After a brief introduction of history of Korean mathematics and program of education of geometry in Korea, an achievement test for this curriculum is reported, the unsatisfactory result is discussed. Especially the reason of lack of intuitive behavior is considered.

H. Zeitler (Bayreuth): *Kreisgeometrie in der Schule*
Im Geometrieunterricht sollte man die Kinder veranlassen, Aktivitäten der verschiedensten Art zu entwickeln ("Geometry is not a spectator sport", „Man muß es tun!"). Weiter sollte man nur echte Probleme behandeln, Probleme mit überraschenden Lösungen (der Satz „Jede Strecke hat genau einen Mittelpunkt" ist für 13jährige kein Problem), und schließlich sollten Schüler und Lehrer Freude an der Geometrie haben („Freude an einer Sache ist fast schon die Sache selber!", „Didaktik der Freude").

Diese Ziele lassen sich zum Beispiel mit der klassischen Kreisgeometrie (Kreisspiegelungen) besonders gut erreichen. Der Vortrag berichtet über entsprechende Erfahrungen in der Schulstube.

Bericht von der 1983er Tagung der American Educational Research Association

Ipke Wachsmuth, Universität Osnabrück

1. Allgemeines

Vom 11.–15. April 1983 fand in Montreal/Canada die 67. jährliche Tagung der American Educational Research Association (AERA) statt. Mit 14000 Mitgliedern (etwa zehn Prozent von außerhalb Amerikas) ist die AERA die größte Interessenvereinigung im Bereich Erziehungswissenschaften. Ihre jährlichen Tagungen werden von mehr als 6000 Teilnehmern besucht und sind, im Gegensatz zu den vergleichbar großen Tagungen des National Council of Teachers of Mathematics, fast ausschließlich forschungsorientiert.

Eine Unterorganisation der AERA ist die 300 Mitglieder starke "Special Interest Group of Research in Mathematics Education" (SIG/RME) mit eigenen Programmveranstaltungen. Daneben haben sich in zunehmendem Maße die Veranstaltungen der AERA-Division C (Learning and Instruction) zur kognitiv orientierten allgemeinen Lehr- und Lernforschung in den letzten Jahren als interessant für die Mathematikdidaktik erwiesen und werden zum Teil in Zusammenarbeit mit Mathematikerziehern organisiert.

Man kann davon ausgehen, daß sich Trends in der amerikanischen Forschung zum mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht am frühesten in den Veranstaltungen dieser beiden Gruppierungen auf den jährlichen AERA-Tagungen widerspiegeln. Der vorliegende Bericht soll eine kommentierte Auswertung der diesjährigen Tagung in Montreal geben.

2. Überblick

Die von der SIG/RME organisierten neun Sitzungen umfaßten Forschungssymposien über Chancengleichheit für unterschiedliche Kulturgruppen und Geschlechter in der Mathematikerziehung, über Lehrerverhalten und -überzeugungen (beliefs) im Mathematikunterricht, über das Phänomen der „Neuen Mathematik" und – als einziges stoffbezogenes Symposium – über rationale Zahlen; ferner gab es Vortragssitzungen über kognitive und affektive Faktoren bei mathematischen Fähigkeiten, die Lage des Unterrichts an der Grundschule (elementary school) und geschlechtsbezogene Leistungsunterschiede in Mathematik, außerdem eine Diskussionsrunde über die in standardisierten Tests geprüften Fertigkeiten.

Die für Mathematikdidaktik relevanten Symposien und Vortragssitzungen in der Division C betrafen eine Vorstellung des »Centre Mondiale pour l'Informatique et Ressources Humaines« (Paris) durch Seymour Papert und Robert Lawler, den Erwerb von Rechen- und Problemlösefertigkeiten, mathematisches Problemlösen (auch Gegenstand einer Diskussionsrunde), das Lehren von Problemlösen in Mathematik und Naturwissenschaften, individuelles Mathematiklernen beim Problemlösen in Kleingruppen, "Computer Literacy", den Proportionsbegriff in verschiedenen Kulturen, die Stabilität von begrifflichem Verstehen und andere Themen des Mathematikunterrichts. Eine Reihe weiterer Sitzungen zum Problemlösen setzte sich mit der Repräsentation und dem Abruf von im Gedächtnis gespeicherten Wissen und dem Begriff des Verstehens auseinander.

3. Highlights

Der eingeladene Vortrag der SIG/RME wurde von Jill Larkin (Carnegie Mellon University, Pittsburgh) gehalten und hatte den Titel "Working Towards a Unified Theory of How People Use Mathematics". Larkin's Forschungsanliegen ist es, theoretisch zu fassen, wie der Lernende mathematisches Wissen in anfangs nicht-mathematischen Situationen (z. B. in Textaufgaben oder naturwissenschaftlichen Problemen) anwendet. Sie zeigte zunächst auf, daß in so unterschiedlichen Gebieten wie der kindlichen Arithmetik und College-Level-Physik ähnliche Denkmuster beim Problemlösen beobachtbar sind. Dazu erläuterte sie ein Problemlösemodell, das erfolgreichen Problemlösern (ob Mensch oder Computer) das folgende schrittweise Vorgehen zuschreibt: Zunächst wird eine aus geistigen Objekten und ihren Zwischenbeziehungen bestehende Basisrepräsentation des Problems im Gedächtnis des Problemlösers erstellt. In der nächsten Phase wird diese Basisrepräsentation durch Hinzufügen weiterer Objekte und Beziehungen vornehmlich mathematischer Natur angereichert, um eine mathematisch elaborierte Repräsentation des Problems zu erhalten, aus der schließlich die Lösung durch Berechnungen gewonnen wird.

Nach Larkin's Ansicht besteht der wesentliche Schritt im Problemlöseprozeß grundsätzlich im Verschaffen der elaborierten Problemrepräsentation, die dann die zur Lösung führenden Berechnungen leitet. Die gemeinsame Ursache von Mißerfolgen beim mathematischen Problemlösen in allen Bereichen liege darin, daß dieser Schritt umgangen und direkt von der Basisrepräsentation zu Berechnungen geschritten werde. Für zwei Bereiche: (a) Textaufgaben zu Addition und Subtraktion und (b) physikalische Probleme in der Flüssigkeitsstatik stellte Larkin dann computerimplementierte Modelle vor, die durch unterschiedliches Maß an Elaboration verschiedene Grade von Problemlösefähigkeit simulieren. Die Computer-Modelle ermöglichen Vorhersagen über eine Staffelung in der Problemschwierigkeit und über zu erwartende Fehlermuster. Empirische Studien – wie die Computermodellierungen z. T. mit Diane Briars (Carnegie Mellon, jetzt Northern Illinois University) durchgeführt – wurden herangezogen, um die Vorhersagequalität der Modelle zu überprüfen.

Im zweiten Teil des Vortrags erläuterte Larkin eine Technik zur Anpassung von „reichen" Datenquellen (wie Protokolle, klinische Interviews, Fehlermuster) an „reiche" Modelle (wie computerimplementierte oder qualitativ beschriebene Prozeßmodelle), die im wesentlichen auf der Schätzung von statistischen Parametern beruht.

Ein eingeladener Vortrag in der Division C wurde von Robbie Case (Ontario Institute for Science Education, Toronto) gehalten mit dem Titel "From Behaviorism to Cognitive Behaviorism to Cognitive Development: Steps in the Evolution of Instructional Design". Case's Forschung zur kognitiven Entwicklung dient dem Ziel der Formulierung einer Lerntheorie und hat mittlerweile weithin Aufmerksamkeit gefunden. In seinem Vortrag ging Case zunächst auf die bekannten Vor- und Nachteile behavioristischer Lehr-/Lerntheorien ein. Die Arbeit Gagnés habe gezeigt, daß ausschließlich am Behaviorismus orientierte Lehrtheorien nicht anwendbar sind, was Gagné zu ihrer Erweiterung unter Einbeziehung postulierter mentaler Handlungen führte; diese Richtung nennt Case „kognitiver Behaviorismus".

Die Arbeit von Case selbst, der sich als „neo-Piagetian" bezeichnet, besteht in einer Fortentwicklung bestehender Unterrichtstechnologien unter Einbeziehung entwicklungsbedingter Stufen im kindlichen Auffassungsvermögen. Mit teils eigenen und teils klassischen Piaget-Experimenten zeigte Case, daß in der Bewältigung von Problemaufgaben Kinder vier kognitive Entwicklungsstufen durchlaufen, die auch in Untersuchungen anderer Forscher (z. B. Fuson; Briars und Larkin) beobachtbar seien. Eine wesentliche Annahme zur Erklärung dieser Stufung besteht darin, daß mit fortschreitendem Alter die beschränkte Kapazität des geistigen „Arbeitsspeichers" (working memory), d. h. das Maß an bewußt überblick- und kontrollierbarer Information zunimmt.

Seine Resultate faßte Case wie folgt zusammen: (1) Jüngere Schüler beherrschen weniger elaborierte Strategien als ältere. (2) Jede höhere Entwicklungsstufe beinhaltet die Einbeziehung einer oder mehrerer neuer (weniger geläufiger) Variablen. (3) Die Anzahl der vom Schüler berücksichtigten Variablen ist durch die Kapazität seines Arbeitsspeichers beschränkt. (4) Für schulische wie nicht-schulische Probleme kann eine gleichartige Staffelung von mit dem Alter zunehmend differenzierten Strategien nachgewiesen werden.

Die von Case hieraus abgeleiteten und in Unterrichtsexperimenten überprüften Konsequenzen für eine Unterrichtstheorie beinhalten die Identifikation von gebietsspezifischen Strategien sowie ihrer entwicklungsgerechten Staffelung. Der Lernfortschritt des Schülers werde dann durch das Bewußtmachen weniger geläufiger Variablen und Einbeziehen entsprechender Strategien bei gleichzeitiger Automatisierung der vorher beherrschten Strategien bewerkstelligt. –

Das von Robert Davis (University of Illinois, Urbana-Champaign) organisierte Symposium zur Neuen Mathematik war untertitelt mit "What they did, and what they learned" und sollte die mit der Curriculumrevision geleistete Arbeit und ihre Auswirkungen dokumentieren und analysieren. Nach einem historischen Überblick durch Robert Hayden (Winona State University, Minnesota) erläuterte David Page (University of Illinois, Chicago) einige der aufgetretenen Probleme und seine Lösungsvorschläge hierzu; er ist überzeugt, daß die Idee einer „neuen Mathematik" niemals wirklich in eine konsequente und zusammenhängende Curriculumreform umgesetzt wurde. Nach Ansicht von Eleanor Duckworth (Harvard University) hatten wenige der an der Reform Beteiligten eine kognitive Theorie zur Grundlage ihrer Arbeit (Ausnahme: Dienes); vieles wurde in Gang gesetzt, bevor z. B. Piaget's Arbeit weiten Kreisen zugänglich wurde. Als eine Fehlentwicklung bezeichnete Duckworth es, daß die neugeschaffenen Unterrichtstexte versuchten, die Person des Lehrers zu umgehen.

Mit großem Interesse wurde ein Vergleich der Reformbestrebungen in den USA und der UdSSR durch Christine Keitel-Kreidt (TU Berlin) aufgenommen. Während man sich in den USA derzeitig mit ernsthaften Problemen durch eine von Schulen und Eltern-Organisationen getragene Gegenbewegung ("back to basics") auseinandersetzen muß, sei die in der UdSSR mit dem Kolmogoroff-Curriculum begonnene Reform des Mathematikunterrichts niemals in Frage gestellt worden; auftretende Probleme werden als Hinweis für notwendige Verbesserungen akzeptiert. So wurde in einer Revision des Kolmogoroff-Curriculums im letzten Jahr die Betonung von Mengenlehre als Sprache und die sehr rigiden stofflichen Standards zum Teil zurückgenommen; z. B. wurden Differentialgleichungen aus dem Stoff des letzten (10.) Schuljahrs herausgenommen und dafür verstärkte Verbindungen zu den Naturwissenschaften in den Mathematikunterricht einbezogen. Diese Entwicklung wird von amerikanischen Curriculumforschern sehr ernst genommen. Das Anliegen, die im Zusammenhang mit der "New Math"-Reform geleisteten und gelernten Dinge angemessen auszuwerten, hat die Herausgeber des "Journal of Mathematical Behavior" veranlaßt, den thematischen Umfang des Journals hierauf auszuweiten (siehe Ankündigung im Band 3, Nummer 2; Sommer 1982).

4. Trends

In bezug auf Entwicklungstendenzen in der mathematikdidaktischen Forschung gibt es folgendes zu berichten: Nach wie vor ist eine Verschiebung des Gewichts von quantitativen, „harten" Forschungsmethoden (wie die traditionelle experimentelle Studie mit z. B. 100 Probanden und statistischer Auswertung der Daten zwecks Aufspürens von Regelmäßigkeiten) zu qualitativen, „klinischen" Methoden (z. B. teaching experiment, clinical interview, case study) mit Betonung auf der Aufzeichnung von Lernprozessen anstelle von Lernergebnissen zu beobachten. Die Gefahr einer „modischen " Übertreibung, die sich vor einigen Jahren abzuzeichnen schien (z. B. wurden im Aufruf zur Einreichung von Forschungsanträgen einer Förderinstitution klinische Methoden gleichsam zur Bedingung gemacht), hat sich durch Kritiken mit dem Hinweis auf die Angemessenheit der Methode in bezug auf die geplante Studie klären lassen. Unwidersprochen bleibt der mit klinischen Methoden begonnene wichtige Fortschritt in mathematikdidaktischer Forschung, insbesondere im Hinblick auf das Beobachten von Lernprozessen mit dem Versuch der Beschreibung dahinter liegender kognitiver Mechanismen, sowie auch hinsichtlich der Formulierung von Forschungshypothesen.

Der zweite große Trend, der auf der diesjährigen Tagung erstmalig in größerem Umfang beobachtet werden konnte, betrifft die Suche nach Modellen zur Erklärung von Lernprozessen, mit besonderem Gewicht auf mathematischem Problemlösen. Mit allein zwölf dafür angesetzten Sitzungen ist das anhaltende Forschungsinteresse am Problemlösen dokumentiert, jedoch konnte eine beträchtliche Interessenverlagerung beobachtet werden: Weniger die Wissens*verarbeitung* beim Problemlösen wie bisher scheint Forschungsgegenstand der kommenden Jahre zu werden als die Repräsentation von Wissen im Gedächtnis ("knowledge representation") als Grundlage des Problemlöseprozesses.

Problemlösefertigkeit, so scheint es, ist in hohem Maße vom Problemverständnis und damit von der Qualität der Wissensrepräsentation abhängig. Ebenso ist der Einfluß der Repräsentation des zu lösenden Problems ("problem representation") auf eine erfolgreiche Problemlösung erkannt worden und war neben dem oben besprochenen Vortrag von Jill Larkin Gegenstand mehrerer Studien vom Grundschul- bis zum College-Level.

5. International Affairs
Die Sitzungen des ad-hoc International Affairs Committee auf den jährlichen AERA-Tagungen dienen in erster Linie dem Informationsaustausch und der Kontaktpflege mit den etwa 1400 Mitgliedern von außerhalb (Nord-)Amerikas. Anwesend waren diesmal ca. 80 Teilnehmer; die Sitzung fand unter dem Vorsitz von Frank Farley (University of Wisconsin, Madison) statt.

In bezug auf die im letzten Jahr angekündigten Aktivitäten zur Kontaktaufnahme mit Erziehungsvereinigungen in anderen Ländern wurden wesentliche Fortschritte bisher nicht vermeldet, werden jedoch für das kommende Jahr erwartet. Insbesondere wird die Herausgabe eines "international issue" des monatlich erscheinenden AERA-Magazins "Educational Researcher" vorbereitet, in dem eine Übersicht über erziehungswissenschaftliche Forschung sich auf internationale Forschung erstrecken wird. Die AERA sieht sich nicht in der Lage, wie von einigen Mitgliedern gewünscht, internationale Tagungen in wechselnden Ländern zu organisieren. Es besteht jedoch die Absicht, in Zusammenarbeit mit anderen nationalen Organisationen einen internationalen Kongreß über erziehungswissenschaftliche Forschung vorzubereiten. Andererseits wurde in diesem Jahr ein erheblicher Zuwachs von internationalen Besuchern der AERA-Tagung verzeichnet. Auf Initiative einzelner Forschungsgruppen fanden einige Sitzungen mit internationalen Vertretern eines Forschungsgebietes statt. Es wird erwogen, solche Sitzungen zukünftig im Programm besonders zu kennzeichnen. Für die nächste AERA-Tagung werden, durch die Lage des Tagungsorts (New Orleans) begünstigt, verstärkte Kontakte mit südamerikanischen Ländern erwartet und vorbereitet; ganz allgemein soll ein Ausbau der internationalen Beziehungen und der internationale Austausch von Forschungsergebnissen durch die aktive Beteiligung von Forschern anderer Länder gefördert werden.

6. Information
Die Mitgliedschaft in der American Educational Research Association schließt den Bezug des „Educational Researcher" und zweier AERA-Publikationen (mit Wahlmöglichkeit) ein und kostet \$ 30 im Jahr. Für eine zusätzliche Gebühr von \$ 5 erfolgt die Auslandszusendung sämtlicher Materialien mit Luftpost.

Der ERIC Document Reproduction Service, P.O. Box 190, Arlington, Virginia 22210, USA, hat die Rolle des offiziellen Verteilers ausgewählter Konferenzbeiträge übernommen, die im monatlichen ERIC Abstract-Journal "Resources in Education" angekündigt werden. Kopien oder Mikrofilme von Manuskripten können ab etwa August 1983 gegen geringe Gebühr angefordert werden.

Die nächste AERA-Tagung findet vom 23.–27. April 1984 in New Orleans statt. Das Thema: The dialectic between unity and diversity in educational research. Informationen sind erhältlich bei: AERA Meeting Coordinator, 1230 17th St., N.W., Washington, D.C. 20036, USA.

XXIV. Internationale Mathematik-Olympiade (IMO)

Arthur Engel, Frankfurt

Die XXIV. IMO fand vom 1. bis 12. Juli 1983 in Paris statt mit einer Rekordbeteiligung von 32 Ländern. Die Jury, bestehend aus den Delegationsleitern, traf sich am 1. Juli in Sèvres bei Paris, um aus einer Vorauswahl von 25 Aufgaben die sechs Wettbewerbsaufgaben auszuwählen. Die Sechser-Mannschaften zusammen mit dem stellvertretenden Delegationsleiter trafen am 4. Juli in Paris ein und wurden im Lycée Louis Le Grand einquartiert. Am 6. und 7. Juli schrieben die Schüler zwei viereinhalbstündige Klausuren. Wie schon die Ungarn ein Jahr zuvor hatten die Franzosen für jede Aufgabe zwei Teams von Koordinatoren aufgeboten, so daß das Korrigieren und Koordinieren nur 1½ Tage dauerte.

Die Bundesrepublik nimmt bereits an sechs IMO's teil mit streng monoton steigendem Erfolg. Nach dem Erreichen des 1. Tabellenplatzes im Vorjahr schien eine Steigerung nicht mehr möglich. Unsere Mannschaft zeigte jedoch, daß eine Steigerung sehr wohl möglich war, indem sie diesmal haushoch gewann. Von 42 möglichen Punkten erzielten unsere Schüler:
Bernhard Leeb (Bischof-Neumann-Schule Gymnasium Königstein) 42 P., 1. Preis
Michael Stoll (Käthe-Kollwitz-Gymnasium München) 42 P., 1. Preis
Frank Wagner (Scheffel-Gymnasium Säckingen) 42 P., 1. Preis
Daniel Grieser (Goethe-Gymnasium Berlin) 39 P., 1. Preis
Bruno Haible (Gymnasium bei St. Michael Schwäbisch Hall) 35 P., 2. Preis
Michael Eisele (Spessart-Gymnasium Alzenau) 12 P.

Bernhard Leeb erhielt noch einen Sonderpreis für eine besonders elegante Lösung der 6. Aufgabe.

Volle Punktzahl erhielten nur vier Schüler: Leeb, Stoll, Wagner und der Russe Leonid Parnovski. Der überzeugende Gewinn der deutschen Mannschaft ist auf eine Häufung günstiger Umstände zurückzuführen. Unter anderem war unsere hochtalentierte Budapest-Mannschaft so jung, daß drei Schüler auch in Paris mitmachen durften.

Die XXIV. IMO war schwer, da sie drei schwere Aufgaben enthielt: Nr. 3, 5 und 6. Die 6. Aufgabe konnte keiner der 18 französischen Koordinatoren (lauter Mathematiker) lösen.

Aufgaben der XXIV. IMO

1. Man bestimme alle Funktionen f, die die Menge der positiven reellen Zahlen in sich abbilden und die folgenden Bedingungen erfüllen:
   (1) $f(xf(y))=yf(x)$ für alle positiven reellen Zahlen x,y und
   (2) $f(x) \to 0$ für $x \to +\infty$. (England)
2. In der Ebene seien zwei nicht kongruente Kreise k_1 und k_2 mit den Mittelpunkten O_1 bzw. O_2 gegeben und A sei einer der beiden verschiedenen Schnittpunkte von k_1 und k_2. Eine der beiden gemeinsamen Tangenten an k_1 und k_2 berührt k_1 und P_1 in k_2 und P_2 und die andere Tangente berührt k_1 in Q_1 und k_2 in Q_2. Es seien M_1 und M_2 die Mittelpunkte von P_1Q_1 bzw. P_2Q_2.
   Beweise:
   $$\sphericalangle O_1AO_2 = \sphericalangle M_1AM_2. \text{ (UdSSR)}$$
3. Es seien a, b, c paarweise teilerfremde positive ganze Zahlen.