

**Universität Bielefeld/IMW**

**Working Papers  
Institute of Mathematical Economics**

**Arbeiten aus dem  
Institut für Mathematische Wirtschaftsforschung**

Nr. 158

Beiträge zum begrenzt  
rationalen Verhalten:  
Größenvergleiche von Objekten  
im gleichen Bildraum

Wulf Albers

September 1987



H. G. Bergenthal

Institut für Mathematische Wirtschaftsforschung  
an der  
Universität Bielefeld  
Adresse/Address:  
Universitätsstraße  
4800 Bielefeld 1  
Bundesrepublik Deutschland  
Federal Republic of Germany

## Zusammenfassung

Der vorliegende Artikel gibt die grundlegenden Instrumente und Operationen an, die für den Größenvergleich von Objekten verwendet werden, die sich im gleichen Bildraum (hier im Gesichtsfeld des Betrachters) befinden. Die Instrumente sind Marken und Bereiche. Die Kapazität des Arbeitsbereichs, in dem die Operationen durchgeführt werden, beschränkt sich auf drei Ecken (Marken oder Randpunkte von Bereichen). Für die konkrete Durchführung wird ein Weg angegeben, der sich aus monatelanger Eigenbeobachtung sowie der Beobachtung erster ausgewählter Probanden ergeben hat. Sämtliche Statements basieren auf Beobachtungen, das verwendete Modell beschreibt das beobachtete Verhalten.

## 0. Grundbegriffe

Die zentralen Grundbegriffe unseres Modells sind "Märkte" und "Strecken".

Eine *Marke* ist eine wohldefinierte vom Betrachter beobachtete Stelle im Raum. Beispiele für Marken sind ein Kreuz an der Wand, die Spitze eines Berges, die untere linke Ecke eines Fensters, etc..

Eine Marke, die sich unmittelbar ohne Verwendung geometrischer Konstruktionen beschreiben läßt, heißt *gebundene* Marke. Eine Marke heißt *frei*, wenn sie mit Hilfe geometrischer Hilfskonstruktionen entstanden ist, wie z.B. durch Mittelpunktbildung oder Abtragen einer Strecke von einer anderen Marke aus.

Der Bereich zwischen zwei Marken wird als Strecke bezeichnet. Menschen sind in der Lage, Strecken im Raum parallel zu verschieben und von anderen gebundenen Marken aus abzutragen. Bei der Parallelverschiebung kann ggf. eine perspektivische Anpassung durchgeführt werden, allerdings fällt dieses von Person zu Person unterschiedlich schwer.

## 1. Die Operationsbereiche

Mit Hilfe von Marken und Strecken können Menschen bestimmte Arbeitsvorgänge durchführen. Diese finden im "Arbeitsbereich" statt. Die Organisation der Vorgänge im Arbeitsbereich geschieht im "Organisationsbereich". Zur Entlastung des Arbeitsbereichs können gebundene Marken und Zahlenwerte zwischenzeitlich außerhalb des Arbeitsbereichs im "Ablagebereich" deponiert werden.

Durch den Organisationsbereich werden die Vorgänge im Arbeitsbereich organisiert und Daten aus dem Ablagebereich abgerufen. Hierzu wurde noch keine weitere Vorstellung entwickelt.

Im Ablagebereich können Marken und Zahlen deponiert und später wieder abgerufen werden.

Im Arbeitsbereich können aus zwei übereinanderstehenden Marken Strecken gewonnen werden, Strecken können an vorgegebene Marken angelegt oder perspektivisch angepaßt werden. Weitere Arbeitsvorgänge sind im nachfolgenden Paragraphen beschrieben.

## 2. Die Kapazitätsbedingungen

Ein interessantes Ergebnis unserer Untersuchungen ist die geringe Kapazität des Arbeitsbereichs, mit der man offensichtlich auskommt. Die zugehörige Bedingung lautet:

### *Kapazität des Arbeitsbereichs:*

Der Arbeitsbereich enthält

- höchstens drei Plätze für "Ecken". Eine Marke belegt einen solchen Platz, eine Strecke belegt zwei solche Plätze. Marken, die eine im Arbeitsspeicher enthaltene Strecke beranden, werden nicht gesondert gezählt
- einen Zählplatz.

Somit beansprucht eine Strecke den Platz von zwei Marken auch dann, wenn ihre Randpunkte nicht markiert sind. Insbesondere ergibt sich, daß nicht mehr als eine Strecke in den Arbeitsbereich aufgenommen werden kann.

### *Kapazität des Ablagebereichs:*

Der Ablagebereich enthält

- einen Zahlenplatz
- Platz für mehrere gebundene Marken.

Es können nur gebundene Marken abgelegt werden. Konstruktiv ermittelte Marken müssen bei erneuter Verwendung wieder neu aufgebaut werden, wenn sie nicht durch eine in der Nähe liegende Marke ersetzt wurden. Strecken werden nach den vorliegenden Beobachtungen nicht im Ablagebereich deponiert.

Es sei erwähnt, daß die Speicherplätze des Arbeitsspeichers laufend durch neue Marken oder Strecken belegt werden können. Alte Daten bleiben dabei so lange verfügbar, bis auf den Speicherplatz ein neues Datum überschrieben ist.

### 3. Die Operationen im Arbeitsbereich

Bislang konnten im Arbeitsbereich die folgenden Operationen beobachtet werden:

- (A) Setzen einer Marke: Hierbei wird ein Speicherplatz des Arbeitsspeichers mit einer gebundenen Marke belegt.
- (B) Einprägen einer Strecke: Hierbei wird eine durch zwei Marken berandete Strecke größenmäßig eingepägt.
- (C) Anlegen einer Strecke an eine gebundene Marke: Hierzu wird die Strecke von der gebundenen Marke aus abgetragen.
- (D) Perspektivische Anpassung einer Strecke an eine gebundenen Marke: Hierbei liegt zunächst eine Strecke vor, die an einer Marke  $\alpha$  abgetragen ist. Diese Strecke soll nun von einer Marke  $\beta$  aus abgetragen werden. Da  $\alpha$  und  $\beta$  vom Betrachter aus recht unterschiedliche Abstände haben können, ist eine perspektivische Korrektur der Länge der Strecke für bestimmte Vergleichsvorgänge sinnvoll. Probanden haben sehr unterschiedliches Geschick in der Bewältigung der perspektivischen Anpassung.
- (E) Das freie Ende eines angelegten Bereichs als Marke definieren.
- (F) Binden einer freien Marke: Eine freie Marke durch einen in ihrer unmittelbaren Nähe liegenden Punkt ersetzen. Dabei wird die freie Marke durch eine gebundene Marke ersetzt.
- (G) Mittelpunktbildung: Den Mittelpunkt zweier Marken als freie Marke definieren. (Von den Ausgangsmarken muß mindestens eine gebunden sein.)
- (H) Entscheidung, welche von zwei Marken im Bildraum weiter oben liegt.
- (I) Vergleich der Abstände zweier Marken von einer Dritten.

#### 4. Größenvergleiche

Im folgenden werden für den hier betrachteten Fall, daß sich alle betrachteten Objekte im gleichen Bildraum befinden, die Verhaltensmuster betrachtet, die für die Lösung der Problemstellung

"Wieviel mal so groß ist ein Gegenstand A  
als ein Gegenstand B?"

eine Rolle spielen.

Der zugehörige Arbeitsablauf beruht auf der Fähigkeit, einen vorgegebenen Gegenstand der Höhe (Länge oder Breite)  $X$  mit einer Strecke  $\Delta$  größenmäßig zu vergleichen, wobei die resultierende Angabe die Gestalt

$$X = n \cdot \Delta + \epsilon \quad (\text{mit } |\epsilon| \leq \Delta/2)$$

hat. (Man beachte, daß  $\epsilon$  auch negativ sein kann.)

Im folgenden sei zunächst die Prozedur  $\pi$  beschrieben, die aus  $X$  und  $\Delta$  die zugehörigen Werte  $n$  und  $\epsilon$  liefert, also

$$\pi : (X, \Delta) \rightarrow (n, \epsilon).$$

Anschließend wird gezeigt, wie diese Prozedur für den Größenvergleich verwendet wird.

5. Die Prozedur  $\pi$  (ganzzahlige Höhenmessung)

Fragestellung: "Wieviel mal so groß ist ein Gegenstand X als eine Strecke  $\Delta$ ?"

Vorgegebene Größen: X,  $\Delta$

Gesuchte Größen: n, s,  $\epsilon$

Ergebnis:  $X = n \cdot \Delta + s \cdot \epsilon$  (mit  $s \in \{+1, -1\}$ ,  $0 \leq \epsilon \leq \Delta/2$ )<sup>1</sup>

(1) n := 0

(2)  $\alpha$  := Minimum von X

(3)  $\beta$  := Maximum von X

---

(4)  $\Delta$  in  $\alpha$  anlegen (nach oben)

(5)  $\beta$  := freies Ende von  $\Delta$

(6) Frage: "Ist  $\beta < \gamma$ ?"

nein  $\rightarrow$  goto (7)

ja  $\rightarrow$  goto (10)

---

(7) n := n + 1

(8)  $\alpha$  :=  $\gamma$  (Umbenennung)

(9) goto (3)

(10) Frage: "liegt  $\beta$  näher an  $\alpha$  oder an  $\gamma$ ?"

an  $\alpha \rightarrow$  s := +1;  $\epsilon$  := (Abstand von  $\alpha$  und  $\beta$ )

an  $\gamma \rightarrow$  n := n+1; s := -1;  $\epsilon$  := (Abstand von  $\gamma$  und  $\beta$ )

unentschieden  $\rightarrow$  s := 0;  $\epsilon$  :=  $\Delta/2$

(11) end (Ergebnis: n, s,  $\epsilon$ )

Inhaltlich entspricht dieser Prozess dem mehrfachen Aufeinanderstapeln der Höhe  $\Delta$ , bis die Höhe X erreicht ist. n gibt die Anzahl an, wie oft  $\Delta$  gestapelt werden muß, um X möglichst nahe zu kommen, s gibt an, ob der aus den Deltas bestehende Turm höher (+1), gleich hoch (0) oder niedriger als X ist,  $\epsilon$  ist die Länge des Restabstandes.

---

<sup>1</sup> evtl. = 0 falls  $\epsilon = \frac{1}{2}$  ?

## 6. Konkrete Durchführung von Größenvergleichen

Es sei nun wieder die Aufgabenstellung:

"Wieviel mal so groß ist ein Gegenstand A im Vergleich zu einem Gegenstand B?"

Hierzu wurde der folgende Handlungsablauf beobachtet:

- (1)  $\alpha$  := Minimum von B
- (2)  $\beta$  := Maximum von B
- (3)  $\Delta$  := Strecke zwischen  $\alpha$  und  $\beta$
- (4)  $X$  := A (Umbenennung)
- (5)  $\alpha$  := Minimum von X
- (6) Anlagen von  $\Delta$  an  $\alpha$  (perspektivische Anpassung)

---

(7) Anwendung der Prozedur  $\pi : (X, \Delta) \rightarrow (n, s, \epsilon)$

---

Fall 1: Reicht ganzzahlige Genauigkeit, so ist das Ergebnis n (falls  $s = 0$  ist  $n := n + \frac{1}{2}$ ).

Fall 2: Ist ein genaueres Ergebnis verlangt, so wird wie folgt weitergemacht

- (8)  $N := n$  (n auf den ersten Speicherplatz des Ablagebereichs)
- (9)  $S := s$  (s auf den zweiten Speicherplatz des Ablagebereichs)
- (10) Anwendung der Prozedur  $\pi$  auf  $(\Delta, \epsilon)$  ergibt  
 $\pi : (\Delta, \epsilon) \rightarrow (\tilde{n}, \tilde{s}, \tilde{\epsilon})$
- (11) Das Ergebnis ist dann  
$$n := N + S \cdot \frac{1}{\tilde{n}}$$

Inhaltlich entspricht der Fall 1 dem mehrfachen Aufeinandertürmen von B bis die Höhe von A erreicht ist. Im Fall 2 wird außerdem noch der Restabstand  $\epsilon$  mit der Höhe in B verglichen.  $\tilde{n}$  ist Anzahl, wie oft  $\epsilon$  in B "hineinpaßt". Sie gibt an, welcher Bruchteil  $\frac{1}{\tilde{n}}$  von B zu  $N \cdot \Delta$  zu addieren ist, um A zu erhalten.

---

<sup>2</sup>Falls  $s = 0$ , so wird ersetzt  $\tilde{n} := \tilde{n} + 1$

LITERATUR

- ALBERS, W.; ALBERS, G.: Prominence and Aspiration Adjustment in Location Games, in: Tietz, R. (ed.): Aspiration Levels in Bargaining and Economic Decision Making, Berlin 1983
- SELTEN, R.: Equity and Coalition Bargaining in Experimental 3-Person Games, Working Paper No.154, Sonderforschungsbereich 303, Universität Bonn, 1985