Universität Bielefeld/IMW

Working Papers
Institute of Mathematical Economics

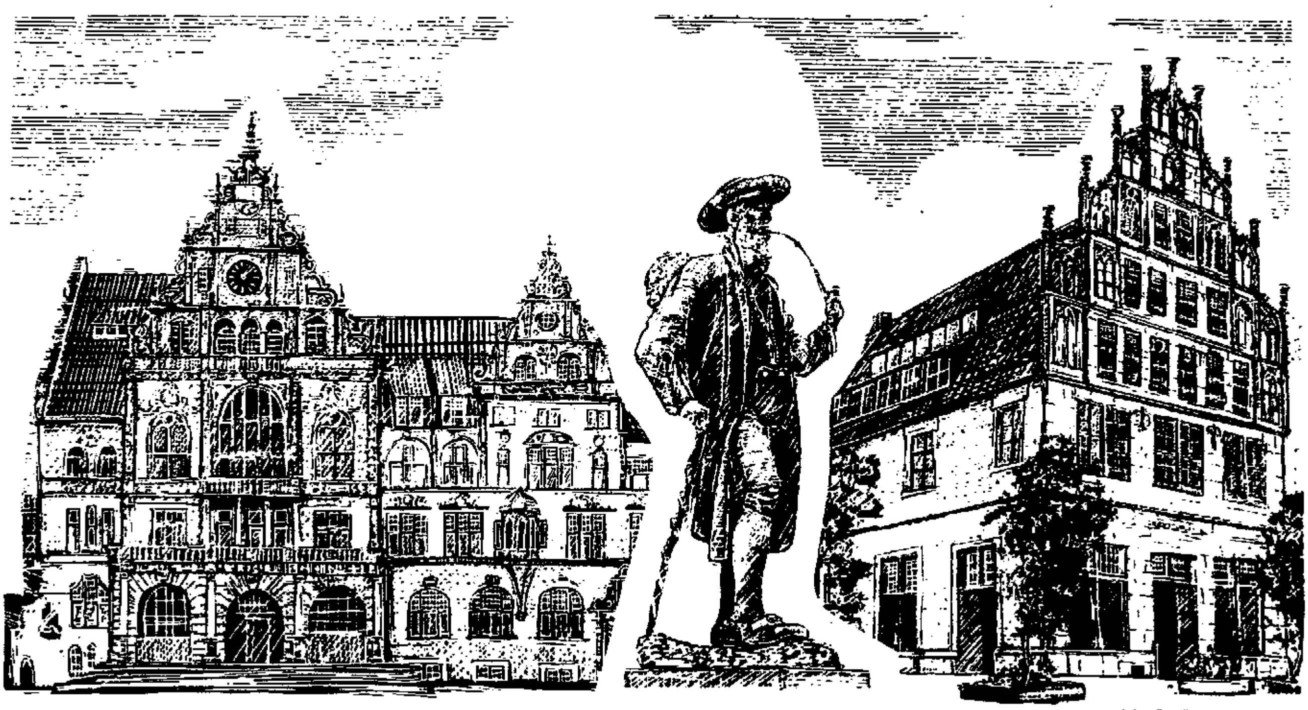
Arbeiten aus dem
Institut für Mathematische Wirtschaftsforschung

Nr. 139

Empirische Analyse der Minimaldarstellung von Parlamenten

Volker Bieta

November 1984



H. G. Bergenthal

Institut für Mathematische Wirtschaftsforschung
an der
Universität Bielefeld
Adresse/Address:
Universitätsstraße
4800 Bielefeld 1
Bundesrepublik Deutschland
Federal Republic of Germany

Inhalt

0. Einleitung
1. Spezifikation
2. Die Homogenitätseigenschaft
3. Der Algorithmus
4. Homogener Nullsummenfall und allgemeiner homogener Fall
5. Darstellung ausgewählter Parlamente
6. Verzeichnis der Fußnoten
7. Auflistung der analysierten Parlamente
8. Literaturverzeichnis

0. Einleitung

Das Ziel dieser Arbeit ist es, die von Ostmann (1983) in "On the Minimal Representation Of Homogeneous Games" gefundenen Ergebnisse im Rahmen einer empirischen Analyse zu verifizieren. Dabei erscheint es notwendig, in einem ersten Schritt die wichtigsten Resultate noch einmal darzustellen, um diese dann zu interpretieren und an ausgewählten Beispielen zu exemplifizieren.

Dazu wurden 140 verschiedene Koalitionskabinette in 25 parlamentarischen Mehrparteiensystemen untersucht, wobei das Spektrum von 3 bis zu 15 Parteien reichte. Diese wurden - vgl. Anhang - nach steigender Parteienanzahl tabellarisch geordnet, wobei sofort ersichtlich wird, daß mit zunehmender Komplexität der Parlamente die Eigenschaft der Homogenität sehr schnell verloren geht und diese ab $|N| = 8$ nur noch vereinzelt auftritt.

Da sich ein Parlament aus i.d.R. eher als ideologisch heterogen zu bezeichnenden politischen Parteien zusammensetzt, die für eine Legislaturperiode über eine vom Souverän übertragene Anzahl von Sitzen verfügen, eine die Regierung tragende Majorität liefern sollte, ist es notwendig, aus den im Parlament vertretenen Parteien Koalitionen zu bilden. Erreicht eine Partei nicht von Anbeginn an eine absolute Mehrheit, dann garantiert gerade erst ein solches als kooperativ zu bezeichnendes Verhalten die Funktionsfähigkeit des parlamentarischen Systems.

Die Auflistung möglicher Koalitionen - hier in Gestalt einer lexikographisch geordneten Incidenzmatrix minimal gewinnender Koalitionen - erfolgt dann eher idealtypisch, wobei allerdings die Frage nach der politischen Durchsetzbarkeit bestimmter Koalitionskonfigurationen in den Hintergrund treten muß. Dieses wird besonders deutlich, wenn man die Incidenzmatrix für die Bundesrepublik Deutschland nach der letzten Bundestagswahl (1983) betrachtet. Von einer Analyse von Anbeginn an auszuschließen sind bei dieser Vorgehensweise Parlamentsstrukturen, bei denen schon eine einzelne Partei über die Majorität der Sitze verfügt. Dabei handelt es sich oft um historisch gewachsene Demokratien, wie etwa Neu Seeland (1981), Groß-Britannien (1983) und Nordirland (1983).

Diese oben skizzierte Situation kann nun als ein einfaches N-Personenspiel aufgefaßt und mit Hilfe der charakteristischen Funktion (v) modelliert werden, womit auch gesellschaftspolitisch relevante Fragestellungen - hier primär aus dem Umfeld der Politologie - einer spieltheoretischen Analyse zugänglich gemacht werden. Als besonders geeignet als Analyseinstrument erweist sich dann mit den gewichteten Majoritätsspielen eine wichtige Klasse einfacher Spiele. Dabei wird jedem Spieler (jeder Partei) $i \in N$ (Menge der im Parlament vertretenen Parteien) ein bestimmtes Gewicht m_i (erreichte Sitzzahl) zugeordnet, und als Gewinnkoalitionen werden genau solche $S \subset \underline{P}(N)$ (Potenzmenge von N) angesehen, für welche

$$\sum_{i \in S} m_i > \mu$$

gilt, wobei μ das durch die jeweilige Landesverfassung determinierte Level ist (1).

Durch diese Vorgehensweise können also Parlamente durch ein $N + 1$ -Tupel $(\mu; \underline{m})$ repräsentiert werden. Für die Bundesrepublik Deutschland nach der Wahl 1983 wäre die Darstellung des Bundestages von der Form (250; 193,191,53,39,27).

Das durch die Repräsentation $(\mu; \underline{m})$ definierte Spiel (N,v) wird dann durch die lexikographisch geordnete Incidenzmatrix der minimal gewinnenden Koalitionen beschrieben. Minimal gewinnende Koalitionen zu betrachten scheint deshalb als sinnvoll, da es durchaus realistisch ist anzunehmen, daß Gewinnkoalitionen unter der Prämisse gebildet werden, daß es für die Koalitionsmitglieder vorteilhaft ist, den Preis - d.h. die politische Macht - unter möglichst wenigen Mitgliedern aufzuteilen (vgl. von NEUMANN-MORGENSTERN [2]).

Aus der Menge der Tupel $(\mu; \underline{m})$, die die gleiche Struktur der Incidenzmatrix induzieren - d.h. das gleiche Spiel repräsentieren - ist dann durch Anwendung des unten erläuterten Algorithmus die 'Minimale Darstellung' zu finden, die beim Bundestag (1983) dann die Form $(\mu'; \underline{m}') = (4; 2,2,1,1,1)$ hätte.

Wie der Titel von Ostmann's Arbeit schon explizit zum Ausdruck bringt, befaßt sich der Autor mit homogenen Spielen, wobei dann aber schon eine Anzahl von real existierenden Parlamenten einer Analyse unter diesem Apsekt betrachtet gar nicht zugänglich wäre, da das durch (μ; $\underline{m}$) definierte Spiel (N,v) das Homogenitätskriterium nicht erfüllt, was beispielsweise am Parlament von Luxemburg (1964) an geeigneter Stelle zu exemplifizieren ist.

Für real gegebene Parlamente läßt sich dann die Vorgehensweise wie folgt charakterisieren:

•) Aufstellung der durch (μ; $\underline{m}$) induzierten Incidenzmatrix X
•) Anwendung des Algorithmus zur Auffindung der minimalen Darstellung (μ'; $\underline{m}'$)
•) Aufstellung durch durch (μ'; $\underline{m}'$) induzierten Incidenzmatrix X'
•) Überprüfung der Struktur der Incidenzmatrizen X und X', mit dem Ziel festzustellen, ob (μ'; $\underline{m}'$) das durch (μ; $\underline{m}$) definierte Spiel (N,v) repräsentiert.

1. Spezifikation

(1.1) Ein einfaches Spiel (N,v) wird durch die endliche Spielermenge (Parteien) $N = \{1,\dots,n\}$ und durch die charakteristische Funktion $v : \underline{\underline{P}}(N) \to \{0,1\}$ mit $v(\phi) = 0$ beschrieben, wobei die Elemente der Potenzmenge $(\underline{\underline{P}}(N))$ als Koalitionen aufzufassen sind.

(1.2) Erhält eine Koalition den Wert 1, so wird sie als gewinnend, erhält sie dagegen den Wert 0, so wird sie als verlierend bezeichnet.

(1.3) (N,v) wird als gewichtetes Majoritätsspiel bezeichnet, falls es durch ganzzahlige Maße repräsentierbar ist, d.h. es gibt

•) $\underline{m} \in \mathbb{N}_0^n$ (dabei ist $\underline{m}$ als Gewichtevektor absteigend geordnet, d.h.

$$m_i > m_j \quad \text{für } j > i)$$

•) $m(N) = \sum_{i \in N} m_i \neq 0$

•) $\mu \in \mathbb{N}$

•) $\mu > 1/2\, m(N) = \frac{1}{2} \sum_{i \in N} m_i$ (wobei μ das einzustellende Level ist)

•) mit

$$v(S) = 1_{[\mu;m(N)]} \circ m(S)$$

(1.4) Die Paare $(\mu; \underline{m})$, die (1.3) genügen, werden Repräsentationen (Darstellungen) des Spieles (N,v) genannt, wobei die Menge der Repräsentationen mit $R = R(N,v)$ bezeichnet wird. In $R = R(N,v)$ ist letztendlich die 'Minimale' zu finden.

(1.5) Des weiteren sind zwei besonders ausgezeichnete Mengen zu betrachten, und zwar

•) W_* , die Menge der minimal gewinnenden Koalitionen

$$W_* := \{S \in W;\ \bigwedge_{i \in S} S \setminus \{i\} \in L\}$$

und

•) L^*, die Menge der maximal verlierenden Koalitionen

$$L^* := \{S \in L; \bigwedge_{i \notin S} S \cup \{i\} \in W\}$$

wobei mit W die Menge der gewinnenden und mit L die Menge der verlierenden Koalitionen bezeichnet wird.

(1.6) Durch die Betrachtung der symmetrischen Gruppe eines einfachen Spiels $\Gamma = \Gamma(N,v) := \{\pi \text{ ist Permutation von } N \mid v(S) = \pi v(S)\}$ gelangt man über die Partition der Spielermenge N in disjunkte Transitivitätsklassen dann zu einem Typenkonzept, das in der Gesamtkonzeption von wesentlicher Bedeutung ist (2), wobei jede Transitivitätsklasse $\tilde{i}$ mit einem Typ korrespondiert. Spieler gleichen Typs können dann in Koalition ausgetauscht werden, ohne daß sich deren Status ändert, d.h. gewinnende Koalitionen bleiben gewinnend und verlierende Koalitionen bleiben verlierend.

Die Typenmenge $\tilde{N}$ ist dann wie folgt definiert:

$$\tilde{N} = N/\sim = \{i \mid i \in N\}$$

wobei

$$\tilde{i} = \{j \in N \mid i \sim j\}$$

und

$$i \sim j \quad \text{falls} \quad i \in \Gamma(j), \text{ d.h. falls } i \text{ Element des Orbits von } j.$$

Dabei induzieren dann alle Repräsentationen dieselbe Ordnung auf $\tilde{N}$, was wiederum impliziert, daß die Spieler anhand ihrer Gewichte verglichen werden können.

Darüber hinaus ermöglicht es diese Eigenschaft in einem nächsten Schritt, den kleinsten 'Nicht-Dummy-Typ'

$$F := \tilde{i} \quad \text{falls} \quad m_i = \min_{N \setminus D} m \qquad \text{für } (\mu;\underline{m}) \in R$$

zu definieren.

(1.7) Von Bedeutung sind dann noch zwei spezielle Typen, nämlich die Dummies ($D = D(N,v)$) und die 'Veto-Spieler' ($E = E(N,v)$), wobei diese wie folgt definiert sind:

$$D := N \setminus \bigcup_{W^*} S$$

$$E := \bigcap_{W^*} S \qquad (3)$$

(1.8) Für die Funktionsweise des Algorithmus ist es wesentlich, daß Spieler sowohl die Eigenschaft einer Summe resp. die einer Stufe haben können.

Ein Spieler $i \in N \setminus D$ wird Summe genannt, falls Koalitionen S und T aus W_* mit $S \sim_i T$ und $i \in S$ sowie $i \notin T$ existieren (4).

Haben Spieler nicht die Eigenschaft einer Summe, dann werden sie Stufe genannt, wobei eine Stufe als final bezeichnet wird, falls es Koalitionen $S \in W_*$ mit $i \in S$ und $j \notin S$ für alle $j > i$ gibt.

Aus der Struktur der Incidenzmatrix wird ersichtlich, daß ein Spieler (eine Partei), der die Eigenschaft einer Summe hat, durch Koalitionen von ihrem Gewicht nach kleineren Spielern ersetzt werden kann. Eine solche Substitutionsmöglichkeit besteht bei einer Stufe dagegen nicht: "Steps rule their followers" vgl. OSTMANN [3]. Diese letzte mögliche Eigenschaft eines Spielers (einer Partei) erhält ihre besondere Bedeutung, wenn reale Koalitionsverhandlungen betrachtet werden und eine Partei mit Stufeneigenschaft eine bestimmte Verhandlungsposition erringt.

Die bisher angeführten Ergebnisse sollen nun anhand der Parlamente von Island (1963) und Luxemburg (1964) verifiziert werden, deren Incidenzmatrizen eine vergleichsweise einfache Struktur besitzen:

Beispiel (B 1):

```
PARLIAMENT OF ICELAND (1963)

NUMBER OF PARTIES REPRESENTED IN PARLIAMENT: 4

SEATS IN PARLIAMENT :

CONSERVATIVE            24
LABOUR ALLIANCE         19
PROGRESSIVE              9
SOCIAL DEMOCRATS         9

SUM   :                 61

ZERO SUM GAME

LEVEL :  31

MATRIX OF MINIMAL WINNING COALITIONS
```

$$X = \begin{array}{cc} & \Sigma \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & \emptyset & \emptyset \\ 1 & \emptyset & 1 & \emptyset \\ 1 & \emptyset & \emptyset & 1 \\ \emptyset & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} & \begin{matrix} 43 \\ 33 \\ 33 \\ 37 \end{matrix} \end{array}$$

```
DIMENSION :  4 * 4
```

Dieses durch die Repräsentation $(\mu;\underline{m}) = (31; 24,19,9,9)$ definierte Spiel (N,v) (5) mit vier minimal gewinnenden Koalitionen hat dann (die)

(B 1.1) charakteristische Funktion

$$v(S) = 1_{[31,61]} \circ m(S)$$

resp.

$$v(S) = \begin{cases} 1 & \text{falls} \quad S = \{2,3,4\} \\ 1 & \text{falls} \quad |S| > 1 \quad \text{und} \quad 1 \in S \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

(B 1.2) Symmetrische Gruppe

$\Gamma = \{\pi_i\} \qquad i = 1,2,\ldots,6$

•) π_1 : id.

•) π_2 : $(1\ 2\ 3\ 4) \rightarrow (1\ 2\ 4\ 3)$

•) π_3 : $(1\ 2\ 3\ 4) \rightarrow (1\ 3\ 2\ 4)$

•) π_4 : $(1\ 2\ 3\ 4) \rightarrow (1\ 3\ 4\ 2)$

•) π_5 : $(1\ 2\ 3\ 4) \rightarrow (1\ 4\ 3\ 2)$

•) π_6 : $(1\ 2\ 3\ 4) \rightarrow (1\ 4\ 2\ 3)$

(B 1.3) den Orbit

•) $\Gamma(1) = \{1\}$

•) $\Gamma(2) = \Gamma(3) = \Gamma(4) = \{2,3,4\}$

(B 1.4) Transitivitätsklassen (Typen)

•) $\tilde{1} = \{1\}$

•) $\tilde{2} = \tilde{3} = \tilde{4} = \{2,3,4\}$

(B 1.5) $\tilde{N} = \{\{1\}, \{2,3,4\}\}$

womit man also zwei Typen von Spielern hat, was bei der unten zu bestimmenden Minimalen noch von Bedeutung ist.

(B 1.6) $D = \emptyset$ (6)

(B 1.7) $E = \emptyset$

(B 1.8) als Stufe : Sozialdemokraten

als Summen : Konservative, Fortschrittspartei und Allianz der Arbeit

(B 1.9) kleinster 'Nicht-Dummy-Typ'

$F = \{3,4\}$

Beispiel (B 2):

```
PARLIAMENT OF LUXEMBURGH (1964)

NUMBER OF PARTIES REPRESENTED IN PARLIAMENT: 5

SEATS IN PARLIAMENT :

CHRISTIAN SOC. PARTY 22
SOCIAL DEMOCRATS     21
LIBERAL PARTY        6
COMMUNISTS           5
INDEPENDENTS         2

SUM    :             56

LEVEL :  29

MATRIX OF MINIMAL WINNING COALITIONS
```

$$\mathcal{V} = \begin{array}{c|c} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} & \begin{matrix} \Sigma \\ 43 \\ 33 \\ 30 \\ 29 \\ 32 \\ 29 \end{matrix} \end{array}$$

```
DIMENSION :  6 * 5
```

Das Parlament von Luxemburg (7) mit sechs minimal gewinnenden Koalitionen wird durch die Repräsentation $(\mu;\underline{m}) = (29;\ 22,21,6,5,2)$ definiert mit

(B 2.1) charakteristischer Funktion

$$v(S) = 1_{[29,56]} \circ m(S)$$

(B 2.2) sym.Gruppe

$$\Gamma = \{\pi_1,\ \pi_2\}$$

•) $\pi_1 = id$

•) $\pi_2 = (1,2,3,4,5) \quad (1,2,3,5,4)$

(B 2.3) Orbit

- •) $\Gamma_{(1)} = \{1\}$
- •) $\Gamma_{(2)} = \{2\}$
- •) $\Gamma_{(3)} = \{3\}$
- •) $\Gamma_{(4)} = \Gamma_{(5)} = \{4,5\}$

(B 2.4) Transitivitätsklassen (Typen)

- •) $\tilde{1} = \{1\}$
- •) $\tilde{2} = \{2\}$
- •) $\tilde{3} = \{3\}$
- •) $\tilde{4} = \tilde{5} = \{4,5\}$

(B 2.5) Typenmenge

$\tilde{N} = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4,5\}\}$, womit dieses durch $(\mu;\underline{m})$ induzierte Spiel aus vier Spielertypen besteht.

(B 2.6) $D = \emptyset$

(B 2.7) $E = \emptyset$

(B.2.8) Christlich Sozialer Partei, Sozialdemokraten, Liberalen, Kommunisten als Summe und Unabhängigen als Stufe.

(B 2.9) Kleinster 'Nicht-Dummy-Typ'

$F = \{4,5\}$

2. Die Homogenitätseigenschaft

(2.1) Ein gewichtetes Majoritätsspiel (N,v) heißt homogen, falls ein $(\mu;\underline{m}) \in R\ (N,v)$ existiert, so daß

$$X \cdot \underline{m} = \underline{\mu} \qquad (8)$$

was impliziert, daß jede minimal gewinnende Koalition exakt das gleiche Stimmenmaß μ aufbringen muß.

(2.2) Für homogene Repräsentation $(\mu;\underline{m})$ gilt dann

- •) daß das Gewicht einer Summe die Summe von kleineren Spielergewichten ist
  und
- •) daß das Gewicht einer finalen Stufe größer ist als die Summe der kleineren Spielergewichte.

Wie aus (2.1) ersichtlich wird, ist es zum Auffinden eines geeigneten Kandidaten $(\mu';\underline{m}')$ dann notwendig, ein linear inhomogenes Gleichungssystem minimal zu lösen, was bei komplexer werdenden Incidenzmatritzen (9) mit hohem rechentechnischen Aufwand einhergehen kann.

Ostmann's Ansatz bringt gerade an dieser Stelle eine wesentliche Vereinfachung, da allein aus der Struktur der Incidenzmatrix durch geeignete Wahl von Koalitionen ein minimaler Gewichtsvektor bestimmt werden kann, über den dann wiederum auch ein minimales Level durch einfache Addition von Gewichten gewonnen wird, ohne ein linear inhomogenes Gleichungssystem explizit 'lösen' zu müssen.

3. Der Algorithmus

Im folgenden ist nun der Algorithmus darzustellen, wobei von einem homogenen gewichteten Majoritätsspiel ausgegangen werden soll.

Da Summen und Stufen durch den Algorithmus unterschiedlich behandelt werden, sind folgende Anmerkungen notwendig:

(3.1) Ist Spieler (Partei) i eine <u>Summe</u>, dann seien $S(i)$ und $T(i)$ das lexikographisch erste Paar in der Incidenzmatrix mit $S(i) \sim_i T(i)$ und $i \in S(i)$ sowie $i \notin T(i)$.

(3.2) Ist Spieler (Partei) i eine <u>Stufe</u>, dann ist mit

$$H(i) := \{\{i,\ldots,n\} \setminus S,\ i \in S,\ S \in W_*\}$$

$$h_m(i) := \max \{mH \mid H \in \mathcal{H}\}$$

Ein möglicher Kandidat $(\mu';\underline{m}')$ für eine minimale homogene Repräsentation eines gegebenen Spieles (N,v) wird dann wie folgt rekursiv bestimmt:

(3.3) Das Gewicht des i-ten Spieles erhält man nach

$$m_i := \begin{cases} m(T(i) \setminus S(i)) & \text{falls Spieler i Summeneigenschaft hat} \\ 1 + h_m(i) & \text{falls Spieler i Stufeneigenschaft hat} \end{cases}$$

Das Level erhält man gemäß

(3.4) $\mu := mS^{(1)}$ (10)

Des weiteren wird der kleinsten im Parlament vertretenen Partei dann noch das Gewicht 'Eins' zugewiesen, d.h.

(3.5) $m_n = 1$

Die Arbeitsweise des Algorithmus sei anhand des Parlamentes von Island (1963) (vgl. Beispiel 1) exemplarisch demonstriert:

Beispiel (B 3): Die mit Island (1963) korrespondierende Incidenzmatrix hatte die folgende Struktur

$$X = \begin{array}{cc} & \Sigma \\ \begin{pmatrix} 1&1&0&0 \\ 1&0&1&0 \\ 1&0&0&1 \\ 0&1&1&1 \end{pmatrix} & \begin{array}{c} 43 \\ 33 \\ 33 \\ 37 \end{array} \end{array}$$

Aus der Struktur von X sind nun die minimalen Gewichte sowie das minimale Level zu bestimmen.

$\bullet)\ m_4 = 1$

$\bullet)\ \begin{matrix} T(3) = \{1,4\} \\ S(3) = \{1,3\} \end{matrix} \leadsto m(T(3) \setminus S(3)) = m(\{4\}) = 1 = m_3$

$\bullet)\ \begin{matrix} T(2) = \{1,3\} \\ S(2) = \{1,2\} \end{matrix} \leadsto m(T(2) \setminus S(2)) = m(\{3\}) = 1 = m_2$

$\bullet)\ \begin{matrix} T(1) = \{2,3,4\} \\ S(1) = \{1,2\} \end{matrix} \leadsto m(T(1) \setminus S(1)) = m(\{3,4\}) = 2 = m_1$

$\bullet)\ \mu = m\, S^{(1)} = m(\{1,2\}) = 3$

Die minimale Darstellung ist dann von der Form

$$(\mu';\underline{m}') = (3;\ 2,1,1,1)$$

Für das Parlament von Luxemburg (1964) ergibt sich als minimale Darstellung

Beispiel (B 4): $(\mu';\underline{m}') = (4;\ 2,2,1,1,1)$

In einem nächsten Schritt ist nun zu überprüfen, ob die gefundenen minimalen Darstellungen auch die durch $(\mu;\underline{m})$ induzierten Spiele repräsentieren, wozu dann für $(\mu';\underline{m}')$ die Incidenzmatritzen X' aufzustellen sind und ein Vergleich mit den zu $(\mu;\underline{m})$ gehörenden Incidenzmatritzen X vorzunehmen ist.

Beispiel (B 5): Für Island (1963) ergibt sich dann mit
$(\mu';\underline{m}') = (3;\ 2,1,1,1)$
die

MATRIX OF MINIMAL WINNING COALITIONS

$$X' = \begin{array}{c} \\ \left[\begin{matrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{matrix}\right] \end{array} \begin{array}{c} \Sigma \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \end{array}$$

DIMENSION : 4 * 4

womit $(\mu';\underline{m}')$ das gleiche Spiel repräsentiert.

Beispiel (B 6): Für Luxemburg (1964) ergibt sich dann mit
$(\mu';\underline{m}') = (4;\ 2,2,1,1,1)$
die

MATRIX OF MINIMAL WINNING COALITIONS

$$X' = \begin{array}{c} \\ \left[\begin{matrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{matrix}\right] \end{array} \begin{array}{c} \Sigma \\ 4 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \end{array}$$

DIMENSION : 7 * 5

womit $(\mu';\underline{m}')$ nicht das gleiche Spiel repräsentiert (11).

4. Der homogene Nullsummenfall und der allgemeine homogene Fall

Das Kerntheorem im homogenen Nullsummenfall lautet:

(4.1) Die Minimalrepräsentation $(\mu';\underline{m}')$ eines homogenen Nullsummenspiels (N,v)

a) ist eindeutig
b) ist homogen
c) ist typenerhaltend
d) ordnet dem kleinsten Spielertyp das Gewicht 1 zu
e) besitzt ein Level μ', das gleich der Determinante einer Submatrix der Incidenzmatrix ist
f) ist derart, daß die Gesamtstimmenzahl $2\mu'-1$ ist

Die Aussagen dieses Theorems lassen sich nun leicht z.B. anhand des Parlamentes von Island (1963) verifizieren.

Bzgl. homogenen Spielen mit Kostantsummeneigenschaft (hier i.s. von Nullsummeneigenschaft) kann auf ein gesichertes theoretisches Fundament zurückgegriffen werden, der Art, daß es genau eine homogene - wenn auch nicht minimale - Darstellung von gewichteten homogenen Spielen mit Konstantsummeneigenschaft gibt (ROSENMÜLLER [4]). Darüber hinaus gibt es auch eine Verbindung mit dem 'Konzept der Nichtdegeneriertheit' (ROSENMÜLLER [4]).

Im allgemeinen homogenen Fall lauten die Kerntheoreme dann:

(4.2) Die minimale homogene Repräsentation eines homogenen gewichteten Majoritätsspiels (N,v) ist

a) eindeutig
b) typenerhaltend
c) und besitzt einen Spieler mit Gewicht 1

in Verbindung mit

(4.3) Die minimale homogene Repräsentation ist die eindeutige minimale Repräsentation.

Das größte nicht pathologische (12) Parlament, für das eine minimale homogene Darstellung gefunden werden konnte, ist das von Thailand (1983), was im folgenden angeführt ist:

Beispiel (B 7):

PARLIAMENT OF SIAM (1983)

NUMBER OF PARTIES REPRESENTED IN PARLIAMENT: 10

SEATS IN PARLIAMENT :

SOCIALIST PARTY	92
NATIONAL PARTY	73
DEMOCRATS	56
INDEPENDENTS	24
CITIZEN PARTY	18
NATIONAL DEMOCRATS	15
PRACHA THAI	4
PROGRESSIVE	3
SOCIAL DEMOCRATS	2
PRACHA SERI	1
SUM :	288

LEVEL : 145

MATRIX OF MINIMAL WINNING COALITIONS

$$X = \begin{array}{c} \left[\begin{array}{cccccccccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \end{array} \begin{array}{c} \Sigma \\ 165 \\ 148 \\ 149 \\ 153 \\ 147 \\ 148 \\ 147 \\ 146 \\ 145 \end{array}$$

DIMENSION : 9 * 10

mit (der) :

(B. 7.1) charakteristischen Funktion

$$v(S) = 1_{[145,288]} \circ m(S)$$

(B. 7.2) Repräsentation

$$(\mu;\underline{m}) = (145;\ 92,73,57,24,18,15,4,3,2,1)$$

(B. 7.3) Typenmenge

$$\tilde{N} = \{\{1\},\ \{2,3\}\ ,\ \{4,5\}\ ,\ \{6\}\ ,\ \{7,8,9,10\}\}$$

(B. 7.4) $E = \emptyset$

(B. 7.5) $D = \emptyset$

Aus der Struktur der Incidenzmatrix wird des weiteren ersichtlich, daß in diesem Spiel zwei Spieler (Parteien) die Eigenschaft einer Stufe haben:

•) Pracha Seri

•) Nationaldemokraten (13)

Die Anwendung des Algorithmus liefert dann:

'MINIMAL REPRESENTATION' : $(\mu';\underline{m}')$

*) μ' IN N DIM $\mu'=1$ (LEVEL)

*) $\underline{m}'$ IN N DIM $\underline{m}'=n$ (IN CASE NO PARTY IS A DUMMY)

*) $(\mu';\underline{m}')=($ 4Ø ; 23 17 17 6 6 5 1 1 1 1) SUM : 78 ; DUMMIES :

MATRIX OF MINIMAL WINNING COALITIONS

$$X' = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{array}{c} \Sigma \\ 40 \\ 40 \\ 40 \\ 40 \\ 40 \\ 40 \\ 40 \\ 40 \\ 40 \end{array}$$

DIMENSION : 9 * 1Ø

womit (μ';$\underline{m}'$) das gleiche Spiel repräsentiert.

In diesem Fall, wo entgegen dem homogenen Nullsummenfall auf keine theoretischen Erkenntnisse zurückgegriffen werden kann, wird durch den Algorithmus nun die Möglichkeit eröffnet, unter Minimierung des rechentechnischen Aufwandes allein aus der Struktur der mit (μ;$\underline{m}$) korrespondierenden Incidenzmatrix zumindest einen minimalen homogenen Kandidaten (μ';$\underline{m}'$) zu finden, was am Beispiel von Thailand exemplifiziert worden ist.

5. Darstellung ausgewählter Parlamente

Im folgenden sollen nun einige - teilweise auch schon zu Demonstrationszwecken verwendete Parlamente - noch einmal im Zusammenhang dargestellt werden.

PARLIAMENT OF ICELAND (1963)

NUMBER OF PARTIES REPRESENTED IN PARLIAMENT: 4

SEATS IN PARLIAMENT :

CONSERVATIVE	24
LABOUR ALLIANCE	19
PROGRESSIVE	9
SOCIAL DEMOCRATS	9
SUM :	61

ZERO SUM GAME

LEVEL : 31

MATRIX OF MINIMAL WINNING COALITIONS

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} 43 \\ 33 \\ 33 \\ 37 \end{matrix}$$

DIMENSION : 4 * 4

'MINIMAL REPRESENTATION' : $(\mu' ; \underline{m}')$

*) μ' IN IN DIM $\mu = 1$ (LEVEL)

*) $\underline{m}'$ IN IN DIM $\underline{m}' = n$ (IN CASE NO PARTY IS A DUMMY)

*) $(\mu' ; \underline{m}') = (3 ; 2 \;\; 1 \;\; 1 \;\; 1)$ SUM : 5 ; DUMMIES :

MATRIX OF MINIMAL WINNING COALITIONS

$$X' = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \end{matrix}$$

DIMENSION : 4 * 4

HOMOGENEOUS

PARLIAMENT OF EIRE (FEBRUARY 1982)

NUMBER OF PARTIES REPRESENTED IN PARLIAMENT: 4

SEATS IN PARLIAMENT :

FIANNA FAIL	81
FINE GAIL	63
LABOUR PARTY	15
SINN FEIN	3
SUM :	162

LEVEL : 82

MATRIX OF MINIMAL WINNING COALITIONS

$$X = \left[\begin{matrix} 1 & 1 & \emptyset & \emptyset \\ 1 & \emptyset & 1 & \emptyset \\ 1 & \emptyset & \emptyset & 1 \end{matrix}\right] \begin{matrix} \Sigma \\ 144 \\ 96 \\ 84 \end{matrix}$$

DIMENSION : 3 * 4

'MINIMAL REPRESENTATION' : $(\mu';\underline{m}')$

*) μ' IN IN DIM μ'=1 (LEVEL)

*) $\underline{m}'$ IN IN DIM $\underline{m}'$=n (IN CASE NO PARTY IS A DUMMY)

*) $(\mu';\underline{m}')$=(4 ; 3 1 1 1) SUM : 6 ; DUMMIES :

MATRIX OF MINIMAL WINNING COALITIONS

$$X' = \left[\begin{matrix} 1 & 1 & \emptyset & \emptyset \\ 1 & \emptyset & 1 & \emptyset \\ 1 & \emptyset & \emptyset & 1 \end{matrix}\right] \begin{matrix} \Sigma \\ 4 \\ 4 \\ 4 \end{matrix}$$

DIMENSION : 3 * 4

HOMOGENEOUS

Beim irischen Parlament handelt es sich um das einzige im Rahmen dieser Analyse auftretende Parlament mit $E \neq \emptyset$. Das durch $(\mu;\underline{m}) = (82; 81,63,15,3)$ definierte Spiel (N,v) erfüllt in der minimalen Darstellung $(\mu';\underline{m}')$ wegen $X = X'$ dann auch das Kriterium der Repräsentativität.

PARLIAMENT OF LUXEMBURGH (1964)

NUMBER OF PARTIES REPRESENTED IN PARLIAMENT: 5

SEATS IN PARLIAMENT :

CHRISTIAN SOC. PARTY	22
SOCIAL DEMOCRATS	21
LIBERAL PARTY	6
COMMUNISTS	5
INDEPENDENTS	2
SUM :	56

LEVEL : 29

MATRIX OF MINIMAL WINNING COALITIONS

$$X = \begin{array}{c} \\ \left[\begin{array}{ccccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right] \end{array} \begin{array}{c} \Sigma \\ 43 \\ 33 \\ 30 \\ 29 \\ 32 \\ 29 \end{array}$$

DIMENSION : 6 * 5

'MINIMAL REPRESENTATION' : $(\mu';\underline{m}')$

*) μ' IN IN DIM $\mu'=1$ (LEVEL)

*) $\underline{m}$ IN IN DIM $\underline{m}=n$ (IN CASE NO PARTY IS A DUMMY)

*) $(\mu';\underline{m}')=(\ 4\ ;\ 2\ \ 2\ \ 1\ \ 1\ \ 1\ )$ SUM : 7 ; DUMMIES :

MATRIX OF MINIMAL WINNING COALITIONS

$$X' = \begin{array}{c} \\ \left[\begin{array}{ccccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right] \end{array} \begin{array}{c} \Sigma \\ 4 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \end{array}$$

DIMENSION : 7 * 5

Das Parlament von Luxemburg (1964) erfüllt in der minimalen Darstellung wegen $X \neq X'$ nicht das Kriterium der Repräsentativität.

NUMBER OF PARTIES REPRESENTED IN PARLIAMENT: 10

SEATS IN PARLIAMENT :

SOCIALIST PARTY	92
NATIONAL PARTY	73
DEMOCRATS	56
INDEPENDENTS	24
CITIZEN PARTY	18
NATIONAL DEMOCRATS	15
PRACHA THAI	4
PROGRESSIVE	3
SOCIAL DEMOCRATS	2
PRACHA SERI	1
SUM :	288

LEVEL : 145

MATRIX OF MINIMAL WINNING COALITIONS

$$X = \begin{bmatrix} 1&1&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 1&0&1&0&0&0&0&0&0&0 \\ 1&0&0&1&1&1&0&0&0&0 \\ 0&1&1&1&0&0&0&0&0&0 \\ 0&1&1&0&1&0&0&0&0&0 \\ 0&1&1&0&0&1&1&0&0&0 \\ 0&1&1&0&0&1&0&1&0&0 \\ 0&1&1&0&0&1&0&0&1&0 \\ 0&1&1&0&0&1&0&0&0&1 \end{bmatrix} \begin{array}{c} \Sigma \\ 165 \\ 148 \\ 149 \\ 153 \\ 147 \\ 148 \\ 147 \\ 146 \\ 145 \end{array}$$

DIMENSION : 9 * 10

'MINIMAL REPRESENTATION' : $(\mu';\underline{m}')$

*) μ' IN IN DIM μ=1 (LEVEL)

*) $\underline{m}'$ IN IN DIM $\underline{m}'$=n (IN CASE NO PARTY IS A DUMMY)

*) $(\mu';\underline{m}')$=(40 ; 23 17 17 6 6 5 1 1 1 1) SUM : 78 ; DUMMIES :

MATRIX OF MINIMAL WINNING COALITIONS

$$X' = \begin{bmatrix} 1&1&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 1&0&1&0&0&0&0&0&0&0 \\ 1&0&0&1&1&1&0&0&0&0 \\ 0&1&1&1&0&0&0&0&0&0 \\ 0&1&1&0&1&0&0&0&0&0 \\ 0&1&1&0&0&1&1&0&0&0 \\ 0&1&1&0&0&1&0&1&0&0 \\ 0&1&1&0&0&1&0&0&1&0 \\ 0&1&1&0&0&1&0&0&0&1 \end{bmatrix} \begin{array}{c} \Sigma \\ 40 \\ 40 \\ 40 \\ 40 \\ 40 \\ 40 \\ 40 \\ 40 \\ 40 \end{array}$$

DIMENSION : 9 * 10

Wegen X = X' wird beim Parlament von Thailand in der minimalen Darstellung (μ';$\underline{m}'$) das Kriterium der Repräsentativität erfüllt.

PARLIAMENT OF NETHERLANDS (1983)

NUMBER OF PARTIES REPRESENTED IN PARLIAMENT: 12

SEATS IN PARLIAMENT :

LABOUR PARTY	47
CHRISTIAN DEM. PARTY	45
PEOPLES PARTY	36
DEMOCRATS '66	6
PAIFISTIC SOCIAL.	3
NAT. REFORM PARTY	3
COMMUNISTS	3
POLIT. FEDERATION	2
RADICALS	2
REFORMIST UNION	1
PROTESTANT PARTY	1
CATHOLICS	1
SUM :	150

LEVEL : 76

MATRIX OF MINIMAL WINNING COALITIONS

$$X: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{array}{c} \Sigma \\ 92 \\ 83 \\ 81 \end{array}$$

DIMENSION : 3 * 3

'MINIMAL REPRESENTATION' : $(\mu';\underline{m}')$

*) μ' IN IN DIM $\mu'=1$ (LEVEL)

*) $\underline{m}'$ IN IN DIM $\underline{m}'=n$ (IN CASE NO PARTY IS A DUMMY)

*) $(\mu';\underline{m}')$=(2 ; 1 1 1) SUM : 3 ; DUMMIES :

DEMOCRATS '66
PAIFISTIC SOCIAL.
NAT. REFORM PARTY
COMMUNISTS
POLIT. FEDERATION
RADICALS
REFORMIST UNION
PROTESTANT PARTY
CATHOLICS

MATRIX OF MINIMAL WINNING COALITIONS

$$X': \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{array}{c} \Sigma \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{array}$$

DIMENSION : 3 * 3

Bei den Niederlanden (1983) handelt es sich um das größte gefundene Parlament, das nach Berechnung der 'Minimalen' noch das Kriterium der Repräsentativität (X = X') erfüllt. Dieses hat seine Ursache darin, daß die Incidenzmatrix in diesem Fall eine besonders einfache Struktur besitzt, da neun Parteien 'Dummyeigenschaft' haben, womit dieses Parlament auch unter den 140 analysierten Parlamenten die höchste Anzahl von Dummies aufwies. Aufgrund einer solchen realpolitischen Lage stellt sich dann natürlich zwangsläufig die Frage, in wieweit überhaupt noch der Wählerwillen des 'Volkes' repräsentiert wird.

6. Verzeichnis der Fußnoten

(1) So "gewinnt" nach der Verfassung von Finnland eine Koalition S, falls gilt:

$$\sum_{i\in S} m_i > 2/3 \sum_{i\in N} m_i$$

(2) So ist bspw. eine Minimalrepräsentation $(\mu';\underline{m}')$, die nicht den Typ erhält nicht eindeutig, wobei eine Repräsentation $(\mu;\underline{m})$ den Typ er- erhält, falls aus $i \sim j$ auch $m_i = m_j$ folgt.

(3) Die Elemente aus E haben die Eigenschaften einer Stufe (vgl.(1.8)

(4) Dabei bedeutet $S \simeq_i T$, daß die Koalitionen S und T (Zeilen) bis zur Stelle $i - 1$ in der Incidenzmatrix übereinstimmen.

(5) Bei Island (1963) handelt es sich um ein APEX-Spiel mit Nullsummeneigenschaft, d.h. für alle $S \in \underline{\underline{P}}(N)$ gilt $\mathbf{v}(S) + \mathbf{v}(N\setminus S) = V(N)$.

(6) d.h. die Spaltenanzahl der Incidenzmatrix (X) stimmt mit $|N|$ überein.

(7) Dabei handelt es sich um kein Nullsummenspiel, da mit $S = \{2,4,5\}$; $m(S) = 28$; $\mathbf{v}(S) = 0$ und $N\setminus S = \{1,3\}$; $m(N\setminus S) = 28$; $\mathbf{v}(N\setminus S) = 0$ die Nullsummeneigenschaft nicht erfüllt ist.

(8) So gibt es etwa für das Parlament von Island (1963) u.a. die Darstellungen $(\mu;\underline{m}) \in R(N,v)$

•) $(\mu;\underline{m})_1 = (6;\ 4,2,2,2)$

•) $(\mu;\underline{m})_2 = (12;\ 8,4,4,4)$

•) $(\mu;\underline{m})_3 = (3;\ 2,1,1,1)$,

die alle (2.1) erfüllen.

(9) So gibt es beim Parlament von Israel nach der Wahl im Juli d.J. bei fünfzehn in der Kneseth vertretenen Parteien 1261 minimal gewinnende Koalitionen.

(10) Dabei bezeichnet $S^{(1)}$ die erste Koalition in der lexikographisch geordneten Incidenzmatrix.

(11) Im Fall von Luxemburg (1964) wird aus der Struktur von X ersichtlich, daß die 'Inhomogenität' durch Spieler 3 (Liberale Partei) verursacht wird, welcher (die) die Eigenschaft einer Summe hat:

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad m_4 = m_5 = 1$$

Mit $S = \{2,3,4\} \in W_*$ und $T = \{2,4,5\} \in L^*$ gilt

$m(S) - m(T) = 0$

$\Rightarrow m(S) = m(T)$

wobei aber bei Homogenität $m(S) > m(T)$ gelten müßte.

(12) bzgl. der Struktur der Incidenzmatrix, i.S. einer nicht zu hohen Anzahl von Dummies und damit politischer Repräsentativität.

(13) Bei den Nationaldemokraten handelt es sich um eine 'finale' Stufe.

7. Auflistung der analysierten Parlamente

Im folgenden erfolgt eine tabellarische Auflistung der analysierten Parlamente, wobei diese nach zunehmender Komplexität angeordnet worden sind.

Als Kennzahlen fanden dabei Verwendung:

•) $(\mu;\underline{m})$: Das Spiel (N,v) definierende reale Repräsentation

•) $m(N)$: Gesamtsitzzahl

•) $\dim X$: Dimension der mit $(\mu;\underline{m})$ korrespondierenden Incidenzmatrix

•) D : Menge der Dummies

•) E : Menge der 'Veto'-Spieler

•) $(\mu';\underline{m}')$: Kandidat für Minimalrepräsentation

•) $\dim X'$: Dimension der mit $(\mu';\underline{m}')$ korrespondierenden Incidenzmatrix

•) $m'(N)$: Gesamtsitzzahl in einem minimal repräsentierten Parlament

Land	$(\mu;\underline{m})$	m(N)	dim X	D	steps	E	$(\mu';\underline{m}')$	m(N)	dim X'	Homogenität
|N| = 3										
Österreich '83	(92; 90,81,12)	183	(3x3)	0	1	0	(2; 1,1,1)	3	(3x3)	ja
|N| = 4										
Kanada '79	(142; 136,114,26,6)	282	(4x4)	0	1	0	(3; 2,1,1,1)	5	(4x4)	ja
Island '79	(30; 21,17,11,10)	59	(4x4)	0	1	0	(3; 2,1,1,1)	5	(4x4)	ja
Portugal '83	(125; 100,74,44,30)	248	(4x4)	0	1	0	(3; 2,1,1,1)	5	(4x4)	ja
Dänemark '18	(70; 45,39,33,22)	139	(3x3)	1	1	0	(2; 1,1,1)	3	(3x3)	ja
Dänemark '20	(69; 49,42,28,17)	136	(3x3)	1	1	0	(2; 1,1,1)	3	(3x3)	ja
Dänemark '24	(75; 55,45,28,20)	148	(4x4)	0	1	0	(3; 2,1,1,1)	5	(4x4)	ja
Dänemark '26	(74; 53,47,30,16)	146	(3x3)	1	1	0	(2; 1,1,1)	3	(3x3)	ja
Dänemark '29	(73; 61,44,24,16)	145	(4x4)	0	1	0	(3; 2,1,1,1)	5	(4x4)	ja
Dänemark '32	(72; 62,39,27,14)	142	(4x4)	0	1	0	(3; 2,1,1,1)	5	(4x4)	ja
Dänemark '35	(69; 68,29,26,14)	137	(4x4)	0	1	0	(3; 2,1,1,1)	5	(4x4)	ja
Dänemark '39	(68; 64,31,26,14)	135	(4x4)	0	1	0	(3; 2,1,1,1)	5	(4x4)	ja
Island '63	(31; 24,19,9,9)	61	(4x4)	0	1	0	(3; 2,1,1,1)	5	(4x4)	ja
Portugal '80	(118; 82,66,46,41)	235	(4x4)	0	1	0	(3; 2,1,1,1)	5	(4x4)	ja
Irland '82	(82; 81,63,15,3)	162	(3x4)	0	2	1	(4; 3,1,1,1)	6	(3x4)	ja

|N| = 5	(μ;m)	m(N)	dimX	D	step	E	(μ';m')	m'(N)	dim X'	Homogenität	Bemerkungen
Schweiz '79	(24; 18,11,9,5,3)	46	(4x5)	0	2	0	(8; 5,3,3,2,1)	14	(4x5)	ja	Ständerat
Brasilien '81	(240; 234,201,23,18,8)	479	(5x5)	0	1	0	(4; 3,1,1,1,1)	7	(5x5)	ja	Abgeordnetenkammer
Irland '82	(84; 75,70,16,3,3)	167	(3x3)	2	1	0	(2; 1,1,1)	3	(3x5)	ja	
BRD '83	(250; 193,191,53,34,27)	498	(7x5)	0	1	0	(4; 2,2,1,1,1)	7	(7x5)	ja	
Schweden '79	(175; 154,73,64,38,20)	349	(4x4)	1	1	0	(3; 2,1,1,1)	5	(4x4)	ja	
Schweden '82	(175; 166,86,56,21,20)	349	(5x5)	0	1	0	(4; 3,1,1,1,1)	7	(5x5)	ja	
Thailand '79	(109; 83,63,38,32,1)	217	(4x4)	1	1	0	(3; 2,1,1,1)	5	(4x4)	ja	
BRD '80	(249; 215,174,52,52,4)	497	(4x4)	1	1	0	(3; 2,1,1,1)	5	(4x4)	ja	ohne Berliner Abgeordn.
Luxemburg '64	(29; 22,21,6,5,2)	56	(6x5)	0	1	0	(4; 2,2,1,1,1)	7	(7x5)	nein	
Ecuador '63	(21; 16,16,4,3,2)	41	(7x5)	0	1	0	(4; 2,2,1,1,1)	7	(7x5)	ja	
Dänemark '45	(71; 48,38,26,18,11)	141	(5x5)	0	1	0	(5; 3,2,2,1,1)	9	(5x5)	ja	
Dänemark '57	(85; 70,46,30,14,9)	169	(5x5)	0	1	0	(5; 3,2,1,1)	9	(5x5)	ja	
Dänemark '60	(86; 78,39,32,11,11)	171	(5x5)	0	1	0	(4; 3,1,1,1,1)	7	(5x5)	ja	
Dänemark '64	(86; 77,38,36,10,10)	171	(5x5)	0	1	0	(4; 3,1,1,1,1)	7	(5x5)	ja	
Dänemark '66	(87; 70,35,34,20,13)	172	(4x4)	1	1	0	(3; 2,1,1,1)	5	(4x4)	ja	
Dänemark '68	(87; 63,37,34,27,11)	172	(4x4)	1	1	0	(3; 2,1,1,1)	5	(4x4)	ja	
Dänemark '71	(90; 73,31,30,27,17)	178	(5x5)	0	1	0	(4; 3,1,1,1,1)	7	(5x5)	ja	
Norwegen '65	(75; 68,31,18,18,13)	148	(5x5)	0	1	0	(4; 3,1,1,1,1)	7	(5x5)	ja	
Norwegen '69	(76; 74,29,20,14,13)	150	(5x5)	0	0	0	(4; 3,1,1,1,1,1)	8	(5x5)	ja	
Cypern '81	(21; 18,13,5,3,1)	40	(4x4)	1	0	0	(3; 2,1,1,1)	5	(4x4)	ja	ohne türk.Abgeordn.
Niederlande '59	(72; 49,48,19,14,12)	142	(7x5)	0	0	0	(4; 2,2,1,1,1)	7	(7x5)	ja	
Italien '48	(164; 148,119,27,24,8)	326	(4x4)	1	0	0	(3; 2,1,1,1)	5	(4x4)	ja	Senat

|N| = 6	(μ;m)	m(N)	dimX	D	step	E	(μ';m')	m'(N)	dimX'	Homogenität	Bem.
Island '83	(31; 23,14,10,6,4,3)	60	(7x6)	0	1	0	(6; 4,2,2,1,1,1)	11	(8x6)	nein	
Norwegen '77	(78; 76,41,22,12,2,2)	155	(6x6)	0	1	0	(5; 4,1,1,1,1,1)	9	(6x6)	ja	
Finnland '45	(100; 50,49,49,28,14,9)	199	(13x6)	0	1	0	(4; 2,1,1,1,1,1)	7	(15x6)	nein	
Finnland '51	(105; 53,51,43,28,15,10)	200	(9x6)	0	1	0	(6; 3,3,2,1,1,1)	11	(9x6)	ja	
Finnland '54	(101; 54,53,43,24,13,13)	200	(9x6)	0	1	0	(6; 3,3,2,1,1,1)	11	(9x6)	ja	
Finnland '48	(101; 56,55,38,32,14,5)	200	(7x5)	1	1	0	(4; 2,2,1,1,1)	7	(7x5)	ja	
Finnland '45	(132; 50,49,49,28,14,9)	199	(7x6)	0	2	0	(9; 3,3,3,2,1,1)	13	(7x6)	ja	2/3 Mehrheitslevel nach finnischer Verfassung
Finnland '48	(133; 55,56,38,32,14,5)	200	(4x5)	1	2	0	(6; 3,3,2,2,1)	11	(7x5)	nein	
Finnland '51	(133; 55,51,43,28,15,10)	200	(5x6)	0	2	0	(12; 5,4,3,2,1,1)	16	(4x6)	nein	
Finnland '54	(133; 54,53,43,24,13,13)	200	(8x6)	0	1	0	(6; 2,2,2,1,1,1)	9	(10x6)	nein	
Dänemark '47	(75; 58,49,17,10,9,6)	149	(5x5)	1	1	0	(5; 3,2,2,1,1)	9	(5x5)	ja	
Dänemark '50	(76; 60,33,27,12,12,7)	151	(8x6)	0	1	0	(6; 4,2,2,1,1,1)	11	(8x6)	ja	
Dänemark '53	(76; 62,34,26,13,9,7)	151	(8x6)	0	1	0	(6; 4,2,2,1,1,1)	11	(8x6)	ja	
Norwegen '61	(76; 74,29,16,15,14,2)	150	(6x6)	0	1	0	(5; 4,1,1,1,1,1)	9	(6x6)	ja	
Niederlande '22	(48; 32,20,16,11,10,5)	94	(7x6)	0	1	0	(4; 3,1,1,1,1,1)	8	(10x6)	nein	
Niederlande '25	(48; 31,24,13,11,9,7)	95	(9x6)	0	1	0	(4; 2,2,1,1,1,1)	8	(14x6)	nein	
Niederlande '46	(50; 32,29,13,10,8,6)	98	(8x6)	0	1	0	(4; 2,2,1,1,1,1)	8	(14x6)	nein	
Niederlande '48	(49; 32,27,13,9,8,8)	97	(9x6)	0	1	0	(4; 2,2,1,1,1,1)	8	(14x6)	nein	
Niederlande '52	(49; 30,30,12,9,9,6)	96	(7x6)	0	1	0	(10; 5,5,3,2,2,1)	18	(7x6)	ja	
Niederlande '56	(74; 50,49,15,13,13,7)	147	(7x5)	1	0	0	(4; 2,2,1,1,1)	7	(7x5)	ja	
Italien '63	(307; 260,166,87,39,33,27)	612	(8x6)	0	0	0	(6; 4,2,2,1,1,1)	11	(8x6)	ja	
Italien '63	(156; 133,85,44,19,15,14)	310	(8x6)	0	0	0	(6; 4,2,2,1,1,1)	11	(8x6)	ja	Senat
Italien '66	(305; 260,166,95,38,26,24)	609	(8x6)	0	0	0	(6; 4,2,2,1,1,1)	11	(8x6)	ja	
Italien '66	(156; 133,85,46,19,15,12)	310	(8x6)	0	0	0	(6; 4,2,2,1,1,1)	11	(8x6)	ja	Senat
Italien '68	(307; 266,177,91,31,24,23)	612	(8x6)	0	0	0	(6; 4,2,2,1,1,1)	11	(8x6)	ja	
Italien '68	(155; 135,87,46,16,14,11)	309	(8x6)	0	0	0	(6; 9,2,2,1,1,1)	11	(8x6)	ja	Senat

$\vert N\vert = 6$	$(\mu;\underline{m})$	m(N)	dimX	D	step	E	$(\mu';\underline{m}')$	m'(N)	dimX'	Homogenität	Bem.
Italien '72	(307; 267,179,61,56,29,20)	612	(6x6)	0	0	0	(7; 5,2,2,2,1,1)	13	(6x6)	ja	
Italien '72	(154; 135,94,33,26,11,8)	307	(6x6)	0	0	0	(7; 5,2,2,1,1)	13	(6x6)	ja	Senat
Frankreich '45	(292; 161,150,150,64,29,28)	582	(3x3)	3	0	0	(2; 1,1,1)	3	(3x3)	ja	
Frankreich '46	(288; 169,153,129,67,35,21)	574	(6x6)	0	0	0	(7; 4,3,3,1,1,1)	13	(6x6)	ja	

$\vert N\vert = 7$											
Israel '77	(53; 43,32,15,12,5,5,1)	113	(6x6)	1	1	0	(8; 5,3,3,2,1,1)	15	(6x6)	ja	
Norwegen '81	(78; 66,53,15,11,4,4,2)	155	(7x7)	0	1	0	(11; 7,4,4,3,1,1,1)	21	(7x7)	ja	
Weimar '19	(211; 163,91,75,44,22,19,7)	421	(10x1)	0	1	0	(9; 6,3,3,2,1,1,1)	17	(10x7)	ja	Nationalvers.
Luxemburg '79	(30; 24,15,14,2,2,1,1)	59	(7x7)	0	1	0	(9; 5,4,4,1,1,1,1)	17	(7x7)	ja	
Finnland '58	(101; 50,48,48,29,14,8,3)	200	(15x7)	0	1	0	(7; 4,2,1,1,1,1,1)	11	(16x7)	nein	
Finnland '62	(101; 53,47,38,32,14,14,2)	200	(16x7)	0	1	0	(6; 3,2,1,1,1,1,1)	10	(20x7)	nein	
Finnland '70	(100; 51,37,37,36,18,12,8)	199	(14x7)	0	1	0	(6; 3,2,1,1,1,1,1)	10	(20x7)	nein	
Finnland '58	(133; 50,48,48,29,14,8,3)	200	(7x6)	1	2	0	(9; 3,3,3,2,1,1)	13	(7x6)	ja	2/3 Mehrheitslevel nach finnischer Verfassung
Finnland '62	(133; 53,47,38,32,14,14,2)	200	(9x7)	0	2	0	(13; 5,4,4,4,1,1,1)	20	(6x7)	nein	
Finnland '70	(132; 51,37,37,36,18,12,8)	200	(12x7)	0	1	0	(10; 4,3,2,1,1,1,1)	13	(9x7)	nein	
Niederlande '29	(48; 30,24,12,11,8,7,3)	95	(12x7)	0	1	0	(5; 3,2,1,1,1,1,1)	10	(22x7)	nein	
Niederlande '63	(72; 50,43,16,13,13,4,4)	143	(9x7)	0	1	0	(8; 4,4,2,2,2,1,1)	16	(14x7)	nein	
Italien '46	(269;207,115,104,41,30,23,16)	536	(9x7)	0	1	0	(9; 6,3,3,2,1,1,1)	17	(10x7)	nein	
Italien '53	(292;263,143,75,40,29,19,13)	582	(7x7)	0	1	0	(9; 7,2,2,2,2,1,1)	17	(7x7)	ja	
Italien '53	(116;114,55,31,15,9,4,3)	231	(7x7)	0	1	0	(6; 5,1,1,1,1,1,1)	11	(7x7)	ja	Senat
Italien '58	(293;273,140,84,25,23,23,16)	584	(6x6)	1	1	0	(5; 4,1,1,1,1,1)	9	(6x6)	ja	

|N| = 7

Italien '69	(307; 266,177,62,31,29,24,23)	612	(12x7)	0	1	0	(7; 5,2,2,1,1,1,1)	13	(12x7)	ja	
Italien '69	(155; 135,87,34,16,14,12,11)	309	(12x7)	0	0	0	(7; 5,2,2,2,1,1)	13	(12x7)	ja	Senat
Frankreich '47	(293; 182,167,104,43,35,28,26)	585	(11x7)	0	0	0	(8; 4,4,3,1,1,1,1)	15	(11x7)	ja	
Frankreich '48	(282; 181,152,102,45,34,25,24)	563	(7x7)	0	0	0	(13; 7,5,5,2,2,1,1)	23	(15x7)	nein	

|N| = 8

DR '20	(230; 102,88,71,65,64,39,21,9)	459	(22x2)	0	1	0	(8; 4,2,2,2,2,1,1,1)	15	(31x8)	nein
Europa	(218; 125,117,63,48,38,22,11,10)	434	(13x8)	0	1	0	(10; 5,5,3,2,2,1,1,1)	20	(22x8)	nein
Finnland '62	(101; 53,47,38,32,14,13,2,1)	200	(17x8)	0	1	0	(3; 1,1,1,1,1,1,1,1)	8	(56x8)	nein
Israel '49	(61; 46,19,16,15,12,6,4,2)	120	(7x8)	0	1	0	(26; 19,7,7,7,5,2,2,1)	50	(7x8)	ja
Finnland '66	(101; 55,49,41,26,12,9,7,1)	200	(11x8)	0	2	0	(12; 6,6,4,2,2,2,2,1)	25	(18x8)	nein
Finnland '66	(133; 55,49,41,26,12,9,7,1)	200	(10x8)	0	2	0	(23; 9,7,7,5,2,2,2,1)	35	(12x8)	nein
Frankreich '78	(241; 150,114,104,84,16,10,1,1)	480	(6x6)	2	1	0	(8; 5,3,3,2,1,1)	15	(6x6)	ja
Niederlande '18	(46; 30,22,12,7,6,5,4,3)	90	(18x8)	0	1	0	(8; 5,3,3,1,1,1,1,1)	16	(24x8)	nein
Niederlande '33	(49; 28,24,14,10,7,7,4,3)	97	(18x8)	0	1	0	(14; 8,6,4,2,2,2,1,1)	26	(16x8)	nein
Niederlande '37	(49; 31,23,17,8,6,4,4,3)	96	(17x8)	0	1	0	(7; 4,3,2,1,1,1,1,1)	14	(32x8)	nein
Niederlande '71	(70; 39,35,16,13,11,10,8,6)	138	(26x8)	0	1	0	(6; 3,3,1,1,1,1,1,1)	12	(42x8)	nein
Frankreich '47	(295; 184,155,103,43,34,27,25,18)	589	(18x8)	0	1	0	(4; 2,2,1,1,1,1,1,1)	10	(46x8)	nein
Frankreich '48	(292; 183,152,102,43,34,27,24,18)	583	(18x8)	0	1	0	(8; 4,4,3,1,1,1,1,1)	16	(22x8)	nein
Frankreich '49	(285; 181,150,99,47,30,24,22,16)	569	(18x8)	0	1	0	(10; 5,5,4,1,1,1,1,1)	19	(13x8)	nein
Frankreich '50	(281; 176,145,99,46,28,24,22,21)	561	(18x8)	0	1	0	(8; 4,4,3,1,1,1,1,1)	16	(22x8)	nein
Frankreich '51	(283; 177,145,99,46,27,25,23,23)	565	(18x8)	0	1	0	(8; 4,4,3,1,1,1,1,1)	16	(22x8)	nein
Frankreich '51	(301; 120,106,102,87,75,53,42,16)	601	(25x8)	0	1	0	(8; 4,2,2,2,2,1,1,1)	15	(31x8)	nein
Frankreich '56	(280; 150,98,85,74,58,40,32,22)	559	(23x8)	0	1	0	(4; 2,1,1,1,1,1,1,1)	9	(56x8)	nein
Frankreich '57	(284; 149,101,92,74,58,37,35,21)	567	(26x8)	0	0	0	(5; 2,2,1,1,1,1,1,1)	10	(52x8)	nein

|N| = 9

Italien '79	(316; 262, 201,62,30,26,20,16,9,4)	620	(18x9)	0	1	0	(12; 8,4,4,2,2,1,1,1,1)	24	(32x9)	nein
Italien '83	(316; 225,198,73,42,29,23,21,16,3)	630	(32x9)	0	1	0	(14; 8,6,4,2,2,2,2,1)	27	(32x9)	nein
Italien '83	(158; 120,107,38,18,10,8,6,5,3)	315	(15x9)	0	1	0	(17; 10,7,7,3,2,1,1,1,1)	33	(38x9)	nein
Finnland '83	(101; 57,44,38,27,17,11,3,2,1)	200	(13x9)	0	2	0	(20; 10,10,5,5,5,5,2,2,1)	45	(26x9)	nein
Dänemark '79	(86; 68,22,22,20,11,10,6,6,5)	170	(17x9)	0	1	0	(17; 13,4,4,4,2,2,1,1,1)	32	(15x9)	nein
Dänemark '81	(88; 59,26,21,20,16,15,9,5,4)	175	(30x9)	0	1	0	(5; 3,1,1,1,1,1,1,1,1)	11	(84x9)	nein
DR '24	(237; 100,95,65,62,45,32,29,28,16)	472	(52x9)	0	1	0	(10; 4,4,2,2,2,1,1,1,1)	18	(54x9)	nein
DR '24	(247; 131,103,69,51,45,32,29,19,14)	493	(38x9)	0	1	0	(4; 2,1,1,1,1,1,1,1,1)	10	(98x9)	nein
DR '28	(246; 153,73,62,54,51,45,25,16,12)	491	(30x9)	0	1	0	(10; 6,2,2,2,2,2,2,1,1)	20	(42x9)	nein
DR '30	(289;143,107,77,72,68,41,30,20,19)	577	(44x9)	0	1	0	(8; 4,2,2,2,2,2,1,1,1)	17	(60x9)	nein
Israel '61	(61; 42,17,17,12,9,8,6,5,4)	120	(35x9)	0	1	0	(6; 3,2,1,1,1,1,1,1,1)	12	(84x9)	nein
Israel '73	(61; 51,39,10,5,4,4,3,3,1)	120	(23x9)	0	1	0	(18; 12,6,6,3,2,1,1,1,1)	33	(20x9)	nein
DR '33	(324; 288,119,81,73,52,19,6,4,4)	646	(5x5)	4	1	0	(4; 3,1,1,1,1)	7	(5x5)	ja
Israel '51	(61; 45,23,15,10,8,5,5,5,4)	120	(29x9)	0	1	0	(8; 5,3,2,1,1,1,1,1,1)	16	(54x9)	nein
DDR	(251; 127,68,52,52,52,52,40,35,22)	500	(69x9)	0	1	0	(15; 8,4,2,1,1,1,1,1,1)	20	(32x9)	nein
Niederlande '67	(74; 42,37,17,15,12,7,7,5,4)	146	(33x9)	0	1	0	(20; 11,9,6,3,2,1,1,1,1)	35	(22x9)	nein
Niederlande '72	(70; 43,27,22,14,7,7,7,6,6)	139	(27x9)	0	1	0	(11; 7,4,3,2,1,1,1,1,1)	21	(38x9)	nein
Frankreich '52	(305; 117,106,101,88,75,54,23,23,22)	609	(44x9)	0	1	0	(11; 5,3,3,3,2,1,1,1,1)	20	(47x9)	nein
Frankreich '53	(306; 105,100,89,83,75,55,48,32,23)	610	(56x9)	0	0	0	(4; 1,1,1,1,1,1,1,1,1)	9	(126x9)	nein
Frankreich '53	(303; 105,100,88,78,75,54,48,33,23)	604	(59x9)	0	0	0	(12; 6,3,2,1,1,1,1,1,1)	17	(42x9)	nein

(DR: Deutsches Reich)

|N| = 10

Niederlande '81	(76; 48,44,26,17,3,3,3,3,2,1)	150	(24x10)	0	1	0	(20; 10,10,8,2,2,2,2,2,2,1)	41	(26x10)	nein
Thailand '83	(145; 92,73,56,24,18,15,4,3,2,1)	288	(9x10)	0	2	0	(40; 23,17,17,6,6,5,1,1,1,1)	78	(9x10)	ja
Israel '81	(61; 48,47,6,5,4,3,3,2,2,1)	121	(59x10)	0	1	0	(8; 4,4,2,1,1,1,1,1,1,1)	17	(120x10)	nein
Europa '84	(218;81,81,81,81,25,24,24,16,15,6)	434	(64x10)	0	1	0	(18; 6,6,6,6,2,2,2,2,2,1)	35	(64x10)	nein
Israel '55	(61; 40,15,13,11,10,9,6,6,5,5)	120	(61x10)	0	1	0	(14; 8,4,2,2,2,2,2,2,1,1)	26	(64x10)	nein
Israel '59	(61; 47,17,12,9,8,7,6,6,5,3)	120	(38x10)	0	1	0	(12; 9,3,2,1,1,1,1,1,1,1)	21	(44x10)	nein
Dänemark '73	(88; 46,28,22,20,16,14,11,7,6,5)	175	(68x10)	0	1	0	(15; 9,3,3,3,3,3,2,1,1,1)	29	(51x10)	nein
Frankreich '54	(300;105,99,86,76,73,54,33,26,24,23)	599	(99x10)	0	1	0	(4;1,1,1,1,1,1,1,1,1,1)	10	---	nein

|N| = 11

Schweiz '75	(101;55,47,46,21,11,6,4,4,3,2,1)	200	(19x11)	0	1	0	(39;22,17,17,5,5,3,2,2,1,1,1)	76	(22x11)	nein
Dänemark '78	(100;87,86,11,4,3,3,1,1,1,1,1)	199	(42x11)	0	1	0	(18;9,9,7,2,2,2,1,1,1,1,1)	36	(54x11)	nein
BRD	(23;5,5,5,5,4,4,4,4,3,3,3)	45	(359x11)	0	1	0	(22;11,6,2,2,1,1,1,1,1,1,1)	28	(99x11)	nein
Israel '65	(61;45,26,11,10,8,6,5,4,3,1,1)	120	(47x11)	0	1	0	(18;12,6,3,3,3,3,3,2,1,1,1)	38	(80x11)	nein
Israel '69	(61;56,26,12,6,4,4,4,3,2,2,1)	120	(24x11)	0	1	0	(15;12,3,3,3,2,1,1,1,1,1,1)	29	(45x11)	nein

|N| = 12

Schweiz '79	(101;51,51,44,23,8,8,4,3,3,2,2,1)	200	(41x12)	0	1	0	(20;10.10,8,2,2,2,1,1,1,1,1,1)	40	(74x12)	nein
Niederlande '82	(76;47,45,36,6,3,3,3,2,2,1,1,1)	150	(3x3)	9	1	0	(2;1,1,1)	3	(3x3)	ja
Belgien '78	(107,57,32,26,25,22,15,14,11,4,4,1,1)	212	(78x12)	0	1	0	(28;16,6,6,6,6,4,2,2,2,2,1,1)	54	(126x12)	nein

|N| = 13

Belgien '81	(107;43,35,28,26,24,20,18,6,4,3,2,2,1)	212	(152x13)	0	1	0	(4;1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1)	13	--	nein
DR '32	(293;196,121,100,70,52,20,11,5,3,2,2,1,1)	584	(29x13)	0	1	0	(138;46,46,30,16,8,8,6,2,2,2,1,1)	168	(28x13)	nein

|N| = 14

Israel '84	(61;44,41,5,4,4,4,3,3,3,2,2,2,2,1)	120	(834x14)	0	1	0	(90;46,44,24,12,6,3,2,1,1,1,1,1,1,1)	144	(173x14)	nein
DR '32	(305;230,133,89,75,37,22,7,4,3,2,2,2,1,1)	609	(46x14)	0	1	0	(264;84,80,80,80,24,24,16,8,6,2,2,2,1,1)	410	(51x14)	nein

|N| = 15

Israel '84	(61;44,41,5,4,4,4,3,3,3,2,2,2,1,1,1)	120	(1261x15)	0	1	0	(92;47,45,24,12,6,3,2,1,1,1,1,1,1,1,1)	147	(342x15)	nein

8. Literaturverzeichnis

[1] De SWAAN, A.: Coalition Theories And Cabinet Formations, Amsterdam 1973

[2] von NEUMANN, J. und MORGENSTERN, O.: Theory of Games and Economic Behavior, Princeton Univ.Press, N.Y. 1944

[3] OSTMANN, A.: On the minimal representation of homogeneous games, Working Paper No. 124, IMW, Universität Bielefeld, 1983

[4] ROSENMOLLER, J.: The Theory of Games and Markets, North Holland Publishing Company, Amsterdam 1981