dass die Rahmenbedingungen für eine erfolgreiche Arbeit schafft. Diesen Menschen sei mein Dank gewidmet.

Ich möchte Herrn Prof. Dr. Christian Wöhler für die anregenden Diskussionen, die fantastische Betreuung und für die einmalige Gelegenheit einer Doktorarbeit im Industrieumfeld danken. Der gleiche Dank gebührt Herrn Prof. Dr. Franz Kummert für die hilfreichen Hinweise, die unbürokratischen Hilfestellungen von Seiten der Universität und seinen unermüdlichen Einsatz für seine Doktoranden.

Diese Arbeit wurde im Umfeld des Forschungszentrums der Daimler AG in Ulm durchgeführt. Die persönliche und fachliche Unterstützung von Herrn Dr. Ulrich Kreßel und seiner Arbeitsgruppe hat den Einstieg und meine Arbeit dort sehr erleichtert. Dr. Lars Krüger und Dr. Frank Lindner als unversiegbare Wissensquellen danke ich für den Einblick in die Kunst der unendlichen Diskussionsrunden. Meinen Doktorandenkollegen Dr. Björn Barrois, Dr. Markus Hahn, Herr Christoph Keller und Herr Eugen Käfer haben meiner Arbeit mit ihrer freundschaftlichen Zusammenarbeit und kritischen Diskussionen zu der jetzigen Gestalt verholfen.

Die Arbeitsgruppe der Angewandten Informatik in der Universität Bielefeld stand immer mit Rat und Tat zur Seite. Insbesondere Dr. Niklas Beuter, Herr Frederic Siepman und Dr. Katrin Lohan sorgten für ein angenehmes Arbeitsklima und die nötige Ablenkung.

Für das Korrekturlesen dieser Arbeit danke ich Frau Andrea Hermes und Herrn Matthias Hillebrand. Insbesondere Prof. Dr. Rainer Ott hat durch seine fachlichen Ratschläge und seinen unermüdlichen Einsatz dieser Arbeit die heutige Form gegeben.

Mein herzlicher Dank gilt meinen Eltern und meiner Familie für den uneingeschränkten Rückhalt. Insbesondere meiner Frau Rabea danke ich für ihre liebevolle Unterstützung und Zuversicht während dieser Jahre.

# Kurzfassung

Die vorliegende Dissertationsschrift stellt ein Systemkonzept zur Schätzung unmittelbarer, zukünftiger Bewegungsabläufe von Fahrzeugen im Straßenverkehr vor. Das Szenario besteht aus der Klasse der Abbiegesituationen, in denen das Abbiegeverhalten eines Fahrzeugs an einer Kreuzung möglichst frühzeitig im Rahmen eines Zeithorizonts mehrerer Sekunden im Voraus erkannt werden muss. Eine adäquate und verlässliche Erkennung bildet die Grundlage vieler Anwendungen im Fahrzeugbereich, z.B. in Sicherheitsanwendungen (Kollisionserkennung und -vermeidung) und der Fahrerassistenz (visuell, haptische oder auditive Informationen an den Fahrer). Bisherige Verfahren zur Bewegungsprädiktion nutzen entweder lineare Bewegungsmodelle, welche nicht das Fahrverhalten berücksichtigen, oder wenden ein gelerntes Bewegungsmodell beschränkt auf bekannte Kreuzungen an, für die eine große Anzahl Trainingsbeispiele existiert. Die vorliegende Arbeit stellt Konzepte zur Bewegungsprädiktion auf bisher nicht observierten Kreuzungen vor.

Die grundlegende Idee liegt in der Verwendung bereits observierter Bewegungen in Form von Trajektorien, die den Zustand des Objekts „Fahrzeug“ zu jedem Zeitpunkt beschreiben. Für die Schätzung zukünftiger Bewegungsverläufe eines Fahrzeugs wird der observierte Fahrverlauf (Historie) mit einer Menge gelernter Bewegungsmuster verglichen. Daraus lassen sich Hypothesen über den zukünftigen Verlauf der Bewegung ermitteln. Die Verwendung von Trajektorien erlaubt eine sensorunabhängige Repräsentation von Bewegungsmustern.

Der erste Ansatz zur Bewegungsprädiktion bildet die effiziente Suche einer Fahrzeug-Historie in einer Menge von gelernter Trajektorien durch einen Trajektorien-Partikelfilter. Dazu wird die Trajektorienmenge durch einen binären Baum über sich überlappenden Teilstücken der Bewegungsmuster strukturiert und ein probabilistischer Suchalgorithmus (Partikelfilter) findet und gewichtet die ähnlichsten Trajektorienstücke in der Referenzmenge. Eine neuartige Trajektorien-Distanzmaß (Quaternion-based Longest Common Subsequence, QRLCS) ermöglicht den Vergleich zwischen den Trajektorien; das Distanzmaß ist eine Erweiterung der „Longest Common Subsequence-Metrik“ für Trajektorien und ist so konzipiert, dass es unabhängig von Verschiebung und Rotation die Ähnlichkeit zweier Trajektorien bewerten und aus diesen die Teilbereiche untereinander zuordnen kann.

Ein zweiter Ansatz löst zwei Nachteile des ersten Verfahrens: Zum einen verbraucht der Strukturbaum über die Referenzmenge viel Speicherplatz und zum anderen ist der Trajektorien-Partikelfilter nur bedingt in der Lage, Bewegungen für bisher unbekannte Kreuzungssituationen zu generalisieren. Unter der Annahme, dass die Menge aller Bewegungsmuster nur einen kleinen Unterbereich aller möglichen Bewegungskonfigurationen einnimmt, ermittelt das zweite Verfahren eine Mannigfaltigkeit durch die Anwendung des „Unsupervised Kernel Regression“ (UKR), welche

gleichzeitig den zukünftigen Bewegungsverlauf eines Fahrzeugs beinhaltet. Auf dieser Mannigfaltigkeit wird der aktuelle Fahrzeugzustand mitsamt Historie über die Zeit durch einen Partikelfilter verfolgt, wodurch Hypothesen über den zukünftigen Bewegungsverlauf generiert und bewertet werden.

Ein Vergleich beider Ansätze zur Bewegungsprädiktion mit Standardmethoden aus der heutigen Literatur zeigt für Abbiegesituationen bei Kreuzungen eine deutliche Verbesserung der Prädiktionsleistung für Fahrzeuge. Die gleichzeitige Betrachtung des Fahrverhaltens mehrerer Straßenverkehrsteilnehmer führt zu sogenannten Situationsklassen, in denen das gegenseitige Abbiegeverhalten klassifiziert wird. Die vorgestellte Methode zur Bewegungsprädiktion und einfachen Interaktionsmodellen erlaubt eine frühzeitige Erkennung der jeweiligen Situationsklasse und ist somit für sicherheitsrelevante Anwendungen im Fahrzeug geeignet. Des Weiteren wird die Leistungsfähigkeit der vorgestellten Prädiktionsmethoden am Beispiel eines Einsatzes zur Objektverfolgung und der Detektion von Fußgängerverhalten in Straßenverkehrsszenarien gezeigt.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Motivation . . . . .	1
1.2	Ziele der Dissertation . . . . .	2
1.3	Thematische Einordnung . . . . .	3
1.4	Gliederung der Arbeit . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Stand der Technik</b>	<b>5</b>
2.1	Verwendung des Begriffs „Zeithorizont“ . . . . .	6
2.2	Autonome Fahrzeuge . . . . .	6
2.3	Verwandte Kategorisierungen . . . . .	8
2.3.1	Kategorisierung aus dem Robotik-Bereich . . . . .	9
2.3.2	Kategorisierung aus der Flugüberwachung . . . . .	10
2.4	Vorhersage von Objektbewegungen . . . . .	11
2.4.1	Kinematische Prädiktionen . . . . .	12
2.4.2	Diskrete Sequenzverarbeitung . . . . .	21
2.4.3	Logikbasierte Inferenz . . . . .	24
2.4.4	Räumlich-lokale Graphen . . . . .	25
2.4.5	Zeitreihenanalyse . . . . .	27
2.4.6	Temporale Neuronale Netze . . . . .	29
2.4.7	Trajektorienbasierte Verfahren . . . . .	32
2.5	Bahnplanung und Kooperative Gruppen . . . . .	37
2.6	Zusammenfassung . . . . .	38
<b>3</b>	<b>Entwurf eines Systems zur Bewegungsvorhersage und Aktionserkennung</b>	<b>39</b>
3.1	Kritische Analyse der Literaturverfahren . . . . .	39
3.2	Allgemeine Anforderungen . . . . .	41
3.3	Konzept zur Bewegungsprädiktion . . . . .	43
3.4	Voraussetzungen und Annahmen . . . . .	44
3.5	Bewertung eines Prädiktors . . . . .	47
3.6	Weiteres Vorgehen . . . . .	49
3.7	Zusammenfassung . . . . .	49

<b>4</b>	<b>Erste Systemausprägung: Der Trajektorien-Partikelfilter</b>	<b>51</b>
4.1	Überblick . . . . .	51
4.2	Trajektorien-Distanzmaß . . . . .	52
4.2.1	Allgemeine Anforderungen . . . . .	52
4.2.2	Trajektorien-Distanzmaße in der Literatur . . . . .	53
4.2.3	Entwickeltes QRLCS-Distanzmaß für Trajektorien . . . . .	58
4.2.4	Bestimmung der Transformationsparameter . . . . .	62
4.2.4.1	Inkrementelle Translation . . . . .	63
4.2.4.2	Inkrementelle Rotation nach Kearsley . . . . .	63
4.2.4.3	Inkrementelle Rotation nach Horn . . . . .	65
4.3	Probabilistische Suche in Wissensbasis . . . . .	67
4.3.1	Begründung und Wahl des Filter-Algorithmus . . . . .	68
4.3.2	Abkürzungen und Bezeichner für Variablen . . . . .	69
4.3.3	Probabilistische Formulierung der Prädiktion . . . . .	70
4.3.4	Probabilistische Suche nach Sidenbladh . . . . .	71
4.3.4.1	Erzeugung von Deskriptoren und Aufbau des Strukturbaums . . . . .	74
4.3.4.2	Suche in strukturierter Bewegungsmenge . . . . .	75
4.3.5	Bewegungsprädiktion durch Trajektorien-Lookup . . . . .	77
4.3.6	Bewertung der Prädiktionshypothesen . . . . .	78
4.4	Anwendungen des Trajektorien-Partikelfilters . . . . .	79
4.4.1	Meanshift-Tracking . . . . .	79
4.4.2	Situationsklassifikation . . . . .	82
4.4.3	Klassifikation und Prädiktion von Fußgängerbewegungen . . . . .	83
4.5	Zusammenfassung . . . . .	85
<b>5</b>	<b>Zweite Systemausprägung: Der Mannigfaltigkeit-Prädiktor</b>	<b>87</b>
5.1	Idee und Überblick . . . . .	87
5.2	Mannigfaltigkeiten in der Literatur . . . . .	88
5.3	Aufbau der Trajektorien-Referenzmenge . . . . .	90
5.4	Unsupervised Kernel Regression (UKR) . . . . .	91
5.4.1	Dichtefunktion . . . . .	91
5.4.2	Zielfunktion, Regulierung und Optimierung . . . . .	92
5.4.3	Auswahl der Stützvektoren und Initialisierung des UKR-Modells . . . . .	93
5.5	Prädiktion mittels einer Mannigfaltigkeit . . . . .	93
5.5.1	Beispiel . . . . .	96
5.6	Zusammenfassung . . . . .	97
<b>6</b>	<b>Experimentelle Untersuchung</b>	<b>99</b>
6.1	Beschreibung der verwendeten Datenbasis . . . . .	99
6.1.1	DGPS-Trajektorien . . . . .	99
6.1.1.1	Der Datensatz: Industriegebiet . . . . .	100
6.1.2	Szenenfluss . . . . .	100
6.1.2.1	Erster Datensatz: Kreisverkehr . . . . .	102
6.1.2.2	Zweiter Datensatz: Personen im Straßenverkehr . . . . .	103
6.2	Vergleich der Prädiktionsverfahren . . . . .	103
6.2.1	Prädiktionshorizont . . . . .	103
6.2.2	Länge der Historie . . . . .	104



---

6.3	Anwendungen des Trajektorien-Partikelfilters . . . . .	105
6.3.1	Meanshift-Tracking . . . . .	105
6.3.2	Situationsklassifikation . . . . .	106
6.3.3	Absichtserkennung und -prädiktion von Fußgängern . . . . .	106
6.4	Zusammenfassung . . . . .	109
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>111</b>
<b>A</b>	<b>Anhang</b>	<b>115</b>
A.1	Theoretische Grundlagen . . . . .	115
A.1.1	Klothoide . . . . .	115
A.1.2	Tschebyscheff-Polynome . . . . .	116
A.2	Herleitungen . . . . .	118
A.2.1	Krümmung Kinematisches Bewegungsmodell . . . . .	118
A.2.2	Inkrementelle Rotation nach Kearsley . . . . .	118
A.2.3	Inkrementelle Rotation nach Horn . . . . .	121
A.3	Schriftenverzeichnis . . . . .	122
A.3.1	Konferenzbeiträge . . . . .	122
A.3.2	Beiträge auf Fachtagungen . . . . .	122
A.3.3	Patente . . . . .	123
	<b>Abkürzungs- und Symbolverzeichnis</b>	<b>125</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>127</b>



## Einleitung

### 1.1 Motivation

In den letzten Jahren nimmt die Vision vom unfallfreien Fahren auf den Straßen immer mehr Gestalt an. Viele der im Bereich der aktiven und passiven Sicherheit angesiedelten Produkte und Komponenten sind in aktuellen Serienfahrzeugen integriert, wie z. B. das ergänzende Rückhaltesystem (Airbag), das elektronische Stabilitätsprogramm (ESP) oder verbesserte Fahrgastzellen. Sie unterstützen den Fahrer in Situationen, in denen eine unmittelbare Gefahr für die Insassen und Außenstehende bevorsteht. Zunehmende Bedeutung erlangen die sogenannten *Fahrerassistenzsysteme*, welche – weiter als bisher – vorausschauend das Szenario einschätzen und den Fahrer visuell, haptisch oder auditiv auf mögliche Gefahrenquellen aufmerksam machen.

Beispiele für Fahrerassistenzsysteme sind der Bremsassistent, die Einparkhilfe, oder die Längs- und Querverfahrungsassistenz [STILLER, 2005]. Solche Systeme versuchen eine Brücke zwischen den kognitiven Fähigkeiten eines Menschen, dem Komfort- und Sicherheitsbedürfnis der Fahrzeuginsassen und maschineller Reaktionszeit zu schlagen: Während der Fahrer eines Fahrzeugs eine Situation im Straßenverkehr mit mehreren Teilnehmern schnell mit Hilfe von Erfahrung und Kontextwissen erfassen und potentielle Gefahrenquellen abschätzen kann, so sind unmittelbar auftretende Ereignisse, die unter der Reaktionszeit eines Menschen liegen, wie zum Beispiel unerwartet auftretende Hindernisse, nur ungenügend durch den Fahrer selbst handhabbar. Für einen Fahrer reicht die Reaktionszeit von 0,75 s bis 1,5 s, jeweils abhängig von Konstitution, Alter und äußeren Einflüssen [GREEN, 2000]. Derzeit setzen hier aktuelle Assistenzsysteme an wie zum Beispiel der Bremsassistent, um ein Bremsen automatisch und nach physikalisch optimalen Kriterien zu unterstützen und einen Unfall zu vermeiden oder die möglichen Unfallfolgen zu vermindern. Hier kommen die Vorteile maschineller Datenverarbeitung zum Tragen, die auf plötzlich auftretende Ereignisse schnell und präzise deutlich unter der Reaktionszeit des Menschen im Bereich weniger Millisekunden reagieren können.

Für eine vollständige Beherrschung des aktuellen Verkehrsszenarios sind aber die bisher in der Literatur beschriebenen reaktiven Fahrerassistenzsysteme nicht ausreichend [STILLER, 2005]. Die Bewegungsenergie von Kraftfahrzeugen im Straßenverkehr kann während des Bremsvorgangs bei höheren Geschwindigkeiten innerhalb

einer Sekunde nicht vollständig abgebaut werden und ein Ausweichen ist in diesem Zeitraum ebenfalls nicht immer möglich. Es ist daher notwendig, die Situation vorausschauender zu den in der Literatur beschriebenen Systemen zu schätzen und damit die zukünftigen Bewegungsverläufe der Verkehrsteilnehmer zu bestimmen. Hier kehrt sich die Leistungsfähigkeit moderner Computerleistung und menschlichen Einschätzungsvermögens um: Menschliche Fahrer sind im Gegensatz zu Maschinen sehr gut in der Lage, Situationen weit im Voraus einzuschätzen, zu bewerten und Aussagen über wahrscheinliche Bewegungsverläufe zu treffen. Allerdings ist diese Fähigkeit ähnlich wie die Reaktionszeit von physischen und psychischen Einflüssen, d. h. Ablenkung, Ermüdung, Stress, etc., abhängig und somit nicht immer konstant bei gleichbleibender Qualität der Aussage verfügbar.

Ein Ansatz zur Lösung dieses Problems der Vorhersage ist die Übertragung von kognitiven Fähigkeiten des Menschen zur Schätzung zukünftiger Bewegungsverläufe auf einen Assistenzcomputer im Fahrzeug. Die Entwicklung von Methoden zur Vorhersage der Bewegungen von Straßenverkehrsteilnehmern ist das Ziel dieser Dissertation. Die bisher erwähnten kinematischen Methoden zur Vorhersage der Objektbewegungen lassen sich hier nicht ohne Weiteres verwenden, da die Anzahl möglicher Umfeldkonfigurationen nichtlinear mit der Zeit ansteigt. Ein Beispiel ist die Annäherung eines Fahrzeugs an eine Kreuzung; die Entscheidung des zukünftigen Wegverlaufs ist nicht mit rein kinematischen Modellen zu ermitteln, sondern verlangt zusätzliches Kontextwissen wie den Straßenverlauf, den Status anderer Verkehrsteilnehmer und das potentielle Ziel des Fahrers, um den Raum der möglichen Bewegungsverläufe in einem berechenbaren Rahmen zu halten.

Die Frage ist nun, ob sich die Intention des Fahrers und damit die Vorhersage von Ort und Bewegung des Objekts „Fahrzeugs“ für längere Zeiträume in die Zukunft anhand von sensoruell erfassbaren Merkmalen auf robuste Weise ermitteln lässt. Eine solche Vorausschau im Kontext der Kollisionserkennung ist notwendig [STILLER, 2007; LERNER u. a., 1996], aber auch für das sogenannte *Warn-Dilemma* ist es von Vorteil: Ein Assistenzsystem, welches den Fahrer zu häufig in – aus der Sicht des Fahrers – nicht gefährdender Situationen warnt, führt zur Inakzeptanz des Fahrzeughalters gegenüber dem System. Damit besteht die Gefahr, dass es dann zur Nichtbeachtung einer relevanten Warnung kommt, welches sich als fatal in tatsächlich gefährlichen Situationen herausstellt. Somit liegt das Augenmerk für eine vorausschauende Bestimmung des Fahrverhaltens nicht nur auf die Größe des Zeithorizonts, sondern auch auf die Robustheit der Prädiktion unter Berücksichtigung des individuellen Fahrverhaltens. An diesem Punkt setzt die vorliegende Dissertationsschrift an.

## 1.2 Ziele der Dissertation

Das Ziel dieser Arbeit ist Entwurf, Implementierung und Umsetzung eines Systems zur Bewegungsvorhersage solcher Objekte im Straßenverkehrsszenario, deren Erkennung und Analyse ihres Bewegungsverhaltens unbedingt zur sicheren und unfallfreien Fahrt eines Fahrzeugs erforderlich ist. Dazu gehören insbesondere Kraftfahrzeuge. Der Fokus liegt hierbei auf der Verwendung erlernter Bewegungsmuster anhand von Beispielen. Die Prädiktionsleistung soll den Zeitraum einer Sekunde deutlich überschreiten. Damit soll ein Beitrag zur automatischen Analyse und Interpretation von Straßenverkehrsszenarien innerhalb dynamischer Szenen geleistet werden.

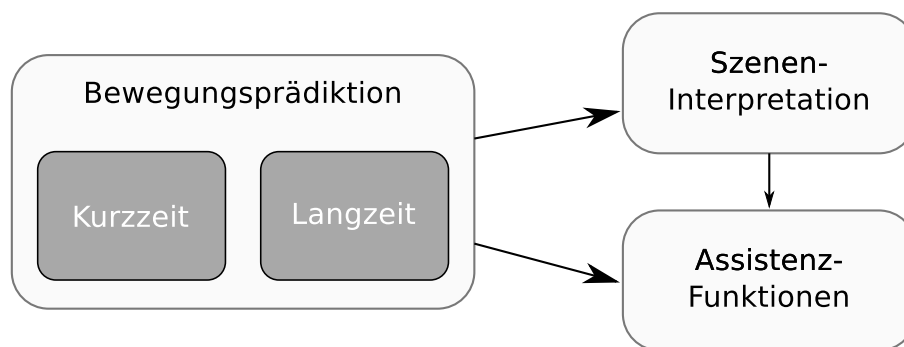


Abbildung 1.1: Thematische Einordnung der Arbeit im Kontext des Szenenverstehens.

## 1.3 Thematische Einordnung

Diese Arbeit ordnet sich als Vorstufe einer Reihe von Anwendungen im Kontext des Szenenverstehens für Fahrerassistenzsystemen ein, wie in Abbildung 1.1 gezeigt. Dass bedeutet, dass keine konkrete Funktion aus den entwickelten Methoden zur Bewegungsprädiktion realisiert wird, sondern die vorgestellten Methoden zur Aktionserkennung und Bewegungsvorhersage zum einen in die Entwicklung konkreter Anwendungen einfließen können und zum anderen in weiteren Komponenten zur Szeneninterpretation verwendet werden. Beispiele für eine konkrete Assistenzfunktion im Fahrzeug sind die Kollisionserkennung mit automatisierten Ausweichmanövern oder ein adaptives Fahrlicht zur intelligenten Lichtverteilung abhängig von der Fahr-situation. Als Beispiele für Komponenten der Szeneninterpretation kann die Analyse des Fahrverhaltens, der Klassifikation dynamischer Szenen mit mehreren Interaktionspartnern im Straßenverkehr und die Detektion ungewöhnlicher Verhaltensmuster, d. h. Abweichungen vom prädictierten Verhalten, gelten.

Diese Arbeit zeigt neben der Leistungsfähigkeit der vorgestellten Methoden zur Bewegungsprädiktion weiterhin exemplarische Anwendungen zur Verfolgung von Fahrzeugen in verrauschten Sensordaten, zur Situationsklassifikation an Kreuzungen und der Absichtsvorhersage von Fußgängern an Straßen.

## 1.4 Gliederung der Arbeit

Die vorliegende Dissertationsschrift gliedert sich in die folgenden Themenbereiche: Kapitel 2 gibt einen Überblick über den derzeitigen Stand der Technik über Methoden zur Aktionserkennung und -vorhersage mit besonderem Fokus auf Fahrerassistenzsysteme. Darauf aufbauend stellt Kapitel 3 den theoretischen Rahmen bereit, beginnend mit einer Auseinandersetzung mit den Literaturverfahren bis hin zu der Entwicklung eines Systemkonzepts zur Bewegungsvorhersage und Aktionserkennung. Kapitel 4 und 5 stellen jeweils eine Realisierung dieses Konzepts vor, präsentieren aber auch Beispielanwendungen. In Kapitel 6 wird die Leistungsfähigkeit der entwickelten Systeme gezeigt. Am Ende folgt eine Zusammenfassung der Arbeit und ein Ausblick.



## Stand der Technik

Die Grundlage des in dieser Arbeit zu entwickelnden Systems zur Aktionserkennung und -prädiktion ist die Verfügbarkeit von ausgereiften und robusten Methoden zur Erkennung, Lokalisierung und zur Verfolgung von Realweltobjekten (z. B. Fahrzeugen). Dies geschieht auf Basis der Auswertung und Analyse von Daten unterschiedlicher Sensoren wie Radar [FLOUDAS u. a., 2005], globale Positionierungssysteme (GPS) [SCHUBERT u. a., 2008], mobile drahtlose Systeme [AKYILDIZ u. a., 2002] oder bildgebenden Sensoren [HU u. a., 2004b; YILMAZ u. a., 2006].

Das bekannteste Verfahren für die sensorbasierte Zustandsschätzung eines Realweltobjekts über diskrete Zeitschritte (engl. tracking) ist der probabilistische Bayes-Filter-Algorithmus [THRUN u. a., 2005] in Form eines Kalman- [KALMAN, 1960] oder Partikelfilters [ISARD und BLAKE, 1998]. Der Zustand in diesem Kontext enthält die Information zur Beschreibung und Lokalisierung des Objekts in Relation zu seiner Umgebung und beinhaltet häufig die Position, Ausrichtung und entsprechende die erste und höhere Ableitungen wie Geschwindigkeit und Gierrate. Das Bayes-Filter beinhaltet zwei Schritte für die Zustandsschätzung eines Objekts: In dem ersten Schritt wird eine Prädiktion des Objektzustands aus dem vorherigen Zeitschritt in den aktuellen Zeitpunkt durchgeführt, welcher die angenommene Bewegungsrichtung widerspiegelt. In einem zweiten Schritt wird diese Schätzung durch einen Vergleich mit dem Sensor (Messung) verifiziert und ggf. korrigiert. Beide Schritte beinhalten sowohl Prädiktions- als auch Messungsunsicherheiten, so dass sich als Resultat des Bayes-Filter-Algorithmus der geschätzte Objektzustand mit zugehöriger Abschätzung der Genauigkeit des Ergebnisses ergibt.

Die Bewegungsprädiktion wird bereits in den Bayes-Filter-Algorithmus mit eingebracht; allerdings gehört dies in den Kontext der sogenannten Kurzzeitprädiktion, da immer nur für den nächsten Zeitschritt die Bewegung geschätzt werden muss. Dies lässt sich mit einfachen Bewegungsmodellen bewerkstelligen, da geringe Fehler durch den zweiten Schritt (Messungs-Update) korrigiert werden. Für längere Zeithorizonte in die Zukunft steht diese Information nicht zur Verfügung. Bei einer Anwendung des Bayes-Filter-Algorithmus für diese Langzeitprädiktion ohne den zweiten Schritt akkumulieren sich die Unsicherheiten, so dass am Ende der Informationsgehalt der Prädiktion gegen Null sinkt. Daher sind hier anspruchsvollere, kinematische und kognitive Bewegungsmodelle notwendig, die die Fahrerabsicht mit einbeziehen. Die-

ses Kapitel gibt einen Überblick über diese Methoden in dem aktuellen Stand der Forschung.

## 2.1 Verwendung des Begriffs „Zeithorizont“

Die Bewegungsvorhersage von Kraftfahrzeugen im Straßenverkehr beinhaltet eine implizite Definition über die maximale Reichweite der Prädiktionsleistung, bis zu der die Bewegung in die Zukunft geschätzt wird. Dies wird in dieser Arbeit als *Prädiktionshorizont* bezeichnet und in Sekunden angegeben. Die Verwendung des Begriffs wurde aus der deutschen Übersetzung des englischen Begriffs *prediction horizon* [ENGSTER und PARLITZ, 2006; ABARBANEL und PARLITZ, 2006] entlehnt. Andere Bezeichnungen sind die sogenannte *Vorhersagekraft* von OLIVER und PENTLAND [2000b] (engl.: predictive power), der *Zeithorizont* von TAN und HUANG [2006] (engl.: time horizon) oder der Vorhersagehorizont von SHUMWAY und STOFFER [2006, S. 118] (engl.: forcast horizon). Deren Einheit ist ebenfalls in Sekunden oder in einer festen Anzahl von Zeitschritten angegeben.

Die Wahl eines Wertes für den Zeithorizont sollte von der Geschwindigkeit des Fahrzeugs und dem Verhalten anderer Straßenverkehrsteilnehmer in der unmittelbaren Umgebung abhängig gemacht werden [TAN und HUANG, 2006]. Meist wird aber ein Wert im Bereich von zwei bis drei Sekunden als ausreichend angesehen, um im der Anwendung einer Unfallvermeidung erfolgreich zu sein [LERNER u. a., 1996].

## 2.2 Autonome Fahrzeuge

Fahrerassistenzsysteme und Systeme zum autonomen Fahren von Kraftfahrzeugen müssen, um ihre Aufgaben durchführen zu können, in der Lage sein, ihre Umwelt in dem Verkehrsszenario vollständig und sicher zu erfassen, zu analysieren und zu interpretieren. Der natürliche Umgang mit anderen Verkehrsteilnehmern ist insbesondere für autonom fahrende Fahrzeuge wichtig. Hier spielt ebenfalls die Schätzung über das zukünftige Verhalten anderer Objekte bezüglich Geschwindigkeit, Beschleunigung und Änderung der Richtung im Verkehrsfluss eine große Rolle. Daher wird in diesem Abschnitt ein Überblick über die wichtigsten Projekte der letzten drei Jahrzehnten mit prototypischen Realisierungen gegeben.

Der Beginn der Forschung über autonomes Fahren ab 1980 ist stark von der Pionierarbeit Ernst Dickmanns an der Universität der Bundeswehr München geprägt. Das von seiner Gruppe entwickelte *Versuchsfahrzeug für autonome Mobilität und Rechnersehen* (VaMoRs, DICKMANNs [2007]) war ein mit Kameras und Transputern ausgestatteter Kleintransporter und in der Lage, selbstständig eine abgesperrte Autobahn entlang zu fahren. Zur effizienten Verarbeitung der Sensordaten wurde das biologisch motivierte Konzept der Sakkadenfixierung mittels Kameras angewendet [MYSLIWETZ und DICKMANNs, 1987], um eine Fokussierung auf relevante Bereiche in den Bildern zu erhalten. Initiiert von der europäischen Forschungsinitiative für anwendungsorientierte Forschung und Entwicklung (EUREKA), wurde 1987 nachfolgend das *PROgramme for a European Traffic of Highest Efficiency and Unprecedented Safety* (PROMETHEUS) ins Leben gerufen [THOMANEK und DICKMANNs, 1996]. Aus diesem Projekt gingen zwei Versuchsfahrzeuge hervor (VaMP und



VITA-II), welche ausgestattet mit Odometrie-, Kamera- und GPS-Sensoren [DICKMANNNS, 1998] als erste wirklich autonomen Fahrzeuge gelten [DICKMANNNS, 2007]. Diese konnten sich bei einer Präsentation bei Paris 1994 autonom im regulären Straßenverkehr bewegen [DICKMANNNS, 2005]. Weitere Vorführungen wurden 1995 und 1998 gezeigt, wo zum einen vollautonome Langstrecken-Fahrten und zum anderen eine Konvoi-Fahrt demonstriert wurde [DICKMANNNS, 1998].

Im Jahr 1997 präsentierte das US-amerikanische *National Automated Highway System Consortium* (NAHSC) eine Reihe von Demonstrationen zu Fahrerassistenzsystemen und autonomen Fahren (Demo'97) in der Nähe von San Diego unter der Leitung von Dean Pomerleau (Carnegie Mellon University). Ein Schwerpunkt lag auf dem autonomen Spurfolgen mit Markern auf der Straße, gestützt durch Radar-, GPS- und Kamerasensoren. Aufkommende Situationen mit anderen Fahrzeugen und Fahrmanöver wurden mit einprogrammierten Verhaltensweisen realisiert [THORPE u. a., 1997; ÖZGÜNER u. a., 1997; STILLER, 2007].

Seit 2004 initiiert die *Defense Advanced Research Projects Agency* (DARPA) des US-amerikanischen Verteidigungsministeriums sogenannte „Challenges“, bei der verschiedene Teams von Universitäten und Einrichtungen mit ihren unbemannten Fahrzeugen gegeneinander im Wettbewerb antreten [DARPA, 2010]. Bisher sind drei Wettbewerbe durchgeführt worden: Die ersten zwei fanden 2004 und 2005 als *Grand Challenges* statt, bei der ein Fahrzeug autonom entlang einer vorgegebenen Strecke über 200 km durch die Mojave-Wüste fahren musste. Während 2004 kein Fahrzeug ihr Ziel erreichte, schafften es 2005 insgesamt fünf Teams von 195 insgesamt die Strecke zu durchfahren (davon vier Teams in der maximalen Zeit von zehn Stunden). Die drei ersten Plätze belegten die Teams *Stanford Racing Team* (Stanford University, THRUN u. a. [2006]), *Red Team* und *Red Team Too* (jeweils Carnegie Mellon University, URMSON u. a. [2004]). Bei allen Fahrzeugen fiel die große Anzahl von Sensoren (Laserscanner, Radar, Kamera und Ultraschall) auf, um eine möglichst breite Umgebungserfassung zu ermöglichen. Der dritte von der DARPA ausgeschriebene Wettbewerb war die *Urban Challenge*, wobei zu Beginn 53 Teams in einem mehrstufigen Prozess mit steigendem Schwierigkeitsgrad teilnahmen. In dem finalen Wettbewerb nahmen elf Teams teil; der Kurs war durch eine abgesperrte Siedlung mit bemannten Fahrzeugen gelegt, in dessen Umgebung sich die autonomen Fahrzeuge zurechtfinden und gestellte Aufgaben erfüllen mussten. Insbesondere die Interaktion mit den anderen Straßenverkehrsteilnehmern gilt als besondere Herausforderung in diesem Szenario. Insgesamt sechs Fahrzeuge schafften diesen ca. 90 km langen Kurs; die ersten drei Plätze belegten die Teams *Tartan Racing* (Carnegie Mellon University, URMSON u. a. [2008]), *Stanford Racing* (Stanford University, MONTEMERLO u. a. [2009]) und *VictorTango* (Virginia Polytechnic Institute and State University, REINHOLTZ u. a. [2009]) (siehe Abbildung 2.1).

Insgesamt ist der zeitliche Verlauf der Handlungskomplexität der demonstrierten Versuchsfahrzeuge interessant: Beginnend mit rein reaktiven Systemen in den achtziger Jahren zur Fahrzeugsteuerung, geht der Trend zu mehr vorausschauenden Bewegungsplanung der autonomen Fahrzeuge in der Interaktion mit anderen Fahrzeugen. Allerdings wird derzeit diese Interaktion auf symbolischer Ebene unter Zuhilfenahme der Straßenverkehrsregeln gelöst und dann mit Hilfe eines modellbasierten Bahnplanungsalgorithmus realisiert [MONTEMERLO u. a., 2009; REINHOLTZ u. a.,



(a) Team *Tartan Racing*, Fzg. „Boss“  
Quelle: URMSON u. a. [2008]

(b) Team *Stanford Racing*, Fzg. „Junior“  
Quelle: MONTEMERLO u. a. [2009]

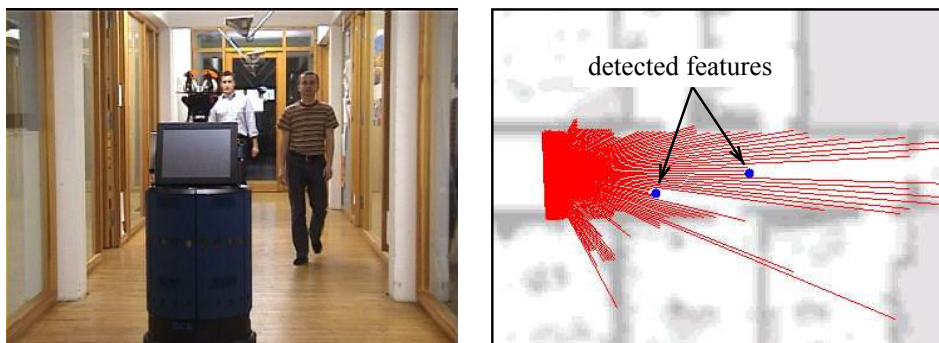
Abbildung 2.1: Fahrzeuge der ersten zwei Platzierungen der DARPA Urban Challenge

2009]. Diese Bewegungsprofile entsprechen nicht unbedingt den Erwartungen anderer Straßenverkehrsteilnehmer. Auch sind die bisher angewendeten Modelle nicht geeignet für Zeithorizonte länger als eine Sekunde vorzuschauen, insbesondere bei der Schätzung der Bewegung anderer Verkehrsteilnehmer.

## 2.3 Verwandte Kategorisierungen

Das Problem der Prädiktion eines Bewegungsverlaufs kann insbesondere für ein Fahrzeug von verschiedenen Richtungen her angegangen werden. Eine ingenieurstechnische Lösung ist der Bezug zu physikalischen Randbedingungen und Bewegungsgesetzen basierend auf dem aktuellen Zustand des Fahrzeugs mit Information über Position, Richtung und ihren höheren Ableitungen. Diese kinematischen Ansätze berücksichtigen aber nur teilweise oder sehr eingeschränkt das jeweilige Fahrerverhalten. Die Frage ist nun, wie man die kognitiven Eigenschaften des Menschen zur Bewegungsschätzung mit einbeziehen kann. DENNETT [1987] beschreibt die Art wie Menschen die Bewegungen anderer Personen vorhersagen [GOVEA und DIZAN, 2010, Abschnitt 3.1]: Wenn Möglichkeiten und Handlungsweisen bekannt sind, d. h. sich eine Person also rational verhält, wird die Bewegung auf symbolischer Ebene mit verknüpften Elementen logisch nachvollzogen und entsprechend vorhergesagt. Die genauen Bewegungsabläufe werden als allgemein bekannt vorausgesetzt und mit Hilfe von Erwartungen abstrahiert. Das hierfür notwendige Kontextwissen<sup>1</sup> steht heutigen rechnergestützten Systemen nicht oder nur teilweise zur Verfügung, da die Modellierung von Experten- bzw. Kontextwissen manuell erfolgt und sehr aufwändig ist. Daher wird nach dem derzeitigen Forschungsstand häufig ein Mittelweg zwischen kinematischen Modellierung von Bewegungsabläufen und kognitiver Modellierung von Eigenschaften gewählt, indem observierte und gelernte Bewegungsmuster auf das aktuelle Szenario angewendet werden.

<sup>1</sup>Kontextwissen wird allgemein definiert über das Wissen über Kontext: „Context is any information that can be used to characterize the situation of an entity. An entity is a person, place or object that is considered relevant to the integration between a user and an application, including the user and the application themselves.“ [DEY, 2001]



(a) Typische Szene: Roboter und zwei Personen im Korridor (b) Laser-basierte Personenlokalisierung

Abbildung 2.2: Serviceroboter bei Schätzung von Personenbewegungen. Quelle: BENNEWITZ u. a. [2005]

### 2.3.1 Kategorisierung aus dem Robotik-Bereich

Die Schätzung zukünftiger Bewegungen wurde insbesondere im Bereich der Robotik für die Anwendung auf Personenbewegungen untersucht. GOVEA und DIZAN [2010, Kapitel 3] stellt eine Einteilung bestehender Verfahren der Bewegungsvorhersage für gelernte Bewegungsmuster bei Robotikanwendungen im Haushalt (sogenannte *Serviceroboter*, Abbildung 2.2) vor. Demnach teilen sich bestehende Verfahren nach ihrer Repräsentation von Bewegungsmustern in drei Kategorien ein:

1. **Trajektorien-Prototypen.**

Prototypische Bewegungen werden als Trajektorien, d. h. Bewegungsabläufe, modelliert.

2. **Diskrete zustandsbasierte Modelle.**

Diese Art von Modellen basieren auf Markovketten, wobei für diskrete Zeitschritte jeweils der Zustand eines Objekts auf der Basis von Übergangswahrscheinlichkeiten propagiert wird.

3. **Andere Repräsentationen.**

Entsprechend werden in dieser Kategorie diejenigen Bewegungsrepräsentationen behandelt, die nicht zu den ersten beiden Kategorien passen, z. B. aus dem Bereich der neuronalen Netze.

**Wertung:** Insbesondere für das Fahrzeugszenario berücksichtigt diese Kategorisierung nur einen Teil der möglichen Prädiktionsmethoden, da z. B. die kinematischen Bewegungsmodelle hier nicht erscheinen. Des Weiteren beschränkt sich das betrachtete Szenario auf häusliche statische Umgebungen, in dessen Umfeld Bewegungsmuster über einen längeren Zeitraum gelernt werden können. Die Anwendung eines trainierten Modells auf neue, bisher unbekannte Situationen ist daher nicht gegeben und wird entsprechend in dieser Einteilung bestehender Verfahren nicht berücksichtigt.

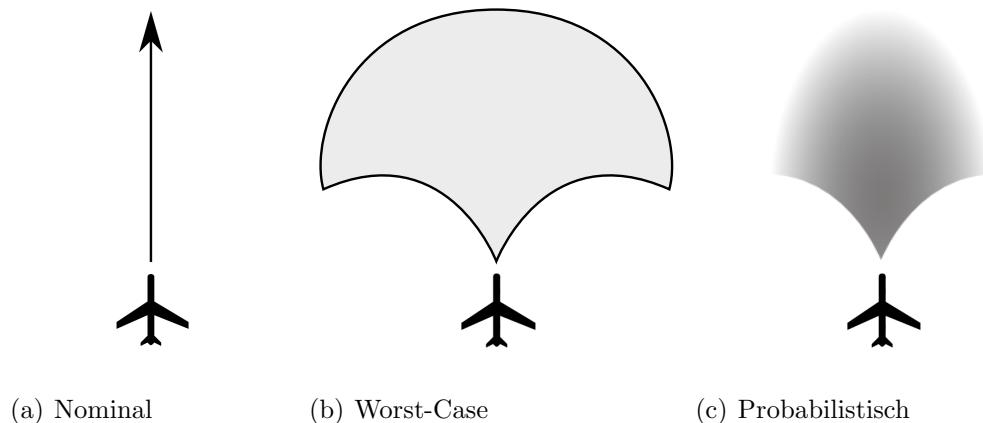


Abbildung 2.3: Kategorisierung der Bewegungsmodelle für Flugzeuge nach KUCHAR und YANG [2000].

### 2.3.2 Kategorisierung aus der Flugüberwachung

KUCHAR und YANG [2000] veröffentlichten eine Übersicht über aktuelle Konflikt-detections- und -auflösungsalgorithmen im Bereich der Flugüberwachung. Für eine Konflikterkennung im Flugverkehr ist ebenfalls eine Prädiktion der Flugbahnen für einen großen Zeithorizont notwendig: Bei Passagierflugzeugen ist zwar häufig ein Autopilot aktiv, aber bei kleinen Maschinen hat der menschliche Pilot direkten Einfluss auf die Steuerung; somit kommt auch hier wieder eine zu schätzende, menschliche Komponente bei der Bewegungsvorhersage zum Tragen. In der Übersicht werden die Methoden der Flugvorhersage zur Erkennung einer Kollision in drei Kategorien eingeteilt:

1. **Nominal** Der aktuelle Zustand des Flugzeugs wird für eine einzelne Trajektorie in die Zukunft prädiziert (Abbildung 2.3(a)). Diese nominalen Prädiktionen gehen davon aus, als beste mittlere Vorhersage zu gelten, welches für Zeithorizonte weniger Sekunden für Flugzeuge als ausreichend gilt [KUCHAR und YANG, 2000, S. 10]. Allerdings können sie keine Unsicherheiten für eine Prädiktion abbilden, welche bei unerwarteten Verhaltensmustern für größere Zeithorizonte auftreten, und somit Falschalarme auslösen.
2. **Worst-Case** Die Kategorie Worst-Case kann als Gegenstück zur nominalen Prädiktion angesehen werden. Diese Art der Bewegungsvorhersage geht davon aus, dass dem Piloten eines Flugzeugs die Durchführung einer Vielzahl von Manövern zur Verfügung stehen und diese zumindest theoretisch auch ausnutzen wird. Das Ergebnis ist eine Scherung möglicher Manöver in Abbildung 2.3(b), wobei der grau hinterlegte Bereich erreichbare Aufenthaltspunkte des Flugzeugs darstellt. Die Worst-Case Annahme wird immer dann einen Konflikt detektieren, wenn dieser im Bereich der möglichen Erreichbarkeit liegt und berücksichtigt nicht das wahrscheinliche Bewegungsverhalten. Dieser Ansatz wird angewendet, wenn Flugzeugen zum Beispiel über Flughäfen ein Korridor zugewiesen ist und dieser selbst durch unwahrscheinliche Bewegungen nicht verlassen werden darf [KUCHAR und YANG, 2000, S. 10].

3. **Probabilistisch** Die probabilistische Prädiktionsmethode kann als gewichtete Worst-Case-Methode angesehen werden. Jeder möglichen Kombination aus Position, Geschwindigkeit und Richtung des Flugzeugs wird eine Aufenthaltswahrscheinlichkeit zugewiesen, wie exemplarisch in Abbildung 2.3(c) gezeigt. Extrahiert man aus dieser Wahrscheinlichkeitsverteilung den Mittelwert, erhält man wiederum die nominale Vorhersagemethode (Fall 1). Somit sind probabilistische Trajektorien eine Generalisierung der nominalen und Worst-Case Trajektorien. Eine Konfliktdetektion erfolgt somit ebenfalls probabilistisch, kann aber einem Menschen in der letzten Entscheidungsinstanz schwer zu vermitteln sein und ihn verunsichern [KUCCHAR und YANG, 2000, S. 11].

**Wertung:** Für eine Kategorisierung der bestehenden Prädiktionsmethoden im Straßenverkehr ist die Einteilung nach KUCCHAR und YANG [2000] zu stark abstrahiert, da die kinematischen Prädiktionsmethoden dem nominalen Bereich allein entsprechen und die verbleibenden Ansätze der probabilistischen Prädiktion zugeordnet werden.

Die bisher dargestellten Kategorisierungen nach GOVEA und DIZAN [2010] und KUCCHAR und YANG [2000] bieten zwar einen guten Überblick über bisherige Prädiktionsmethoden, sind aber auf ihren Anwendungsbereich zum Beispiel im Haushalt oder auf den Flugraum spezialisiert und überschneiden sich daher nicht mit den veröffentlichten Methoden aus dem Straßenverkehrsumfeld. Daher wird in dieser Arbeit eine alternative Kategorisierung im nächsten Abschnitt 2.4 gezeigt, die die bisher veröffentlichten Methoden zusammenfasst.

## 2.4 Vorhersage von Objektbewegungen

Die Einteilung bestehender Verfahren zur Bewegungsprädiktion wird in dieser Dissertation so gewählt, dass sie zwischen Repräsentation und Speicherungen von Bewegungsmustern unterscheidet. Daraus resultiert eine für das jeweilige Modell spezifische Prädiktionsmethode, welche in den folgenden Abschnitten näher erläutert werden:

1. **Kinematische Prädiktionen** (Abschnitt 2.4.1) Diese Kategorie umfasst die Vorhersage von Bewegungen basierend auf physikalischen Bewegungsmodellen für einen aktuellen Zustand des Objekts. Unsicherheiten der Prädiktion werden meist nicht durch das Modell selbst, sondern durch zusätzliche Filteralgorithmen ergänzt.
2. **Diskrete Sequenzverarbeitung** (Abschnitt 2.4.2) Diese Art der Bewegungsvorhersage verarbeitet Folgen von diskreten Zustände eines Fahrzeugs, genannt Historie, um eine Prädiktion des Bewegungsverhaltens zum Beispiel für ein Abbiegemanöver vorherzusagen. Insbesondere ihre Ausprägung der Hidden Markov Modelle (HMM) wird hierzu häufig verwendet.
3. **Logikbasierte Inferenz** (Abschnitt 2.4.3) Die anzuwendende Szene wird in dieser Herangehensweise durch manuell gesetzte Relationen diskreter Elemente

in der Umgebung beschrieben. Eine Vorhersage einer Bewegung wird dann durch kausale Zusammenhänge ermittelt.

4. **Räumlich-lokale Graphen** (Abschnitt 2.4.4) Ein Graph beschreibt einen Straßenverlauf durch Einteilung in diskrete Abschnitte. Die Vorhersage von Objektbewegungen wird über das Entlangwandern bestehender Kanten realisiert.
5. **Zeitreihenanalyse** (Abschnitt 2.4.5) Hier steht die Betrachtung eines Zeitfensters einer aufgenommenen Sequenz im Vordergrund, welche eine Zeitreihenvorhersage durch eine Kombination der Historienelemente ermöglicht.
6. **Temporale Neuronale Netze** (Abschnitt 2.4.6) Mit observierten Bewegungsmustern und zugehörigen Prädiktionen in Form von Trajektorien wird ein neuronales Netz trainiert, so dass bei der Präsentation einer observierten Historie eine Bewegungsprädiktion geschätzt wird. Die Handhabung zeitlicher Überlappungen der Historie werden durch zeitversetzte Neuronen oder Rekurrenz erleichtert.
7. **Trajektorienbasierte Verfahren** (Abschnitt 2.4.7) Die Bewegungsmuster werden als Trajektorien in einer Menge gesammelt und / oder generalisiert und als mögliche Bewegungsverläufe wieder zur Bewegungsprädiktion verwendet.

### 2.4.1 Kinematische Prädiktionen

In die Gruppe der *kinematischen Prädiktionen* werden diejenigen Bewegungsmodelle eingeteilt, die die Bewegung eines Fahrzeugs auf Basis des aktuellen Zustands durch geometrisch- und physikalisch-motivierte Bewegungsmodelle prädizieren. Der zeitabhängige Zustand eines Fahrzeugs  $\mathbf{x}(t)$  beinhaltet nach der Literatur wie unten angegeben häufig Position  $[x, y]$ , Orientierung  $\phi$  und entsprechende erste und höhere Ableitungen wie Geschwindigkeit  $v$  entlang der Richtungsachse, Beschleunigung  $a$ , Änderung des Gierwinkels  $\dot{\phi}$  (Giergeschwindigkeit oder auch Gierrate genannt) oder die Gierbeschleunigung  $\ddot{\phi}$ .

LI und JILKOV [2003] stellen eine ausführliche Übersicht über bestehende Bewegungsmodelle dieser kinematischen Art bereit. Demnach lässt sich die grundlegende Form eines verallgemeinerten kinematischen Bewegungsmodells wie folgt mit einer Differentialgleichung beschreiben:

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) + \mathbf{w}(t), \quad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \quad (2.1)$$

Die Änderung des ggf. vektoriellen Zustands  $\mathbf{x}(t) = [x, y]^\top$  eines Fahrzeugs in einer zweidimensionalen Ebene hängt von dem Steuereingang  $\mathbf{u}(t)$  und einer zeitabhängigen Funktion  $\mathbf{f}(\cdot, t)$  ab. Zusätzlich bezeichnet  $\mathbf{w}(t)$  einen stochastischen Prozess, der die Unsicherheiten des Bewegungsmodells widerspiegelt.

In den nachfolgend in dieser Kategorie aufgelisteten Arbeiten werden häufig eine von vier Spezialisierungen des Fahrzeug-Bewegungsmodells von Gleichung 2.1 verwendet, die sich wie folgt allgemein beschreiben lassen [LI und JILKOV, 2003]:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= v(t) \cos \phi(t) \\ \dot{y}(t) &= v(t) \sin \phi(t) \\ \dot{v}(t) &= a_t(t) \\ \dot{\phi}(t) &= \frac{a_n(t)}{v(t)},\end{aligned}\tag{2.2}$$

wobei  $a_t(t)$  die Tangentialbeschleunigung entlang der Fahrzeug-Ausrichtung und  $a_n(t)$  die Querbewegung quer zur Fahrzeug-Ausrichtung bezeichnen. Der Term für die Unsicherheit wird hier vernachlässigt, d. h. das Bewegungsmodell verhält sich deterministisch. Die durch die Gleichungen 2.2 beschriebene Kurve besitzt die folgende Krümmung  $\kappa(t)$  (vgl. Abschnitt A.2.1)

$$\kappa(t) = \frac{a_n}{v^2(t)} = \frac{a_n}{(a_t t + v_0)^2},\tag{2.3}$$

mit  $v_0$  als Wert der initialen Fahrzeuggeschwindigkeit zum Zeitpunkt  $t = 0$ . Die vier Spezialisierungen ergeben sich aus der Wahl für die Beschleunigungen  $a_t$  und  $a_n$ :

1. **Konstante Geschwindigkeit (CV, engl.: constant velocity):**  $a_t = 0, a_n = 0$ . Dies entspricht einer Geradeausfahrt mit konstanter Geschwindigkeit.
2. **Konstante Beschleunigung (CA, engl.: constant acceleration):**  $a_t = \text{konst.}, a_n = 0$ . Bei diesem Bewegungsmodell fährt das Fahrzeug ebenfalls geradeaus, aber mit konstanter Beschleunigung.
3. **Konstanter Lenkwinkel (CT, engl.: constant turn):**  $a_t = 0, a_n = \text{konst.}$  Für dieses Modell gilt eine konstante Krümmung von  $\kappa_{\text{CT}} = \frac{a_n}{v_0^2}$  und es beschreibt eine Kreisbahn mit Radius  $r_{\text{CT}} = \frac{1}{\kappa_{\text{CT}}}$  bei konstanter Geschwindigkeit  $v(t) = v_0$ .
4. **Konstanter Lenkwinkel und konstante Beschleunigung (CTCA, engl.: constant turn and constant acceleration):**  $a_t = \text{konst.} \neq 0, a_n = \text{konst.}$  Durch die Änderung der tangentialen Geschwindigkeit wird bei konstanter Querbewegung eine Kurve gefahren, deren Krümmung entsprechend über die Zeit größer ( $a_t < 0$ ) oder kleiner ( $a_t > 0$ ) wird.

Die bisher dargestellten Bewegungsmodelle sind sehr abstrakt und kommen in der Literatur nicht immer in dieser Reinform vor. Aus diesem Grund wird nun ein Überblick über eine Reihe von Anwendungen und Erweiterungen dieser kinematischen Modelle, insbesondere aus dem Anwendungsbereich für Fahrzeuge gegeben. Sie ermöglichen eine Vorhersage der Fahrzeugbewegung auf Grundlage des aktuellen Zustands (Position, Richtung, etc.) des Fahrzeugs.

Ein Prädiktionsmodell ist z. B. wie bei MILLER und HUANG [2002] häufig mit der Bestimmung einer Kollisionswahrscheinlichkeit, bzw. eines Kollisionszeitpunkts (TTC,

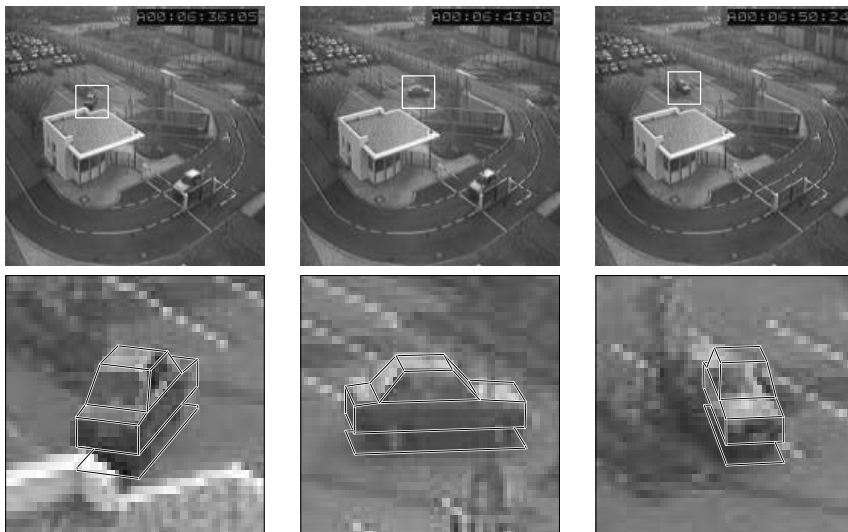


Abbildung 2.4: Szenario einer Fahrzeug-Beobachtung aus KOLLER u. a. [1993]. Die Elemente der jeweils oberen und unteren Reihe zeigen das gleiche Fahrzeug beim Einparken und werden im Bild automatisch verfolgt.

engl.: time-to-collision) für zwei oder mehreren Fahrzeuge in einer Szene gekoppelt. Unterschreitet die TTC einen festgesetzten Schwellwert, so wird dem Fahrer durch eine Warnung in Form eines visuellen, haptischen oder akustischen Signals die Drohung einer unmittelbaren Gefahr mitgeteilt oder direkt dem Fahrer die Kontrolle durch das Fahrzeug entzogen (z. B. durch Bremsen). MILLER und HUANG [2002] verwenden das lineare CV-Modell zur Bewegungsvorhersage und berechnen zusätzlich zur TTC den Zeitpunkt des maximal möglichen Ausweichens (TTA, engl.: time-to-avoidance), welcher als der späteste Zeitpunkt für ein Ausweichmanöver definiert ist. Einen ähnlichen Ansatz zeigen ATEV u. a. [2005] für eine kamerabasiertere Verfolgung von Fahrzeugen und Vorhersage von Kollisionen. Die visuelle Verfolgung, d. h. Tracking, erfolgt mittels dreidimensionaler Boxen mit Restriktionen auf Fluchtpunkte im Bild. Mögliche Kollisionen werden durch lineare Bewegungsextraktion ermittelt: Dazu wird ein Rechteck auf dem Grund der Box in der Zeit linear mit konstanter Geschwindigkeit extrudiert und eine Volumenüberschneidung mit anderen Rechtecken gemessen. Die daraus ermittelten Werte erlauben eine Bestimmung des TTC-Zeitpunkts. Dem CV-Modell stellen SJÖBERG u. a. [2010] ein Modell zur Bewegungsprädiktion mit variabler Gierrate gegenüber. Hierzu wird die Straßentopologie vorausgesetzt, so dass zu jedem Zeitpunkt der Prädiktionskurve das Fahrzeug sich entlang der Straße bewegt. Auf mögliche Redundanzen des Wegverlaufs, z. B. die Prädiktion an einer Kreuzung mit mehreren Fahrmöglichkeiten wird nicht eingegangen. Es zeigt sich, dass je besser das Prädiktionsmodell für Bewegungen ist, desto besser wird die Situation von dem System eingeschätzt. Dies verlangt aber auch nach weiterem Kontextwissen über die jeweilige Umgebung eines Fahrzeugs.

KOLLER u. a. [1993] realisieren eine Objektverfolgung in Monobildkameras aus einer Serie von Bildern. Das Ziel ist eine automatisierte Verkehrsüberwachung für Fahrzeuge, wie in Abbildung 2.4 dargestellt. Ein parametrisiertes 3D-Modell wird in den relativ niedrig aufgelösten Bildern in einem iterativen Prozess über die Zeit ver-



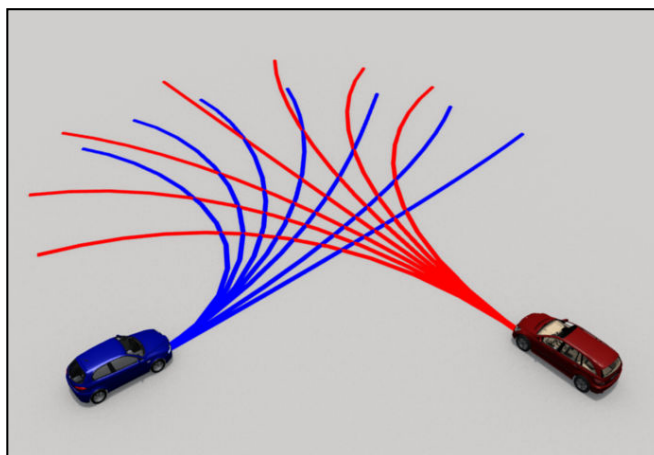


Abbildung 2.5: Schaar von prädizierten Bewegungsverläufen für zwei Fahrzeuge nach BOTSCH und LAUER [2010]. Das blaue Fahrzeug biegt links ab, während das rote Fahrzeug geradeaus weiter fährt.

folgt und berücksichtigt die Schattenbildung der Fahrzeuge. Das Bewegungsmodell ist durch konstante Geschwindigkeit und konstanter Kurvenradius charakterisiert (CT-Modell). KOLLNIG und NAGEL [1997] verbessern die automatische Verfolgung weiter durch Verwendung von Vergleichen direkt auf den Bildgradienten anstatt auf Bildsegmenten und eine automatische Kalibrierung der Kamera auf die Szene, das Bewegungsmodell allerdings bleibt dasselbe. Ein ähnliches CT-Prädiktionsmodell verwenden CHAN und TAN [2001], allerdings mit einem anderen Hintergrund: Die Autoren untersuchen die Machbarkeit von Steuereingriffen durch ein Fahrerassistenzsystem *nachdem* eine Kollision aufgetreten ist, um weitere Unfälle z. B. durch das Einlenken auf die Gegenfahrbahn zu verhindern. Es wird angenommen, dass die Fahrzeugsteuerung nicht oder nur in einem sehr geringen Maße nach einem Unfall beeinflusst ist. Das CT-Modell wird hier verwendet, um das Fahrzeug wieder auf seine eigene Spur oder Straßenabschnitt zu manövrieren.

In der Arbeit von BOTSCH und LAUER [2010] wird das CTCA-Modell für eine Kollisionserkennung und -vermeidung mit besonderem Fokus auf Echtzeitfähigkeit des Systems verwendet. In diesem Szenario kreuzen sich die Wege zweier Fahrzeuge in naher Zukunft. Für das CTCA-Modell werden die maximalen Beschleunigungswerte  $a_{t,\max}$  und  $a_{n,\max}$  durch physikalische Randbedingungen festgesetzt. Die Kollisionserkennung erfolgt durch Prädiktion der Einzeltrajektorien für jedes Fahrzeug basierend auf dem Bewegungsmodell für verschiedene Lenkwinkel, je 12 pro Fahrzeug. Dies entspricht für jedes Fahrzeug einem diskret abgetasteten Worst-Case-Fall aus Abschnitt 2.3 und ist in Abbildung 2.5 illustriert. Die paarweise Überschneidung wird dann für jeden Zeitschritt getestet. Aus der Zusammenfassung werden Kollisionswahrscheinlichkeiten und Ausweichmöglichkeiten bestimmt. Um die Rechenzeit zu verkürzen wird ein sogenannter *Random Forest Klassifikator* [BREIMAN, 2001] verwendet, der zwischen „Kollision vermeidbar“ und „Kollision unvermeidbar“ klassifiziert und mit den Trajektorien aus dem Bewegungsmodell trainiert wird, so dass von der Rechenzeit aufwändige Überschneidungsbestimmung entfällt.

Das CTCA-Modell für die Bewegungsprädiktion ist deterministisch, stellt also keine Information über Unsicherheiten in der Schätzung zur Verfügung. TAN und HUANG [2006] kombinieren daher das CTCA-Modell mit einem Kalman-Filter [KALMAN, 1960] für ein System zur Kollisionswarnung innerhalb einer kooperativen Gruppe von Fahrzeugen. Jedes Fahrzeug in diesem Szenario ist mit einem DGPS-Empfänger (engl.: Differential Global Positioning System) ausgerüstet. Der Zustand eines Fahrzeugs beschrieben durch die Position, Richtung, Gierrate, Geschwindigkeit und Beschleunigung wird mit einem Kalman-Filter geschätzt und dem jeweils anderen Fahrzeug drahtlos übermittelt. Durch eine Anwendung des CTCA-Bewegungsmodells mit konstanter Beschleunigung und konstanter Gierrate ist eine Prädiktion für einen maximalen Zeithorizont von zwei bis drei Sekunden möglich. Die Autoren unterscheiden zwischen zwei Arten von Fehlern bei der Prädiktion: Die erste Fehlerart nimmt an, dass an sich die Prädiktion korrekt ist, aber rauschbedingt von der wahren Prädiktion abweicht. Die zweite Art berücksichtigt zum einen den Fehler durch die Schätzung des aktuellen Zustands, welcher aufgrund des Bewegungsmodells sehr starke Auswirkungen auf die Prädiktion hat, und zum anderen den nichtlinearen Verlauf der Prädiktion durch menschlichen Einfluss. Der rauschbedingte Fehler wird durch eine Integration der Differentialgleichungen 2.2 über einen sogenannten *Open-Loop-Kalman-Filter* (Extending Kalman Filter, EKF) geschätzt, welcher die Messung zu jedem Zeitpunkt in dem Verifikationsschritt ausblendet und stattdessen die Richtungs- und Geschwindigkeitsänderungen als Kontrollvariablen mit einbezieht. Somit steigt die Unsicherheit über die Schätzung der Prädiktion mit fortschreitender Prädiktionszeit an. Die Prädiktionen werden dann dazu verwendet, mittels TTC-Werte eine Kollisionswahrscheinlichkeit zu schätzen. In ähnlicher Weise verwenden BATZ u. a. [2009] einen Unscented Kalman-Filter (UKF) [WAN und VAN DER MERWE, 2002], um eine Bewegungsprädiktion für Fahrzeuge auf Basis des CTCA-Modells durchzuführen. Die Motivation der Arbeit ist die Erkennung potentiell gefährlicher Situationen mit mehr als zwei Fahrzeugen. Die Unsicherheit der Prädiktion fließt mit in die Berechnung der Kollisionswahrscheinlichkeit ein. Das koordinierte Ausweichen der Gruppe wird in den Arbeiten von FRESE u. a. [2007, 2008] behandelt.

POLYCHRONOPOULOS u. a. [2004] verwenden mehrere Bewegungsmodelle, um für einen zeitlichen Horizont von vier bis fünf Sekunden die Bewegungen des eigenen Fahrzeugs und anderer Objekte in einer Szene zu präzisieren. Das Ziel ist auch hier wieder, das Gefahrenpotential für eine Kollision für mehrere Fahrzeuge zu bestimmen. Die Einstufung erfolgt aufgrund zweier festgelegter Kriterien, zum einen die *predicted minimum distance* (PMD) und die *time to predicted minimum distance* (TPMD), welche jeweils die paarweise Distanz und Zeit für einen minimalen Abstand der Fahrzeuge untereinander angeben. Durch Vergleich mit einem Schwellwert können daraus wieder die gängigen TTC-Werte bestimmt werden. Die Szene wird anhand stochastischer, vektorieller Zustände modelliert: Die Fahrbahngeometrie mittels Klothoide, das eigene Fahrzeug, bewegte und unbewegte Hindernisse und den sogenannten Szenentracker, welcher die Fahrzeuge in der Szene verfolgt, die Zustände durch mehrere Kalman-Filter schätzt und daraus einen Fahrbahnverlauf herleitet. Die Bewegungsprädiktion erfolgt durch eine gewichtete Summe fünf verschiedener Modelle: Neben den in diesem Abschnitt bereits beschriebenen CA-, CT-, CTCA- und Klothoid-Modellen kommt eine spezielle Prädiktionsmethode ins Spiel: Es ist ein Verbund aus einer Klothoiden für die Straßengeometrie und dem

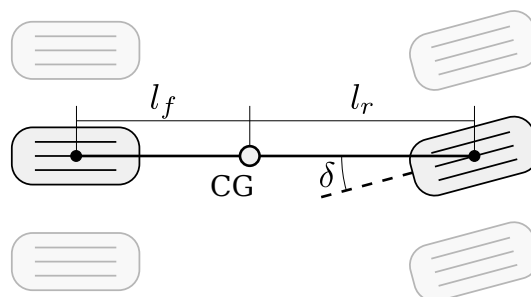


Abbildung 2.6: Parameter des Einspurmodells eines Fahrzeugs mit Massenzentrum (CG), Abstand zum Vorder- bzw. Hinterrad ( $l_f$ ,  $l_r$ ) und Lenkwinkel  $\delta$ . Nach RAJAMANI [2006, S. 21].

CA-Modell, so dass eine Bewegung explizit entlang des geschätzten Straßenverlaufs prädiziert wird. Diese Modelle werden zu einer Trajektorie durch eine gewichtete Summe verschmolzen; die einzelnen Gewichte werden heuristisch anhand der jeweiligen Situation (Abbiegemanöver, Geradeausfahrt, etc.) bestimmt. Aus den Trajektorien für jedes Fahrzeug können nun die Kennzahlen PMD und TPMD bestimmt werden. In POLYCHRONOPOULOS u. a. [2007] wird dieses Verfahren zur Schätzung von zukünftigen Bewegungen weiter durch ein hierarchisches Modell verbessert, in dem zunächst die jeweils rein kinematischen und Klothoid-Bewegungsmodelle fusioniert und dann erst zusammen mit jeweils auftretenden Situation, z. B. Überhol- oder Abbiegemanöver, verschmolzen werden.

Das CTCA-Modell wird auch mit anderen Modellen kombiniert, zum Beispiel einer Klothoiden (siehe Abschnitt A.1.1). Eine Klothoide wird als Hilfsmittel in der Straßenplanung verwendet, um möglichst weiche Übergänge zwischen Straßenabschnitten unterschiedlicher Richtung zu erzielen. Daraus folgt, dass sich die Bewegungen von Fahrzeugen entlang von Straßen ebenfalls durch eine Klothoide approximieren lassen. LYTRIVIS u. a. [2008] präsentieren ein modellbasierte Bewegungsprädiktion für ein System zur Kollisionswarnung. Die Fahrzeuge in der Szene werden mittels eines Kalman-Filters über die Zeit verfolgt. Die Vorhersage der Bewegungen für ein Fahrzeug basiert auf zwei Teilmodellen, jeweils abhängig von dem zeitlichen Prädiktionshorizont: Das erste Modell verwendet die Schätzung zum aktuellen Zeitpunkt aus dem Kalman-Filter für eine Prädiktion mit konstanter Gierrate und konstanter tangentialer Beschleunigung (CTCA-Modell). Es wird explizit darauf hingewiesen, dass dieses Modell realistischer als andere Bewegungsmodelle, z. B. das CA- oder CV-Modell sind. Das zweite Modell beinhaltet für höhere Zeithorizonte die Verfolgung des Straßenverlaufs mittels Klothoid-Approximation durch ein Polynom dritter Ordnung. Beide Modelle werden durch eine gewichtete Summe zu einem Bewegungsmodell verschmolzen; der Parameter der Gewichtung wird durch ein Fuzzy-System bestimmt. Eine Kollisionswarnung wird ausgegeben, falls die prädizierten Trajektorien eine Kollision vorhersagen.

In der Veröffentlichung von HUANG und TAN [2006] werden vier verschiedene kinematische Prädiktionsmodelle für Bewegungen von Fahrzeugen vorgestellt, basierend auf dem sogenannten Einspurmodell:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}(t_n, t_k) &= v_x(t_n, t_k) \cos \phi(t_n, t_k) - v_y(t_n, t_k) \sin \phi(t_n, t_k) \\
 \dot{y}(t_n, t_k) &= v_x(t_n, t_k) \sin \phi(t_n, t_k) + v_y(t_n, t_k) \cos \phi(t_n, t_k) \\
 \dot{v}_x(t_n, t_k) &= a_x(t_n) \\
 \dot{\phi}(t_n, t_k) &= \omega_z(t_n)
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

$t_n$  bezeichnet dabei die aktuelle Zeit,  $t_k$  ist der Zeithorizont für die Prädiktion; somit kann für eine beliebige Funktion  $f(t_n, t_k)$  angegeben werden, ob ihre Werte konstant sind aus dem aktuellen Zustand ( $f(t_n) = \text{konst.}$ ), oder ob die Werte der Funktion sich zeitlich mit dem Prädiktionshorizont  $t_k$  verändern ( $f(t_n, t_k)$ ). Im Vergleich zu den Gleichungen 2.2 von LI und JILKOV [2003] wird hier die Geschwindigkeit explizit in die laterale und longitudinale Komponente  $v_x$  und  $v_y$  aufgeteilt.

Die vier von HUANG und TAN [2006] vorgestellten Modelle (siehe unten) variieren in der Ausprägung der Quergeschwindigkeit  $v_y$  und Gierrate  $\omega_z$ . Zu unterscheiden ist hier der Gierwinkel  $\phi$  ( $\dot{\phi} = \omega$ ) und der Lenkwinkel  $\delta$ : Der Gierwinkel gibt die Ausrichtung des Fahrzeugs relativ zu einem globalen Koordinatensystem an, während der Lenkwinkel die Ausrichtung der Reifen eines Fahrzeugs relativ zur Fahrzeug selbst beschreibt (vgl. Abbildung 2.6). Des Weiteren verwenden diese Modelle eine Reihe von  $\beta$ -Parametern, welche physikalische Konstanten und die Geometrie des Fahrzeugs berücksichtigen. Dabei bezeichnet  $m$  die Masse des Fahrzeugs,  $I_z$  das Massenträgheitsmoment und die Längen  $l_f$  und  $l_r$  die Abstände zum Massenmittelpunkt (CG) des Fahrzeugs (siehe Abbildung 2.6). Zusätzlich werden mit  $C_{\alpha f}$  und  $C_{\alpha r}$  die Seitenkraftbeiwerte der Vorder- und Hinterräder angegeben:

$$\begin{aligned}
 \beta_1 &= \frac{-2(C_{\alpha f} + C_{\alpha r})}{m} & \beta_4 &= \frac{2(-C_{\alpha f} l_f + C_{\alpha r} l_r)}{I_z} \\
 \beta_2 &= \frac{2(-C_{\alpha f} l_f + C_{\alpha r} l_r)}{m} & \beta_5 &= \frac{-2(C_{\alpha f} l_f^2 + C_{\alpha r} l_r^2)}{m} \\
 \beta_3 &= \frac{2C_{\alpha f}}{m} & \beta_6 &= \frac{2C_{\alpha f} l_f}{I_z}
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

HUANG und TAN [2006] bauen ihre Modelle mit einer hierarchischen Abhängigkeit auf, beginnend mit einem allgemeinen Bewegungsmodell und einer schrittweisen Vereinfachung in jedem weiteren Modellabschnitt:

- **Modell I:** Dies stellt das allgemeinste Modell dar. Es berücksichtigt lineare Änderungen in der Quergeschwindigkeit und Gierrate:

$$\begin{aligned}
 \dot{v}_y(t_n, t_k) &= \frac{\beta_1}{v_x(t_n, t_k)} v_y(t_n, t_k) + \left( \frac{\beta_2}{v_x} - v_x \right) \omega_z(t_n, t_k) + \beta_3 \delta(t_n) \\
 \dot{\omega}_z(t_n, t_k) &= \frac{\beta_4}{v_x(t_n, t_k)} v_y(t_n, t_k) + \frac{\beta_5}{v_x} \omega_z(t_n, t_k) + \beta_6 \delta(t_n)
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

- **Modell II:** Dies ist eine Vereinfachung des ersten Modells, die Quergeschwindigkeit und Gierrate sind hier konstant ( $\dot{v}_y = 0$ ,  $\dot{\omega}_z = 0$ ):

$$\begin{aligned} v_y(t_n) &= \frac{\beta_2\beta_6 - \beta_3\beta_5 - \beta_6[v_x(t_n)]^2}{\beta_1\beta_5 - \beta_2\beta_4 + \beta_4[v_x(t_n)]^2} v_x(t_n) \delta(t_n) \\ \omega_z(t_n) &= \frac{\beta_3\beta_4 - \beta_1\beta_6}{\beta_1\beta_5 - \beta_2\beta_4 + \beta_4[v_x(t_n)]^2} v_x(t_n) \delta(t_n) \end{aligned} \quad (2.7)$$

- **Modell III:** Die direkte Verwendung der Gierrate als laterale Eingabe führt zu einer weiteren Vereinfachung des zweiten Modells:

$$v_y(t_n) = \frac{\beta_2\beta_6 - \beta_3\beta_5 - \beta_6[v_x(t_n)]^2}{\beta_3\beta_4 - \beta_1\beta_6} \omega_z(t_n) \quad (2.8)$$

- **Modell IV:** Bei dem letzten Modell wird die Quergeschwindigkeit  $v_y$  in Gleichung 2.4 vernachlässigt ( $v_y = 0$ ). Das Ergebnis ist wiederum das CTCA-Modell.

HUANG und TAN [2006] verwenden für die Bewegungsprädiktion eines Fahrzeugs die Modelle I und IV (CTCA) in Verbindung mit dem bereits beschriebenen Open-Loop-Kalman-Filter aus TAN und HUANG [2006]. HUANG und TAN [2009] erweitern dieses Konzept auf die Bestimmung des Fehlers für die aktuelle Positionsschätzung und Prädiktion. Hierzu werden die Kovarianzmatrizen des Kalman-Filters herangezogen, die im Falle der Prädiktion in die Zukunft ohne Messung prädiiziert werden (Open-Loop-Kalman-Filter). Zusätzlich werden weitere Fehlerquellen betrachtet, z. B. Kommunikationsfehler und Fehlerpropagierung in Konfliktsituationen.

In Verbindung mit Kosten-Nutzen-Funktionen können die kinematischen Bewegungsmodelle auch im Bereich der Spieltheorie [OWEN, 1995] eingesetzt werden, um das zukünftige Verhalten bzw. die Bewegungen der Straßenverkehrsteilnehmer zu schätzen. LACHNER [1997] berechnet simulativ die Fahrbahnen von Fahrzeugen in Kollisionsszenarien. In diesem vorgestellten Szenario begegnen sich zwei Fahrzeuge, wobei eines davon (absichtlich) auf Konfrontationskurs mit dem anderen ist. Entsprechend der Spieltheorie wird das Problem als ein Differentialspiel behandelt und die Fahrbahnen mit optimierten Trajektorien berechnet. Dabei kommt das CTCA-Modell zum Einsatz, welches mit sogenannten Kontrollvariablen versetzt wird und die die Bewegung abschnittsweise mit Hilfe von Optimierungskriterien durch physikalische Nebenbedingungen und jeweilige Zielpunkte der Fahrzeuge steuern. Zu jedem Zeitpunkt verändert ein Fahrzeug diese Variablen so, dass ein möglichst geringer Schaden für das eigene Fahrzeug bei diesen Konfrontationskurs entsteht und berücksichtigt gleichzeitig das Verhalten des anderen Fahrers. In dem vorgestellten Szenario ist es somit möglich, einem „Geisterfahrer“ durch Ausweichen auf die Standspur auszuweichen.

BROADHURST u. a. [2004] präsentieren ein ähnliches System zur Prädiktion und Planung von Fahrzeugbewegungen im Straßenverkehr. Einzelne Aktionen eines Fahrers für einen diskret eingeteilten Zeitabschnitt werden durch kinematische Bewegungsmodelle mit veränderbaren lateralen und longitudinalen Beschleunigungen modelliert, die als veränderliche Parameter einem Entscheidungsbaum zur Verfügung

stehen. Unter Berücksichtigung modellierter Kostenfunktionen wird ein optimaler Pfad in dem Baum mittels Dynamischer Programmierung berechnet, welcher einen kollisionsfreien Verlauf aller Fahrzeuge in der Szene unter Berücksichtigung nicht allzu großer Beschleunigungswerte darstellt. Als Beispiel werden Überholmanöver mit und ohne Gegenverkehr genannt, die das Fahrzeug selbstständig mit dieser Methode bestimmen kann.

BROADHURST u. a. [2005] veröffentlichten einen ähnlichen Ansatz wie BROADHURST u. a. [2004] zur Schätzung des zukünftigen Bewegungsverhaltens von Straßenverkehrsteilnehmern, allerdings mit speziellem Fokus auf die Einschätzung eines Risikopotentials einer Szene mit mehreren Fahrzeugen. Demnach kann die Wahrscheinlichkeit  $p(\mathcal{C})$  einer Kollision  $\mathcal{C}$  mit Hilfe des Gesetzes der totalen Wahrscheinlichkeit dargestellt werden:

$$p(\mathcal{C}) = \int p(\mathcal{C}|\mathcal{U})p(\mathcal{U}) d\mathcal{U}. \quad (2.9)$$

Dabei stellt  $\mathcal{U}$  die Menge aller möglichen und zukünftigen Beeinflussungen durch die Fahrer als sogenannte Kontrollvariablen und damit die zukünftigen Bewegungsverläufe dar. Während das wahrscheinlichste Szenario

$$\mathcal{U}_{\max}(t) = \arg \max_{\mathcal{U}} p(\mathcal{C}|\mathcal{U})p(\mathcal{U}) \quad (2.10)$$

durch die Anwendung der Dynamischen Programmierung gefunden werden kann [BROADHURST u. a., 2004], kann das Integral in Gleichung 2.9 unter der Berücksichtigung der Verteilungen nicht analytisch bestimmt werden. Daher verwenden BROADHURST u. a. [2005] die Methode des Monte Carlo Sampling [HAMMERSLEY und HANDSCOMB, 1964], welche  $p(\mathcal{C})$  anhand eines Samplings einer heuristisch definierte Verteilung  $p(\mathbf{u})$  approximieren. Diese Verteilung ist eine gewichtete Summe aus einer Normalverteilung und Verteilungen über heuristisch definierten Bewegungsmodellen, die mögliche kinematische Bewegungsprimitiven, z. B. Abbiegen, Überholen, Spurwechsel, Bremsen, etc., abbilden. Somit wird das übliche Verhalten in diese Verteilungen integriert. Die Bestimmung des Bedrohungsgrades  $p(\mathcal{C})$  wird zu jedem Zeitschritt durchgeführt und ermöglicht auch die Erkennung und Vorhersage indirekter Gefahrenquellen, wie z. B. das Einscheren eines Fahrradfahrers in die eigene Fahrspur aufgrund eines Ausweichmanövers. DANIELSSON u. a. [2007] verwenden explizit das CTCA-Modell versehen mit Kontrollvariablen für die Bewegungsprimitiven. Weitere Fortschritte bei der Prädiktion wurden durch die Hinzunahme des Sichtfeldes eines Fahrers und der Einbezug des Straßenverlaufs erzielt [EIDEHALL und PETERSSON, 2006, 2008].

**Wertung:** Die kinematischen Bewegungsmodelle orientierten sich stark an physikalischen Bewegungsmodellen, berücksichtigen allerdings nicht das zukünftige Verhalten eines Menschen. Für kurze Zeithorizonte unter der Reaktionszeit eines Menschen sind sie daher sehr gut geeignet, da der Anteil menschlicher Einflussnahme in diesem Zeitbereich vernachlässigbar gegenüber den Momenten eines Fahrzeugs ist. Für höhere Zeithorizonte hingegen sind diese Modelle für die Bewegungsprädiktion nicht geeignet, da der Bewegungsverlauf nichtlinear in den kinematischen Parametern dargestellt werden muss.

## 2.4.2 Diskrete Sequenzverarbeitung

Die Methoden der kinematischen Prädiktion für die Bewegungsvorhersage von Fahrzeugen berücksichtigen nicht die Historie der Fahrzeugbewegung für die Schätzung des zukünftigen Zustands. Dass diese Historie Informationen über das zukünftige Verhalten eines Fahrers bereitstellen kann, zeigt ein einfaches Beispiel: Bei einem Abbiegemanöver wird der Fahrer vor dem eigentlichen Abbiegen in erster Linie einen Bremsvorgang einleiten, welcher als Indikator für ein Abbiegen verwendet werden kann. Die Methoden der sequentiellen Symbolverarbeitung berücksichtigen diese Information durch eine meist diskrete Unterteilung der Historie in einzelne Abschnitte, um den Verlauf einer Bewegung schon früher als die kinematischen Prädiktionsmodelle verlässlich zu schätzen.

Die Standard-Methode für die Verarbeitung von sequentiellen Daten sind die Hidden Markov Modelle (HMM, BISHOP [2006, Kapitel 13], HASTIE u. a. [2009]; FINK [2007]). Sie unterscheiden zwischen observierten und latenten Zuständen eines Fahrzeugs, wobei letztere die angenommene, realen Zustände wiedergeben. Für die Modellierung eines Fahrzeugzustands muss man sich nicht auf physikalische Eigenschaften wie Position, Geschwindigkeit, etc. beschränken, sondern kann die Fahrerabsicht, z. B. Linksabbiegen, Bremsen, etc., in dieser abstrakten Form verwenden. Da diese lateralen Zustände nicht direkt bzw. nur probabilistisch mit Hilfe der Fahrzeugsensoren beobachtbar sind, kann mit Hilfe der verfügbaren Beobachtungen auf diese Zustände geschlossen werden. Dies wird als *Inferenz* bezeichnet. Ein HMM drückt diese Beziehung zwischen Observation und den lateralen Variablen aus und es existieren eine Reihe von Weiterentwicklungen für das Training und die Inferenz eines solchen HMMs in der Literatur [BISHOP, 2006; FINK, 2007]. Der Vorteil eines HMMs im Kontext der Bewegungsvorhersage liegt in der Verwendung einer möglichen Mischung aus symbolischer und kontinuierlicher Information. Beispielsweise kann die Trajektorie eines Fahrzeugs mit der Aktivierung des Blinkers so in einem gemeinsamen Szenenmodell gekoppelt werden.

Die eigentliche Prädiktion der Bewegung eines Fahrzeugs im Straßenverkehr erfolgt für ein HMM auf folgende Weise [FRASER und DIMITRIADIS, 1993], jeweils abhängig von dem Detailgrad der Zustandsbeschreibung: Beschreibt ein lateraler Zustand eines HMMs nur einen zeitlich gesehenen kurzen Teil eines Bewegungsablaufs, z. B. eine Kreisbahnbewegung für einen Bruchteil einer Sekunde, so wird eine Bewegungsvorhersage aus den wahrscheinlichsten Zuständen mittels des Erwartungswerts der Zustandsfolge wieder zusammengesetzt. Ist die Repräsentation eines Zustands hingegen abstrakter, z. B. bei einem Linksabbieger, so kann aus diesem der Verlauf der Bewegung mit Hilfe von Kontextwissen z. B. durch eine Freiraumanalyse oder durch Verwendung digitaler Karten geschlossen werden.

Ein Beispiel für die Klassifikation zeitlich kurzer Abschnitte durch ein HMM ist die Veröffentlichung von FRAILE und MAYBANK [1998]: Ein Abbiegemanöver wird auf der Basis eines in einem Kamerabild über die Zeit verfolgten Fahrzeugs bestimmt, wie in Abbildung 2.7(a) dargestellt. Diese Trajektorie wird in überlappende Teiltrajektorien unterteilt, welche durch ein Polynom zweiter Ordnung approximiert und durch einen nachfolgenden Vergleich mit Schwellwerten in Geschwindigkeit und Krümmung den Klassen *Links*, *Rechts*, *Geradeaus* und *Stopp* zugeordnet wird. Diese



(a) Beispiel der Erkennung des Abbiegemanövers nach FRAILE und MAYBANK [1998]. Die weißen Pfeile sind Normalvektoren orthogonal zur Trajektorienrichtung. (b) Generalisierung und Inferenz von Fußgängertrajektorien. Sterne stellen die latenten Zustände mit zugehörigen Unsicherheiten dar. Quelle: MAKRIS und ELLIS [2002]

Abbildung 2.7: Beispiele von Trajektorien-Klassifikationen mittels Hidden Markov Modellen (HMM).

Klassen sind die Observablen eines HMMs erster Ordnung; die latenten Variablen besitzen die gleichen Klassenstruktur. Somit dient dieses HMM der Filterung der verrauschten observierten Klassen, welche die tatsächlichen Zustände schätzt. Eine explizite Formulierung einer Bewegungsprädiktion wird in dieser Veröffentlichung nicht gezeigt, könnte aber auf Basis der detektierten Abbiege-Klasse erfolgen.

MAKRIS und ELLIS [2002] stellen ein System zur Klassifikation, Bewegungsprädiktion und Detektion atypischer Bewegungen von Fußgängertrajektorien in einem Surveillance-Szenario mit statischer Kamera vor. Typischen Bewegungen werden aus einer Reihe observierter Bewegungsmuster (Trajektorien) gelernt, welche von einem Personen-Tracking-System stammen. Die Autoren schätzen prototypische Trajektorien, die neben den Mittelwertspunkten zu jedem Zeitpunkt auch die linke und rechte Grenze orthogonal zu jedem Mittelwertspunkt beinhaltet (siehe Abbildung 2.7(b)). Da die Verteilung der Auftrittswahrscheinlichkeiten der Trajektorien zu Beginn unbekannt ist, wird zunächst eine konstruierte, stückweise lineare Verteilung angenommen und die Trajektorien danach geclustert. Anschließend wird die Verteilung genauer approximiert, basierend auf diesen ermittelten Zugehörigkeiten. Für jeden Prototyp wird ein sogenanntes *Low Level Hidden Markov Model* (LLHMM) aufgesetzt, wobei die Übergangswahrscheinlichkeiten aus den Daten direkt bestimmt werden. Zusätzlich werden verschiedene Modelle für verschiedene Tageszeiten trainiert, um die Erkennung der Bewegungsmuster zu verbessern. Dies erlaubt eine Detektion von atypischen Bewegungsmustern und Prädiktion der Bewegungen von Personen. Eine Bewegungsprädiktion erfolgt durch eine probabilistische Zuweisung einer detektierten Bewegung eines Fußgängers zu einer prototypischen Sequenz (HMM-Modell). In Abbildung 2.7(b) ist dies beispielhaft durch eine weiße Fußgängertrajektorie gezeigt, die einem grün dargestellten Prototypen zugeordnet wird. Der Prototyp wird dann dazu verwendet, die mögliche Position des Fußgängers vorherzusagen.

In den Veröffentlichungen von OLIVER und PENTLAND [2000a,b] wird ein HMM für die Erkennung und Vorhersage einer „Fahrerabsicht“ verwendet. Als eine Fahrer-



Fahrverhalten	Mittlerer Zeithorizont für Vorhersage
Überholen	1,26 s
Anfahren	1,40 s
Abbremsen	2,40 s
Fahrspurwechsel links	0,10 s
rechts	0,70 s
Abbiegen links	0,80 s
rechts	0,50 s

Tabelle 2.1: Vorhersagekraft des Fahrerverhaltens anhand von HMMs. Quelle: OLIVER und PENTLAND [2000b].

absicht sind die folgenden Zustände eingestuft: Überholen, Links- und Rechtsabbiegen, Fahrspurwechsel nach rechts oder links, Anfahren und Stopp bzw. Anhalten. Die Autoren vergleichen drei Arten von Merkmalen zur Erkennung des definierten Fahrerverhaltens: Zum einen die fahrzeuginternen Merkmale (Geschwindigkeit, Beschleunigung, Stellung des Gaspedals, Lenkradstellung und Aktivierung des Bremspedals), Fahrzeugposition relativ zur Fahrbahnspur und Blickrichtung des Fahrers eingeteilt in sechs Richtungen (Fahrbahn, Rückspiegel, rechter und linker Außenspiegel und linker und rechter Schulterblick). Die Trainingsmenge wurde aus verschiedenen Testpersonen zusammengestellt mit einer subjektiven Bewertung des Beginns eines Fahrerverhaltens. Ein HMM erster Ordnung wurde auf den fahrzeuginternen Daten trainiert, außerdem wurde ein sogenanntes Coupled Hidden Markov-Modell (CHMM) [BRAND u. a., 1996] für zwei Merkmal-Kombinationen aus fahrzeuginternen Daten und jeweils Fahrzeugposition relativ zur Fahrspur und Blickrichtung verwendet. Neben der Erkennung eines der sieben als Fahrerverhalten eingestuften Zustände wurden die prädiktiven Eigenschaften der verwendeten HMMs untersucht, die ein Fahrerverhalten möglichst frühzeitig vorhersagen. Diese Werte sind in Tabelle 2.1 wiedergegeben. Im Mittel erreichen die Modelle einen Prädiktionshorizont von ca. 1 s, allerdings sind Abweichungen sehr stark von der Art des zu prädizierenden Fahrerverhaltens abhängig: Während sehr gute Vorhersagen über ein (reguläres) Abbremsen gemacht werden kann, sind die Überholmanöver mit einer Vorhersageleistung von 0,1 s nur sehr schlecht frühzeitig zu erkennen. Diese Werte sind allerdings mit Vorsicht zu genießen, da die Zeitpunkte des jeweiligen Beginns eines Fahrmanövers subjektiv durch den Fahrer gegeben ist und sich nicht an physikalischen Randbedingungen knüpft.

BERNDT u. a. [2008] stellen eine HMM-basierte Methode zur Erkennung von Abbiege- und Fahrspurwechsel vor. Als Merkmale werden die fahrzeuginterne Sensorik – wie Bremspedalstellung, Bremsdruck, Querbeschleunigung, Lenkradwinkel, Lenkradgierate, Gierrate und Geschwindigkeit – und Informationen aus einer digitalen Karte (Distanz zur nächsten Abbiegemöglichkeit, Krümmung der Straße und Straßentyp) verwendet. Aus diesen Merkmalen werden verschiedene inhomogene HMM-Ketten für jede Abbiege- und Fahrspurwechselklasse trainiert. Während der Klassifikation wird dasjenige Modell mit der höchsten Auftrittswahrscheinlichkeit einer Observation gewählt. Um eine frühzeitige Erkennung zu Erreichen, werden die HMM-Ketten

nach dem Training anhand der Transitionswahrscheinlichkeiten getrennt. Dies entspricht einem frühzeitigen Abbruch des iterativen Forward-Algorithmus zur Bestimmung der Auftrittswahrscheinlichkeit. Das vorgestellte System erreicht eine gute Klassifikationsrate, allerdings haben die Autoren nicht bestimmt, wie früh ein Manöver tatsächlich erkannt wurde.

**Wertung:** Die Hidden Markov-Modelle, die zur diskreten Sequenzverarbeitung eingesetzt werden, ermöglichen die Einbringung von gelerntem Wissen in die Bewegungsschätzung, allerdings sind die Prädiktionen dann auf diskrete Zustände beschränkt, z. B. links abbiegen. Die tatsächliche Bewegung in Form einer Trajektorie lässt sich dadurch nur schwer wieder rekonstruieren.

### 2.4.3 Logikbasierte Inferenz

In den vorherigen Abschnitten wurden die physikalisch-motivierten und gelernten Vorhersagemodelle für eine Fahrzeugbewegung hauptsächlich basierend auf die Historie eines Fahrzeugs betrachtet. Dem menschlichen Fahrer kommt zusätzlich noch das Kontextwissen zugute, um Situationen im Straßenverkehr einschätzen zu können.

Als *Kontext* können im engeren Sinne die Relationen verschiedener unbewegter, d. h. statischer und bewegter, d. h. dynamischer Objekte zueinander angesehen werden, aber auch die Erfahrung eines Fahrers über mögliche Verhaltensweisen anderer Fahrzeughalter im Verkehr. Eine erweiterte Betrachtung des Kontextbegriffs führt zu anderen Einflüssen wie Fahrzeugtyp, Straßenzustand, gegenwärtige Wetterlage oder Warnhinweise. Die Bedeutung einzelner Merkmale zur Abschätzung einer Situation ist dabei nicht statisch, sondern von der jeweiligen Situation abhängig. Lernende Verfahren leiten aus den Merkmalen prototypische Bewegungsmuster ab, basierend auf präsentierten Trainingsdaten. Allerdings steigt mit der Anzahl der Merkmale gleichzeitig die Anzahl der Dimensionen der häufig in vektorieller Form präsentierten Merkmale, welches einen vergleichweisen exponentiellen Anstieg der Anzahl der Trainingsdaten erfordert (Fluch der Dimensionalität, BELLMAN [1961]). Aber viele Zusammenhänge sind einem Menschen bereits in Form von Regeln oder Relationen vertraut, so dass sich diese Zusammenhänge direkt in ein Modell integrieren lassen und sich als Folge die Anzahl der zum Training benötigten Daten wieder reduziert.

Ein formaler Rahmen zur Integration von Regeln und Relationen, welche die Zusammenhänge zwischen Objekten definieren, ist die formale Logik [ZOGLAUER, 2008]. Dieser Formalismus umfasst Notationsweise und Operatoren für logische Schlussfolgerungen. Die bedeutendste Ausprägung ist die sog. Prädikatenlogik, welche erlaubt einfache Aussagen maschinell zu verarbeiten und Schlussfolgerungen zu ziehen. Ein Beispiel sind die Aussagen „Das eigene Fahrzeug ist hinter dem Lastwagen.“ und „Der Lastwagen bremst.“. Sind entsprechende Relationen bekannt, so kann ein System mit Hilfe der Prädikatenlogik auf die folgende Aussage schließen: „Das eigene Fahrzeug muss bremsen.“ Allerdings kann die Prädikatenlogik keine zeitlich geordneten Vorgänge abbilden, was insbesondere für eine Anwendung einer Vorhersage

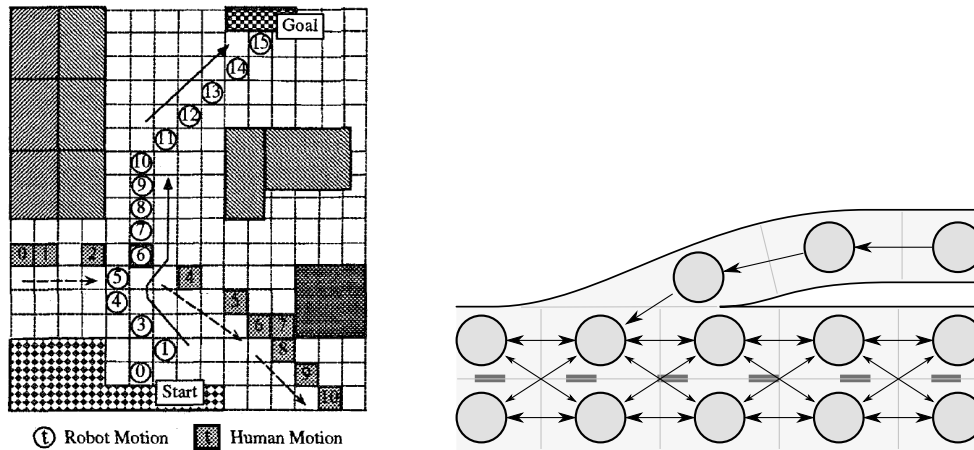
von Fahrzeugbewegungen vonnöten ist. Es existiert daher eine Erweiterung dieses Logikformalismus von ARENS u. a. [2004], welche nachfolgend im Kontext der Bewegungsprädiktion vorgestellt werden.

ARENS u. a. [2004] stellen ein System zur Verfolgung und Vorhersage von Fahrzeugen vor (siehe auch NAGEL und ARENS [2005]). Das Szenario ist die Überwachung von Straßenverkehr an Kreuzungen. Eine Kamera ist über der Kreuzung angebracht und überblickt dabei die ganze Szene. Die Fahrzeuge werden mittels Fahrzeugmodellen und Kalman-Filter in den Bildern über die Zeit verfolgt [OTTLIK und NAGEL, 2008], können aber diese Objekte nicht immer verlässlich aufgrund von Verdeckungen durch Bäume, große Fahrzeuge oder Schilder tracken. Die Autoren bringen daher das Kontextwissen über das Verhalten der Verkehrsteilnehmer über eine dreistufige Repräsentationsebene mit ein, um Schlussfolgerungen und logische Vorhersagen dem Tracking-System wieder zurückzuführen und somit die Detektion der Bewegungen zu verbessern. In der ersten Ebene werden Situationen durch Repräsentation dynamischer und statischer Objekte im Straßenverkehr unabhängig von der Zeit modelliert und zu einer sog. geometrischen Szenenbeschreibung (engl.: *geometric scene description (GSD)*, NEUMANN [1989]) zusammengefasst. Die zweite Ebene beinhaltet die Verbindung des GSD mit Kontextwissen mittels Logikoperatoren durch eine sog. unscharfe, metrisch-temporale Logik (engl.: *fuzzy metric temporal Horn logic (FMTHL)*, HAAG u. a. [1997]). Das FMTHL ist ähnlich zu PROLOG – der Standard-Programmiersprache für die Prädikatenlogik – aufgebaut, allerdings mit dem Unterschied, dass zeitliche Vorgänge abgebildet, zeitliche Operatoren zur Verfügung gestellt und Unsicherheiten in den logischen Aussagen modelliert werden können. Die logische und gewichtete Verknüpfung mit Bewegungsprimitiven erfolgt in der dritten Ebene, dem Situations-Graphenbaum (engl.: *situation graph tree (SGT)*, KRÜGER [1991]). Sie beschreibt den Zustand eines Fahrzeugs eingebettet in den Kontext von vergangenen und zukünftigen Zuständen; der Detaillierungsgrad hängt dabei von der Modellierung ab. Somit beinhaltet ein SGT auch die Prädiktion der Bewegung sowohl auf logischer Ebene und der daraus resultierenden Umsetzung in kinematische Bewegungen.

**Wertung:** Die logikbasierten Regeln erlauben eine Reduzierung der Trainingsmenge durch Einbringung expliziten Kontextwissens in die Bewegungsprädiktion. Allerdings ist die explizite Modellierung aller deskriptiver und kausaler Zusammenhänge sehr aufwändig, da dies manuell geschehen muss. Zusätzlich verlangt dies eine funktionale Umsetzung der Regeln zu den Fahrzeug-Sensoren. Dies macht den Einsatz logikbasierter Regeln sehr aufwändig in der Umsetzung und damit nicht tragbar für die Bewegungsprädiktion.

#### 2.4.4 Räumlich-lokale Graphen

Die Bewegungen eines Fahrzeugs im Straßenverkehr erfolgt meist entlang vorgegebener Wege in Form von Straßen. Zusammen mit Verknüpfungspunkten wie z. B. Kreuzungen bilden sie ein Netzwerk der Straßentopologie. Diese Form des Kontextwissens kann nun für die Vorhersage der Bewegungen durch eine Abbildung dieser



(a) Wohnbereich mit Bewegung eines Menschen und Roboters. Quelle: TADOKORO u. a. [1995].

(b) Nachbildungen einer Straßentopologie nach FRESE u. a. [2008].

Abbildung 2.8: Beispiele von Bewegungsprädiktionen anhand räumlich-lokaler Graphen.

Topologie auf einen Graphen verwendet werden. Dabei werden mögliche Aufenthaltspunkte eines Fahrzeugs als Knoten in diesem Graph modelliert und die Kanten geben entsprechend die möglichen Übergänge an. Ein Beispiel ist in Abbildung 2.8 gegeben, hierbei wird zwischen ungerichteten und gerichteten Kanten (in der Abbildung dargestellt durch die Pfeilmarkierungen) unterschieden. Fehlende Kanten zwischen den Knoten deuten auf ein Hindernis (Abbildung 2.8(a)) oder auf einen nicht erlaubten Übergang (Abbildung 2.8(b)) hin. Des Weiteren lassen sich die Kanten mit Gewichten versehen, so dass Übergänge mit hohen Gewichten bevorzugt werden.

Eine Vorhersage der Bewegung kann nun durch eine Vorwärtspropagierung der Zuständen in dem Graphen durchgeführt werden. Dabei wird auf der Basis einer bekannten Position der Zustand eines Fahrzeugs im Graphen anhand der Kanten für die nächsten Zeitschritte prädiziert. Da die Bewegung eines Fahrzeugs im Gegensatz zur Darstellung im Graphen kontinuierlich ist, kann die Zugehörigkeit eines Fahrzeugs zu einem Knoten im Graphen auch partiell erfolgen. Die folgend aufgelisteten Veröffentlichungen geben einen Überblick über Methoden dieser graphenbasierte Vorhersage.

Eine Schätzung zukünftiger, menschlicher Bewegungsverläufe ist für Roboter im Haushalt sinnvoll, um den Roboter möglichst konfliktfrei durch den Wohnbereich navigieren zu können. Hier spielen typische Bewegungsmuster des Menschen eine große Rolle, die zur Bewegungsprädiktion verwendet werden können. In der Arbeit von TADOKORO u. a. [1995] wird die häusliche Umgebung als ein diskretes Gitter modelliert, wobei jede Gitterzelle den Zustand des Roboters oder Menschen mit zugehöriger Auftrittswahrscheinlichkeit oder ein Hindernis aufnehmen kann (siehe Abbildung 2.8(a)). Heuristisch bestimmte Übergangswahrscheinlichkeiten modellieren dabei die zukünftige Bewegung eines Menschen, z. B. dass Menschen mit höherer Wahrscheinlichkeit dazu tendieren entlang von Gängen zu gehen, bei Kreuzungen

die Richtung zu wechseln oder bei Türeingängen die Geschwindigkeit zu reduzieren. Für den Roboter wird dann entsprechend ein Pfad zu dem gewünschten Ziel mittels eines *Genetischen Algorithmus* [MITCHELL, 1996] gefunden, der hohe Auftrittswahrscheinlichkeiten von prädizierten menschlichen Bewegungen vermeidet und gleichzeitig effizient zum Ziel gelangt.

Eine Prädiktion der Bewegungen von Straßenverkehrsteilnehmern auf einer gröberen Skalierung führen MORZY [2006, 2007] durch: Anstatt die genaue Bewegung lokal für die nächsten Sekunden zu analysieren, werden Bewegungsmuster in Form von Trajektorien über die Zeit anhand eines Stadtplans gesammelt. Als Sensoren kommen Mobiltelefone, PDAs oder GPS-Empfänger zum Einsatz. Über den Stadtplan wird ein diskretes Gitter mit fester Auflösung gelegt und typische Bewegungsverläufe mit Hilfe des Apriori-Algorithmus [AGRAWAL und SRIKANT, 1994] aus dem Bereich des Datamining identifiziert: Aus den aufgezeichneten Bewegungsmustern werden atomare Übergänge von Gitterzelle zu Gitterzelle extrahiert und iterativ wieder zu größeren Ketten zusammengesetzt. Ein Vergleich mit Schwellwerten für die Auftrittswahrscheinlichkeit und Konfidenz erlaubt eine Filterung relevanter Bewegungsmuster. Durch eine Zuweisung einer aufgezeichneten Trajektorie zur Laufzeit zu einem extrahierten Prototypen resultiert in eine Vorhersage für die Objektbewegung in dem Straßennetz.

In eine thematisch-ähnliche Kerbe wie MORZY schlagen auch KIM u. a. [2007]: Allerdings wird hier kein Gitter über die Straßentopologie gelegt, sondern die Bewegungsmuster als gespeicherte Menge von Segmentabschnitten der Straßenkarte in einer Datenbank abgelegt. Motiviert ist hier eine Bewegungsprädikation anhand der Topologie durch eine Anwendung im Transportwesen, wo von einem Kunden aufgebene Güter dynamisch einem Transportfahrzeug durch die Betrachtung des zukünftig gefahrenen Weges zugeordnet werden können. Das System identifiziert Gruppen von möglichen Bewegungsmustern aus der Datenbank, bewertet diese mit der gefahrenen Historie eines Fahrzeugs anhand eines Ähnlichkeitsmaßes und ordnet die wahrscheinlichsten Prototypen dem Fahrzeug zur Bewegungsprädiktion zu.

**Wertung:** Die Verwendung räumlich-lokaler Graphen für die Bewegungsprädiktion beschränkt sich auf statische Umgebungen und kann daher nach dem derzeitigen Stand der Literatur nicht auf bisher nicht beobachtete Szenarien angewendet werden. Eine metrisch genaue Vorhersage können diese Verfahren ebenfalls nicht leisten.

### 2.4.5 Zeitreihenanalyse

Die Zeitreihenanalyse (engl.: time series analysis) umfasst statistische Methoden zur Untersuchung von Reihen skalarer Werte, die an verschiedene Zeitpunkten aufgezeichnet wurden. Die klassische Stochastik geht häufig von der Annahme statistisch unabhängiger und gleichverteilter Ereignisse aus; durch die hohe Korrelation zeitlich aufeinanderfolgender Ereignisse ist sie somit nicht uneingeschränkt verwendbar [SHUMWAY und STOFFER, 2006, Kap. 1]. Die Zeitreihenanalyse kann überall dort genutzt werden, wo Datenreihen aufgezeichnet werden, zum Beispiel im Bereich der

Wirtschaftswissenschaften, Sozialwissenschaften, Medizin, Physik oder Datamining. Ein Teil der Zeitreihenanalyse behandelt die Vorhersage des nächsten Zeitschritts einer Zeitreihe anhand einer observierten Reihe von Messdaten. In den folgenden Abschnitten werden die wichtigsten Prädiktionsmethoden beschrieben; für einen allgemeineren Überblick sei auf SHUMWAY und STOFFER [2006], FALK [2011] und SCHELTER u. a. [2006] verwiesen.

Das bekannteste ist das sogenannte *autoregressive process model* der Ordnung  $p$ , geschrieben als  $AR(p)$ . Es prädiziert den Wert einer Variable  $s_t$  für einen Zeitschritt  $t$  durch eine Linearkombination der letzten  $p$  Zeitschritte  $s_{t-1} + \dots + s_{t-p}$  [FALK, 2011, Abschn. 2.2]:

$$s_t = a_1 s_{t-1} + \dots + a_p s_{t-p} + \varepsilon_t, \quad t \in \mathbb{Z}. \quad (2.11)$$

Die Parameter  $a_1, \dots, a_p \in \mathbb{R}$  gewichten die zeitlich vorhergehenden Zustände, während  $\varepsilon_t$  einen Zufallsanteil repräsentiert durch weißes Rauschen darstellt. Ohne den Zufallsanteil  $\varepsilon_t$  ist ein  $AR(p)$ -Prozess eine Regression über die letzten  $p$  Zeitschritte.

Eine Erweiterung des  $AR(p)$ -Modells ist das sogenannte *autoregressive moving average process model* der Ordnung  $p, q$ , abgekürzt als  $ARMA(p, q)$  [BOX und JENKINS, 1990]. Es erweitert das  $AR(p)$ -Modell um eine mögliche Einflussnahme vorangehender Zufallsvariablen  $\varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_{t-p}$  auf den aktuellen Zustand durch eine Linearkombination mit den Parametern  $b_1, \dots, b_p \in \mathbb{R}$  [FALK, 2011, Abschn. 2.2]:

$$s_t = a_1 s_{t-1} + \dots + a_p s_{t-p} + \varepsilon_t + b_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + b_q \varepsilon_{t-q}. \quad (2.12)$$

Eine Erweiterung zum  $ARMA(p, q)$ -Modell ist das sogenannte  $ARIMA(p, q)$ -Modell, bei dem Differenzen der zeitlichen Variablen betrachtet werden. Während es für das  $AR(p)$ -Modell eine geschlossene Lösung für die Wahl der Parameter gibt, so ist das für das  $ARMA(p, q)$ -Modell und seine Derivate nicht möglich. Allerdings existieren eine Reihe von Standardmethoden, die häufig als rekursive Prozeduren definiert sind [WEIGEND und GERSHENFELD, 1993, Abschn. 3.1.2].

Einen anderen Ansatz zur Vorhersage einer Zeitreihe wählen ENGSTER und PARLITZ [2006], bezeichnet als *local modeling*. Dieses Verfahren konstruiert einen „Verlaufsvektor“  $\mathbf{s}_t$  (engl.: delay vector) für einen Zeitschritt  $t$  aus einer Zeitreihe  $p$  skalarer Werte  $s_t, \dots, s_{t-p-1}$

$$\mathbf{s}_t = [s_t, \dots, s_{t-p-1}]^\top, \quad (2.13)$$

um aus einer Datenmenge  $\Omega = \{(\mathbf{s}_t, s_{t+1})\}_{t=1 \dots N}$  bestehend aus  $N$  Tupeln von Historie und prädiziertem Zeitschritt ein Prädiktionsmodell zu schätzen. Anstatt einer globalen Funktion, d. h. optimiert über alle Datenpunkte, verwendet das Modell für eine Anfrage  $\mathbf{s}_t$  die  $k$  nächsten Nachbarn  $\mathbf{s}_{nn_1}, \dots, \mathbf{s}_{nn_k} \in \Omega$ , um eine Schätzung  $\hat{s}_{t+1}$  zu bestimmen. ENGSTER und PARLITZ [2006] konstruieren ein Polynom  $m$ -ter Ordnung in jede Nachbarschaft und bilden aus einer von der Distanz zur Anfrage abhängigen Gewichtung entweder ein gewichtetes Mittel ( $m = 0$ ) oder ein lokal-lineares Modell ( $m = 1$ ). Interessant ist die Verwendung globaler Fehlermaße, die nicht nur den Fehler  $\|\hat{s}_{t+1} - s_{t+1}\|$  für den nächsten Zeitschritt, sondern auch eine längere Prädiktion mit iterativer Anwendung des Verfahrens für mehrere Zeitschritte voraus berücksichtigt. Dieses Fehlermaß erlaubt eine bessere Wahl der Modellparameter, die nicht analytisch bestimmt werden können, wie zum Beispiel die Anzahl der Nachbarn  $k$  oder der Grad des Polynoms  $m$ .

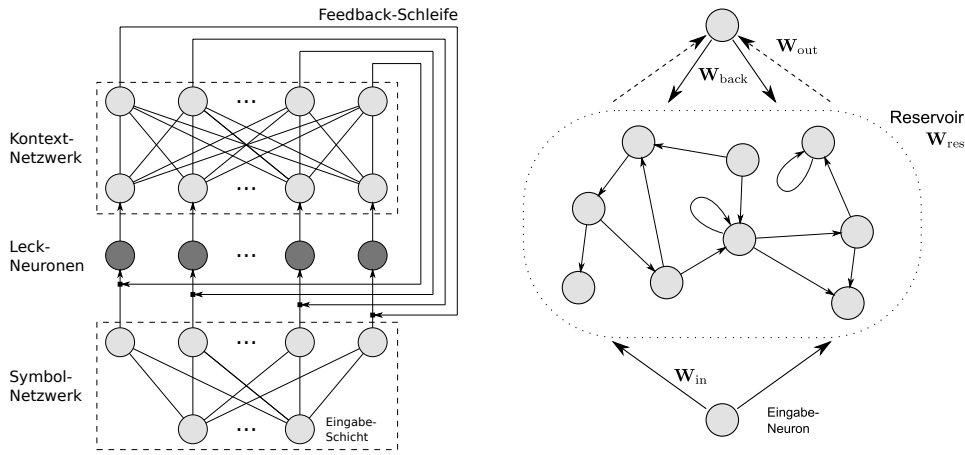
ENGSTER und PARLITZ [2006] vergleichen das vorgestellte Verfahren mit einer Methode von GERSHENFELD u. a. [1999], dem sogenannten *cluster weighted modeling*. Hier wird die Methode der Gaussian Mixture Models (GMM, siehe BISHOP [2006, Kap. 9]) um ein Schätzung des Erwartungswertes  $\hat{s}_{t+1} = \mathbb{E}[p(s_{t+1}|\mathbf{s}_t)]$  erweitert. Die Wahrscheinlichkeitsverteilungen sind multivariate Gaußverteilungen, deren Mittelwerte und Varianzen durch einen EM-Algorithmus anhand der Datenmenge  $\Omega$  geschätzt werden.

**Wertung:** Für die Methoden der Zeitreihenanalyse gibt es bisher keine Anwendungen zur Bewegungsprädiktion von Objekten, abgesehen von physikalischen Beschreibungen wie etwa Planetenbewegungen. Die bisher vorgestellten Methoden sind auf die Analyse skalarer Zeitreihen beschränkt; eine Erhöhung der Dimensionen wie es zum Beispiel für Fahrzeugbewegungen notwendig ist, führt zu einer kombinatorischen Explosion der theoretischen Grundlage: Die den AR( $p$ )- und ARMA( $p, q$ )-Modellen zugrundeliegende Autokorrelation wird mathematisch nicht mehr handhabbar und bei den *local models* und dem *cluster weighted modeling* erhöhen sich stark die Anzahl der Dimensionen der Eingabevektoren. Beides vervielfacht nichtlinear die Anzahl notwendiger Parameter und damit erhöht sich die Wahrscheinlichkeit, in ungünstigen, lokalen Minima während der Optimierungsphase zu gelangen.

## 2.4.6 Temporale Neuronale Netze

In der Informatik sind die künstlichen neuronalen Netze informationsverarbeitende Graphen, die aus einer großen Anzahl einfacher Einheiten, den Neuronen, bestehen [ZELL, 1997]. Sie haben biologische, vernetzte neuronale Zellen zum Vorbild (Perzeptron: MCCULLOCH und PITTS [1943]; ROSENBLATT [1958]), welche durch den massiven parallelen Einsatz ein leistungsfähiges System bilden. Ein neuronales Netz ist eine starke Abstraktion seines biologischen Vorbilds und besteht aus in Schichten angeordneten Neuronen als Basisfunktionen, d. h. Knoten in dem Netz. Die Übergänge zwischen den Knoten sind die Gewichte und bilden die Parameter des Netzes, welche selbstständig anhand von annotierten Beispielen gelernt werden. Für einen detaillierten Überblick sei auf BISHOP [1995] und ZELL [1997] verwiesen.

Die Anwendung neuronaler Netze für die Vorhersage von Objektbewegungen verlangt nach einem zeitlichen Aspekt in der Netzstruktur, da die Bewegungen von Objekten im Straßenverkehr ebenfalls kontinuierlich verläuft. Präsentiert man einem neuronalen Netz für jeden Zeitschritt die Eingabe der Objektbeschreibung, Position, etc., als Muster, so ist nicht nur das Muster selbst wichtig, sondern auch seine Position in der gesamten Sequenz [ZELL, 1997, S. 137]. Die häufigste topologische Ausprägung des neuronalen Netzes ist das sogenannte Feedforward-Netzwerk. Der Informationsfluss einer Eingabe richtet sich streng vom Anfang bis zur Ausgabe des Netzes. Zur Verarbeitung zeitlich-aufeinanderfolgender Signale werden entweder spezielle Leck-Neuronen (engl.: leaky neurons, REISS und TAYLOR [1991]) in das Netz eingefügt oder die Ausgabe des Netzes wieder in die vorangegangenen Schichten zurückgeführt (rekurrente Netze). Beide Varianten werden im Folgenden für die Bewegungsprädiktion kurz vorgestellt.



(a) Netz mit Leck-Neuronen und Feedback-Schleife nach JOHNSON und HOGG [1996]; SUMPTER und BULPITT [2000].

(b) Echo-State-Netzwerk nach HELLBACH u. a. [2008]. Für das Training werden nur die  $W_{out}$ -Gewichte adaptiert.

Abbildung 2.9: Beispiele rekurrenter neuronaler Netze für die Bewegungsprädiktion.

In JOHNSON und HOGG [1996] verwenden die Leck-Neuronen für die Repräsentation zeitlicher Bewegungsmuster von Fußgängern in Szenen mit einer statischen Kamera, z. B. auf einen Parkplatz ausgerichtet. Ein Bewegungsdetektor verfolgt die Personen in der Szene über einen längeren Zeitraum. Eine Vektorquantisierung durch ein neuronales Netz approximiert die Verteilung dieser Objekttrajektorien. In Abbildung 2.9(a) entspricht dies dem Symbolnetzwerk. Die Eingabe des Netzes ist ein vierdimensionaler Vektor aus zweidimensionaler Position und der relativen Verschiebung zum nächsten Zeitschritt. Die Anzahl der Ausgabeknoten des Symbolnetzes beträgt 1000 Stück und an jeden Knoten wird ein Leck-Neuron angehängt (Leck-Neuronen-Schicht in Abbildung 2.9(a)). Jedes Leck-Neuron gibt das Maximum seiner Eingabe der letzten Zeitschritte verbunden mit einem exponentiellen Abklingterm an die folgende Schicht weiter [REISS und TAYLOR, 1991]. Somit erhält jedes Ausgabeneuron des Symbolnetzes in Verbindung mit einem Leck-Neuron ein gewisses Moment, welche in Kombination mit anderen Neuronen eine Trajektorie nachbildet. Das nachgeschaltete Kontext-Netzwerk verknüpft diese zeitliche Information mit symbolischer Information; für die Prädiktion schlagen JOHNSON und HOGG eine Verknüpfung der Ausgabeneuronen des Kontext-Netzes mit Trajektorien vor, anhand derer wieder die zukünftige Bewegung geschätzt wird.

Die Arbeit von SUMPTER und BULPITT [2000] ist eine Erweiterung des neuronalen Netzes von JOHNSON und HOGG [1996] um eine rekurrente Komponente. Die Aufgabe dieses Netzes ist, die Bewegungen einer Herde von Tieren, z. B. Schafen oder Gänsen, vorherzusagen (vgl. VAUGHAN u. a. [1997]). Die Bewegungsprädiktion wird dazu verwendet die Herde durch einen Roboter zielgerichtet an einen bestimmten Punkt innerhalb einer festen Umgebung zu dirigieren. Die Struktur ist in Abbildung 2.9(a) dargestellt. Die Eingabe des neuronalen Netzes ist ein Merkmalsvektor aus Position der Herde, Position des Roboters, die Änderung der Position der Herde und die Form-Parameter, die den Rand der Herde in einem Kamera-



bild durch B-Splines präsentieren. Das Symbol-Netz verwendet 500 Ausgabeknoten für die Vektorquantisierung. Durch die nachgeschaltete Leck-Neuronen-Schicht wird auch hier wieder die Trajektorie der Merkmalsvektoren in dem Netz nachgebildet. Der Abklingterm ist so modelliert, dass die Leck-Neuronen ca. zwei Sekunden der observierten Historie speichern. In der dritten Schicht wird die Verbindung zwischen diesen zeitlichen Aktivierungen hergestellt, dem sogenannten Kontext-Netzwerk. Es wird kompetitiv so trainiert, dass es immer den nächsten Zeitschritt prädiziert. Eine besondere Eigenschaft des neuronalen Netzes ist der mögliche Umgang mit partiellen Eingangsdaten: Wird nur die Position des Roboters präsentiert, kann das Netz die übrige Eingabe schätzen. Dies ist für die Prädiktion von Vorteil, da dem trainierten Netz eine Planung des Roboterpfades präsentiert werden kann und das Netz die zukünftige Position der Herde schätzt. Für eine Bewegungsprädiktion mehrerer Zeitschritte der Herdenbewegung wird die Ausgabe des Kontext-Netzes wieder in die Eingabe der Leck-Neuronen-Schicht gegeben. Aus der Verknüpfung der zeitlichen Ausgaben des Kontext-Netzes erhält man so eine Prädiktion der Bewegung. Die Prädiktionsleistung der Herdenposition wird für einen Zeithorizont von drei Sekunden voraus im Mittel bei einem Meter angegeben.

Ein Echo-State-Netzwerk (ESN) verwenden HELLBACH u. a. [2008] für die Bewegungsprädiktion von Personen. Dieses neuronale Netz wurde für das Lernen sich wiederholender Signale konstruiert; der Aufbau weicht allerdings stark von der Architektur üblicher neuronaler Netze ab. Eine schematische Übersicht ist in Abbildung 2.9(b) gezeigt. Die Eingabe des Netzes wird in ein Reservoir propagiert, welches eine Menge von Neuronen mit einer geringen Anzahl von Verknüpfungen darstellt. Diese Spärlichkeit in der Anzahl der Verknüpfungen wird in der Regel mit bis zu 20 % gegenüber einem vollvernetzten Reservoir angegeben. Das Netz ist in der Hinsicht rekurrent, dass die Ausgabe des ESN wieder in das Reservoir zurückgegeben wird. Während des Trainings werden nur die Ausgabegewichte  $\mathbf{W}_{\text{out}}$  angepasst, die übrigen Gewichtsmatrizen  $\mathbf{W}_{\text{in}}$ ,  $\mathbf{W}_{\text{res}}$  und  $\mathbf{W}_{\text{back}}$  werden bei der Initialisierung des Netzes nach bestimmten Kriterien mit zufälligen Werten belegt. Im Gegensatz zu den allgemeinen neuronalen Netzen entfällt somit beim Training die adaptive Anpassung der Gewichte und wird beim ESN durch eine direkte Bestimmung der  $\mathbf{W}_{\text{out}}$  im Least-Squares-Sinne ersetzt.

HELLBACH u. a. [2008] verwenden ein ESN für die Bewegungsvorhersage räumlicher Positionen von Körperteilen, z. B. der Hand. Bei sich gehenden oder laufenden Personen beinhaltet das Bewegungssignal neben der Verschiebung eine oszillierende Komponente wie bei dem Hin- und Herschwingen eines Arms. Die Autoren vergleichen die Prädiktion des ESN mit Methoden der Zeitreihenanalyse (siehe Abschnitt 2.4.5), insbesondere mit den *Autoregressive Models*, dem *Local Modeling* und dem *Cluster Weighted Modeling*. Das Ergebnis der Veröffentlichung ist, dass das ESN generell die gleiche Prädiktionsleistung wie das *Local Modeling* besitzt mit ähnlichen Geschwindigkeitsvorteilen in der Berechnung wie die *Autoregressive Models* und somit in beiden Kategorien mit aktuellen Verfahren mithalten kann. Aus dieser Kombination ergibt sich nach der Argumentation der Autoren einen Vorteil für die Verwendung eines ESNs.

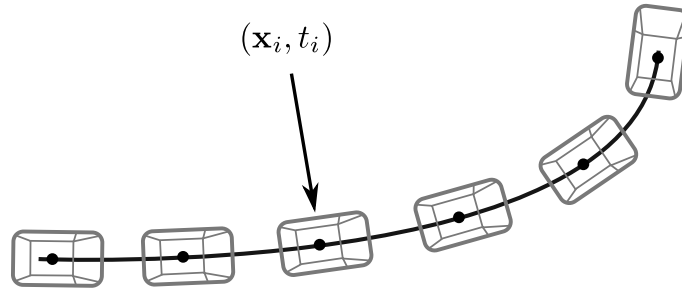


Abbildung 2.10: Trajektorie eines Fahrzeugs aus der Vogelperspektive mit einzelnen Fahrzeugzuständen  $\mathbf{x}_i$  und Zeitstempel  $t_i$ .

**Wertung:** Ein rekurrentes neuronales Netz ermöglicht eine Bewegungsprädiktion durch eine iterative Propagierung der Ausgabe wieder zur Eingabe des Netzes. Insbesondere die Anwendung spezieller Leck-Neuronen erlaubt dem Netz die Speicherung der Bewegungshistorie eines Objekts. Im Vergleich dazu ist ein Echo-State-Netzwerk auf die Verarbeitung oszillierender Signale spezialisiert. In den Bewegungsmustern von Fahrzeugen tritt dieser oszillierende Anteil nicht auf.

### 2.4.7 Trajektorienbasierte Verfahren

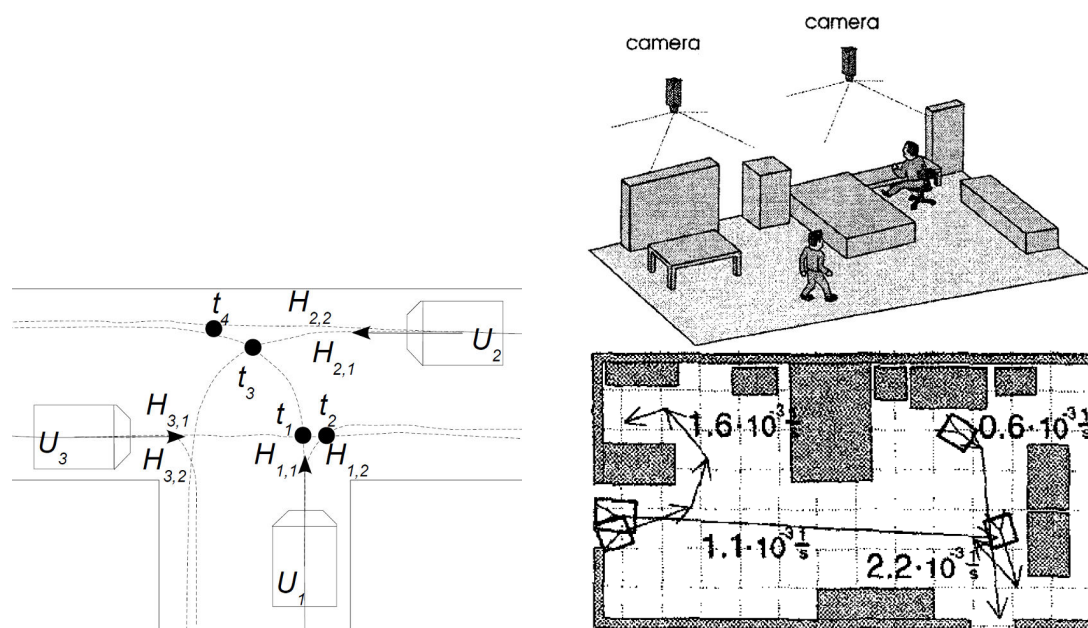
Eine Trajektorie ist definiert als ein diskret abgetastetes, kinematisches Profil eines Fahrzeugsmanövers [CHAN, 1995]. Somit stellt eine Trajektorie  $T$  eine geordnete Liste von Tupeln zu jedem Zeitschritt  $i = 1 \dots N$  dar, welche den vektoriellen Zustand eines Fahrzeugs  $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^D$  der Dimension  $D$  und einen Zeitstempel  $t_i \in \mathbb{N}$  beinhalten:

$$T = \{(\mathbf{x}_1, t_1), (\mathbf{x}_2, t_2), \dots, (\mathbf{x}_N, t_N)\}. \quad (2.14)$$

In der Literatur besteht der Fahrzeugzustand  $\mathbf{x}_i$  meist aus der zweidimensionalen Position des Fahrzeugs, d. h.  $\mathbf{x}_i = [x, y]^\top$  (siehe Abbildung 2.10). Zwar lassen sich die Geschwindigkeit, Orientierung und weitere kinematische Merkmale aus den numerischen Ableitungen dieser Trajektorien bestimmen, aber diese Merkmale können auch direkt in den Fahrzeugzustand aus den Sensoren integriert werden, um numerische Fehler zu vermeiden.

Eine Menge von Trajektorien bildet gespeicherte Menge von Bewegungsmustern. Diese kann durch ein geeignetes Modell generalisiert oder in ihrer Rohform zur Prädiktion verwendet werden. Für ein observiertes Muster wird nun für die Vorhersage nach möglichst ähnlichen Bewegungsmustern in der Trajektorien-Menge gesucht. Da die Trajektorien auch die zukünftige Bewegungen speichern, kann somit auf den zukünftigen Bewegungsverlauf der observierten Bewegung geschlossen werden. In den folgenden Abschnitten werden Verfahren aus der Literatur exemplarisch vorgestellt, in welchen die Verwendung Trajektorien einen Großteil der Methode bestimmt.

SAUNIER u. a. [2007] verwenden direkt Trajektorien zur Bewegungsprädiktion und stellen eine probabilistische Kollisionsprädiktion für Kreuzungen vor. Eine Kamera



(a) Prädiktion von Fahrzeugbewegungen an Kreuzungen. Quelle: SAUNIER u. a. [2010]

(b) Prädiktion von Personenbewegungen in häuslichen Umgebungen. Quelle: KRUSE u. a. [1997]

Abbildung 2.11: Beispiele für die Bewegungsprädiktion mittels Trajektorien.

observiert aus der Vogelperspektive eine Kreuzung und nimmt die Fahrzeugbewegungen auf, welche über einen Merkmals-Tracker in den Kamerabildern verfolgt werden. Die daraus resultierenden Trajektorien beinhalten die Fahrzeugposition und den entsprechenden Zeitstempel. Aus der Trajektorienmenge werden kurze Teilstücke eliminiert, falls diese in längeren Trajektorienstücken mittels eines Trajektorien-Distanzmaßes gefunden (LCSS, vgl. VLACHOS u. a. [2005]) werden. Die resultierende Hypothesenmenge dient im weiteren Verlauf als Referenzmenge zur Prädiktion der Fahrzeugbewegungen. Dazu bestimmt das System anhand einer observierten Trajektorie eines Fahrzeugs die ähnlichste Referenztrajektorie. Der zukünftige Bewegungsverlauf wird dann durch einen Lookup auf dieser Referenztrajektorie ermittelt. Eine Kollisionswahrscheinlichkeit wird immer paarweise für zwei Fahrzeuge bestimmt, indem die prädizierten Bewegungsverläufe auf eine zukünftige Kollision überprüft und durch eine Normalverteilung abhängig von der menschlichen Reaktionszeit probabilistisch gewichtet werden (siehe Abbildung 2.11(a)). Überschreitet diese Kollisionswahrscheinlichkeit einen manuell bestimmten Schwellwert, so wird an den Fahrer eine Warnung ausgegeben. SAUNIER u. a. [2010] erweitern dieses Konzept auf eine verbesserte statistische Überprüfung anhand des Ortes der Kreuzung. Es zeigt sich, dass besonders beim Linksabbiegen eine erhöhte Kollisionswahrscheinlichkeit auftritt. Außerdem können nun statistische Profile für jede Kreuzung angelegt werden.

Einen ähnlichen Ansatz wie SAUNIER u. a. [2007] verfolgen KRUSE u. a. [1997] mit sogenannten *stochastischen Trajektorien* zur Schätzung zukünftiger Bewegungsverläufe von Personen innerhalb einer häuslichen Umgebung (siehe Abbildung 2.11(b)). Mehrere an der Zimmerdecke montierte Kameras mit überlappenden Sichtfeldern observieren die Szene von verschiedenen Blickwinkeln aus und verfolgen die Perso-

nenbewegungen durch eine Kombination aus Differenzbildanalyse und Konturverfolgung in den Bildern. Eine so über die Zeit aufgenommene Trajektorienmenge wird dann zu einer Untermenge sogenannter stochastischer Trajektorien reduziert, indem ähnliche Trajektorien über ein Distanzmaß verglichen werden. Das Distanzmaß bewertet den Grad der Überlappung zweier Trajektorien. Die stochastische Komponente ist die Auftrittswahrscheinlichkeit einer Trajektorie in der observierten Menge. Für die Bewegungsvorhersage von Personen wird eine aufgenommene Trajektorie einer Person mit der Referenzmenge verglichen. Durch die Zuordnung der ähnlichsten Trajektorien kann über die Auftrittswahrscheinlichkeit eine Abschätzung über den zukünftigen Bewegungsverlauf von Personen abgegeben werden. Diese Information wird zur Roboternavigation verwendet, bei der ein Roboter möglichst ohne Störung des Bewegungsverlaufs durch die Umgebung fährt.

Ein ähnliches Szenario wie KRUSE u. a. [1997] verwenden BENNEWITZ u. a. [2005] für die Navigation von Robotern in Haushalten, Büroumgebungen und Fluren. Allerdings wird in dieser Veröffentlichung die Trajektorien-Referenzmenge durch eine gewichtete Summe von Normalverteilungen approximiert, welche durch einen Expectation-Maximisation-Algorithmus (EM) bestimmt sind. Ein Hidden-Markov-Modell (HMM) ordnet eine observierte Trajektorie eines Menschen einer Serie von Normalverteilungen in probabilistischer Weise zu, so dass eine Prädiktion der Bewegung über eine Bestimmung der Aufenthaltswahrscheinlichkeit für die nächsten Zeitschritte ermöglicht wird.

Eine aufgezeichnete Menge von Objektbewegungen in Form von Trajektorien enthält viele redundante Informationen, d. h. viele Bewegungsmuster haben eine so große Übereinstimmung, dass sie als gleichwertig gelten oder ein Muster in dem anderen Muster bereits enthalten ist. In der Literatur wird deshalb häufig ein Clusterverfahren eingesetzt, um die aussagekräftigsten Trajektorien-Prototypen zu ermitteln, welche möglichst gut die Gesamtmenge repräsentieren. Dies verlangt zum einen nach einem geeigneten Verfahren zur Gruppierung und Bestimmung dieser Prototypen und zum anderen nach einem Distanzmaß für Trajektorien. Während die Clusterverfahren in der Literatur hinreichend gut erforscht sind (siehe dazu ANDERBERG [1973] und XU und WUNSCH [2005]), existiert für ein Trajektorien-Distanzmaß kein etablierter Standard. Daher wird in den folgenden veröffentlichten clusterbasierten Verfahren neben der Prädiktionsleistung auch auf das Distanzmaß eingegangen.

Eine Bahnplanung in dynamischen Umgebungen mittels gelernter Bewegungen stellen LARGE u. a. [2004] vor (vgl. auch VASQUEZ u. a. [2004]). Anwendungsbeispiele werden anhand einer Fußgängererkennung und Überwachung des Verkehrsflusses an Abzweigungen gezeigt. Eine ortsfeste Kamera verfolgt aus der Vogelperspektive sich bewegende Objekte, z. B. Fußgänger oder Fahrzeuge. In einer Trainingsphase werden Trajektorien aufgezeichnet und mittels eines agglomerativem Clustering-Algorithmus auf Mittelwertstrajektorien und zugehörige Varianzen reduziert. Das vorgestellte Distanzmaß für zwei kontinuierliche Trajektorien  $T_i$  und  $T_j$  über die Zeit  $t$  ist wie folgt definiert:

$$\delta(T_i, T_j) = \left( \frac{1}{\max \{t_i^{(max)}, t_j^{(max)}\}} \int_{t=0}^{\max \{t_i^{(max)}, t_j^{(max)}\}} (T_i(t) - T_j(t))^2 dt \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.15)$$

mit  $T(t) = T(t^{(max)})$  für  $t > t^{(max)}$ .  $t_i^{(max)}$  und  $t_j^{(max)}$  stellen jeweils die zeitliche Dauer der Trajektorien  $T_i$  und  $T_j$  dar. Der Wert  $\delta(T_i, T_j)$  beschreibt somit die mittlere euklidische Distanz zwischen zwei Trajektorien. In der Umsetzung wird das Integral durch eine Summe über die diskreten Trajektorienpunkte ersetzt. Aufgrund der Annahme einer statischen Szene liegen die Trajektorien in dem gleichen Teilraum in Weltkoordinaten; somit ist keine Kompensation für die Verschiebung oder Rotation der Trajektorien für einen Vergleich notwendig. Mittels einer Distanztabelle werden die Trajektorienstücke geclustert und für jedes Clusterzentrum  $C_k$  den zeitabhängigen Mittelwert  $\mu_k(t)$  und die (allgemeine) Standardabweichung  $\sigma_k$  aus den jeweiligen  $N_k$  Anhängern  $d_i(t)$ ,  $1 \leq i \leq N_k$ ,  $d_i(t) \in C_k$  bestimmt:

$$\mu_k(t) = \frac{1}{N_k} \sum_{i=1}^{N_k} T_i(t), \quad \sigma_k = \left( \frac{1}{N_k} \sum_{i=1}^{N_k} \delta^2(T_i, \mu_k) \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (2.16)$$

Für den Prädiktionalgorithmus wird eine probabilistische Bewertungsfunktion definiert, welche die Wahrscheinlichkeit der Zuordnung einer gegebenen Teiltrajektorie  $T_p(t)$  zu dem Clusterzentrum  $C_k$  bestimmt:

$$p(T_p | C_k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_k} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{\delta_p(T_p, \mu_k)}{\sigma} \right)^2}. \quad (2.17)$$

Die Bestimmung der Distanz von der Teiltrajektorie  $T_p(t)$  zu einem Clusterzentrum ist eine Modifikation der Distanzfunktion aus Gleichung 2.15:

$$\delta_p(T_p, T_i) = \left( \frac{1}{t_p^{(max)}} \int_{t=0}^{t_p^{(max)}} (T_p(t) - T_i(t))^2 dt \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (2.18)$$

Eine Zuordnung einer beobachteten Trajektorie zu einer gelernten Trajektorie kann nun über eine Wahrscheinlichkeitsschwelle erfolgen, um mehrere Möglichkeiten für ein verfolgtes Objekt zu erhalten. Die Bewegungsplanung eines Roboters erfolgt nun über einen  $A^*$ -Algorithmus (vgl. HART u. a. [1968]), der die Bewegungen der Objekte im Raum berücksichtigt und als Hindernisse betrachtet, die es zu umfahren gilt. Somit soll der übliche Bewegungsablauf von anderen Objekten oder Personen im Raum nicht gestört werden.

Die Detektion atypischer Personen-Bewegungen in Videosequenzen mit statischer Kamera stellen JUNEJO u. a. [2004] vor. Aufgezeichnete Trajektorien werden untereinander mit der Hausdorff-Distanz (siehe Gleichung 2.19, BELOGAY u. a. [1997]) verglichen und durch einen Graph-Cut-Algorithmus geclustert. Die Hausdorff-Distanz  $D(T_i, T_j)$  zwischen zwei Trajektorien  $T_i$  und  $T_j$  ist dabei wie folgt definiert [JUNEJO u. a., 2004]:

$$D(T_i, T_j) = \max \{d(T_i, T_j), d(T_j, T_i)\} \quad \text{mit} \quad d(T_i, T_j) = \max_{a \in T_i} \min_{b \in T_j} \|a - b\| \quad (2.19)$$

Je mehr sich zwei Trajektorien überdecken, desto geringer ist der Hausdorff-Abstand  $D(T_i, T_j)$ . Für jeden Clusterprototypen wird eine mittlere Trajektorie und ein umschließender Schlauch berechnet, welche Mittelwert und Varianz approximieren. Die Zugehörigkeit einer zur Laufzeit aufzeichneten Bewegung wird anhand von drei

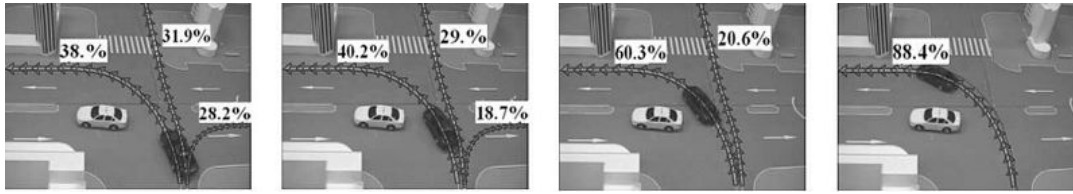


Abbildung 2.12: Multiple Hypothesen für die Bewegungsprädiktion von Fahrzeugbewegungen für verschiedene Zeitschritte. Die Prozentangaben geben die Wahrscheinlichkeit einer Hypothese an. Quelle: HU u. a. [2004a].

Merkmale bestimmt: Die räumliche Distanz, der Unterschied in Geschwindigkeit und Krümmung der Trajektorie.

ANAGNOSTOPOULOS u. a. [2010] interpretieren die Bewegungsprädiktion als ein Klassifikationsproblem und wenden Methoden des maschinellen Lernens zur Gruppierung beobachteter Bewegungsmuster und Zuordnung einer beobachteten Historie zu einem Bewegungs-Prototypen durch einen Klassifikator an. Die Prototypen einer Menge von Trajektorien aufgezeichnet durch die Bewegungen von Benutzern mit Mobiltelefonen in der Stadt wird durch ein kMeans-Clusterverfahren (vgl. ANDERBERG [1973]) gruppiert. Die Anzahl der Clusterzentren ist nicht manuell festgelegt, sondern wird durch ein kompetitives Verfahren aus der Familie der Adaptive Resonance Theory-Algorithmen (ART, GROSSBERG [1987]) bestimmt. Zur Laufzeit wird eine beobachtete Trajektorie zu einem Prototypen durch die Hausdorff-Distanzmetrik zugeordnet und somit eine Prädiktion der Bewegung durch einen Lookup auf dem Prototypen erzielt.

In den Veröffentlichungen von HU u. a. [2004c,a] wird eine Kollisionsdetektion mittels der Prädiktion aufgezeichneter Trajektorien realisiert. Das Szenario besteht aus einer statischen Kamera, die auf eine Verkehrskreuzung aus der Vogelperspektive blickt. Die Arbeit besteht aus zwei Teilen: Zum einen werden aufgenommene Bewegungsmuster durch eine Fuzzy Self-organising Map (FSOM, TSAO u. a. [1994]) geclustert und die Outputneuronen wieder realen Trajektorien zugewiesen. Die so entstandene, reduzierte Menge von Referenztrajektorien wird dann in dem zweiten Schritt zur Vorhersage von Kollisionen und Detektion von abnormalen Verhaltensmustern von Verkehrsteilnehmern verwendet. Hierzu wird für ein beobachtetes Bewegungsmuster eines Fahrzeugs der ähnlichste Teil zu jedem Trajektorien-Prototypen über ein Distanzmaß gefunden, welches sowohl den Abstand der Trajektorienpunkte in der Bildebene als auch den Geschwindigkeitsunterschied zu jedem Trajektorienpunkt berücksichtigt. Des Weiteren wird der Vergleich der Trajektorienpunkte der beobachteten Historie exponentiell abklingend gewichtet, um den Einfluss zeitnaher Observationen auf das Distanzmaß zu stärken. Der Distanzwert normalisiert über die Distanzen zu allen Prototypen ergibt somit eine Zuweisungswahrscheinlichkeit eines Prototypen zu einer beobachteten Trajektorie. Für die Bewegungsprädiktion wird die Auftrittswahrscheinlichkeit für eine Gewichtung des zukünftigen Bewegungsverlaufs verwendet (siehe Abbildung 2.12).

**Wertung:** Trajektorien ermöglichen eine sensorunabhängige Repräsentation von Bewegungsmustern durch die direkte Speicherung der Objektzustände und

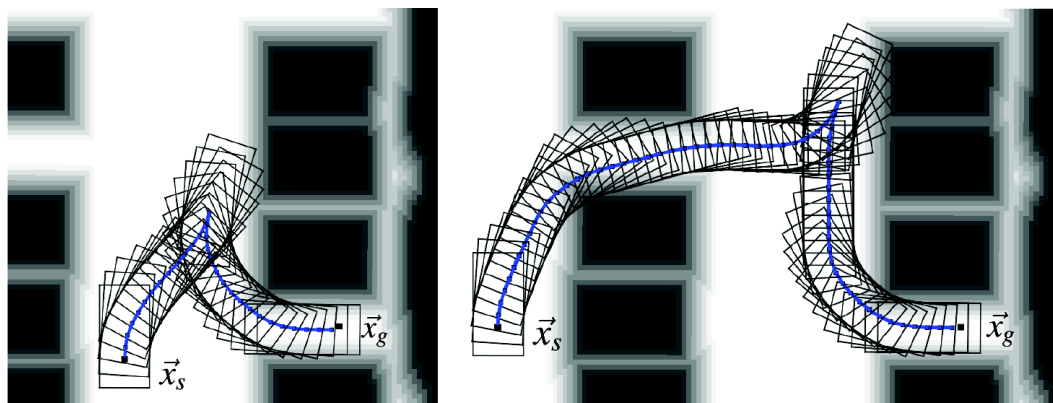


Abbildung 2.13: Beispiel einer Bahnplanung für ein Fahrzeug mit bekannter Start- und Endkonfiguration  $\vec{x}_s$  und  $\vec{x}_g$  auf einem Parkplatz. Quelle: SCHRÖDER u. a. [2008].

bilden die Grundlage vieler lernender Verfahren, die die Parameter von Bewegungsmodellen an eine Menge von Bewegungsmustern anpassen (vgl. Abschnitt 2.4.2, 2.4.5 und 2.4.6). Im Gegensatz zu den konstruierten Bewegungsmodellen zielt die direkte Verwendung der Trajektorien zur Bewegungsvorhersage auf ein implizites Bewegungsmodell, dessen Instanzen durch die Trajektorienmenge genügend repräsentiert ist. In der derzeitigen Literatur werden in der Bewegungsvorhersage für Fahrzeuge immer statische Szenarien genommen, für die viele Trajektorien-Beispiele ( $> 300$ ) bereits bekannt sind. Eine Adaption auf neue, bisher unbekannte Szenarien ist bisher nicht angegeben.

## 2.5 Bahnplanung und Kooperative Gruppen

Die Bahnplanung schätzt für mobiles Objekt, z. B. für Fahrzeuge, Roboter, etc., den Weg unter bestimmten Optimierungskriterien wie Weglänge oder Sicherheit des Objekts. Für einen Überblick sei auf LAVALLE [2006] verwiesen. In der klassischen Bahnplanung müssen folgende Kriterien erfüllt sein:

- Der Start- und Zielpunkt des Objekts ist gegeben, und
- die Umgebung – andere Objekte, topologische Gegebenheiten oder Hindernisse – ist hinreichend sensoruell erfasst.

Für die Anwendung der Bahnplanung in der Bewegungsvorhersage ist insbesondere das erste Kriterium nicht erfüllt, da die Intention eines Fahrers über die Richtung im Allgemeinen nicht im Voraus bekannt ist. Ausnahmen bilden die Verwendung von manuell eingegebener Richtungsinformationen zum Beispiel aus mobilen Navigationssystemen, bei denen der Fahrer im Vorfeld das gewünschte Ziel angibt und ein System zur Bewegungsplanung lokal an jeder Abzweigung die Richtung vorgeben kann. In diesen Fällen kann die Bahnplanung eine Bewegungsprädiktion realisieren, indem angenommen wird, dass die berechnete Bahn einer von einem menschlichen Fahrer ausgeführte Fahrt widerspiegelt.

Ein Beispiel aus der Literatur für den Einsatz der Bahnplanung für Fahrzeuge ist die Veröffentlichung von SCHRÖDER u. a. [2008]. Die Autoren verwenden einen  $A^*$ -Algorithmus [HART u. a., 1968], um in einem durch kinematischen Bewegungsprimitiven aufgespannten Graphen einen optimalen Pfad zu finden. Die Bewegungsprimitiven setzen sich aus Bewegungen mit konstanter Geschwindigkeit und konstanter Krümmung (CT-Modell aus Abschnitt 2.4.1) mit verschiedenen gewählten Parametern zusammen. Das Optimalitätskriterium begünstigt eine kurze Wegstrecke, möglichst wenige Änderungen in dem Krümmungsverlauf, die Vermeidung von Hindernissen in der Umgebung des Fahrzeugs und das Folgen eines Straßenverlaufs. Beispiele sind für das Einparken auf einem Parkplatz (siehe Abbildung 2.13) und das Folgen einer Fahrspur gegeben. Die Einbringung weiterer Aspekte der Fahrdynamik wie Beschleunigung, Stehenbleiben oder Bremsen erhöht die Komplexität des Graphen nichtlinear und dadurch stößt der  $A^*$ -Algorithmus schnell an seine rechen-technischen Grenzen zur Laufzeit. ALTHOFF u. a. [2008] stellen daher eine erweiterte Betrachtung der Fahrdynamik mit Hilfe von „Stochastic Reachable Sets“ vor, allerdings wird hier angenommen, dass der Bahnverlauf bereits bekannt ist. Die Anwendung ist die Kollisionsdetektion für mehrere Fahrzeuge in einer Verkehrssituation, die durch ein diskretes Raster repräsentiert ist. Jede Zelle des Rasters bildet die Aufenthaltswahrscheinlichkeit für ein Fahrzeug ab. Die Bewegungsmodelle berücksichtigen die Interaktion zwischen den Fahrzeugen.

**Wertung:** Für den Einsatz der Bahnplanung in der Bewegungsprädiktion muss das Ziel bereits bekannt sein. Diese Information ist insbesondere bei der Betrachtung anderer Fahrzeuge nicht gegeben und daher kann die Bahnplanung für die Bewegungsprädiktion nicht verwendet werden.

## 2.6 Zusammenfassung

Dieses Kapitel stellt einen Überblick über der Stand der Technik im Bereich der Fahrerassistenzsysteme und Methoden zur Bewegungsprädiktion und Aktionsvorhersage bereit. Das nächste Kapitel baut auf diesem Überblick auf und entwickelt ein Systemkonzept zur Bewegungsvorhersage und Aktionserkennung.



## Entwurf eines Systems zur Bewegungsvorhersage und Aktionserkennung

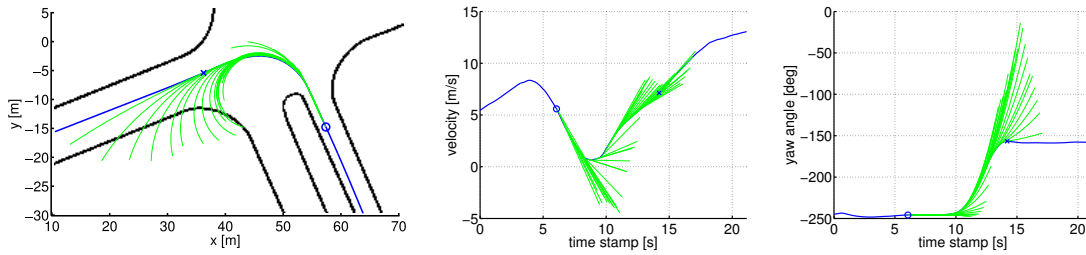
Das vorhergehende Kapitel gab einen Überblick über den Stand der Technik in der Bewegungsvorhersage von Fahrzeugen. Auf Basis dieser Darstellung werden in diesem Kapitel die Überlegungen und Anforderungen an ein System zur Bewegungsprädiktion vorgestellt.

### 3.1 Kritische Analyse der Literaturverfahren

In der Literatur ist das kinematische CTCA-Modell (engl.: constant turn and constant acceleration, vgl. Abschnitt 2.4.1) die am häufigsten verwendete Methode zur Bewegungsprädiktion für Fahrzeuge. Dies lässt sich anhand der Einfachheit dieses Modells erklären, da keine Parameter gelernt werden müssen. Des Weiteren ist dieses Modell für eine Prädiktion mit einem Zeithorizont von unter einer Sekunde ausreichend, da in diesem Bereich menschliche Einflüsse, z. B. die Änderung der Fahrtrichtung, nur geringe Auswirkungen in der endgültigen Position oder Ausrichtung des Fahrzeugs haben. Aufgrund geringer Geschwindigkeiten gilt dies insbesondere für den innerstädtischen Verkehr.

Die Nachteile bei der Verwendung des CTCA-Modells werden in typischen Abbiegesituationen deutlich; beginnt ein Fahrzeug an einer Kreuzung abzubiegen, treten zwei negative Effekte bei der Prädiktion durch das CTCA-Modell auf: Zum einen lässt sich ein „Überstreichen“ der Prädiktionstrajektorie zu Beginn des Einbiegens beobachten (siehe Abbildung 3.1(a)). Bei einem Linksabbieger verweist die Prädiktion somit immer in die Fahrbahn eines entgegenkommenden Fahrzeugs. Der zweite Effekt tritt bei dem Herausfahren aus der Kreuzung auf. Hier übersteuert die Prädiktion den Kurvenradius des Fahrzeugs und verweist somit ebenfalls auf die Fahrbahn eines entgegenkommenden Fahrzeugs oder sogar auf den Bereich außerhalb der Straßenbegrenzungen (siehe Abbildung 3.1(a)). Wird das CTCA-Modell für Zeithorizonte größer als eine Sekunde verwendet, sind somit in einem Fahrerassistenzsystem permanent auftretende Falschalarme die Folge.

Verantwortlich für diese negativen Effekte bei dem CTCA-Modell sind die nichtlinearen Gierwinkel- und Geschwindigkeitsverläufe der Trajektorien (siehe Abbildungen 3.1(b)–(c)). Diese nichtlinearen Verläufe kommen durch den Eingriff des Fahrers



(a) Bewegungsverlauf aus der Vogelperspektive. (schwarz) Umrandung der Straße. (blau) Tatsächlich abgefahrene Fahrzeugtrajektorie. (grün) Prädiktionen des CTCA-Modells für einen Zeithorizont von 3 s, dargestellt für jeden zehnten Zeitschritt. Die Marker geben jeweils den Beginn (Kreis) und Ende (Kreuz) des Abschnitts an, für den das CTCA-Modell angewendet wird.

Abbildung 3.1: Prädiktion des CTCA-Modells an einer Kreuzung für einen Linksabbieger. (blau) Tatsächlich abgefahrene Fahrzeugtrajektorie. (grün) Prädiktionen des CTCA-Modells für einen Zeithorizont von 3 s, dargestellt für jeden zehnten Zeitschritt. Die Marker geben jeweils den Beginn (Kreis) und Ende (Kreuz) des Abschnitts an, für den das CTCA-Modell angewendet wird.

zustande. Somit ist ersichtlich, dass das CTCA-Modell für eine Langzeitprädiktion mit einem Zeithorizont größer als eine Sekunde ungeeignet ist.

Menschlichen Einflüsse oder das sogenannte „Fahrverhalten“ können dagegen über ein lernendes Verfahren mit in die Prädiktion eingebracht werden. In der Literaturübersicht in Kapitel 2 wurden dazu einige Methoden vorgestellt. Die Hidden Markov-Modelle (HMM) beschränken sich aber auf eine diskrete, symbolische Verarbeitung von Verhaltensmustern (siehe Abschnitt 2.4.2). Eine positionsgenaue Abschätzung des zukünftigen Fahrverlaufs eines Fahrzeugs ist damit aber nur über einen zusätzlichen Schritt möglich, der aus den diskreten Zuständen des Abbiegeverhaltens wieder eine Trajektorie generiert. Dazu ist ein erweitertes Kontextwissen in Form einer Straßenkarte oder ähnliches notwendig. Des Weiteren verlangt das Training eines HMM's durch eine hohe Anzahl der internen Parameter eine große Menge von Trainingsdaten für eine ausreichende Konvergenz des Lernverfahrens. Dies ist für die Betrachtung von statischen Szenen durchführbar, wo ein Sensor das Geschehen an einer Kreuzung über einen längeren Zeitraum verfolgen kann, aber im Falle eines sich bewegenden Fahrzeugs ausgestattet mit einem Fahrerassistenzsystem müsste dieselbe Kreuzung sehr oft durchfahren werden, um eine gute Prädiktion durch ein HMM zu gewährleisten. Die Verwendung eines HMM's zur Bewegungsprädiktion ist somit nicht die geeignete Wahl.

Alternativ stehen für die Bewegungsprädiktion Methoden aus dem logik- und graphenbasierten Umfeld zur Verfügung (siehe Abschnitte 2.4.3 und 2.4.4). Diesen Verfahren ist allerdings gemein, dass ihnen eine manuell erstellte Struktur vorgegeben werden muss, deren Parameter wiederum aus Stichproben adaptiert wird. Für eine Anwendung im Bereich der Bewegungsvorhersage sind diese Voraussetzungen nicht erfüllt, da hier das Kosten-Nutzen-Verhältnis durch eine aufwändige Annotation aller Abbiegesituationen zu ungünstig erscheint. Die logik- und graphenbasierten Verfahren erlauben zwar Herleitungen komplizierter Situationen auch mit mehreren Fahrzeugen, allerdings ist die örtliche Auflösung der Prädiktion zu gering, bzw. müsste wieder aus den Regeln und Zuständen hergeleitet werden. In ähnlicher Wei-

se bereiten den Methoden aus der Zeitreihenanalyse (Abschnitt 2.4.5) zur Bewegungsprädiktion die Verwendung höherdimensionaler Bewegungen von Fahrzeugen Schwierigkeiten bei der Erstellung der Bewegungsmodelle, was durch den Nachteil der großen Dimensionalität [BELLMAN, 1961] verursacht wird.

Die in der Literatur dargestellten Anwendungen im Bereich der neuronalen Netze (Abschnitt 2.4.6) und der trajektorienbasierten Verfahren (Abschnitt 2.4.7) zur Bewegungsprädiktion zeigen durchgängig die Merkmale von statischen Szenarien auf, d. h. ein globaler Sensor observiert eine Szene aus der Vogelperspektive, verfolgt Objekte unter der Zuhilfenahme eines Tracking-Verfahrens in den Sensordaten und schätzt anhand dieser Bewegungsmenge (Trajektorienmenge) die Modellparameter für die Bewegungsprädiktion. Diese Menge besitzt häufig mehr als einhundert Elemente, so dass sich verlässliche Statistiken effektiv in Form von Verteilungen extrahieren lassen. Ein gängiges Beispiel aus dem Fahrzeugumfeld ist die Beobachtung einer Kreuzung durch eine Kamera, die hoch über der Szene angebracht ist.

Für ein System zur Vorhersage von Bewegungsmustern von Fahrzeugen in Abbiegesituationen können nicht alle Typen von Kreuzungen im Vorfeld mehrmals durchfahren werden, um eine für die Verfahren aus der Literatur anwendbare Trainingsmenge zu erzeugen. Dies ist nicht möglich, weil der manuelle Aufwand zu groß und damit zu kostenintensiv ist. Daher wird in dieser Dissertationsschrift ein neuartiges Verfahren vorgestellt, das die notwendige Adaptionsfähigkeit für bisher ungesehene Abbiegesituationen zeigt.

## 3.2 Allgemeine Anforderungen

Das Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung und Untersuchung eines Konzepts zur Schätzung unmittelbarer, zukünftiger Bewegungsabläufe von Fahrzeugen im Straßenverkehr. Ein potentiell Prädiktions-System muss eine Reihe von Anforderungen erfüllen und Eigenschaften besitzen, die die Rahmenbedingungen für das System festlegen und die erforderlichen Systemausgaben näher spezifizieren. Diese Kriterien sind die folgende:

1. Die Ausgabe des Systems ist eine Prädiktion unmittelbarer Fahrzeugbewegungen in Abbiegesituationen. Die Prädiktion sollte den vollständigen Bewegungsablauf eines Fahrzeugs zu jedem Zeitpunkt beschreiben können, zum Beispiel in Form einer Trajektorie.
2. Eine Prädiktion sollte zu jedem Zeitpunkt bis hin zu einem vorher definierten Zeithorizont nicht nur die Position des Fahrzeugs, sondern auch höhere Ableitungen wie Geschwindigkeit oder Gierrate zur Verfügung stellen.
3. Die Prädiktionsleistung des Systems mit gegebenem Zeithorizont (siehe Abschnitt 2.1) muss die Marke von einer Sekunde deutlich überschreiten, d. h. über eine ausreichend große Vorhersageleistung verfügen.
4. Das System muss in der Lage sein, Unsicherheiten in Form multipler Hypothesen oder statistischer Varianzen auszudrücken.

5. Ein System zur Bewegungsvorhersage muss die Prädiktionen an bisher ungelernete Szenarien oder Straßenabschnitte adaptieren können. Dazu zählen sowohl die Erkennung von kleinen Unregelmäßigkeiten in dem Bewegungsverlauf durch eine geänderte Fahrweise als auch neue Straßengeometrien.
6. Das System sollte in der Lage sein, zusätzliche Informationen, z. B. in Form von Kontextwissen, mit in die Prädiktion einzubringen, um so die Vorhersage des Fahrverlaufs verlässlicher zu gestalten.
7. Bisher dem System unbekannte Bewegungsverläufe sollten zur Laufzeit integriert werden, um die Prädiktion zu verbessern.
8. Für eine Produktumsetzung des Systems in Serienfahrzeugen sollte das System zur Bewegungsprädiktion den Anforderungen der Echtzeitfähigkeit genügen; dazu zählt zum einen eine geringe kombinatorische Komplexität und zum anderen ein geringe Größe eines dauerhaft gehaltenen Speichers.

Die Kriterien wurden aus folgenden Überlegungen gewählt: Die Kriterien (1) und (2) ermöglichen eine Prädiktion zu jedem Zeitpunkt bis zu einem definierten Zeithorizont. Damit ist instantan eine Abschätzung des möglichen Gefahrenpotentials auch für die Zwischenschritte möglich. Zusätzlich erlauben Informationen über höhere Ableitungen der Position wie die Geschwindigkeit eine bessere Einschätzung der Dynamik einer Bewegung. Bisherige Methoden zur Bewegungsprädiktion – wie das CTCA-Modell – decken die Prädiktion bis zu einem Zeithorizont von einer Sekunde sehr gut ab; ein neues Konzept zur Bewegungsvorhersage muss daher deutlich über diese Leistung gehen (Kriterium 3).

Schätzungen für zukünftige, unmittelbare Bewegungsverläufe sind stark mit Unsicherheiten behaftet. Dies gilt nicht nur für die lokale Unsicherheit im Falle geringer Abweichungen von der tatsächlichen Trajektorie, sondern auch für generelle Fahrmanöver: Bei dem Heranfahren an eine Kreuzung sind verschiedene Fahrtrichtungen möglich, wie die Links-, Rechts- oder Geradeausfahrt. Diese Unsicherheiten muss ein System zur Bewegungsprädiktion abdecken können (Kriterium 4). Gleichzeitig erhöht sich die Unsicherheit der Prädiktion für ein lernendes Verfahren in bisher unbekanntem Abbiegesituationen. Daher wird in Kriterium (5) gefordert, dass die in dieser Arbeit entwickelten Methoden zur Bewegungsprädiktion in der Lage sind sich an neue Gegebenheiten anpassen zu können. Weiter muss das System im Falle einer fehlgeschlagenen Prädiktion in der Lage sein, neue und bisher unbekannte Bewegungsverläufe zu integrieren (Kriterium 7).

Derzeitige Fahrzeuge sind mit einer Reihe von Sensoren ausgestattet, die nicht nur auf sensorischer Ebene die Umgebung erfassen, sondern auch durch mitgeführte Recheneinheiten kontextbezogene Informationen zur Verfügung stellen. Beispiele sind hierfür der Fahrbahnverlauf, der Status vorhandener Ampeln oder die Klassifikation von Verkehrszeichen oder Verkehrsteilnehmern in den Sensordaten. Ein System zur Bewegungsprädiktion sollte nach Kriterium (6) diese Kontextinformationen in die Prädiktion mit einfließen lassen können, um die Qualität der Prädiktion zu verbessern.

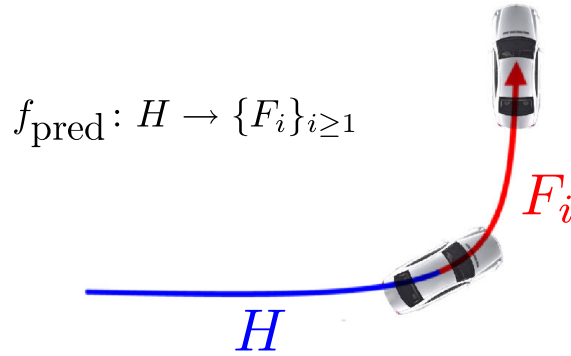


Abbildung 3.2: Darstellung der Prädiktorfunktion  $f_{\text{pred}}$  anhand einer Fahrzeugbewegung für einen Linksabbieger mit observierter Historie  $H$  und zukünftigem Bewegungsverlauf  $F$ .

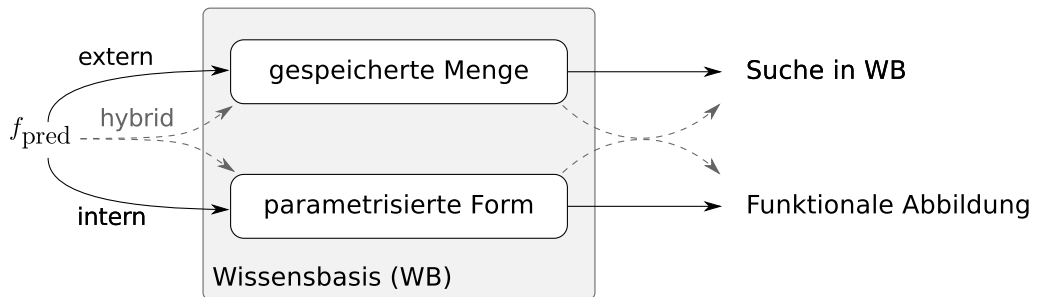


Abbildung 3.3: Realisierung des Prädiktors  $f_{\text{pred}}$  ist definiert durch den Zugriff auf die Wissensbasis (WB).

### 3.3 Konzept zur Bewegungsprädiktion

Die grundlegende Idee für die Entwicklung eines Konzepts zur Bewegungsprädiktion ist der Rückschluss eines observierten Bewegungsverlaufs auf den zukünftigen Bewegungsverlauf eines Fahrzeugs (siehe Abbildung 3.2). Der observierte Verlauf der Fahrzeugbewegung wird im Folgenden als *Historie* oder *Historienverlauf* bezeichnet. Eine aufgezeichnete Menge von Bewegungsmustern mit einem Verweis auf den jeweiligen zukünftigen Bewegungsverlauf dient als Trainingsmenge für ein System zur Bewegungsvorhersage; diese Menge wird im Folgenden auch *Wissensbasis* (WB) genannt. Dieser Ansatz stammt aus dem Gebiet der Mustererkennung, daher kommen viele Methoden aus diesem Bereich zum Einsatz. Ein derartiges System zur Bewegungsprädiktion kann funktional in Form einer Abbildung  $f_{\text{pred}}$  beschrieben werden:

$$f_{\text{pred}}: H \rightarrow \{F_i\}_{i \geq 1}, \quad (3.1)$$

das eine observierte Historie  $H$  zu einer oder mehreren zukünftigen Bewegungsverläufen  $F_i$  abbildet.

In dieser Dissertation werden leistungsfähige Realisierungen für den Prädiktor  $f_{\text{pred}}$  vorgestellt. Generell kann die Ausprägung des Prädiktors anhand seines Zugriffs auf die Wissensbasis spezifiziert werden, wie in Abbildung 3.3 dargestellt. Eine Möglichkeit ist der Zugriff des Prädiktors auf eine extern gespeicherte Menge von Be-

wegungsmustern, in der Abbildung als *extern* hervorgehoben. Der Prädiktor  $f_{\text{pred}}$  ist dann als ein Suchverfahren realisiert, das in der Wissensbasis bei gegebenem Historienabschnitt  $H$  nach ähnlichen Beispielen fahndet, um zukünftige Bewegungen zu erhalten. Die zweite Möglichkeit ist eine Generalisierung der Wissensbasis in Form einer Parameter- oder Variablenmenge direkt für den Prädiktor, hier als *intern* bezeichnet. Dadurch erhält man einen Prädiktor in einer rein funktionalen Beschreibung, wie zum Beispiel der Polynomklassifikator [SCHÜRMAN, 1996]. Die dritte Ausprägung des Prädiktors ist eine Kombination aus sowohl interner als auch externer Anwendung der Wissensbasis zu einem *hybriden* Prädiktor. Dabei werden nach einem definierten Kriterium diejenigen Elemente der Wissensbasis selektiert, die am meisten informationstragend sind, während eine funktionale Kombination dieser Elemente durch die Ermittlung eines Parametersatzes erreicht wird.

Insbesondere die externe und hybride Ausführung des Prädiktors wird in dieser Dissertationsschrift ausführlich vorgestellt, für den internen Fall bestehen in der Literatur ausreichend Verfahren aus dem Bereich der Regression und Mustererkennung.

### 3.4 Voraussetzungen und Annahmen

Für das Konzept zur Bewegungsprädiktion dieser Dissertationsschrift gelten eine Reihe von Voraussetzungen, die sich in zwei Gruppen einteilen lassen: Die erste Gruppe umfasst Voraussetzungen, die sich automatisch oder manuell auf ihre Gültigkeit hin überprüfen oder sich aufgrund von Überlegungen herleiten lassen, während zu der zweiten Gruppe die Annahmen zählen, deren Erfüllung zwar nicht sichergestellt werden, aber mit Hilfe von Indizien bestätigt werden können. Sowohl Voraussetzungen als auch Annahmen bilden den Rahmen, in dem sich die entwickelten Methoden bewegen.

Die folgenden **methodischen Voraussetzungen** gelten in dieser Arbeit:

1. Eine Trajektorie bildet eine geordnete Reihe von Tupeln bestehend aus einem vektoriellen Zustand und einem Zeitstempel. Der vektorielle Zustand bezieht sich dabei immer auf den Objektrepräsentationspunkt. Diese Art der Trajektorien ermöglicht eine hinreichend gute Repräsentation von Bewegungsabläufen.
2. Die Methoden zur Generierung von Trajektorien aus Sensordaten sind verfügbar und bieten eine gute lokale Genauigkeit im Vergleich zur Gesamtbewegung.
3. Dem System zur Bewegungsprädiktion ist bekannt, wenn das Fahrzeug eine Möglichkeit zum Abbiegen hat.

Die *erste Voraussetzung* lässt sich aus den üblichen Sensorgegebenheiten schließen, da derzeitige Sensoren und Tracking-Verfahren iterativ zu einem diskreten Zeitpunkt einen Messwert bzw. eine Objektposition zurückgeben. Zwischen diesen Zeitpunkten erfolgt die Messung und die algorithmische Verarbeitung der Sensordaten. Trajektorien entsprechen dieser Ausgabe und sind somit eine informationserhaltende Form der Repräsentation von Bewegungsmustern. Ein Objektzustand in einer Trajektorie bezieht sich größtenteils im Verkehrsumfeld auf rigide Objekte wie Fahrzeuge oder

er legt den Fokus auf die Position eines Objekts wie zum Beispiel bei Fußgängern. Die Form ändert sich somit nicht über die Zeit oder ist zumindest nicht relevant für die Bewegungsvorhersage. Daher bezieht sich die vektorielle Zustandsrepräsentation eines Objekts immer auf den Objektrepräsentationspunkt. Formparameter wie zum Beispiel die dreidimensionale Ausdehnung eines Fahrzeugs werden als bekannt vorausgesetzt und daher nicht gesondert in die Zustandsrepräsentation mit einbezogen. In speziellen Fällen können aber Formparameter mit in die Zustandsrepräsentation eingebracht werden.

Die *zweite Voraussetzung* behandelt die Verfügbarkeit eines hinreichend guten Trackingverfahrens. Aufgrund der großen Menge verfügbarer Tracking-Algorithmen angewandt auf verschiedene Sensordaten, wie zum Beispiel in THRUN u. a. [2005]; BARROIS u. a. [2009]; BARTH und FRANKE [2008]; LI und JILKOV [2010a,b]; SCHUBERT u. a. [2008] gezeigt, ist dies eine gültige Voraussetzung. Für die *dritte Voraussetzung* erlauben moderne Navigationssysteme durch Positionsinformationen aus digitalen Karten zum einen die Erkennung einer Abbiegemöglichkeit und zum anderen eine grobe Unterscheidung zwischen verschiedenen Kreuzungsgeometrien. Zu diesen Geometrien zählen beispielsweise die Vier-Wege-Kreuzung oder eine T-Kreuzung. Dies ermöglicht eine grobe Vorauswahl möglicher Abbiegemanöver, was eine Vereinfachung für ein System zur Bewegungsprädiktion darstellt.

Die bisher dargestellten Voraussetzungen werden nun um die sogenannten **methodischen Annahmen** ergänzt:

1. Es existiert eine Abbildung  $f_{\text{pred}}$  mit hinreichend kleinem Fehler, die einen beobachteten Bewegungsverlauf (Historie) zu einem zukünftigen Bewegungsverlauf abbildet.
2. Der observierte Bewegungsverlauf enthält den Großteil der Information für eine adäquate Abbildung  $f_{\text{pred}}$ .
3. Eine Menge observierter Bewegungsmuster (Wissensbasis) repräsentiert Bewegungsverläufe, die möglich und sinnvoll in einer Abbiegesituation sind.

Die *erste Annahme* bildet die Grundlage dieser Arbeit. Die bisher dargestellten Verfahren aus der Literatur unterstützen diese Annahme, dass eine solche Abbildung  $f_{\text{pred}}$  durch ein lernendes Verfahren realisiert werden kann. Auch zeigt ein einfacher Selbstversuch bei der Beobachtung von Abbiegeverhalten an Kreuzungen, dass Menschen sehr gut in der Lage sind, die zukünftigen Bewegungsverläufe zu schätzen.

Die *zweite Annahme* ist kritisch zu hinterfragen, da es keine Studien gibt, die den Informationsgehalt von observierten Bewegungsmustern bei Fahrzeugen zur Bewegungsprädiktion untersuchen. Eine Standardverfahren zur Untersuchung linearer Abhängigkeiten zwischen zeitlich versetzten Elementen einer Reihe ist die Darstellung der Autokorrelation aus dem Bereich der Zeitreihenanalyse (vgl. BRONSHTEIN u. a. [2007, Abschnitt 17.2.1.2] und SHUMWAY und STOFFER [2006, Definition 1.3, S. 22]). Die Autokorrelationsfunktion angewandt auf eine Zeitreihe  $x_1, \dots, x_N$ ,

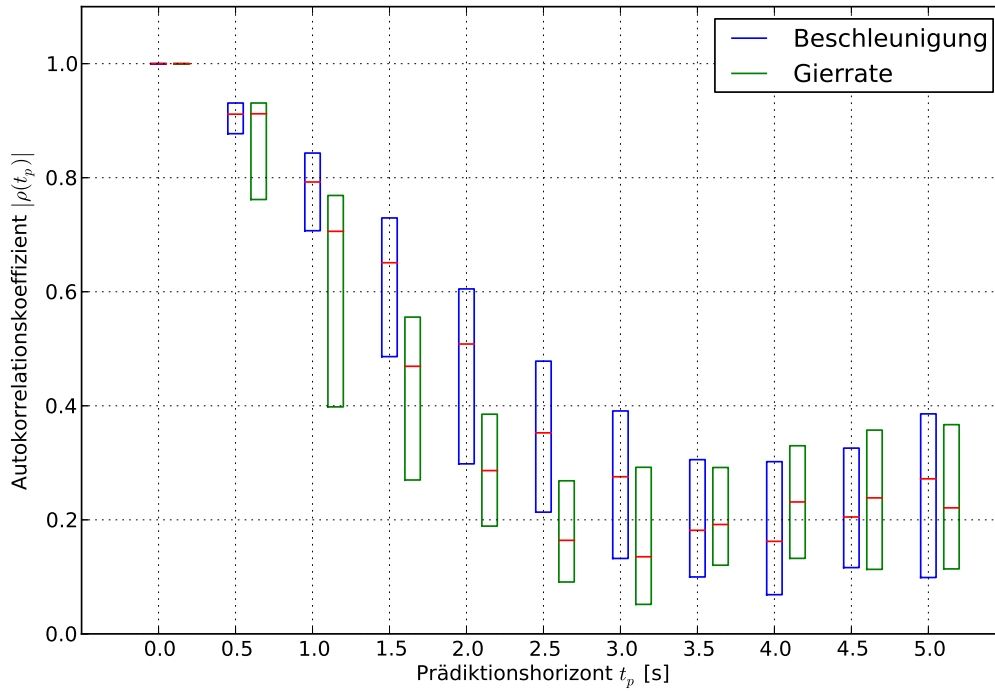


Abbildung 3.4: Paarweise Verteilung des Betrages des Autokorrelationskoeffizienten jeweils der Beschleunigung und Gierrate für Zeithorizonte  $t_p$  von 0 bis 5 Sekunden. Die Boxen geben jeweils den Bereich zwischen dem 25% und 75% Quartil an.

$x_i \in \mathbb{R}$ , definiert den Grad der linearen Abhängigkeit eines Elements  $x_t$  und dessen Prädiktion  $x_{t+t_p}$  für den Zeithorizont von  $t_p$  Zeitschritten wie folgt:

$$\rho_x(t_p) = \frac{\gamma(x_{1\dots(N-t_p)}, x_{(t_p+1)\dots N})}{\sqrt{\gamma(x_{1\dots(N-t_p)}, x_{1\dots(N-t_p)})\gamma(x_{(t_p+1)\dots N}, x_{(t_p+1)\dots N})}} \quad (3.2)$$

mit  $\gamma(s, t) = \mathbb{E}[(s - \mathbb{E}[s])(t - \mathbb{E}[t])]$ .

Die Autokorrelationsfunktion  $\rho(t_p)$  ist für einen Wertebereich  $[-1, 1]$  definiert; Absolutwerte  $\|\rho(t_p)\| < \varepsilon$  um den Nullpunkt zeigen an, dass die Elemente  $x_t$  und  $x_{t+t_p}$  wenig bis überhaupt nicht voneinander linear abhängig sind, während größere Absolutwerte  $\|\rho(t_p)\| \gg \varepsilon$  auf eine große lineare Abhängigkeit schließen lassen.

Der Betrag der Autokorrelationsfunktion  $|\rho(t_p)|$  wurde beispielhaft auf jeweils 54 Trajektorien des DGPS-Datensatzes (siehe Abschnitt 6.1.1) für verschiedene Zeithorizonte  $t_p$  im Bereich  $[0, 5]$  s angewendet, wie in Abbildung 3.4 gezeigt. Da die Funktion nur für skalare Reihen definiert ist, wurden entsprechend dem Ansatz der kinematischen Prädiktion aus jeder Trajektorie jeweils die Beschleunigung und die Gierrate korreliert. Es zeigt sich, dass insbesondere für Zeithorizonte mit geringen Werten (bis zu einer Sekunde) die linearen Anteile der Prädiktion deutlich überwiegen, da für diesen Zeitbereich ein Fahrzeug noch nicht weit von seinem Referenzwert  $x_t$  entfernt ist. Aber gerade in dem relevanten Prädiktionsbereich mit einem Zeithorizont von zwei bis vier Sekunden ist keine signifikante Korrelation mehr erkennbar.

Die beispielhafte Anwendung der Autokorrelationsfunktion ist eine starke Vereinfachung unter der Annahme linearer Abhängigkeiten zwischen dem aktuellen Zustand



$x_t$  und seiner Prädiktion  $x_{t+t_p}$  (wie sie aber bei der kinematischen Prädiktion getroffen wird), zeigt aber deren Anwendbarkeit für geringe Zeithorizonte bis zu einer Sekunde. Durch eine Kombination aus der Betrachtung mehrerer Zeitschritte in der Historie und lernenden Verfahren ist eine deutliche Steigerung der Prädiktionsleistung zu erwarten. Die maximale Prädiktionsleistung basierend auf der Information aus der Bewegungshistorie ist leider nicht direkt bestimmbar, sondern kann nur durch einen vorhandenen Prädiktor gezeigt werden.

Die *dritte Annahme* erscheint regelmäßig im Bereich der Mustererkennung: Es wird angenommen, dass für die erfolgreiche Erkennung das Vorhandensein einer Beispielstichprobe unabdingbar ist, die die zu erkennende Situation in der Realität genau beschreibt. Eine entsprechende Annahme wird hier auch für die Wissensbasis eines Systems zur Bewegungsprädiktion getroffen, aber in abgemilderter Form: Übliche Trainingsmengen in der Mustererkennung beinhalten nicht nur die Merkmalsvektoren, sondern auch die häufig manuell festgelegte Klassenzugehörigkeit (Annotation, Label) des Merkmalsvektors. Für die Trainingsmenge eines Systems zur Bewegungsprädiktion ist dagegen keine manuelle Annotation notwendig, da der zukünftige Bewegungsverlauf eines Objekts zum Zeitpunkt  $t$  aus der gleichen Trajektorie mit den nachfolgenden Zeitschritten  $t + t_p$  ablesbar ist. Somit ist eine nachträgliche Erweiterung der Wissensbasis zur Laufzeit möglich, falls ein bisher nicht bekannter Bewegungsverlauf detektiert wurde. Aber dennoch ist eine breite initiale Menge von Bewegungsmustern notwendig, die durch das Durchfahren möglicher unterschiedlicher Kreuzungsgeometrien erreicht wird.

## 3.5 Bewertung eines Prädiktors

Die Bewertung der Qualität eines Prädiktors im Vergleich zu einer Ground-Truth ist notwendig, um die Güte verschiedener Prädiktionsmethoden zu bestimmen. Analog zu einer Fitnessfunktion aus dem Bereich der Optimierung gibt somit eine derartige Bewertungsmethode die Richtung der Entwicklung eines Prädiktors vor. Liegt der Fokus auf der Bewertung einer groben Bewegungsrichtung, z. B. links, rechts oder geradeaus, wird der Prädiktor eher als Klassifikator oder HMM realisiert werden; liegt der Fokus auf der Positionsgenauigkeit, werden eher Regressionsmodelle als Vorlage für den Prädiktor dienen. Die folgenden Bewertungsmethoden sind möglich:

**Kategorie-Fehler** Bewertung der groben Richtung, z. B. links, rechts oder geradeaus.

**Punktuelle Fehler** Bewertung der Genauigkeit zu einem bestimmten Zeitpunkt in einzelnen Komponenten der prädizierten Trajektorie, z. B. in Position, Winkel oder Geschwindigkeit. Speziell für den Positionsvergleich zur Ground-Truth sind folgende Maße möglich:

1. Vergleich von Punkten mit gleichem Zeitstempel.
2. Vergleich von Punkten mit minimalem euklidischen Abstand.

**Globaler Fehler** Bewertung des Verlaufs der prädizierten Trajektorie.

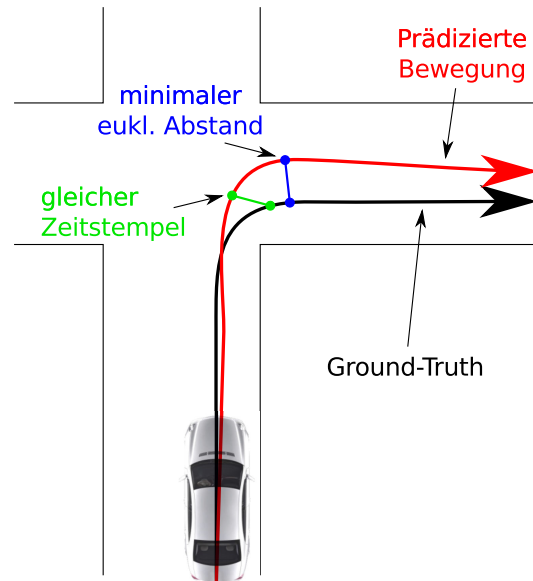


Abbildung 3.5: Darstellung des Bewertungskriteriums *Punktuelle Fehler* am Beispiel eines Rechtsabbiegers.

Der *Kategorie-Fehler* bewertet durch einen Vergleich grober Richtungen die prädierte Bewegung mit der Ground-Truth. Dieses Kriterium wird nicht in dieser Dissertation verwendet, da es eine Reihe von Nachteilen besitzt: Zum einen erlaubt es keine Aussage über den positionsgenauen Bewegungsverlauf, welches zum Beispiel wichtig für die Kollisionserkennung ist. Des Weiteren ist die Zuordnung zu einer Klasse nicht eindeutig, bzw. die Übergänge zwischen den Klassen sind fließend. Zum Beispiel ist nicht eindeutig, ob ein Rechtsabbieger mit dem Einschlag des Lenkrads oder schon mit einem vorangegangenen Bremsen beginnt, wobei letzteres auch als ein Teil einer Geradeausfahrt betrachtet werden kann.

Der *punktuelle Fehler* vergleicht einzelne Zustände zweier Trajektorien untereinander. Zum einen können dies zwei Zustände mit gleichem Zeitstempel sein, zum anderen zwei Zustände mit minimalem euklidischen Abstand in der  $x$ - $y$ -Ebene (siehe Abbildung 3.5). Der Unterschied zwischen diesen punktuellen Vergleichen ist die unterschiedliche Betonung auf dem Verlauf einer Trajektorie im Vergleich zur Ground-Truth; der Vergleich aufgrund des minimalen euklidischen Abstands vernachlässigt den Geschwindigkeitsverlauf einer Trajektorie und fokussiert stattdessen auf eine möglichst parallele und enganliegende Trajektorie. Bei dem Vergleich von Zuständen mit gleichen Zeitstempeln wird sowohl die Geschwindigkeit als auch der Winkelverlauf gleichmäßig berücksichtigt. Der Vorteil des punktuellen Fehlers liegt in der Aussagekraft eines Fehlers für den Menschen, da sich Unterschiede in den Einheiten Meter, Grad und Meter/Sekunde leicht vorstellen und bewerten lassen. Ein Nachteil dieses Fehlermaßes ist die Vernachlässigung des Verlaufs der Trajektorie. Somit kann nicht sichergestellt werden, dass bei einem guten Fehlerwert zu einem bestimmten Zeitpunkt der vorangegangene Verlauf ebenfalls mit ähnlich guten Fehlerwerten behaftet war.

Der *globale Fehler* betrachtet den gesamten Verlauf einer Trajektorie im Vergleich zu der Ground-Truth. Da zwei Trajektorien verglichen werden, gehört dieses Fehlermaß zu den Trajektorien-Distanzmaßen, die in Abschnitt 4.2 behandelt werden. Als Beispiele für Trajektorien-Distanzmaße seien hier der mittlere Abstand [LARGE u. a., 2004, siehe auch Gl. 2.15], der Vergleich von Koeffizienten der durch Polynome approximierten Trajektorien [NAFTEL u. a., 2006], das Zeichenketten-basierte LCSS [VLACHOS u. a., 2005] oder die Hausdorff-Distanz [JUNEJO u. a., 2004, siehe auch Gl. 2.19] erwähnt. Mit Ausnahme des mittleren Abstands besitzen diese Distanzmaße allerdings keine Aussagekraft für den Menschen, da als Fehlerwert nur abstrakte Größen zurückgegeben werden und sich somit eine Prädiktion nicht qualitativ bewerten lässt.

Die in dieser Dissertation verwendete Auswertungsmethode eines Prädiktors ist eine Kombination aus punktuellen und globalem Fehler, in dem zu diskreten Zeithorizont-Werten der punktuelle Fehler bestimmt wird und somit ein Verlauf des globalen Fehlers erkennbar ist. Dadurch ist eine qualitative Bewertung möglich.

### 3.6 Weiteres Vorgehen

In den nachfolgenden zwei Kapiteln werden die in dieser Dissertation entwickelten Methoden für die Vorhersage von Trajektorien-Bewegungsmustern als Realisierung der Prädiktorfunktion  $f_{\text{pred}}$  vorgestellt. Zum Einen beinhaltet dies die sogenannte *trajektorienbasierte Prädiktion*, einem probabilistischen Suchalgorithmus für eine gespeicherte Menge von Trajektorien. Eine alternative Prädiktionsmethode folgt darauf als konzeptionelle Erweiterung der probabilistischen Suche, welcher in der Lage ist, neue Bewegungsmuster anhand einer gelernten Menge von Trajektorien zu generieren und auf die aktuell observierte Trajektorie anzuwenden.

### 3.7 Zusammenfassung

Dieses Kapitel entwirft auf der Basis der Literaturübersicht in Kapitel 2 ein Systemkonzept für die Realisierung eines Prädiktors. In den nächsten zwei Kapiteln werden die hier gewonnenen Annahmen, Erkenntnisse und Rahmenbedingungen zur Realisierung zweier Prädiktoren eingesetzt, zum einen der Trajektorien-Partikelfilter und zum anderen der Mannigfaltigkeit-Prädiktor.



## Erste Systemausprägung: Der Trajektorien-Partikelfilter

Der Trajektorien-Partikelfilter ist eine Methode zur Bewegungsprädiktion (Prädiktor), welche auf der probabilistischen Suche von SIDENBLADH u. a. [2002] basiert. In diesem Kapitel wird dieser Prädiktor einschließlich seiner Konzeption und des verwendeten Trajektorien-Distanzmaßes vorgestellt.

### 4.1 Überblick

Die Grundannahme für die Prädiktion von Bewegungsverläufen für Objekte im Straßenverkehr ist das wiederkehrende Auftreten von Bewegungsmustern in Abbiegesituationen, die gelernt werden können. Ein erster Ansatz ist die Aufnahme und Speicherung einer Trajektorienmenge, in der mittels eines effizienten Algorithmus nach einem Muster gesucht und zur Prädiktion verwendet werden kann. Abbildung 4.1 zeigt einen schematischen Überblick über die einzelnen Komponenten des Prädiktors. Es wird zwischen zwei Phasen unterschieden: der *Trainings-* und der *Laufzeitphase*.

In der Trainingsphase werden Trajektorien mit Hilfe von Sensoren und Tracking-Algorithmen aufgenommen und zu einer Menge von Bewegungsmustern verbunden. Die nachfolgenden Schritte in dieser Phase, d. h. Auseinanderschneiden der Trajektorien, Polynomapproximation und Merkmalsaufbau, sind aus SIDENBLADH u. a. [2002] adaptiert und werden in dem Abschnitt 4.3 näher erläutert. Diese Komponenten bereiten die sogenannte probabilistische Suche in der Laufzeitphase vor. In der Laufzeitphase wird die zukünftige Bewegung eines Fahrzeugs bei bekannter Bewegungshistorie geschätzt, indem das Suchverfahren in der vorbereiteten Menge von Bewegungsmustern nach möglichst ähnlichen Bewegungen wie das bereitgestellte Historienstück sucht und anhand dieser Information Hypothesen über den zukünftigen Bewegungsverlauf des Objekts erstellt. Die Ähnlichkeit ist über ein in dieser Dissertation entwickeltes Distanzmaß, dem sogenannten *Quaternion-based, Rotationally-invariant Longest Common Subsequence* (QRLCS), definiert und wird in dem folgenden Abschnitt 4.2 beschrieben.

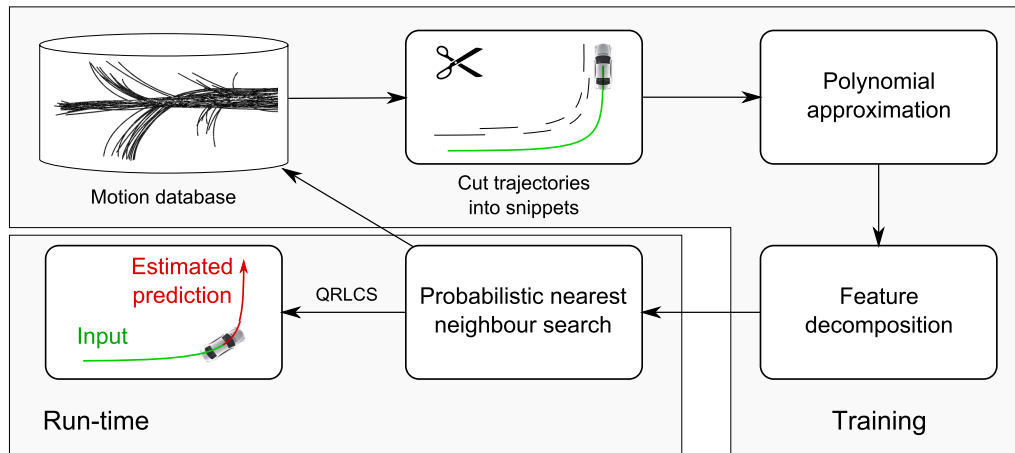


Abbildung 4.1: Ablaufdiagramm für den Trajektorien-Partikelfilter.

## 4.2 Trajektorien-Distanzmaß

Der Vergleich zur Bestimmung der Ähnlichkeit zwischen zwei Bewegungsmustern erfolgt mit einem auf Trajektorien definierten Distanzmaß. Dazu werden zunächst allgemeine Anforderungen an ein solches Distanzmaß definiert, dann wird ein Vergleich mit existierenden Verfahren aus der Literatur gezogen und schließlich das in dieser Dissertation verwendete Distanzmaß vorgestellt.

### 4.2.1 Allgemeine Anforderungen

Ein Vergleichsmaß von Objektbewegungen im Straßenverkehr muss Anforderungen genügen, die sich aus den Eigenheiten der Fahrzeugsensorik und der Umgebung herleiten lassen:

1. Handhabung verschiedener Abstraten der Trajektorien.
2. Handhabung von Ausreißern in den Trajektorien.
3. Handhabung von Trajektorien mit unterschiedlichen Längen.
4. Invarianz gegenüber der Translation zweier Trajektorien.
5. Invarianz gegenüber der Rotation zweier Trajektorien.

Die Handhabung unterschiedlicher Abstraten ermöglicht einen Vergleich von Trajektorien unterschiedlicher Sensoren oder Tracking-Systemen. Dadurch ist es zum Beispiel möglich, einen Datensatz von Bewegungsmustern mit Hilfe eines DGPS-Sensors aufzubauen und diesen mit Trajektorien aus bildgebenden Sensor- und Tracking-Systemen zu vergleichen. Die zweite Forderung erlaubt das Auftreten von Rauschen in Trajektorien in Form sogenannter Ausreißer, also Trajektorienpunkte, die stark von der Bewegungsrichtung abweichen. Ebenfalls zu den Ausreißern zählt hier das Fehlen von Trajektorienpunkten zu einem bestimmten Zeitpunkt. Die Suche nach einem ähnlichen Trajektorienstück in einer Menge von Trajektorien verlangt

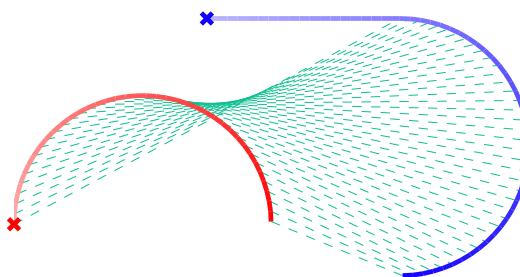


Abbildung 4.2: Distanz zwischen zwei Trajektorien durch Zuordnung (grün) von Trajektorienelementen. Die  $\times$ -Markierung gibt den Startpunkt einer Trajektorie an.

das Finden von Teiltrajektorien in einem größeren Stück. Dies fasst die Anforderung 3 zusammen. Die Länge einer Trajektorie bezieht sich auf die Anzahl seiner Elemente.

In den Trajektorien wird unter anderem die ortsabhängige Position gespeichert. Für einen Vergleich zweier Bewegungsmuster ist es aber unerheblich, von welchem Startpunkt oder aus welcher Richtung die Objekte kommen. Ein Beispiel ist in Abbildung 4.2 gezeigt. Ein Distanzmaß für Trajektorien muss daher auch den Anforderungen 4 und 5 genügen.

#### 4.2.2 Trajektorien-Distanzmaße in der Literatur

Ein Vergleichsmaß bestimmt den Grad der (Un-) Ähnlichkeit zwischen zwei Objekten. Für eine allgemeine Definition und eine Kategorisierung vorhandener Distanzmaße sei auf SANTINI und JAIN [1999] und LESOT u. a. [2009] verwiesen. Ein Vergleichsmaß für Trajektorien basiert – wie in diesem Abschnitt dargestellt – auf der Distanz zwischen den (vektoriellen) Trajektorienzuständen, in der Veröffentlichung von XU und WUNSCH [2005] findet sich dazu ein Überblick über diese Vektor-Distanzmaße. Den mittleren euklidischen Abstand zwischen zwei Trajektorien in einem gleich großen Zeitfenster verwenden YUEN und TORRALBA [2010] als Trajektorien-Vergleichsmaß. Da diese Verwendung des mittleren euklidischen Abstands nicht translationsinvariant ist, d. h. der Wert des Distanzmaßes hängt von der Verschiebung beider Trajektorien zueinander ab, vergleichen JIN und MOKHTARIAN [2004] den Winkelverlauf zweier Trajektorien, kurz als *MPEG-7 Motion Descriptor* bezeichnet.

NEEDHAM und BOYLE [2003] stellen einen Vergleich der Anwendung verschiedener Mittelwert- und Varianzeigenschaften für Trajektorien vor. Hierzu zählt der mittlere Abstand zwischen Trajektorienzuständen, die Eliminierung der Translation zwischen Trajektorien über den Mittelwert und ein Maß für die Fläche zwischen Trajektorien. Letzteres verwenden auch PELEKIS u. a. [2007] in Kombination mit anderen Merkmalen wie der Ähnlichkeit zweier Bewegungsmuster in der Richtung und der Geschwindigkeit.

In den Veröffentlichungen von BELOGAY u. a. [1997] und JUNEJO u. a. [2004] wird die Hausdorff-Distanz zum Vergleich von Trajektorien verwendet, indem zwei Trajektorien als Mengen von Punkten aufgefasst werden. Die Gleichung 2.19 aus Abschnitt 2.4.7 beschreibt die Hausdorff-Distanz ausführlich. ATEV u. a. [2010] stellen

eine modifizierte Hausdorff-Distanz für Trajektorien vor, bei der nur eine Untermenge der Punktpaare durchsucht werden muss.

COHEN und GUIBAS [1997] präsentieren ein rotations-, skalierungs- und translationsinvariantes Verfahren für den Vergleich zweier Trajektorien anhand des Winkelverlaufs. Die Trajektorien stellen in dieser Arbeit keine Bewegungsmuster dar, sondern beschreiben die Kontur eines Objekts. In dem Verfahren werden die Trajektorien in geradlinige Segmente geteilt, so dass der Winkelverlauf eine Stufenfunktion bildet. Mit Hilfe eines Optimierungsverfahrens werden sowohl die Transformationsparameter als auch der Distanzwert zweier Trajektorien zueinander bestimmt.

Die bisher beschriebenen Vergleichsmaße für Trajektorien verallgemeinerten lokale Punkt-Punkt-Differenzen. Ein anderes Maß ist der Vergleich zweier Vektoren, die jeweils eine Trajektorie als Koeffizienten einer Funktion komplett beschreiben. Für gewöhnlich werden hierzu Least-Squares-Polynome verwendet, aber auch der Einsatz von Fourierreihen, Haar Wavelets oder Chebyshev-Polynome ist möglich [KHALID und NAFTEL, 2004, 2005; GOLDIN und KANELAKIS, 1995; CHAN und FU, 1999; NAFTEL u. a., 2006].

PORIKLI [2004] präsentiert ein HMM-basiertes Trajektorien-Distanzmaß für den Vergleich von Objektbewegungen in Kamerabildern. Bei einer gegebenen Menge von Trajektorien werden  $M$  HMM-Modelle mit Normalverteilungen als Emissionswahrscheinlichkeiten trainiert. Die Distanz zwischen zwei Trajektorien wird durch eine zweistufige Methode bestimmt: Zunächst wird jeder Trajektorie  $T_a$  und  $T_b$  ein HMM-Modell mit dem Parametersatz  $\lambda_a$  und  $\lambda_b$  anhand der maximalen Ausgabe-wahrscheinlichkeit zugewiesen. Dann wird die sogenannte Cross-Fitness  $m_s(T_a, T_b)$  bestimmt, die sich aus den Observationswahrscheinlichkeiten der HMM-Modelle zusammensetzt [PORIKLI und HAGA, 2004]:

$$m_s(T_a, T_b) = |p(T_a|\lambda_a) + p(T_b|\lambda_b) - p(T_a|\lambda_b) - p(T_b|\lambda_a)|. \quad (4.1)$$

Sind die Trajektorien  $T_a$  und  $T_b$  gleich, so maximieren sich die Observationswahrscheinlichkeiten und damit ist der Wert der Distanz  $m_s(T_a, T_b)$  gleich Null. Entsprechend erhöht sich der Distanzwert bei steigender Unähnlichkeit der Trajektorien. Die Trajektorien beinhalten in dieser Veröffentlichung nicht nur die Position zu jedem Zeitpunkt, sondern auch zusätzliche Merkmale wie den Winkelverlauf, Geschwindigkeit, Dauer und die Größe des Objekts. Zusätzlich können Histogramme über die genannten Merkmale mit in die Bestimmung der Wahrscheinlichkeitswerte eingebracht werden, um die Distanz mit globalen Statistiken anzureichern. Dies unterstützt die Detektion ungewöhnlicher Ereignisse wie zum Beispiel eine laufende Person in einer Menge langsam gehender Menschen.

Eine eigene Klasse von Trajektorien-Vergleichsmaßen ist an den Methoden aus dem Bereich der Zeichenketten-Vergleiche [CROCHEMORE und RYTTER, 1994, Kap. 11] entlehnt. Die sogenannte *Edit-Distanz* (ED) gibt die minimalen Kosten für die Überführung einer Zeichenkette in eine andere an. Die Kosten werden durch Operatoren bestimmt, zu denen die *Ersetzung*, die *Einfügung*, *Löschung* und das *Vertauschen der Reihenfolge* von einzelnen Zeichen zählt. Die ED-Berechnung mit den ersten drei Operatoren wird Levenshtein-Distanz [LEVENSHTEIN, 1966] genannt, während die Hinzunahme des vierten Operators als Damerau-Levenshtein-Distanz [DAMERAU, 1964] bezeichnet wird. Letzteres kommt weitaus seltener in der Anwendung



auf Trajektorien in der Literatur vor. Die Edit-Distanz wird für zwei Zeichenketten  $P = (P_1, \dots, P_N)$ ,  $N = |P|$  und  $T = (T_1, \dots, T_M)$ ,  $M = |T|$  rekursiv wie folgt bestimmt [CROCHEMORE und RYTTER, 1994, Abschnitt 11.1], [BOZKAYA u. a., 1997]:

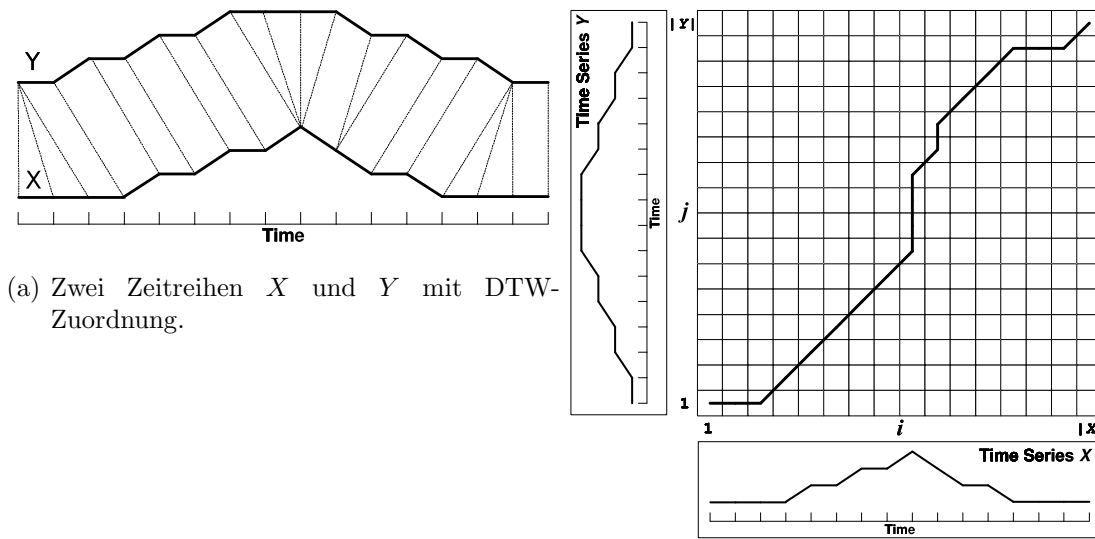
$$\text{ED}(P, T) = \begin{cases} |T| & \text{falls } |P| = 0 \\ |P| & \text{falls } |T| = 0 \\ \text{ED}(\text{tail}(P), \text{tail}(T)) & \text{falls } \delta(\text{head}(P), \text{head}(T)) = 0 \\ \min \left\{ \begin{array}{l} \text{ED}(\text{tail}(P), \text{tail}(T)) + 1, \\ \text{ED}(\text{tail}(P), T) + 1, \\ \text{ED}(P, \text{tail}(T)) + 1 \end{array} \right\} & \text{sonst} \end{cases} \begin{array}{l} \\ \\ \\ \begin{array}{l} (\text{Ersetzung}) \\ (\text{Einfügung}) \\ (\text{Löschung}) \end{array} \end{array} \quad (4.2)$$

Die Funktionen  $\text{head}(T) = T_1$  und  $\text{tail}(T) = (T_2, \dots, T_{|T|})$  geben jeweils das erste Element und die nachfolgenden Elemente einer Zeichenkette zurück. Die Funktion  $\delta(p, t)$  für zwei Zeichen  $p$  und  $t$  gibt 0 zurück, falls  $p$  und  $t$  gleich sind, sonst hat sie eine 1 als Rückgabewert. Man beachte, dass die Kosten für die Anwendung der Operatoren und der  $\delta$ -Funktion in Gleichung 4.2 jeweils auf 1 gesetzt sind, sich aber generell der Kostenwert der Ersetzung gegenüber denen der Einfügung und Löschung unterscheiden darf wie von BOZKAYA u. a. [1997] oder CHEN und NG [2004] gezeigt<sup>1</sup>. BILENKO und MOONEY [2003] demonstrieren die Lernbarkeit der Operator-Kosten direkt aus den Trainingsdaten für die Anwendung der Edit-Distanz in einem Text-Klassifikator.

Die rekursive Angabe der Edit-Distanz erlaubt zwar eine kompakte Beschreibung des Algorithmus, ist aber nicht effizient, da gleiche Teilausdrücke während der Ausführung mehrfach berechnet werden. Die dynamische Programmierung (DP, CORMEN u. a. [2009, Kap. 15]) erlaubt eine zeitlich optimale Berechnung der Edit-Distanz durch Speicherung von Zwischenwerten in Tabellen, so dass der Algorithmus eine quadratische Komplexität  $\mathcal{O}(NM)$  in der Laufzeit und einen linearen Speicherverbrauch  $\mathcal{O}(N)$  besitzt.

Die Anwendung der Edit-Distanz auf Trajektorien erfolgt durch eine Ersetzung der  $\delta$ -Funktion durch eine Schwellwert-Abfrage auf die Distanz zweier Trajektorienzustände; unterschreitet die Distanz einen manuell festgelegten Wert, so gilt  $\delta = 0$ , liegt der Distanzwert über der Schwelle, so gilt  $\delta = 1$ . HAHN u. a. [2008, 2009] definieren so die Levenshtein-Distanz auf Trajektorien (LDT), wobei die relative Verschiebung und Orientierung zweier Trajektorien durch eine Normalisierung anhand des Mittelwerts und der ersten Hauptachse herausgerechnet wird. Eine Anwendung der Edit-Distanz auf dreidimensionale Raumkurven (3D-Trajektorien) zeigen RODRIGUEZ u. a. [2004]. Hier werden die 3D-Trajektorien durch zweidimensionale Trajektorien ersetzt, die in der ersten Dimension den Torsionswinkel und in der zweiten Dimension den Krümmungswinkel beinhalten. Sind die Trajektorien frei von einem Rauschanteil, kann somit die Edit-Distanz unabhängig von Translation und Rotation bestimmt werden. Die Operator-Kosten für die *Einfügung* und das *Löschen* werden abhängig von der Trajektorien-Länge bestimmt, während die Kosten für die *Ersetzung* auf die L1-Norm gesetzt wird.

<sup>1</sup>Die Kosten für Einfügung und Löschung müssen allerdings gleich bleiben, um die Edit-Distanz kommutativ bezüglich der Zeichenketten zu halten.



(a) Zwei Zeitreihen  $X$  und  $Y$  mit DTW-Zuordnung.

(b) DTW-Kostenmatrix und Warp-Pfad.

Abbildung 4.3: Beispiel des Vergleichs zweier Zeitreihen mit dem Dynamic Time Warping (DTW). Quelle: SALVADOR und CHAN [2007].

Die bisher dargestellten Edit-Distanzen sind keine Metriken im mathematischen Sinne, da sie zwar die Forderung nach Definitheit und Symmetrie erfüllen, aber nicht die Dreiecksungleichung. CHEN und NG [2004] und CHEN u. a. [2005] stellen daher eine Modifikation der Edit-Distanz durch eine Ersetzung der Operatorkosten mit einer L1-Norm unter der Verwendung einer Hilfsvariable vor, kurz als Edit distance with Real Penalty (ERP) bezeichnet. Durch die Erfüllung der Dreiecksungleichung können Verbesserungen in der Laufzeit des Algorithmus erreicht werden, indem Teile der DP-Zwischenwerte nicht mehr berechnet werden müssen.

Eine Vereinfachung der Edit-Distanz ist die Bestimmung der längsten gemeinsamen Teilfolge in zwei Zeichenketten (engl.: longest common subsequence, LCS) [CORMEN u. a., 2009, Abschnitt 15.4]. Der *Ersetzungs*-Operator in Gleichung 4.2 wird dabei vernachlässigt. Die Ausgabe des LCS-Algorithmus für Zeichenketten ist die Anzahl der Elemente, deren Teilfolge in beiden Zeichenketten auftritt. Eine Adaption des LCS für den Vergleich von Trajektorien wurde von VLACHOS u. a. [2005] vorgestellt (vgl. VLACHOS u. a. [2002b,a, 2004]). Dabei wird die Distanz zwischen zwei Trajektorien-Zuständen durch eine L1-Norm bestimmt; neben einer binären Entscheidung anhand eines Schwellwertes kann der Distanzwert durch eine sigmoide Funktion gekapselt werden. Der Wert der LCS-Distanz wird anschließend anhand der Länge der Eingabetrajektorien normiert. BUZAN u. a. [2004] stellen eine LCS-Erweiterung zur Verfolgung von Objekten in Videosequenzen mit einer statischen Kamera mittels Trajektorien dar. Aufgenommene Bewegungsmuster (Trajektorien) werden mittels dem LCS-Distanzmaß und einem agglomerativem Clusterverfahren [ANDERBERG, 1973] gruppiert und die Translationsparameter durch eine Optimierung bestimmt. Zur Laufzeit werden observierte Bewegungen entsprechend dem nächsten Clusterzentrum zugeordnet und somit wird eine Objektverfolgung durch die resultierende Bewegungsschätzung auch für verdeckte Objekte ermöglicht.

Ein der Edit-Distanz ähnliches Vergleichsmaß ist das sogenannte Dynamic Time Warping (DTW) [KRUSKAL und LIBERMAN, 1983; BERNDT und CLIFFORD, 1994]. Für zwei Zeitreihen  $X = x_1, \dots, x_i, \dots, x_{|X|}$  und  $Y = y_1, \dots, y_j, \dots, y_{|Y|}$  konstruiert es einen sogenannten Warp-Pfad  $W = w_1, \dots, w_K$  aus Index-Tupeln  $w_k = (i, j)$ . Der optimale Warp-Pfad ist das Minimum über die Summe der Zeitreihen-Distanzen anhand seiner Zuordnungen [SALVADOR und CHAN, 2007]:

$$\arg \min_W \left\{ \text{DTW}(W) = \sum_{k=1}^K \text{dist}(w_{ki}, w_{kj}) \right\}. \quad (4.3)$$

In anderen Worten findet das DTW eine Zuordnung der Zeitreihenelemente anhand der minimalen globalen Distanz. Mit Hilfe der dynamischen Programmierung lässt sich auch hier ein effizienter Algorithmus durch die Konstruktion einer Kostenmatrix oder -tabelle finden; der optimale Warp-Pfad ist dann der Pfad mit minimaler Kostensumme durch die Kostenmatrix (Abbildung 4.3(b)). In Abbildung 4.3(a) sind beispielhaft zwei Zeitreihen  $X$  und  $Y$  gezeigt. Man erkennt deutlich, dass das DTW zu jedem Punkt in einer Zeitreihe einen oder mehrere Zuordnungen zu den Elementen der anderen Zeitreihe findet. Das DTW erlaubt den Vergleich von Zeitreihen oder Trajektorien unterschiedlicher Länge mit lokalen Verschiebungen (Stauchungen und Streckungen), nimmt aber im Gegensatz zum LCS an, dass sich die Zeitreihen vollständig ineinander überführen lassen.

Eine weitere Methode zum Vergleich von Trajektorien basiert auf der Approximation lokaler Trajektorien-Abschnitte durch parametrisierte Kurven oder Signaturen zur Feststellung der Transformationsparameter von einer Trajektorie in eine andere. Die Distanz zweier Trajektorien kann dann zum Beispiel über den mittleren euklidischen Abstand erfolgen. SCHWARTZ und SHARIR [1987] approximieren Teil-Trajektorien durch Polynome (sogenannte charakteristische Kurven). Durch eine Optimierung im Least-Squares-Sinne werden dann die Polynom-Mengen zweier Trajektorien ineinander überführt. NUNZIATI u. a. [2010] verwenden als Kennzahl oder Signatur eines Trajektorienabschnitts das Doppelverhältnis (engl. cross-ratio), die die Lage vier benachbarter Trajektorienpunkte unabhängig von der Ausrichtung und Lage einer Trajektorie angibt. Über eine Analyse des Doppelverhältnis-Verteilung und Anwendung des Shannon-Entropie-Maßes über diese Verteilung werden saliente Punkte in einer Trajektorie detektiert und mit Salienzpunkten einer anderen Trajektorie verglichen, um die Transformation zu erhalten. Die kennzeichnenden oder salienten Abschnitte einer Trajektorie werden häufig in der Literatur in Kombination mit dem String-Matching verwendet, um eine Zuordnung zweier Mengen von Salienzpunkten zu erhalten und dann die Transformationsparameter zu bestimmen. WOLFSON [1990] verwendet dazu die mittlere Änderung des Winkelverlaufs einer Trajektorie und quantisiert die Werte entsprechend der nächsten Ganzzahl. Anschließend wird die Zuordnung durch eine Anwendung des LCS bestimmt. Analog ordnen HSIEH u. a. [2004] dem Winkelverlauf einer Trajektorie diskrete Kennzahlen anhand manuell definierter Kriterien zu und bestimmen den Wert der Edit-Distanz. CROITORU u. a. [2005] bestimmen sogenannte Global-Spherical-Shape-Signaturen – inspiriert von den Gravitationskräften zwischen Planeten – und vergleichen diese Signaturen durch die LCS-Distanz.

**Wertung:** Die bisher dargestellten Trajektorien-Distanzmaße erlauben den Vergleich von Bewegungsmustern unter verschiedenen Voraussetzungen. Die Edit-Distanz und seine Derivate haben sich gemäß den in dieser Dissertation gestellten Anforderungen in Abschnitt 4.2.1 besonders bei verrauschten Trajektorien mit Ausreißern als leistungsfähig gezeigt. Allerdings fehlt bisher die Invarianz bezüglich der Rotation. Diejenigen Distanzmaße, die eine Rotationsinvarianz bieten, basieren auf der Winkelrepräsentation und sind daher bei verrauschten Trajektorien nicht anwendbar. Aus diesem Grund wird in den folgenden Abschnitten eine Adaption des LCS-Distanzmaßes vorgestellt, die invariant gegenüber Rotation und Translation der Trajektorien untereinander ist.

### 4.2.3 Entwickeltes QRLCS-Distanzmaß für Trajektorien

Das in dieser Dissertation vorgestellte Distanzmaß für den Vergleich zweier Trajektorien basiert auf dem Longest Common Subsequence-Verfahren für Trajektorien (LCS) nach VLACHOS u. a. [2005] und erweitert diese um eine Invarianz gegenüber Rotation und Translation. Die LCS-Distanz für Trajektorien  $T$  und  $P$  ist wie folgt rekursiv definiert:

$$\text{LCS}_{\delta,\varepsilon}(T, P) = \begin{cases} 0 & \text{falls } |T| = 0 \text{ oder } |P| = 0 \\ 1 + \text{LCS}_{\delta,\varepsilon}(\text{tail}(T), \text{tail}(P)) & \text{falls } \|\text{head}(T) - \text{head}(P)\|_1 < \varepsilon \\ & \text{und } \||T| - |P|\| \leq \delta \\ \max \left\{ \begin{array}{l} \text{LCS}_{\delta,\varepsilon}(\text{tail}(T), P), \\ \text{LCS}_{\delta,\varepsilon}(T, \text{tail}(P)) \end{array} \right\} & \text{sonst.} \end{cases} \quad (4.4)$$

Die Variablen  $\varepsilon$  und  $\delta$  definieren zum einen einen „Schlauch“ um die Trajektorien, in dessen Bereich zwei Trajektorienpunkte als gleich gelten, und zum anderen einen maximal möglichen zeitlichen Versatz, den zwei Trajektorienpunkte haben dürfen. Letzteres beschleunigt die Berechnung der LCS-Distanz, da der Algorithmus in der Ausführung der dynamischen Programmierung nicht alle Elemente der Kostenmatrix berechnen muss. Der Wert der LCS-Distanz ist abhängig von der Länge der Trajektorien, daher definieren VLACHOS u. a. [2005] eine normierte LCS-Distanz wie folgt:

$$\text{LCS\_Norm}_{\delta,\varepsilon}(T, P) = \frac{\text{LCS}_{\delta,\varepsilon}(T, P)}{\min\{|T|, |P|\}}. \quad (4.5)$$

Die Grundannahme bei dem LCS-Distanzmaß ist, dass die Trajektorien so zueinander liegen, dass die Trajektorienpunkte durch eine Nachbarschaftsabfrage verglichen werden können. Wie in Abschnitt 4.2.1 erläutert, ist dies für den Vergleich von Objektbewegungen im Straßenverkehr nicht gegeben. Bei einem Vergleich von zwei ähnlich langen Trajektorien könnten die Parameter der Transformation, d. h. Rotation und Translation, durch eine Normalisierung des Mittelwerts und Ausrichtung auf die Hauptachsen vor der Bestimmung der LCS-Distanz erreicht werden. Bei der Suche eines Trajektorienstücks in einer verhältnismäßig langen Trajektorie ist dieser Ansatz nicht mehr durchführbar, da Mittelwert und Ausrichtung des gesuchten

Teilstücks stark von dem globalen Mittelwert und Ausrichtung einer Trajektorie abweichen können.

Neben dem Wert der LCS-Distanz erhält man durch das sogenannte *Backtracking* eine Liste von Zuordnungen der Elemente beider Trajektorien [CORMEN u. a., 2009, Abschnitt 15.4]. Mit anderen Worten „probiert“ das LCS-Verfahren verschiedene Zuordnungen aus, und wählt diejenige Zuordnung mit der geringsten Edit-Distanz. Ist die Zuordnung von Punkten zweier Punktmenge bekannt, so existieren mit Hilfe von Quaternionen effiziente – d. h. linear mit der Anzahl der Punkte – Berechnungsvorschriften zur Bestimmung der Rotation der Mengen zueinander [HORN, 1987; ARUN u. a., 1987; KEARSLEY, 1989; ZHANG und FAUGERAS, 1991; COUTISAS u. a., 2004]. Eine Invarianz gegenüber der Translation lässt sich durch eine Überlagerung der Mittelwerte beider Punktmenge erreichen. Daraus resultiert für die Definition eines translations- und rotationsinvarianten LCS ein duales Problem: Für die Bestimmung der Transformationsparameter muss eine Zuordnung der Trajektorienelemente bekannt sein, während für die Bestimmung der Zuordnung die Transformationsparameter bekannt sein müssen.

Die Anwendung der dynamischen Programmierung zerlegt die rekursive Formulierung des LCS in Gleichung 4.4 gemäß dem Teile&Herrsche-Prinzip [CORMEN u. a., 2009, Kap. 4] in optimale Teillösungen, die sukzessiv zu einer globalen, optimalen Lösung zusammengesetzt werden. Die Idee ist nun, gleichzeitig sowohl die Zuordnung als auch die Transformation zu optimieren. Dieses Verfahren wird im Folgenden als *Quaternion-based Rotationally-invariant LCS* (QRLCS) bezeichnet. Hier werden für die Vorschriften zur Bestimmung der Transformation iterative Formulierungen gefunden, die zu jeder Teilmenge der Punktzuordnungen die Bestimmung einer optimalen Teil-Transformation ermöglicht.

Bei dem LCS-Verfahren für Zeichenketten wird davon ausgegangen, dass sich der Wert eines Zeichens während der Ausführung des Algorithmus nicht ändern darf. Betrachtet man nun die Anwendung eines translationsinvarianten LCS auf Trajektorien, dann zeigt sich bei der Bestimmung der Kostenmatrix in der ersten Zeile, dass jedes Element einer Trajektorie genau mit jedem Element der Vergleichstrajektorie übereinstimmt. Dies ist darin begründet, dass der Mittelwert eines Trajektorienpunktes wiederum der Trajektorienpunkt ist und sich somit durch den Vergleich zweier übereinanderliegender Punkte ein Distanzwert von 0 ergibt, unabhängig von der Art der Distanz. Werden nun im Verlauf der LCS-Berechnung zu den Teiltrajektorien weitere Punkte hinzugefügt, so entstehen Widersprüche in den Teillösungen, da einzelne Punkte im Verbund mit anderen Trajektorienpunkten nun nicht mehr ähnlich sind. Aus diesem Grund wird dem QRLCS-Algorithmus eine sogenannte *Pivotpunkt-Einschränkung* hinzugefügt, die eine initiale Zuordnung festsetzt, an der sich nachfolgende Teillösungen ausrichten.

Das QRLCS-Verfahren ist in Algorithmus 4.1 zusammengefasst. Die Eingabe der QRLCS-Funktion bilden zwei Trajektorien  $P = (\mathbf{P}_1, \dots, \mathbf{P}_N)$ ,  $\mathbf{P}_i \in \mathbb{R}^D$  und  $T = (\mathbf{T}_1, \dots, \mathbf{T}_M)$ ,  $\mathbf{T}_i \in \mathbb{R}^D$  sowie die Schwellwerte  $\sigma_{max} \in \mathbb{R}^D$  für den Vergleich der Trajektorienelemente. Die Elemente  $R_{i,j} \equiv R_p = (M, \Gamma)$  sind Tupel für die Transformationsparameter, d. h. für Translation  $M$  und für Rotation  $\Gamma$ . Diese werden durch die in Zeile 8 und 9 beschriebenen Funktionen initialisiert, inkrementiert und angewendet. In Abschnitt 4.2.4 werden diese Methoden erläutert. Mit Ausnahme

---

**Algorithmus 4.1** QRLCS( $P, T, \sigma_{max}$ ) – Bestimme Distanz  $C_{max}$  und Transformation  $R_{max}$  der Trajektorie  $P$  zu  $T$ .

---

```

1:  $M = |T|, \quad N = |P|, \quad \mathbf{P}_i, \mathbf{T}_j \in \mathbb{R}^D, \quad \sigma_{max} \in \mathbb{R}^D$ 
2:  $C_{max} = -\infty, R_{max} = \emptyset$ 
3: for  $k = 1$  to  $M$  do
4:    $\mathbf{C}[0 \dots N, 0 \dots M], C_{i,j} = 0$            // Kostenmatrix
5:    $\mathbf{R}[1 \dots N, 1 \dots M], R_{i,j} = \emptyset$    // Transformation-Speicher
6:   for  $i = 1$  to  $N$  do
7:     for  $j = k$  to  $M$  do
8:        $R_p = \begin{cases} \text{init}(\mathbf{P}_i, \mathbf{T}_j) & \text{falls } i \equiv 1 \vee j \equiv k \\ \text{increment}(R_{i-1,j-1}, \mathbf{P}_i, \mathbf{T}_j) & \text{sonst} \end{cases}$ 
9:        $\mathbf{P}_{rot} = \text{apply}(R_p, \mathbf{P}_i)$ 
10:       $\text{match} = \text{true}$ 
11:      if  $\exists d \in 1 \dots D: \|P_{rot,d} - T_{j,d}\|_1 > \sigma_{max,d}$  then
12:         $\text{match} = \text{false}$ 
13:      end if
14:      if  $j \equiv k$  then           // Pivotpunkt-Einschränkung
15:         $\text{match} = (i \equiv 1)$ 
16:      else if  $i \equiv 1$  then
17:         $\text{match} = \text{false}$ 
18:      end if
19:      if  $\text{match}$  then           // Zuweisung aus vorherigem Zustand
20:        // Je größer Manhattan-Distanzwert, desto kleiner der Kostenwert
21:         $C_{i,j} = C_{i-1,j-1} + \text{spur}(1^D - (1^D \sigma_{max})^{-1} |\mathbf{P}_{rot} - \mathbf{T}_j|) / D$ 
22:         $R_{i,j} = R_p$ 
23:      else
24:        if  $C_{i,j} \geq C_{i-1,j}$  then
25:           $C_{i,j} = C_{i-1,j}$ 
26:           $R_{i,j} = R_{i-1,j}$ 
27:        else
28:           $C_{i,j} = C_{i,j-1}$ 
29:           $R_{i,j} = R_{i,j-1}$ 
30:        end if
31:      end if
32:    end for
33:  end for
34:  if  $C_{N,M} \geq C_{max}$  then   // Bestimmung maximaler Kostenwerte
35:     $C_{max} = C_{N,M}$ 
36:     $R_{max} = R_{N,M}$ 
37:  end if
38: end for
39: return  $C_{max}, R_{max}$ 

```

---

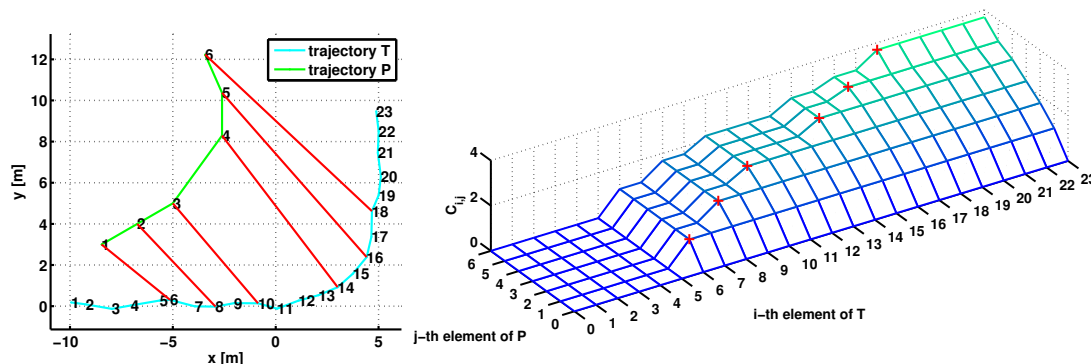


Abbildung 4.4: Beispiel für die Anwendung des QRLCS-Distanzmaß. (links) Verrauschte Trajektorien mit einfacher und doppelter Frequenz und fehlender Sensoreingabe. (rechts) LCS-Kostenmatrix mit Zuweisungspfad.

der Pivotpunkt-Einschränkung in Zeile 3 und 14 entspricht der QRLCS-Algorithmus dem LCS-Verfahren aus Gleichung 4.4. Im Gegensatz zur LCS-Definition nach VLACHOS u. a. [2005] bauen sich die Werte der Kostenmatrix aus Distanzwerten auf, die umgekehrt proportional zur L1-Norm sind (Zeile 21). Die Ausgabe der QRLCS-Funktion ist zum einen die Summe minimaler Distanzwerte  $C_{max}$  und die Ausgabe der Transformation  $R_{max}$ .

Aus dem QRLCS-Algorithmus 4.1 ist ersichtlich, dass die Laufzeit-Komplexität des Algorithmus  $\mathcal{O}\left(\frac{MN(M+1)}{2}\right) \approx \mathcal{O}(NM^2)$  bei gleichzeitigem linearem Speicherverbrauch  $\mathcal{O}(N)$  ist. Der lineare Speicherverbrauch kommt dadurch zustande, dass jeweils nur eine Zeile der Kosten- und Transformationsmatrix  $C$  und  $R$  gespeichert werden muss. Bei Trajektorien mit mehr als Tausend Elementen ist die QRLCS-Ausführung nach dem derzeitigen Stand der Technik nicht mehr praktikabel. Aber für die Berechnung der Kostenmatrix existieren eine Reihe von approximativen Verfahren wie zum Beispiel von SALVADOR und CHAN [2007] beschrieben: So kann die QRLCS-Berechnung auf verschiedenen Auflösungsstufen der Kostenmatrix laufen, bei der iterativ die Auflösungsstufe erhöht wird und anhand der letzten Stufe nicht mehr alle Elemente dieser Matrix berechnet werden müssen. VLACHOS u. a. [2005] verwenden eine Einschränkung der zeitlichen Verschiebung zweier Trajektorien, so dass das Endstück einer Trajektorie nicht zu dem Anfang der anderen Trajektorie und umgekehrt zugeordnet werden kann. Dies führt zur einer Konzentration auf ein diagonales Band in der Kostenmatrix und damit zu einer Reduzierung des Rechenaufwands. Mit der Pivotpunkt-Einschränkung kann dieses Band noch stärker eingegrenzt werden.

Fokussiert sich der Vergleich zweier Trajektorien auf die Bestimmung des Distanzwerts, z. B. bei zwei Trajektorien mit gleicher euklidischer Länge, deren Anfangs- und Endstück jeweils übereinander liegen müssen, so entfällt die Pivotpunkt-Einschränkung durch die Beschränkung auf  $k = 1$ . Das bedeutet, dass die Trajektorien durch eine implizite Festlegung des Rotationspunkts auf beide Anfangsstücke zueinander gedreht werden. Dadurch lässt sich die Laufzeit-Komplexität auf  $\mathcal{O}(NM)$  reduzieren.

Ein Beispiel für die Anwendung des QRLCS-Verfahrens ist in Abbildung 4.4 dargestellt. Das QRLCS findet die korrekten Zuordnungen der Trajektorienelemente zwischen den Trajektorien  $P$  (grün) und  $T$  (blau), obwohl  $P$  mit der doppelten Frequenz abgetastet, ein Trajektorienelement entfernt wurde und die Trajektorien zueinander unterschiedlich ausgerichtet und verschoben sind. In der Abbildung 4.4 rechts ist die Kostenmatrix  $C$  mit den markierten Zuordnungen als optimaler Zuordnungspfad in der Kostenmatrix dargestellt.

#### 4.2.4 Bestimmung der Transformationsparameter

Der QRLCS-Algorithmus verwendet die Funktionen *init*, *increment* und *apply*, die das Transformations-Tupel  $(M, \Gamma)$  initialisieren, inkrementieren und auf ein neues Trajektorienelement anwenden (Algorithmus 4.1, Zeile 8 und 9). Die Methoden für die Realisierung dieser Funktionen werden in diesem Abschnitt vorgestellt.

Bei gegebenen zwei Trajektorien  $P$  und  $T$  übernimmt der LCS-Teil des QRLCS-Algorithmus die Zuordnung der einzelnen Trajektorienelemente, so dass im Folgenden die Trajektorien  $P$  und  $T$  wie folgt definiert sind:

$$P = (\mathbf{P}_1, \dots, \mathbf{P}_N), \quad \mathbf{P}_i \in \mathbb{R}^2 \quad (4.6)$$

$$T = (\mathbf{T}_1, \dots, \mathbf{T}_N), \quad \mathbf{T}_i \in \mathbb{R}^2. \quad (4.7)$$

$T_t^{(d)}$  gibt das  $t$ -te Element (Zeitschritt) der Trajektorie  $T$  in der  $d$ -ten Dimension an. Man beachte, dass die Beschränkung auf zwei Dimensionen keine Einschränkung bedeutet, sondern nur den für die Transformation relevanten Teil der Trajektorien betrachtet. Nun muss zum einen eine Methode gefunden werden, die die Transformationsparameter  $(M, \Gamma)$  so bestimmt, dass die Summe über die Differenz aller Paare von Trajektorienelementen minimal wird:

$$\arg \min_{M, \Gamma} \sum_{i=1}^N \|\mathbf{T}_i - \mathbf{f}_{M, \Gamma}(\mathbf{P}_i)\| \quad (4.8)$$

Mit anderen Worten wird die Trajektorie  $P$  so gedreht und um seinen Mittelwert und verschoben, dass sie auf  $T$  möglichst gut passt. Der Mittelwert (Rotationspunkt) einer Trajektorie  $T$  der Länge  $|T| = t$  ist das arithmetische Mittel seiner Elemente:

$$\boldsymbol{\mu}_{T,t} = \frac{1}{t} \sum_{i=1}^t \mathbf{T}_i, \quad \boldsymbol{\mu}_{T,t} \in \mathbb{R}^2 \quad (4.9)$$

Entsprechend gibt  $\mu_{T,t}^{(d)}$  den Wert der  $d$ -ten Dimension dieses Mittelwerts an.

In dieser Dissertation werden zwei Ausprägungen für  $\mathbf{f}_{M, \Gamma}$  vorgestellt, zum einen nach KEARSLEY [1989] und zum anderen nach HORN [1987]. Zudem wird zu jeder Ausprägung eine inkrementelle Repräsentation gefunden, die es ermöglicht, ein neues Punktpaar  $(\mathbf{P}_i, \mathbf{T}_i)$  hinzuzufügen und sofort eine aktualisierte Menge von Transformationsparametern zu erhalten. Diese Eigenschaft fordert die Implementierung des QRLCS-Algorithmus, da optimale Teilergebnisse in Tabellen gespeichert werden.

Sowohl Kearsley als auch Horn verwenden Quaternionen zur Bestimmung der Rotationsparameter, auch als Hamilton-Zahlen bezeichnet [HAMILTON, 1866]. KUIPERS [2002] gibt dazu einen guten Überblick über dieses Thema. Quaternionen



$\mathbf{q} = q_1 + iq_2 + jq_3 + kq_4$  sind komplexe Zahlen mit einem reellen Teil und drei Imaginärteilen und können auch in Vektorform dargestellt werden:  $\mathbf{q} = [q_1, q_2, q_3, q_4] \equiv [q_1, \mathbf{v}]$ . Eine grundlegende Eigenschaft sind die sogenannten Hamilton-Regeln  $i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$ , so dass einigen Rechenoperationen wie zum Beispiel die Multiplikation gesondert für Quaternionen definiert sind. Ein Quaternion  $\hat{\mathbf{q}}$  der Länge  $\|\hat{\mathbf{q}}\| = 1$  wird als Einheitsquaternion bezeichnet. Die Inverse eines Einheitsquaternions  $\hat{\mathbf{q}}^{-1}$  ist gleich seinem konjugierten Vertreter  $\hat{\mathbf{q}}^{-1} = \overline{\hat{\mathbf{q}}} = [q_1, -q_2, -q_3, -q_4]$ . Mit den Quaternionen existiert ein eleganter Weg, um die Rotation eines Punktes  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3$  im dreidimensionalen Raum um den Ursprung entlang einer definierten Drehachse  $\mathbf{n} \in \mathbb{R}^3$  mit den Winkel  $\theta$  durchzuführen. Sei

$$\mathbf{q}_{rot} = [\cos(\theta/2), \sin(\theta/2)\mathbf{n}] \quad (4.10)$$

ein Quaternion, dann beschreibt der folgende Ausdruck eine Rotation des Punktes  $\mathbf{x}$  um den Winkel  $\theta$  mit der Rotationsachse  $\mathbf{n}$ :

$$[0, \mathbf{x}_{rot}] = \mathbf{q}_{rot}[0, \mathbf{x}]\mathbf{q}_{rot}^{-1}. \quad (4.11)$$

Für die Trajektorien von Objekten im Straßenverkehr werden planare Bewegungen angenommen. Daher gilt für die folgenden Abschnitte der Drehvektor  $\hat{\mathbf{n}} = [0, 0, 1]^\top$ . Ein Punkt im zweidimensionalen Raum  $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^2$  kann durch eine Ergänzung mit einer Null in der dritten Dimension  $[\mathbf{y}, 0]^\top$  zu einem Punkt im dreidimensionalen Raum erweitert werden.

#### 4.2.4.1 Inkrementelle Translation

Die Verschiebung einer Trajektorie (Translation) wird hier als Veränderung des Mittelpunkts als arithmetisches Mittel der Trajektorienelemente gesehen. Eine inkrementelle Formulierung, die den Mittelwert einer Trajektorie aus dem vorhergehenden Zeitschritt  $\boldsymbol{\mu}_{\{P,T\},t-1}$  um ein Trajektorienelement  $\mathbf{P}_t$  oder  $\mathbf{T}_t$  erweitert, ist einfach zu bestimmen durch

$$\boldsymbol{\mu}_{P,t} = \frac{1}{t} \sum_{i=1}^t \mathbf{P}_i = \frac{1}{t} \sum_{i=1}^{t-1} \mathbf{P}_i + \frac{1}{t} \mathbf{P}_t = \frac{t-1}{t} \boldsymbol{\mu}_{P,t-1} + \frac{1}{t} \mathbf{P}_t \quad (4.12)$$

$$\boldsymbol{\mu}_{T,t} = \frac{1}{t} \sum_{i=1}^t \mathbf{T}_i = \frac{t-1}{t} \boldsymbol{\mu}_{T,t-1} + \frac{1}{t} \mathbf{T}_t. \quad (4.13)$$

Der Mittelwert-Vektor  $\boldsymbol{\mu}_{\{P,T\},t-1}$  dient gleichzeitig als Rotationszentrum, d. h. eine Trajektorie wird um seinen Mittelpunkt gedreht. In den folgenden Abschnitten wird angenommen, dass der Mittelwert einer Trajektorie vor der Anwendung der Rotation bereits mit den obigen Gleichungen 4.12 und 4.13 bestimmt wurde.

#### 4.2.4.2 Inkrementelle Rotation nach Kearsley

Die computergestützte Strukturanalyse in der Chemie vergleicht unter anderem Moleküle in ihrem Aufbau und ihrer Struktur. KEARSLEY [1989] stellt dazu ein Quaternionen-basiertes Verfahren vor, das zwei große molekulare Strukturen bei bekannter Zuordnung der einzelnen Atome gegenseitig überlagert, um Abweichungen leichter

detektieren zu können. Diese Methode lässt sich auf den Vergleich von Trajektorien übertragen, indem die durch das QRLCS bekannte Zuordnung der Trajektorienelemente beide Trajektorien durch eine Verschiebung und Drehung überlagert werden.

Das Residuum der Überlagerung zweier Trajektorien  $P$  und  $T$  durch ein Rotationsquaternion  $\hat{\mathbf{q}}_\theta$ ,  $\|\hat{\mathbf{q}}_\theta\| = 1$ , kann mit Hilfe von Gleichung 4.11 wie folgt beschrieben werden:

$$E(\theta) = \sum_{i=1}^t \|[0, \mathbf{T}_i - \boldsymbol{\mu}_{T,t}, 0] - \hat{\mathbf{q}}_\theta [0, \mathbf{P}_i - \boldsymbol{\mu}_{P,t}, 0] \hat{\mathbf{q}}_\theta^{-1}\|^2. \quad (4.14)$$

Eine Minimierung des Fehlers im Least-Squares-Sinne nach dem Winkel  $\theta$  führt bei Verwendung folgender Hilfsvariablen, die die Summe und Differenz der mittelwertbefreiten Trajektorienelemente abkürzend beschreiben,

$$\mathbf{u}_{m,t} = (\mathbf{T}_t - \boldsymbol{\mu}_{T,t}) - (\mathbf{P}_t - \boldsymbol{\mu}_{P,t}) \quad (4.15)$$

$$\mathbf{u}_{p,t} = (\mathbf{T}_t - \boldsymbol{\mu}_{T,t}) + (\mathbf{P}_t - \boldsymbol{\mu}_{P,t}), \quad (4.16)$$

zu einer Lösung des folgenden Eigenwertproblems [KEARSLEY, 1989]:

$$\begin{pmatrix} \sum_{i=1}^t \|\mathbf{u}_{m,i}\|^2 & \sum_{i=1}^t (u_{p,i}^{(1)} u_{m,i}^{(2)} - u_{m,i}^{(1)} u_{p,i}^{(2)}) \\ \sum_{i=1}^t (u_{p,i}^{(1)} u_{m,i}^{(2)} - u_{m,i}^{(1)} u_{p,i}^{(2)}) & \sum_{i=1}^t \|\mathbf{u}_{p,i}\|^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_1 \\ q_4 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} q_1 \\ q_4 \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

Der Eigenvektor zum kleinsten Eigenwert repräsentiert dann die optimalen Rotationsparameter in der Form  $\mathbf{q}_{opt} = [q_1, 0, 0, q_4]$ . Im Gegensatz zu der Darstellung des Eigenwert-Problems in KEARSLEY [1989] wurde in Gleichung 4.17 bereits eine Drehung in der Ebene angenommen, so dass sich der Eigenvektor und die Matrix auf die Bestimmung der Quaternionen-Elemente  $q_1$  und  $q_4$  verkürzen.

Für den QRLCS-Algorithmus ist eine inkrementelle Formulierung der Matrixelemente aus Gleichung 4.17 zu finden, die der Transformation einer Zeitreihe  $1, \dots, t-1$  ein neues Punktpaar  $(\mathbf{P}_t, \mathbf{T}_t)$  hinzufügt. Die folgenden Ausdrücke stellen dabei diese inkrementelle Form dar; die entsprechende Herleitung findet sich in Abschnitt A.2.2.

$$\sum_{i=1}^t \|\mathbf{u}_{m,i}\|^2 = \left( \sum_{i=1}^{t-1} \|\mathbf{T}_i - \mathbf{P}_i\|^2 \right) + \|\mathbf{T}_t - \mathbf{P}_t\|^2 - t \|\boldsymbol{\mu}_{T,t} - \boldsymbol{\mu}_{P,t}\|^2 \quad (4.18)$$

$$\sum_{i=1}^t \|\mathbf{u}_{p,i}\|^2 = \left( \sum_{i=1}^{t-1} \|\mathbf{T}_i + \mathbf{P}_i\|^2 \right) + \|\mathbf{T}_t + \mathbf{P}_t\|^2 - t \|\boldsymbol{\mu}_{T,t} + \boldsymbol{\mu}_{P,t}\|^2 \quad (4.19)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^t (u_{p,i}^{(1)} u_{m,i}^{(2)} - u_{m,i}^{(1)} u_{p,i}^{(2)}) &= 2 \sum_{i=1}^{t-1} \left( P_i^{(1)} T_i^{(2)} - T_i^{(1)} P_i^{(2)} \right) \\ &\quad + 2(P_t^{(1)} T_t^{(2)} - T_t^{(1)} P_t^{(2)}) \\ &\quad + 2t(\mu_{P,t}^{(2)} \mu_{T,t}^{(1)} - \mu_{T,t}^{(2)} \mu_{P,t}^{(1)}) \end{aligned} \quad (4.20)$$

Somit müssen folgende Terme in jedem Iterationsschritt des QRLCS gespeichert werden:

$$\gamma_1(t) = \sum_{i=1}^t \|\mathbf{T}_i - \mathbf{P}_i\|^2 \quad (4.21)$$

$$\gamma_2(t) = \sum_{i=1}^t \|\mathbf{T}_i + \mathbf{P}_i\|^2 \quad (4.22)$$

$$\gamma_3(t) = 2 \sum_{i=1}^t \left( P_i^{(1)} T_i^{(2)} - T_i^{(1)} P_i^{(2)} \right) \quad (4.23)$$

Das Tupel  $(M, \Gamma) = ((\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{T},t}, \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{P},t}), (\gamma_1(t), \gamma_2(t), \gamma_3(t)))$  beschreibt vollständig die Transformation der Trajektorie  $P$  zu  $T$  in dem Zeitschritt  $t$ .

Bei der Präsentation eines neuen Punktpaars  $(\mathbf{P}_t, \mathbf{T}_t)$  werden zuerst die Mittelwerte  $\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{P},t-1}$  und  $\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{T},t-1}$  mit Hilfe der Gleichungen 4.12 und 4.13 zu  $\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{P},t}$  und  $\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{T},t}$  aktualisiert. Im Anschluss werden mit Hilfe der  $\gamma$ -Variablen  $\gamma_{1,2,3}(t-1)$  aus dem vorhergehenden Zeitschritt die Matrixelemente in den Gleichungen 4.18, 4.19 und 4.20 bestimmt und das Eigenwertproblem in Gleichung 4.17 gelöst. Mit dem Eigenvektor zum kleinsten Eigenwert kann dann ein Rotationsquaternion aufgebaut und zur Überlagerung der Trajektorien verwendet werden. Soll das präsentierte Punktpaar  $(\mathbf{P}_t, \mathbf{T}_t)$  der Reihe hinzugefügt werden, so werden die Mittelwerte und die  $\gamma$ -Variablen in den Gleichungen 4.21, 4.22 und 4.23 aktualisiert.

**Wertung:** Mit der Methode der inkrementellen Rotation nach Kearsley existiert nun ein mathematisch elegantes Verfahren zur Bestimmung der Transformationsparameter in dem QRLCS-Algorithmus. Es hat sich jedoch in der Anwendung gezeigt, dass es numerisch instabil ist und die wiederholte Lösung des Eigenwertproblems in Gleichung 4.17 rechentechnisch aufwändig ist. Aus diesem Grund wird in dem nächsten Abschnitt eine Methode der inkrementellen Rotation nach HORN [1987] vorgestellt, das die dargestellten Nachteile nicht besitzt.

#### 4.2.4.3 Inkrementelle Rotation nach Horn

HORN [1987] stellt in der Übersicht eine Reihe von Quaternion-basierten Methoden vor, die analytisch zwei Punkt Mengen im zwei- und dreidimensionalen Raum optimal im Least-Squares-Sinne zueinander rotieren lassen. Ein effizientes Verfahren zur Bestimmung des Rotationswinkels für eine Drehung in der Ebene nach Horn wird in diesem Abschnitt erläutert und um eine inkrementelle Formulierung für die Verwendung in dem QRLCS-Algorithmus erweitert.

In diesem Abschnitt wird implizit die Verwendung dreidimensionaler Trajektorienelemente angenommen, also gilt

$$\mathbf{T}_i \equiv \begin{pmatrix} \mathbf{T}_i \\ 0 \end{pmatrix} \quad \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{T},t} \equiv \begin{pmatrix} \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{T},t} \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{P}_i \equiv \begin{pmatrix} \mathbf{P}_i \\ 0 \end{pmatrix} \quad \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{P},t} \equiv \begin{pmatrix} \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{P},t} \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (4.24)$$

Die Minimierung der Summe über die Norm der Punktdifferenzen nach Gleichung 4.28 definiert HORN [1987] über die Maximierung der Summe der Skalarprodukte  $\zeta(\theta)$  zwischen den mittelwertsbefreiten Punktpaaren:

$$\begin{aligned}\zeta(\theta) &= \sum_{i=1}^t \|\mathbf{T}_i - \boldsymbol{\mu}_{T,t}\| \|\mathbf{P}_i - \boldsymbol{\mu}_{P,t}\| \cos(\alpha_i - \theta) \\ &= \left( \sum_{i=1}^t \|\mathbf{T}_i - \boldsymbol{\mu}_{T,t}\| \|\mathbf{P}_i - \boldsymbol{\mu}_{P,t}\| \cos(\alpha_i) \right) \cos(\theta) \\ &\quad + \left( \sum_{i=1}^t \|\mathbf{T}_i - \boldsymbol{\mu}_{T,t}\| \|\mathbf{P}_i - \boldsymbol{\mu}_{P,t}\| \sin(\alpha_i) \right) \sin(\theta) \\ &= C \cos(\theta) + S \sin(\theta)\end{aligned}\tag{4.25}$$

mit

$$\begin{aligned}C &= \sum_{i=1}^t \|\mathbf{T}_i - \boldsymbol{\mu}_{T,t}\| \|\mathbf{P}_i - \boldsymbol{\mu}_{P,t}\| \cos(\alpha_i) = \sum_{i=1}^t \langle \mathbf{T}_i - \boldsymbol{\mu}_{T,t}; \mathbf{P}_i - \boldsymbol{\mu}_{P,t} \rangle \\ S &= \sum_{i=1}^t \|\mathbf{T}_i - \boldsymbol{\mu}_{T,t}\| \|\mathbf{P}_i - \boldsymbol{\mu}_{P,t}\| \sin(\alpha_i) = \left\langle \sum_{i=1}^t ((\mathbf{T}_i - \boldsymbol{\mu}_{T,t}) \times (\mathbf{P}_i - \boldsymbol{\mu}_{P,t})); \hat{\mathbf{n}} \right\rangle.\end{aligned}\tag{4.26}$$

$$(4.27)$$

Die Variable  $\alpha_i = \angle(\mathbf{T}_i - \boldsymbol{\mu}_{T,t}, \mathbf{P}_i - \boldsymbol{\mu}_{P,t})$  gibt dabei den von den mittelwertsbefreiten Punktpaaren eingeschlossenen Winkel an. Durch die Drehung in der Ebene ist der Rotationsvektor  $\hat{\mathbf{n}}$  definiert als  $\hat{\mathbf{n}} = [0, 0, 1]^\top$ . Die Definition von  $\zeta(\theta)$  ist sinnvoll, da mit steigendem Wert des Skalarprodukts die Vektoren und damit die Punktpaare zunehmend kollinear sind. Des Weiteren ermöglicht Gleichung 4.25 eine einfache Extraktion des Rotationswinkels  $\theta$ , so dass das Maximum von  $\zeta(\theta)$  über eine Extremwertrechnung bestimmt werden kann:

$$\begin{aligned}\frac{d}{d\theta}(C \cos(\theta) + S \sin(\theta)) &\stackrel{!}{=} 0 \\ \Leftrightarrow C \sin(\theta) &= S \cos(\theta)\end{aligned}\tag{4.28}$$

mit der Lösung mit Hilfe des trigonometrischen Pythagoras<sup>2</sup>:

$$\sin(\theta) = \pm \frac{S}{\sqrt{S^2 + C^2}}, \quad \cos(\theta) = \pm \frac{C}{\sqrt{S^2 + C^2}}\tag{4.29}$$

Da eine Maximierung von  $\theta$  erstrebt ist, werden die Terme mit dem Plus-Zeichen verwendet. Man beachte, dass  $S$  und  $C$  beliebige Vorzeichen haben können.

Aus Gleichung 4.29 lässt sich wiederum ein Rotationsquaternion erzeugen und nach Gleichung 4.11 anwenden [HORN, 1987]:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{q}} &= \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) (i\hat{\mathbf{n}}^{(1)} + j\hat{\mathbf{n}}^{(2)} + k\hat{\mathbf{n}}^{(3)}) = \left[ \cos\left(\frac{\theta}{2}\right), 0, 0, \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] \\ \text{mit} \quad \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) &= \sqrt{\frac{1 + \cos(\theta)}{2}}, \quad \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{\sin(\theta)}{\sqrt{2(1 + \cos(\theta))}}\end{aligned}\tag{4.30}$$

<sup>2</sup>Trigonometrischer Pythagoras:  $\sin^2(\theta) + \cos^2(\theta) = 1$  [BRONSHTEIN u. a., 2007, Absch. 2.7.2.1]

Alternativ ist auch der Aufbau einer Rotationsmatrix möglich:

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \quad (4.31)$$

Somit müssen für eine Bestimmung des Rotationswinkels  $\theta$  die  $S$ - und  $C$ -Ausdrücke aus Gleichung 4.27 und 4.26 berechnet und nach Gleichung 4.29 in eine trigonometrische Form gebracht werden, um zwei Trajektorien übereinander zu lagern.

Für die Anwendung dieser Rotationsbestimmung in dem QRLCS-Algorithmus lassen sich die  $S$ - und  $C$ -Ausdrücke wie folgt inkrementell formulieren:

$$C_t = \left( \sum_{i=1}^{t-1} \langle \mathbf{T}_i; \mathbf{P}_i \rangle \right) - t \langle \boldsymbol{\mu}_{T,t}; \boldsymbol{\mu}_{P,t} \rangle \quad (4.32)$$

$$S_t = \left\langle \left( \sum_{i=1}^{t-1} (\mathbf{T}_i \times \mathbf{P}_i) \right) - t(\boldsymbol{\mu}_{T,t} \times \boldsymbol{\mu}_{P,t}); \hat{\mathbf{n}} \right\rangle \quad (4.33)$$

Die Herleitung der Gleichungen ist in Abschnitt A.2.3 näher erläutert.

Analog zur der Bestimmung der Transformationsparameter nach Kearsley müssen nun folgende Terme über die Zeit gespeichert werden:

$$\gamma_1(t) = \sum_{i=1}^t \langle \mathbf{T}_i; \mathbf{P}_i \rangle \quad (4.34)$$

$$\gamma_2(t) = \sum_{i=1}^t (\mathbf{T}_i \times \mathbf{P}_i) \quad (4.35)$$

Das Tupel  $(M, \Gamma) = ((\boldsymbol{\mu}_{T,t}, \boldsymbol{\mu}_{P,t}), (\gamma_1(t), \gamma_2(t)))$  beschreibt somit vollständig die Transformation zu Zeitschritt  $t$ .

**Wertung:** Die inkrementelle Rotation nach Horn stellt eine gute Alternative zu dem vorher beschriebenen Verfahren nach Kearsley dar. Man beachte, dass die  $\sin(\theta)$ - und  $\cos(\theta)$ -Ausdrücke niemals evaluiert werden, sondern nur als Ganzes in die Gleichungen zum Aufbau der Transformationsgleichungen verwendet werden. Dies macht die Methode sehr effizient.

## 4.3 Probabilistische Suche in Wissensbasis

Gemäß der Definition eines Systems zur Prädiktion aus Abschnitt 3.3 erhält der Prädiktor  $f_{\text{pred}}$  ein beobachtetes Bewegungsmuster  $H$  eines Objekts im Straßenverkehr in Form einer Trajektorie der letzten  $\Delta t_H$  Zeitschritte und erstellt auf der Basis der Historie eine oder mehrere Hypothesen über den zukünftigen Bewegungsverlauf des Objekts. Die Hypothesen werden auf der Basis einer vorher aufgezeichneten Menge von Bewegungsmustern (Wissensbasis oder Referenzmenge) erstellt.

Die einfachste Variante für die Schätzung der Prädiktionshypothesen ist eine erschöpfende Suche in der Wissensbasis mit einem Trajektorien-Distanzmaß nach der

zur Historie  $H$  ähnlichsten Teiltrajektorie  $W_i$ . Anschließend werden die gemäß einem vorher definierten Zeithorizont die nachfolgenden  $\Delta t_{pred}$  Zeitschritte der Teiltrajektorie  $W_i$  als der wahrscheinlichste, zukünftige Bewegungsverlauf verwendet. Das in dem vorhergehenden Abschnitt vorgestellte QRLCS-Distanzmaß ist in der Lage, die Suche nach  $W_i$  in der Wissensbasis durchzuführen. Aus Sicht der benötigten Rechenzeit ist dieses Vorgehen aber praktisch nicht durchführbar, weil eine vollständige Suche sehr viel Rechenzeit in Anspruch nimmt, die zur Anwendung des Prädiktors in Echtzeit in dieser Größenordnung nicht zur Verfügung steht. Aus diesem Grund wird in diesem Abschnitt ein approximatives Suchverfahren auf der Basis von SIDENBLADH u. a. [2002] vorgestellt und um die Schätzung der Bewegungshypothesen erweitert, was die benötigte Rechenleistung im Vergleich zur erschöpfenden Suche deutlich verringert.

Die nachfolgenden Unterabschnitte gliedern das probabilistische Suchverfahren in verschiedene Themengebiete: Die Abschnitte 4.3.1 und 4.3.2 begründen die Einbringung eines Filter-Algorithmus in den Prädiktor und liefern eine Übersicht über die verwendeten Bezeichner und Ausdrücke. Abschnitt 4.3.3 führt das Problem der Prädiktion eines Bewegungsablaufs auf den Bayes-Filter-Algorithmus und damit auf das Verfahren nach SIDENBLADH u. a. [2002] zurück. Der nachfolgende Abschnitt 4.3.4 gibt den probabilistischen Tracking-Algorithmus nach SIDENBLADH u. a. [2002] wieder, angewandt auf Fahrzeugtrajektorien durch den Aufbau eines strukturierten Baums über die Bewegungsmenge und probabilistische Suche in dieser Baumstruktur. Der Aufbau des Baums entspricht dabei dem Training des lernenden Verfahrens zur Prädiktion, während die Suche die Anwendung des Prädiktors zur Laufzeit darstellt. Der Unterabschnitt 4.3.6 stellt eine Reihe von heuristischen Möglichkeiten für die Gewichtung der Prädiktionshypothesen in dem Partikelfilter vor. Die Partikel in dem Partikelfilter approximieren die Verteilung der Auftrittswahrscheinlichkeit einer Prädiktion, in Abschnitt 4.3.5 werden daher Ansätze vorgestellt, die aus dieser Verteilung eine oder mehrere Prädiktionen in Form von Trajektorien ermittelt.

### 4.3.1 Begründung und Wahl des Filter-Algorithmus

Die Aufzeichnung der Bewegungshistorie  $H$  wird mit Hilfe von Sensoren durchgeführt, wie zum Beispiel Kamera, Radar oder Lidar. In den sensorischen Daten wird ein Algorithmus zur Objektdetektion angewendet, um anhand des Objektschwerpunkts eine Trajektorie über die Zeit zu erhalten. Prinzip- und konstruktionsbedingt sind diese Messungen allerdings mit einem Rauschanteil behaftet, so dass die tatsächlich abgefahrenen Bewegung nur annähernd geschätzt werden kann. Aus diesem Grund werden in aktuellen Verfahren zur Objektverfolgung in der Literatur in den Sensordaten Filteralgorithmen eingesetzt, wie zum Beispiel der Kalman- oder Partikelfilter, die die Messungen und deren Unsicherheiten in die Schätzung der tatsächlich abgefahrenen Bahn mit einbeziehen. Eine Änderung der tatsächlich abgefahrenen Historie durch den Rauschanteil führt ebenfalls für den Prädiktor zu einer deutlichen Änderung der Bewegungshypothesen, da z. B. ein Fehler in der Position des letzten observierten Objektzustands einen nichtlinearen Einfluss auf die Prädiktion mit zunehmenden Prädiktionshorizont hat. Daher soll für die Prädiktion ebenfalls ein Filterverfahren zur Minimierung rauschbedingter Fehler mit einbezogen werden.

In der Literatur werden am häufigsten zwei zeitliche Filter eingesetzt [YILMAZ u. a., 2006; THRUN u. a., 2005], der Kalman- [KALMAN, 1960] und der Partikelfilter [ISARD und BLAKE, 1998] (CONDENSATION-Algorithmus). Beide Filter können durch den Bayes-Filter-Algorithmus [THRUN u. a., 2005, Abschnitt 2.4.1] abstrahiert werden, der eine rekursive Schätzung eines Objektzustands auf Basis vorangegangener Zustandsschätzungen postuliert. Die Realisierung des Bayes-Filter-Algorithmus in Form des Kalman-Filters nimmt dabei eine Normalverteilung der Auftrittswahrscheinlichkeit eines Objektzustands an, während der Partikelfilter beliebige Verteilungen durch eine Menge von Hypothesen oder Partikeln zulässt. Wenn ein Filter den zukünftigen Bewegungsverlauf schätzt, so ist die Annahme einer Normalverteilung der Auftrittswahrscheinlichkeit einer Prädiktion nicht mehr erfüllt, da zum Beispiel das Anfahren eines Fahrzeugs an eine Kreuzung mögliche Hypothesen in Form eines Geradeausfahrens, eines Rechts- und eines Linksabbiegens generieren muss, und somit eine Verteilung mit mindestens drei Moden, d. h. lokalen Maxima, erforderlich macht. Aus diesem Grund wird im Folgenden ein Partikelfilter als zeitlicher Filter der Objektzustände verwendet.

SIDENBLADH u. a. [2002] verbinden erstmals einen Partikelfilter für das Tracking von Körperposturen in Kamerabildern mit der direkten Verwendung einer Menge von aufzeichneten Bewegungsmustern. Das Verfahren verwendet den Partikelfilter als ein zeitliches Optimierungsverfahren, das gezielt nach dem in den Kamerabildern beobachteten Bewegungsablauf in der Referenzmenge sucht, um den nächsten Zeitschritt präzisieren zu können. Das in diesem Abschnitt der Dissertation vorgestellte Prädiktionsverfahren greift auf die Methode nach SIDENBLADH u. a. [2002] zurück und erweitert die Tracking-Komponente mit dem Partikelfilter um eine Fähigkeit, weiter als einen Zeitschritt vorausschauen zu können.

Ein Bewegungsmuster in Form einer Trajektorie ist eine zeitlich geordnete Folge von Objektzuständen. Die Suche nach einem Bewegungsmuster in der Referenzmenge zum Tracking eines Zustandes verletzt explizit die Markov-Annahme erster Ordnung in dem Filter. Die Annahme besagt, dass der Zustand eines Objekts zum Zeitpunkt  $t$  nur von dem Zustand aus dem vorherigen Zustand  $t - 1$  abhängt und die übrigen Abhängigkeiten des aktuellen Zustands zu Zuständen weiter in die Vergangenheit vernachlässigt werden können [BISHOP, 2006, Abschnitt 13.1]. Dieses Prinzip liegt dem Bayes-Filter-Algorithmus und damit auch dem Partikel- oder Kalman-Filter zugrunde. SIDENBLADH u. a. [2002] argumentieren, dass diese Verletzung durch eine Anpassung der Berechnung der Partikelgewichte abgemildert werden kann. In der neueren Literatur ist die Einbringung der letzten  $N$  Historienelemente in den Partikelfilter auch als Memory-based Particle Filter (M-PF) bezeichnet und wurde von MIKAMI u. a. [2009, 2010] vorgestellt. Daher wird davon ausgegangen, dass die Verletzung der Markov-Annahme erster Ordnung in dem Partikelfilter zu vernachlässigbar kleinen Fehlern in dem Tracking führt.

### 4.3.2 Abkürzungen und Bezeichner für Variablen

Die folgenden Bezeichner für Variablen werden für eine probabilistische Formulierung der Prädiktion verwendet: Eine Trajektorie  $T$  mit  $N$  Elementen ist eine geordnete Liste von Vektoren  $T = [\mathbf{T}_1, \dots, \mathbf{T}_N]$  und beschreibt einen Bewegungsverlauf zu diskreten Zeitschritten, wobei jeder Vektor  $\mathbf{T}_i \in \mathbb{R}^d$  mindestens den Zeitstempel

und die Position des Objekts in der  $x$ - $y$ -Ebene umfasst, d. h. es gilt  $d \geq 3$ . Höhere Ableitungen der Position wie die Geschwindigkeit oder Gierrate können ebenfalls in den Vektor mit übernommen werden. Die Einbindung des Zeitstempels in die Vektorrepräsentation erlaubt die Behandlung der Trajektorie zu diskreten Zeitschritten  $1, \dots, t, \dots, N$ . Die Dauer der Observation einer Bewegung wird in  $t_h$  Zeitschritten und der Zeithorizont mit  $t_p$  angegeben. Dies ist keine Einschränkung gegenüber der gegebenen Dauer eines Historienstücks oder eines Zeithorizonts in Sekunden; die Anzahl der Zeitschritte kann einfach durch den größtmöglichen Abschnitt der Trajektorie bestimmt werden, dessen kumulierte Summe der Zeitstempeldifferenzen minimal zu dem gegebenen Wert des Historienstücks oder des Zeithorizonts in Sekunden ist.

Eine Historie  $H_t = [\mathbf{T}_{t-t_h+1}, \dots, \mathbf{T}_t]$  mit  $t_h$  Trajektorienelementen beschreibt den observierten Bewegungsverlauf bis zu dem aktuellen Zeitschritt  $t$ . Die Prädiktion ist für den aktuellen Zeitschritt  $t$  als zukünftigen Bewegungsverlauf  $\Phi_t = [\mathbf{T}_t, \dots, \mathbf{T}_{t+t_s-1}] = [\Phi_t, \dots, \Phi_{t+t_s-1}]$  angegeben. Ein in der Referenzmenge abgelegtes Trajektorienstück mit  $t_h$  Trajektorienelemente wird mit  $\Psi_i = [\mathbf{T}_{i-t_h+1}, \dots, \mathbf{T}_i] = [\Psi_{i-t_h+1}, \dots, \Psi_i]$  bezeichnet. Die Angabe des Zeitschritts orientiert sich bei der Historie und der Prädiktion an dem aktuellen Zeitschritt  $t$  der observierten Trajektorie, bei dem Referenzstück ist ein beliebiger Zugriff auf alle Trajektorienelemente der Referenzmenge möglich.

### 4.3.3 Probabilistische Formulierung der Prädiktion

Wahrscheinlichkeitsverteilungen erlauben eine allgemeine und elegante Beschreibung von Auftrittswahrscheinlichkeiten für Zufallsvariablen. Die Prädiktion eines Bewegungsmusters kann als eine Zufallsvariable aufgefasst werden. Zusätzlich bieten diese probabilistischen Formulierungen eine Reihe von Möglichkeiten die Abhängigkeiten zwischen Zufallsvariablen zu modellieren. Eine Anwendung dieser Abhängigkeit ist die Bestimmung des zukünftigen Verlaufs einer Trajektorien bei gegebener, observierter Historie. In diesem Abschnitt wird das Problem der Prädiktion probabilistisch formuliert, um die Anwendung einer Partikelfilter-Variante nach SIDENBLADH u. a. [2002] zu ermöglichen und zu jedem Zeitschritt der observierten Bewegung eine Verteilung der Prädiktion zu erhalten.

Die Aufttrittswahrscheinlichkeit der Prädiktion  $\Phi_t$  kann bei gegebener, observierter Historie  $H_t$  als Wahrscheinlichkeitsverteilung  $p(\Phi_t | H_t)$  dargestellt werden. Die Idee ist nun, die observierte Historie als mit einem Rauschanteil behaftete Messung zu betrachten und die probabilistische Formulierung der Prädiktion in ein Tracking der aktuellen Position mit anschließendem Prädiktionsanteil aufzuspalten:

$$p(\Phi_t | H_t) = p(\Phi_{t+1}, \Phi_t | H_t) \quad (4.36a)$$

$$= p(\Phi_t | \Phi_{t+1}, H_t) p(\Phi_{t+1} | H_t) \quad (4.36b)$$

$$\approx p(\Phi_t | H_t) p(\Phi_{t+1} | H_t) \quad (4.36c)$$

In Zeile 4.36a und 4.36b wird der aktuelle Zustand von der Prädiktion abgespalten und fortan gesondert betrachtet. Die letzte Zeile verwendet die Approximation  $p(\Phi_t | \Phi_{t+1}, H_t) \approx p(\Phi_t | H_t)$  unter der Annahme, dass der zukünftige Verlauf  $\Phi_{t+1}$  einen deutlich geringeren Einfluss als die observierte Historie  $H_t$  auf den aktuellen



Zustand  $\Phi_t$  hat und somit vernachlässigt werden kann. Der erste Term  $p(\Phi_t | H_t)$  der Gleichung 4.36c ist die Aufenthaltswahrscheinlichkeit für den Zustand  $\Phi_t$  zum aktuellen Zeitpunkt  $t$  bei gegebener Messung  $H_t$  und kann mit Hilfe der probabilistischen Suche nach SIDENBLADH u. a. [2002], wie in dem nachfolgenden Abschnitt beschrieben, bestimmt werden. Auf den ersten Blick scheint mit dem zweiten Teil  $p(\Phi_{t+1} | H_t)$  nichts gewonnen zu sein, da die prädizierte Trajektorie  $\Phi_{t+1}$  immer noch vollständig vom observierten Bewegungsmuster  $H_t$  abhängt. Allerdings kann eine Approximation dieses Terms durch heuristisch definierte Verteilungen mit in den Partikelfilter als Gewichtsterm der Partikel einfließen. Diese Gewichtungen werden in Abschnitt 4.3.6 näher erläutert.

#### 4.3.4 Probabilistische Suche nach Sidenbladh

In diesem Abschnitt wird der Suchalgorithmus nach der Methode von SIDENBLADH u. a. [2002] dargestellt, angewendet auf Bewegungsmuster für Fahrzeuge. Unterschiede zu diesem Referenzverfahren für die Anwendung auf Fahrzeugtrajektorien werden im Folgenden explizit genannt.

Gesucht ist eine iterative Formulierung der Wahrscheinlichkeitsverteilung  $p(\Phi_t | H_t)$  in dem aktuellen Zeitschritt  $t$ , die bei einem gegebenen, observierten Bewegungsverlauf  $H_t$  (Historie) die Auftrittswahrscheinlichkeit des Fahrzeugzustands  $\Phi_t$  schätzt. Die probabilistische Formulierung des Bayes-Filter-Algorithmus [THRUN u. a., 2005, Abschn. 2.4.1] ermöglicht diese iterative Formulierung basierend auf der Verteilung  $p(\Phi_{t-1} | H_{t-1})$  des vorhergehenden Zeitschritts:

$$p(\Phi_t | H_t) = \eta p(H_t | \Phi_t) \int p(\Phi_t | \Phi_{t-1}) p(\Phi_{t-1} | H_{t-1}) d\Phi_{t-1} \quad (4.37)$$

mit  $\eta$  als Normalisierungsfaktor. In dem Ausdruck gibt  $p(H_t | \Phi_t)$  die Auftrittswahrscheinlichkeit der Historie  $H_t$  bei gegebenem Zustand des Fahrzeugs  $\Phi_t$  an, während  $p(\Phi_t | \Phi_{t-1})$  die Übergangswahrscheinlichkeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Zeitschritten darstellt.

In der Realisierung der Gleichung 4.37 in Form des Partikelfilters wird  $p(\Phi_t | H_t)$  durch eine Menge von Hypothesen (den Partikeln)  $\{\Phi_t^{(s)}\}_{s=1,\dots,N}$  mit den Gewichten  $\{w_t^{(s)}\}_{s=1,\dots,N}$  repräsentiert. Diese Verteilung  $p(H_t | \Phi_t)$  wird dabei zur Gewichtung der Partikel verwendet; die Ausprägung dieser Verteilung ist meist heuristisch festgelegt. In einem Partikelfilter wird jede Hypothese in den nächsten Zeitschritt anhand der Übergangswahrscheinlichkeit  $p(\Phi_t | \Phi_{t-1})$  prädiziert. SIDENBLADH u. a. [2002] argumentieren nun, dass diese Verteilung bei gegebenem Fahrzeugzustand  $\Phi_{t-1}$  ähnlich ist zu einer Verteilung  $p(\Phi_t | [\Phi_{t-t_h}, \dots, \Phi_{t-1}])$  bei gegebener Historie von Zuständen  $[\Phi_{t-t_h}, \dots, \Phi_{t-1}]$ :

$$p(\Phi_t | \Phi_{t-1}) \approx p(\Phi_t | [\Phi_{t-t_h}, \dots, \Phi_{t-1}]) \quad (4.38a)$$

$$= p(\Phi_t | \Psi_{i-1}) p(\Psi_{i-1} | [\Phi_{t-t_h}, \dots, \Phi_{t-1}]) \quad (4.38b)$$

$$\text{mit } p(\Phi_t | \Psi_{i-1}) = \begin{cases} 1 & \text{falls } \Phi_t = \Psi_i \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.38c)$$

	$x_{Pos}$	$z_{Pos}$	Bogenlänge	Geschw.	Gierwinkel	Gierrate
$x_{Pos}$	-	✓	-	-	✓	✓
$z_{Pos}$	✓	-	-	-	✓	✓
Geschw.	-	-	-	-	✓	✓
Bogenlänge	-	-	-	-	✓	✓
Gierwinkel	✓	✓	✓	✓	-	-
Gierrate	✓	✓	✓	✓	-	-

Tabelle 4.1: Mögliche Kombinationen zur vollständigen Beschreibung eines Bewegungsverlaufs. Quelle: WIEST [2010, S. 14].

In Zeile 4.38b der Gleichung wird die Annahme hinzugenommen, dass für die „wahre“ Fahrzeugtrajektorie  $[\Phi_{t-t_h}, \dots, \Phi_{t-1}]$  ein entsprechend ähnliches Gegenstück  $\Psi_{i-1}$  in der Referenzmenge existiert, wie in Zeile 4.38c explizit gefordert. Somit reduziert sich die Übergangswahrscheinlichkeit auf eine Verteilung, die die Auftrittswahrscheinlichkeit eines Trajektorienstücks  $\Psi_{i-1}$  bei gegebener, wahrer Fahrzeugtrajektorie  $[\Phi_{t-t_h}, \dots, \Phi_{t-1}]$  beschreibt.

Im Folgenden wird für die Konstruktion der Wahrscheinlichkeitsverteilungen ein normal verteiltes Rauschen für Trajektorien angenommen. Die Verwendung von Trajektorien als Reihe von Zuständen ist allerdings unhandlich bei der Formulierung multivariater Gaußverteilungen. Daher werden die Trajektorien in Vektoren einheitlicher Länge mit Hilfe von Tschebyscheff-Koeffizienten (siehe PRESS u. a. [2007, Abschnitt 5.8] und Abschnitt A.1.2) transformiert. Im Gegensatz dazu verwenden SIDENBLADH u. a. [2002] direkt übereinander gestapelte Vektoren von Winkeln der Körpermodellkonfigurationen für den Aufbau der Vektoren.

Die Koeffizienten der Tschebyscheff-Polynome werden für jedes Trajektorienstück  $\Phi_t$  und  $\Psi_i$  in der Komponente Gierwinkel  $\phi$  und Geschwindigkeit  $v$  ermittelt und anschließend zu einem Vektor zusammenfasst. Der Gierwinkel wird zusätzlich auf einen Anfangswert von Null Grad normalisiert, um die Repräsentation unabhängig von der Ausrichtung des Trajektorienstücks zu machen. Dies drückt die Funktion  $\text{cheby}_{\phi,v}()$  aus:

$$\varphi_t = \text{cheby}_{\phi,v}([\Phi_{t-t_h}, \dots, \Phi_{t-1}]) \quad (4.39a)$$

$$\psi_i = \text{cheby}_{\phi,v}(\Psi_i) \quad (4.39b)$$

Die Kombination aus Winkel und die Geschwindigkeit ist nicht die einzige Möglichkeit, eine Trajektorie zu repräsentieren. Mögliche Kombinationen zur Repräsentation nach WIEST [2010] sind in Tabelle 4.1 gezeigt.  $x_{Pos}$  und  $z_{Pos}$  geben die zweidimensionale Position eines Trajektorienpunkts an, während die Bogenlänge die Länge der Trajektorie vom Anfang bis zu jedem Zeitpunkt beschreibt. Die Geschwindigkeit ist die zeitliche Ableitung der Bogenlänge. Nur die Bogenlänge, die Geschwindigkeit und die Gierrate sind die Komponenten einer Trajektorie, die eine Trajektorie unabhängig von der Ausrichtung (globale Rotation) und Position beschreiben, die übrigen Komponenten müssen auf eine festgelegte Richtung und gegebenenfalls einen gemeinsamen Anfangspunkt normalisiert werden. Als Norm wird in dieser Dissertation der Ursprung  $(0,0)$  und eine Richtung mit  $0^\circ$  entlang der  $x$ -Koordinate in

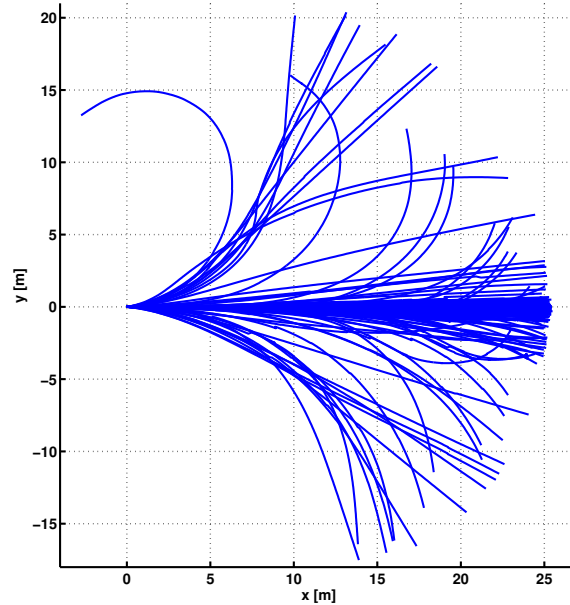


Abbildung 4.5: Beispielmenge von 200 normalisierten Trajektorien in einem globalen Koordinatensystem.

einem globalen Koordinatensystem angesehen. Abbildung 4.5 zeigt einige Beispiele normalisierter Trajektorien in der Positionskomponente.

SIDENBLADH u. a. [2002] nehmen nun für die Bewegungsmuster der Körperposturen an, dass die Referenztrajektorie  $\psi_i$  ähnlich ist zu dem „wahren“ Bewegungsmuster  $\varphi_t$ , überlagert mit einem additivem, multivariat normal verteiltem Rauschen. Die gleiche Annahme wird auch für die Fahrzeugtrajektorien getroffen:

$$\psi_i = \varphi_t + \mathcal{N}_p(\mathbf{0}, \mathbf{\Gamma}) \quad (4.40)$$

Dann ist die Wahrscheinlichkeit, dass das tatsächlich auftretende Bewegungsmuster  $\varphi_t$  dem Bewegungsmuster aus der Referenzmenge  $\psi_i$  ähnlich ist, wie folgt als eine multivariate Gaußverteilung über die Mahalanobis-Distanz definiert:

$$p(\psi_i | \varphi_t) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^p \det(\mathbf{\Gamma})}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\psi_i - \varphi_t)^\top \mathbf{\Gamma}^{-1} (\psi_i - \varphi_t) \right\} \quad (4.41)$$

Eine vereinfachte Anwendung der Gleichung 4.41 wäre eine erschöpfende Suche nach dem Maximum von  $p(\psi_i | \varphi_t^{(s)})$  für jedes Partikel  $\varphi_t^{(s)}$  in der Referenzmenge der Teiltrajektorien  $\{\psi_i\}_{i=1,\dots,m}$ , um anschließend mit Gleichung 4.38b die Übergangswahrscheinlichkeiten zu bestimmen. Ähnlich zu der in der Einführung dieses Abschnitts 4.3 beschriebenen, erschöpfenden Suche mit dem QRLCS-Distanzmaß ist dieses Vorgehen sehr aufwändig und dadurch nicht praktikabel. Die Idee von SIDENBLADH u. a. [2002] ist nun, über die Menge der Referenztrajektorien anhand von sogenannten *Deskriptoren* einen Binärbaum zu konstruieren, der diese Suche deutlich beschleunigt. Diese Dissertation folgt dieser Idee mit dem Unterschied, dass die Tschebyscheff-Koeffizienten die Grundlage dieser Deskriptoren bilden und dass die Gewichtsrechnung der Partikel auf die Fahrzeugtrajektorien optimiert ist.

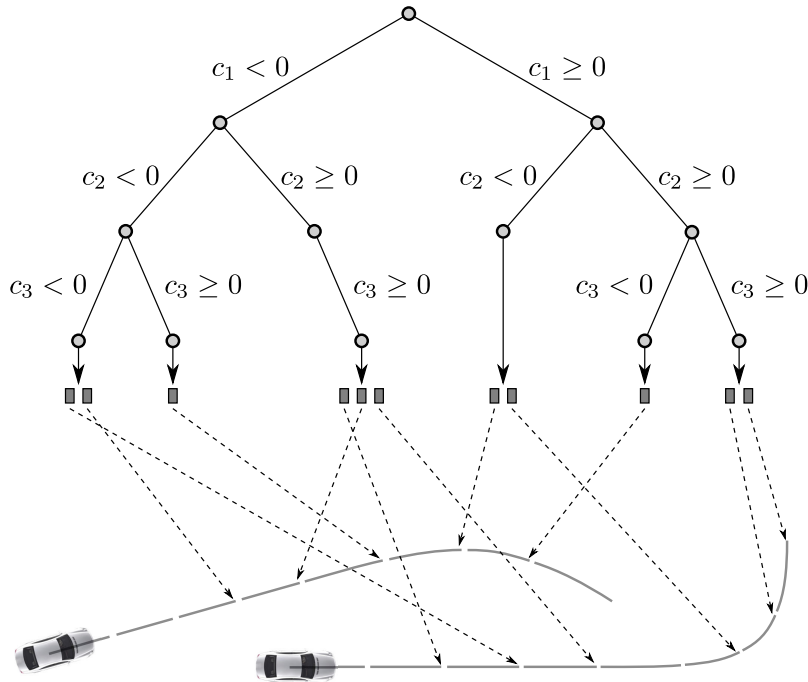


Abbildung 4.6: Beispiel eines strukturierten Binärbaums über Referenzmenge von Bewegungsmustern. Die Blätter des Baums verweisen auf die Endstücke einzelner, überlappender Teiltrajektorien in der Referenzmenge.

#### 4.3.4.1 Erzeugung von Deskriptoren und Aufbau des Strukturbaums

Um einen effizienten Zugriff auf die einzelnen überlappenden Trajektorienelemente in der Referenzmenge zu ermöglichen, wird ein Binärbaum über diese Menge konstruiert. Ein Beispiel eines solchen Baums ist in Abbildung 4.6 gezeigt. Der Baum beginnt oben an der Wurzel und verzweigt sich in jeder Ebene in einen linken oder rechten Teilbaum, bis die Blätter erreicht sind. Die Anzahl der Ebenen  $l$  wird auch als Tiefe des Baums bezeichnet. Die Blätter sind Verweise auf die Teilstücke der Trajektorien-Referenzmenge und dessen unmittelbaren zeitlichen Nachfolger. Ähnliche Teilstücke sollen dabei so in den Baum einsortiert werden, dass deren Verweise sich in gleichen Teilbäumen befinden.

Jeder Verweis zu einer Referenztrajektorie besitzt eine *Adresse*  $[c_1, \dots, c_l]^T$ , die die absolute Position des Verweises in dem Baum beschreibt. Da in jeder Ebene  $k$  entschieden wird, in welchen Teilbaum ein Verweis eingeordnet ist, muss die Unterscheidbarkeit eines Adresselements  $c_k$  mit kleineren Werten für  $k$  zunehmen, um den Fehler einer Einsortierung zu minimieren. Der Verweis auf ein Trajektorienstück mit seiner Adresse in dem Baum wird als *Deskriptor* dieses Trajektorienstücks bezeichnet.

Die Tschebyscheff-Koeffizienten  $\psi_i$  besitzen zwar den für den Aufbau des Baums notwendigen Abstieg des Informationsgehalts mit steigender Anzahl der Koeffizienten in jeder Trajektorienkomponente, wie zum Beispiel der Geschwindigkeit. Aber dadurch, dass die Tschebyscheff-Koeffizienten *zweier* Komponenten zusammengefasst sind, ist diese Ordnung nicht mehr gegeben. Aus diesem Grund werden die Tschebyscheff-Koeffizienten auf eine orthonormale Basis projiziert, die diese Rang-

ordnung wieder herstellt. In dem Bereich der Mustererkennung ist dieses Verfahren als Hauptkomponentenanalyse (engl.: principal component analysis, PCA) oder auch als Karhunen-Loève-Transformation bekannt.

Zunächst wird die Menge der Koeffizienten  $\{\psi_i\}_{i=1,\dots,m}$  mittelwertsbefreit und anschließend zu einer Matrix  $\mathbf{P}$  zusammengefasst:

$$\bar{\psi} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \psi_i \quad (4.42)$$

$$\mathbf{P} = [\psi_1 - \bar{\psi}, \dots, \psi_m - \bar{\psi}], \quad \mathbf{P} \in \mathbb{R}^{n \times m} \quad (4.43)$$

Anschließend erfolgt die Anwendung der Singulärwertzerlegung (engl.: singular value decomposition, SVD, BRONSHTEIN u. a. [2007, Abschn. 4.5.3]) auf  $\mathbf{P}$ :

$$\mathbf{P} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^\top \quad (4.44)$$

Die Matrix  $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_n]$  umfasst die Menge orthonormierter Eigenvektoren  $\mathbf{u}_i$  – bekannt als Linkssingulärvektoren – von  $\mathbf{P}\mathbf{P}^\top$ . Entsprechend ist  $\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_m]$  eine Zusammenfassung der orthonormierten Eigenvektoren  $\mathbf{v}_i$  – bekannt als Rechtssingulärvektoren – von  $\mathbf{P}^\top\mathbf{P}$ . Die Matrix  $\mathbf{\Sigma}$  enthält entsprechend des Ranges  $r$  von  $\mathbf{P}$  die  $r$  Singulärwerte  $\sigma_1 \geq \dots \geq \sigma_r$  auf den Diagonalelementen und repräsentiert die Standardabweichung für jede Hauptkomponente  $1, \dots, r$ . Dies entspricht den positiven Wurzeln aus den Eigenwerten  $\sqrt{\lambda_1}, \dots, \sqrt{\lambda_r}$  zu den Eigenvektoren von  $\mathbf{U}$  und  $\mathbf{V}$ .

Nun zieht man die ersten  $l$  Singulärwerte  $\sigma_1, \dots, \sigma_l$  mit der Wahl des Wertes für  $l < m$  derart zu Rate, dass 95 % der Varianz in den Trainingsdaten  $\mathbf{P}$  erhalten bleiben und konstruiert eine reduzierte, orthonormale Basis mit  $\tilde{\mathbf{U}} = [\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_l]$ . Die Projektion der Tschebyscheff-Koeffizienten auf diesen reduzierten Raum resultiert in dem Deskriptor  $\mathbf{c}_i = \tilde{\mathbf{U}}^\top(\psi_i - \bar{\psi})$  für die Referenztrajektorie. Dies gilt nicht nur für die Referenztrajektorien; analog lassen sich die Tschebyscheff-Koeffizienten  $\varphi_t$  beliebiger Trajektorienstücke in Adressen  $\mathbf{c}_t = \tilde{\mathbf{U}}^\top(\varphi_t - \bar{\psi})$  umwandeln, wenn  $\tilde{\mathbf{U}}$  aus der Menge der Referenztrajektorien mit Gleichung 4.44 bestimmt wurde.

Abbildung 4.7 fasst das Verfahren zum Aufbau eines Deskriptors für jede Teiltrajektorie nochmal zusammen. Die Referenzmenge wird in überlappende Trajektorienstücke unterteilt und für jedes Teilstück ein Deskriptor durch Bestimmung der Tschebyscheff-Koeffizienten mit anschließender Projektion auf die reduzierte Orthonormalbasis aufgebaut.

Für den Aufbau des Struktur-Baums, d. h. die Einsortierung jedes Trajektorienelements der Referenzmenge, wird – beginnend mit der Wurzel des Baums – in jeder Stufe  $k$  anhand des Koeffizientenwerts  $\mathbf{c}_{i,k}$  entschieden, ob der Deskriptor in den rechten Teilbaum ( $\mathbf{c}_{i,k} \geq 0$ ) oder linken Teilbaum ( $\mathbf{c}_{i,k} < 0$ ) sortiert wird. Abbildung 4.6 zeigt dies beispielhaft für einen Binärbaum der Tiefe  $l = 3$ .

#### 4.3.4.2 Suche in strukturierter Bewegungsmenge

Die Hypothesenmenge  $\{\varphi_t^{(s)}, w_t^{(s)}\}_{s=1,\dots,N}$  des Partikelfilters repräsentiert die Verteilung  $p(\Phi_t | H_t)$  der Aufenthaltswahrscheinlichkeit des „wahren“ Fahrzeugzustands

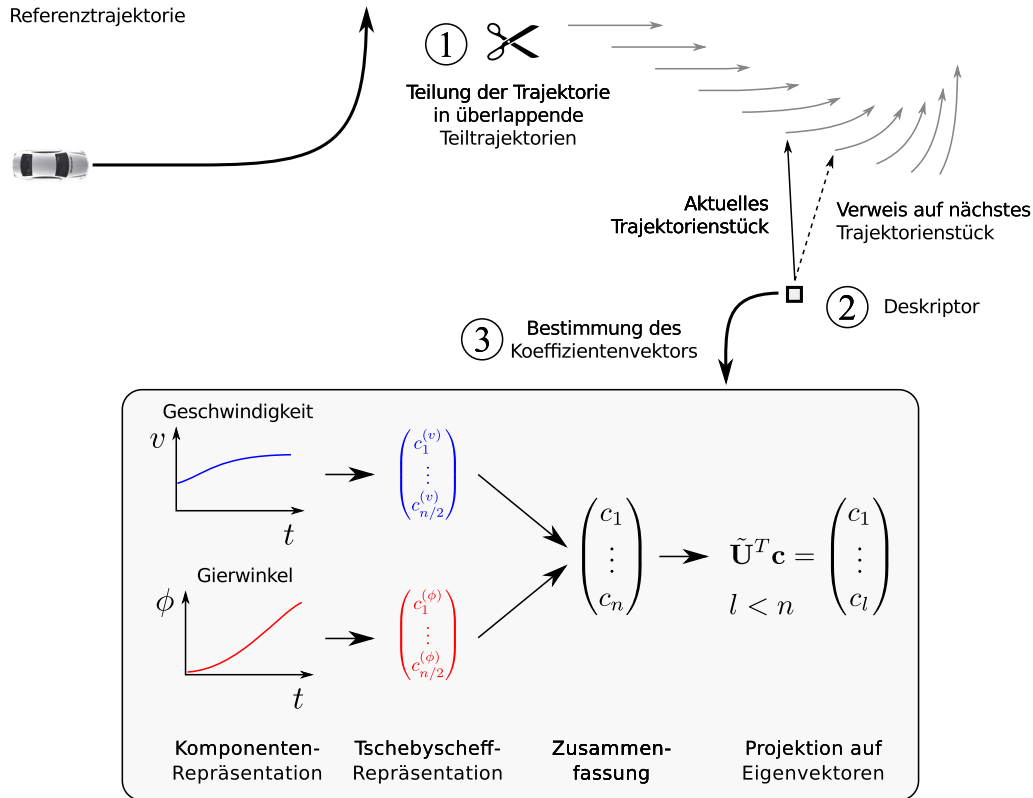


Abbildung 4.7: Aufbau eines Deskriptors für eine Teiltrajektorie.

bei gegebener, observierter Historie. Jedes Partikel ist ein Verweis auf einen Trajektorienabschnitt in der Referenzmenge. Die Blätter des Binärbaums verweisen nicht nur auf ein Trajektorienabschnitt, sondern auch auf dessen unmittelbaren zeitlichen Nachfolger. Lässt man nun ein Partikel anhand seines Deskriptors in dem Baum zu einem ähnlichen Blatt gelangen, kann durch den zeitlichen Nachfolger ein Prädiktions-schritt für einen Zeitschritt realisiert werden.

Der Partikelfilter gemäß des CONDENSATION-Algorithmus von ISARD und BLAKE [1998] beinhaltet neben dem Prädiktions-schritt eines Partikels in den nächsten Zeitschritt auch einen Diffusionsschritt, um lokale Maxima in der Optimierung besser explorieren zu können. SIDENBLADH u. a. [2002] modellieren den Diffusionsschritt durch eine probabilistische Entscheidung, die für ein Partikel  $\varphi_t^{(s)}$  mit dem Deskriptor  $\mathbf{c}_t^{(s)}$  in jeder Ebene  $k$  des Baums bestimmt, ob es in den linken  $c_{i,k} < 0$  oder rechten Teilbaum  $c_{i,k} \geq 0$  „fällt“:

$$p_{\text{rechts}}(k) = p(c_{i,k} \geq 0 | c_{t,k}^{(s)}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\beta\sigma_k}} \int_{z=-\infty}^{c_{t,k}^{(s)}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \frac{z^2}{\beta\sigma_k^2}\right\} dz \quad (4.45)$$

$$p_{\text{links}}(k) = 1 - p_{\text{rechts}}(k) \quad (4.46)$$

Aufgrund der probabilistischen Natur dieser Entscheidungsregel werden bei wiederholter Anwendung Partikel mit gleichen Deskriptoren  $\mathbf{c}_t^{(s)}$  zwar unterschiedlichen Blättern des Baums zugeordnet, aber dennoch fallen diese in ähnliche Teilbereiche des Baums. Dies ermöglicht die Suche nach Trajektorienstücken ähnlich zu dem

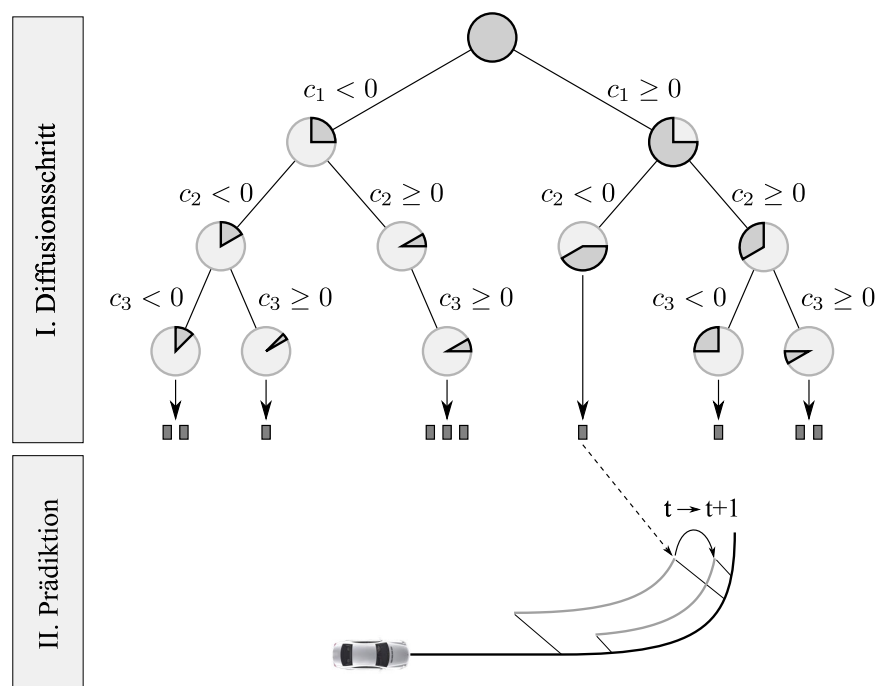


Abbildung 4.8: Beispiel der Partikelverteilung in einem Binärbaum mit anschließendem Prädiktionsschritt. Die Kreise stellen den Anteil der Partikelmenge in jeder Baumebene dar.

beobachteten Historienstück. Die Suchbreite wird dabei durch zwei Parameter beeinflusst: Zum einen der Standardabweichung  $\sigma_k$  als Diagonalelemente der Matrix  $\Sigma$  von Gleichung 4.44, und zum anderen die sogenannte Temperatur  $\beta$ , die eine manuelle Steuerung der Suchbreite ermöglicht.

Abbildung 4.8 fasst die Kombination aus Diffusions- und Prädiktionsschritt nochmal zusammen. Die Kreise in den Knoten des Binärbaums stellen beispielhaft die Verteilung einer Partikelmenge in den Teilbäumen dar. So wird nach der Wurzel des Baums ein Viertel der Partikel dem linken Teilbaum zugeordnet, während drei Viertel der Partikel in den rechten Teilbaum fallen.

### 4.3.5 Bewegungsprädiktion durch Trajektorien-Lookup

Die Hypothesen des Partikelfilters verweisen jeweils auf ein Trajektorienstück in der Referenzmenge. Dieser Verweis dient nicht nur dazu, wie in Abschnitt 4.3.4.2 *einen* Zeitschritt zu präzisieren, sondern die nachfolgenden  $t_p$  Zeitschritte in der Referenztrajektorie als eine Langzeitprädiktion zu verwenden.

Abbildung 4.9 veranschaulicht dieses Vorgehen anhand eines Beispiels. Die Referenztrajektorien, auf die die Partikel verweisen, werden an die observierte Historie mit Hilfe des QRLCS-Distanzmaßes „angelegt“ und deren zukünftiger Verlauf als rote Hypothesen dargestellt. Auf jeder Hypothese ist am Prädiktionshorizont  $t_p$  die geschätzte Position des Fahrzeugs als grüne Kreuze eingetragen. Anhand des Trajektorien-Lookups am Prädiktionshorizont steht nicht nur die Position zur Verfügung, sondern alle Informationen aus den Referenztrajektorien, wie z. B. Gierwinkel, Gierrate, Geschwindigkeit, etc.

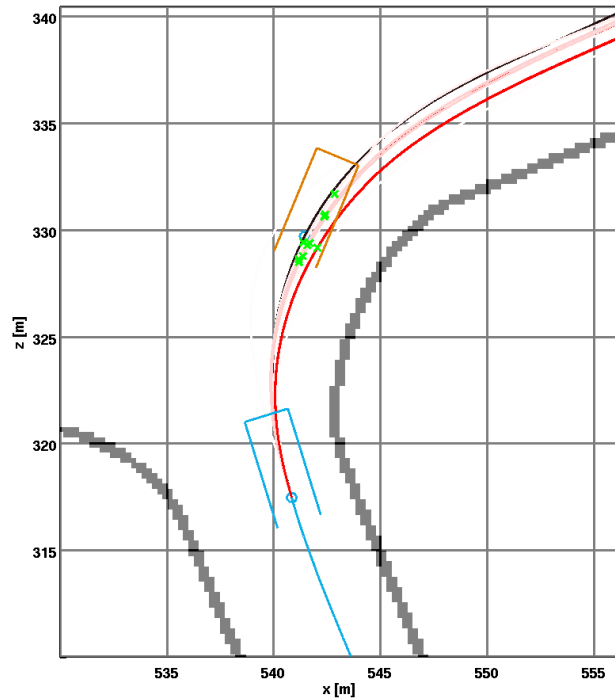


Abbildung 4.9: Schätzung zukünftiger Bewegung bei einem Rechtsabbiege-Manöver für einen Prädiktionshorizont von 2,0 s aus der Vogelperspektive. Blaues Rechteck: Fahrzeugzustand zum aktuellen Zeitpunkt. Braunes Rechteck: Referenzprädiktion. Schwarze Linie: Referenzbewegung (Ground-Truth). Rote Linien: Hypothesen des Partikelfilters. Grüne Kreuze: Fahrzeugposition auf den Hypothesen bei 2,0 s.

Die direkte Verwendung der positionalen Schätzung als Aussage über das zukünftige Bewegungsverhalten ist nicht zweckmäßig, da die Partikelmenge zwar die Verteilung der Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Fahrzeugzustands repräsentiert, aber keine direkte Aussage über lokale Maxima trifft. Die Folge ist die Bildung von Gruppen prädizierter Bewegungen, wie das Cluster in Abbildung 4.9 illustriert. Aus diesem Grund wird die Modensuche mit dem Meanshift-Verfahren nach COMANICIU und MEER [2002] auf dieser Punktwolke durchgeführt. Die Partikelgewichte dirigieren die Clusterzentren zusätzlich in Richtung der besten Prädiktion [SCHMIDT u. a., 2006].

#### 4.3.6 Bewertung der Prädiktionshypothesen

Als Ausgangslage für die Bewertung der Prädiktionshypothesen in dem Partikelfilter dient der Term  $p(\Phi_{t+1} | H_t) p(H_t | \Phi_t)$  als gesamte Verteilung der Messungswahrscheinlichkeiten von Gleichung 4.36 und 4.37. Eine manuell definierte Menge von Observationswahrscheinlichkeiten ersetzt diesen Term für die Bestimmung des Gewichts  $w_t^{(s)}$  eines Partikels  $\varphi_t^{(s)}$ :

$$w_t^{(s)} = p_{\text{qrIcs}}(H_t | \varphi_t^{(s)}) p_{\text{kin}}(\Phi_t | \varphi_t^{(s)}) \quad (4.47)$$



Die Auswertung der Tschebyscheff-Koeffizienten  $\varphi_t^{(s)}$  mit Hilfe der Gleichung A.9 zu einer Trajektorie  $[\Phi_{t-t_h}^{(s)}, \dots, \Phi_{t-1}^{(s)}]$ , welche dann über das QRLCS-Distanzmaß aus Algorithmus 4.1 (S. 60) verglichen wird:

$$p_{\text{qrlcs}}(H_t | \varphi_t^{(s)}) = 1 - \frac{\text{QRLCS}([\Phi_{t-t_h}^{(s)}, \dots, \Phi_{t-1}^{(s)}], H_t)}{\min\{t_p, t_h\}} \quad (4.48)$$

Das QRLCS-Distanzmaß liefert gleichzeitig die Transformationsparameter, um die Hypothese an die Historie anzulegen.

$p_{\text{kin}}$  bewertet Prädiktionen anhand der kinematischen Prädiktion (CTCA-Modell): Für Zeithorizonte  $< 1$  s ist diese Art der Prädiktion gut geeignet. Daher werden Partikel, die eine ähnliche Bewegung wie das CTCA-Modell in diesem Zeithorizont aufweisen, höher gewichtet. Unter Annahme normal verteilter Fehler in Beschleunigung und Gierrate ist  $p_{\text{kin}}$  wie folgt aufgebaut:

$$p_{\text{kin}}(\Phi_t | \varphi_t^{(s)}) = \eta_{\text{kin}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \frac{(a_{H_t} - a_{\varphi_t^{(s)}})^2}{\sigma_a^2} \right\} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \frac{(\dot{\phi}_{H_t} - \dot{\phi}_{\varphi_t^{(s)}})^2}{\sigma_{\dot{\phi}}^2} \right\}, \quad (4.49)$$

mit  $\eta_{\text{kin}}$  als Normalisierungsfaktor. Die Variablen  $a_T$  und  $\dot{\phi}_T$  stellen jeweils den Zugriff auf die Beschleunigungs- und Gierratenkomponente der Trajektorie  $T$  dar. Somit definiert  $\sigma_a$  eine manuelle Standardabweichung der Beschleunigung und  $\sigma_{\dot{\phi}}$  eine manuell definierte Standardabweichung der Gierrate.

## 4.4 Anwendungen des Trajektorien-Partikelfilters

Für den in diesem Kapitel vorgestellte Trajektorien-Partikelfilter werden Beispielanwendungen vorgestellt, die drei Anwendungen des Prädiktors zeigen. Dies umfasst die Integration des Prädiktors in ein System zur Objektdetektion und -verfolgung auf Basis von Stereokameras, dem sogenannten Meanshift-Tracking [HERMES u. a., 2010a], die Klassifikation des Abbiegeverhaltens entgegenkommender Fahrzeuge (Situationsklassifikation, KÄFER u. a. [2010a,b]) und die Klassifikation und Vorhersage des Verhaltens von Fußgängern [KELLER u. a., 2011]. Die Auswertungen finden sich in Kapitel 6.

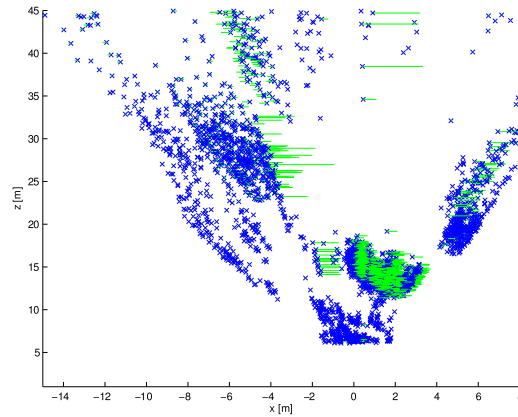
### 4.4.1 Meanshift-Tracking

Das Szenenverstehen für ein Fahrzeugumfeld beginnt mit der Detektion und stabilen Verfolgung von Objekten in Sensordaten, um Interaktionsmuster zwischen den Verkehrsteilnehmern ableiten zu können. Die Vorhersage der Objektbewegungen spielt hier eine wichtige Rolle, da sie eine frühzeitige Einschätzung einer Szene im Straßenverkehr ermöglichen.

In diesem Abschnitt wird die Einbindung einer hierarchischen Prädiktion für die Realisierung eines stabilen Trackings in verrauschten Sensordaten gezeigt. Das Szenario ist ein innerstädtischer Kreisverkehr (Abbildung 4.10(a)), das verschiedene Dynamiken wie das Einfahren in, das Herausfahren aus dem Kreislauf oder ein Folgen des



(a) Linkes Bild der Stereo-Kamera.



(b) Dem Bild entsprechende, geschwindigkeitssattributierte 3D-Punktwolke aus der Vogelperspektive.

Abbildung 4.10: Kreisverkehr-Szenario des Meanshift-Trackers.

Kreisbogen beinhaltet. Zwei Stereokameras beobachten die Szene aus dem Versuchsträger heraus. Anhand der Stereokameras lässt sich durch Vergleich von Bildmerkmalen im rechten und linken Kamerabild eine dreidimensionale Punktwolke berechnen [STEIN, 2004], die mit Geschwindigkeitsvektoren parallel zur Bildebene angereichert ist (Abbildung 4.10(b)). Die geschwindigkeitsattributierte Punktwolke wird auch als *Szenenfluss* bezeichnet [HUGUET und DEVERNAY, 2007]. Der Anteil des Messrauschens nimmt bei den Stereopunkten mit steigendem Abstand zu den Kameras nichtlinear zu [WÖHLER, 2009], wie in den Stereopunkten in Abbildung 4.10(b) erkennbar ist. Der daraus resultierende Fehler in der Objektlokalisierung muss durch den Meanshift-Tracker kompensiert werden.

Abbildung 4.11 zeigt die methodische Übersicht über das Meanshift-Tracking-Verfahren. Die Kamerabilder und der Szenenfluss dienen zum einen der Initialisierung von Objekten, wenn diese das Sichtfeld der Kamera betreten, und zum anderen zur Verifikation bereits getrackter Objekte. Der Verifikationsschritt wird als einen zweistufigen Meanshift-Algorithmus [COMANICIU und MEER, 2002] modelliert, der die dreidimensionalen Stereo-Punkte mit dem Bildinhalt über Intensitätshistogramme gewichtet (siehe Abbildung 4.12). Details zu diesem zweistufigen Meanshift-Verfahren lassen sich in HERMES u. a. [2010a]; HAHN [2010] finden.

Das Meanshift-Verfahren liefert Informationen über die Position, Ausrichtung und Ausdehnung der getrackten Objekte. Diese fließen wie in Abbildung 4.11 dargestellt in einen hierarchischen Prädiktor ein, der zum einen eine Vorhersage der Position in dem nächsten Zeitschritt zum Tracking macht und diese Information wieder dem Meanshift-Modul zurückführt, und zum anderen durch den Trajektorien-Partikelfilter eine Vorhersage mit höherem Zeithorizont erlaubt. Die hierarchische Prädiktion besteht aus drei Stufen: der flussbasierten Prädiktion, der kinematischen Prädiktion und dem Trajektorien-Partikelfilter. Die Auswahl der Prädiktionsart ist abhängig von der Länge der getrackten Bewegung, d. h. die Anzahl bisher observierter Zeitschritte. Mit bis zu fünf Zeitschritten wird die Position für den nächsten Zeitschritt anhand des Bildflusses parallel zur Bildebene bestimmt. Der Geschwindigkeitsvek-

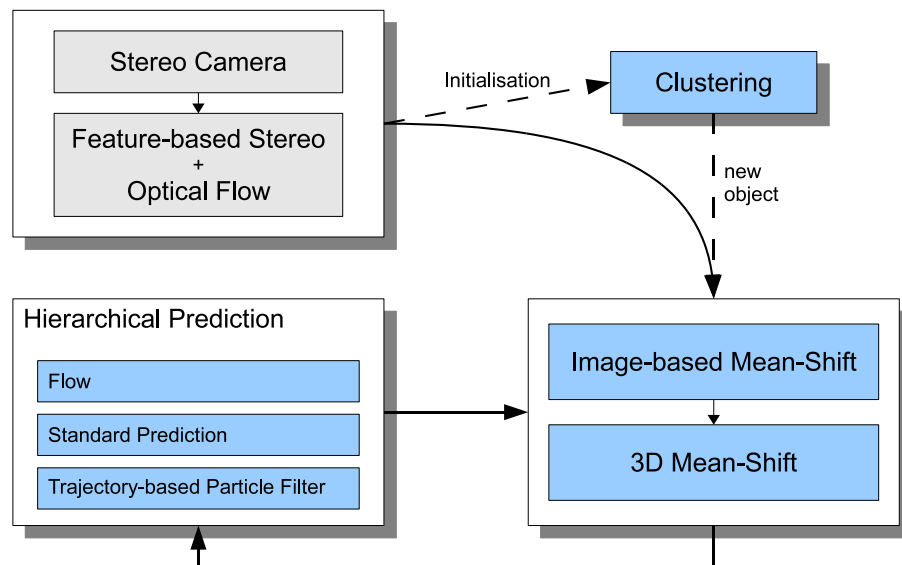


Abbildung 4.11: Übersicht der Komponenten des Meanshift-Trackers.

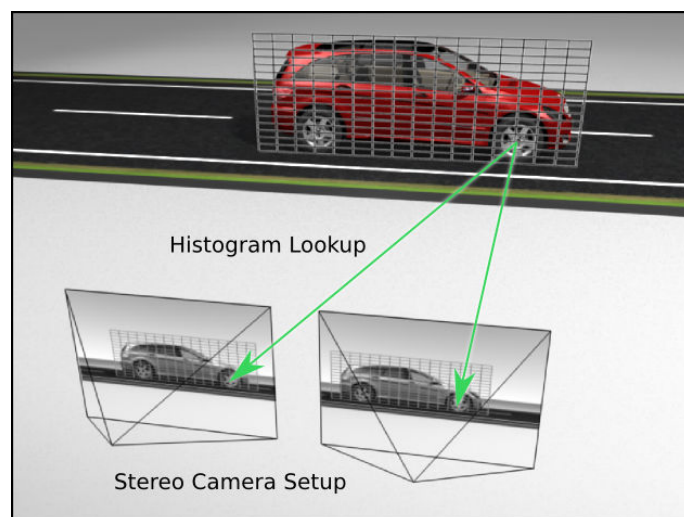


Abbildung 4.12: Bildbasierter Meanshift: Dargestellt ist ein dreidimensionales Gitter parallel zu den Bildebenen. Jede Gitterzelle wird in die Stereo-Bilder projiziert und anhand korrespondierender Grauwerte gewichtet.

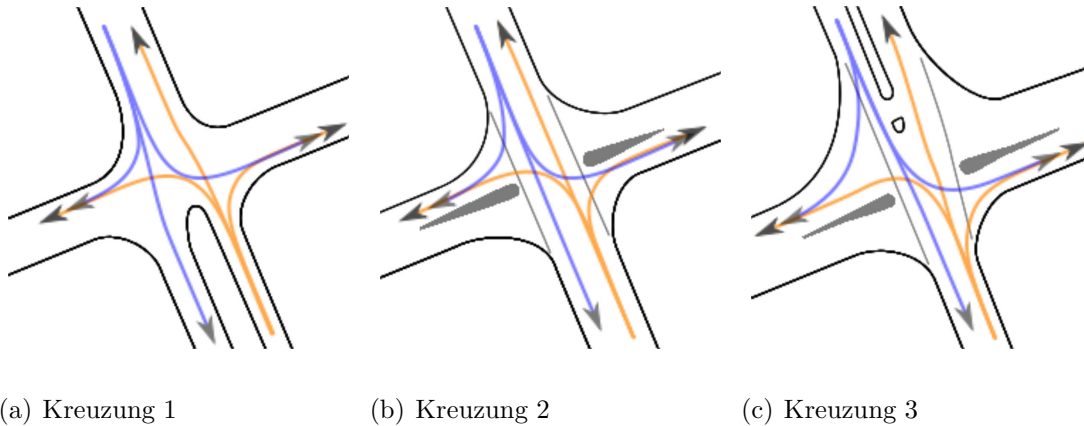


Abbildung 4.13: Drei Testkreuzungen in der Situationsklassifikation mit den möglichen Bewegungsverläufen zwei sich jeweils kreuzender Fahrzeuge.

tor ist dabei das Mittel aus allen Szenenflusspunkten, die dem Objekt zugeordnet sind. Bei einer Historienlänge von fünf bis 30 Zeitschritten kommt die kinematische Prädiktion (CTCA-Modell) zum Einsatz; Grundlage ist das jeweilige Mittel aus Beschleunigung und Gierrate. Sind über 30 Zeitschritte bereits verfolgt, so aktiviert sich der Trajektorien-Partikelfilter, der in diesem Szenario eine Prädiktion mit einem Zeithorizont mit mehr als einer Sekunden durchführt.

#### 4.4.2 Situationsklassifikation

Eine weitere Anwendung des Trajektorien-Partikelfilters ist die Klassifikation des gegenseitigen Abbiegeverhaltens zweier oder mehrerer Fahrzeuge an Kreuzungen in kooperativen Situationen. In einem Fahrerassistenzsystem ist für den Fahrer nicht direkt eine positionsgenaue Abschätzung des zukünftigen Bewegungsverlaufs vermittelbar, sondern eine grobe Zuordnung zu den im Allgemeinen bekannten Kategorien wie zum Beispiel „Entgegenkommender Linksabbieger“ notwendig, die den Fahrer nicht mit einer Informationsflut überschwemmen. Gleichzeitig ist eine frühzeitige und sichere Erkennung einer solchen Kategorie vonnöten, um den Fahrer frühzeitig auf eine potentielle gefährliche Situation aufmerksam machen zu können.

Die Hypothesen des Trajektorien-Partikelfilters fließen in diesen Situationsklassifikator ein. Betrachtet werden drei mögliche Fahrrichtungen für jedes Fahrzeug: Linksabbiegen (L), Rechtsabbiegen (R) und Geradeausfahren (G) (siehe auch Abbildung 4.13). Eine paarweise Kombination dieser Fahrrichtungen ergibt für zwei Fahrzeuge, die von gegenüberliegenden Seiten auf eine Kreuzung fahren, neun *Situationsklassen* [KÄFER u. a., 2010a]. KÄFER u. a. [2010b] erweitern die Anzahl auf 27 Situationsklassen, indem weitere Richtungen, aus der ein Fahrzeug an die Kreuzung heranzufährt, hinzugenommen werden.

Die Realisierung des Situationsklassifikators gliedert sich wie folgt: Der Trajektorien-Partikelfilter ermittelt zunächst, basierend auf der observierten Historie, gewichtete Hypothesen über zukünftige Bewegungsverläufe für jedes Fahrzeug unabhängig von einer Beeinflussung durch andere Straßenverkehrsteilnehmer (Abbildung 4.14). Jede Prädiktion eines Fahrzeugs wird nun paarweise mit der Prädiktion des anderen Fahrzeugs zu einer Differenztrajektorie (engl: multiple participant trajectory, MPT)

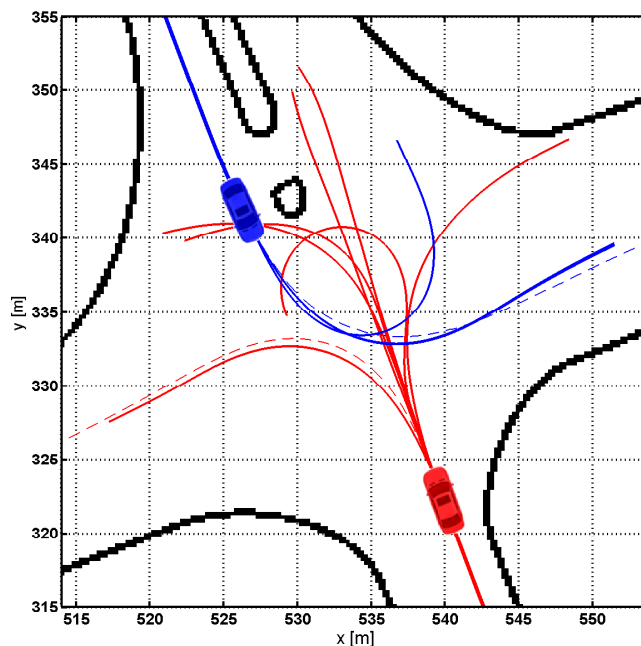


Abbildung 4.14: Beispiel der frühen Erkennung einer LL Situationsklasse für zwei Fahrzeuge an einer Kreuzung. Die Referenztrajektorien beider Fahrzeuge sind gestrichelt markiert, während die Hypothesen durch durchgehende Linien dargestellt sind.

verbunden, d. h. die einzelnen Komponenten beider Trajektorien werden elementweise voneinander subtrahiert. Anschließend wird jede MPT durch einen Vektor von Tschebyscheff-Koeffizienten repräsentiert und durch einen Polynomklassifikator [SCHÜRMAN, 1996] klassifiziert.

Des Weiteren wird ein schwaches Interaktionsmodell berücksichtigt: Es wird davon ausgegangen, dass beide Fahrer eine Kollision vermeiden wollen. Daher werden Kombinationen von Prädiktionshypothesen unterdrückt, die für einen Zeithorizont von mehr als 1 s eine Kollision vorhersagen.

### 4.4.3 Klassifikation und Prädiktion von Fußgängerbewegungen

In den bisherigen Anwendungen wurde der Trajektorien-Partikelfilter für die Vorhersage von Fahrzeugbewegungen verwendet. Allerdings ist für heutige Fahrerassistenzsysteme auch eine verlässliche und möglichst frühe Absichtserkennung von Personen im Straßenverkehr notwendig, um notfalls auf einkreuzende Personen rechtzeitig reagieren zu können. Im Gegensatz zu den Fahrzeugen ist die Bewegungsvorhersage für Personenbewegungen durch die hohe Dynamikvielfalt erschwert; ein Fußgänger kann sich augenblicklich in eine beliebige Richtung bewegen, anhalten oder weitergehen, für Fahrzeuge gilt dies nicht.

In diesem Szenario soll mit Hilfe des Trajektorien-Partikelfilters frühzeitig detektiert werden, ob eine Person am Straßenrand die Straße überqueren wird und damit die Fahrspur des Fahrzeugs schneidet oder am Rand stehenbleiben wird (Abbildung 4.4.3, KELLER u. a. [2011]). Der Versuchsträger ist mit Stereokameras ausgerüstet, die den vorderen Bereich des Fahrzeugs erfassen [HIRSCHMÜLLER, 2008]. Es

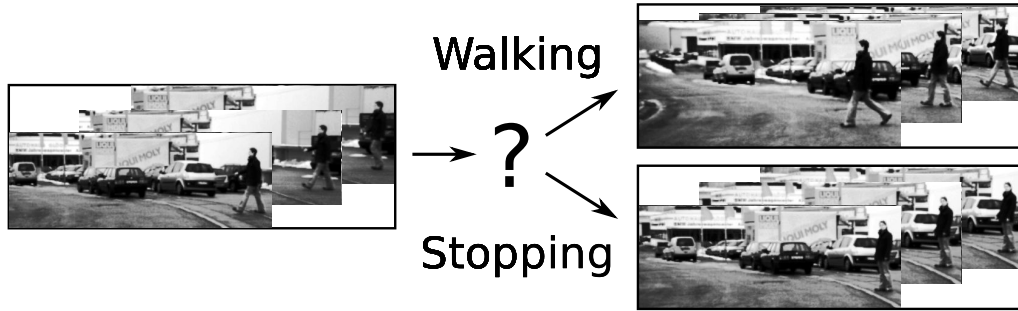


Abbildung 4.15: Beispiel der Klassifikation eines Fußgängerverhaltens: Wird der Fußgänger im weiteren Verlauf die Fahrbahn überqueren oder am Fahrbahnrand stehen bleiben?

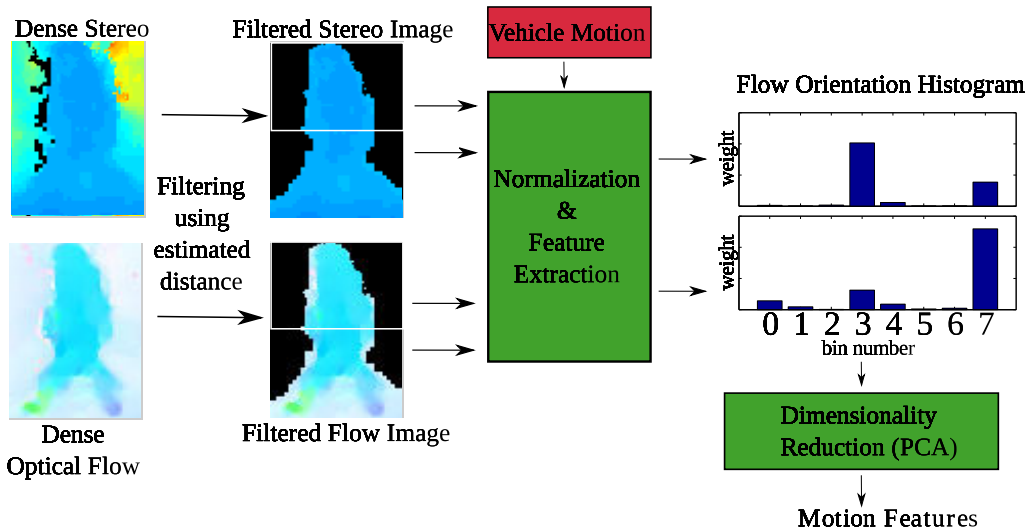


Abbildung 4.16: Aufbau der Merkmale aus dichtem Stereo und dichtem Fluss für die Klassifikation von Fußgängerverhalten.

wird im Folgenden davon ausgegangen, dass die Person in den Bilddaten mit optischem Fluss [WEDEL u. a., 2008] mit bekannten Messungenauigkeiten detektiert und über die Zeit verfolgt wird [ENZWEILER und GAVRILA, 2009]. Durch eine Zuordnung der Detektion zu den Stereo-Daten erhält man die Position des Fußgängers vor dem Fahrzeug in dem Weltkoordinatensystem.

Die Trajektorien der Fußgänger sind in diesem Ansatz um sogenannte *Motion Features* angereichert, die den Gang mit in die Trajektorie einbringen und somit eine verlässlichere Vorhersage der Absicht ermöglichen sollen. Eine Übersicht findet sich in Abbildung 4.4.3. Die Stereo- und Flussdaten werden zunächst anhand der geschätzten Distanz des Fußgängers zum Fahrzeug von Hintergrundeinflüssen befreit. Anschließend wird der Bereich um den Fußgänger in diskrete Bereiche eingeteilt, anhand derer für jeden Bereich Histogramme über die Flussrichtung bestimmt werden. Eine Zusammenfassung und Dimensionsreduktion führt zu den sogenannten HoM-Features (engl.: histogram of orientation motion), die in den Trajektorienzuständen mit eingebaut werden. Zusätzlich kann auch die gemittelte, horizontale Flussrichtung als Komponente mit in die Trajektorie hinzugenommen werden, auch als *median horizontal object flow*-Merkmal oder *MFlowU*-Merkmal bezeichnet.

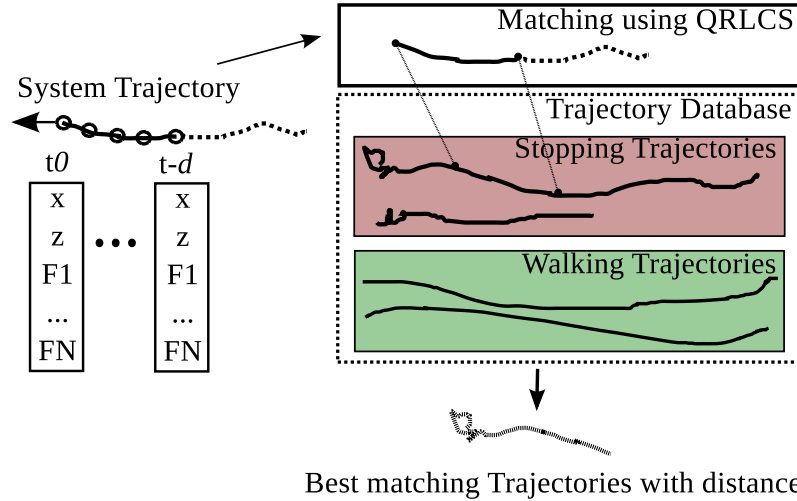


Abbildung 4.17: Prädiktion der Fußgängertrajektorien durch Trajektorien-Partikelfilter und Aufbau des Strukturbaums.

Der Trajektorien-Partikelfilter baut seinen Strukturbaum über einer Menge von Referenztrajektorien von Fußgängerbewegungen auf, die neben der Position auch die HoM-Features enthalten. Manuell wird jeder Referenztrajektorie das Klassenlabel *Anhalten*  $\mathcal{C}_s$  und *Weitergehen*  $\mathcal{C}_w$  zugewiesen.

Jedes Partikel des Trajektorien-Partikelfilters verweist somit nicht nur auf ein Trajektorienstück in der Referenzmenge, sondern auch auf die jeweilige Klasse  $\mathcal{C}_{s,w}$ . Durch Anwendung des Meanshift-Verfahrens werden die Hypothesen anschließend geclustert und die Auftrittswahrscheinlichkeit für die Klasse *Anhalten* anhand des Klassenanteils in der Partikelverteilung bei observierter Historie  $H_t$  approximiert:

$$p(\mathcal{C}_s | H_t) \approx \frac{\sum_{\Phi_t^{(l)} \in \mathcal{C}_s} w^{(l)}}{\sum_{\Phi_t^{(l)} \in \mathcal{C}_s} w^{(l)} + \sum_{\Phi_t^{(l)} \in \mathcal{C}_w} w^{(l)}} \quad (4.50)$$

Verglichen wird das vorgestellte Verfahren zum einem mit Vorhersagen von Versuchspersonen, die die Bildsequenzen vorgelegt bekommen haben und in jedem Zeitschritt entscheiden mussten, ob die Person stehenbleibt oder die Straße kreuzt. Zum anderen wurde ein IMM-KF (engl.: integrated multiple model Kalman filter, [BAR-SHALOM u. a., 2001]) verwendet, in dem zwei konkurrierende Bewegungsmodelle integriert waren, die zum einen eine Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit (CV) und zum anderen ein Anhalten vorhergesagt haben.

## 4.5 Zusammenfassung

Dieses Kapitel stellt die erste Realisierung eines Prädiktors vor. Dieser besteht aus zwei Komponenten, einem Trajektorien-Vergleichsmaß und einem probabilistischen Suchalgorithmus zur effizienten Suche in einer Menge von Referenzmustern. Die Vorstellung einiger Anwendungen aus dem Bereich der Objektverfolgung und der Klassifikation von Fahrer- und Fußgängerabsichten runden das Kapitel ab.





## Zweite Systemausprägung: Der Mannigfaltigkeit-Prädiktor

Dieses Kapitel stellt die zweite Ausprägung des Prädiktors  $f_{\text{pred}}$  vor, die den in dem vorherigen Kapitel 4 erläuterten Trajektorien-Partikelfilter bezüglich des Speicherverbrauchs, der Laufzeit und der Anwendung auf bisher unbekannte Abbiegemanöver verbessert. Die Bewegungsverläufe von Fahrzeugen besitzen eine intrinsische Dimensionalität, die deutlich geringer ist als deren tatsächliche Dimensionalität der Merkmalsrepräsentation. Dieser Unterraum geringer Dimensionalität wird als *Mannigfaltigkeit* bezeichnet. Ein gutes Indiz für die Existenz dieser Mannigfaltigkeit ist die Beobachtung, dass nicht alle Bewegungsformen, die von einer Trajektorie theoretisch dargestellt werden könnten, auch in der Realität im Straßenverkehr auftreten.

Einem Prädiktor kann in der Trainingsphase nicht die ganze und detaillierte Bandbreite möglicher Bewegungsmuster präsentiert werden, da zum einen der manuelle Aufwand zur Erzeugung dieser Trainingsmenge sehr hoch ist und sich zum anderen die Fahrerverhaltensweisen und Abbiegesituationen dynamisch über die Zeit ändern. Ein Prädiktor muss deshalb in der Lage sein, eine präsentierte Bewegungsmenge von Referenzmustern zu generalisieren. Ist eine Mannigfaltigkeit auf Basis dieser Daten erst einmal geschätzt, so können neue Bewegungsmuster mit ihr synthetisiert werden. Diese Fähigkeit zur Generalisierung wird im Folgenden zur Konstruktion eines verbesserten Prädiktors genutzt, um sich neuen Gegebenheiten anpassen zu können.

### 5.1 Idee und Überblick

Der Mannigfaltigkeit-Prädiktor gliedert sich in zwei Teile: Dem Trainings- und dem Anwendungsteil, dargestellt in Abbildung 5.1.

In der Trainingsphase wird eine gegebene Menge von observierten Trajektorien (Referenzmenge) in überlappende Teilstücke zerteilt, die sowohl eine Historie mit  $t_h$  Zeitschritten als auch den nachfolgenden Bewegungsverlauf mit einem Zeithorizont von  $t_p$  Zeitschritten umfasst. Jedes Trajektorienelement dieser Referenzmenge wird anschließend durch einen Vektor von Tschebyscheff-Koeffizienten (siehe Abschnitt A.1.2) ersetzt, um eine kompakte Repräsentation der Bewegungsmuster zu erhalten. Die Methode der Unsupervised Kernel Regression (UKR, MEINICKE u. a.

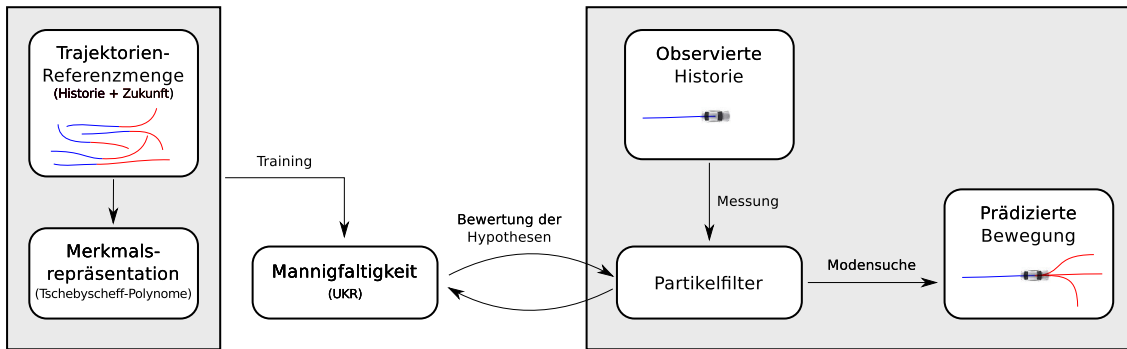


Abbildung 5.1: Übersicht des Mannigfaltigkeit-Prädiktors.

[2005]; KLANKE [2007]) – ein unüberwachtes Lernverfahren – schätzt die niederdimensionale Repräsentation (Mannigfaltigkeit) dieser Menge von Bewegungsmustern. Die Idee ist hier, Beispieltrajektorien mit jeweils einem Historien- und Prädiktionsabschnitt durch das UKR generalisieren zu lassen, anstatt die Bewegungsdynamik zusätzlich zu lernen.

In der Anwendungsphase erhält der Prädiktor einen beobachteten Historienverlauf des Fahrzeugs als Eingabe und vergleicht durch einen Partikelfilter mögliche Hypothesen auf der Mannigfaltigkeit mit der beobachteten Historie. Da die Mannigfaltigkeit auch den zukünftigen Bewegungsverlauf umfasst, kann eine Suche nach den wahrscheinlichsten Bewegungsverläufen (Modensuche) eine Reihe gewichteter Prädiktionshypothesen aufstellen. Das UKR-Modell in Verbindung mit dem Partikelfilter ist in der Lage, zwischen bekannten Bewegungsmustern zu interpolieren und damit situationsangepasste Hypothesen über den zukünftigen Bewegungsverlauf zu erzeugen.

Die nachfolgenden Abschnitte geben einen Überblick über dem UKR ähnliche Verfahren zur Bestimmung der Mannigfaltigkeit und vertiefen im Anschluss das dargestellte Verfahren der Prädiktion.

## 5.2 Mannigfaltigkeiten in der Literatur

Eine Menge hochdimensionaler Datenpunkte besitzt häufig einen inhärenten Freiheitsgrad, der weitaus geringer ist als die Anzahl der Dimension der gewählten Repräsentation. Dieser Freiheitsgrad ist die minimale Untermenge an Variablen, die nötig ist, um den Datenraum vollständig zu beschreiben. Meist sind die Datenpunkte nicht gleichmäßig im Raum verteilt, sondern bilden eine Struktur aus. Eine Reihe von Verfahren zur Dimensionsreduktion versuchen diese Strukturen aufzudecken und eine niederdimensionale Repräsentation zu finden, welche die geometrischen Eigenschaften bestmöglich wiedergibt. Ein Beispiel einer niederdimensionalen Einbettung ist in Abbildung 5.2 dargestellt. Diese Algorithmen werden unter dem Begriff *Manifold-Learning* zusammengefasst [WIEST, 2010]. Eine Übersicht über gängige Verfahren zur Dimensionsreduktion bieten LEE und VERLEYSSEN [2007].

Das bekannteste und wohl auch am häufigsten angewendete Verfahren zur Dimensionsreduktion ist die Hauptkomponentenanalyse (engl.: *principal component analysis*,

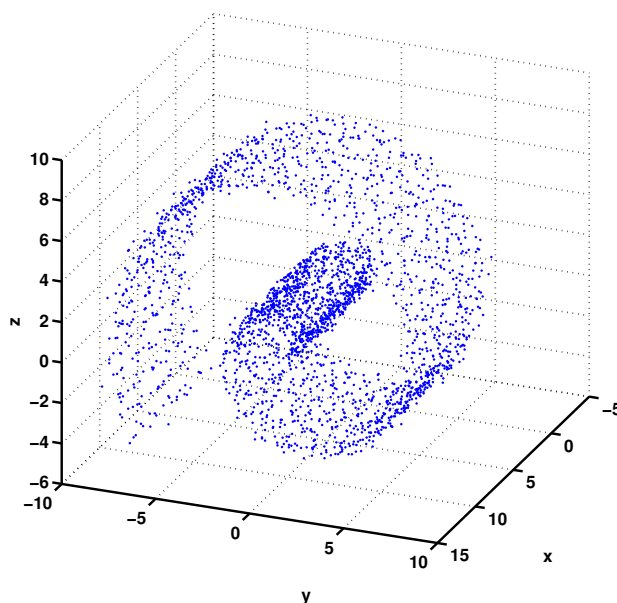


Abbildung 5.2: Beispiel der Einbettung einer zweidimensionalen Ebene in Form von Datenpunkten in einen dreidimensionalen Raum. In der Literatur ist dieses Fallbeispiel als „Schweizer Rolle“ bekannt [TENENBAUM u. a., 2000].

PCA). Hierbei werden die Datenpunkte auf eine Menge orthogonaler Basisvektoren projiziert. Unter der Annahme, dass die Varianz in den Daten mit dem Informationsgehalt korrespondiert, werden die Basisvektoren so bestimmt, dass sie diese Varianz entlang der Hauptachsen nachbilden. Durch die Wegnahme derjenigen Basisvektoren mit kleiner Varianz wird eine Reduktion des Datenraums erreicht.

Wie das Beispiel in Abbildung 5.2 zeigt, ist die Anwendung linearer Dimensionsreduktionsverfahren wie die PCA-Methode nicht immer geeignet, um die inhärente Struktur zu ermitteln. Es haben sich daher in der Literatur [LEE und VERLEYSEN, 2007] eine Reihe nichtlinearer Dimensionsreduktionsverfahren etabliert, wie zum Beispiel die Kernel-PCA (KPCA, HOFFMANN [2007]), das Local Linear Embedding (LLE, ROWEIS und SAUL [2000]) oder das Isomap-Verfahren [TENENBAUM u. a., 2000]. Die Methode der Unsupervised Kernel Regression (UKR, MEINICKE u. a. [2005]; KLANKE [2007]) ist ein relativ junges Lernverfahren, welches die Verteilung von Punkten im hochdimensionalen Raum durch eine nichtlineare Mannigfaltigkeit geringer Dimension approximiert.

Die bisher dargestellten Verfahren zur Dimensionsreduktion vernachlässigen eine zeitliche Ordnung der Datenpunkte. Ein lernender Prädiktor für Fahrzeugbewegungen gibt in jedem Zeitschritt eine oder mehrere Hypothesen über den zukünftigen Bewegungsverlauf ab. Durch eine dichte Abtastung des Bewegungsverlaufs im Bereich weniger Millisekunden (z. B. 50 Hz) ist die Änderung dieses Verlaufs im metrischen Sinne lokal begrenzt. Diese Information kann bei der Entwicklung des Prädiktors helfen, um die Genauigkeit und die Verlässlichkeit zu erhöhen. In der Literatur wird bisher nur wenig auf die Bewahrung dynamischer Strukturen anhand zeitlicher Übergänge eingegangen. Ausnahmen bilden LEE und ELGAMMAL [2007] und WANG u. a. [2005]: Erstere setzen auf eine Mannigfaltigkeit ein Vektorfeld auf, um

die zeitlichen Übergänge zu lernen. Allerdings liegt der Fokus auf der Aufdeckung zyklischer Bewegungsformen, z. B. der Gang eines Menschen; mögliche Unstetigkeiten in dem Vektorfeld werden von vornherein ausgeschlossen. WANG u. a. [2005] stellen die sogenannten Gaussian Process Dynamical Models (GPDM) vor, die neben einer strukturellen Mannigfaltigkeit auch die zeitlichen Übergänge zwischen den Datenpunkten lernt. Dazu führen sie das Problem auf ein Hidden-Markov-Modell für vektorwertige Zustände zurück und verwenden die versteckten Variablen zur Repräsentation der niederdimensionalen Mannigfaltigkeit. Beiden Verfahren ist gemein, dass sie eine iterative Integration auf der Mannigfaltigkeit für die Vorhersage des Bewegungsablaufs benutzen und somit anfällig für variierende Startbedingungen und leichte Fehler in der Mannigfaltigkeit sind.

Die Hauptanwendung der Mannigfaltigkeit-Verfahren unter Beachtung zeitlicher Übergänge ist in der Literatur die Verfolgung (Tracking) von Konfigurationen des menschlichen Körpers in Kamerabildfolgen und 3D Motion Capturing-Daten [GUO und QIAN, 2007; WANG u. a., 2008; URTASUN u. a., 2006]. So lässt sich eine ein-dimensionale Mannigfaltigkeit in einen 50-dimensionalen Raum einbetten, was die oszillierenden Bewegungen der Versuchspersonen wiedergibt und das Tracking durch eine Vorhersage der Körperposturen in den Sensordaten für den nächsten Zeitschritt vereinfacht. Eine Langzeitprädiktion für einen Zeithorizont von mehreren Sekunden mit Hilfe einer Mannigfaltigkeit ist nach dem derzeitigen Stand der Technik nicht realisiert.

### 5.3 Aufbau der Trajektorien-Referenzmenge

Der Mannigfaltigkeit-Prädiktor erhält als Eingabe im aktuellen Zeitschritt  $t$  eine observierte Historie  $H_t = [\mathbf{p}_{t-t_h+1}, \dots, \mathbf{p}_t]$  in Form von  $t_h$  Trajektorienelementen  $\mathbf{p}_i$ . Die Ausgabe des Prädiktors ist eine  $K$ -elementige Hypothesenmenge  $\{F_{t,k}\}_{k=1,\dots,K}$  mit zugehörigen Gewichten  $\{w_k\}_{k=1,\dots,K}$ . Jede Hypothese  $F_{t,k} = [\mathbf{p}_{t+1}, \dots, \mathbf{p}_{t+t_p}]$  ist wiederum eine Trajektorie mit einem Zeithorizont von  $t_p$  Zeitschritten, die den zukünftigen Bewegungsverlauf beschreibt. Der Aufbau eines Trajektorienelements  $\mathbf{p}_i$  ist gleich dem in Abschnitt 4.3.2 beschriebenen Trajektorienaufbau und beinhaltet die Position, Gierwinkel und deren höhere Ableitungen.

In der Trainingsphase des Mannigfaltigkeit-Prädiktors werden dem System Trajektorien aus der Referenzmenge der Größe  $M$  präsentiert, die der Prädiktor generalisiert. Eine Beispieltrajektorie  $[H_i, F_i]$  enthält den Historienabschnitt  $H_i$  und die zeitlich nachfolgende Prädiktion  $F_i$ . Die Anwendung der Tschebyscheff-Approximation (siehe Abschnitt A.1.2) auf das vollständige Trajektorienstück  $[H_i, F_i]$  und die korrespondierende Historie  $H_i$  baut die folgenden Matrizen von Tschebyscheff-Koeffizienten für alle  $M$  Referenztrajektorien in den Komponenten Winkel  $\phi$  und Geschwindigkeit  $v$  mit  $\frac{1}{2}D$  Koeffizienten auf (vgl. Gleichung 4.39 in Abschnitt 4.3.4):

$$\mathbf{C}_{H,F} = \begin{bmatrix} \text{cheby}_\phi([H_1, F_1]) & \dots & \text{cheby}_\phi([H_M, F_M]) \\ \text{cheby}_v([H_1, F_1]) & \dots & \text{cheby}_v([H_M, F_M]) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_{H,F} \in \mathbb{R}^{D \times M} \quad (5.1)$$

$$\mathbf{C}_H = \begin{bmatrix} \text{cheby}_\phi(H_1) & \dots & \text{cheby}_\phi(H_M) \\ \text{cheby}_v(H_1) & \dots & \text{cheby}_v(H_M) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_H \in \mathbb{R}^{D \times M} \quad (5.2)$$

Anstatt die Historie und Prädiktion in einer Trajektorie zusammenzufassen, wäre es ebenfalls möglich die Tschebyscheff-Approximation getrennt auf Historie und Prädiktion anzuwenden. Allerdings entstehen so unerwünschte Unstetigkeiten beim Übergang zwischen der Historie und der Prädiktion aufgrund von Approximations- und Interpolationsfehlern.

## 5.4 Unsupervised Kernel Regression (UKR)

Die Unsupervised Kernel Regression (UKR) ist ein Verfahren zur Bestimmung einer niederdimensionalen Repräsentation in einer Menge observierter Datenpunkte. Die UKR wird in die Gruppe der unüberwachten Lernverfahren eingeordnet, da ihr nur die Menge observierter Datenpunkte präsentiert wird und sie die sogenannten *latenten Variablen*, d. h. die Mannigfaltigkeit, selbstständig ermittelt.

Das UKR-Verfahren wurde in MEINICKE u. a. [2005] erstmals vorgestellt, in KLANKE und RITTER [2006, 2007]; KLANKE [2007] ausführlich beschrieben, weiterentwickelt und von STEFFEN [2010] auf Daten mit einer zeitlichen Reihenfolge angewendet. Die folgenden Abschnitte geben einen kurzen Überblick über das UKR-Verfahren nach KLANKE [2007] und WIEST [2010] mit Bezug zu Bewegungsmustern von Fahrzeugen.

### 5.4.1 Dichtefunktion

Die UKR ist ein iteratives Verfahren zur Bestimmung einer niederdimensionalen Repräsentation  $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N]$ ,  $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{q \times N}$ , in einer Menge observierter Datenpunkte  $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_N]$ ,  $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{d \times N}$ . Dabei wird ein Dichteschätzer  $\mathbf{y} = f(\mathbf{x})$  berücksichtigt, der die lokale Nachbarschaftsbeziehung in der Mannigfaltigkeit und den Stützstellen definiert.

Die Dichtefunktion basiert auf dem Nadaraya-Watson Kerndichteschätzer [NADARAYA, 1964] und ist wie folgt definiert:

$$f(\mathbf{x}; \mathbf{X}) = \sum_{i=1}^N \mathbf{y}_i \frac{K(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|)}{\sum_j K(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_j\|)} \quad (5.3)$$

$K(x)$  ist eine Kernel-Dichtefunktion, hier allerdings unabhängig von einem Bandbreitenparameter. Dieser Parameter ist implizit durch die relative Position der latenten Variablen  $\mathbf{X}$  gegeben. Eine mögliche Ausprägung eines Kernels  $K(x)$  ist der Gauß-Kernel mit Bandbreitenparameter  $\mathbf{H} = \text{diag}\{h_1, \dots, h_q\}$

$$K(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{q}{2}} \det \mathbf{H}} \exp\left(-\frac{1}{2} \|\mathbf{H}^{-1} \mathbf{x}\|^2\right), \quad (5.4)$$

wobei die Elemente des Bandbreitenparameters  $\mathbf{H}$  bei Anwendung im UKR-Verfahren auf 1 gesetzt werden. Eine Alternative ist der sogenannte Quartic-Kernel:

$$K(\mathbf{x}) = \begin{cases} \frac{15}{16}(1 - x^2)^2 & |x| < 1 \\ 0 & |x| \geq 1. \end{cases} \quad (5.5)$$

Im Vergleich zum Gauß-Kernel kann dieser numerisch schneller bestimmt werden, da der Exponential-Term entfällt.

Man beachte, dass  $f(\mathbf{x}; \mathbf{X})$  keine bijektive Abbildung ist. Bei einem gegebenen Punkt  $\mathbf{x}$  auf der Mannigfaltigkeit ist es zwar möglich den entsprechenden höherdimensionalen Punkt  $\mathbf{y}$  zu bestimmen, aber nicht umgekehrt.

Die Gleichung 5.3 lässt sich kompakter mit Hilfe von

$$\mathbf{b}(\mathbf{x}; \mathbf{X}) = \begin{pmatrix} b_1(\mathbf{x}; \mathbf{X}) \\ \vdots \\ b_N(\mathbf{x}; \mathbf{X}) \end{pmatrix}, \quad b_i(\mathbf{x}; \mathbf{X}) = \frac{K(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|)}{\sum_j K(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_j\|)} \quad (5.6)$$

wie folgt ausdrücken:

$$f(\mathbf{x}; \mathbf{X}) = \sum_{i=1}^N \mathbf{y}_i b_i(\mathbf{x}; \mathbf{X}) = \mathbf{Y} \mathbf{b}(\mathbf{x}; \mathbf{X}). \quad (5.7)$$

Die Zusammenfassung der Dichtefunktion  $f$ , den latenten Variablen  $\mathbf{X}$  und den Stützstellen  $\mathbf{Y}$  zu einem Tupel  $(f, \mathbf{X}, \mathbf{Y})$  bildet das UKR-Modell.

Die Idee ist nun, ein UKR-Modell auf Basis einer gegebenen Menge von Trajektorien  $\mathbf{C}_{H,F}$  in Koeffizienten-Repräsentation zu lernen, d. h. dass eine Mannigfaltigkeit die Menge der Trajektorien mit Historie und zukünftigem Verlauf approximiert. Wie oben erwähnt, ist es nicht möglich direkt auf  $\mathbf{X}$  zu schließen, daher wendet das UKR-Verfahren ein iteratives Optimierungsverfahren an. Die Initialisierung von  $\mathbf{X}$ , die Zielfunktion der Optimierung und das Optimierungsverfahren selbst werden nun kurz erläutert.

### 5.4.2 Zielfunktion, Regulierung und Optimierung

Die Bestimmung der latenten Variablen  $\mathbf{X}$  in dem UKR-Modell erfolgt auf Basis einer Zielfunktion, die als der mittlere quadratische Fehler über die Rekonstruktion der Daten definiert ist:

$$R(\mathbf{X}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \|\mathbf{y}_i - f(\mathbf{x}_i; \mathbf{X})\|^2 = \frac{1}{N} \|\mathbf{Y} - \mathbf{Y}\mathbf{B}(\mathbf{X})\|_F^2 \quad (5.8)$$

$\|\cdot\|_F^2$  ist die Frobeniusnorm und  $\mathbf{B}$  eine Zusammenfassung der Basisfunktionen

$$\mathbf{B}(\mathbf{X}) = [\mathbf{b}(\mathbf{x}_1; \mathbf{X}), \dots, \mathbf{b}(\mathbf{x}_N; \mathbf{X})]. \quad (5.9)$$

Eine Minimierung dieses Rekonstruktionsfehlers besitzt eine triviale Lösung mit  $R(\mathbf{X}) = 0$  genau dann, wenn die latenten Variablen einen unendlich großen Abstand besitzen und somit die Stützvektoren isoliert sind. Eine elegante Lösung dieses Problems ist eine Regulierung mit Hilfe der *Leave-One-Out-Cross-Validation* (LOO-CV) [KLANKE, 2007] mit einer Änderung der Zielfunktion wie folgt:

$$R_{cv}(\mathbf{X}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \|\mathbf{y}_i - f_{-i}(\mathbf{x}_i; \mathbf{X})\|^2 = \frac{1}{N} \|\mathbf{Y} - \mathbf{Y}\mathbf{B}_{cv}(\mathbf{X})\|_F^2 \quad (5.10)$$

wobei

$$f_{-i}(\mathbf{x}; \mathbf{X}) = \sum_{l \neq i} y_l \frac{K(\mathbf{x} - \mathbf{x}_l)}{\sum_{j \neq l} K(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j)} \quad (5.11)$$

die Auswertung der UKR-Funktion ohne  $y_i$  darstellt.

KLanke [2007] schlägt für die Optimierung die Methode des *Resilient Backpropagation* (RPROP) [RIEDMILLER und BRAUN, 1993] vor, eines Gradientenabstiegsverfahrens mit variabler Schrittweite. Dieses Optimierungsverfahren wird ebenfalls in dieser Dissertation zur Bestimmung der latenten Variablen ermittelt.

### 5.4.3 Auswahl der Stützvektoren und Initialisierung des UKR-Modells

Die Anzahl der überlappenden Trajektorienelemente, d. h. die Anzahl der Spalten von  $\mathbf{C}_{H,F}$ , kann mit über 100.000 Elementen sehr groß werden und besitzt häufig redundante Einträge wie zum Beispiel durch die Geradeausfahrten. Aus diesem Grund werden die Trajektorien durch den kMeans-Clusteralgorithmus [ANDERBERG, 1973] auf die gewünschte Anzahl der Stützstellen reduziert. Das kMeans-Verfahren erhält dabei die Dichteverteilung der Punkte [BISHOP, 2006, Abschnitt 9.1].

Das Training des UKR-Modells benötigt eine gute Initialisierung  $\hat{\mathbf{X}}$  der latenten Variablen  $\mathbf{X}$ , um die Optimierung zu einem globalen Minimum zu führen. Als mögliche Initialisierungen eignen sich gängige Dimensionsreduktionsverfahren wie die PCA oder das LLE. Die latenten Variablen definieren aber auch durch die relative Position zueinander die Breite der lokalen Dichte, so dass eine Skalierung der Initialisierung  $\hat{\mathbf{X}}$  der latenten Variablen vonnöten ist. Dies ist wiederum ein eigenes Optimierungsproblem und kann durch einen Gradientenabstieg gelöst werden. Entsprechende Details sind in WIEST [2010, Abschnitt 2.2.6] und KLANKE [2007] erläutert.

## 5.5 Prädiktion mittels einer Mannigfaltigkeit

Die Verbindung aus einer Trajektorien-Referenzmenge aus Abschnitt 5.3 und dessen Generalisierung durch die UKR aus Abschnitt 5.4 bildet den Mannigfaltigkeit-Prädiktor. Es sei ein UKR-Modell mit der durch das kMeans-Clustering reduzierten Menge von Tschebyscheff-Koeffizienten  $\mathbf{C}_{H,F}$  als Stützstellen derart trainiert, dass eine zweidimensionale Mannigfaltigkeit in den Koeffizientenraum eingebettet ist. Die Koeffizienten  $\mathbf{C}_{H,F}$  umfassen Trajektorienstücke mit der Historie  $H$  und dem nachfolgenden Bewegungsverlauf  $F$ .

Sei  $H_t$  eine gegebene, dem Prädiktor unbekanntes Historie, dessen Verlauf prädiziert werden soll. Der naheliegendste Ansatz ist die Suche nach einem Punkt  $\mathbf{x}_H$  auf der Mannigfaltigkeit, dessen rekonstruierte Historie  $\hat{H}$  der Trajektorie  $H_t$  am ähnlichsten ist. Mit dem nachfolgenden, rekonstruierten Verlauf kann so eine Prädiktion erreicht werden. Dieses direkte Vorgehen besitzt aber den Nachteil, dass der Vergleich zwischen beobachteter Historie und rekonstruierter Historie in dem Trajektorienraum erfolgen muss, zum Beispiel durch Anwendung des QRLCS-Distanzmaßes, und damit rechenintensiv ist. Deutlich günstiger wäre ein Vergleich im Koeffizientenraum.

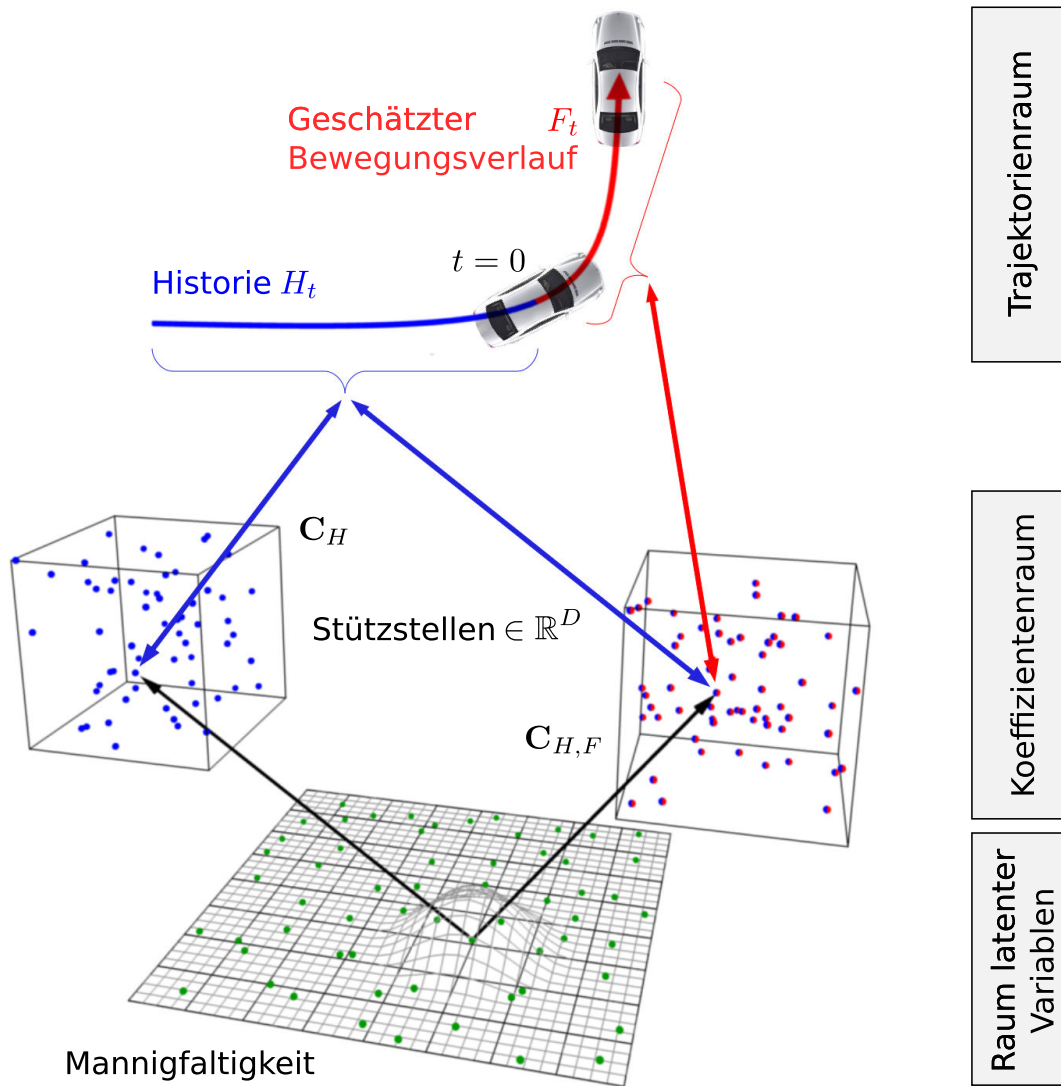
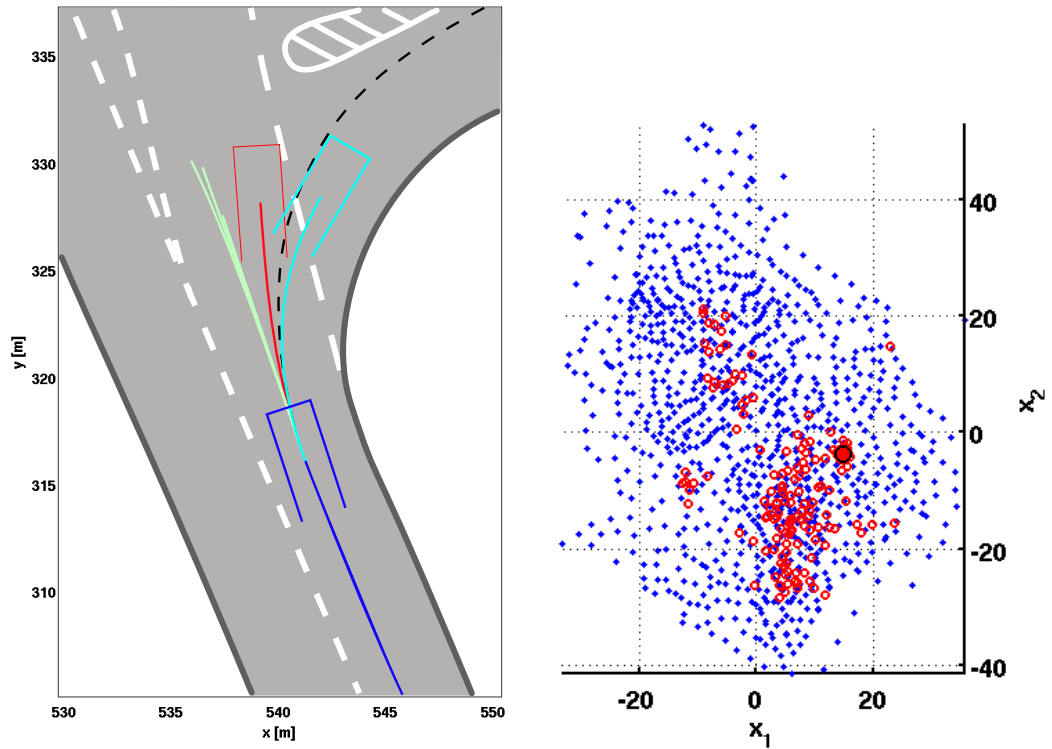


Abbildung 5.3: Funktionsprinzip des Mannigfaltigkeit-Prädiktors.

Die neuartige Idee ist nun, sich parallel zu den Stützstellen  $C_{H,F}$  eine entsprechende Menge von Stützstellen  $C_H$  zu halten, die nur die Tschebyscheff-Koeffizienten des Historienteils umfassen. Das Training des UKR-Modells erfolgt weiterhin mit  $C_{H,F}$ ; nur für den Vergleich der beobachteten Historie  $\text{cheby}_{\phi,v}(H_t)$  mit der rekonstruierten Historie  $y_{\hat{H}}$  werden die Stützstellen  $C_{H,F}$  durch  $C_H$  ausgetauscht.

Die Abbildung 5.3 verdeutlicht diese Herangehensweise. Eine Stützstelle auf der Mannigfaltigkeit in dem Raum der latenten Variablen verweist sowohl auf die entsprechende Stützstelle in dem Koeffizientenraum  $C_H$  der Historienstücke als auch auf die Stützstelle im Koeffizientenraum  $C_{H,F}$  der vollständigen Trajektorien. Für eine beobachtete Historie  $H_t$  kann nun leicht mittels einer Optimierung der entsprechende Punkt  $x_H$  auf der Mannigfaltigkeit gefunden werden. Das UKR-Modell liefert instantan bei Verwendung der Stützstellen aus  $C_{H,F}$  den geschätzten Bewegungsverlauf  $\hat{F}$ .





(a) Abbiegemanöver aus der Vogelperspektive. (blau) aktuelle Position, (schwarz gestrichelt) Ground-Truth, (rot) kinematische Prädiktion, (grün) Hypothesen, (cyan) prädicierter Verlauf. (b) Zweidimensionale Mannigfaltigkeit. (blau) latente Variablen  $\mathbf{X}$ , (rot) Partikel, (schwarz) Meanshift-Cluster mit höchstem Partikelgewicht.

Abbildung 5.4: Beispiel für die Prädiktion eines Rechtsabbiegers mit dem Mannigfaltigkeit-Prädiktor.

Die Optimierung erfolgt im zweidimensionalen Raum auf der Mannigfaltigkeit und ist damit sehr effizient. Die Anwendung eines Optimierungsverfahrens ist notwendig, da nur eine Abbildung von der durch die Stützstellen  $\mathbf{X}$  aufgespannten Mannigfaltigkeit zum Koeffizientenraum möglich ist, nicht aber umgekehrt (siehe Abschnitt 5.4.1).

Die Optimierung muss Unsicherheiten widerspiegeln können: Das Beispiel eines geradeaus fahrenden Fahrzeugs mit deutlichem Bremsverhalten führt zu einer gesteigerten Wahrscheinlichkeit eines Abbiegens in beliebiger Richtung. Wie in dem vorhergehenden Kapitel kommt auch hier ein Partikelfilter [ISARD und BLAKE, 1998] zum Einsatz: Eine Menge von Partikeln  $\{\psi^{(s)}\}_{s=1,\dots,N}$ ,  $\psi^{(s)} \in \mathbb{R}^q$  repräsentiert mögliche Zustände auf der Mannigfaltigkeit, die eine observierte Historie  $H_t$  möglichst gut wiedergeben. Das Partikelgewicht  $w^{(s)}$  ist anschließend bestimmbar über eine Normalverteilung in dem Koeffizientenraum:

$$w^{(s)} = p(H_t | \psi^{(s)}) \approx \eta \exp \left\{ -\frac{1}{2} \frac{\|f(\psi^{(s)}; \mathbf{C}_H) - \text{cheby}_{\phi,v}(H_t)\|^2}{\sigma_w^2} \right\} \quad (5.12)$$

Man beachte, dass die Funktion  $\text{cheby}_{\phi,v}(H_t)$  nur einmal pro Zeitschritt für die Gewichtung *aller* Partikel aufgerufen werden muss. Dies ermöglicht eine effiziente

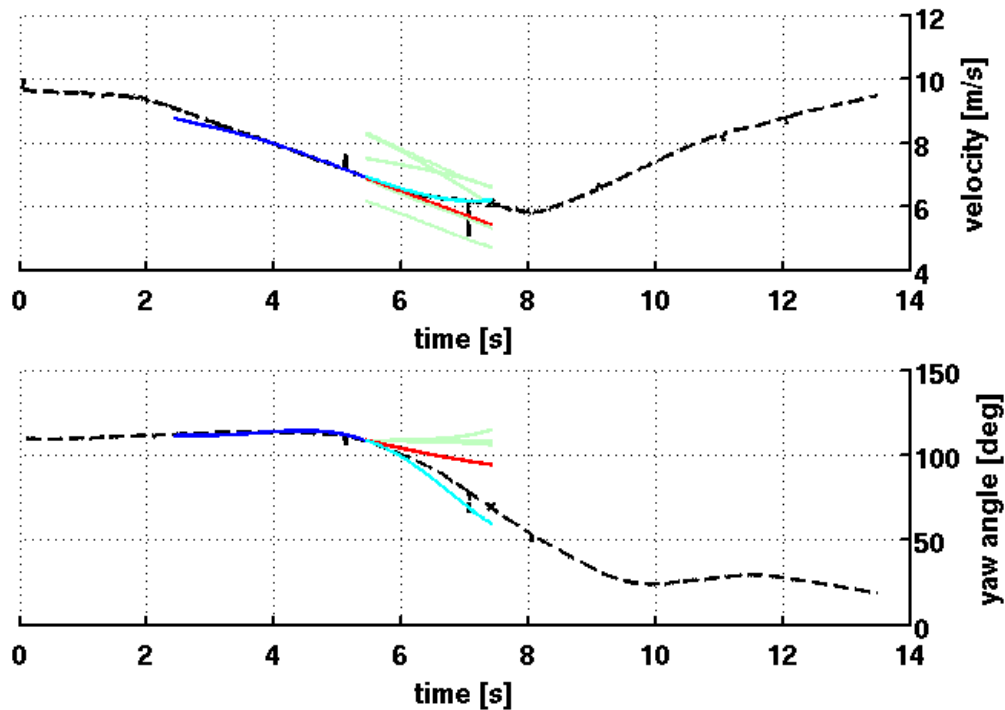


Abbildung 5.5: Geschwindigkeits- und Gierwinkelverläufe des Rechtsabbiegers. Farbgebung wie in Abbildung 5.4(a).

Berechnung der Partikelgewichte. Da die Partikel als Punkte auf der Mannigfaltigkeit agieren, sind sie genauso niederdimensional wie die Mannigfaltigkeit selbst und verringern somit die Komplexität der Suche nach einem geeigneten  $\mathbf{x}_H$ .

Eine finale Menge von Prädiktionshypothesen lässt sich durch Anwendung des gewichteten Meanshift-Verfahrens [COMANICIU und MEER, 2002; SCHMIDT u. a., 2006] auf die Partikelmenge ermitteln.

### 5.5.1 Beispiel

Die Abbildung 5.4 zeigt beispielhaft die Anwendung des Mannigfaltigkeit-Prädiktors anhand von DGPS-Daten (vgl. Abschnitt 6.1.1). Abbildung 5.4(a) stellt ein Abbiegemanöver aus der Vogelperspektive dar: Das Fahrzeug beginnt gerade in die Straße rechts einzubiegen. Die Geschwindigkeits- und Gierwinkelverläufe aus Abbildung 5.5 verdeutlichen, dass das Lenkrad zum aktuellen Zeitpunkt zwar noch nicht merklich eingeschlagen ist, aber das Bremsmanöver bereits ca. 1,5 s vorher begonnen hat.

Die Mannigfaltigkeit des UKR-Modells wird in Abbildung 5.4(b) gezeigt. Jeder Punkt ist die latente Variable einer Stützstelle und repräsentiert den gesamten Verlauf einer Trajektorie. Die roten Markierungen stellen die Partikelmenge des Partikelfilters dar. Da die Zielfunktion eines Partikels die Ähnlichkeit der Historie vergleicht, sind für die im Beispiel gezeigte Historie verschiedene Bereiche auf der Mannigfaltigkeit mit Partikeln belegt. Eine Rückprojektion der Partikel in den Trajektorienraum zeigt, dass diese Bereich sowohl eine Geradeausfahrt als auch einen Rechtsabbieger vorhersagen (siehe Abbildung 5.4(a)). Somit werden beide Möglichkeiten weiter in Betracht gezogen.

Die finale Prädiktion lässt sich durch Anwendung des gewichteten Meanshift-Filters auf der Partikelmenge bestimmen. Das Ergebnis ist in der Abbildung 5.4(a) als prädizierter Verlauf gekennzeichnet. Zum Vergleich zeigt die kinematische Prädiktion ein interpolierendes Verhalten, d. h. die Entscheidung zwischen einem Rechtsabbieger und einer Geradeausfahrt ist hier nicht eindeutig.

## 5.6 Zusammenfassung

Dieses Kapitel stellt die zweite Realisierung eines Prädiktors vor. Die Idee ist, die Generalisierungseigenschaften von niederdimensionalen Mannigfaltigkeiten zur Bewegungsprädiktion auf einer generalisierten Menge von Referenzmustern zu verwenden. Die Leistungsfähigkeit der vorgestellten Prädiktoren wird in dem nächsten Kapitel gezeigt.



## Experimentelle Untersuchung

Dieses Kapitel stellt die Evaluation der vorgestellten Systeme zur Bewegungsprädiktion durch eine experimentelle Untersuchung anhand realer Daten dar. Die Repräsentation von Bewegungsmustern durch Trajektorien ist unabhängig von der Art des Sensors und der Methode zur Schätzung der Objektpositionen. Dies wird anhand verschiedener Datensätze gezeigt, die in dem folgenden Abschnitt vorgestellt werden. Im Anschluss folgen die Evaluierungen für die trajektorienbasierten Prädiktionen durch den Trajektorien-Partikelfilter und den Mannigfaltigkeit-Prädiktor.

### 6.1 Beschreibung der verwendeten Datenbasis

Die in dieser Arbeit verwendeten Datensätze für die Evaluierung der Bewegungsprädiktion umfassen Bewegungsmuster aus zwei verschiedenen Datenquellen. Diese Quellen sind das *Differential Global Positioning System* (DGPS) und Trajektorien von Fahrzeugbewegungen aus Stereo-Punktwolken. In den folgenden Abschnitten werden diese Datensätze hinsichtlich des Sensors und der Aufbau der Datenbasis näher erläutert.

#### 6.1.1 DGPS-Trajektorien

Das Global Positioning System (GPS) ist ein satellitengestütztes Navigationssystem zur Positionsschätzung an beliebiger Stelle auf der Erde. Ursprünglich für das US-amerikanische Verteidigungsministerium in den 70er Jahren entwickelt, wird es derzeit mit kleinen Einschränkungen bezüglich der Genauigkeit von der Allgemeinheit genutzt [EL-RABBANY, 2002, Kap. 1].

Durch eine gleichmäßige Verteilung von mindestens 24 Satelliten in der Erdumlaufbahn wird sichergestellt, dass von jedem (flachen) Punkt der Erde ein Signal von vier bis zehn Satelliten empfangen werden kann. Da die Position der Satelliten bekannt ist, kann durch eine Triangulierung auf ein GPS-Empfangsgerät eine Position auf der Erde geschätzt werden, derzeit mit einer Genauigkeit von ca. 22 m bis 100 m in einem 95%-Intervall. Dies ist als sogenannte *Punktpositionierung* bekannt [EL-RABBANY, 2002, Abschnitt 5.1]. Neben der dreidimensionalen Position wird auch die zeitliche Drift in dem GPS-Empfangsgerät mitgeschätzt, so dass immer das Signal von vier Satelliten gleichzeitig vorhanden sein muss.

Als zweite Positionierungsmethode wird neben der GPS-Punktpositionierung die GPS-Relativpositionierung (engl. Differential Global Positioning System, DPGS) unterschieden [EL-RABBANY, 2002, Abschnitt 5.2 und 5.7], auch als differentielle Positionierung bezeichnet. In diesem Fall gibt es zwei GPS-Empfänger, die jeweils die gleichen Satelliten verfolgen. Einer der Empfänger mit bekannter Position (sog. Basisstation) ist statisch an einen Ort gebunden, während die Position des anderen, mobilen GPS-Empfängers zu schätzen ist. Dabei wird die Messunsicherheit im Vergleich zur GPS-Punktpositionierung deutlich für einen Bereich weniger Meter erhöht, indem die Differenz zwischen Basis und mobilem Empfänger durch ein Funksignal als zusätzliche Messung mit einbezogen wird.

Insbesondere in städtischen Umgebungen ist eine vollständige Erreichbarkeit von Satellitensignalen nicht immer gewährleistet, zum Beispiel bei Verdeckungen durch hohe Gebäude oder Bäume. Selbst bei einer Verwendung von einer zusätzlichen Basisstation ist somit eine ausreichende Positionsschätzung nicht mehr möglich [EL-RABBANY, 2002, Abschnitt 9.4]. Aus diesem Grund wird bei den in dieser Dissertation evaluierten Datensätzen ein DGPS-Positionierungssystem mit einem Inertialsensor (engl. inertial measurement unit, IMU) zu einem DGPS/INS verbunden, welches mit Hilfe von Beschleunigungssensoren und Gyroskopen lokal eine hohe Auflösung in der Position erlaubt und dauerhaft durch das DPGS-Signal korrigiert wird. Dieses DGPS/INS-System erlaubt eine Ortsauflösung von wenigen Zentimetern bis zu einem Meter. Zusätzlich läuft in der Aufnahmesoftware der mobilen Empfangsstation im Fahrzeug ein Kalman-Filter, der die eingehenden Signale von GPS-Satelliten und Basisstation filtert und die Position, laterale Geschwindigkeit und Gierrate schätzt.

#### 6.1.1.1 Der Datensatz: Industriegebiet

Dieser Datensatz ist ein von der Daimler AG zur Verfügung gestellter DGPS-Datensatz. Die Aufnahme erfolgte in Böblingen (Baden-Württemberg) in einem Industriegebiet (siehe Abbildung 6.1). Der Fokus lag bei der Aufnahme auf drei Kreuzungen, bei denen von jeder möglichen Richtung aus sämtliche Fahrmanöver gefahren wurden, d. h. Links-, Rechts- und Geradeausfahrten (siehe Abbildung 6.2). Für die Versuchsfahrten wurden keine Straßenabschnitte abgesperrt; stattdessen wurden die Fahrten wurden mit dem dort üblichen Verkehrsaufkommen durchgeführt. Mit einer Gesamtlänge von 23,36 km ist dieser Datensatz der größte aller Datensätze in dieser Dissertation. Aus diesem Grund wird die Prädiktionsleistung der vorgestellten Verfahren anhand des DGPS-Datensatzes verglichen.

#### 6.1.2 Szenenfluss

Ein Szenenfluss ist eine dreidimensionale Punktwolke mit einer dreidimensionalen Geschwindigkeitskomponente in jedem Punkt [HUGUET und DEVERNAY, 2007]. In dieser Arbeit wird der Szenenfluss auf Basis der Bilder einer Stereokamera bestimmt. Eine Stereokamera besteht aus zwei oder mehr räumlich versetzten Kameras, die synchron Bilder aufnehmen. Durch die Anwendung geometrischer Beziehungen, wie in WÖHLER [2009] und HARTLEY und ZISSERMAN [2004] beschrieben, lässt sich durch den Vergleich von Bildausschnitten in den Kamerabildern die betrachtete Szene mit Hilfe dreidimensionaler Punkte rekonstruieren. Dabei unterscheidet man zwischen dem *dichten Stereo* und dem *Korrespondenz-Stereo*. Ersteres rekonstruiert

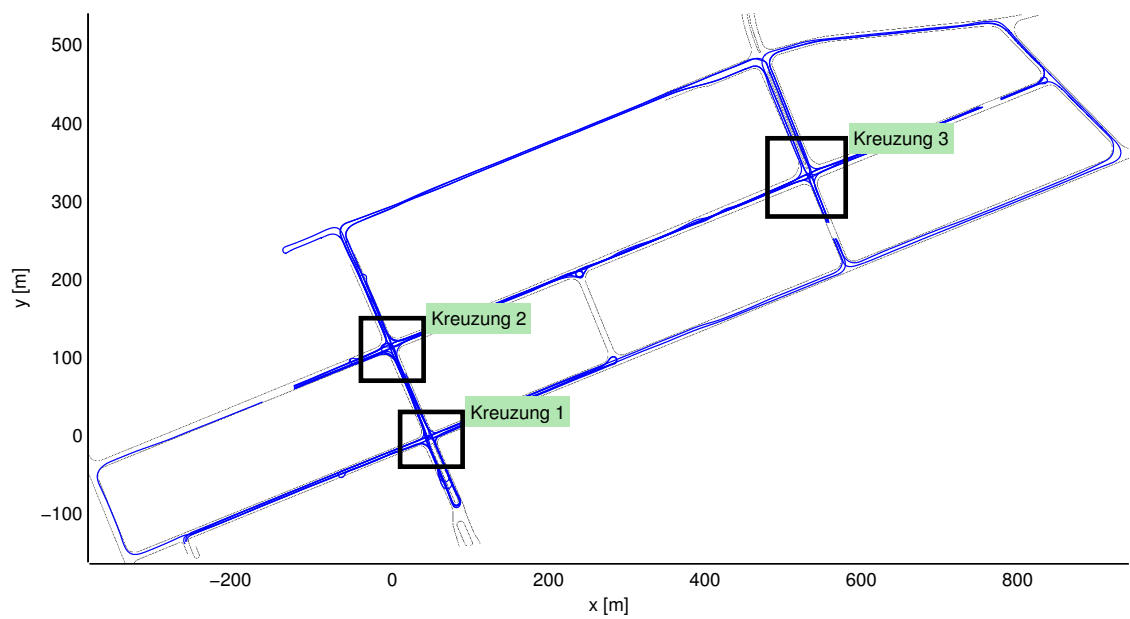
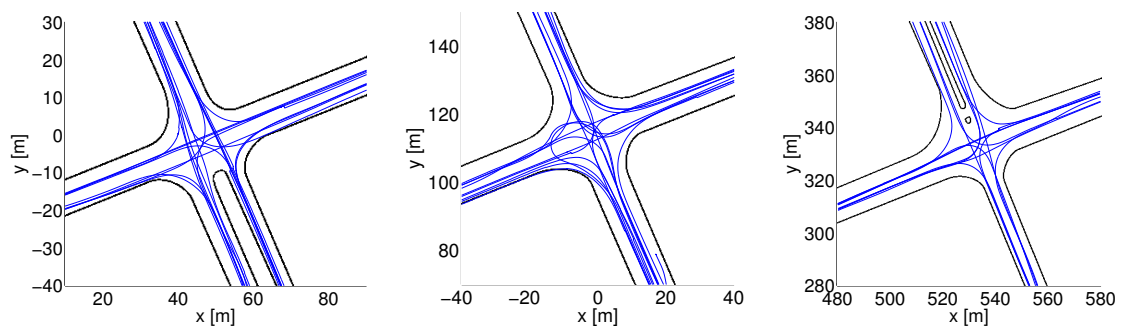


Abbildung 6.1: DGPS-Datensatz aus der Vogelperspektive mit ausgewählten Kreuzungen.



(a) Kreuzung 1

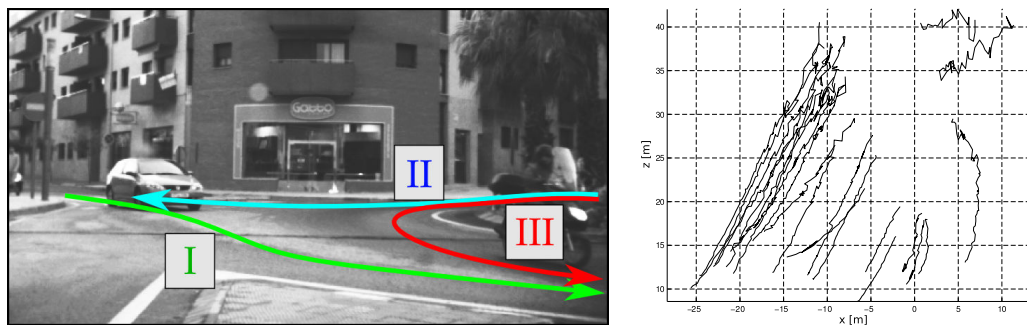
(b) Kreuzung 2

(c) Kreuzung 3

Abbildung 6.2: Detailansicht der ausgewählten Kreuzungen aus dem DPGS-Datensatz.



Abbildung 6.3: Versuchsträger mit Stereokameras hinter der Frontscheibe.



(a) Kategorien von Fahrzeugbewegungen

(b) Trajektorien.

Abbildung 6.4: Kreisverkehr-Datensatz.

aus jedem Bildpunkt in den Kamerabildern einen dreidimensionalen Punkt, während das Korrespondenz-Stereo dies nur an signifikanten Stellen in den Bildern, wie zum Beispiel an Stellen großer Intensitätsänderung, tut.

Die Schätzung des optischen Flusses [WEDEL u. a., 2008] anhand der zeitlichen Bildfolgen zeigt Änderungen wie zum Beispiel Objektbewegungen in den Bildern an. Durch eine lokale Zuweisung in den Bildern kann so einem Stereopunkt ein Fluss zugeordnet werden. Ob der Fluss in allen drei Raumrichtungen definiert ist oder nur entlang der Bildebenen, hängt von der Auflösung des Stereo-Algorithmus und des optischen Flusses ab. Alternativ können auch die Stereopunkte direkt über die Zeit mit einem Filter verfolgt werden [FRANKE u. a., 2005; RABE u. a., 2010].

Ein Beispiel für einen Szenenfluss ist in Abbildung 4.10(b) gezeigt. Objektverfolgungsalgorithmen wie zum Beispiel BARROIS u. a. [2009] detektieren und verfolgen die Objekte über die Zeit in den Szenenfluss-Daten, so dass sich aus den Objektmittelpunkten Trajektorien ermitteln lassen.

### 6.1.2.1 Erster Datensatz: Kreisverkehr

Dieser Datensatz dient zur Evaluierung des in Abschnitt 4.4.1 dargestellten Meanshift-Trackers und stellt daher keine Trajektorien zur Verfügung, sondern nur die Szenenfluss-Daten. Die Szene stellt einen Kreisverkehr in Barcelona (Spanien) dar (Abbildung 4.10(a)), in denen drei verschiedene Kategorien von Verkehrsteilnehmerbewegungen (Fahrzeuge und Fahrradfahrer) detektiert und prädiziert werden (siehe auch Abbildung 6.4(a)):

**Kategorie I** Die Verkehrsteilnehmer fahren von links in ca. 40 m Entfernung in den Kreisverkehr ein.

**Kategorie II** Die Verkehrsteilnehmer kommen rechts hinter der Mitte des Kreisverkehrs hervor und fahren links aus der Szene.

**Kategorie III** Die Verkehrsteilnehmer kommen rechts hinter der Mitte des Kreisverkehrs hervor und folgen dem Kreisverkehr rechts aus der Szene.

Die Referenztrajektorien zum Training des Trajektorien-Partikelfilters werden mit Hilfe des Meanshift-Trackers ohne die Aktivierung des Trajektorien-Partikelfilters erstellt. Diese sind in Abbildung 6.4(b) dargestellt.



### 6.1.2.2 Zweiter Datensatz: Personen im Straßenverkehr

Der zweite Datensatz umfasst eine Menge von 30 Trajektorien von Fußgängern, die mit Hilfe von Stereo-Kameras aufgenommen und manuell in den Bildern markiert sind. Die Bewegungsmuster teilen sich in zwei Kategorien: Die erste Kategorie umfasst 17 Muster, bei denen der Fußgänger an einem Bordstein stehenbleibt, während die zweite Kategorie 13 Muster enthält, bei denen der Fußgänger eine Straße überquert. Der Versuchsträger mit den Stereo-Kameras steht bei 21 Trajektorien in ca. 17 m Entfernung zum Fußgänger; bei den übrigen fährt der Wagen mit ca. 20–30 km/h auf den Fußgänger zu.

## 6.2 Vergleich der Prädiktionsverfahren

Dieser Abschnitt vergleicht die Prädiktionsverfahren der kinematischen Prädiktion, des Trajektorien-Partikelfilters und des Mannigfaltigkeit-Prädiktors unter den zwei Gesichtspunkten der Prädiktionsleistung und der notwendigen Länge der Bewegungshistorie.

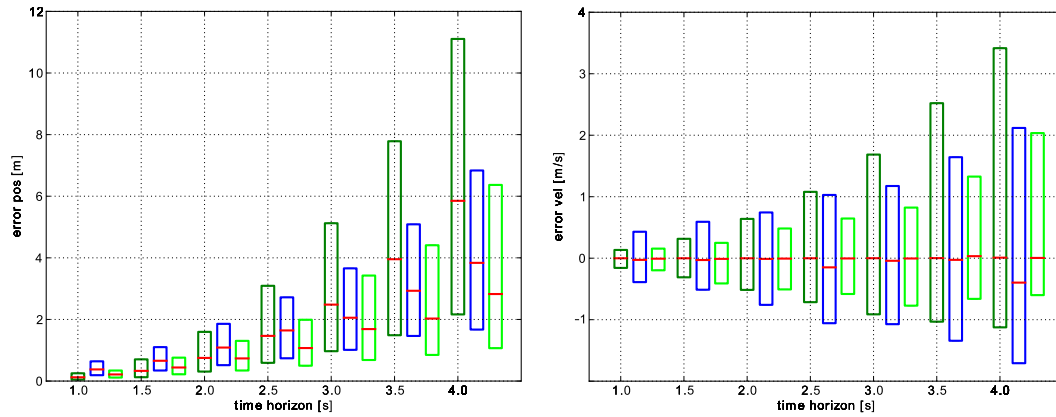
### 6.2.1 Prädiktionshorizont

Mit zunehmendem Zeithorizont steigt auch der Fehler, den ein Prädiktor macht. In diesem Abschnitt wird die kinematische Prädiktion (CTCA-Modell) als Referenzverfahren verwendet und den Prädiktionen des Trajektorien-Partikelfilters und des Mannigfaltigkeit-Prädiktors gegenübergestellt. Die Evaluation beruht auf dem DG-PS-Datensatz: Zwei Kreuzungen dienen als Trainingsmenge der lernenden Verfahren und eine Kreuzung als Testszenario.

Interessant ist die Frage, wie groß der Zeithorizont werden darf, um noch eine als verlässlich geltende Vorhersage der Objektbewegung zu erhalten. Die Abbildung 6.5 ist eine visuelle Darstellung der Tabelle A.1 von Seite 124. Sie stellt eine Zusammenfassung der Fehler zu jedem Zeithorizont von 1,0 s bis 4,0 s in Schritten von 0,5 s in Quartilen dar. Der Fehler ist in der Position als euklidische Distanz zwischen der prädizierten Position und der Ground-Truth definiert; für die übrigen Komponenten der Trajektorie in Gierwinkel, Geschwindigkeit und Gierrate ist der Fehler die einfache Differenz zwischen Ground-Truth und Prädiktion.

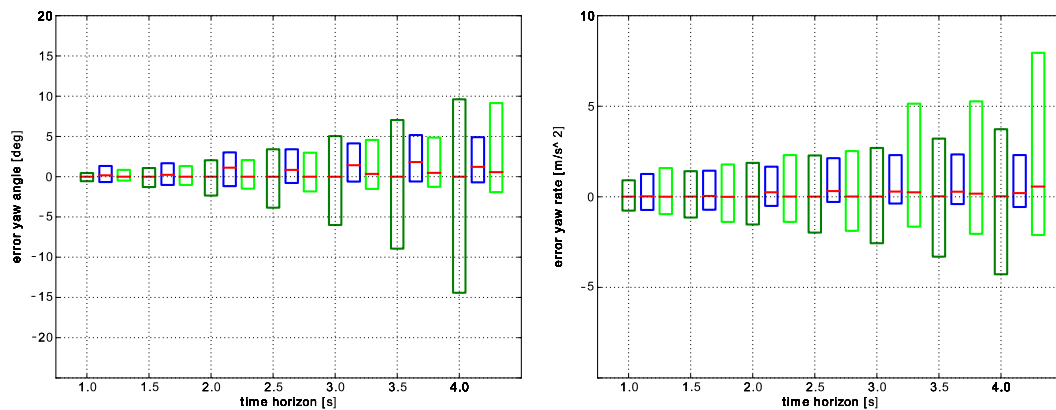
Es zeigt sich, dass insgesamt der Prädiktionsfehler nichtlinear mit steigendem Zeithorizont zunimmt. Die Fehler der kinematischen Prädiktion unterscheiden sich nicht signifikant von den beiden anderen Prädiktoren bis zu einem Zeithorizont von 2,0 s. Ab diesem Zeithorizont besitzt der Fehler in dem Gierwinkel den größten Einfluss auf den Fehler in der Position. Im Vergleich steigt der Fehler für die lernenden Prädiktoren in der Position, der Geschwindigkeit und dem Gierwinkel nicht so stark an. Der Mannigfaltigkeit-Prädiktor hat die besten Prädiktionseigenschaften, er generalisiert die Menge der Referenzmuster besser als der Trajektorien-Partikelfilter.

Bei Betrachtung des Positionsfehlers scheint eine sinnvolle Anwendung des Mannigfaltig-Prädiktors bei einem Zeithorizont von 4,0 s nicht mehr gegeben zu sein, da eine Abweichung bis 6 m in der Position nicht mehr akzeptabel ist. Bei einer konstanten Geschwindigkeit des Fahrzeugs von 50 km/h entspricht dies allerdings



(a) Positionsfehler.

(b) Fehler in der Geschwindigkeit.



(c) Fehler in dem Gierwinkel.

(d) Fehler in der Gierrate.

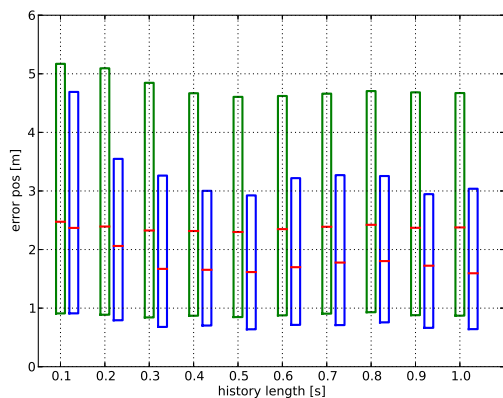
Abbildung 6.5: Fehler der Vorhersage in den Trajektorienkomponenten Position, Geschwindigkeit, Gierwinkel und Gierrate. (dunkelgrün) kinematische Prädiktion, (blau) Trajektorien-Partikelfilter, (grün) Mannigfaltigkeit-Prädiktor. Jeder Balken zeigt das 25%, 50% und 75% Quantil an.

einer Vorausschau von ca. 50 m, so dass der Fehler in Relation zu dieser Vorhersage wieder akzeptabel erscheint.

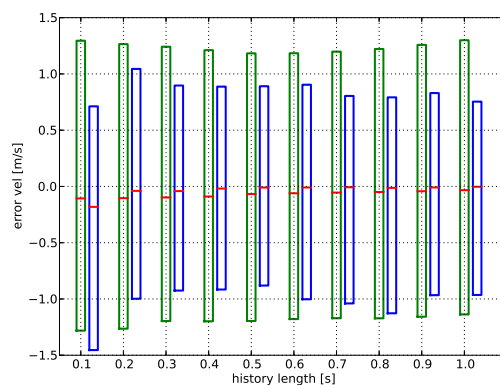
In Abbildung 6.5(d) ist ein auffällig großer Fehler in der Gierrate für den Mannigfaltigkeit-Prädiktor zu bemerken. Dies ist ein Approximationsfehler der Tschebyscheff-Interpolation in den höheren Ableitungen.

## 6.2.2 Länge der Historie

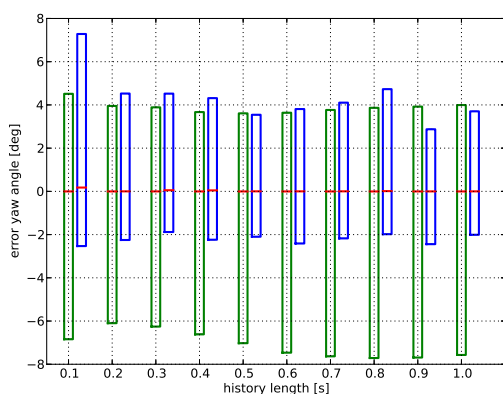
Der Mannigfaltigkeit-Prädiktor ist im Vergleich der Prädiktionsverfahren anhand der Prädiktionsleistung das bessere Verfahren. Es stellt sich allerdings die Frage, wie lange der Bewegungsverlauf eines Fahrzeugs observiert werden muss, um eine gute Prädiktion zu erhalten. Die Evaluierung verwendet wie im vorhergehenden Abschnitt den DGPS-Datensatz und stellt die zeitliche Länge der Bewegungshistorie der Prädiktionsleistung von 3,0 s gegenüber. Die zeitliche Länge wurde dabei im Bereich von 0,1 s bis 1,0 s mit einer Abtastung von 0,1 s verändert.



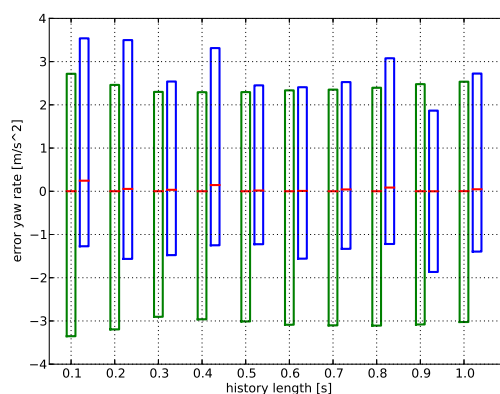
(a) Positionsfehler.



(b) Fehler in der Geschwindigkeit.



(c) Fehler in dem Gierwinkel.



(d) Fehler in der Gierrate.

Abbildung 6.6: Fehler der Vorhersage in den Trajektorienkomponenten Position, Geschwindigkeit, Gierwinkel und Gierrate bei variierender Länge der Historie und konstantem Prädiktionshorizont von 3,0 s. (grün) kinematische Prädiktion, (blau) Mannigfaltigkeit-Prädiktor. Jeder Balken zeigt das 25%, 50% und 75% Quantil an.

Die Abbildung 6.6 zeigt die Ergebnisse der Prädiktion. Der Positionsfehler in Abbildung 6.6(a) pendelt sich sowohl für die kinematische Prädiktion als auch für den Mannigfaltigkeit-Prädiktor auf eine zeitliche Historienlänge von ca. 0,4–0,5 s ein. Verantwortlich dafür ist der Fehler in der Geschwindigkeit (Abbildung 6.6(b)), dessen Median ebenfalls bei dieser zeitlichen Länge dem Nullpunkt am nächsten kommt.

## 6.3 Anwendungen des Trajektorien-Partikelfilters

### 6.3.1 Meanshift-Tracking

Die Prädiktionsleistung des Meanshift-Trackers zeigt sich im Folgenden anhand des Kreisverkehr-Datensatzes (Abschnitt 6.1.2.1) im Vergleich zu der kinematischen Prädiktion.

Die Evaluierung des Meanshift-Trackers mit hierarchischer Prädiktion führt zu keiner signifikanten Verbesserung der Tracking-Qualität, d. h. die Prädiktion in den

nächsten Zeitschritt für den Meanshift-Filter liefert mit der kinematischen und dem Trajektorien-Partikelfilter gleiche Ergebnisse [HERMES u. a., 2010a].

Abbildung 6.7 zeigt den Prädiktionsfehler in der prädizierten Position für verschiedene Zeithorizonte für zwei Beispieltrajektorien über die Zeit. Verglichen wird die Prädiktion der kinematischen Prädiktion und der Trajektorien-Partikelfilter. Da mit einer Ground-Truth verglichen wird, die aus einem vollständigen Lauf des Meanshift-Trackers resultiert, weist diese Referenztrajektorie aufgrund von Verdeckungen mit anderen Fahrzeugen Lücken auf, mit denen die Prädiktion nicht verglichen werden kann. Die vertikale Linie markiert den Beginn der Prädiktion mit dem Trajektorien-Partikelfilter, da dieser 30 Zeitschritte der observierten Historie für eine Prädiktion benötigt.

Die kinematische Prädiktion ist aufgrund des hohen Rauschanteils in den Trajektorien nicht in der Lage, eine adäquate Prädiktion zu erstellen. Bei dem Trajektorien-Partikelfilter ist dieses Rauschen bereits in seiner Referenzmenge enthalten, so dass es um einen Faktor 2 deutlich bessere Prädiktionen liefert. Der Unterschied in der Qualität der Prädiktion steigt stark mit zunehmendem Zeithorizont an. Aufgrund des hohen Rauschanteils und des engen Öffnungswinkels der Kameras ist es aber nicht möglich, länger als 1,5 s im Voraus die zukünftige Position zu schätzen.

### 6.3.2 Situationsklassifikation

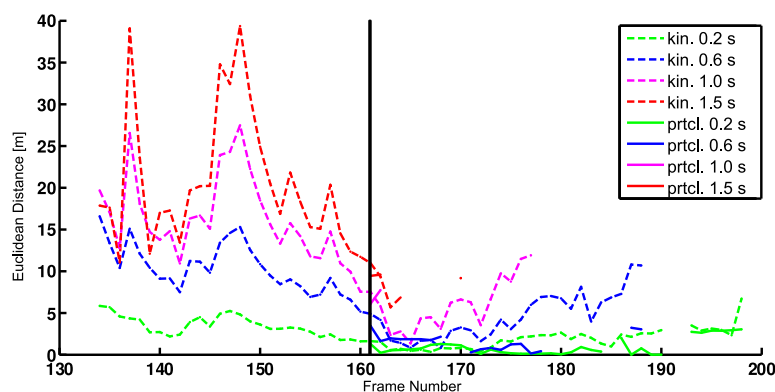
Die Evaluierung der Situationsklassifikation erfolgt auf dem DGPS-Datensatz. Das vorgestellte System erkennt die Klasse einer gegebenen Situation. Das Kriterium der Evaluierung ist eine möglichst frühzeitige Erkennung der Situationsklasse. Im Folgenden bezeichnet die Zeitangabe  $t_{\text{rec}}$  die Dauer in Sekunden, für die das System die Klasse korrekt erkannt hat, bevor die Fahrzeuge den minimalen euklidischen Abstand bei  $t_{\text{rec}} = 0$  s zueinander haben. Dies ist meist die Mitte der Kreuzung. Negative Werte für  $t_{\text{rec}}$  bedeuten eine Klassifikation bevor die Mitte erreicht wurde. Eine Klasse gilt als sicher erkannt, wenn der minimale Abstand des Diskriminanzwertes zu allen anderen Diskriminanzwerten einen definierten Schwellwert übersteigt; in diesem Fall wird der Wert auf 0,1 gesetzt.

Abbildung 6.8 zeigt den zeitlichen Verlauf der normalisierten Diskriminanzwerte des Klassifikators einer LL-Situation aus Abbildung 4.14. Mit  $t_{\text{rec}} = 0,92$  s im Voraus wurde die Klasse früh erkannt.

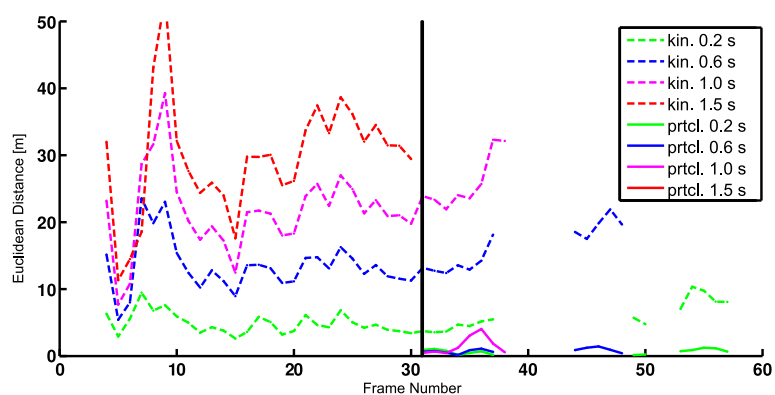
Tabelle 6.1 zeigt die Median-Werte für  $t_{\text{rec}}$  an allen Kreuzungen. Der Trajektorien-Partikelfilter wurde für jede Kreuzung neu trainiert, so dass die aktuelle Testkreuzung aus dem Trainingsdatensatz ausgeschlossen ist. In der Tabelle sind alle Werte negativ, d. h. die Situationsklassen wurden erkannt, bevor die Situation definitionsgemäß vorüber war.

### 6.3.3 Absichtserkennung und -prädiktion von Fußgängern

Die Evaluierung der Absichtserkennung aus Abschnitt 4.4.3 erfolgt durch einen Vergleich mit zwei Referenzmethoden und der menschlichen Prädiktionsleistung. Eine erschöpfende Suche (engl.: brute force, BF) vergleicht die observierte Trajektorie mit allen Trajektorien aus der Referenzmenge mit dem QRLCS-Distanzmaß und



(a) Verkehrsteilnehmer der Kategorie I.



(b) Verkehrsteilnehmer der Kategorie II.

Abbildung 6.7: Prädiktionsfehler [m] für verschiedene Zeithorizonte. Vergleich der kinematischen Prädiktion (kin.) mit dem Trajektorien-Partikelfilter (prtcl.). Die vertikale Linie markiert den Beginn der Prädiktion mit dem Trajektorien-Partikelfilter.

sucht eine feste Anzahl der ähnlichsten Trajektorienelemente heraus. Dadurch ist sichergestellt, dass die probabilistische Suche die richtigen Trajektorienstücke in der Referenzmenge findet. Das zweite Referenzverfahren ist der IMM-KF (siehe Abschnitt 4.4.3). Des Weiteren werden ebenfalls Kombinationen aus Merkmalen evaluiert, aus denen die Trajektorien aufgebaut sind.

Das Evaluationskriterium ist die Anzahl der Zeitschritte zum Erreichen des Bordsteins, an dem das System die Absicht des Fußgängers erkannt hat, kurz als TTS (engl.: time-to-stop) für Fälle der Klasse  $\mathcal{C}_s$  oder als TTC (engl.: time-to-curb) für die Trajektorien der Klasse  $\mathcal{C}_w$  bezeichnet.

Abbildung 6.9 zeigt die geschätzte Auftrittswahrscheinlichkeit für das Anhalten der Testperson an dem Bordstein der Straße über die Zeit. Wählt man einen signifikanten Schwellwert für die Erkennung der Klasse  $\mathcal{C}_s$  wie zum Beispiel 0,5, so ist als erstes auffällig, dass Menschen in der Lage sind, verlässlich und im Vergleich zu den Systemprädiktionen weit im Voraus die Absicht richtig zu erkennen, in diesem Fall ca. 15 Zeitschritte (= 70 ms). Die besten Plätze belegen der Trajektorien-Partikelfilter und die erschöpfende Suche mit Trajektorien, die sowohl die Position als auch

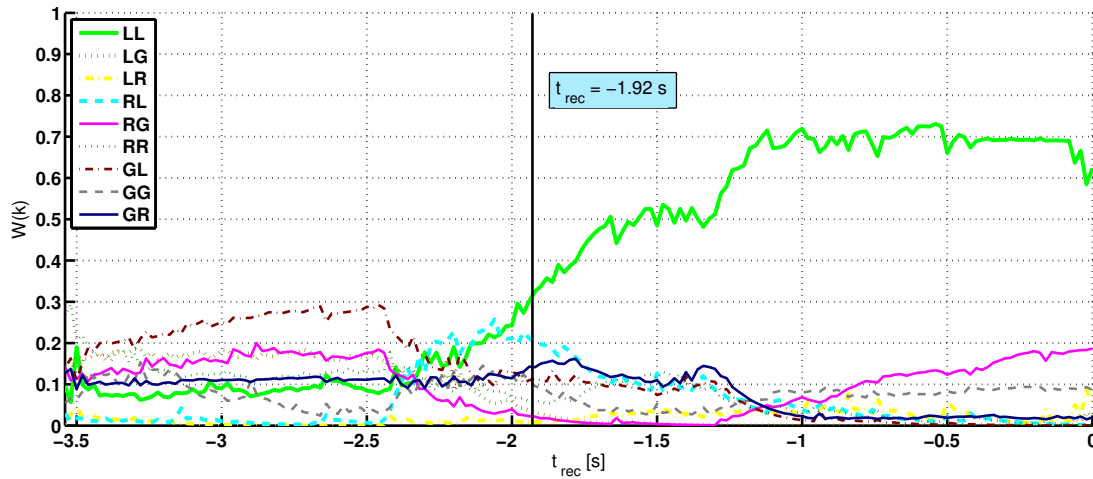


Abbildung 6.8: Zeitliche Entwicklung einer LL Situation aus Abbildung 4.14. Der Zeitpunkt  $t_{\text{rec}} = -1,92$  s zeigt den Beginn der korrekten Erkennung der Situationsklasse durch den Trajektorien-Partikelfilter.

Situationsklasse	Kreuzung			Median [s]
	$K_1$ [s]	$K_2$ [s]	$K_3$ [s]	
LL	-2,16	-1,38	-1,92	-1,92
LG	-0,14	-1,36	-1,26	-1,26
LR	-0,47	-1,28	-1,54	-1,28
RL	-0,70	-1,60	-1,96	-1,60
RG	-0,72	-2,02	-0,38	-0,72
RR	-0,39	-2,00	-1,62	-1,62
GL	-0,52	-1,90	-2,32	-1,90
GG	-0,22	-2,26	-2,38	-2,26
GR	-0,44	-1,86	-1,70	-1,70

Tabelle 6.1: Zeitpunkt  $t_{\text{rec}}$  der korrekten Erkennung für alle Situationsklassen und Kreuzungen.

zusätzliche Merkmale (HoM und MFlowU) enthalten. Die erschöpfende Suche mit Trajektorien, die nur die Position enthalten, ist nicht sehr ergiebig, da aufgrund des Messrauschens in den Positionsdaten zu viele ähnliche Stücke beider Klassen gefunden werden; der Trajektorien-Partikelfilter sucht gezielter nach passenden Stücken. Eine verlässliche Erkennung mit dem IMM-KF ist erst zu dem Zeitpunkt gegeben, wenn die Person den Bordstein erreicht. Dies ist darin begründet, dass der Kalman-Filter die Dynamik nicht genügend abbilden kann.

Die beste Prädiktionsleistung für ein System liegt allerdings bei 5 Zeitschritten (= 22 ms). Hier besteht noch Forschungsbedarf. Möglichkeiten bieten sich durch das Einbringen von Kontextinformationen oder die Verwendung von Merkmalen mit höherer örtlicher Auflösung in den Bildern, die zum Beispiel die Kopfrichtung schätzen können.

## 6.4 Zusammenfassung

Dieses Kapitel umfasst die Evaluierung der vorgestellten Ansätze zur Bewegungsprädiktion. Zunächst werden Datensätze vorgestellt, anhand derer die entwickelten Systeme bewertet werden. Im Anschluss zeigt sich die Leistungsfähigkeit der Prädiktoren im Vergleich mit gängigen Referenzverfahren. Typische Anwendungsfelder werden ebenfalls kurz erläutert.

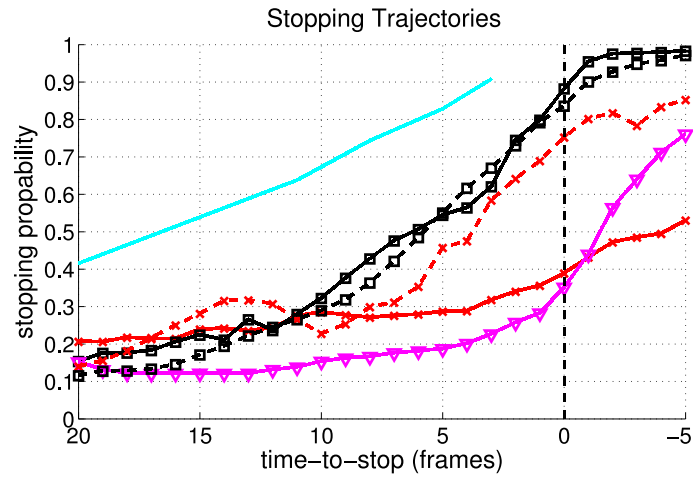
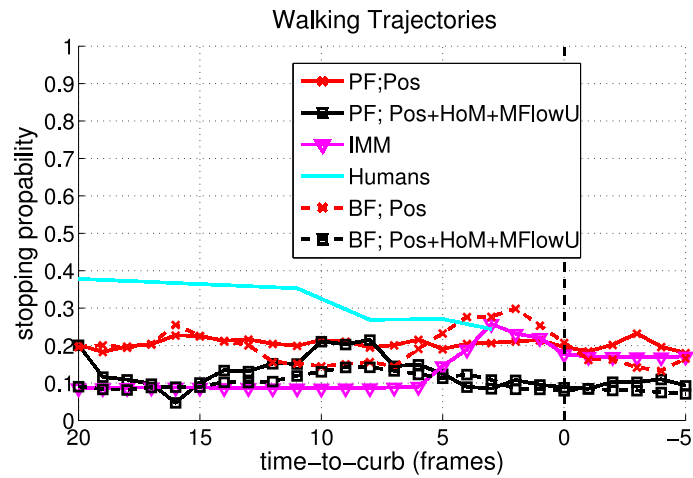
(a) Trajektorien der Klasse *Anhalten*.(b) Trajektorien der Klasse *Weitergehen*.

Abbildung 6.9: Geschätzte Wahrscheinlichkeit des Auftretens der Klasse *Anhalten* über die Zeit, gemittelt über alle Sequenzen. Bei  $t = 0$  ist der Bordstein erreicht, bzw. wird von der Testperson überschritten. Evaluiert sind die Prädiktionsmodelle des Trajektorien-Partikelfilters (PF), des IMM-Kalman-Filters (IMM) und der erschöpfenden Suche (BF) im Vergleich zur Prädiktionsleistung eines Menschen.



## Zusammenfassung

Die Dissertationsschrift stellt ein Systemkonzept zur Schätzung unmittelbarer, zukünftiger Bewegungsabläufe von Fahrzeugen im Straßenverkehr vor. Das Szenario besteht aus der Klasse der Abbiegesituationen, in denen das Abbiegeverhalten eines Fahrzeugs an einer Kreuzung möglichst frühzeitig im Rahmen eines Zeithorizonts mehrerer Sekunden im Voraus erkannt werden muss.

Die grundlegende Idee liegt in der Verwendung bereits beobachteter Bewegungen in Form von Trajektorien, die den Zustand des Objekts „Fahrzeug“ zu jedem Zeitpunkt beschreiben. Für die Schätzung zukünftiger Bewegungsverläufe eines Fahrzeugs wird der beobachtete Fahrverlauf (Historie) mit einer Menge gelernter Bewegungsmuster verglichen. Daraus lassen sich Hypothesen über den zukünftigen Verlauf der Bewegung ermitteln. Die Verwendung von Trajektorien erlaubt eine sensorunabhängige Repräsentation von Bewegungsmustern.

Die Dissertation teilt sich in zwei Themenbereiche: Die Konzeption und Entwicklung eines Prädiktors und dessen Anwendung in verschiedenen Bereichen von Fahrerassistenzsystemen, die zur Realisierung eines Konzeptes zum Szenenverstehen beitragen (siehe Abbildung 7.1). Das beinhaltet die Vorhersage von Bewegungsmustern an Kreuzungen, die frühzeitige Klassifikation von Situationen mit mehreren Fahrzeugen, eine Objektverfolgung und Bewegungsprädiktion in verrauschten Sensordaten und – etwas abseits der Betrachtung von Fahrzeugbewegungen – die Vorhersage von Fußgängerabsichten im urbanen Straßenverkehr.

Der erste Ansatz zur Bewegungsprädiktion bildet die effiziente Suche einer Fahrzeug-Historie in einer Menge von gelernter Trajektorien durch einen Trajektorien-Partikelfilter. Dazu wird die Trajektorienmenge durch einen binären Baum über sich überlappende Teilstücke der Bewegungsmuster strukturiert und ein probabilistischer Suchalgorithmus (Partikelfilter) findet und gewichtet die ähnlichsten Trajektorienstücke in der Referenzmenge. Ein neuartiges Trajektorien-Distanzmaß (Quaternion-based Longest Common Subsequence, QRLCS) ermöglicht den Vergleich zwischen den Trajektorien; das Distanzmaß ist eine Erweiterung der „Longest Common Subsequence-Metrik“ für Trajektorien und ist so konzipiert, dass es unabhängig von Verschiebung und Rotation die Ähnlichkeit zweier Trajektorien bewerten und aus diesen die Teilbereiche untereinander zuordnen kann.

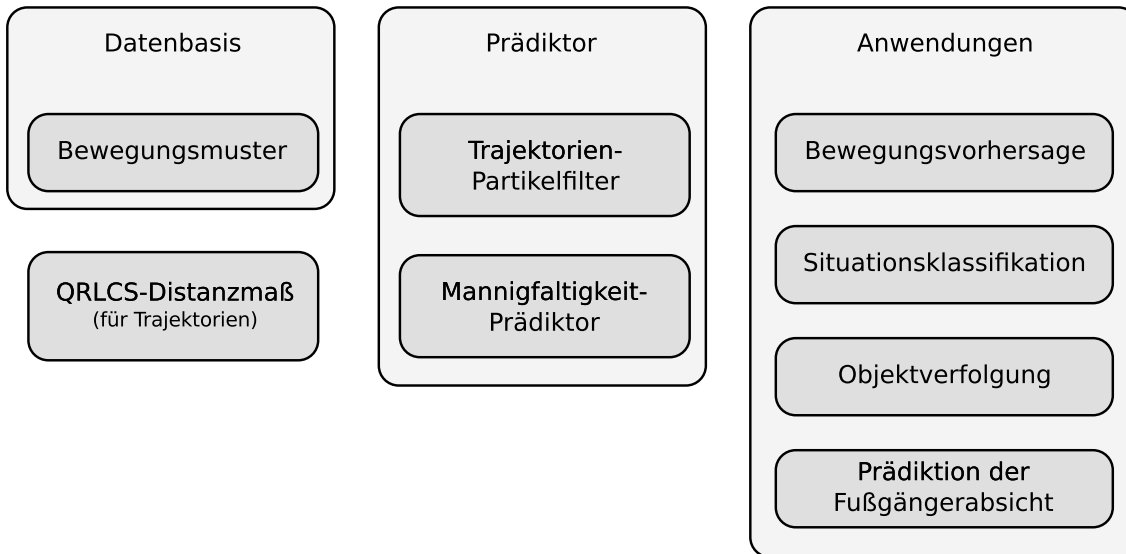


Abbildung 7.1: Komponenten der Dissertation.

Ein zweiter Ansatz löst zwei Nachteile des ersten Verfahrens: Zum einen verbraucht der Strukturbaum über die Referenzmenge viel Speicherplatz und zum anderen ist der Trajektorien-Partikelfilter nur bedingt in der Lage, Bewegungen für bisher unbekannte Kreuzungssituationen zu generalisieren. Mit der Annahme, dass die Menge aller Bewegungsmuster nur einen kleinen Unterbereich aller möglichen Bewegungskonfigurationen einnimmt, ermittelt das zweite Verfahren eine Mannigfaltigkeit durch die Anwendung des „Unsupervised Kernel Regression“ (UKR), welche gleichzeitig den zukünftigen Bewegungsverlauf eines Fahrzeugs beinhaltet. Auf dieser Mannigfaltigkeit wird der aktuelle Fahrzeugzustand mitsamt Historie über die Zeit durch einen Partikelfilter verfolgt, wodurch Hypothesen über den zukünftigen Bewegungsverlauf generiert und bewertet werden.

Ein Vergleich beider Ansätze zur Bewegungsprädiktion mit Standardmethoden aus der heutigen Literatur zeigt für Abbiegesituationen bei Kreuzungen eine deutliche Verbesserung der Prädiktionsleistung für Fahrzeuge. Die gleichzeitige Betrachtung des Fahrverhaltens mehrerer Straßenverkehrsteilnehmer führt zu sogenannten Situationsklassen, in denen das gegenseitige Abbiegeverhalten klassifiziert wird. Die vorgestellte Methode zur Bewegungsprädiktion und einfachen Interaktionsmodellen erlaubt eine frühzeitige Erkennung der jeweiligen Situationsklasse und ist somit für sicherheitsrelevante Anwendungen im Fahrzeug geeignet. Des Weiteren wird die Leistungsfähigkeit der vorgestellten Prädiktionsmethoden am Beispiel eines Einsatzes zur Objektverfolgung und der Detektion von Fußgängerverhalten in Straßenverkehrsszenarien gezeigt.

## Ausblick

Der entwickelte Ansatz sieht sich im Kontext des Szenenverstehens als vorgeschaltetes System, das Fahrerassistenzmethoden zu einer verlässlichen Vorausschau und Vorhersage von Objektbewegungen im urbanen Straßenverkehr verwenden können, um daraus weitere Funktionen zu realisieren. Insbesondere kann hier die Rückkopplung des Prädiktors mit einer solchen Funktion verbessert werden, um die Prädik-

tion weiter zu verbessern. Ein Beispiel ist die Situationsklassifikation mit mehreren Straßenverkehrsteilnehmern: Bisher wird die Prädiktion für jedes Fahrzeug einzeln durchgeführt und danach erst werden die Abhängigkeiten zwischen den Verkehrsteilnehmern modelliert. Diese Abhängigkeiten können zum Beispiel direkt in die Berechnung des Partikelgewichts einfließen. Mit einem ähnlichen Ansatz ist es auch möglich, weitere Informationen wie die Freiraumanalyse in der Prädiktion zu berücksichtigen.

Die Evaluierung und Beispielanwendungen der vorgestellten Prädiktoren besaßen wenige Freiheitsgrade in der Topologie der betrachteten Kreuzungen und Abbiegespur, d. h. es wurden im Allgemeinen rechtwinklige Kreuzungen betrachtet. Für den realen Einsatz eines Prädiktors ist eine Erweiterung auf neue Straßentopologien notwendig. Bei dem Trajektorien-Partikelfilter ist der einfachste Ansatz, die Referenzmenge von Bewegungsmustern zu erweitern. Allerdings führt dieses Vorgehen zu einer Explosion des Speicherverbrauchs. Der Mannigfaltigkeit-Prädiktor erlaubt einen einfachen Austausch der Mannigfaltigkeit und der zugewiesenen Stützstellen, so dass zum Beispiel für jede Straßentopologie eine Mannigfaltigkeit trainiert werden kann. Zur Laufzeit erkennt ein vorgeschalteter Klassifikator die Topologie einer Straße und tauscht entsprechend die Mannigfaltigkeit aus oder wendet eine Kombination aus Mannigfaltigkeiten ähnlicher Topologien an.

Eine Erweiterung und Verbesserung der vorgestellten Prädiktoren hängt schlussendlich von dem Anwendungsszenario und der Art des Fahrerassistenzsystems ab. Die vorliegende Dissertationsschrift zeigt aber eine gute Richtung an, wie sich zukünftige Prädiktions- und Aktionsklassifikationsmethoden auf Basis von Trajektorien entwickeln können.



## Anhang

### A.1 Theoretische Grundlagen

#### A.1.1 Klothoide

Eine Klothoide, oder auch Spinnlinie genannt, ist eine spezielle Form einer spiralförmigen Kurve, welche häufig in der Straßenplanung für Übergangselemente zwischen Straßenverläufen unterschiedlicher Krümmung eingesetzt wird. Sie hat die Eigenschaft, dass die Krümmung  $\kappa$  der Kurve proportional mit der Bogenlänge  $s$  vom Symmetriezentrum aus mit  $1/a^2$  als Proportionalitätsfaktor ansteigt [BRONSHTEIN u. a., 2007, Abschnitt 2.14.5]:

$$\kappa = \frac{s}{a^2}. \quad (\text{A.1})$$

Die Parameterdarstellung der Klothoiden in der  $(x, y)$ -Ebene lautet wie folgt:

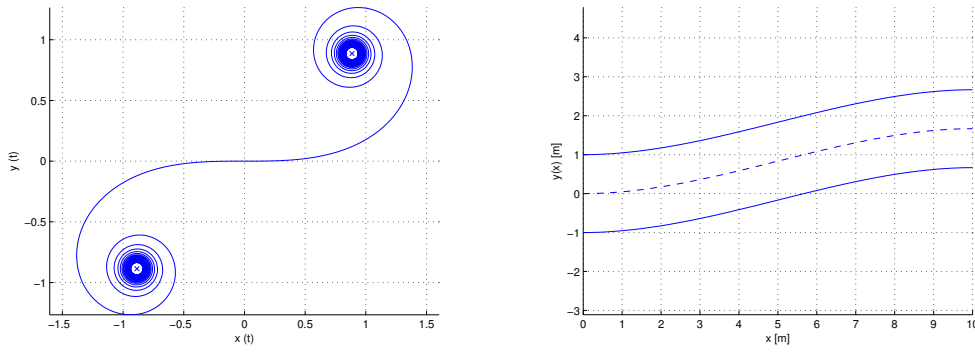
$$\begin{aligned} x(t) &= a\sqrt{\pi} \int_0^t \cos\left(\frac{\pi u^2}{2}\right) du \\ y(t) &= a\sqrt{\pi} \int_0^t \sin\left(\frac{\pi u^2}{2}\right) du \quad -\infty < t < \infty \\ t &= \frac{s}{a\sqrt{\pi}}, \quad a > 0 \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Eine Beispielkurve mit Parameter  $a = 1$  ist in Abbildung A.1(a) gezeigt. Die beiden asymptotischen Punkte liegen bei  $\lim_{t \rightarrow \infty} (x(t), y(t)) = (a\sqrt{\pi}/2, a\sqrt{\pi}/2)$  und  $\lim_{t \rightarrow -\infty} (x(t), y(t)) = (-a\sqrt{\pi}/2, -a\sqrt{\pi}/2)$ .

Eine direkte Auswertung von Gleichung A.2 erfordert eine Approximation der Fresnel-Integrale. In der Praxis wird die Gleichung für die Modellierung von Fahrzeugbewegungen und der Schätzung der Fahrbahngeometrie durch ein Polynom dritter Ordnung approximiert [LYTRIVIS u. a., 2008; POLYCHRONOPOULOS u. a., 2004]:

$$y(x) = c_0 \frac{x^2}{2} + c_1 \frac{x^3}{6} + y_0 \quad (\text{A.3})$$

Dabei bezeichnen die Koeffizienten  $c_0$  und  $c_1$  jeweils die Krümmung und die Krümmungsänderung. Mit dem Parameter  $y_0$  ist die laterale Verschiebung parallel zur Fahrzeugausrichtung bezeichnet, dessen Werte für die Schätzung der Fahrzeugbewegung  $y_0 = 0$  und für die Schätzung der Fahrbahngeometrie  $y_0 \in \{y_{0,l}, y_{0,r}\}$  annehmen kann. Ein Beispiel ist in Abbildung A.1(b) gezeigt.



- (a) Beispiel-Klothoide aus Gleichung A.2 mit Parameter  $a = 1$  und mit  $\times$  markierten Konvergenzpunkten.
- (b) Vereinfachtes Modell einer Klothoide aus Gleichung A.3 mit  $c_0 = 0.1$ ,  $c_1 = -0.02$  und  $y_0 \in \{-1, 1\}$  zur Bestimmung der StraÙengeometrie.

Abbildung A.1: Beispiel von Klothoiden.

### A.1.2 Tschebyscheff-Polynome

Tschebyscheff-Polynome werden dazu verwendet, eine beliebige Funktion  $f(x)$  durch eine Menge von Polynomkoeffizienten zu approximieren. Die folgende Darstellung dieser Polynome ist [PRESS u. a., 2007, Abschnitt 5.8] entlehnt.

Ein Tschebyscheff-Polynom  $T_n(x)$  mit dem Grad  $n$  ist auf dem Intervall  $x \in [-1, 1]$  wie folgt definiert:

$$T_n(x) = \cos(n \cos^{-1}(x)) \quad (\text{A.4})$$

Unter Zuhilfenahme trigonometrischer Beziehungen ergibt sich für jedes Tschebyscheff-Polynom  $T_n(x)$  ein gewöhnliches Polynom mit Grad  $n$ :

$$\begin{aligned} T_0(x) &= 1 \\ T_1(x) &= x \\ T_2(x) &= 2x^2 + 1 \\ T_3(x) &= 4x^3 - 3x \\ T_4(x) &= 8x^4 - 8x^2 + 1 \\ &\dots \\ T_{n+1}(x) &= 2x T_n(x) - T_{n-1}(x) \quad \text{für } n \geq 1 \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

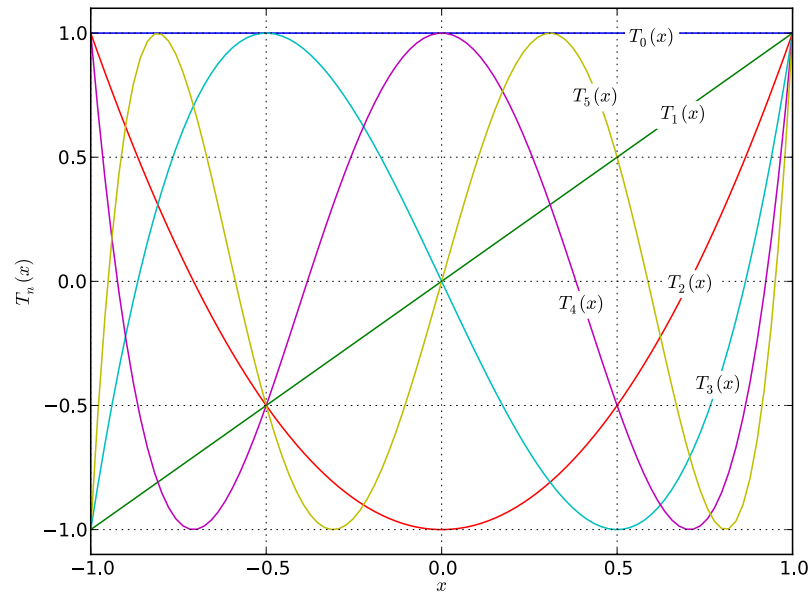
Die Tschebyscheff-Polynome bis zum Grad  $n = 5$  sind in Abbildung A.2 gezeigt.

Das Polynom  $T_n(x)$  besitzt in dem Intervall  $x \in [-1, 1]$   $n$  Nullstellen an den Stellen

$$x = \cos\left(\frac{\pi(k + \frac{1}{2})}{n}\right) \quad \text{für } k = 0, 1, \dots, n-1 \quad (\text{A.6})$$

und es besitzt  $n + 1$  Extremwerte an den Stellen

$$x = \cos\left(\frac{\pi k}{n}\right) \quad \text{für } k = 0, 1, \dots, n. \quad (\text{A.7})$$

Abbildung A.2: Tschebyscheff-Polynome  $T_n(x)$  bis zum Grad  $n = 5$ .

Eine beliebige Funktion  $f(x)$  auf dem Intervall  $x \in [-1, 1]$  kann durch eine Linearkombination von Tschebyscheff-Polynomen mit  $N$  Koeffizienten  $c_l$ ,  $l = 0, \dots, N-1$ , definiert als

$$c_l = \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} f(x_k) T_l(x_k) \quad (\text{A.8a})$$

$$= \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} f\left(\cos\left(\frac{\pi(k+\frac{1}{2})}{N}\right)\right) \cos\left(\frac{\pi l(k+\frac{1}{2})}{N}\right), \quad (\text{A.8b})$$

approximiert werden:

$$f(x) \approx \left[ \sum_{k=0}^{N-1} c_k T_k(x) \right] - \frac{1}{2} c_0 \quad (\text{A.9})$$

und ist exakt an allen  $N$  Nullstellen von  $T_N(x)$ . Ein Abbruch der Approximation mit einem geringeren Grad  $M \ll N$  ist ohne einen großen Informationsverlust möglich, da der Einfluss der Glieder  $c_k T_k(x)$  mit steigendem  $k$  exponentiell mit einem oszillierenden Anteil abnimmt [PRESS u. a., 2007, S. 253]. Die Tschebyscheff-Approximation gilt im Bereich der Polynome bei einer festgelegten Anzahl von Koeffizienten als ähnlich gut wie die Minimax-Polynome [MASON und HANDSCOMB, 2003, Abschn. 3.3] mit der theoretisch bestmöglichen Approximationsleistung, allerdings sind die Koeffizienten der Tschebyscheff-Polynome mit einem deutlich geringeren Rechenaufwand zu bestimmen.

Ist die zu approximierende Funktion  $f(x)$  auf einem beliebigen Intervall  $x \in [a, b]$  anstatt auf  $[-1, 1]$  definiert, so ist eine Umrechnung einfach durch folgende Abhängigkeit zu realisieren:

$$y(x) = \frac{a+b-2x}{a-b} \quad (\text{A.10})$$

## A.2 Herleitungen

### A.2.1 Krümmung Kinematisches Bewegungsmodell

$$v(t) = a_t t + v_0 \quad (\text{A.11})$$

$$\phi(t) = \begin{cases} \frac{a_n t}{v_0} & \text{für } a_t = 0 \\ \frac{a_n}{a_t} \log\left(\frac{a_t t}{v_0} + 1\right) & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{A.12})$$

$$\dot{x}(t) = v(t) \cos(\phi(t)) = v(t) \cos\left(\frac{a_n}{a_t} \log\left(\frac{a_t t}{v_0} + 1\right)\right) \quad (\text{A.13})$$

$$\dot{y}(t) = v(t) \sin(\phi(t)) = v(t) \sin\left(\frac{a_n}{a_t} \log\left(\frac{a_t t}{v_0} + 1\right)\right) \quad (\text{A.14})$$

$$\ddot{x}(t) = a_t \cos\left(\frac{a_n}{a_t} \log\left(\frac{a_t t}{v_0} + 1\right)\right) - a_n \sin\left(\frac{a_n}{a_t} \log\left(\frac{a_t t}{v_0} + 1\right)\right) \quad (\text{A.15})$$

$$\ddot{y}(t) = a_t \sin\left(\frac{a_n}{a_t} \log\left(\frac{a_t t}{v_0} + 1\right)\right) + a_n \cos\left(\frac{a_n}{a_t} \log\left(\frac{a_t t}{v_0} + 1\right)\right) \quad (\text{A.16})$$

Krümmungsgleichung einer ebenen Kurve aus BRONSHTEIN u. a. [2007, Gleichung 3.440, S. 229]:

$$\kappa(t) = \frac{\dot{x}(t)\ddot{y}(t) - \ddot{x}(t)\dot{y}(t)}{(\dot{x}^2(t) + \dot{y}^2(t))^{\frac{3}{2}}} \quad (\text{A.17a})$$

$$= \frac{a_n}{(a_t t + v_0)^2} = \frac{a_n}{v^2(t)} \quad (\text{A.17b})$$

### A.2.2 Inkrementelle Rotation nach Kearsley

Inkrementelle Version folgender Matrix nach Gleichung 4.17 notwendig:

$$R = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^t \|\mathbf{u}_{m,i}\|^2 & \sum_{i=1}^t (u_{p,i}^{(1)} u_{m,i}^{(2)} - u_{m,i}^{(1)} u_{p,i}^{(2)}) \\ \sum_{i=1}^t (u_{p,i}^{(1)} u_{m,i}^{(2)} - u_{m,i}^{(1)} u_{p,i}^{(2)}) & \sum_{i=1}^t \|\mathbf{u}_{p,i}\|^2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.18a})$$

$$= \begin{pmatrix} R_{1,1} & R_{1,2} \\ R_{1,2} & R_{2,2} \end{pmatrix} \quad (\text{A.18b})$$

Mit Hilfsvariablen aus Gleichung 4.16:

$$\mathbf{u}_{m,t} = (\mathbf{T}_t - \boldsymbol{\mu}_{T,t}) - (\mathbf{P}_t - \boldsymbol{\mu}_{P,t}) \quad (\text{A.19a})$$

$$\mathbf{u}_{p,t} = (\mathbf{T}_t - \boldsymbol{\mu}_{T,t}) + (\mathbf{P}_t - \boldsymbol{\mu}_{P,t}) \quad (\text{A.19b})$$



Erstes Element  $R_{1,1}$ :

$$\sum_{i=1}^t \|\mathbf{u}_{m,i}\|^2 = \sum_{i=1}^t \left( (u_{m,i}^{(1)})^2 + (u_{m,i}^{(2)})^2 \right) \quad (\text{A.20a})$$

$$= \sum_{i=1}^t (u_{m,i}^{(1)})^2 + \sum_{i=1}^t (u_{m,i}^{(2)})^2 \quad (\text{A.20b})$$

$$\sum_{i=1}^t (u_{m,i}^{(d)})^2 = \sum_{i=1}^t \left( (T_i^{(d)} - \mu_{T,t}^{(d)}) - (P_i^{(d)} - \mu_{P,t}^{(d)}) \right)^2 \quad (\text{A.20c})$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{i=1}^t \left( (T_i^{(d)})^2 - 2T_i^{(d)}P_i^{(d)} - 2T_i^{(d)}\mu_{T,t}^{(d)} + 2T_i^{(d)}\mu_{P,t}^{(d)} \right. \\ &\quad \left. + (P_i^{(d)})^2 + 2P_i^{(d)}\mu_{T,t}^{(d)} - 2P_i^{(d)}\mu_{P,t}^{(d)} \right. \\ &\quad \left. + (\mu_{T,t}^{(d)})^2 - 2\mu_{T,t}^{(d)}\mu_{P,t}^{(d)} + (\mu_{P,t}^{(d)})^2 \right) \quad (\text{A.20d}) \end{aligned}$$

Mit den Beziehungen

$$\sum_{i=1}^t T_i^{(d)}\mu_{T,t}^{(d)} = t(\mu_{T,t}^{(d)})^2 \quad \sum_{i=1}^t T_i^{(d)}\mu_{P,t}^{(d)} = t\mu_{P,t}^{(d)}\mu_{T,t}^{(d)} \quad (\text{A.21a})$$

$$\sum_{i=1}^t P_i^{(d)}\mu_{P,t}^{(d)} = t(\mu_{P,t}^{(d)})^2 \quad \sum_{i=1}^t P_i^{(d)}\mu_{T,t}^{(d)} = t\mu_{T,t}^{(d)}\mu_{P,t}^{(d)} \quad (\text{A.21b})$$

lassen sich die Terme weiter vereinfachen und schließlich wieder zusammenfassen:

$$\sum_{i=1}^t (u_{m,i}^{(d)})^2 = \sum_{i=1}^t \left( (T_i^{(d)})^2 - 2T_i^{(d)}P_i^{(d)} + (P_i^{(d)})^2 - (\mu_{T,t}^{(d)})^2 + 2\mu_{P,t}^{(d)}\mu_{T,t}^{(d)} - (\mu_{P,t}^{(d)})^2 \right) \quad (\text{A.22a})$$

$$= \sum_{i=1}^t \left( (T_i^{(d)} - P_i^{(d)})^2 - (\mu_{T,t}^{(d)} - \mu_{P,t}^{(d)})^2 \right) \quad (\text{A.22b})$$

$$= \left( \sum_{i=1}^{t-1} (T_i^{(d)} - P_i^{(d)})^2 \right) + (T_t^{(d)} - P_t^{(d)})^2 + t(\mu_{T,t}^{(d)} - \mu_{P,t}^{(d)})^2 \quad (\text{A.22c})$$

$$\sum_{i=1}^t \|\mathbf{u}_{m,i}\|^2 = \left( \sum_{i=1}^{t-1} \|\mathbf{T}_i - \mathbf{P}_i\|^2 \right) + \|\mathbf{T}_t - \mathbf{P}_t\|^2 - t\|\boldsymbol{\mu}_{T,t} - \boldsymbol{\mu}_{P,t}\|^2 \quad (\text{A.22d})$$

□

Analog lässt sich unter Berücksichtigung der Vorzeichen das  $R_{2,2}$ -Element berechnen:

$$\sum_{i=1}^t \|\mathbf{u}_{p,i}\|^2 = \sum_{i=1}^t (u_{p,i}^{(1)})^2 + \sum_{i=1}^t (u_{p,i}^{(2)})^2 \quad (\text{A.23a})$$

$$\sum_{i=1}^t (u_{p,i}^{(d)})^2 = \sum_{i=1}^t ((T_i^{(d)} - \mu_{T,t}^{(d)}) + (P_i^{(d)} - \mu_{P,t}^{(d)}))^2 \quad (\text{A.23b})$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{i=1}^t ((T_i^{(d)})^2 + 2T_i^{(d)}P_i^{(d)} - 2T_i^{(d)}\mu_{T,t}^{(d)} - 2T_i^{(d)}\mu_{P,t}^{(d)} \\ &\quad + (P_i^{(d)})^2 - 2P_i^{(d)}\mu_{T,t}^{(d)} - 2P_i^{(d)}\mu_{P,t}^{(d)} \\ &\quad + (\mu_{T,t}^{(d)})^2 + 2\mu_{T,t}^{(d)}\mu_{P,t}^{(d)} + (\mu_{P,t}^{(d)})^2) \end{aligned} \quad (\text{A.23c})$$

$$= \left( \sum_{i=1}^{t-1} (T_i^{(d)} + P_i^{(d)})^2 \right) + (T_t^{(d)} + P_t^{(d)})^2 - t(\mu_{T,t}^{(d)} + \mu_{P,t}^{(d)})^2 \quad (\text{A.23d})$$

$$\sum_{i=1}^t \|\mathbf{u}_{p,i}\|^2 = \left( \sum_{i=1}^{t-1} \|\mathbf{T}_i + \mathbf{P}_i\|^2 \right) + \|\mathbf{T}_t + \mathbf{P}_t\|^2 - t\|\boldsymbol{\mu}_{T,t} + \boldsymbol{\mu}_{P,t}\|^2 \quad (\text{A.23e})$$

□

Das  $R_{1,2}$ -Element lässt sich wie folgt inkrementell umformen:

$$\sum_{i=1}^t (u_{p,i}^{(1)}u_{m,i}^{(2)} - u_{m,i}^{(1)}u_{p,i}^{(2)}) \quad (\text{A.24a})$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{i=1}^t (((T_i^{(1)} - \mu_{T,t}^{(1)}) + (P_i^{(1)} - \mu_{P,t}^{(1)}))((T_i^{(2)} - \mu_{T,t}^{(2)}) - (P_i^{(2)} - \mu_{P,t}^{(2)})) \\ &\quad - ((T_i^{(1)} - \mu_{T,t}^{(1)}) - (P_i^{(1)} - \mu_{P,t}^{(1)}))((T_i^{(2)} - \mu_{T,t}^{(2)}) + (P_i^{(2)} - \mu_{P,t}^{(2)}))) \end{aligned} \quad (\text{A.24b})$$

$$= 2 \sum_{i=1}^t ((P_i^{(1)} - \mu_{P,t}^{(1)})(T_i^{(2)} - \mu_{T,t}^{(2)}) - (T_i^{(1)} - \mu_{T,t}^{(1)})(P_i^{(2)} - \mu_{P,t}^{(2)})) \quad (\text{A.24c})$$

$$= 2 \sum_{i=1}^t (P_i^{(1)}T_i^{(2)} - T_i^{(1)}P_i^{(2)} + \mu_{P,t}^{(2)}\mu_{T,t}^{(1)} - \mu_{T,t}^{(2)}\mu_{P,t}^{(1)}) \quad (\text{A.24d})$$

$$\begin{aligned} &= 2 \left( \sum_{i=1}^{t-1} (P_i^{(1)}T_i^{(2)} - T_i^{(1)}P_i^{(2)}) \right) + 2(P_t^{(1)}T_t^{(2)} - T_t^{(1)}P_t^{(2)}) \\ &\quad + 2t(\mu_{P,t}^{(2)}\mu_{T,t}^{(1)} - \mu_{T,t}^{(2)}\mu_{P,t}^{(1)}) \end{aligned} \quad (\text{A.24e})$$

□

### A.2.3 Inkrementelle Rotation nach Horn

Inkrementelle Form der Variablen  $C$  aus Gleichung 4.26:

$$C = \sum_{i=1}^t \langle \mathbf{T}_i - \boldsymbol{\mu}_{T,t}; \mathbf{P}_i - \boldsymbol{\mu}_{P,t} \rangle \quad (\text{A.25a})$$

$$= \sum_{i=1}^t (\langle \mathbf{T}_i; \mathbf{P}_i \rangle - \langle \mathbf{T}_i; \boldsymbol{\mu}_{P,t} \rangle - \langle \mathbf{P}_i; \boldsymbol{\mu}_{T,t} \rangle + \langle \boldsymbol{\mu}_{P,t}; \boldsymbol{\mu}_{T,t} \rangle) \quad (\text{A.25b})$$

$$= \left( \sum_{i=1}^t \langle \mathbf{T}_i; \mathbf{P}_i \rangle \right) + t \langle \boldsymbol{\mu}_{T,t}; \boldsymbol{\mu}_{P,t} \rangle - \sum_{i=1}^t (\langle \mathbf{T}_i; \boldsymbol{\mu}_{P,t} \rangle + \langle \mathbf{P}_i; \boldsymbol{\mu}_{T,t} \rangle) \quad (\text{A.25c})$$

$$= \left( \sum_{i=1}^{t-1} (\mathbf{T}_i \times \mathbf{P}_i) \right) - t(\boldsymbol{\mu}_{T,t} \times \boldsymbol{\mu}_{P,t}) \quad (\text{A.25d})$$

mit folgender Beziehung

$$\sum_{i=1}^t (\langle \mathbf{T}_i; \boldsymbol{\mu}_{P,t} \rangle + \langle \mathbf{P}_i; \boldsymbol{\mu}_{T,t} \rangle) = \sum_{i=1}^t (\langle \mathbf{T}_i; \boldsymbol{\mu}_{T,t} \rangle + \langle \mathbf{P}_i; \boldsymbol{\mu}_{P,t} \rangle) \quad (\text{A.26a})$$

$$= \sum_{i=1}^t \sum_{d=1}^D (T_i^{(d)} \mu_{T,t}^{(d)} + P_i^{(d)} \mu_{P,t}^{(d)}) \quad (\text{A.26b})$$

$$= \sum_{d=1}^D \left( \left( \sum_{i=1}^t T_i^{(d)} \mu_{T,t}^{(d)} \right) + \left( \sum_{i=1}^t P_i^{(d)} \mu_{P,t}^{(d)} \right) \right) \quad (\text{A.26c})$$

$$= \sum_{d=1}^D \left( \left( t \mu_{T,t}^{(d)} \mu_{T,t}^{(d)} \right) + \left( t \mu_{P,t}^{(d)} \mu_{P,t}^{(d)} \right) \right) \quad (\text{A.26d})$$

$$= t (\langle \boldsymbol{\mu}_{T,t}; \boldsymbol{\mu}_{T,t} \rangle + \langle \boldsymbol{\mu}_{P,t}; \boldsymbol{\mu}_{P,t} \rangle) \quad (\text{A.26e})$$

$$= 2t \langle \boldsymbol{\mu}_{T,t}; \boldsymbol{\mu}_{P,t} \rangle \quad (\text{A.26f})$$

□

Inkrementelle Form der Variablen  $S = \langle S^*; \hat{\mathbf{n}} \rangle$  aus Gleichung 4.27:

$$S^* = \sum_{i=1}^t ((\mathbf{T}_i - \boldsymbol{\mu}_{T,t}) \times (\mathbf{P}_i - \boldsymbol{\mu}_{P,t})) \quad (\text{A.27a})$$

$$= \sum_{i=1}^t ((\mathbf{T}_i \times \mathbf{P}_i) - (\mathbf{T}_i \times \boldsymbol{\mu}_{P,t}) + (\mathbf{P}_i \times \boldsymbol{\mu}_{T,t}) + (\boldsymbol{\mu}_{T,t} \times \boldsymbol{\mu}_{P,t})) \quad (\text{A.27b})$$

Mit den Teilausdrücken:

$$\sum_{i=1}^t (\mathbf{T}_i \times \boldsymbol{\mu}_{P,t}) = \sum_{i=1}^t (T_i^{(1)} \mu_{P,t}^{(2)} - T_i^{(2)} \mu_{P,t}^{(1)}) \quad (\text{A.28a})$$

$$= t (\mu_{T,t}^{(1)} \mu_{P,t}^{(2)} - \mu_{P,t}^{(1)} \mu_{T,t}^{(2)}) \quad (\text{A.28b})$$

$$= t(\boldsymbol{\mu}_{T,t} \times \boldsymbol{\mu}_{P,t}) \quad (\text{A.28c})$$

$$\sum_{i=1}^t (\mathbf{P}_i \times \boldsymbol{\mu}_{T,t}) = -t(\boldsymbol{\mu}_{T,t} \times \boldsymbol{\mu}_{P,t}) \quad (\text{A.28d})$$

folgt für  $S^*$

$$S^* = \left( \sum_{i=1}^t (\mathbf{T}_i \times \mathbf{P}_i) \right) - t(\boldsymbol{\mu}_{T,t} \times \boldsymbol{\mu}_{P,t}) \quad (\text{A.29a})$$

□

## A.3 Schriftenverzeichnis

### A.3.1 Konferenzbeiträge

1. Schmidt, J.; Wöhler, C.; Krüger, L.; Gövert, T. & Hermes, C.  
*3D Scene Segmentation and Object Tracking in Multicocular Image Sequences*  
The 5th Int. Conf. on Computer Vision Systems, Bielefeld, 2007
2. Hermes, C.; Wöhler, C.; Schenk, K. & Kummert F.  
*Long-term Vehicle Motion Prediction*  
Intelligent Vehicles Symposium (IV), Xi'an (China), 2009, S. 652–657
3. Barrois, B.; Hristova, S.; Wöhler, C.; Kummert, F. & Hermes, C.  
*3D Pose Estimation of Vehicles Using a Stereo Camera*  
Intelligent Vehicles Symposium (IV), Xi'an (China), 2009, S. 267–272
4. Hermes, C.; Einhaus, J.; Hahn, M.; Wöhler, C. & Kummert, F.  
*Vehicle Tracking and Motion Prediction in Complex Urban Scenarios*  
Intelligent Vehicles Symposium (IV), San Diego, 2010, S. 26–33
5. Käfer, E.; Hermes, C.; Wöhler, C.; Ritter, H. & Kummert, F.  
*Recognition of Situation Classes at Road Intersections*  
Int. Conf. on Robotics and Automation (ICRA), Anchorage, 2010, S. 3960–3965
6. Käfer, E.; Hermes, C.; Wöhler, C.; Kummert, F. & Ritter, H.  
*Recognition and Prediction of Situations in Urban Traffic Scenarios*  
Proc. Int. Conf. on Pattern Recognition (CVPR), Istanbul, 2010, S. 4234–4237
7. Keller, C.; Hermes, C. & Gavrila, D.  
*Will the pedestrian cross? Probabilistic Path Prediction based on Learned Motion Features*  
Pattern Recognition (DAGM), Springer Berlin / Heidelberg, Vol. 6835, S. 386–395, 2011

### A.3.2 Beiträge auf Fachtagungen

1. Hermes, C.; Barth, A.; Wöhler, C. & Kummert, F.  
*Object Motion Analysis and Prediction in Stereo Image Sequences*  
Proc. Oldenburger 3D-Tage, Oldenburg, 2009
2. Hermes, C.; Hahn, M.; Einhaus, J.; Wöhler, C. & Kummert, F.  
*Tracking and Motion Prediction of Vehicles in Complex Urban Traffic Scenes*  
Proc. 4. Tagung Sicherheit durch Fahrerassistenz, München, 2010

3. Käfer, E.; Hermes, C.; Wöhler, C.; Ritter, H. & Kummert, F.  
*Situation Analysis at Road Intersections*  
Proc. 5. Dortmunder Auto-Tag, Dortmund, 2010
4. Hermes, C.; Wiest, J.; Wöhler, C.; Kreßel, U. & Kummert, F.  
*Manifold-based Motion Prediction*  
Proc. 6. Dortmunder Auto-Tag, 2011

### A.3.3 Patente

1. Hermes, C. & Wöhler, C.  
*Verfahren zur Erfassung und Vorhersage von Aktionen eines oder mehrerer bewegter Objekte*  
Patent-Nr. DE102008061910.8, 2009
2. Barrois, B.; Beuter, N.; Hahn, M.; Hermes, C.; Kreßel, U.; Krüger, L.; Kummert, F.; Ott, R.; Sagerer, G. & Wöhler, C.  
*Verfahren zum Betrieb eines Fahrerassistenzsystems und Vorrichtung zur Durchführung des Verfahrens*  
Patent-Nr. DE102009033853A1, 2010
3. Barrois, B.; Beuter, N.; Hahn, M.; Hermes, C.; Kreßel, U.; Krüger, L.; Kummert, F.; Ott, R.; Sagerer, G. & Wöhler, C.  
*Verfahren zur Detektion und Verfolgung von Objekten in Bildsequenzen*  
Patent-Nr. DE102009051264A1, 2010

Zeithorizont [s]	kin. Prädiktion				Trajektorien-PF				Mannigfaltigkeit-Prädiktor			
	Pos. [m]	$v$ [m/s]	$\theta$ [deg]	$\dot{\theta}$ [deg/s]	Pos. [m]	$v$ [m/s]	$\theta$ [deg]	$\dot{\theta}$ [deg/s]	Pos. [m]	$v$ [m/s]	$\theta$ [deg]	$\dot{\theta}$ [deg/s]
1,0	0,12	0,00	0,00	0,01	0,38	-0,03	0,17	0,03	0,21	-0,01	0,00	0,01
	0,05/0,25	-0,16/0,13	-0,56/0,45	-0,76/0,91	0,19/0,64	-0,39/0,43	-0,67/1,33	-0,73/1,26	0,11/0,34	-0,20/0,16	-0,48/0,85	-0,96/1,59
1,5	0,33	0,00	0,00	0,01	0,66	-0,03	0,23	0,05	0,44	-0,01	0,00	0,00
	0,12/0,70	-0,31/0,32	-1,29/1,08	-1,14/1,41	0,34/1,10	-0,51/0,59	-1,02/1,67	-0,71/1,44	0,22/0,76	-0,41/0,25	-1,02/1,32	-1,38/1,79
2,0	0,75	0,00	0,00	0,01	1,09	-0,01	1,12	0,25	0,74	-0,01	0,00	0,01
	0,31/1,60	-0,52/0,64	-2,34/2,04	-1,53/1,88	0,52/1,86	-0,76/0,74	-1,17/3,02	-0,50/1,66	0,34/1,31	-0,51/0,48	-1,49/2,07	-1,38/2,30
2,5	1,47	0,00	-0,01	0,01	1,64	-0,15	0,85	0,32	1,07	0,00	0,00	0,02
	0,59/3,09	-0,72/1,08	-3,85/3,40	-1,97/2,28	0,74/2,72	-1,06/1,03	-0,78/3,40	-0,28/2,13	0,50/1,99	-0,58/0,65	-1,83/2,98	-1,87/2,52
3,0	2,48	0,00	-0,01	0,02	2,06	-0,04	1,43	0,29	1,69	0,00	0,35	0,25
	0,97/5,12	-0,91/1,68	-5,99/5,04	-2,56/2,70	1,01/3,66	-1,07/1,17	-0,61/4,13	-0,37/2,30	0,68/3,43	-0,77/0,82	-1,52/4,57	-1,65/5,14
3,5	3,95	0,00	0,00	0,03	2,93	-0,03	1,82	0,28	2,03	0,03	0,48	0,17
	1,49/7,78	-1,03/2,52	-8,94/7,04	-3,30/3,22	1,46/5,09	-1,34/1,64	-0,60/5,17	-0,40/2,33	0,85/4,41	-0,66/1,33	-1,25/4,86	-2,04/5,27
4,0	5,85	0,01	0,00	0,03	3,83	-0,40	1,22	0,20	2,82	0,00	0,56	0,57
	2,16/11,11	-1,12/3,42	-14,41/9,61	-4,27/3,73	1,67/6,83	-1,71/2,12	-0,70/4,91	-0,56/2,31	1,07/6,37	-0,60/2,03	-1,93/9,14	-2,10/7,95

Tabelle A.1: Evaluierung des Prädiktionshorizonts von 1,0 bis 4,0 s für Referenz-Prädiktor und die vorgestellten Prädiktoren. Jeder Tabelleneintrag gibt den Median (50% Quantil) und darunter das 25% und 75% Quantil an. Evaluert ist der Fehler in der Position (Pos.), der Geschwindigkeit ( $v$ ), dem Gierwinkel ( $\theta$ ) und der Gierrate ( $\dot{\theta}$ ).

## Abkürzungs- und Symbolverzeichnis

CA	Kinematisches Prädiktionsmodell: Geradeausfahrt mit konstanter Beschleunigung.
CT	Kinematisches Prädiktionsmodell: konstanter Lenkwinkel und konstante Geschwindigkeit.
CTCA	Kinematisches Prädiktionsmodell: konstanter Lenkwinkel und konstante Beschleunigung.
CV	Kinematisches Prädiktionsmodell: Geradeausfahrt mit konstanter Geschwindigkeit.
DGPS	Differential Global Positioning System.
DP	Dynamic Programming [CORMEN u. a., 2009, Kap. 15].
DTW	Dynamic Time Warping.
EDT	Edit-Distanz für Trajektorien.
EM	Methode zur Maximierung eines Erwartungswertes, engl.: expectation maximisation [DEMPSTER u. a., 1977].
GMM	Gaussian Mixture Models [BISHOP, 2006, Kap. 9]
GPS	Global Positioning System.
Historie	Observierte Bewegungsverlauf eines Fahrzeugs, siehe Abschnitt 3.3.
HMM	Hidden Markov Model.
IMU	Inertial Measurement Unit. Ein Sensor zur Unterstützung der GPS-Positionierung.
GPS/INS	GPS-Integration mit Inertial Navigation System.

---

LCS	Longest Common Subsequence. Ein Vergleichsmaß für Zeichenketten und Trajektorien [VLACHOS u. a., 2005].
LCSS	Synonym für LCS.
LDT	Levenshtein-Distanz für Trajektorien [HAHN u. a., 2008].
PCA	Hauptkomponentenanalyse, engl.: principal component analysis.
Prädiktor	Funktion zur Abbildung eines observierten Bewegungsverlaufs auf einen zukünftigen Bewegungsverlauf, siehe Abschnitt 3.3.
QRLCS	Quaternion-based Rotationally Invariant Longest Common Subsequence. Ein Vergleichsmaß für Trajektorien [HERMES u. a., 2009b].
Wissensbasis	Menge von Bewegungsmustern, dient als Grundlage für einen Prädiktor.
$\phi$	Orientierung eines Fahrzeugs, auch Gierwinkel genannt.
$\dot{\phi}$	Änderung des Gierwinkels über die Zeit, auch Giergeschwindigkeit oder Gierrate genannt.
$\ddot{\phi}$	Änderung der Gierrate über die Zeit, auch Gierbeschleunigung genannt.
$f_{\text{pred}}$	Funktionale Form eines Prädiktionsverfahrens, siehe Abschnitt 3.3.
$v$	Fahrzeuggeschwindigkeit entlang der Richtungsachse.
$a$	Beschleunigung des Fahrzeugs entlang der Richtungsachse.



## Literaturverzeichnis

- [ABARBANEL und PARLITZ 2006] Abarbanel, H. ; Parlitz, U.: *Nonlinear Analysis of Time Series Data*. Kap. 2, S. 5–37. In: Schelter, B. (Hrsg.) ; Winterhalder, M. (Hrsg.) ; Timmer, J. (Hrsg.): *Handbook of Time Series Analysis*, Wiley-VCH Verlag, 2006
- [AGRAWAL und SRIKANT 1994] Agrawal, R. ; Srikant, R.: Fast Algorithms for Mining Association Rules. In: *Proceedings of the 20th International Conference on Very Large Data Bases*, Morgan Kaufmann Publishers, 1994, S. 487–499
- [AKYILDIZ u. a. 2002] Akyildiz, I. ; Su, W. ; Sankarasubramaniam, Y. ; Cayirci, E.: Wireless sensor networks: a survey. In: *Computer Networks* 38 (2002), Nr. 4, S. 393 – 422
- [ALTHOFF u. a. 2008] Althoff, M. ; Stursberg, O. ; Buss, M.: Stochastic Reachable Sets of Interacting Traffic Participants. In: *Proceedings of the IEEE Intelligent Vehicles Symposium*, 2008
- [ANAGNOSTOPOULOS u. a. 2010] Anagnostopoulos, T. ; Anagnostopoulos, C. ; Hadjiefthymiades, S.: An Online Adaptive Model for Location Prediction. In: *Autonomic Computing and Communications Systems* Bd. 23. Springer Berlin Heidelberg, 2010, S. 64–78
- [ANDERBERG 1973] Anderberg, M.: *Probability and mathematical statistics*. Bd. 19: *Cluster analysis for applications*. New York : Academic Press, 1973
- [ARENS u. a. 2004] Arens, M. ; Ottlik, A. ; Nagel, H.: Using Behavioral Knowledge for Situated Prediction of Movements. In: Biundo, S. (Hrsg.) ; Frühwirth, T. (Hrsg.) ; Palm, G. (Hrsg.): *Advances in Artificial Intelligence* Bd. 3238. Springer Berlin / Heidelberg, 2004, S. 141–155
- [ARUN u. a. 1987] Arun, K. ; Huang, T. ; Blostein, S.: Least-squares fitting of two 3-D point sets. In: *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.* 9 (1987), Nr. 5, S. 698–700
- [ATEV u. a. 2005] Atev, S. ; Arumugam, H. ; Masoud, O. ; Janardan, R. ; Papanikolopoulos, N.: A vision-based approach to collision prediction at traffic intersections. In: *Intelligent Transportation Systems, IEEE Transactions on* 6 (2005), Nr. 4, S. 416 – 423

- [ATEV u. a. 2010] Atev, S. ; Miller, G. ; Papanikolopoulos, N.: Clustering of vehicle trajectories. In: *Trans. Intell. Transport. Sys.* 11 (2010), September, S. 647–657
- [BAR-SHALOM u. a. 2001] Bar-Shalom, Y. ; Li, X. ; Kirubarajan, T.: *Estimation with applications to tracking and navigation.* 2001 (Wiley-Interscience)
- [BARROIS u. a. 2009] Barrois, B. ; Hristova, S. ; Wöhler, C. ; Kummert, F. ; Hermes, C.: 3D Pose Estimation of Vehicles Using a Stereo Camera. In: *Intelligent Vehicles Symposium (IV'09)*, 2009
- [BARTH und FRANKE 2008] Barth, A. ; Franke, U.: Where will the oncoming vehicle be the next second? In: *IEEE Intelligent Vehicles Symposium.* Eindhoven, 2008, S. 1068–1073
- [BATZ u. a. 2009] Batz, T. ; Watson, K. ; Beyerer, J.: Recognition of dangerous situations within a cooperative group of vehicles. In: *IEEE Intelligent Vehicles Symposium*, 2009, S. 907–912
- [BELLMAN 1961] Bellman, R.: *Adaptive Control Processes.* Princeton University Press, 1961
- [BELOGAY u. a. 1997] Belogay, E. ; Cabrelli, C. ; Molter, U. ; Shonkwiler, R.: Calculating the Hausdorff Distance between Curves. In: *Information Processing Letters* 64 (1997), Nr. 1, S. 17–22
- [BENNEWITZ u. a. 2005] Bennewitz, M. ; Burgard, W. ; Cielniak, G. ; Thrun, S.: Learning motion patterns of people for compliant robot motion. In: *International Journal of Robotics Research* 24 (2005), S. 31–48
- [BERNDT und CLIFFORD 1994] Berndt, D. ; Clifford, J.: Using Dynamic Time Warping to Find Patterns in Time Series. In: *Proc. of KDD.* Seattle, Washington, 1994, S. 359–370
- [BERNDT u. a. 2008] Berndt, H. ; Emmert, J. ; Dietmayer, K.: Continuous Driver Intention Recognition with Hidden Markov Models. In: *11th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems ITSC.* Beijing,, 2008, S. 1189–1194
- [BILENKO und MOONEY 2003] Bilenko, M. ; Mooney, R.: Adaptive duplicate detection using learnable string similarity measures. In: *KDD '03: Proceedings of the ninth ACM SIGKDD international conference on Knowledge discovery and data mining.* New York, NY, USA : ACM, 2003, S. 39–48
- [BISHOP 1995] Bishop, C.: *Neural Networks for Pattern Recognition.* New York, NY, USA : Oxford University Press, Inc., 1995
- [BISHOP 2006] Bishop, C. ; Jordan, M. (Hrsg.) ; Kleinberg, J. (Hrsg.) ; Schölkopf, B. (Hrsg.): *Pattern Recognition and Machine Learning.* Springer Science, 2006
- [BOTSCH und LAUER 2010] Botsch, M. ; Lauer, C.: Complexity reduction using the Random Forest classifier in a collision detection algorithm. In: *IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV).* La Jolla, CA, USA, 2010, S. 1228–1235
- [BOX und JENKINS 1990] Box, G. ; Jenkins, G.: *Time Series Analysis, Forecasting and Control.* Holden-Day, Incorporated, 1990

- [BOZKAYA u. a. 1997] Bozkaya, T. ; Yazdani, N. ; Ozsoyoglu, Z.: Matching and Indexing Sequences of Different Lengths. In: *CIKM '97: Proceedings of the sixth international conference on Information and knowledge management*, 1997, S. 128–135
- [BRAND u. a. 1996] Brand, M. ; Oliver, N. ; Pentland, A.: Coupled hidden Markov models for complex action recognition. In: *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. San Juan , Puerto Rico, 1996, S. 994–999
- [BREIMAN 2001] Breiman, L.: Random Forests. In: *Mach. Learn.* 45 (2001), S. 5–32
- [BROADHURST u. a. 2004] Broadhurst, A. ; Baker, S. ; Kanade, T.: A prediction and planning framework for road safety analysis, obstacle avoidance and driver information / Robotics Institute. Pittsburgh, PA, 2004 (CMU-RI-TR-04-11). – Forschungsbericht
- [BROADHURST u. a. 2005] Broadhurst, A. ; Baker, S. ; Kanade, T.: Monte Carlo Road Safety Reasoning. In: *IEEE Intelligent Vehicle Symposium*, IEEE, 2005, S. 319 – 324
- [BRONSHEIN u. a. 2007] Bronshtein, I. ; Semendyayev, K. ; Musiol, G. ; Muehlig, H.: *Handbook of Mathematics*. 5th. Springer-Verlag, 2007
- [BUZAN u. a. 2004] Buzan, D. ; Sclaroff, S. ; Kollios, G.: Extraction and clustering of motion trajectories in video. In: *Proceedings of the 17th International Conference on Pattern Recognition* Bd. 2, 2004, S. 521 – 524
- [CHAN 1995] Chan, C.: Open-loop trajectory design for longitudinal vehicle maneuvers: case studies with design constraints. In: *Proceedings of the American Control Conference* Bd. 6, 1995, S. 4091 –4095
- [CHAN und TAN 2001] Chan, C. ; Tan, H.: Feasibility analysis of steering control as a driver-assistance function in collision situations. In: *Intelligent Transportation Systems, IEEE Transactions on* 2 (2001), Nr. 1, S. 1–9
- [CHAN und FU 1999] Chan, K. ; Fu, A.: Efficient Time Series Matching by Wavelets. In: *ICDE '99: Proceedings of the 15th International Conference on Data Engineering*, 1999, S. 126–133
- [CHEN und NG 2004] Chen, L. ; Ng, R.: On the marriage of Lp-norms and edit distance. In: *VLDB '04: Proceedings of the Thirtieth international conference on Very large data bases*, VLDB Endowment, 2004, S. 792–803
- [CHEN u. a. 2005] Chen, L. ; Özsu, M. ; Oria, V.: Robust and fast similarity search for moving object trajectories. In: *SIGMOD '05: Proceedings of the ACM SIGMOD international conference on Management of data*. New York, NY, USA : ACM, 2005, S. 491–502
- [COHEN und GUIBAS 1997] Cohen. ; Guibas.: Partial Matching of Planar Polylines under Similarity Transformations. In: *SODA: ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms (A Conference on Theoretical and Experimental Analysis of Discrete Algorithms)*, 1997

- [COMANICIU und MEER 2002] Comaniciu, D. ; Meer, P.: Mean Shift: A Robust Approach Toward Feature Space Analysis. In: *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.* 24 (2002), Nr. 5, S. 603–619. – ISSN 0162-8828
- [CORMEN u. a. 2009] Cormen, T. ; Stein, C. ; Rivest, R. ; Leiserson, C.: *Introduction to Algorithms*. 3rd. The MIT Press, 2009
- [COUTISAS u. a. 2004] Coutisas, E. ; Seok, C. ; Dill, K.: Using Quaternions to Calculate RMSD. In: *Journal of Computational Chemistry* 25 (2004), Nr. 15, S. 1849–1857
- [CROCHEMORE und RYTTER 1994] Crochemore, M. ; Rytter, W.: *Text Algorithms*. Oxford University Press, New York, 1994
- [CROITORU u. a. 2005] Croitoru, A. ; Agouris, P. ; Stefanidis, A.: 3D trajectory matching by pose normalization. In: *Proc. of the 13th annual ACM intl. workshop on GIS*, 2005, S. 153–162
- [DAMERAU 1964] Damerau, F.: A technique for computer detection and correction of spelling errors. In: *Commun. ACM* 7 (1964), March, S. 171–176
- [DANIELSSON u. a. 2007] Danielsson, S. ; Petersson, L. ; Eidehall, A.: Monte Carlo based Threat Assessment: Analysis and Improvements. In: *Proc. IEEE Intelligent Vehicles Symposium*, 2007, S. 233–238
- [DARPA 2010] DARPA.: *Grand and Urban Challenge: Overview*. 2010. – URL <http://www.darpa.mil/grandchallenge/overview.asp>
- [DEMPSTER u. a. 1977] Dempster, A. ; Laird, N. ; Rubin, D.: Maximum Likelihood from Incomplete Data via the EM Algorithm. In: *Journal of the Royal Statistical Society* 39 (1977), Nr. 1, S. 1–38
- [DENNETT 1987] Dennett, D.: *The Intentional Stance*. MIT Press, 1987
- [DEY 2001] Dey, A.: Understanding and Using Context. In: *Personal Ubiquitous Computing* 5 (2001), Nr. 1, S. 4–7
- [DICKMANN 2005] Dickmanns, E.: Vision: Von Assistenz zum Autonomen Fahren. In: Maurer, M. (Hrsg.) ; Stiller, C. (Hrsg.): *Fahrerassistenzsysteme mit maschineller Wahrnehmung*. Springer Berlin Heidelberg, 2005, S. 203–237
- [DICKMANN 2007] Dickmanns, E.: *Dynamic Vision for Perception and Control of Motion*. Springer, 2007
- [DICKMANN 1998] Dickmanns, E.: Vehicles capable of dynamic vision: a new breed of technical beings? In: *Artif. Intell.* 103 (1998), S. 49–76
- [EIDEHALL und PETERSSON 2006] Eidehall, A. ; Petersson, L.: Threat assessment for general road scenes using monte carlo sampling. In: *Intelligent Transportation Systems Conference, ITSC IEEE*. Toronto, Ont., 2006, S. 1173–1178
- [EIDEHALL und PETERSSON 2008] Eidehall, A. ; Petersson, L.: Statistical Threat Assessment for General Road Scenes Using Monte Carlo Sampling. In: *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems* 9 (2008), Nr. 1, S. 137–147
- [EL-RABBANY 2002] El-Rabbany, A.: *Introduction to GPS: The Global Positioning System – GNSS Technology and Applications*. Artech House, 2002

- [ENGSTER und PARLITZ 2006] Engster, D. ; Parlitz, U.: *Local and Cluster Weighted Modeling for Time Series Prediction*. Kap. 3, S. 39–65. In: Schelter, B. (Hrsg.) ; Winterhalder, M. (Hrsg.) ; Timmer, J. (Hrsg.): *Handbook of Time Series Analysis*, Wiley-VCH Verlag, 2006
- [ENZWEILER und GAVRILA 2009] Enzweiler, M. ; Gavrilă, D.: Monocular Pedestrian Detection: Survey and Experiments. In: *Pattern Analysis and Machine Intelligence, PAMI* 31 (2009), Nr. 12, S. 2179–2195
- [FALK 2011] Falk, M. ; Falk, M. (Hrsg.) ; Marohn, F. (Hrsg.) ; Michel, R. (Hrsg.) ; Hofmann, D. (Hrsg.) ; Macke, M. (Hrsg.) ; Spachmann, C. (Hrsg.) ; Englert, S. (Hrsg.): *A First Course on Time Series Analysis with SAS*. Chair of Statistics, University of Würzburg, 2011
- [FINK 2007] Fink, G.: *Markov Models for Pattern Recognition*. Springer Verlag, 2007
- [FLOUDAS u. a. 2005] Floudas, N. ; Polychronopoulos, A. ; Amditis, A.: A survey of filtering techniques for vehicle tracking by radar equipped automotive platforms. In: *8th International Conference on Information Fusion*, 2005
- [FRAILE und MAYBANK 1998] Fraile, R. ; Maybank, S.: Vehicle Trajectory Approximation and Classification. In: *BMVC 98*, 1998, S. 832–840
- [FRANKE u. a. 2005] Franke, U. ; Rabe, C. ; Badino, H. ; Gehrig, S.: 6D-Vision: Fusion of Stereo and Motion for Robust Environment Perception. In: *DAGM '05*, URL [citeseer.ist.psu.edu/franke05dvision.html](http://citeseer.ist.psu.edu/franke05dvision.html), 2005
- [FRASER und DIMITRIADIS 1993] Fraser, A. ; Dimitriadis, A.: Forecasting Probability Densities by Using Hidden Markov Models with Mixed States. In: Weigend, A. (Hrsg.) ; Gershenfeld, N. (Hrsg.): *Time Series Prediction: Forecasting the Future and Understanding the Past*. Addison Wesley, 1993
- [FRESE u. a. 2008] Frese, C. ; Batz, T. ; Wieser, M. ; Beyerer, J.: Life cycle management for cooperative groups of cognitive automobiles in a distributed environment. In: *Intelligent Vehicles Symposium*. Eindhoven, 2008, S. 1125–1130
- [FRESE u. a. 2007] Frese, C. ; Beyerer, J. ; Zimmer, P.: Cooperation of Cars and Formation of Cooperative Groups. In: *Intelligent Vehicles Symposium*. Istanbul, 2007
- [GERSHENFELD u. a. 1999] Gershenfeld, N. ; Schoner, B. ; Metois, E.: Cluster-Weighted-Modeling for Time Series Analysis. In: *Nature* 397 (1999), S. 329–332
- [GOLDIN und KANELLAKIS 1995] Goldin, D. ; Kanellakis, P.: On Similarity Queries for Time-Series Data: Constraint Specification and Implementation. In: *Proceedings of the 1st International Conference on Principles and Practice of Constraint Programming (CP'95)*. Cassis, France : Springer Verlag, 1995
- [GOVEA und DIZAN 2010] Govea, V. ; Dizan, A.: *Incremental Learning for Motion Prediction of Pedestrians and Vehicles*. Springer, 2010
- [GREEN 2000] Green, M.: „How Long Does It Take to Stop?“ Methodological Analysis of Driver Perception-Brake Times. In: *Transportation Human Factors* Bd. 2, 2000, S. 195–216

- [GROSSBERG 1987] Grossberg, S.: Competitive learning: From interactive activation to adaptive resonance. In: *Cognitive Science* 11 (1987), Nr. 1, S. 23–63
- [GUO und QIAN 2007] Guo, F. ; Qian, G.: 3D Human Motion Tracking using Manifold Learning. In: *International Conference on Image Processing, ICIP, 2007*
- [HAAG u. a. 1997] Haag, M. ; Theilmann, W. ; Schäfer, K. ; Nagel, H.: Integration of image sequence evaluation and fuzzy metric temporal logic programming. In: Brewka, G. (Hrsg.) ; Habel, C. (Hrsg.) ; Nebel, B. (Hrsg.): *KI-97: Advances in Artificial Intelligence* Bd. 1303. Springer Berlin / Heidelberg, 1997, S. 301–312
- [HAHN 2010] Hahn, M.: *Raum-zeitliche Objekt- und Aktionserkennung – Ein statistischer Ansatz für reale Umgebungen*, Universität Bielefeld, Technische Fakultät, Dissertation, 2010
- [HAHN u. a. 2008] Hahn, M. ; Krüger, L. ; Wöhler, C.: 3D action recognition and long-term prediction of human motion. In: *ICVS'08: Proceedings of the 6th international conference on Computer vision systems*. Berlin, Heidelberg : Springer-Verlag, 2008, S. 23–32
- [HAHN u. a. 2009] Hahn, M. ; Krüger, L. ; Wöhler, C. ; Kummert, F.: 3D Action Recognition in an Industrial Environment. In: *Proc. of 3rd Int. Workshop on Human-Centered Robotic Systems (HCRS'09), Bielefeld, Germany., 2009*
- [HAMILTON 1866] Hamilton, W.: *Elements of Quaternions*. Longmans, Green, & co., 1866
- [HAMMERSLEY und HANDSCOMB 1964] Hammersley, J. ; Handscomb, D.: *Monte Carlo Methods*. Methuen, 1964
- [HART u. a. 1968] Hart, P. ; Nilsson, N. ; Raphael, B.: A Formal Basis for the Heuristic Determination of Minimum Cost Paths. In: *IEEE Transactions on Systems Science and Cybernetics* 4 (1968), S. 100–107
- [HARTLEY und ZISSERMAN 2004] Hartley, R. ; Zisserman, A.: *Multiple View Geometry in Computer Vision*. Second. Cambridge University Press, ISBN: 0521540518, 2004
- [HASTIE u. a. 2009] Hastie, T. ; Tibshirani, R. ; Friedman, J.: *The Elements of Statistical Learning – Data Mining, Inference and Prediction*. Springer, 2009
- [HELLBACH u. a. 2008] Hellbach, S. ; Strauss, S. ; Eggert, J. ; Körner, E. ; Gross, H.: Echo State Networks for Online Prediction of Movement Data — Comparing Investigations. In: *ICANN '08: Proceedings of the 18th international conference on Artificial Neural Networks, Part I*. Berlin, Heidelberg : Springer-Verlag, 2008, S. 710–719
- [HERMES u. a. 2009A] Hermes, C. ; Barth, A. ; Wöhler, C. ; Kummert, F.: Object Motion Analysis and Prediction in Stereo Image Sequences. In: *Proc. Oldenburger 3D-Tage*, 2009
- [HERMES u. a. 2010A] Hermes, C. ; Einhaus, J. ; Hahn, M. ; Wöhler, C. ; Kummert, F.: Vehicle tracking and motion prediction in complex urban scenarios. In: *IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV)*. La Jolla, CA, USA, 2010, S. 26–33
- [HERMES u. a. 2010B] Hermes, C. ; Hahn, M. ; Einhaus, J. ; Wöhler, C. ; Kummert, F.: Tracking and Motion Prediction of Vehicles in Complex Urban Traffic

- Scenes. In: *Proc. 4. Tagung Sicherheit durch Fahrerassistenz*. München, Germany, 2010
- [HERMES u. a. 2011] Hermes, C. ; Wiest, J. ; Wöhler, C. ; Krebel, U. ; Kummert, F.: Manifold-based Motion Prediction. In: *Proc. 6. Dortmunder Auto-Tag*. Dortmund, Germany, 2011
- [HERMES u. a. 2009B] Hermes, C. ; Wöhler, C. ; Schenk, K. ; Kummert, F.: Long-term Vehicle Motion Prediction. In: *IEEE Intelligent Vehicles Symposium, 2009*, S. 652–657
- [HIRSCHMÜLLER 2008] Hirschmüller, H.: Stereo Processing by Semiglobal Matching and Mutual Information. In: *Proc. Pattern Analysis and Machine Intelligence PAMI 30* (2008), Nr. 2, S. 328–341
- [HOFFMANN 2007] Hoffmann, H.: Kernel PCA for novelty detection. In: *Pattern Recognition 40* (2007), Nr. 3, S. 863–874
- [HORN 1987] Horn, B.: Closed-form solution of absolute orientation using unit quaternions. In: *Journal of the Optical Society of America A 4* (1987), S. 629–642
- [HSIEH u. a. 2004] Hsieh, J. ; Yu, S. ; Chen, Y.: Trajectory-based video retrieval by string matching. In: *ICIP, 2004*, S. 2243–2246
- [HU u. a. 2004A] Hu, W. ; Xie, D. ; Tan, T. ; Maybank, S.: Learning Activity Patterns Using Fuzzy Self-Organizing Neural Network. In: *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics 34* (2004), Nr. 3, S. 1618–1626
- [HU u. a. 2004B] Hu, W. ; Tan, T. ; Wang, L. ; Maybank, S.: A survey on visual surveillance of object motion and behaviors. In: *Systems, Man, and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews, IEEE Transactions on 34* (2004), S. 334–352
- [HU u. a. 2004C] Hu, W. ; Xiao, X. ; Xie, D. ; Tan, T. ; Maybank, S.: Traffic accident prediction using 3-D model-based vehicle tracking. In: *Vehicular Technology, IEEE Transactions on 53* (2004), Nr. 3, S. 677 – 694
- [HUANG und TAN 2006] Huang, J. ; Tan, H.: Vehicle future trajectory prediction with a DGPS/INS-based positioning system. In: *American Control Conference*. Minneapolis, MN, 2006
- [HUANG und TAN 2009] Huang, J. ; Tan, H.: Error analysis and performance evaluation of a future-trajectory-based cooperative collisionwarning system. In: *Trans. Intell. Transport. Sys.* 10 (2009), Nr. 1, S. 175–180
- [HUGUET und DEVERNAY 2007] Huguet, F. ; Devernay, F.: A Variational Method for Scene Flow Estimation from Stereo Sequences. In: *IEEE Eleventh Int. Conf. on Computer Vision, 2007*
- [ISARD und BLAKE 1998] Isard, M. ; Blake, A.: CONDENSATION – Conditional Density Propagation for Visual Tracking. In: *Int. J. Comput. Vision 29* (1998), Nr. 1, S. 5–28
- [JIN und MOKHTARIAN 2004] Jin, Y. ; Mokhtarian, F.: Efficient Video Retrieval by Motion Trajectory. In: *Proc. BMVC'04, 2004*
- [JOHNSON und HOGG 1996] Johnson, N. ; Hogg, D.: Learning the distribution of object trajectories for event recognition. In: *Image and Vision Computing 14*

- (1996), Nr. 8, S. 609 – 615
- [JUNEJO u. a. 2004] Junejo, I. ; Javed, O. ; Shah, M.: Multi feature path modeling for video surveillance. In: *Proceedings of the 17th International Conference on Pattern Recognition ICPR* Bd. 2, 2004, S. 716 – 719
- [KÄFER u. a. 2010A] Käfer, E. ; Hermes, C. ; Wöhler, C. ; Ritter, H. ; Kummert, F.: Recognition of situation classes at road intersections. In: *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. Anchorage, AK, 2010, S. 3960–3965
- [KÄFER u. a. 2010B] Käfer, E. ; Hermes, C. ; Wöhler, C. ; Kummert, F. ; Ritter, H.: Recognition and Prediction of Situations in Urban Traffic Scenarios. In: *Proc. Int. Conf. on Pattern Recognition*, 2010, S. 4234–4237
- [KÄFER u. a. 2010] Käfer, E. ; Hermes, C. ; Wöhler, C. ; Ritter, H. ; Kummert, F.: Situation analysis at road intersections. In: *Proc. 5. Dortmunder Auto-Tag*. Dortmund, Germany, 2010
- [KALMAN 1960] Kalman, R.: A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. In: *Transactions of the ASME - Journal of Basic Engineering* 82 (1960), S. 35–45
- [KEARSLEY 1989] Kearsley, S.: On the orthogonal transformation used for structural comparisons. In: *Acta Cryst.* A45 (1989), S. 208–210
- [KELLER u. a. 2011] Keller, C. ; Hermes, C. ; Gavrilu, D.: Will the Pedestrian Cross? Probabilistic Path Prediction Based on Learned Motion Features. In: Mester, R. (Hrsg.) ; Felsberg, M. (Hrsg.): *Pattern Recognition* Bd. 6835. Springer Berlin / Heidelberg, 2011, S. 386–395
- [KHALID und NAFTEL 2004] Khalid, S. ; Naftel, A.: Video Sequence Indexing Through Recovery of Object-based Motion Trajectories. In: *Irish Machine Vision and Image Processing Conference (IMVIP'04)*. Dublin, Eire : Trinity College Dublin, Ireland, 2004, S. 323–239
- [KHALID und NAFTEL 2005] Khalid, S. ; Naftel, A.: Evaluation of Matching Metrics for Trajectory-Based Indexing and Retrieval of Video Clips. In: *WACV-MOTION '05: Proceedings of the Seventh IEEE Workshops on Application of Computer Vision (WACV/MOTION'05) - Volume 1*. Washington, DC, USA : IEEE Computer Society, 2005, S. 242–249
- [KIM u. a. 2007] Kim, S. ; Won, J. ; Kim, J. ; Shin, M. ; Lee, J. ; Kim, H.: Path Prediction of Moving Objects on Road Networks Through Analyzing Past Trajectories. In: Apolloni, B. (Hrsg.) ; Howlett, R. (Hrsg.) ; Jain, L. (Hrsg.): *Knowledge-Based Intelligent Information and Engineering Systems* Bd. 4692. Springer Berlin / Heidelberg, 2007, S. 379–389
- [KLANKE 2007] Klanke, S.: *Learning manifolds with the Parametrized Self-Organizing Map and Unsupervised Kernel Regression*, Bielefeld University, Faculty of Technology, Dissertation, 2007
- [KLANKE und RITTER 2007] Klanke, S. ; Ritter, H.: Variants of unsupervised kernel regression: General cost functions. In: *Neurocomput.* 70 (2007), Nr. 7-9, S. 1289–1303



- [KLANKE und RITTER 2006] Klanke, S. ; Ritter, H.: A Leave-K-Out Cross-Validation Scheme for Unsupervised Kernel Regression. In: Kollias, S. (Hrsg.) ; Stafylopatis, A. (Hrsg.) ; Duch, W. (Hrsg.) ; Oja, E. (Hrsg.): *LCNS* Bd. 4132 Springer (Veranst.), Springer, 2006, S. 427–436
- [KOLLER u. a. 1993] Koller, D. ; Daniilidis, K. ; Nagel, H.: Model-based object tracking in monocular image sequences of road traffic scenes. In: *International Journal of Computer Vision* 10 (1993), Nr. 3, S. 257–281
- [KOLLNIG und NAGEL 1997] Kollnig, H. ; Nagel, H.: 3D Pose Estimation by Directly Matching Polyhedral Models to Gray Value Gradients. In: *Int. J. Comput. Vision* 23 (1997), Nr. 3, S. 283–302
- [KRÜGER 1991] Krüger, W.: *Begriffsgraphen zur Situationsmodellierung in der Bildfolgenauswertung*, Fakultät für Informatik der Universität Karlsruhe (TH), Dissertation, 1991
- [KRUSE u. a. 1997] Kruse, E. ; Gutsche, R. ; Wahl, F.: Acquisition of statistical motion patterns in dynamic environments and their application to mobile robot motion planning. In: *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems IROS*. Grenoble , France, 1997, S. 712–717
- [KRUSKAL und LIBERMAN 1983] Kruskal, J. ; Liberman, M.: The Symmetric Time-Warping Problem: From Continuous to Discrete. In: *Time Warps, String Edits, and Macromolecules: The Theory and Practice of Sequence Comparisons* (1983), S. 125–161
- [KUCCHAR und YANG 2000] Kuchar, J. ; Yang, L.: A Review of Conflict Detection and Resolution Modeling Methods. In: *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems* 1 (2000), S. 179–189
- [KUIPERS 2002] Kuipers, J.: *Quaternions and Rotation Sequences: A Primer with Applications to Orbits, Aerospace and Virtual Reality*. Princeton University Press, 2002
- [LACHNER 1997] Lachner, R.: Collision avoidance as a differential game: real-time approximation of optimal strategies using higher derivatives of the value function. In: *IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics, 'Computational Cybernetics and Simulation'*. Orlando, FL , USA, 1997, S. 2308–2313
- [LARGE u. a. 2004] Large, F. ; Vasquez Govea, D. ; Fraichard, T. ; Laugier, C.: Avoiding Cars and Pedestrians using Velocity Obstacles and Motion Prediction. In: *Proc. of the IEEE Intelligent Vehicle Symp.*, 2004
- [LAVALLE 2006] LaValle, S.: *Planning Algorithms*. Cambridge, U.K. : Cambridge University Press, 2006
- [LEE und ELGAMMAL 2007] Lee, C. ; Elgammal, A.: Modeling View and Posture Manifolds for Tracking. In: *11th International Conference on Computer Vision, ICCV*. Rio de Janeiro, 2007, S. 1–8
- [LEE und VERLEYSSEN 2007] Lee, J. ; Verleysen, M.: *Nonlinear Dimensionality Reduction*. Springer, 2007

- [LERNER u. a. 1996] Lerner, N. ; Kotwal, B. ; Lyons, R. ; Gardner-Bonneau, D.: Preliminary Human Factors Guidelines for Crash Avoidance Warning Devices / National Highway Traffic Safety Administration (NHTSA). 1996. – Forschungsbericht
- [LESOT u. a. 2009] Lesot, H. ; Rifqi, M. ; Benhadda, H.: Similarity measures for binary and numerical data: a survey. In: *International Journal of Knowledge Engineering and Soft Data Paradigms* 1 (2009), S. 63–84
- [LEVENSHTEIN 1966] Levenshtein, V.: Binary codes capable of correcting deletions, insertions, and reversals. In: *Soviet Physics Doklady* 10 (1966), Nr. 8, S. 707–710
- [LI und JILKOV 2003] Li, R. ; Jilkov, V.: A Survey of maneuvering target tracking. Part I. Dynamic models. In: *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 39 (2003), Nr. 4, S. 1333–1364
- [LI und JILKOV 2010A] Li, R. ; Jilkov, V.: A Survey of Maneuvering Target Tracking - Part VIa: Density-Based Exact Nonlinear Filtering. In: *Proc. SPIE Conf. Signal and Data Processing of Small Targets*, 2010
- [LI und JILKOV 2010B] Li, R. ; Jilkov, V.: A Survey of Maneuvering Target Tracking - Part VIb: Approximate Nonlinear Density Filtering in Mixed Time. In: *Proc. SPIE Conf. Signal and Data Processing of Small Targets*, 2010
- [LYTRIVIS u. a. 2008] Lytrivis, P. ; Thomaidis, G. ; Amditis, A.: Cooperative Path Prediction in Vehicular Environments. In: *11th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems ITSC*. Beijing, 2008, S. 803–808
- [MAKRIS und ELLIS 2002] Makris, D. ; Ellis, T.: Spatial and Probabilistic Modelling of Pedestrian Behaviour. In: *British Machine Vision Conference* Bd. 2, 2002, S. 557–566
- [MASON und HANDSCOMB 2003] Mason, J. ; Handscomb, D.: *Chebyshev Polynomials*. Chapman and Hall/CRC, 2003
- [MCCULLOCH und PITTS 1943] McCulloch, W. ; Pitts, W.: A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity. In: *Bulletin of Mathematical Biology* 5 (1943), S. 115–133
- [MEINICKE u. a. 2005] Meinicke, P. ; Klanke, S. ; Memisevic, R. ; Ritter, H.: Principal surfaces from unsupervised kernel regression. In: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 27 (2005), S. 1379–1391
- [MIKAMI u. a. 2009] Mikami, D. ; Otsuka, K. ; Yamato, J.: Memory-based particle filter for face pose tracking robust under complex dynamics. In: *Proc. CVPR*, 2009, S. 999–1006
- [MIKAMI u. a. 2010] Mikami, D. ; Otsuka, K. ; Yamato, J.: Memory-Based Particle Filter for Tracking Objects with Large Variation in Pose and Appearance. In: Daniilidis, K. (Hrsg.) ; Maragos, P. (Hrsg.) ; Paragios, N. (Hrsg.): *Computer Vision (ECCV)* Bd. 6313. Springer Berlin / Heidelberg, 2010, S. 215–228
- [MILLER und HUANG 2002] Miller, R. ; Huang, Q.: An Adaptive Peer-to-Peer Collision Warning System. In: *IEEE 55th Vehicular Technology Conference VTC* Bd. 5, 2002, S. 317–321

- [MITCHELL 1996] Mitchell, M.: *An Introduction to Genetic Algorithms*. MIT Press, Cambridge, MA., 1996
- [MONTEMERLO u. a. 2009] Montemerlo, M. ; Becker, J. ; Bhat, S. ; Dahlkamp, H. ; Dolgov, D. ; Ettinger, S. ; Haehnel, D. ; Hilden, T. ; Hoffmann, G. ; Huhnke, B. ; Johnston, D. ; Klumpp, S. ; Langer, D. ; Levandowski, A. ; Levinson, J. ; Marcil, J. ; Orenstein, D. ; Paefgen, J. ; Penny, I. ; Petrovskaya, A. ; Pflueger, M. ; Stanek, G. ; Stavens, D. ; Vogt, A. ; Thrun, S.: Junior: The Stanford Entry in the Urban Challenge. In: Buehler, M. (Hrsg.) ; Iagnemma, K. (Hrsg.) ; Singh, S. (Hrsg.): *The DARPA Urban Challenge* Bd. 56. Springer Berlin / Heidelberg, 2009, S. 91–123
- [MORZY 2006] Morzy, M.: Prediction of Moving Object Location Based on Frequent Trajectories. In: Levi, A. (Hrsg.) ; Savas, E. (Hrsg.) ; Yenigün, H. (Hrsg.) ; Balcisoy, S. (Hrsg.) ; Saygin, Y. (Hrsg.): *Computer and Information Sciences IS-CIS* Bd. 4263. Springer Berlin / Heidelberg, 2006, S. 583–592
- [MORZY 2007] Morzy, M.: Mining Frequent Trajectories of Moving Objects for Location Prediction. In: *5th International Conference Machine Learning and Data Mining in Pattern Recognition*, Springer-Verlag, 2007 (Lecture Notes in Artificial Intelligence), S. 667–680
- [MYSLIWETZ und DICKMANN 1987] Mysliwetz, B. ; Dickmanns, E.: A Vision System with Active Gaze Control for Real-Time Interpretation of Well Structured Dynamic Scenes. In: *Intelligent Autonomous Systems, An International Conference*. Amsterdam, The Netherlands, The Netherlands : North-Holland Publishing Co., 1987, S. 477–483
- [NADARAYA 1964] Nadaraya, E.: On Estimating Regression. In: *Theory of Probability and its Applications* 9 (1964), Nr. 1, S. 141–142
- [NAFTEL u. a. 2006] Naftel, Andrew. ; Khalid. ; Shehzad.: Classifying spatio-temporal object trajectories using unsupervised learning in the coefficient feature space. In: *Multimedia Systems* 12 (2006), Nr. 3, S. 227–238
- [NAGEL und ARENS 2005] Nagel, H. ; Arens, M.: 'Innervation des Automobils' und Formale Logik. In: Maurer, M. (Hrsg.) ; Stiller, C. (Hrsg.): *Fahrerassistenzsysteme mit maschineller Wahrnehmung*. Springer Berlin Heidelberg, 2005, S. 89–116
- [NEEDHAM und BOYLE 2003] Needham, C. ; Boyle, R.: Performance Evaluation Metrics and Statistics for Positional Tracker Evaluation. In: *Proc. of the Computer Vision Systems: Third International Conference, ICVS 2003*, 2003, S. 278–289
- [NEUMANN 1989] Neumann, B.: Natural Language Description of Time-Varying Scenes. In: Waltz, D. (Hrsg.): *Semantic structures: Advances in natural language processing*. Erlbaum, 1989, S. 167–206
- [NUNZIATI u. a. 2010] Nunziati, W. ; Sclaroff, S. ; Bimbo, A.: Matching Trajectories between Video Sequences by Exploiting a Sparse Projective Invariant Representation. In: *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.* 32 (2010), Nr. 3, S. 517–529
- [OLIVER und PENTLAND 2000A] Oliver, N. ; Pentland, A.: Driver behavior recognition and prediction in a SmartCar. In: Verly, J. (Hrsg.): *Society of Photo-*

- Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series* Bd. 4023, 2000, S. 280–290
- [OLIVER und PENTLAND 2000B] Oliver, N. ; Pentland, A.: Graphical models for driver behavior recognition in a SmartCar. In: *Proceedings of the IEEE Intelligent Vehicles Symposium IV*. Dearborn, MI , USA, 2000, S. 7–12
- [OTTLIK und NAGEL 2008] Ottlik, A. ; Nagel, H.: Initialization of Model-Based Vehicle Tracking in Video Sequences of Inner-City Intersections. In: *International Journal of Computer Vision* 80 (2008), Nr. 2, S. 211–225
- [OWEN 1995] Owen, G.: *Game Theory*. Academic Press, 1995
- [ÖZGÜNER u. a. 1997] Özgüner, . ; Baertlein, B. ; Cavello, C. ; Farkas, D. ; Hatipoğlu, C. ; Lytle, S. ; Martin, J. ; Paynter, F. ; Redmill, K. ; Schneider, S. ; Walton, E. ; Young, J.: The OSU Demo '97 vehicle. In: *IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC)*, 1997, S. 502 –507
- [PELEKIS u. a. 2007] Pelekis, N. ; Kopanakis, I. ; Marketos, G. ; Ntoutsis, I. ; Andrienko, G. ; Theodoridis, Y.: Similarity Search in Trajectory Databases. In: *time 0* (2007), S. 129–140
- [POLYCHRONOPOULOS u. a. 2004] Polychronopoulos, A. ; Tsogas, M. ; Amditis, A. ; Scheunert, U. ; Andreone, F.: Dynamic situation and threat assessment for collision warning systems: the EUCLIDE approach. In: *IEEE Intelligent Vehicles Symposium*, 2004, S. 636–641
- [POLYCHRONOPOULOS u. a. 2007] Polychronopoulos, A. ; Tsogas, M. ; Amditis, A. ; Andreone, L.: Sensor Fusion for Predicting Vehicles' Path for Collision Avoidance Systems. In: *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems* 8 (2007), S. 549–562
- [PORIKLI 2004] Porikli, F.: Trajectory Distance Metric Using Hidden Markov Model Based Representation. In: *European Conference on Computer Vision (ECCV)*, 2004
- [PORIKLI und HAGA 2004] Porikli, F. ; Haga, T.: Event Detection by Eigenvector Decomposition Using Object and Frame Features. In: *Computer Vision and Pattern Recognition Workshop 7* (2004), S. 114–121
- [PRESS u. a. 2007] Press, W. ; Teukolsky, S. ; Vetterling, W. ; Flannery, B.: *Numerical Recipes 3rd Edition: The Art of Scientific Computing*. 3. Cambridge University Press, 2007
- [RABE u. a. 2010] Rabe, C. ; Müller, T. ; Wedel, A. ; Franke, U.: Dense, Robust, and Accurate Motion Field Estimation from Stereo Image Sequences in Real-Time. In: Daniilidis, K. (Hrsg.) ; Maragos, P. (Hrsg.) ; Paragios, N. (Hrsg.): *Proceedings of the 11th European Conference on Computer Vision* Bd. 6314, Springer, September 2010, S. 582–595
- [RAJAMANI 2006] Rajamani, R. ; Ling, F. (Hrsg.): *Vehicle Dynamics and Control*. Springer, 2006
- [REINHOLTZ u. a. 2009] Reinholtz, C. ; Hong, D. ; Wicks, A. ; Bacha, A. ; Bauman, C. ; Faruque, R. ; Fleming, M. ; Terwelp, C. ; Alberi, T. ; Anderson, D. ; Cacciola, S. ; Currier, P. ; Dalton, A. ; Farmer, J. ; Hurdus, J. ; Kimmel, S. ; King, P. ;

- Taylor, A. ; Van Covern, D. ; Webster, M.: Odin: Team VictorTango's Entry in the DARPA Urban Challenge. In: Buehler, M. (Hrsg.) ; Iagnemma, K. (Hrsg.) ; Singh, S. (Hrsg.): *The DARPA Urban Challenge* Bd. 56. Springer Berlin / Heidelberg, 2009, S. 125–162
- [REISS und TAYLOR 1991] Reiss, M. ; Taylor, J.: Storing temporal sequences. In: *Neural Networks* 4 (1991), Nr. 6, S. 773 – 787
- [RIEDMILLER und BRAUN 1993] Riedmiller, M. ; Braun, H.: A Direct Adaptive Method for Faster Backpropagation Learning: The RPROP Algorithm. In: *IEEE International Conference on Neural Networks*, 1993, S. 586–591
- [RODRIGUEZ u. a. 2004] Rodriguez, W. ; Last, M. ; Kandel, A. ; Bunke, H.: 3-Dimensional curve similarity using string matching. In: *Robotics and Autonomous Systems* 49 (2004), Nr. 3-4, S. 165–172
- [ROSENBLATT 1958] Rosenblatt, F.: The perceptron: a probabilistic model for information storage and organization in the brain. In: *Psychological Reviews* 65 (1958), November, Nr. 6, S. 386–408
- [ROWEIS und SAUL 2000] Roweis, S. ; Saul, L.: Nonlinear dimensionality reduction by locally linear embedding. In: *Science* 209 (2000), Nr. 5500, S. 2323–2326
- [SALVADOR und CHAN 2007] Salvador, S. ; Chan, P.: Toward accurate dynamic time warping in linear time and space. In: *Intell. Data Anal.* 11 (2007), Nr. 5, S. 561–580
- [SANTINI und JAIN 1999] Santini, S. ; Jain, R.: Similarity measures. In: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 21 (1999), S. 871–883
- [SAUNIER u. a. 2010] Saunier, N. ; Sayed, T. ; Ismail, K.: Large Scale Automated Analysis of Vehicle Interactions and Collisions. In: *Transportation Research Board Annual Meeting Compendium of Papers*, 2010. – 10-4059. Accepted for publication in Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board
- [SAUNIER u. a. 2007] Saunier, N. ; Sayed, T. ; Lim, C.: Probabilistic Collision Prediction for Vision-Based Automated Road Safety Analysis. In: *IEEE Intelligent Transportation Systems Conference ITSC*. Seattle, WA, 2007, S. 872–878
- [SCHELTER u. a. 2006] Schelter, B. (Hrsg.) ; Winterhalder, M. (Hrsg.) ; Timmer, J. (Hrsg.): *Handbook of Time Series Analysis: Recent Theoretical Developments and Applications*. Wiley-VCH, 2006
- [SCHMIDT u. a. 2006] Schmidt, J. ; Fritsch, J. ; Kwolek, B.: Kernel Particle Filter for Real-Time 3D Body Tracking in Monocular Color Images. In: *Proc. of the 7th Int. Conf. on Automatic Face and Gesture Recognition (FG06)*, 2006, S. 567–572. – ISBN 0-7695-2503-2
- [SCHRÖDER u. a. 2008] Schröder, J. ; Gindele, T. ; Jagszent, D. ; Dillmann, R.: Path planning for cognitive vehicles using risk maps. In: *IEEE Intelligent Vehicles Symposium*. Eindhoven, 2008, S. 1119–1124
- [SCHUBERT u. a. 2008] Schubert, R. ; Richter, E. ; Wanielik, G.: Comparison and evaluation of advanced motion models for vehicle tracking. In: *11th International Conference on Information Fusion*. Cologne, 2008, S. 1–6

- [SCHÜRMAN 1996] Schürmann, J.: *Pattern Classification: A Unified View of Statistical and Neural Approaches*. John Wiley & Sons, Inc., 1996
- [SCHWARTZ und SHARIR 1987] Schwartz, J. ; Sharir, M.: Identification of partially obscured objects in two and three dimensions by matching noisy characteristic. In: *Int. J. Rob. Res.* 6 (1987), Nr. 2, S. 29–44
- [SHUMWAY und STOFFER 2006] Shumway, R. ; Stoffer, D.: *Time Series Analysis and Its Applications – With R Examples*. Springer New York, 2006
- [SIDENBLADH u. a. 2002] Sidenbladh, H. ; Black, M. ; Sigal, L.: Implicit Probabilistic Models of Human Motion for Synthesis and Tracking. In: *ECCV '02: Proceedings of the 7th European Conference on Computer Vision-Part I*. London, UK : Springer-Verlag, 2002, S. 784–800
- [SJÖBERG u. a. 2010] Sjöberg, J. ; Coelingh, E. ; Ali, M. ; Brännström, M. ; Falcone, P.: Driver Models To Increase The Potential Of Automotive Active Safety Functions. In: *18th European Signal Processing Conference (EUSIPCO)*, 2010, S. 204–208
- [STEFFEN 2010] Steffen, J.: *Structured manifolds for motion production and segmentation : a structured Kernel Regression approach*, Bielefeld University, Faculty of Technology, Dissertation, 2010
- [STEIN 2004] Stein, F.: Efficient Computation of Optical Flow Using the Census Transform. In: *DAGM04*, 2004, S. 79–86
- [STILLER 2005] Stiller, C.: Fahrerassistenzsysteme - Von realisierten Funktionen zum vernetzt wahrnehmenden, selbstorganisierenden Verkehr. In: Maurer, M. (Hrsg.) ; Stiller, C. (Hrsg.): *Fahrerassistenzsysteme mit maschineller Wahrnehmung*. Springer Berlin Heidelberg, 2005, S. 1–20
- [STILLER 2007] Stiller, C.: Intelligente Fahrzeuge. In: Brauer, W. (Hrsg.) ; Berns, K. (Hrsg.) ; Luksch, T. (Hrsg.): *Autonome Mobile Systeme*. Springer Berlin Heidelberg, 2007 (Informatik aktuell), S. 163–170
- [SUMPTER und BULPITT 2000] Sumpter, N. ; Bulpitt, A.: Learning spatio-temporal patterns for predicting object behaviour. In: *Image and Vision Computing* 18 (2000), Nr. 9, S. 697 – 704
- [TADOKORO u. a. 1995] Tadokoro, S. ; Hayashi, M. ; Manabe, Y. ; Nakami, Y. ; Takamori, T.: Motion planner of mobile robots which avoid moving human obstacles on the basis of stochastic prediction. In: *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics. Intelligent Systems for the 21st Century* Bd. 4, 1995, S. 3286 –3291
- [TAN und HUANG 2006] Tan, H. ; Huang, J.: DGPS-Based Vehicle-to-Vehicle Cooperative Collision Warning: Engineering Feasibility Viewpoints. In: *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems* 7 (2006), S. 415–428
- [TENENBAUM u. a. 2000] Tenenbaum, J. ; Silva de, V. ; Langford, J.: A global geometric framework for nonlinear dimensionality reduction. In: *Science* Bd. 290(5500), 2000, S. 2319—2323
- [THOMANEK und DICKMANN 1996] Thomanek, F. ; Dickmanns, E.: Autonomous road vehicle guidance in normal traffic. In: Li, S. (Hrsg.) ; Mital, D. (Hrsg.) ;

- Teoh, E. (Hrsg.) ; Wang, H. (Hrsg.): *Recent Developments in Computer Vision* Bd. 1035. Springer Berlin / Heidelberg, 1996, S. 499–507
- [THORPE u. a. 1997] Thorpe, C. ; Jochem, T. ; Pomerleau, D.: The 1997 automated highway free agent demonstration. In: *IEEE Conference on Intelligent Transportation System ITSC*, 1997, S. 496–501
- [THRUN u. a. 2005] Thrun, S. ; Burgard, W. ; Fox, D.: *Probabilistic Robotics (Intelligent Robotics and Autonomous Agents)*. The MIT Press, 2005
- [THRUN u. a. 2006] Thrun, S. ; Montemerlo, M. ; Dahlkamp, H. ; Stavens, D. ; Aron, A. ; Diebel, J. ; Fong, P. ; Gale, J. ; Halpenny, M. ; Hoffmann, G. ; Lau, K. ; Oakley, C. ; Palatucci, M. ; Pratt, V. ; Stang, P. ; Strohband, S. ; Dupont, C. ; Jendrossek, L. ; Koelen, C. ; Markey, C. ; Rummel, C. ; Niekirk van, J. ; Jensen, E. ; Alessandrini, P. ; Bradski, G. ; Davies, B. ; Ettinger, S. ; Kaehler, A. ; Nefian, A. ; Mahoney, P.: Stanley: The robot that won the DARPA Grand Challenge: Research Articles. In: *Journal Field of Robotics and Systems* 23 (2006), S. 661–692
- [TSAO u. a. 1994] Tsao, E. ; Bezdek, J. ; Pal, N.: Fuzzy Kohonen clustering networks. In: *Pattern Recognition* 27 (1994), Nr. 5, S. 757–764
- [URMSON u. a. 2008] Urmson, C. ; Anhalt, J. ; Bae, H. ; Bagnell, J. ; Baker, C. ; Bittner, R. ; Brown, T. ; Clark, M. ; Darms, M. ; Demitrish, D. ; Dolan, J. ; Duggins, D. ; Ferguson, D. ; Galatali, T. ; Geyer, C. ; Gittleman, M. ; Harbaugh, S. ; Hebert, M. ; Howard, T. ; Kolski, S. ; Likhachev, M. ; Litkouhi, B. ; Kelly, A. ; McNaughton, M. ; Miller, N. ; Nickolaou, J. ; Peterson, K. ; Pilnick, B. ; Rajkumar, R. ; Rybski, P. ; Sadekar, V. ; Salesky, B. ; Seo, Y. ; Singh, S. ; Snider, J. ; Struble, J. ; Stentz, A. ; Taylor, M. ; Whittaker, W. ; Wolkowicki, Z. ; Zhang, W. ; Ziglar, J.: Autonomous driving in urban environments: Boss and the Urban Challenge. In: *Journal of Field Robotics Special Issue on the 2007 DARPA Urban Challenge, Part I* 25 (2008), Nr. 1, S. 425–466
- [URMSON u. a. 2004] Urmson, C. ; Anhalt, J. ; Clark, M. ; Galatali, T. ; Gonzalez, J. ; Gowdy, J. ; Gutierrez, A. ; Harbaugh, S. ; Johnson-Roberson, M. ; Kato, H. ; Koon, P. ; Peterson, K. ; Smith, B. ; Spiker, S. ; Tryzelaar, E. ; Whittaker, W.: High Speed Navigation of Unrehearsed Terrain: Red Team Technology for Grand Challenge 2004 / The Robotics Institute, Carnegie Mellon University. 2004 (CMU-RI-TR-04-37). – Forschungsbericht
- [URTASUN u. a. 2006] Urtasun, R. ; Fleet, D. ; Fua, P.: 3D People Tracking with Gaussian Process Dynamical Models. In: *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition* Bd. 1, 2006, S. 238–245
- [VASQUEZ u. a. 2004] Vasquez, D. ; Large, F. ; Fraichard, T. ; Laugier, C.: Moving obstacles' motion prediction for autonomous navigation. In: *Control, Automation, Robotics and Vision Conference ICARCV 2004 8th* Bd. 1, 2004, S. 149–154
- [VAUGHAN u. a. 1997] Vaughan, R. ; Henderson, J. ; Sumpter, N.: Introducing the Robot Sheepdog Project. In: Juste, F. (Hrsg.) ; Andreu, G. (Hrsg.) ; Valiente, J. (Hrsg.) ; Benlloch, J. (Hrsg.): *Proceedings of the International Workshop on Robotics and Automated Machinery for BioProductions*, September 1997, S. 111–118

- [VLACHOS u. a. 2004] Vlachos, M. ; Gunopulos, D. ; Das, G.: Rotation invariant distance measures for trajectories. In: *KDD '04: Proceedings of the tenth ACM SIGKDD international conference on Knowledge discovery and data mining*. New York, NY, USA : ACM, 2004, S. 707–712
- [VLACHOS u. a. 2002A] Vlachos, M. ; Gunopulos, D. ; Kollios, G.: Discovering similar multidimensional trajectories. In: *In Proc. of 18th ICDE, San Jose, CA, 2002*, S. 673–684
- [VLACHOS u. a. 2002B] Vlachos, M. ; Gunopulos, D. ; Kollios, G.: Robust Similarity Measures for Mobile Object Trajectories. In: *5th International Workshop Mobility in Databases and Distributed Systems, 2002*
- [VLACHOS u. a. 2005] Vlachos, M. ; Kollios, G. ; Gunopulos, D.: Elastic Translation Invariant Matching of Trajectories. In: *Mach. Learn.* 58 (2005), Nr. 2-3, S. 301–334
- [WAN und VAN DER MERWE 2002] Wan, E. ; Van Der Merwe, R.: The unscented Kalman filter for nonlinear estimation. In: *Adaptive Systems for Signal Processing, Communications, and Control Symposium, 2002*, S. 153–158
- [WANG u. a. 2005] Wang, J. ; Fleet, D. ; Hertzmann, A.: Gaussian Process Dynamical Models. In: *Proc. NIPS, 2005*
- [WANG u. a. 2008] Wang, J. ; Fleet, D. ; Hertzmann, A.: Gaussian Process Dynamical Models for Human Motion. In: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 30 (2008), S. 283–298
- [WEDEL u. a. 2008] Wedel, A. ; Pock, T. ; Zach, C. ; Bischof, H. ; Cremers, D.: An Improved Algorithm for TV-L1 Optical Flow. In: *Proc. of the Dagstuhl Motion Workshop*, Springer, September 2008 (LNCS)
- [WEIGEND und GERSHENFELD 1993] Weigend, A. (Hrsg.) ; Gershenfeld, N. (Hrsg.): *Time Series Prediction: Forecasting The Future And Understanding The Past*. Bd. 15. Addison-Wesley Publishing Company, 1993
- [WIEST 2010] Wiest, J.: *Bewegungsvorhersage von Fahrzeugen durch Trajektorienanalyse auf Mannigfaltigkeiten geringer Dimension*, Fakultät für Ingenieurwissenschaften und Informatik, Universität Ulm, Diplomarbeit, 2010
- [WÖHLER 2009] Wöhler, C.: *3D Computer Vision. Efficient Methods and Applications*. Springer Verlag, 2009
- [WOLFSON 1990] Wolfson, H.: On curve matching. In: *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.* 12 (1990), Nr. 5, S. 483–489
- [XU und WUNSCH 2005] Xu, R. ; Wunsch, D.: Survey of clustering algorithms. In: *IEEE Transactions on Neural Networks* 16 (2005), may, Nr. 3, S. 645 –678
- [YILMAZ u. a. 2006] Yilmaz, A. ; Javed, O. ; Shah, M.: Object tracking: A survey. In: *ACM Comput. Surv.* 38 (2006), Nr. 4, S. 13
- [YUEN und TORRALBA 2010] Yuen, J. ; Torralba, A.: A data-driven approach for event prediction. In: *European Conference on Computer Vision (ECCV), 2010*
- [ZELL 1997] Zell, A.: *Simulation Neuronaler Netze*. Oldenbourg Verlag, 1997



- 
- [ZHANG und FAUGERAS 1991] Zhang, Z. ; Faugeras, O.: Determining Motion from 3D Line Segment Matches: a Comparative Study. In: *Image and Vision Computing* 9 (1991), S. 10–19
- [ZOGLAUER 2008] Zoglauer, T.: *Einführung in die formale Logik für Philosophen*. 4. Auflage. Vandenhoeck & Ruprecht, 2008

