

Universität Bielefeld/IMW

Working Papers  
Institute of Mathematical Economics

Arbeiten aus dem  
Institut für Mathematische Wirtschaftsforschung

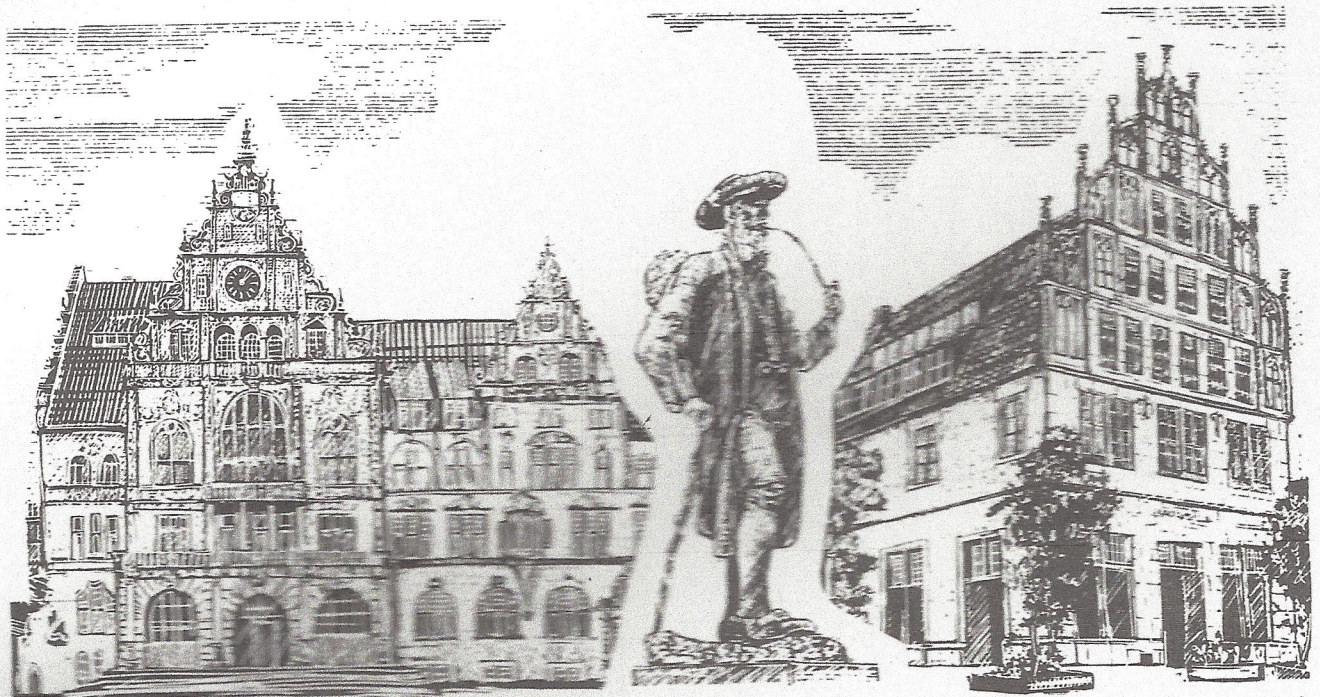
Nr. 36

Klaus Binder

PORTFOLIO SELECTION

Empirische Untersuchung für die  
Bundesrepublik Deutschland

August 1975



H. G. Bergenthal

Institut für Mathematische Wirtschaftsforschung  
an der

Universität Bielefeld

Adresse / Address:

Universitätsstraße

4800 Bielefeld 1

Bundesrepublik Deutschland

Federal Republic of Germany

Portfolio Selection  
Empirische Untersuchung für die  
Bundesrepublik Deutschland

E i n l e i t u n g

A) Das Markowitz-Modell

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit dem Markowitz-Modell, einem Modell, das zur Auswahl von optimalen Wertpapieren aus den am Wertpapiermarkt angebotenen Wertpapieren dienen soll. Die Gesamtheit der ausgesuchten Wertpapiere, in die Kapital investiert werden soll, wird als Portfolio oder Wertpapiermappe definiert. Das Markowitz-Modell, das in dem Buch "Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments" von Professor Markowitz dargestellt ist, benutzt als Entscheidungskriterien die Erwartungswerte, Varianzen und Kovarianzen der Erwartungswerte der angebotenen Wertpapiere. Das Ziel ist, zu jedem gegebenen Erwartungswert die Wertpapiermappe mit der kleinsten Varianz der Erwartungswerte auszuwählen.

B) Empirische Untersuchung des Markowitz-Modells

Terje Hansen von der "Norwegian School of Economics, Bergen" untersuchte die Aussagekraft und die praktische Anwendbarkeit des Modells empirisch anhand eines Quartal-Modells mit 30 Wertpapieren der Vereinigten Staaten von Amerika. In dieser Arbeit wurden 3.600 Investoren entsprechend ihrer Investitionspolitik simuliert. Ausgehend von den Portfolios der Investoren wurden sogenannte Modell-Portfolios, im Sinne des Markowitz-Modells, im vierteljährlichen Abstand berechnet. Die Modell-Portfolios hatten höhere Erwartungswerte und niedrigere Varianzen als die Investor-Portfolios. Ein Vergleich der realisierten Renditen zwischen beiden Portfolioarten ergab, daß in 3.546 der 3.600 Fällen die Modell-Portfolios besser waren als die

Investor-Portfolios. Zur Errechnung der Erwartungswerte wurden die Börsen-Kurse und Dividenden der jeweils vorhergehenden 24 Quartale benutzt.

Nach diesem Ergebnis liegt der Schluß nahe, daß sich die vergangenen Kursbewegungen von Aktien gut für ein Prognose-Modell eignen.

C) Ziel der vorliegenden Arbeit

Die vorliegende empirische Untersuchung für die BRD, für die Zeit vom 4.1.1957 bis 30.12.1970 mit 43 Wertpapieren, soll den Schluß der historischen Aussagefähigkeit von Aktienkursen für ein Prognose-Modell ähnlich wie unter B) bestätigen oder in Frage stellen. Das Programm für die Varianzminimierung für einen Elektronen-Rechner wurde mir freundlicherweise von Terje Hansen zur Verfügung gestellt.

### A) Das Markowitz-Modell

Markowitz verwendet in seinem Modell keine explizite Nutzenfunktion, sondern macht bezüglich einer solchen Funktion  $U(E,V)$  nur zwei Annahmen:

I)  $\frac{\partial U}{\partial E} > 0$  d.h. ein größerer Erwartungswert wird einem kleineren vorgezogen, ceteris paribus

II)  $\frac{\partial U}{\partial V} < 0$  d.h. ein kleineres Risiko, gemessen an der Varianz, wird einem größeren vorgezogen, ceteris paribus

Aufgabe des Modells ist nun, zu jedem vorgegebenen Erwartungswert  $E^*$  die Wertpapiermappe zu bestimmen, die die kleinste Varianz  $V$  von denen hat, die den vorgegebenen Erwartungswert  $E^*$  erfüllen.

#### Mathematische Formulierung:

Minimierung von  $V$  unter den Nebenbedingungen  $E^*$  und  $(t_1, \dots, t_n)$ :

$$V = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n C_{ij} t_i t_j$$

Bedingungen:

$$\sum_{i=1}^n t_i E_i = E^*$$

$$\sum_{i=1}^n t_i \leq 1$$

$$t_i \geq 0 \quad \wedge_i$$

Lösung: durch quadratisches Programmieren oder durch die Kritische-Weg-Methode (siehe ((III)) ).

Ergebnis: Vektor  $t=(t_1, \dots, t_n)$ , der die Wertpapiermappe mit der kleinsten Varianz für den vorgegebenen Erwartungswert bestimmt.

Eine Portfolio-Analyse nach dem Markowitz-Modell kann man sich in vier Schritten vorstellen ((III)):

- 1) Trenne die effizienten Portfolios von den nicht effizienten Portfolios mit Hilfe der Varianz-Minimierung unter den gegebenen Nebenbedingungen.
- 2) Stelle die Kombinationen zwischen erwarteten Erträgen und Unsicherheit (Varianzen) der effizienten Portfolios dar.
- 3) Der Investor wählt die Kombination von erwartetem Ertrag und Unsicherheit, die er für die günstigste hält.
- 4) Bestimme das Portfolio mit der in 3) gewählten Kombination.

**B) Empirische Untersuchung für die BRD für die Zeit vom 4. Januar, 1957 bis 30. Dezember, 1970**

a) Die Untersuchung

Die empirische Untersuchung für den angegebenen Zeitraum soll einen Vergleich zwischen simulierten Portfolios von 4.800 Anlegern und Modell-Portfolios erstellen. Die simulierten Portfolios werden entsprechend bestimmter Anlagepolitiken mit Hilfe von Zufallszahlen bestimmt. Die Modell-Portfolios werden, von den simulierten Portfolios ausgehend, nach dem Markowitz-Modell ausgewählt. Diese Auswahl soll vierteljährlich wiederholt werden.

b) Annahmen und Schreibweisen

Realisierte Rendite des i-ten Wertpapiers im Quartal t :

$$r_{i,t} = \frac{\text{Schlußkurs}(i,t) - \text{Schlußkurs}(i,t-1) + \text{Dividende}(i,t)}{\text{Schlußkurs}(i,t-1)}$$

Bei der Berechnung der realisierten Renditen werden weder Kapitalerhöhungen der einzelnen Aktiengesellschaften und die daraus resultierenden Gewinne aus dem Verkauf der Bezugsrechte berücksichtigt, noch eine Kapitalertragsteuer von den Renditen abgezogen. Ich glaube, daß diese beiden nicht berücksichtigten Größen die angestrebte Aussage, wie sie in a) formuliert ist, nicht wesentlich beeinflussen, da eine relative Aussage als Ergebnis erwartet wird. Sowohl die Modell-Portfolios als auch die Investor-Portfolios werden in dieser Hinsicht gleich behandelt. Unter diesem Gesichtspunkt sind die Renditen zu verstehen, die in den später angeführten Tabellen stehen.

Erwartete Rendite des i-ten Wertpapiers für das Quartal t :

$$E_{i,t} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n r_{i,t-k}$$

Für die Berechnung der erwarteten Renditen werden die realisierten Renditen von n Vorperioden benutzt. Das daraus errechnete arithmetische Mittel dient als Erwartungswert der Renditen für das Quartal t. Man unterstellt damit, daß das vergangene Kursverhalten eines Wertpapiers gute Prognosefähigkeiten besitzt.

Kovarianz-Matrix der Renditen der Wertpapiere für das Quartal t :

$$C_t = \parallel c_{i,j} \parallel_t$$

$c_{i,j}$  : Kovarianz zwischen Wertpapier i und j am Anfang der Periode t

$c_{i,i}$  : Varianz des i-ten Wertpapiers am Anfang der Periode

Die Varianz (und Kovarianz) ist ein Maß der Streuung der realisierten Renditen der n Vorperioden um die für das Quartal t erwarteten Renditen:

$$c_{i,j} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (r_{i,t-k} - E_{i,t})(r_{j,t-k} - E_{j,t})$$

Portfolio im Quartal t :

$$x_t = (x_1, \dots, x_m)$$

$$\begin{aligned} x_i &\geq 0 \quad \text{für alle } i \\ \sum x_i &\leq 1 \quad \text{für alle } i \end{aligned}$$

$x_t$  ist ein Vektor, der die prozentualen Anteile der m Wertpapiere am Portfolio angibt. Ist das i-te Wertpapier nicht im Portfolio vertreten, dann gilt  $x_i = 0$ .

Realisierte Rendite eines Portfolio im Quartal t :

$$R_t = \sum_{i=1}^m x_{i,t} r_{i,t}$$

Erwartete Rendite eines Portfolios im Quartal t :

$$E_t = \sum_{i=1}^m x_{i,t} E_{i,t}$$

Varianz der erwarteten Rendite eines Portfolio im Quartal t :

$$V_t = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m x_{i,t} x_{j,t} c_{i,j,t}$$

c) Darstellung der Untersuchungsmethode

cl) Anzahl der Wertpapiere und der Untersuchungsperioden

Die Untersuchung bezieht 43 Wertpapiere, die an der Berliner Börse gehandelt werden, ein. Sie wurden in der Weise ausgewählt, daß alle Industriezweige angemessen vertreten sind. Dies ist natürlich ein subjektives Kriterium, das angenommen wurde, um die Wertpapieranzahl zu begrenzen. Die 43 Wertpapiere sind namentlich in d) aufgeführt.

Die Kurse und Dividenden zur Bestimmung der Renditen wurden den Börsenbriefen der Berliner Bank vierteljährlich vom 4.1.1957 bis 30.12.1970 entnommen. War eine Kursfeststellung zum genauen Quartalsende nicht möglich, so wurde der nächstliegende Berichtstag herangezogen.

Insgesamt wurden vom 4.1.1957 bis 30.12.1970 56 Perioden (Quartale) während der Untersuchung betrachtet.



Um die Erwartungswerte der Wertpapierrenditen für die Periode  $t$  zu berechnen, werden jeweils 20 Vorperioden, vom betrachteten Zeitpunkt aus, benutzt. Somit werden die letzten 36 Perioden im obigen Zeitraum empirisch untersucht.

Die Wahl der Anzahl der Vorperioden kann durchaus von entscheidender Wichtigkeit sein, wenn man von der Annahme ausgeht, daß entsprechend der Konjunkturentwicklung die Wertpapiere in ihrer Gesamtheit sich ähnlich auf und ab bewegen. Es ist dann naheliegend, die Spanne eines Konjunkturzyklus als Vorperioden zu nehmen, da zum Ende der Konjunkturspanne der Wertpapiermarkt sich in der gleichen Ausgangslage des Fallens oder Steigens befindet wie zum Anfang der Konjunkturspanne. Die Zeit zwischen beiden Punkten ermöglicht eine gute Beschreibung der Fluktuation der betrachteten Wertpapiere.

#### c2) Simulation von Portfolios der Investoren ((V))

Festzulegen ist noch, auf welche Weise die von den Investoren gehaltenen Portfolios entsprechend den jeweiligen Anlagepolitiken simuliert werden sollen.

Es sollen folgende vier Kriterien eine bestimmte Anlagepolitik festlegen:

- 1) Häufigkeit, mit der ein Anleger (Investor) sein Portfolio revidiert:
  - i) keine Revision des Portfolio über die gesamte Testzeit
  - ii) 3 Revisionen, je eine in den Perioden 11,21,31
- 2) Anzahl der verschiedenen Wertpapiere, die ein Investor über die gesamte Testzeit hat:
  - 1)  $k = 2$  verschiedene Wertpapiere
  - ii)  $k = 5$  " "

iii)  $k = 10$  verschiedene Wertpapiere

iiii)  $k = 20$  " "

Zufallszahlen sollen bestimmen, welche Wertpapiere ausgewählt werden.

3) Anteil des Portfolio, der in risikolose Zinspapiere investiert wird:

i)  $B = 0.0$

ii)  $B = 0.1$

iii)  $B = 0.5$

Ein einmal gewählter Anteil wird über die gesamte Testzeit beibehalten.

4) Anteil des Portfolio, der in die  $k$  Wertpapiere investiert wird:

i) der gleiche Anteil wird in jedes der  $k$  Wertpapiere investiert:

$$x_i = (1 - B) / k$$

ii) ein zufälliger Anteil wird in jedes der  $k$  Wertpapiere investiert:

$$x_i = (1 - B) z_i \quad \text{mit} \quad \sum_{0 \leq z_i \leq 1} z_i = 1$$

$z_i$ : Zufallszahl, die zum  $i$ -ten Wertpapier gehört

Eine einmal gewählte Anteilsart wird über die gesamte Testzeit beibehalten.

Permutiert man alle oben angegebenen Möglichkeiten, so erhält man 48 verschiedene Anlagepolitiken.

Wird jede Anlagepolitik von jeweils 100 Investoren verfolgt, so hat man insgesamt 4.800 Investoren zu beachten.

Für die Investoren, die ihre Portfolios revidieren, muß man je 4 verschiedene Portfolios simulieren.

An zwei Beispielen soll die Simulierung von Portfolios gezeigt werden:

1) Gesucht sei das Portfolio für folgende Anlagepolitik:

keine Revision,  $k = 5$ ,  $B = 0.1$ , zufälliger Anteil

i) da keine Revision verlangt ist, muß nur ein Portfolio berechnet werden

ii) Erzeugung von einmal 5 Integer-Zufallszahlen, um zu bestimmen, welche 5 Wertpapiere im Portfolio enthalten sein sollen:

$$I = (4, 9, 11, 30, 37)$$

Die Wertpapiere 4, 9, 11, 30, 37 kommen in das Portfolio

iii) Erzeugung von einmal 5 Real-Zufallszahlen,  $0 \leq z_i \leq 1$ ,  $\sum z_i = 1$ , zur Bestimmung der Portfolioanteile  $x_i$ :

$$z = (0.1, 0.4, 0.2, 0.1, 0.2)$$

$$x_i = (1 - B) z_i$$

$$x_4 = 0.09 ; x_9 = 0.36 ; x_{11} = 0.18 ; x_{30} = 0.09$$

$$x_{37} = 0.18$$

Für 100 Investoren muß man 100 mal Zufallszahlen erzeugen und die entsprechenden  $x_i$  ausrechnen.

2) Gesucht sei das Portfolio für folgende Anlagepolitik:

Revision,  $k = 2$ ,  $B = 0.0$ , gleiche Anteile  $x_i$

i) da Revision verlangt ist, müssen vier Portfolios berechnet werden

ii) Erzeugung von viermal 2 Integer-Zufallszahlen, um zu bestimmen, welche 2 Wertpapiere im jeweiligen Portfolio enthalten sein sollen:

$$I_1 = (2, 11) ; I_2 = (4, 33) ; I_3 = (1, 43) ; I_4 = (22, 23)$$

iii) Berechnung der Portfolioanteile  $x_i$ :

$$x_1 = (1 - B) / k = \frac{1 - 0}{2} = 0.5$$

- |   |                |
|---|----------------|
| 1. Portfolio für die Perioden 1 bis 10: | $x_2 = 0.5$    |
|   | $x_{11} = 0.5$ |
| 2. Portfolio für " " 11 bis 20:         | $x_4 = 0.5$    |
|   | $x_{33} = 0.5$ |
| 3. Portfolio für " " 21 bis 30:         | $x_1 = 0.5$    |
|   | $x_{43} = 0.5$ |
| 4. Portfolio für " " 31 bis 36:         | $x_{22} = 0.5$ |
|   | $x_{23} = 0.5$ |

Für 100 Investoren muß man dieses Verfahren 100 mal wiederholen und die entsprechenden  $x_i$  ausrechnen.

Ein Sonderfall der Anlagepolitik soll ebenfalls ausgeführt werden, der einen gewissen Aufschluß über das Verhalten aller untersuchten Wertpapiere geben kann:

Anlagepolitik:

keine Revision,  $k = 43$ ,  $B = 0.0$ , gleiche Anteile  $x_1$

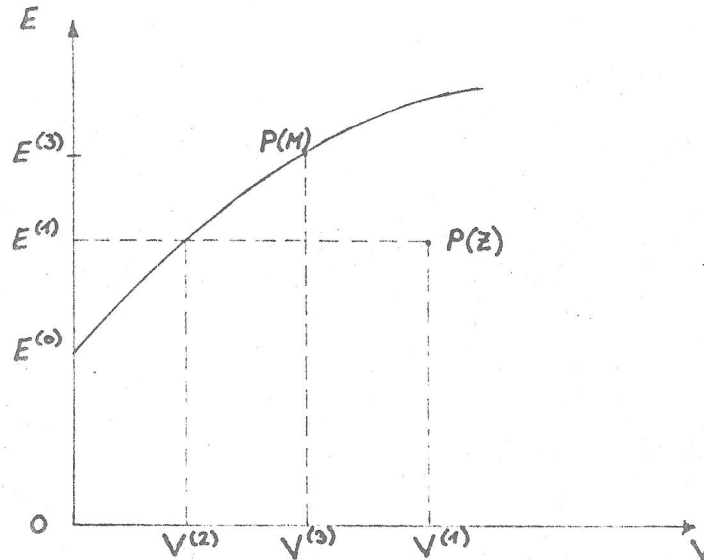
Das gesamte Investitionskapital wird zu gleichen Anteilen in alle betrachteten Wertpapiere investiert.

Da diese Politik einer Index-Betrachtung sehr ähnlich ist, sollen die so simulierten Portfolios den Namen Portfolio(Index) erhalten.

c3) Auswahl eines Portfolio nach dem Markowitz-Modell

Das auf die obige Weise simulierte Portfolio ist der Ausgangspunkt für die Auswahl eines Modell-Portfolio.

Die Funktion im EV-Plan ist die effiziente Reihe:



$P(Z)$  : simuliertes Portfolio oder Portfolio(Zufall)

$P(M)$  : Modell-Portfolio oder Portfolio(Modell)

Die effiziente Reihe schneidet die Ordinate im Punkt  $(0, E^{(0)})$ , da risikolose Zinspapiere angeboten werden.

Für das Portfolio(Zufall) lassen sich die erwartete Rendite  $E^{(1)}$  und die Varianz  $V^{(1)}$  berechnen.

Zu  $E^{(1)}$  existiert ein Punkt auf der effizienten Reihe mit  $V^{(2)}$ .

Aus  $V^{(1)}$  und  $V^{(2)}$  soll  $V^{(3)}$  folgendermaßen bestimmt werden:

$$V^{(3)} = \frac{V^{(1)} + V^{(2)}}{2}$$

Zu diesem  $V^{(3)}$  bestimmt man das Portfolio(Modell)  $P(M)$ , das auf der effizienten Reihe liegt.

Dieses Modell-Portfolio hat eine kleinere Varianz und einen größeren Erwartungswert als das simulierte Portfolio  $P(Z)$ !

c4) Technischer Ablauf der Untersuchung während der  
Testzeit

Die erste Untersuchungsperiode ist die 21. der 56 Perioden. Die ersten 20 Perioden werden zur Berechnung der Erwartungswerte und der Varianzen herangezogen.

In dieser ersten Periode werden je 100 Portfolios für die 48 Anlagepolitiken simuliert.

Jedes dieser insgesamt 4.800 Portfolios dient als Ausgangspunkt für die Auswahl eines Modell-Portfolios, so daß den 4.800 simulierten Portfolios 4.800 Modell-Portfolios gegenüberstehen.

In der nächsten Untersuchungsperiode, der 22. Periode, werden die 2. bis 21. Perioden als Vorperioden zur Berechnung der Erwartungswerte und Varianzen benutzt.

Die in der ersten Periode simulierten Portfolios werden in dieser Periode zur Auswahl der Modell-Portfolios herangezogen.

Ist keine Revision der simulierten Portfolios verlangt, so wird das eben geschilderte Verfahren bis zur letzten Periode beibehalten.

Ist Revision verlangt, dann werden jeweils in der 11., 21., und 31. Periode pro Anlagepolitik 100 neue Portfolios simuliert, die dann für den entsprechenden Zeitraum zur Auswahl der Modell-Portfolios dienen.

In jedem Quartal wird für jedes der 4.800 Modell-Portfolios und der 4.800 simulierten Portfolios die realisierte Rendite berechnet.

c5) Vergleich zwischen den Modell-Portfolios und den simulierten Portfolios

Aus je 4 Quartalsrenditen berechnet man die 9 Jahresrenditen (36 Quartale) und aus diesen 9 Jahresrenditen die durchschnittliche Jahresrendite pro Portfolio. Durchschnittliche Renditen werden mit dem arithmetischen Mittel berechnet.

Für jede Anlagepolitik stellt man nun die Renditen der 100 Modell-Portfolios den Renditen der 100 simulierten Portfolios gegenüber und beobachtet, in welchem Umfang die Modell-Portfolios besser als die simulierten Portfolios sind.

Die Ergebnisse sind den nachfolgenden Tabellen zu entnehmen.

d) Wertpapiere und Ergebnis-Tabellen

In der folgenden Tabelle sind alle Wertpapiere, die während der Testzeit betrachtet wurden, namentlich aufgeführt:

- 1 AEG
- 2 BASF
- 3 BMW
- 4 Berliner Kindl
- 5 Berliner Maschinen
- 6 Beton und Monier
- 7 Conti Gummi
- 8 Daimler Benz
- 9 DEMAG
- 10 Dt. Conti Gas
- 11 DLW
- 12 DE TE WE
- 13 El. Licht u. Kraft
- 14 Bayer
- 15 Hoechst
- 16 Gelsenberg
- 17 Hoesch
- 18 Holzmann
- 19 Kaufhof
- 20 Klöckner
- 21 Mannesmann
- 22 Metallgesellschaft
- 23 Rheinstahl
- 24 RWE (Stamm)
- 25 Rheinmetall
- 26 Rütgerswerke
- 27 Salzdetfurth
- 28 Schering
- 29 Schultheiss
- 30 Siemens



- 31 Thyssen-Hütte
- 32 Wintershall
- 33 Zeiss Ikon
- 34 Zellstoff Waldhof
- 35 Commerzbank
- 36 Dt. Bank AG
- 37 Industriekreditbank
- 38 Dresdner Bank
- 39 PREUSSAG
- 40 VW
- 41 Kali-Chemie
- 42 Karstadt
- 43 Audi-NSU

- 
- 44 Festverzinsliche Wertpapiere oder sogenannte risikolose Zinspapiere, für die ein durchschnittlicher Quartalszinssatz von 1.25 % angenommen wurde.

Tabelle Nr. 1

Vergleich zwischen Portfolio (Modell) und Portfolio (Zufall)  
 Investitionspolitik für Portfolio (Zufall): Keine Revision, gleicher Anteil des Investitionskapitals  
 für jedes Wertpapier

Typ Nr.	Anzahl der Wert- papiere	Bank- anteil	Portfolio (Zufall)			Portfolio (Modell)			Anzahl der je 100 Portfolios, für die jährl. Rendite (Modell) größer als Rendite (Zufall)
			min. jährl. Rendite	max. jährl. Rendite	durchschn. jährl. Rendite	min. jährl. Rendite	max. jährl. Rendite	durchschn. jährl. Rendite	
1	2	0	-5.0	14.8	3.3	-1.5	5.8	2.7	50
2	2	10	-3.0	14.1	4.1	-1.0	6.5	2.8	40
3	2	50	-0.2	7.6	3.2	0.6	5.5	3.4	59
4	5	0	-2.4	8.3	3.6	0.8	5.4	2.7	36
5	5	10	-0.8	8.1	3.5	0.8	5.0	2.4	27
6	5	50	1.5	7.6	4.1	1.5	4.9	3.9	42
7	10	0	-1.2	8.6	3.2	1.3	4.4	2.4	27
8	10	10	0.2	8.0	3.1	0.9	4.4	2.3	25
9	10	50	2.0	5.8	3.8	3.0	4.9	4.0	63
10	20	0	1.3	6.0	3.2	1.5	3.2	2.3	15
11	20	10	1.6	5.4	3.2	1.4	3.4	2.2	6
12	20	50	2.8	4.9	3.9	3.5	4.5	4.1	66

Tabelle Nr. 2

Vergleich zwischen Portfolio (Modell) und Portfolio (Zufall)  
 Investitionspolitik für Portfolio (Zufall): Keine Revision, zufälliger Anteil des Investitionskapitals  
 für jedes Wertpapier

Typ	Anzahl der Wertpapiere	Bank-anteil	Portfolio (Zufall)				Portfolio (Modell)				Anzahl der je 100 Portfolios, für die jährl. Rendite (Mod) größer als Rendite (Zufall)
			min. jährl. Rendite	max. jährl. Rendite	durchschn. jährl. Rendite	min. jährl. Rendite	max. jährl. Rendite	durchschn. jährl. Rendite			
13	2	0	-6.5	15.6	3.6	0.7	7.7	3.2			51
14	2	10	-5.5	10.6	2.7	0.0	6.2	2.8			52
15	2	50	-0.8	9.3	4.3	-0.5	5.8	3.6			31
16	5	0	-3.5	9.4	3.4	0.6	5.3	2.6			40
17	5	10	-2.8	8.5	2.7	-0.6	6.3	2.5			47
18	5	50	0.7	8.3	3.9	1.2	5.0	3.8			46
19	10	0	-0.6	7.4	3.4	0.9	4.5	2.5			22
20	10	10	-1.4	8.2	3.2	1.1	4.8	2.5			37
21	10	50	1.7	6.1	3.9	1.4	4.8	4.0			54
22	20	0	0.3	6.8	3.1	1.6	3.3	2.3			23
23	20	10	1.2	5.6	3.2	1.4	3.7	2.2			14
24	20	50	2.3	5.8	3.9	3.6	4.8	4.1			66

Tabelle Nr. 3

Vergleich zwischen Portfolio (Modell) und Portfolio (Zufall)  
 Investitionspolitik für Portfolio (Zufall): Revision, gleicher Anteil des Investitionskapitals  
für jedes Wertpapier

Typ Nr.	Anzahl der Wertpapiere	Bank- anteil	Portfolio (Zufall)			Portfolio (Modell)			Anzahl der je 100 Portfolios, für die jährl. Rendite (Modell) größer als Rendite (Zufall)
			min. jährl. Rendite	max. jährl. Rendite	durchschn. jährl. Rendite	min. jährl. Rendite	max. jährl. Rendite	durchschn. jährl. Rendite	
25	2	0	-5.7	12.5	2.8	-1.0	6.3	2.8	49
26	2	10	-7.1	14.2	2.8	-0.2	5.5	2.5	49
27	2	50	-2.1	9.2	4.0	1.2	5.5	3.7	42
28	5	0	-6.5	13.0	3.4	0.7	4.2	2.4	39
29	5	10	-2.7	9.1	3.2	0.7	4.9	2.4	36
30	5	50	1.1	7.3	3.8	2.3	5.2	3.9	59
31	10	0	-0.6	6.8	3.0	0.9	3.7	2.2	25
32	10	10	-1.6	7.1	3.4	0.9	4.2	2.3	28
33	10	50	1.7	5.6	3.8	2.8	4.7	4.0	62
34	20	0	0.8	6.1	3.4	1.5	2.9	2.3	20
35	20	10	1.0	5.2	3.2	1.2	3.5	2.2	16
36	20	50	2.6	5.5	3.8	3.5	4.7	4.1	70

Tabelle Nr. 4

Vergleich zwischen Portfolio (Modell) und Portfolio (Zufall)

Investitionspolitik für Portfolio (Zufall): Revision, zufälliger Anteil des Investitionskapitals für jedes Wertpapier

Typ Nr.	Anzahl der Wertpapiere	Bank- anteil	Portfolio (Zufall)			Portfolio (Modell)			Anzahl der je 100 Portfolios, für die jährl. Rendite (Modell) größer als Rendite (Zufall)
			min. jährl. Rendite	max. jährl. Rendite	durchschn. jährl. Rendite	min. jährl. Rendite	max. jährl. Rendite	durchschn. jährl. Rendite	
37	2	0	-7.9	14.8	2.9	-1.5	6.6	3.2	54
38	2	10	-5.2	17.3	3.5	-2.5	6.5	2.8	46
39	2	50	-1.6	9.2	3.9	0.2	6.2	3.6	43
40	5	0	-4.3	10.0	2.7	0.4	4.3	2.7	53
41	5	10	-5.9	9.8	3.6	-0.4	6.4	2.5	30
42	5	50	0.5	8.2	3.8	1.5	5.5	3.8	57
43	10	0	-2.5	7.9	3.0	0.5	4.3	2.4	45
44	10	10	-2.2	8.4	3.2	0.7	4.0	2.3	40
45	10	50	1.6	6.1	3.9	2.6	4.8	3.9	50
46	20	0	0.4	5.8	3.1	1.2	3.5	2.3	28
47	20	10	0.3	6.0	3.2	1.3	3.8	2.3	23
48	20	50	2.5	5.7	4.0	3.3	4.7	4.1	53

Tabelle Nr. 5a

Vergleich zwischen Portfolio(Modell) und Portfolio(Index)

Investitionspolitik für Portfolio(Index):

Keine Revision, gleicher Anteil des Investitionskapitals  
in alle 43 Wertpapiere

In 19 der 36 Quartale war die Rendite(Modell) kleiner  
als die Rendite(Index).

	<u>jährl. Rendite(Modell)</u>	<u>jährl. Rendite(Index)</u>
	<u>%</u>	<u>%</u>
1. Jahr	-24,4	-22,7
2. "	- 0,2	14,2
3. "	- 1,3	7,0
4. "	- 8,1	-19,2
5.	13,0	-14,6
6. "	17,3	50,3
7. "	12,9	16,0
8. "	20,5	20,0
9. "	-10,6	-22,3
durchschn. Rendite	2,1	3,2

e) Untersuchungsergebnis und Kritikpunkte

Die Ergebnisse der empirischen Untersuchung in den Tabellen 1 bis 4 legen die Aussage nahe, daß es sich nicht lohnt, auf die hier angewandte Weise Portfolios mit Hilfe des Modells auszuwählen.

Man handelt mindestens ebenso gut, wenn man das Investitionskapital auf genügend viele Wertpapiere verteilt.

Somit kann das von Professor Hansen erzielte Ergebnis für die Vereinigten Staaten von Amerika, das eine Auswahl der Portfolios anhand des Modells nahelegt, für die BRD mit dieser Untersuchung nicht bestätigt werden.

In der empirischen Arbeit von Professor Hansen wie auch in der vorliegenden Arbeit wurden die Erwartungswerte der einzelnen Wertpapiere als einfache arithmetische Mittel der realisierten Renditen von N Vorperioden berechnet. Aus diesen Erwartungswerten wurden die Kovarianz-Matrizen und die effizienten Reihen der einzelnen Perioden berechnet.

Da die effizienten Reihen die eigentlichen Entscheidungskriterien des Modells sind, sollten sie möglichst genau prognostiziert werden. Die Güte der Berechnung hängt somit im hohen Maß davon ab, wie genau die Erwartungswerte die tatsächlichen Renditen vorhersagen.

Deshalb berechnete ich den Korrelationskoeffizient zwischen den Erwartungswerten und den tatsächlichen Renditen der Eck-Portfolios der effizienten Reihen.

Da in 18 der 36 effizienten Reihen nur je vier und weniger Eckportfolios enthalten waren, wäre ein durchschnittlicher Korrelationskoeffizient nicht sehr aussagekräftig. Deshalb wurden sowohl die Erwartungswerte wie auch die tatsächlichen Renditen periodenweise auf je einen Vektor geschrieben, und für diese beiden Vektoren wurde der Korrelationskoeffizient berechnet:

- $E_{L,t}$  : Erwartungswert des L-ten Eck-Portfolio in Periode t
- $r_{L,t}$  : realisierte Rendite des L-ten Eck-Portfoli in t
- $E$  : Erwartungswert-Vektor
- $r$  : Rendite-Vektor
- $k(t)$  : Anzahl der Eck-Portfolios in Periode t

$$E = (E_{1,1}, \dots, E_{k(1),1}, E_{1,2}, \dots, E_{k(2),2}, \dots, \dots, E_{1,36}, \dots, E_{k(36),36})$$

$$r = (r_{1,1}, \dots, r_{k(1),1}, r_{1,2}, \dots, r_{k(2),2}, \dots, \dots, r_{1,36}, \dots, r_{k(36),36})$$

Die Korrelation für diese beiden Vektoren:

$$KORR(E,r) = -0.35$$

Dieses Ergebnis zeigt deutlich, daß die Prognose-Werte im vorliegenden Untersuchungsgegenstand nahezu aussage-los sind, daß man sogar falsche Prognosen erstellen kann.

Es genügt nicht, das einfache arithmetische Mittel als Entscheidungshilfe anzuwenden, denn damit läßt sich das zukünftige Kursverhalten von Wertpapieren nicht ausreichend beschreiben.

Um sich dennoch an den Vorperioden orientieren zu können, sollen folgende Kritikpunkte an der vorliegenden Untersuchungsmethode gleichzeitig als Ansatzpunkte zu einer Verbesserung der Methode dienen:



I) Es ist fraglich, ob Vierteljahr-Kurse das Verhalten einer Aktie in der Vergangenheit richtig beschreiben:

Zwei Wertpapiere, die an zwei aufeinanderfolgenden Quartalsbeobachtungen gleiche Renditen haben, werden für diese Zeitspanne als gleich gut betrachtet, obwohl hohe Kursschwankungen für ein Wertpapier auftreten können und das andere relativ stabil bleibt.

Beispiel:

	1.Quartal	Zwischenkurse	2.Quartal
Wertpapier 1	100	100 100 100	100
Wertpapier 2	100	300 50 700	100

Bisher galt:  $E_1=0, V_1=0; E_2=0, V_2=0$

Verbesserung:  $E_1=0, V_1=0; E_2=0, V_2 \neq 0$

d.h., durch mehr Beobachtungen zwischen den Quartalsbeobachtungszeitpunkten kann die Varianz genauer bestimmt werden.

II) Eine Aktie zehrt viel zu lange von ihrer guten oder schlechten Vergangenheit bevor die aktuellen Aktienkurse zur Geltung kommen:

Beispiel:

Daimler Benz (und viele andere Wertpapiere) steigt in den Vorperioden 1 bis 20 von (Kurswerte) 302 auf 1.510 und fällt von da an fast ständig über 20 Perioden auf 385. Trotzdem spielt diese Aktie in den ersten 7 Perioden eine bestimmende Rolle in den effizienten Reihen.

Verbesserung:

Stärkere Gewichtung der aktuellen Kursbewegung.

Ein möglicher Ansatz:

$N$  : Anzahl der Vorperioden

$E_{i,t}$  : Erwartungswert des Wertpapiers 1 in Periode  $t$

$r_{i,t}$  : realisierte Rendite " " " " "

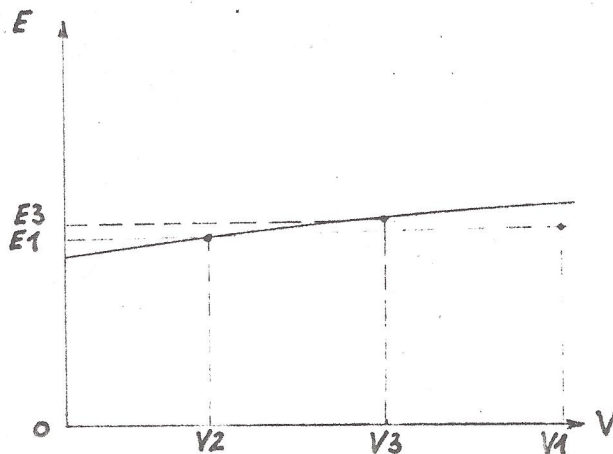
$g_t$  : Gewichtung für die Periode  $t$

$$E_{i,N+1} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N g_t r_{i,t}$$

mit  $g_t = f(t)$ ,  $\frac{df(t)}{dt} \geq 0$ ,  $g_t \geq 0$  für alle  $t$

III) Die effizienten Portfolios bestehen oft nur aus 2 bis 4 Wertpapieren. Dadurch erfolgt nur eine verhältnismäßig geringe Streuung des Investitionskapitals. Die Ergebnisse der Untersuchung empfehlen jedoch eine breite Streuung. Es kann der Versuch gemacht werden, die Wertpapiere in bestimmte Gruppen zusammenzufassen, z.B. nach Industriezweigen, und statt einzelne Wertpapiere diese Wertpapiergruppen auszuwählen. Dadurch würde eine größere Streuung des Kapitals erreicht werden.

IV) Wenn der Anstieg der effizienten Reihe sehr schwach ist, besteht die Möglichkeit, daß man einen sehr geringen Erwartungswert-Zuwachs nur mit einem wesentlich größeren Varianz-Anstieg (Risiko-Zuwachs) erreicht:



V3 - V2 : große Differenz

E3 - E1 → 0

Verbesserung:

Einfügen einer Sperre, die bewirkt, daß statt Punkt ( E3, V3 ) der Punkt ( E1, V2 ) gewählt wird.

f) Analyse der Ergebnisse

i) Steigende Anzahl der Wertpapiere bringt Vorteile für Portfolio(Zufall).

Diese Beobachtung spricht für eine große Streuung des Investitionskapitals.

Für die realisierten Renditen der Wertpapiere betrug der durchschnittliche Korrelationskoeffizient:

$$\text{KORR(Renditen)} = 0.52$$

ii) Steigender Anteil von festverzinslichen, risikolosen Wertpapieren bringt nur bis zu einer bestimmten Höhe Vorteile für Portfolio(Zufall).

Wird ein zu großer Bankanteil gewählt, bewirkt dies einen Gegeneffekt zur breiten Streuung. Die Anteile des Kapitals, die in Aktien investiert werden, sind dann zu gering.

iii) Die Schwankungsbreite der jährlichen Renditen ist beim Portfolio(Modell) wesentlich geringer als beim Portfolio(Zufall).

Die minimale Rendite(Modell) ist in fast allen Fällen größer als die minimale Rendite(Zufall). Das Modell schützt also vor größeren Verlusten, aber auch vor hohen Gewinnen.

Zusammenfassung:

Eine auf breite Streuung des Investitionskapitals gerichtete Anlagepolitik ist mindestens genauso gut wie die Auswahl von Wertpapieren nach diesem Prognosemodell, das das einfache arithmetische Mittel zur Berechnung der erwarteten Renditen aus den realisierten Renditen von N Vorperioden benutzt.

Eine viermalige Revision der simulierten Portfolios während der Testzeit brachte keine wesentliche Änderung der Ergebnisse.

A N H A N G

I): Algorithmus zur Berechnung aller Eck-Portfolios der effizienten Portfolios<sup>1)</sup>

Input für den Algorithmus zur Bestimmung der Eck-Portfolios und damit der effizienten Reihe ist eine Matrix, die mit Hilfe der ersten partiellen Ableitungen der Lagrange-Funktion erstellt wird.

Zielfunktion für die Varianz-Minimierung ist:

$$\text{Minimiere } V = \frac{1}{2} \sum_i \sum_j x_i x_j c_{ij}$$

unter den Nebenbedingungen:

$$E \leq \sum_i x_i E_i \qquad \sum_i x_i \leq 1$$

Ein Minimierungsproblem kann man in ein Maximierungsproblem umwandeln ((IV)):

Gegeben sei eine Funktion  $f(u)$ , und  $f'$  sei der Minimumwert dieser Funktion.

Für ein absolutes Minimum gilt für jeden Punkt:

$$f' - f \leq 0 \Rightarrow f' = \min(f) \qquad -f' - (-f) \geq 0 \Rightarrow (-f') = \max(-f)$$

$$\min f = f' = -\max(-f)$$

Für das vorliegende Problem gilt also:

$$\text{Maximiere } -V = -\frac{1}{2} \sum_i \sum_j x_i x_j c_{ij}$$

unter den Nebenbedingungen.

Die Lagrange-Funktion ist:

$$L = -\frac{1}{2} \sum_i \sum_j x_i x_j c_{ij} - \lambda_1 (E - \sum_i x_i E_i) - \lambda (\sum_i x_i - 1)$$

1) Das Programm für die Varianzminimierung für einen Elektronen-Rechner wurde mir freundlicherweise von Terje Hansen ( (V) ) zur Verfügung gestellt.

Die ersten partiellen Ableitungen sind:

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = - \sum_j x_j c_{ij} + \lambda_E E_i - \lambda \stackrel{!}{=} 0 \quad \text{für alle } i$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_E} = E - \sum_i x_i E_i \stackrel{!}{=} 0$$

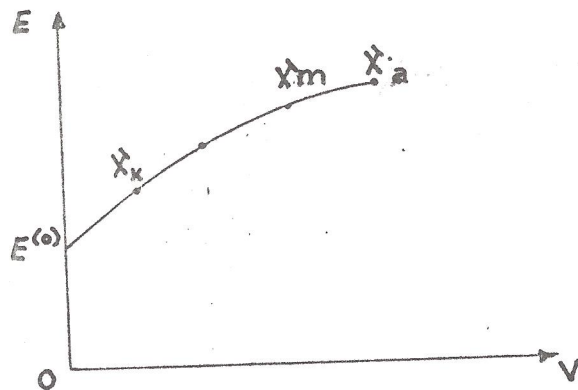
$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = \sum_i x_i - 1 \stackrel{!}{=} 0$$

In Matrix-Schreibweise:

$$\begin{bmatrix} \parallel -c_{ij} \parallel & E_1 & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & E_n & -1 \\ -E_1 \dots -E_n & 0 & 0 \\ 1 \dots 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \\ \lambda_E \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ -E \\ 1 \end{bmatrix}$$

- $n$  : Anzahl der Wertpapiere
- $\parallel -c_{ij} \parallel$  :  $n$  mal  $n$  Matrix,  $c_{ij}$ : Kovarianz zwischen Wertpapieren
- $E_i$  : Erwartungswert des Wertpapiers  $i$
- $\lambda_E, \lambda$  : Lagrange-Multiplikatoren

Arbeitsweise des Algorithmus-Programms:



Der Algorithmus beginnt beim Eck-Portfolio  $x_a$  und berechnet

alle Eck-Portfolios bis hin zum letzten Eck-Portfolio  $X_k$  .

Portfolio  $X_a$  besteht nur aus dem Wertpapier L , das den höchsten Erwartungswert hat:

$$E_{\max} = E_L$$

Jede andere Kombination von Wertpapieren hat einen geringeren Erwartungswert.

Ergebnisse dieses Programms sind alle Eck-Portfolios und damit die effiziente Reihe.

II) : Änderungen von Entscheidungs-Parametern im  
Prognose-Modell für die BRD, Ergebnis-Tabellen

Für die empirische Untersuchung wurden die erwarteten Renditen der Wertpapiere mit dem arithmetischen Mittel der Renditen aus 20 Vorperioden bestimmt.

Für die Auswahl der Portfolio (Modell) galt das Kriterium:  $V3 = (V1 + V2)/2$  .

Die Einflüsse auf die Ergebnisse durch Änderung der Anzahl der Vorperioden und des Auswahlkriteriums können den nachfolgenden Tabellen entnommen werden.

Die angegebenen Parameter beziehen sich immer auf die unmittelbar folgenden Tabellen.



Anzahl der Vorperioden : 20

Anzahl der Testperioden: 36

Kriterium zur Auswahl  
von Portfolio (Modell) :  $V_3 = V_1$

d.h., der Investor ist risikobewußt, er wählt zum vorgegebenen Risiko den größten Erwartungswert.

Tabelle Nr. 5

Vergleich zwischen Portfolio (Modell) und Portfolio (Zufall), V3 - V1  
Investitionspolitik für Portfolio (Zufall): Keine Revision, gleicher Anteil des Investitionskapitals für jedes Wertpapier

Typ Nr.	Anzahl der Wertpapiere	Bank- anteil	Portfolio (Zufall)			Portfolio (Modell)			Anzahl der je 100 Portfolios, für die jährl. Rendite (Modell) größer als Rendite (Zufall)
			min. jährliche Rendite	max. jährliche Rendite	durchschn. jährliche Rendite	min. jährliche Rendite	max. jährliche Rendite	durchschn. jährliche Rendite	
1	2	0	-5.0	14.8	3.3	-0.1	4.8	2.9	52
2	2	10	-3.0	14.1	4.1	-0.1	6.5	3.5	49
3	2	50	-0.2	7.6	3.2	0.2	5.6	2.8	40
4	5	0	-2.4	8.3	3.5	1.7	4.8	3.6	52
5	5	10	-0.8	8.1	3.5	0.3	5.2	3.3	45
6	5	50	1.5	7.6	4.1	1.0	4.8	3.2	24
7	10	0	-1.2	8.6	3.2	2.1	4.9	3.7	60
8	10	10	0.2	8.0	3.1	1.5	4.6	3.3	55
9	10	50	2.0	5.8	3.8	1.2	4.7	3.4	35
10	20	0	1.3	6.0	3.2	2.3	4.6	3.7	73
11	20	10	1.6	5.4	3.2	1.9	4.3	3.2	41
12	20	20	2.8	4.9	3.9	2.5	4.3	3.6	26

Tabelle Nr. 6

Vergleich zwischen Portfolio(Zufall) und Portfolio(Model), V3 = V1  
 Investitionspolitik für Portfolio(Zufall): Keine Revision, zufälliger Anteil des Investitionskapitals  
 für jedes Wertpapier

Typ Nr.	Anzahl der Bank- antell	Portfolio(Zufall)				Portfolio(Model)				Anzahl der je 100 Portfolios, für die jährl. Rendite(Model) größer als Rendite(Zufall)
		min. jährl. Rendite	max. jährl. Rendite	durchschn. jährl. Rendite	min. jährl. Rendite	max. jährl. Rendite	durchschn. jährl. Rendite			
11	2	0	-6.5	15.6	3.6	1.3	6.1	3.1	50	
12	2	10	-5.5	10.6	2.7	1.0	5.7	3.3	59	
13	2	50	-0.8	9.3	4.3	-0.5	5.9	2.9	23	
14	5	0	-3.5	9.4	3.4	1.3	4.9	3.4	52	
15	5	10	-2.3	8.5	2.7	1.7	5.8	3.5	69	
16	5	50	0.7	8.3	3.9	0.9	4.9	3.1	33	
17	10	0	-0.6	7.4	3.4	1.8	5.0	3.6	49	
18	10	10	-1.4	8.2	3.2	1.5	4.9	3.4	54	
19	10	50	1.7	6.1	3.9	0.9	4.8	3.4	30	
20	20	0	0.3	6.8	3.1	1.9	4.6	3.6	70	
21	20	10	1.2	5.6	3.2	2.1	4.5	3.2	54	
22	20	50	2.3	5.8	3.9	2.8	4.3	3.6	37	

1341

Tabelle Nr. 7

Vergleich zwischen Portfolio (Modell) und Portfolio (Zufall), V3 = V1  
Investitionspolitik für Portfolio (Zufall): Revision, gleicher Anteil des Investitionskapitals  
für jedes Wertpapier

Typ Nr.	Anzahl der Wertpapiere	Bank- anteil	Portfolio (Zufall)				Portfolio (Modell)				Anzahl der je 100 Portfolios, für die jährl. Rendite (Modell) größer als Rendite (Zufall)
			min. jährl. Rendite	max. jährl. Rendite	durchschn. jährl. Rendite	min. jährl. Rendite	max. jährl. Rendite	durchschn. jährl. Rendite			
25	2	0	-5.7	12.5	2.8	1.2	6.0	3.0	52		
26	2	10	-7.1	14.2	2.7	0.6	5.4	3.4	55		
27	2	50	-2.1	9.2	4.0	-0.2	5.7	3.1	40		
28	5	0	-6.5	13.0	3.4	1.2	4.8	3.5	54		
29	5	10	-2.7	9.1	3.2	1.3	5.3	3.4	55		
30	5	50	1.1	7.3	3.8	0.7	4.8	3.3	34		
31	10	0	-0.6	6.8	3.0	1.0	4.6	3.6	64		
32	10	10	-1.6	7.1	3.4	1.0	4.8	3.2	51		
33	10	50	1.7	5.6	3.8	1.7	4.6	3.4	37		
34	20	0	0.8	6.1	3.4	2.8	4.6	3.7	63		
35	20	10	1.0	5.2	3.2	2.1	4.1	3.2	49		
36	20	50	2.6	5.5	3.8	2.8	4.4	3.6	32		

Tabelle Nr. 8

Vergleich zwischen Portfolio (Modell) und Portfolio (Zufall), V3 = V1  
 Investitionspolitik für Portfolio (Zufall): Revision, zufälliger Anteil des Investitionskapitals  
für jedes Wertpapier

Typ Nr.	Anzahl der Wertpapiere	Bank- anteil	Portfolio (Zufall)				Portfolio (Modell)				Anzahl der je 100 Portfolios, für die jährl. Rendite (Modell) größer als Rendite (Zufall)
			min.	durchschn.	max.	durchschn.	min.	max.	durchschn.	durchschn.	
			jährl. Rendite	jährl. Rendite	jährl. Rendite	jährl. Rendite	jährl. Rendite	jährl. Rendite	jährl. Rendite	jährl. Rendite	
37	2	0	-7.9	14.8	2.9	0.6	5.8	3.0	53		
38	2	10	-5.2	17.3	3.5	-1.0	5.0	3.1	50		
39	2	50	-1.6	9.2	3.9	-0.3	6.3	3.1	36		
40	5	0	-4.3	10.0	2.7	1.5	4.7	3.3	57		
41	5	10	-5.9	9.8	3.6	1.3	6.6	3.6	48		
42	5	50	0.5	8.2	3.8	0.9	5.8	3.2	42		
43	10	0	-2.5	7.9	3.0	1.9	4.8	3.5	60		
44	10	10	-2.2	8.4	3.2	0.8	4.8	3.2	52		
45	10	50	1.6	6.1	3.9	1.3	4.7	3.3	23		
46	20	0	0.4	5.8	3.1	2.7	4.8	3.8	70		
47	20	10	0.3	6.0	3.2	2.1	4.2	3.2	53		
48	20	50	2.5	5.7	4.0	2.2	4.4	3.6	23		

Tabelle Nr. 8a

Vergleich zwischen Portfolio (Modell) und Portfolio (Index),  
V3 - V1

Investitionspolitik für Portfolio (Index):

Keine Revision, gleicher Anteil des Investitionskapitals  
in alle 43 Wertpapiere

In 14 der 36 Quartale war die Rendite (Modell) kleiner  
als die Rendite (Index).

	jährl. Rendite (Modell) %	jährl. Rendite (Index) %
1. Jahr	-21,9	-22,7
2. "	- 2,6	14,2
3. "	- 6,2	7,0
4. "	-20,1	-19,2
5. "	21,1	-14,6
6. "	28,6	50,3
7. "	20,8	16,0
8. "	35,3	20,0
9. "	-18,7	-22,3
durchschn. Rendite	4,0	3,2

Anzahl der Vorperioden : 20

Anzahl der Testperioden: 36

Kriterium zur Auswahl  
von Portfolio (Modell) :  $V_3 = V_2$

d.h., der Investor ist ertrags-  
bewußt, er wählt zum vorgege-  
benen Erwartungswert das  
kleinste Risiko.

Tabelle Nr. 9

Vergleich zwischen Portfolio (Modell) und Portfolio (Zufall)  
 gleicher Anteil des Investitionskapitals  
 für jedes Wertpapier

Typ Nr.	Anzahl der Bank- antell	Portfolio (Zufall)				Portfolio (Modell)				Anzahl der je 100 Portfolios, für die jährl. Rendite (Modell) größer als Rendite (Zufall)
		min. jährl. Rendite	max. jährl. Rendite	durchschn. jährl. Rendite	min. jährl. Rendite	max. jährl. Rendite	durchschn. jährl. Rendite	min. jährl. Rendite		
1	2	-5.0	14.8	3.3	-1.0	7.0	2.9	7.0	2.9	47
2	10	-3.0	14.1	4.1	-0.6	7.6	3.4	7.6	3.4	45
3	50	-0.2	7.6	3.2	0.5	6.6	3.6	6.6	3.6	63
4	5	-2.4	8.3	3.5	0.2	5.9	3.0	5.9	3.0	44
5	10	-0.8	8.1	3.5	-0.5	5.4	3.1	5.4	3.1	41
6	5	1.5	7.6	4.1	1.8	6.0	3.9	6.0	3.9	42
7	10	-1.2	8.6	3.2	0.5	5.1	2.9	5.1	2.9	45
8	10	0.2	8.0	3.1	0.7	5.5	3.0	5.5	3.0	42
9	50	2.0	5.8	3.8	2.0	5.5	3.8	5.5	3.8	54
10	20	1.3	6.0	3.2	0.8	4.2	3.0	4.2	3.0	39
11	20	1.6	5.4	3.2	1.1	4.5	3.1	4.5	3.1	44
12	50	2.8	4.9	3.9	2.3	4.9	4.1	4.9	4.1	62



Tabelle Nr. 10

Vergleich zwischen Portfolio (Modell) und Portfolio (Zufall), V3 = V2  
Investitionspolitik für Portfolio (Zufall): Keine Revision, zufälliger Anteil des Investitionskapitals für jedes Wertpapier

Typ Nr.	Anzahl der Bank- antile	Portfolio (Zufall)				Portfolio (Modell)				Anzahl der je 100 Portfolios, für die jährl. Rendite (Modell) größer als Rendite (Zufall)
		min. jährl. Rendite	max. jährl. Rendite	durchschn. jährl. Rendite	min. jährl. Rendite	max. jährl. Rendite	durchschn. jährl. Rendite			
13	2	0	-6.5	15.6	3.6	-1.6	8.3	3.3	52	
14	2	10	-5.5	10.6	2.7	-0.6	7.2	3.0	58	
15	2	50	-0.8	9.3	4.3	1.2	6.6	4.1	46	
16	5	0	-3.5	9.4	3.4	-0.8	6.2	3.0	47	
17	5	10	-2.8	8.5	2.7	0.1	6.7	3.0	61	
18	5	50	0.7	8.3	3.9	1.9	6.2	3.9	52	
19	10	0	-0.6	7.4	3.4	0.2	5.4	3.0	41	
20	10	10	-1.4	8.2	3.2	1.0	4.9	3.0	45	
21	10	50	1.7	6.1	3.9	1.8	5.4	4.0	56	
22	20	0	0.3	6.8	3.1	0.3	4.2	2.9	47	
23	20	10	1.2	5.6	3.2	0.9	4.6	3.1	46	
24	20	50	2.3	5.8	3.9	2.4	5.2	4.0	65	

Tabelle Nr. 11

Vergleich zwischen Portfolio (Modell) und Portfolio (Zufall), V3 = V2  
Investitionspolitik für Portfolio (Zufall): Revision, gleicher Anteil des Investitionskapitals  
für jedes Wertpapier

Typ Nr.	Anzahl der Wertpapiere	Bank- anteil	Portfolio (Zufall)				Portfolio (Modell)				Anzahl der je 100 Portfolios, für die jährl. Rendite (Modell) größer als Rendite (Zufall)
			min. jährl. Rendite	max. jährl. Rendite	durchschn. jährl. Rendite	min. jährl. Rendite	max. jährl. Rendite	durchschn. jährl. Rendite			
25	2	0	-5.7	12.5	2.8	-1.6	7.9	2.7	47		
26	2	10	-7.1	14.2	2.7	-2.6	6.9	3.0	53		
27	2	50	-2.1	9.2	4.0	1.1	6.5	3.8	45		
28	5	0	-6.5	13.0	3.4	-1.1	6.1	2.8	44		
29	5	10	-2.7	9.1	3.2	0.7	5.2	3.1	53		
30	5	50	1.1	7.3	3.8	1.7	5.8	4.1	59		
31	10	0	-0.6	6.8	3.0	0.7	4.9	2.7	47		
32	10	10	-1.6	7.1	3.4	0.7	5.1	3.0	42		
33	10	50	1.7	5.6	3.8	2.0	5.3	3.9	50		
34	20	0	0.8	6.1	3.4	1.3	4.3	2.9	34		
35	20	10	1.0	5.2	3.2	1.4	4.3	3.1	52		
36	20	50	2.6	5.5	3.8	2.5	4.7	4.1	69		

Tabelle Nr. 12

Vergleich zwischen Portfolio (Modell) und Portfolio (Zufall): V3 = V2  
Investitionspolitik für Portfolio (Zufall): Revision, zufälliger Anteil des Investitionskapitals  
für jedes Wertpapier

Typ Nr.	Anzahl der Bank- antile Wertpapiere	Portfolio (Zufall)				Portfolio (Modell)				Anzahl der je 100 Portfolios, für die jährl. Rendite (Modell) größer als Rendite (Zufall)
		min. jährl. Rendite	max. jährl. Rendite	durchschn. jährl. Rendite	min. jährl. Rendite	max. jährl. Rendite	durchschn. jährl. Rendite	min. jährl. Rendite	max. jährl. Rendite	
37	2	-7.9	14.8	2.9	-2.5	7.8	3.0	7.8	3.0	57
38	2	-5.2	17.3	3.5	-1.5	6.7	2.6	6.7	2.6	41
39	2	-1.6	9.2	3.9	0.6	7.4	3.8	7.4	3.8	49
40	5	-4.3	10.0	2.7	-0.4	5.7	2.7	5.7	2.7	55
41	5	-5.9	9.8	3.6	-0.1	6.2	2.9	6.2	2.9	40
42	5	0.5	8.2	3.8	1.5	5.7	3.8	5.7	3.8	52
43	10	-2.5	7.9	3.0	-0.1	5.2	2.8	5.2	2.8	54
44	10	-2.2	8.4	3.2	0.2	5.7	3.0	5.7	3.0	49
45	10	1.6	6.1	3.9	1.9	5.5	3.8	5.5	3.8	48
46	20	0.4	5.8	3.1	0.4	4.8	2.9	4.8	2.9	47
47	20	0.3	6.0	3.2	0.8	4.6	3.2	4.6	3.2	47
48	20	2.5	5.7	4.0	2.1	5.3	4.0	5.3	4.0	54

Tabelle Nr. 12a

Vergleich zwischen Portfolio (Modell) und Portfolio (Index),  
V3 = V2

Investitionspolitik für Portfolio (Index):  
Keine Revision, gleicher Anteil des Investitionskapitals  
in alle 43 Wertpapiere

In 17 der 36 Quartale war die Rendite (Modell) kleiner  
als die Rendite (Index).

	<u>jährl. Rendite (Modell)</u> %	<u>jährl. Rendite (Index)</u> %
1. Jahr	-14,2	-22,7
2. "	0,8	14,2
3. "	2,7	7,0
4. "	5,1	-19,2
5. "	5,1	-14,6
6. "	6,7	50,3
7. "	7,2	16,0
8. "	7,7	20,0
9. "	0,8	-22,3
durchschn. Rendite	2,4	3,2

Anzahl der Vorperioden : 16

Anzahl der Testperioden: 40

Kriterium zur Auswahl

von Portfoli (Modell) :  $V_3 = V_1$

d.h., der Investor ist  
risikobewußt

Tabelle Nr. 13

Vergleich zwischen Portfolio (Modell) und Portfolio (Zufall), V3 = V1  
 für jedes Wertpapier  
 für jedes Wertpapier

TYP Nr.	Anzahl der Wertpapiere	Bank- anteil	Portfolio (Zufall)			Portfolio (Modell)			Anzahl der je 100 Portfolios, für die jährl. Rendite (Modell) größer als Rendite (Zufall)
			min. jährl. Rendite	durchschn. jährl. Rendite	max. jährl. Rendite	min. jährl. Rendite	durchschn. jährl. Rendite	max. jährl. Rendite	
1	2	0	-6.1	12.7	1.8	-5.4	2.7	-1.4	20
2	2	10	-2.7	11.7	2.8	-5.5	3.6	-0.8	18
3	2	50	-0.8	6.6	2.7	-3.3	3.0	-0.1	5
4	5	0	-2.9	6.9	2.1	-4.0	1.6	-1.1	12
5	5	10	-1.3	6.9	2.3	-4.2	2.2	-1.0	6
6	5	50	1.2	6.6	3.4	-1.2	3.3	0.8	0
7	10	0	-2.6	6.7	1.8	-4.0	0.4	-1.2	3
8	10	10	-1.0	6.1	2.0	-3.6	1.0	-1.1	1
9	10	50	1.7	5.0	3.2	-0.6	2.3	1.1	0
10	20	0	0.0	4.3	1.8	-2.5	-0.1	-1.2	0
11	20	10	0.7	4.0	2.1	-2.8	0.3	-1.3	0
12	50	50	2.1	4.2	3.3	0.5	2.4	1.3	0

Tabelle Nr. 14

Vergleich zwischen Portfolio(Modell) und Portfolio(Zufall), V3 = V1  
 zufälliger Anteil des Investitionskapitals  
 für jedes Wertpapier

Typ Nr.	Anzahl der Wertpapiere	Bank- anteil	Portfolio(Zufall)				Portfolio(Modell)				Anzahl der je 100 Portfolios, für die jährl. Rendite(Modell) größer als Rendite(Zufall)
			min. jährl. Rendite	max. jährl. Rendite	durchschn. jährl. Rendite	min. jährl. Rendite	max. jährl. Rendite	durchschn. jährl. Rendite			
13	2	0	-6.2	12.6	2.1	-6.5	5.3	-1.4	20		
14	2	10	-4.8	9.2	1.5	-4.6	3.6	-1.0	25		
15	2	50	-0.3	8.2	3.6	-3.6	3.5	-0.2	1		
16	5	0	-2.8	8.0	2.0	-5.2	1.6	-1.2	11		
17	5	10	-3.8	7.0	1.6	-3.9	3.1	-0.8	12		
18	5	50	0.9	7.4	3.2	-1.1	2.7	0.6	3		
19	10	0	-1.7	6.2	2.0	-3.8	0.6	-1.3	2		
20	10	10	-1.7	6.4	2.0	-3.6	1.1	-1.1	4		
21	10	50	1.3	5.3	3.3	-1.0	2.5	1.0	1		
22	20	0	-0.9	4.8	1.7	-3.4	0.8	-1.2	1		
23	20	10	0.0	4.1	2.0	-3.0	0.3	-1.3	0		
24	20	50	1.9	5.1	3.3	0.5	2.3	1.3	1		

Tabelle Nr. 15

Vergleich zwischen Portfolio (Modell) und Portfolio (Zufall), V3 = V1  
Investitionspolitik für Portfolio (Zufall): Revision, gleicher Anteil des Investitionskapitals  
für jedes Wertpapier

Typ Nr.	Anzahl der Wertpapiere	Bank- anteil	Portfolio (Zufall)				Portfolio (Modell)				Anzahl der je 100 Portfolios, für die jährl. Rendite (Modell) größer als Rendite (Zufall)
			min. jährl. Rendite	max. jährl. Rendite	durchschn. jährl. Rendite	§	min. jährl. Rendite	max. jährl. Rendite	durchschn. jährl. Rendite	§	
25	2	0	-10.3	11.6	1.7	-6.7	2.9	-1.5	25		
26	2	10	-5.9	9.9	1.7	-5.4	4.2	-1.2	26		
27	2	50	-2.9	9.2	3.4	-2.0	2.2.	0.1	9		
28	5	0	-5.7	7.3	1.8	-4.7	1.7	-1.1	20		
29	5	10	-2.6	6.5	1.9	-3.5	2.4	-1.1	14		
30	5	50	0.2	5.5	3.0	-1.3	2.6	0.8	4		
31	10	0	-2.0	5.6	1.6	-4.4	0.9	-1.0	8		
32	10	10	-2.3	5.8	2.0	-3.6	0.7	-1.3	6		
33	10	50	0.8	5.1	3.2	-0.3	2.4	1.1	0		
34	20	0	-0.3	4.5	2.0	-2.6	0.5	-1.2	0		
35	20	10	0.2	4.2	2.0	-3.0	0.1	-1.3	0		
36	20	50	2.1	4.5	3.2	0.7	2.2	1.3	0		



Tabella Nr. 16

Vergleich zwischen Portfolio (Modell) und Portfolio (Zufall), V3 = V1  
 Investitionspolitik für Portfolio (Zufall): Revision, zufälliger Anteil des Investitionskapitals  
 für jedes Wertpapier

Typ Nr.	Anzahl der Wertpapiere	Bank- anteil	Portfolio (Zufall)			Portfolio (Modell)			Anzahl der je 100 Portfolios, für die jährl. Rendite (Modell) größer als Rendite (Zufall)
			min. jährl. Rendite	max. jährl. Rendite	durchschn. jährl. Rendite	min. jährl. Rendite	max. jährl. Rendite	durchschn. jährl. Rendite	
37	2	0	-6.8	13.0	2.0	-6.3	3.8	-1.3	29
38	2	10	-10.4	16.3	2.1	-6.3	2.5	-1.2	26
39	2	50	-1.7	9.0	3.5	-2.7	3.3	-0.2	4
40	5	0	-8.0	8.1	1.6	-4.5	1.5	-1.3	23
41	5	10	-4.6	8.0	2.1	-3.5	3.5	-0.8	13
42	5	50	-0.5	7.0	3.5	-1.3	2.4	0.7	3
43	10	0	-3.7	6.2	1.9	-4.3	1.2	-1.2	10
44	10	10	-2.9	6.5	2.1	-4.7	1.4	-1.2	7
45	10	50	0.9	5.8	3.2	-0.4	2.4	0.9	3
46	20	0	-0.8	5.1	1.7	-2.9	0.6	-1.1	2
47	20	10	-1.0	4.3	2.0	-3.5	0.5	-1.3	0
48	20	50	2.1	5.0	3.4	0.2	2.0	1.2	0

Tabelle Nr. 16a

Vergleich zwischen Portfolio (Modell) und Portfolio (Index),  
V3 = V1

In 19 der 40 Testperioden war die Rendite (Modell)  
kleiner als die Rendite (Index).

	<u>jährliche Rendite (Modell)</u>	<u>jährliche Rendite (Index)</u>
	<u>%</u>	<u>%</u>
1. Jahr	-12.6	-10.2
2. "	-15.8	-22.7
3. "	-11.8	14.2
4. "	-0.2	7.0
5. "	-20.4	-19.2
6. "	-1.3	-14.6
7. "	16.1	50.3
8. "	12.9	16.0
9. "	36.3	20.0
10. "	-16.3	-22.3
durchschn. Rendite	-1.3	1.9

Anzahl der Vorperioden : 16

Anzahl der Testperioden: 40

Kriterium zur Auswahl  
von Portfolio (Modell) :  $V_3 = (V_1 + V_2) / 2$

Tabelle Nr. 17

Vergleich zwischen Portfolio (Modell) und Portfolio (Zufall),  $V3 = (V1 + V2) / 2$   
 Investitionspolitik für Portfolio (Zufall): Keine Revision, gleicher Anteil des Investitionskapitals  
 für jedes Wertpapier

Typ Nr.	Anzahl der Wertpapiere	Bank- anteil	Portfolio (Zufall)			Portfolio (Modell)			Anzahl der je 100 Portfolios, für die jährl. Rendite (Modell) größer als Rendite (Zufall)
			min. jährl. Rendite	max. jährl. Rendite	durchschn. jährl. Rendite	min. jährl. Rendite	max. jährl. Rendite	durchschn. jährl. Rendite	
1	2	0	-6.1	12.7	1.8	-4.5	2.3	-1.2	25
2	2	10	-2.7	11.7	2.8	-5.2	3.5	-0.9	12
3	2	50	-0.8	6.6	2.7	-0.7	4.2	1.7	28
4	5	0	-2.9	6.9	2.1	-3.2	2.2	-1.1	9
5	5	10	-1.3	6.9	2.3	-2.8	1.7	-1.0	5
6	5	50	1.2	6.6	3.4	0.5	3.8	2.3	12
7	10	0	-2.6	6.7	1.8	-2.9	0.5	-1.2	1
8	10	10	-1.0	6.1	2.0	-2.1	0.4	-1.0	0
9	10	50	1.7	5.0	3.2	1.3	3.5	2.5	15
10	20	0	0.0	4.3	1.8	-2.4	-0.6	-1.3	0
11	20	10	0.7	4.0	2.1	-1.6	0.1	-1.0	0
12	20	50	2.1	4.2	3.3	1.7	3.3	2.8	5

Tabelle Nr. 16

Vergleich zwischen Portfolio (Modell) und Portfolio (Zufall),  $V3 = (V1 + V2) / 2$   
 Investitionspolitik für Portfolio (Zufall): Keine Revision, zufälliger Anteil des Investitionskapitals  
für jedes Wertpapier

Typ	Anzahl der Bank- wertpapiere	Portfolio (Zufall)			Portfolio (Modell)			Anzahl der je 100 Portfolios, für die jährl. Rendite (Modell) größer als Rendite (Zufall)	
		min. Jährl. Rendite	max. Jährl. Rendite	durchschn. Jährl. Rendite	min. Jährl. Rendite	max. Jährl. Rendite	durchschn. Jährl. Rendite		
13	2	0	-6.2	12.6	2.1	-4.4	5.1	-0.9	25
14	2	10	-4.8	9.2	1.5	-3.1	3.0	-0.8	25
15	2	50	-0.3	8.2	3.6	-2.7	4.0	1.6	13
16	5	0	-2.8	8.0	2.0	-3.3	1.9	-1.2	8
17	5	10	-3.8	7.0	1.6	-3.5	3.3	-0.9	10
18	5	50	0.9	7.4	3.2	0.2	3.8	2.2	24
19	10	0	-1.7	6.2	2.0	-3.0	0.9	-1.4	1
20	10	10	-1.7	6.4	2.0	-2.1	1.0	-0.9	2
21	10	50	1.3	5.3	3.3	0.3	3.6	2.5	16
22	20	0	-0.9	4.8	1.7	-2.2	0.0	-1.3	0
23	20	10	0.0	4.1	2.0	-1.7	0.3	-1.0	0
24	20	50	1.9	5.1	3.3	2.0	3.3	2.7	18

Tabelle Nr. 19

Vergleich zwischen Portfolio (Modell) und Portfolio (Zufall),  $V3 = (V1 + V2) / 2$   
Investitionspolitik für Portfolio (Zufall): Revision, gleicher Anteil des Investitionskapitals  
für jedes Wertpapier

Typ Nr.	Anzahl der Bank- antile	Portfolio (Zufall)				Portfolio (Modell)				Anzahl der je 100 Portfolios, für die jährl. Rendite (Modell) größer als Rendite (Zufall)
		min.	max.	durchschn.	min.	max.	durchschn.			
		jährl. Rendite	jährl. Rendite	jährl. Rendite	jährl. Rendite	jährl. Rendite	jährl. Rendite			
25	2	-10.3	11.6	1.7	-6.0	2.2	-1.3	26		
26	2	-5.9	9.9	1.7	-5.0	2.5	-1.2	21		
27	2	-2.9	9.2	3.4	-0.1	3.6	1.8	23		
28	5	-5.7	7.3	1.8	-3.2	0.9	-1.2	15		
29	5	-2.6	6.5	1.9	-3.2	1.5	-1.0	12		
30	5	0.2	5.5	3.0	0.9	3.7	2.4	30		
31	10	-2.0	5.6	1.6	-2.6	0.2	-1.2	6		
32	10	-2.3	5.8	2.0	-2.0	0.3	-0.9	3		
33	10	0.8	5.1	3.2	1.4	3.4	2.5	22		
34	20	-0.3	4.5	2.0	-2.0	-0.3	-1.2	0		
35	20	0.2	4.2	2.0	-1.6	-0.2	-1.0	0		
36	50	2.1	4.5	3.2	2.1	3.2	2.7	12		

Tabelle Nr. 20

Vergleich zwischen Portfolio (Modell) und Portfolio (Zufall),  $V3 = (V1 + V2) / 2$   
Investitionspolitik für Portfolio (Zufall): Revision, zufälliger Anteil des Investitionskapitals  
für jedes Wertpapier

Typ	Anzahl der	Bank-	Portfolio (Zufall)			Portfolio (Modell)			Anzahl der je
			min.	max.	durchschn.	min.	max.	durchschn.	
Nr.	Wertpapiere	anteil	jährl.	jährl.	jährl.	jährl.	jährl.	jährl.	100 Portfolios,
		Rendite	Rendite	Rendite	Rendite	Rendite	Rendite	Rendite	für die jährl.
									Rendite (Modell)
									größer als
									Rendite (Zufall)
37	2	0	-6.8	13.0	2.0	-4.9	2.7	-0.7	29
38	2	10	-10.4	16.3	2.1	-4.2	1.7	-0.9	28
39	2	50	-1.7	9.0	3.5	-1.2	4.5	1.6	19
40	5	0	-8.0	8.1	1.6	-3.7	1.2	-1.3	18
41	5	10	-4.6	8.0	2.1	-2.5	3.0	-0.9	15
42	5	50	-0.1	7.0	3.5	0.5	3.9	2.3	20
43	10	0	-3.7	6.2	1.9	-3.6	0.6	-1.2	7
44	10	10	-2.9	6.5	2.1	-2.7	0.9	-1.0	7
45	10	50	0.9	5.8	3.2	1.4	3.6	2.4	24
46	20	0	-0.8	5.1	1.7	-2.6	-0.1	-1.2	0
47	20	10	-1.0	4.3	2.0	-1.7	0.0	-1.0	0
48	20	50	2.1	5.0	3.4	1.6	3.3	2.6	15

Tabelle Nr.20a

Vergleich zwischen Portfolio(Modell) und Portfolio(Index)

$$V3 = (V1 + V2) / 2$$

In 18 der 40 Testperioden war die Rendite(Modell)  
kleiner als die Rendite(Index).

	<u>jährliche Rendite(Modell)</u>	<u>jährliche Rendite(Index)</u>
	<u>%</u>	<u>%</u>
1.Jahr	-7.9	-10.2
2. "	-18.4	-22.7
3. "	-1.3	14.2
4. "	1.4	7.0
5. "	-8.3	-19.2
6. "	2.8	-14.6
7. "	8.8	50.3
8. "	6.8	16.0
9. "	22.7	20.0
10. "	-20.8	-22.3
durchschn. Rendite	- 1.4	1.9



Anzahl der Vorperioden : 24

Anzahl der Testperioden: 32

Kriterium zur Auswahl

von Portfolio (Modell) :  $V3 = V1$

d.h., der Investor ist  
risikobewußt

Tabelle Nr. 21

Vergleich zwischen Portfolio (Modell) und Portfolio (Zufall), V3 = V1  
Investitionspolitik für Portfolio (Zufall): Keine Revision, gleicher Anteil des Investitionskapitals für jedes Wertpapier

Typ	Anzahl der Bank- anteile	Portfolio (Zufall)			Portfolio (Modell)			Anzahl der je 100 Portfolios, für die jährl. Rendite (Modell) größer als Rendite (Zufall)	
		min. jährl. Rendite	max. jährl. Rendite	durchschn. jährl. Rendite	min. jährl. Rendite	max. jährl. Rendite	durchschn. jährl. Rendite		
1	2	0	-3.7	19.3	6.6	-5.2	3.9	-1.0	8
2	2	10	-0.8	15.1	6.9	-3.4	4.8	1.4	10
3	2	50	1.2	9.0	4.8	1.6	5.6	4.0	40
4	5	0	0.1	11.5	6.7	-2.2	4.2	1.4	4
5	5	10	0.8	11.8	6.3	-0.5	4.9	2.8	12
6	5	50	2.3	9.3	5.7	2.8	5.1	4.3	13
7	10	0	1.7	11.9	6.4	-0.1	3.8	2.4	2
8	10	10	2.5	11.9	5.9	2.0	4.6	3.3	4
9	10	50	3.1	7.5	5.4	3.5	4.9	4.4	9
10	20	0	4.2	9.5	6.5	1.0	3.7	2.8	0
11	20	10	4.1	8.3	6.1	2.7	4.3	3.4	0
12	20	50	4.4	6.8	5.6	4.0	4.8	4.5	2

Tabelle Nr. 22

Vergleich zwischen Portfolio (Modell) und Portfolio (Zufall), V3 = V1  
Investitionspolitik für Portfolio (Zufall): Keine Revision, zufälliger Anteil des Investitionskapitals für jedes Wertpapier

Typ Nr.	Anzahl der Wertpapiere	Bank- anteil	Portfolio (Zufall)			Portfolio (Modell)			Anzahl der je 100 Portfolios, für die jährl. Rendite (Modell) größer als Rendite (Zufall)
			min. jährl. Rendite	max. jährl. Rendite	durchschn. jährl. Rendite	min. jährl. Rendite	max. jährl. Rendite	durchschn. jährl. Rendite	
13	2	0	-2.7	19.2	6.9	-7.1	3.5	-1.2	9
14	2	10	-5.9	17.9	5.6	-5.0	4.0	5.4	14
15	2	50	-1.1	11.4	6.0	1.0	5.6	4.0	17
16	5	0	-2.0	14.9	6.7	-3.9	4.3	1.0	6
17	5	10	-1.3	11.3	5.6	-1.1	4.7	2.3	12
18	5	50	1.5	9.7	5.5	2.5	5.3	4.2	24
19	10	0	2.5	10.7	6.7	-1.0	3.9	2.0	2
20	10	10	1.1	11.5	6.1	0.4	4.9	3.1	6
21	10	50	3.2	8.0	5.6	2.6	5.0	4.3	9
22	20	0	3.4	9.7	6.4	0.8	3.6	2.5	0
23	20	10	3.4	8.9	6.1	2.7	4.3	3.3	0
24	20	50	3.7	7.6	5.5	4.1	4.8	4.5	3

Tabelle Nr. 23

Vergleich zwischen Portfolio(Modell) und Portfolio(Zufall), V3 = V1  
Investitionspolitik für Portfolio(Zufall): Revision, gleicher Anteil des Investitionskapitals  
für jedes Wertpapier

Typ Nr.	Anzahl der Wertpapiere	Portfolio(Zufall)				Portfolio(Modell)				Anzahl der je 100 Portfolios, für die jährl. Rendite(Modell) größer als Rendite(Zufall)
		Bank- anteil	min. jährl. Rendite	max. jährl. Rendite	durchschn. jährl. Rendite	min. jährl. Rendite	max. jährl. Rendite	durchschn. jährl. Rendite		
		§	§	§	§	§	§	§		
25	2	0	-3.7	21.4	6.4	-5.5	3.5	-0.7	8	
26	2	10	-3.0	18.5	6.1	-3.6	4.2	1.0	11	
27	2	50	-2.4	11.5	5.4	2.4	5.9	4.1	27	
28	5	0	1.4	14.5	6.5	-2.4	3.5	1.5	0	
29	5	10	-0.5	12.9	6.2	1.2	4.9	2.9	13	
30	5	50	1.8	9.2	5.5	3.1	5.2	4.3	19	
31	10	0	2.9	11.2	6.7	0.5	3.8	2.3	1	
32	10	10	1.7	10.7	6.4	1.6	4.7	3.3	6	
33	10	50	3.6	8.3	5.6	3.8	4.9	4.3	8	
34	20	0	4.1	9.5	6.5	1.4	4.2	2.9	0	
35	20	10	3.9	8.4	6.2	2.2	4.6	3.4	0	
36	20	50	3.8	7.0	5.4	4.1	4.8	4.4	3	

Tabelle Nr. 24

Vergleich zwischen Portfolio (Modell) und Portfolio (Zufall), V3 - V1  
 Investitionspolitik für Portfolio (Zufall): Revision, zufälliger Anteil des Investitionskapitals  
für jedes Wertpapier

Typ	Anzahl der Wertpapiere	Bank-anteil	Portfolio (Zufall)			Portfolio (Modell)			Anzahl der je 100 Portfolios, für die jährl. Rendite (Modell) größer als Rendite (Zufall)
			min. jährl. Rendite	durchschn. jährl. Rendite	max. jährl. Rendite	min. jährl. Rendite	durchschn. jährl. Rendite	max. jährl. Rendite	
37	2	0	-9.8	22.8	6.0	-5.8	3.8	-1.0	9
38	2	10	-10.0	15.3	5.4	-4.9	4.3	0.3	12
39	2	50	-1.2	10.4	5.2	1.7	5.5	4.0	33
40	5	0	-2.3	16.0	6.5	-3.0	3.7	0.8	5
41	5	10	-1.0	14.2	6.4	0.0	4.7	2.7	13
42	5	50	-0.1	9.0	5.4	2.8	5.5	4.3	18
43	10	0	1.0	10.7	6.1	-0.1	4.0	2.0	4
44	10	10	2.0	10.7	6.1	0.9	4.9	3.2	7
45	10	50	1.7	8.4	5.6	3.6	5.1	4.3	12
46	20	0	3.4	9.7	6.3	0.9	3.9	2.6	1
47	20	10	3.5	9.3	6.1	1.9	4.6	3.4	1
48	20	50	4.0	7.1	5.6	4.1	4.8	4.4	4

Tabelle Nr.24.

Vergleich zwischen Portfolio (Modell) und Portfolio (Index)  
V3 = V1

In 17 der 32 Testperioden war die Rendite (Modell)  
kleiner als die Rendite (Index).

	<u>jährliche Rendite (Modell)</u>	<u>jährliche Rendite (Index)</u>
	§	§
1. Jahr	-2.0	14.2
2. "	7.9	7.0
3. "	-20.3	-19.2
4. "	-9.4	-14.6
5. "	19.6	50.3
6. "	16.8	16.0
7. "	34.7	20.0
8. "	-23.0	-22.3
durchschn. Rendite	3.0	6.4

Anzahl der Vorperioden : 24

Anzahl der Testperioden: 32

Kriterium zur Auswahl

von Portfolio (Modell) :  $V_3 = (V_1 + V_2)/2$

Tabelle Nr. 25

Vergleich zwischen Portfolio (Modell) und Portfolio (Zufall),  $V_3 = (V_1 + V_2) / 2$   
 Investitionspolitik für Portfolio (Zufall): Keine Revision, gleicher Anteil des Investitionskapitals  
 für jedes Wertpapier

Typ	Anzahl der Wertpapiere	Bank-anteil	Portfolio (Zufall)				Portfolio (Modell)				Anzahl der je 100 Portfolios, für die jährl. Rendite (Modell) größer als Rendite (Zufall)
			min.	durchschn.	max.	durchsch.	min.	durchsch.	max.	durchsch.	
			jährl. Rendite	jährl. Rendite	jährl. Rendite	jährl. Rendite	jährl. Rendite	jährl. Rendite	jährl. Rendite	jährl. Rendite	
1	2	0	-3.7	19.3	6.6	0.0	5.3	2.9	24		
2	2	10	-0.8	15.1	6.9	1.1	6.0	3.7	23		
3	2	50	1.2	9.0	4.8	2.3	5.3	4.3	47		
4	5	0	0.1	11.5	6.7	2.2	5.7	3.8	17		
5	5	10	0.8	11.9	6.3	2.0	5.5	3.8	15		
6	5	50	2.3	9.3	5.7	3.6	5.2	4.6	16		
7	10	0	1.7	11.9	6.4	2.5	5.2	3.7	5		
8	10	10	2.5	11.9	5.9	2.3	5.2	3.9	7		
9	10	50	3.1	7.5	5.4	4.2	5.0	4.6	18		
10	20	0	4.2	9.5	6.5	2.9	4.7	3.7	0		
11	20	10	4.1	8.3	6.1	3.0	4.5	3.9	0		
12	20	50	4.4	6.8	5.6	4.5	4.9	4.7	5		



Tabelle Nr. 26

Vergleich zwischen Portfolio (Modell) und Portfolio (Zufall),  $V3 = (V1 + V2) / 2$   
 Investitionspolitik für Portfolio (Zufall): Keine Revision, zufälliger Anteil des Investitionskapitals  
für jedes Wertpapier

Typ	Anzahl der Wertpapiere	Bankanteil	Portfolio (Zufall)			Portfolio (Modell)			Anzahl der je 100 Portfolios, für die jährl. Rendite (Modell) größer als Rendite (Zufall)
			min. jährl. Rendite	max. jährl. Rendite	durchschn. jährl. Rendite	min. jährl. Rendite	max. jährl. Rendite	durchschn. jährl. Rendite	
13	2	0	-2.7	19.2	6.9	-3.2	5.9	3.0	26
14	2	10	-5.9	17.9	5.6	-0.2	6.0	3.4	31
15	2	50	-1.1	11.4	6.0	1.5	5.4	4.3	23
16	5	0	-2.0	14.9	6.7	1.7	5.7	3.7	12
17	5	10	-1.3	11.3	5.6	1.0	6.1	3.9	23
18	5	50	1.5	9.7	5.5	3.6	5.2	4.5	32
19	10	0	2.5	10.7	6.7	2.5	5.1	3.7	5
20	10	10	1.1	11.5	6.1	2.6	5.4	3.9	10
21	10	50	3.2	8.0	5.6	3.5	5.1	4.6	18
22	20	0	3.4	9.7	6.4	2.7	4.7	3.7	2
23	20	10	3.4	8.9	6.1	3.0	4.7	3.9	1
24	20	50	3.7	7.6	5.5	4.5	5.0	4.7	12

Tabelle Nr. 27

Vergleich zwischen Portfolio(Modell) und Portfolio(Zufall),  $V3 = (V1+V2)/2$   
 Investitionspolitik für Portfolio(Zufall): Revision, gleicher Anteil des Investitionskapitals  
 für jedes Wertpapier

Typ	Anzahl der	Portfolio(Zufall)			Portfolio(Modell)			Anzahl der je	
		Bank- anteil	min. jährl. Rendite	max. jährl. Rendite	durchschn. jährl. Rendite	min. jährl. Rendite	max. jährl. Rendite		durchschn. jährl. Rendite
25	2	0	-3.7	21.4	6.4	0.1	6.3	3.1	25
26	2	10	-3.0	18.5	6.1	0.4	5.6	3.6	29
27	2	50	-2.4	11.5	5.4	3.4	5.5	4.4	25
28	5	0	1.4	14.5	6.5	2.1	5.3	3.7	18
29	5	10	-0.5	12.9	6.2	2.3	5.2	3.8	15
30	5	50	1.8	9.2	5.5	3.9	5.3	4.6	23
31	10	0	2.9	11.2	6.7	2.5	4.8	3.7	8
32	10	10	1.7	10.7	6.4	2.5	5.0	3.8	8
33	10	50	3.6	8.3	5.6	4.3	5.1	4.6	14
34	20	0	4.1	9.5	6.5	3.1	4.4	3.8	0
35	20	10	3.9	8.4	6.2	3.4	4.5	4.0	2
36	20	50	3.8	7.0	5.4	4.5	5.0	4.7	6

Tabelle Nr. 20

Vergleich zwischen Portfolio (Modell) und Portfolio (Zufall),  $V3 = (V1 + V2) / 2$   
 Investitionspolitik für Portfolio (Zufall): Revision, zufälliger Anteil des Investitionskapitals  
für jedes Wertpapier

Typ Nr.	Anzahl der Wertpapiere	Bank- anteil	Portfolio (Zufall)			Portfolio (Modell)			Anzahl der je 100 Portfolios, für die jährl. Rendite (Modell) größer als Rendite (Zufall)
			min. jährl. Rendite	max. jährl. Rendite	durchschn. jährl. Rendite	min. jährl. Rendite	max. jährl. Rendite	durchschn. jährl. Rendite	
37	2	0	-9.8	22.8	6.0	-1.2	5.8	3.0	24
38	2	10	-10.0	15.3	5.4	-0.5	7.1	3.6	29
39	2	50	-1.2	10.4	5.2	2.0	5.4	4.3	37
40	5	0	-2.3	16.0	6.5	1.4	5.5	3.7	21
41	5	10	-1.0	14.2	6.4	1.6	6.0	3.8	21
42	5	50	-0.1	9.0	5.4	3.7	5.4	4.5	23
43	10	0	0.1	10.7	6.1	1.9	5.0	3.7	10
44	10	10	2.0	10.7	6.1	2.2	4.7	3.8	11
45	10	50	1.7	8.4	5.6	4.1	5.0	4.6	18
46	20	0	3.4	9.7	6.3	2.7	4.7	3.8	2
47	20	10	3.5	9.4	6.1	3.1	4.6	3.9	5
48	20	50	4.0	7.1	5.6	4.4	4.9	4.7	8

Tabelle Nr.28a

Vergleich zwischen Portfolio (Modell) und Portfolio (Index),  
 $V3 = (V1 + V2)/2$

In 16 der 32 Testperioden war Rendite (Modell)  
kleiner als Rendite (Index).

	<u>jährliche Rendite (Modell)</u> %	<u>jährliche Rendite (Index)</u> %
1. Jahr	-1.5	14.2
2. "	5.5	7.0
3. "	-3.7	-19.2
4. "	-3.1	-14.6
5. "	16.8	50.3
6. "	11.8	16.0
7. "	19.5	20.0
8. "	-9.8	-22.3
durchschn. Rendite	4.4	6.4

L I T E R A T U R V E R Z E I C H N I S  
und  
Q U E L L E N A C H W E I S

- ((I)) Borch, Karl Henrik: The Economics of Uncertainty;  
Princeton, 1968
- ((II)) Börsenbrief der Berliner Bank;  
Jahrgänge 1957 bis 1970
- ((III)) Markowitz, Harry : Portfolio Selection, Efficient  
Diversification of Investments;  
Cowles Foundation for Research  
in Economics at Yale University  
3. Auflage, 1967
- ((IV)) Hadley, G. : Linear Programming;  
University of Hawaii,  
3. Auflage, 1969
- ((V)) Hansen, Terje : A Quarterly Portfolio  
Allocation Model;  
The Norwegian School of  
Economics and Business  
Administration, Institute of  
Economics,  
Discussion Papers,  
Series B, November 1969