Universität Bielefeld/IMW

Working Papers
Institute of Mathematical Economics

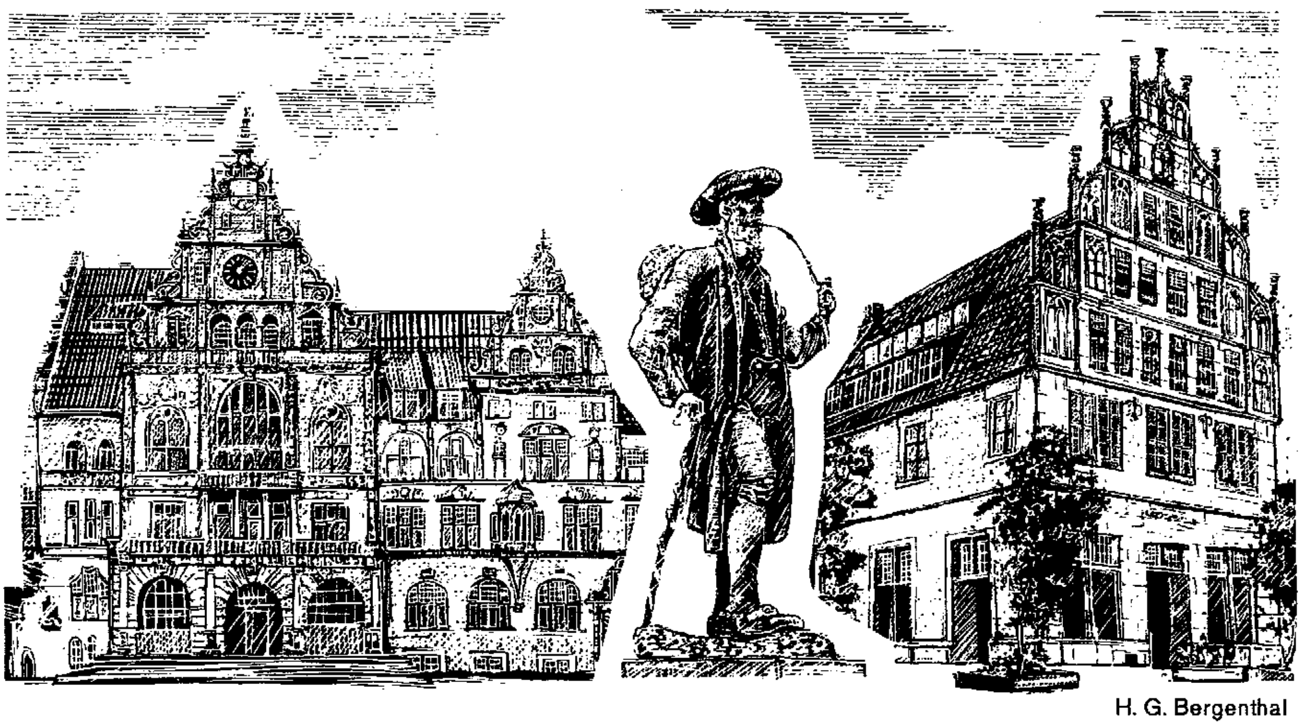
Arbeiten aus dem
Institut für Mathematische Wirtschaftsforschung

Nr. 63

Reinhard Selten und Werner Güth

Risikodominanz in einem Markteintritts-spiel

November 1977



H. G. Bergenthal

Institut für Mathematische Wirtschaftsforschung
an der
Universität Bielefeld
Adresse / Address:
Universitätsstraße
4800 Bielefeld 1
Bundesrepublik Deutschland
Federal Republic of Germany

Risikodominanz in einem Markteintrittsspiel

von

Reinhard Selten und Werner Güth

In preistheoretischen Modellen, die mit Hilfe der nichtkooperativen Spieltheorie behandelt werden können, findet man oft mehr als einen Gleichgewichtspunkt. Ein Beispiel dieser Art soll hier behandelt werden: Drei Unternehmungen 1,2 und 3 mit unterschiedlichen Fixkosten und gleichen Grenzkosten können gleichzeitig darüber entscheiden, ob sie in einen Cournot-Markt mit linearer Nachfragekurve eintreten oder nicht. Bei geeigneter Wahl der Parameter gibt es drei Gleichgewichtspunkte in reinen Strategien, in denen jeweils zwei Unternehmungen in den Markt eintreten, während die dritte außerhalb bleibt.

Es erhebt sich nun die Frage, ob es möglich ist, einen der drei Gleichgewichtspunkte als eindeutige Lösung auszusondern. Dies ist tatsächlich möglich, und zwar mit Hilfe einer von J.C. Harsanyi und R. Selten entwickelten Theorie, die es gestattet, nach spieltheoretischen Kriterien jedem endlichen extensiven Spiel einen seiner Gleichgewichtspunkte eindeutig als Lösung zuzuordnen [Harsanyi (1975 und 1976)].

Wendet man die Lösungstheorie auf das vorliegende Beispiel an, so erhält man ein intuitiv einleuchtendes Ergebnis: Die beiden Unternehmungen mit den geringeren Fixkosten treten in den Markt ein, während die Unternehmung mit den höchsten Fixkosten außerhalb bleibt.

Die Behandlung des Beispiels ist vor allem deshalb von Interesse, weil hier eine klare Intuition dafür vorliegt, was als Lösung sinnvollerweise zu erwarten ist. Darin, daß dieses Ergebnis tatsächlich erzielt wird, kann eine erfolgreiche Überprüfung des Lösungskonzepts anhand eines Beispiels gesehen werden.

1. Modell

Bei der Betrachtung von Cournot-Modellen mit linearer Nachfrage und linearen Kosten,in denen alle Anbieter die gleichen Grenzkosten haben, kann man ohne Einschränkung der Allgemeinheit davon ausgehen, daß die Grenzkosten Null sind. Den allgemeineren Fall kann man dadurch auf diesen Fall zurückführen, daß man die Variable "Preis" durch die Variable "Stückgewinn" ersetzt, wobei unter Stückgewinn die Differenz zwischen Preis und Grenzkosten zu verstehen ist. Außerdem können die Mengen- und die Geldeinheit stets so gewählt werden, daß Absolutglied und Steigung der Nachfragekurve dem Betrag nach 1 sind.

Es sollen die folgenden Bezeichnungen verwendet werden:

x_i	Angebotsmenge der Unternehmung i
$x = x_1+x_2+x_3$	Gesamtangebotsmenge
p	Preis
F_i	Fixkosten des Anbieters i
G_i	Gewinn des Anbieters i

Die Nachfragekurve hat die folgende Gestalt:

(1) $$p = 1-x$$

Im Hinblick darauf, daß p eigentlich nicht der Preis, sondern der Stückgewinn ist, werden negative Werte von p durchaus zugelassen. Die durch die Sättigungsmenge erzeugte Unstetigkeit der Nachfragekurve ist für das Problem nicht von Bedeutung und wird deshalb der Einfachheit halber unberücksichtigt gelassen. Für einen Anbieter i, der nicht in den Markt eintritt, gilt stets $x_i = 0$. Die Fixkosten sind als Eintrittskosten zu verstehen, d.h. sie treten nur bei denjenigen Anbietern auf, die in den Markt eintreten. Für einen Anbieter i, der nicht in den Markt eintritt, gilt also $G_i = 0$. Für einen Anbieter i, der in den Markt eintritt, gilt dagegen

(2) $$G_i = x_i p - F_i$$

Wir nehmen an, daß die Fixkosten paarweise verschieden sind. Wir können ohne Einschränkung der Allgemeinheit davon ausgehen, daß

(3) $$F_1 < F_2 < F_3$$

gilt;dies kann stets durch eine geeignete Numerierung der Unternehmungen erreicht werden. Der hier interessierende Fall, daß der Markt für zwei Anbieter stets groß genug, aber für drei Anbieter zu klein ist, tritt genau dann auf, wenn

(4) $$F_1 > \frac{1}{16}$$

und

(5) $$F_3 < \frac{1}{9}$$

gilt. Warum das so ist, wird später deutlich werden. Bei unserer Analyse werden wir stets davon ausgehen, daß die Bedingungen (4) und (5) erfüllt sind.

2. Das Markteintrittsspiel

Die Modellsituation kann durch ein Spiel in extensiver Form dargestellt werden, das wir das Markteintrittsspiel nennen. Dieses Spiel wird in zwei aufeinanderfolgenden Stufen gespielt, der Eintrittsstufe und der Angebotsstufe. Die Regeln des Markteintrittsspiels sind wie folgt:

Markteintrittsstufe: Zu Beginn des Markteintrittsspiels wählt jeder der drei Spieler 1, 2 und 3 zwischen zwei Möglichkeiten J und N, wobei J ein Ja und N ein Nein bezüglich der Marktantrittsentscheidung anzeigt. Diese Markteintrittsentscheidungen werden von allen Spielern gleichzeitig und unabhängig voneinander gefällt. Am Ende der Markteintrittsstufe werden alle Markteintrittsentscheidungen allen Spielern bekanntgegeben.

Angebotsstufe: Es sei M die Menge derjenigen Spieler, die auf der Eintrittsstufe J gewählt haben. Auf der Angebotsstufe wählt jeder Spieler $i \in M$ ein Angebot $x_i \geq 0$. Diese Angebotsentscheidungen werden von den Spielern gleichzeitig und unabhängig voneinander getroffen. Für Spieler $j \notin M$ gilt $x_j = 0$.

Auszahlung: Die Auszahlung für einen Spieler $i \in M$ ist sein nach Gleichung (2) berechneter Gewinn G_i. Die Auszahlung für einen Spieler $j \notin M$ ist Null.

Damit sind die Regeln des Markteintrittsspiels im wesentlichen vollständig beschrieben. Die formale Definition der extensiven Form erzwingt allerdings eine Festlegung der Reihenfolge von Entscheidungen, die gleichzeitig getroffen werden. Wir legen daher fest, daß diese Reihenfolge auf beiden Stufen der Numerierung der Spieler entsprechen soll. Für die Anwendung des Lösungskonzepts ist es gleichgültig, in welcher Weise die Informationsbezirke aufeinander folgen.

Falls niemand in den Markt eintritt, endet das Spiel bereits mit der Markteintrittsstufe. Für die übrigen 7 Kombinationen von Eintrittsentscheidungen beginnt die Angebotsstufe mit einem Teilspiel des Markteintrittsspiels.

3. Erste Bemerkungen zum Lösungskonzept

Falls echte Teilspiele vorhanden sind, verlangt das Lösungskonzept, daß diese zuerst gelöst werden. Die Lösungen der Teilspiele werden dann als fest vorgegeben betrachtet. Aus dem ursprünglichen Spiel wird ein sogenanntes gestutztes Spiel gebildet, indem die Teilspiele durch die ihren Lösungen entsprechenden Auszahlungsvektoren ersetzt werden.
Die Lösung des Gesamtspiels wird aus den Lösungen der Teilspiele und der Lösung des gestutzten Spiels zusammengesetzt.

Strenggenommen ist die eben gegebene Beschreibung des vom Lösungskonzept geforderten Vorgehens nicht ganz korrekt.
Der Teilspielbegriff ist in dieser Theorie etwas anders gefaßt als normalerweise im Zusammenhang mit der extensiven Form.

Im vorliegenden Fall ist der Unterschied zwischen den beiden Teilspielbegriffen jedoch unerheblich.

Wir weichen auch in anderer Hinsicht von der strengen Anwendung des Lösungskonzepts leicht ab. Die Teilspiele der Angebotsstufe sind unendliche Spiele, für die das Lösungskonzept eigentlich gar nicht definiert ist. In dieser Hinsicht besteht aber gar keine Schwierigkeit,da die Teilspiele eindeutig bestimmte Gleichgewichtspunkte haben, die von jeder Verallgemeinerung des Konzepts auf unendliche Spiele als Lösung ausgesondert werden müssen.

Eine weitere Abweichung vom strengen Lösungskonzept besteht darin, daß wir es nicht,wie eigentlich vorgeschrieben,auf die sogenannten gestörten Spiele, sondern direkt auf das ungestörte Markteintrittsspiel anwenden. Ebenso wie in anderen Untersuchungen ähnlicher Art, auf die wir hier verweisen möchten, ist nicht zu erwarten, daß sich dadurch ein anderes Resultat ergibt [Selten - Güth (1977)].

Weitere Eigenschaften des Lösungskonzepts, die für die Behandlung des Markteintrittsspiels benötigt werden, sollen erst nach der Bestimmung des gestutzten Markteintrittsspiels dargestellt werden, da sie vorher nicht benötigt werden.

4. Lösung der Teilspiele auf der Angebotsstufe

Die Lösungen der Teilspiele auf der Angebotsstufe sind nichts anderes als die eindeutig bestimmten Cournot-Lösungen dieser Märkte. Es ist klar, daß dies die einzigen Gleichgewichtspunkte in reinen Strategien sind, die diese Spiele haben.

Gleichgewichtspunkte in gemischten Strategien sind wegen der strengen Konkavität der Auszahlungsfunktionen G_i bezüglich x_i nicht vorhanden.

Es sei m die Anzahl der Spieler in M. Wie man leicht nachrechnet, gilt im Cournot-Gleichgewicht für die Spieler $i \varepsilon M$

(6) $\quad G_i = \frac{1}{4} - F_i \quad$ für $m = 1$

(7) $\quad G_i = \frac{1}{9} - F_i \quad$ für $m = 2$

(8) $\quad G_i = \frac{1}{16} - F_i \quad$ für $m = 3$

Damit sind die Auszahlungen bestimmt, die zu den Lösungen der Teilspiele gehören. Ersetzt man die 7 Teilspiele durch ihre Lösungsauszahlungsvektoren, so erhält man das in Tabelle 1 dargestellte gestutzte Markteintrittsspiel.

$s=(s_1,s_2,s_3)$	$H_1(s)$	$H_2(s)$	$H_3(s)$
(J,J,J)	$\frac{1}{16} - F_1$	$\frac{1}{16} - F_2$	$\frac{1}{16} - F_3$
(J,J,N)	$\frac{1}{9} - F_1$	$\frac{1}{9} - F_2$	0
(J,N,J)	$\frac{1}{9} - F_1$	0	$\frac{1}{9} - F_3$
(J,N,N)	$\frac{1}{4} - F_1$	0	0
(N,J,J)	0	$\frac{1}{9} - F_2$	$\frac{1}{9} - F_3$
(N,J,N)	0	$\frac{1}{4} - F_2$	0
(N,N,J)	0	0	$\frac{1}{4} - F_3$
(N,N,N)	0	0	0

Tabelle 1: Das gestutzte Markteintrittsspiel

Das gestutzte Markteintrittsspiel ist ein Spiel in Normalform, in dem jeder der drei Spieler zwei reine Strategien hat, nämlich die Markteintrittsentscheidungen J und N. Die zu den reinen Strategienkombinationen s gehörigen Auszahlungen $H_i(s)$ der Spieler $i = 1,2,3$ sind in der Tabelle 1 wiedergegeben.

Das gestutzte Markteintrittsspiel hat drei Gleichgewichtspunkte in reinen Strategien, nämlich die Strategienkombinationen (J,J,N), (J,N,J) und (N,J,J). Es ist leicht zu sehen, daß dies die reinen Strategienkombinationen sind, für die Abweichungen nur eines Spielers mit keiner Verbesserung seiner Auszahlung verbunden sind.

5. Maximale Unterformationen

Das Lösungskonzept verlangt, daß auch in Spielen, die keine Teilspiele haben, auf das Vorhandensein bestimmter Unterstrukturen, die Formationen genannt werden, Rücksicht zu nehmen ist. Formationen können als Unterstrukturen beschrieben werden, die durch Streichung von reinen Strategien aus dem Spiel entstehen, wobei gewisse Abgeschlossenheitseigenschaften bezüglich der besten Antworten erfüllt sein müssen. So muß zum Beispiel immer eine beste Antwort unter den verbleibenden Strategien zur Verfügung stehen, wenn die anderen Spieler nur Mischungen von Strategien aus der Formation verwenden. Dies ist allerdings noch nicht die volle Abgeschlossenheitsforderung, die hier jedoch nicht näher erläutert werden soll.

Für das Lösungskonzept sind insbesondere die maximalen Unterformationen des Spiels von Bedeutung. Das sind diejenigen Formationen, die in keiner anderen Formation mit Ausnahme des Spieles selbst enthalten sind (das Spiel selbst ist eine seiner Formationen). Die Lösungen der maximalen Unterformationen werden Sublösungen genannt. In vielen Fällen ist es möglich, mit Hilfe des noch zu erläuternden Prinzips der Risikodominanz eine der Sublösungen als Lösung des Spiels auszusondern.

Im gestutzten Markteintrittsspiel ist jeder der drei Gleichgewichtspunkte in reinen Strategien eine maximale Unterformation. Um dies deutlich werden zu lassen, betrachten wir das Beispiel des Gleichgewichtspunktes (J,J,N). Wir können leicht sehen, daß es außer dem Spiel selbst keine größere Formation gibt, in der (J,J,N) enthalten ist. Falls die Strategie N von Spieler 1 in einer größeren Formation enthalten ist, muß auch die Strategie J des Spielers 3 in der größeren Formation sein, da J für 3 einzige beste Antwort ist, falls N von 1 und J von 2 verwendet wird. Dann muß aber auch die Strategie N des Spielers 2 in der Formation sein, weil sie einzige beste Antwort ist, wenn beide anderen Spieler J spielen. In derselben Weise kann leicht nachgeprüft werden, daß es außer dem Spiel selbst keine größeren Formationen gibt, die für Spieler 2 oder 3 die in (J,J,N) nicht enthaltene reine Strategie umfassen.

Im gestutzten Markteintrittsspiel sind also die drei Gleichgewichtspunkte in reinen Strategien Sublösungen, die hinsichtlich der Risikodominanz miteinander verglichen werden müssen.

6. Risikodominanz

Die Grundidee der Risikodominanz besteht darin, ausgehend von der Hypothese, daß eine von zwei Sublösungen die Lösung ist, zu einer rational gebildeten Erwartung darüber zu kommen, welche von beiden Sublösungen eher als Lösung infrage kommt. Es ist dabei nicht ausgeschlossen, daß in Wirklichkeit keine der beiden Sublösungen die Lösung ist.

Um etwas Bestimmtes vor Augen zu haben, betrachten wir die Sublösungen (J,J,N) und (J,N,J) des gestutzten Markteintrittsspiels. Anhand dieses Beispiels soll der Begriff der Risikodominanz erläutert werden.

Ausgangspunkt der Überlegungen ist die Annahme, daß entweder (J,J,N) oder (J,N,J) die Lösung des gestutzten Markteintrittsspiels ist. Es besteht aber Unsicherheit darüber, welcher der beiden Gleichgewichtspunkte die Lösung ist. Für diese Situation wird eine a priori-Strategienkombination definiert, die als eine Theorie über das Verhalten eines naiven Spielers aufgefaßt werden kann.

Der naive Spieler geht davon aus, daß die anderen beiden Spieler bereits wissen, welcher der beiden Gleichgewichtspunkte die Lösung ist, und entsprechend handeln. Er glaubt, daß mit Wahrscheinlichkeit p die Sublösung (J,J,N) und mit Wahrscheinlichkeit 1-p die Sublösung (J,N,J) die Lösung des Spiels ist. Er wird eine reine Strategie wählen, die seine subjektive Auszahlungserwartung maximiert. Im allgemeinen wird nur eine der beiden Strategien J und N in diesem Sinne optimal sein. Es hängt von der Wahrscheinlichkeit p ab, welche der beiden reinen Strategien optimal ist.

Die subjektive Wahrscheinlichkeit p wird als eine Zufallsvariable angenommen, die über dem Interval $0 \leq p \leq 1$ gleichverteilt ist. Aus dieser Annahme ergibt sich eine Wahrscheinlichkeit p_i dafür, daß Spieler i, falls er sich in der oben geschilderten Weise naiv verhält, seine Strategie J wählt. Wir nennen p_i die a priori-Wahrscheinlichkeit des Spielers i für J. Die a priori-Wahrscheinlichkeit des Spielers i für N ist natürlich $1-p_i$.

Für einen naiven Spieler 1 ist J unabhängig von p die einzige optimale Strategie, da J in beiden Sublösungen seine Gleichgewichtsstrategie ist. Daraus ergibt sich

(9) $\quad p_1 = 1$

Wir bestimmen nun die a priori-Wahrscheinlichkeit p_2. Falls ein naiver Spieler 2 die Strategie J wählt, hat er die Auszahlungserwartung

(10) $\quad E_2 = p\, H_2(J,J,N) + (1-p) H_2(J,J,J)$

Das ist gleichbedeutend mit

(11) $\quad E_2 = p\,\frac{1}{9} + (1-p)\frac{1}{16} - F_2$

Wählt Spieler 2 die Strategie N, so hat er unabhängig von p die Auszahlungserwartung von Null. Die a priori-Wahrscheinlichkeit p_2 ist deshalb die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die rechte Seite von (11) positiv ist. Daraus ergibt sich

(12) $p_2 = \frac{16}{7}(1-9F_2)$

Man kann leicht nachprüfen, daß wegen (3), (4) und (5) die rechte Seite von (12) stets positiv und kleiner als 1 ist. Die a priori-Wahrscheinlichkeit p_3 kann in derselben Weise berechnet werden.

(13) $p_3 = \frac{16}{7}(1-9F_3)$

Wählt Spieler i seine reine Strategie J mit Wahrscheinlichkeit p_i und N mit Wahrscheinlichkeit $1-p_i$, so entspricht sein Verhalten einer gemischten Strategie q_i. Wir nennen diese gemischte Strategie q_i die a priori-Strategie des Spielers i. Die Strategienkombination

(14) $q = (q_1,q_2,q_3)$

ist die a priori-Strategienkombination für den Vergleich der Sublösungen (J,J,N) und (J,N,J).

Das Lösungskonzept verwendet eine von J.C. Harsanyi entwickelte Methode, die Spurprozedur, um von einer vorgegebenen a priori-Strategienkombination, die kein Gleichgewichtspunkt zu sein braucht, zu einem Gleichgewichtspunkt des Spiels zu gelangen [Harsanyi (1975)]. Die Spurprozedur braucht hier nicht im einzelnen geschildert zu werden, da für uns nur eine ihrer Eigenschaften von Bedeutung ist: Falls die beste Antwort auf die a priori-Strategienkombination ein starker Gleichgewichtspunkt ist, so ist dieser das Ergebnis der Anwendung der Spurprozedur. Unter einem starken

Gleichgewichtspunkt ist hierbei ein Gleichgewichtspunkt in reinen Strategien zu verstehen, der die Eigenschaft hat, daß die Gleichgewichtsstrategien einzige beste Antworten auf die Gleichgewichtsstrategien der anderen Spieler sind.

Wir sprechen davon, daß eine Sublösung eine andere risikodominiert, falls die Anwendung der Spurprozedur auf die zugehörige a priori-Strategienkombination zu dieser Sublösung führt. Es ist allerdings möglich, daß die Anwendung der Spurprozedur zu einem dritten Gleichgewichtspunkt führt. In diesem Falle besteht keine Risikodominanzbeziehung zwischen den beiden Sublösungen.

Es gehört zur Definition des Lösungskonzepts, daß eine Sublösung, die alle anderen Sublösungen risikodominiert, die Lösung des Spiels ist. Es braucht natürlich nicht immer eine derartige dominante Sublösung vorhanden zu sein. Es soll hier nicht näher erläutert werden, wie die Lösung für den Fall des nicht Vorhandenseins einer dominanten Sublösung zu bestimmen ist.

Im nächsten Abschnitt wird gezeigt werden, daß (J,J,N) sowohl (J,N,J) als auch (N,J,J) risikodominiert. (J,J,N) ist also dominante Sublösung und damit Lösung des gestutzten Markteintrittsspiels.

7. Lösung des gestutzten Markteintrittsspiels

Um zu zeigen, daß (J,J,N) die Lösung des gestutzten Markteintrittsspiels ist, muß nachgewiesen werden, daß die am Ende des letzten Abschnitts erwähnten Risikodominanzbeziehungen von (J,J,N) über (J,N,J) und (J,J,N) über (N,J,J) tatsächlich bestehen.

7.1 Risikodominanz von (J,J,N) über (J,N,J): Die a priori-Strategienkombination für diesen Fall ist bereits in Abschnitt 6 bestimmt worden. Wir werden nachweisen, daß für alle drei Spieler die Gleichgewichtsstrategien in (J,J,N) beste Antworten auf die a priori-Strategien der anderen Spieler sind. Damit wird gezeigt, daß die behauptete Risikodominanzbeziehung besteht. Wenn (J,J,N) beste Antwort auf die a priori-Strategienkombination ist, so ist (J,J,N) auch das Ergebnis der Anwendung der Spurprozedur auf die a priori-Strategienkombination. Das ergibt sich aus der im letzten Abschnitt erwähnten allgemeinen Eigenschaft der Spurprozedur.

Wir bestimmen zunächst die beste Antwort von Spieler 1 auf die a priori-Strategienkombination. Wählt Spieler 1 die Strategie J, so erhält er

$$(15)\quad H_1(J,q_2,q_3) = p_2p_3H_1(J,J,J)+p_2(1-p_3)H_1(J,J,N)+ \\ +(1-p_2)p_3H_1(J,N,J)+(1-p_2)(1-p_3) \\ H_1(J,N,N).$$

Hierbei wird die Auszahlungsfunktion H in der üblichen Weise auf gemischte Strategienkombination ausgedehnt. Außerdem gilt

$$(16)\quad H_1(N,q_2,q_3) = 0$$

Um zu zeigen, daß J einzige beste Antwort auf die a priori-Strategien q_2 und q_3 ist, genügt es also nachzuweisen, daß die rechte Seite von (15) positiv ist. Durch Einsetzen der Werte aus Tabelle 1 und der Ausdrücke für p_2 und p_3 aus (12) und (13) erhält man nach einigen Umformungen hierfür die folgende Bedingung:

$$(17)\quad \frac{17}{196} - F_1 - \frac{68}{49}(F_2+F_3) + \frac{1872}{49} F_2F_3 > 0$$

In dem durch (3), (4) und (5) abgegrenzten Bereich sind die partiellen Ableitungen von (17) nach F_2 und F_3 stets positiv. Daher gewinnt man die folgende hinreichende Bedingung für (17), indem man F_2 und F_3 durch F_1 ersetzt:

$$(18)\quad \frac{17}{196} - \frac{185}{49} F_1 + \frac{1872}{49} F_1^2 > 0$$

Die Ableitung der linken Seite von (18) nach F_1 ist in dem hier betrachteten Bereich für F_1 positiv. Setzt man für F_1 die untere Schranke $\frac{1}{16}$ ein, so erhält man auf der linken Seite von (18) den Wert Null. Daraus ergibt sich, daß die Bedingung (17) stets erfüllt ist. J ist also die einzige beste Antwort des Spielers 1 auf die a priori-Strategienkombination.

Wir untersuchen nun die beste Antwort des Spielers 2 auf die a priori-Strategien der anderen Spieler. Wählt Spieler 2 die Strategie J, so erhält er die Auszahlung

$$(19)\quad H_2(q_1,J,q_3) = p_3H_2(J,J,J)+(1-p_3)H_2(J,J,N)$$

Wählt er dagegen die Strategie N, so erhält er die Auszahlung Null. Durch Einsetzen der Werte aus Tabelle 1 und des Ausdrucks für p_3 aus (13) erhält man

$$(20)\quad H_2(q_1,J,q_3) = F_3 - F_2$$

Da die rechte Seite von (20) stets positiv ist, ergibt sich also J als einzige beste Antwort des Spielers 2 auf die a priori-Strategien der anderen Spieler.

Die Untersuchung der besten Antwort des Spielers 3 verläuft ganz ebenso wie im Fall des Spielers 2. Man erhält

(21) $H_3(q_1,q_2,J) = F_2 - F_3$

Da die rechte Seite von (21) stets negativ ist, ergibt sich N als einzige beste Antwort des Spielers 3 auf die a priori-Strategien der anderen Spieler.

Damit ist gezeigt, daß (J,J,N) beste Antwort auf die a priori-Strategienkombination (q_1,q_2,q_3) ist. (J,J,N) risikodominiert (J,N,J).

7.2 Risikodominanz von (J,J,N) über (N,J,J): Die zu diesem Fall gehörigen a priori-Wahrscheinlichkeiten p_1,p_2 und p_3 für die reine Strategie J ergeben sich ganz in derselben Weise wie für den bereits behandelten Risikodominanzvergleich. Man erhält

(22) $p_1 = \frac{16}{7}(1-9F_1)$

(23) $p_2 = 1$

(24) $p_3 = \frac{16}{7}(1-9F_3)$

Es soll gezeigt werden, daß (J,J,N) einzige beste Antwort auf die zu diesen a priori-Wahrscheinlichkeiten gehörige a priori-Strategienkombination (q_1,q_2,q_3) ist. Wir beginnen mit der Untersuchung der besten Antwort des Spielers 1. Analog zur Herleitung von (20) ergibt sich

$$(25) \qquad H_1(J,q_2,q_3) = F_3 - F_1$$

Da die rechte Seite von (25) stets positiv ist, ist J einzige beste Antwort des Spielers 1 auf die a priori-Strategien q_2 und q_3.

Hinsichtlich des Spielers 2 ergibt sich hier eine ähnliche Situation wie für den Spieler 1 im Risikodominanzvergleich des Abschnitts 7.1. Ähnlich wie dort gelangt man hier leicht zu der Schlußfolgerung, daß J die einzige beste Antwort des Spielers 2 ist, falls die folgende Bedingung erfüllt ist:

$$(26) \qquad \frac{17}{196} - F_2 - \frac{68}{49}(F_1+F_3) + \frac{1872}{49}F_1F_3 > 0$$

Die partielle Ableitung der linken Seite von (26) nach F_3 ist in dem betrachteten Bereich stets positiv. Daher gewinnt man durch Ersetzen von F_3 durch F_2 die folgende hinreichende Bedingung dafür, daß die linke Seite von (26) positiv ist:

$$(27) \qquad \frac{17}{196} - F_2 - \frac{68}{49}(F_1+F_2) + \frac{1872}{49}F_1F_2 > 0$$

Die Ableitung der linken Seite von (27) nach F_2 ist im betracheten Bereich stets positiv. Daher ist auch

$$(28) \qquad \frac{17}{196} - \frac{185}{49}F_1 + \frac{1872}{49}F_1^2 > 0$$

hinreichend dafür, daß die linke Seite von (26) positiv ist. Das ist im betrachteten Bereich stets der Fall, weil sich für $F_1 = \frac{1}{16}$ links Null ergibt und die Ableitung der linken Seite nach F_1 im betrachteten Bereich stets positiv ist. Damit ist gezeigt, daß J einzige beste Antwort des Spielers 2 auf die a priori-Strategienkombination ist.

Hinsichtlich des Spielers 3 liegt im wesentlichen dieselbe Situation vor wie bezüglich des Spielers 1. Es gilt

(29) $$H_3(q_1,q_2,J) = F_1-F_3$$

Da die rechte Seite von (29) stets negativ ist, ergibt sich N als einzige beste Antwort des Spielers 3 auf die a priori-Strategien der anderen Spieler.

Damit ist die behauptete Risikodominanz von (J,J,N) über (N,J,J) nachgewiesen. (J,J,N) ist die Lösung des gestutzten Markteintrittsspiels.

8. Abschließende Bemerkungen

Wie bereits ausgeführt wurde, setzt sich die Lösung des Markteintrittsspiels aus der Lösung des gestutzten Markteintrittsspiels und den Lösungen der Teilspiele der Angebotsstufe zusammen. Wir haben das folgende Ergebnis abgeleitet:

Lösungsverhalten auf der Markteintrittsstufe: Die Spieler 1 und 2 wählen J, Spieler 3 wählt N.

Lösungsverhalten auf der Angebotsstufe: In jedem der Teilspiele wählt jeder Spieler $i \varepsilon M$ sein der Situation angemessenes Cournot-Angebot.

Die Lösungspartie erreicht natürlich nur das auf (J,J,N) folgende Teilspiel. Die Lösung als Kombination vollständiger Verhaltenspläne muß jedoch auch für die von der Lösungspartie nicht erreichten Teilspiele eindeutige Verhaltensvorschriften angeben.

Die Lösung des Spiels entspricht dem, was intuitiv zu erwarten war: Die Unternehmungen mit den niedrigeren Fixkosten treten in den Markt ein, und die Unternehmung mit den höchsten Fixkosten verbleibt außerhalb des Marktes.

Es ist interessant, daß für die Lösung der untersuchten Beispielssituation die Spurprozedur nicht verfolgt zu werden brauchte. Die Risikodominanzvergleiche ergaben sich daraus, daß in beiden Fällen (J,J,N) die einzige beste Antwort auf die a priori-Strategienkombination ist. Jede andere Methode, einer a priori-Strategienkombination einen Gleichgewichtspunkt zuzuordnen, würde zu demselben Ergebnis führen, solange nur die Bedingung erfüllt ist, daß ein Gleichgewichtspunkt,der einzige beste Antwort auf eine a priori-Strategienkombination ist, dieser zugeordnet wird. Deshalb kann in dem erzielten Ergebnis eine Bestätigung für die Vernünftigkeit des Ansatzes gesehen werden, der der Definition der a priori-Wahrscheinlichkeiten zugrundeliegt,nicht aber ein Beleg für die Angemessenheit der Verwendung der Spurprozedur.

Ein Beispiel, in dem die Eigenschaften der Spurprozedur stärker zur Bestimmung der Lösung herangezogen werden müssen, findet man in [Selten - Güth(1977)].

Literatur:

Harsanyi, J.C.: The Tracing Procedure: A Bayesian Approach to Defining a Solution for n-Person Noncooperative Games, International Journal of Game Theory 4, 1975, 61-94

,————————, A Solution Concept for n-Person Noncooperative Games, International Journal of Game Theory 5, 1976, 211-225

Selten,R. u.W.Güth: Macht Einigkeit stark ? - Spieltheoretische Analyse einer Verhandlungssituation, Arbeiten aus dem Institut für Mathematische Wirtschaftsforschung, Nr. 58 (1977), Universität Bielefeld