Universität Bielefeld/IMW

Working Papers
Institute of Mathematical Economics

Arbeiten aus dem
Institut für Mathematische Wirtschaftsforschung

Nr. 127

Axel Ostmann

Wahlen - Repräsentation und der Mechanismus des Proporzes

Juni/Juli 1983

H. G. Bergenthal

Institut für Mathematische Wirtschaftsforschung
an der
Universität Bielefeld
Adresse/Address:
Universitätsstraße
4800 Bielefeld 1
Bundesrepublik Deutschland
Federal Republic of Germany

La majorité est le principe de la décision,
la proportionalité est le principe de la représentation.

Victor Considérant 1846
(Brief an den konstituierenden Rat von Genf)

INHALT

EINLEITUNG

Wahlen gelten im politischen Raum heute dem Anspruch nach als Instrument indirekter Demokratie (im Gegensatz zum Volksentscheid). Sie sind somit einem Repräsentationsprinzip verpflichtet. Dieses hat in vielen Ländern zur Einführung der Verhältniswahl geführt. Weitgehende Anerkennung haben jedoch nur die seinerzeit schwer errungenen Grundsätze "allgemein", "unmittelbar", "gleich", "frei und geheim" gefunden. Meist waren Gesetzgeber und Wahlrechtler eher an einer Integration von Protestpotential mit dem Mittel möglichst geringer Zugeständnisse, kurz an Systemstabilität interessiert, als an der "reinen Lehre der repräsentativen Demokratie". Zwar waren viele Wissenschaftler mit ihren Wahlrechtskonstrukten und -rechtfertigungen der politischen Opportunität verpflichtet, jedoch ist das Erbe der Aufklärung nie erloschen und trat immer wieder auf den Plan.

Der Grund für diese Schrift ist, ein u.E. neues Element in der Wahlrechtsdiskussion, ausgelöst durch die Neuinterpretation des "one man-one vote"-Grundsatzes in einer Reihe von Entscheidungen des US-amerikanischen Höchsten Gerichtes und anderer US-amerikanischer Gerichte in den sechziger Jahren. Diese Neuinterpretation führte zur gutachterlichen Anwendung der Spieltheorie und zur juristischen Anerkennung der Leistungen der Spieltheorie bei der Beurteilung von Wahlsystemen.

Wir wollen uns hier auf den Beitrag der Spieltheorie zur Beurteilung von klassischen Einkammersystemen beschränken. Unter klassischen Einkammersystemen sind Wahlsysteme zu verstehen, bei denen das Parlament aus einer Kammer besteht, mit absoluter Mehrheit beschließt, und in dem jeder Parlamentarier gleichermaßen eine Stimme besitzt. Abgehoben ist diese Form nicht nur von Mehrkammersystemen, sondern auch von Systemen, bei denen die Parlamentarier unterschiedlich viele Stimmen (z.B. gleich den erhaltenen Wählerstimmen) besitzen, für die unseres Wissens als erster der Ökonom CASSEL eintrat und die nunmehr in den USA ein gewisses Comeback feiern.

Sie sind weiter abgehoben von Parlamenten, die Minderheiten (etwa kleineren Ländern) bei der Entscheidung Schutzrechte einräumen, wie z.B. im kanadischen Verfassungsentwurf von 1971, oder im Ministerrat der EG.

Solche Parlamente sind aber gleichermaßen spieltheoretisch analysierbar, jedoch ist i.a. die Struktur der gewichteten Mehrheitsspiele durch die in vieler Hinsicht komplexere der meist sogar ungeordneten einfachen Spiele zu ersetzen.

Die Darlegung ist wie folgt aufgebaut: ausgehend von Verrechnungsverfahren und der Darstellung des Parlamentes und des Wählerwillens als gewichtetes Mehrheitsspiel spüren wir die Problematik von Wahlkreisen auf. Den Schluß des allgemeinen Teils bilden einige Überlegungen zum Nutzen von Listen. Wir schließen mit der Betrachtung eines speziellen Wahlsystems - hier ein Ständeparlament - nämlich der Konventswahl 1983 an der Universität Bielefeld.

VERRECHNUNGSVERFAHREN

Ein Kernpunkt der Verhältniswahl ist das Verrechnungsverfahren. Das Verrechnungsverfahren macht aus einem Vektor von für "Fraktionen" (Parteien, Listen, etc.) abgegebenen Stimmanzahlen ("jede Stimme zählt gleich") einen Vektor von Sitzanzahlen im Parlament. Ein offenkundiges Kriterium für die Güte des Verfahrens liefert die Nähe zur Proportionalität: die Stimmverhältnisse sollen ungefähr den Sitzverhältnissen entsprechen. Da die genaue Proportionalität fast immer nicht einlösbar ist - die Größe des Parlaments, des "Hauses" ist ja relativ klein und meist vorgeschrieben - und da der Begriff "Nähe zur Proportionalität" interpretierbar ist, liegt es auf der Hand, daß die Praxis verschiedene Verrechnungsverfahren kennt.

Die Illusion der Zahl und manipulatives Interesse haben das andere wichtige Kriterium der Repräsentation verdrängt: den Erhalt der Mehrheitsverhältnisse. Dabei ist dieses den Praktikern nicht unbekannt, denn im Parlament soll entscheiden werden, und dabei gilt das Mehrheitsprinzip. Das Parlament tritt an die Stelle des Volkes, des "eigentlichen" Souveräns, um für das Volk Entscheidungen zu treffen. Es tut gut, das Objekt unserer Betrachtung formal zu skizzieren. Dafür seien Ω die Wähler, $\omega \in \Omega$ ein Wähler, $\Sigma \subset \Omega$ eine Gruppe von Wählern - $N = \{1,\ldots,n\}$ die Parteien, $i \in N$ eine Partei, $S \subset N$ eine Koalition. Die Mehrheitsverhältnisse sind beschreibbar mittels zweier Funktionen

$$V(\Sigma) = \begin{cases} 1 & \Sigma \text{ ist Mehrheit} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$v(S) = \begin{cases} 1 & S \text{ hat die Mehrheit (im Parlament)} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Gibt ein Wähler w seine Stimme der Partei i, so soll i ihn repräsentieren. Nach einem Verrechnungsverfahren f, das einer Parlamentsgröße m und dem Vektor der von den Parteien erhaltenen Stimmen $x = (x_1,..,x_n)$ eine Sitzverteilung y zuordnet, wird ein Parlament der Größe m bestimmt. Nun ist y mit v in einfacher Weise verbunden:

$$v(S) = 1 \quad \text{genau wenn} \quad 2 \sum_{i\in S} y_i > \sum_{i\in N} y_i = m$$

Seien $g(i)$ die Parteigänger von i und $g(S) = \bigcup_{i\in S} g(i)$ die durch eine Koalition S vertretenen, so bedeutet die Anforderung des Erhalts der Mehrheitsverhältnisse

$$v(S) = 1 \quad \text{genau wenn} \quad V(g(S)) = 1 \quad .$$

Bezeichnen wir mit $[k]^+ := 1 + \max\{\gamma \in \mathbb{N}\ ,\ 2\gamma \leq k\}$ die notwendige Anzahl zum Erreichen der Mehrheit ("das absolute Mehr") in einer Gruppengröße von k, so sind V und v Sprungfunktionen vom Typ

$$w = 1_* \circ z$$

wobei $*$ für $[[|\Omega|]^+, |\Omega|]$ bzw. $[[m]^+, m]$ steht und z für einen als Maß interpretierbaren n-Vektor. Die Funktionen V und v werden als "repräsentiert" durch eine Level λ, hier $[|\Omega|]^+$, $[m]^+$ - der "Sprungstelle" sozusagen - und eine Verteilung z .

Nun kann eine solche Funktion w, durch eine große Anzahl verschiedener Paare (λ,z) "repräsentiert" werden.

Insbesondere können wir nun sagen:

> Der Erhalt der Mehrheitsverhältnisse ist gleichwertig damit, daß $([|\Omega|]^+, x)$ d.h. der "Wählerwille" und $([m]^+, y)$ der "Parlamentswille" dieselbe Funktion "repräsentieren".

Funktionen der Form $w = 1_* \circ z$ heißen gewichtete Mehrheitsspiele und wurden im Rahmen der Theorie der einfachen Spiele ausgiebig studiert.

Der Erhalt der Mehrheitsverältnisse ist ein unabdingbares, aber nicht ein ausreichendes Kriterium und das nicht nur, weil der Sinn des Parlaments sich nicht im Entscheiden erschöpft.

Ein Beispiel möge es sichtbar machen: Hundert Wähler wählen: je 22 die Parteien eins bis drei, je 15 die Parteien vier und fünf und vier die letzte, die sechste Partei. Um die Angabe der Funktion $V \circ g$, dem "Spiel zwischen den Wählern" sparsamer zu gestalten, geben wir die Mehrheitsverhältnisse in der Form einer Matrix wieder:

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Diese Matrix wird wie folgt interpretiert: um eine Mehrheit zu erreichen, bedarf es mindestens der Parteigänger der ersten drei Parteien oder der Parteigänger von zweien der ersten drei Parteien und von einer der Parteien vier und fünf oder von einer der ersten dreien und von den Parteien vier und fünf. Die Parteigänger von Partei sechs (hier nur vier) sind für die Mehrheitsbildung irrelevant.

Wir bemerken, daß in unserem Beispiel auch wir noch sparsamer vorgehen können:

$$(3 \ 0), \text{ i.e.}$$

Um eine Mehrheit zu erreichen, bedarf es mindestens der Parteigänger von dreien der ersten fünf Parteien.

Folgende Sitzverteilung im Parlament der Größe 5 ist repräsentativ im Sinne des Erhalts der Mehrheitsverhältnisse:

$$y = (1, 1, 1, 1, 1, 0)$$

Kleinere Parlamente können nie repräsentativ für x sein. Aber auch zur Größe 6 z.B. gibt es keine repräsentative Sitzverteilung. Ist die Parlamentsgröße 20 vorgegeben, so gibt es im Sinne der Mehrheitsverhältnisse eine Vielfalt repräsentativer Sitzverteilungen, z.B.

$$y_1 = (4, 4, 4, 4, 4, 0)$$

$$y_2 = (4, 4, 3, 4, 4, 1)$$

$$y_3 = (3, 4, 4, 4, 5, 0)$$

Verglichen mit x brennt es im Auge, wenn wir y_2, mehr noch, wenn wir y_3 betrachten.

Und dies führt uns zurück zum anderen Kriterium: der Nähe zur Proportionalität und zu den Verrechnungsverfahren.

Es gibt eine große Vielfalt praktizierter Verrechnungsverfahren. An der Wiege des Proporzes stehen jedoch nur zwei Ideen:

Die Idee der Quoten: die Größe h des Hauses ist vorgegeben. Ist $x = (x_1 \ldots x_n)$ die Stimmverteilung und $|\Omega| = \Sigma x_i$ die Anzahl der Wähler, so ist $\frac{1}{|\Omega|} x$ der Vektor der Stimmanteile und

$$q = \frac{h}{|\Omega|} x$$

der Vektor der exakten Quoten.

Gesucht wird nun die beste ganzzahlige Approximation für q, also eine Lösung $\bar{y}$ des Optimierungsprogramms

$$\min_{y \in \mathbb{N}^n} \| y-q \|$$

$\bar{y}$ hat dann den geringsten Abstand zu q. Man mag zunächst einwenden, die Norm $\| \cdot \|$ sei nicht eindeutig - jedoch ergibt jede "anständige" Norm (l_p-Norm) dieselbe Lösung (vgl. LUCAS 2.1 ex. 4,5). Diese Lösung läßt sich auch wie folgt berechnen:

Sei $[\alpha] := \max \{k \in \mathbb{N}, k \leq \alpha\}$ das "größte Ganze" von α ; es werden zunächst die Mandate $[q_i]$ vergeben und dann die restlichen nach der Größe der Reste $q_i - [q_i]$. In dieser Form war das Verfahren in Deutschland unter dem Namen "Frankfurter Verfahren" (vgl. TECKLENBURG), und ist es in Europa unter dem Namen "HARE" bekannt. In den USA trägt es die Namen "Greatest Remainders", "Computed Ratios", "Largest Fractions", "Alexander Hamilton" und "Vinton".

Die Idee der Wahlziffer: die Größe des Hauses ist nicht vorgegeben. Vorgegeben ist eine Schwelle $\bar{p}$ von notwendigen Stimmen für ein Mandat. Die Verteilung der Mandate ergibt sich mit

$y_i = [\frac{x_i}{\bar{p}}]$. Dieses Verfahren ist in Deutschland mit dem Namen

"Automatisches Verrechnungsverfahren" und "Bürkli" verbunden. Man kann sagen, daß hier die Anpassung / Approximation (einseitig) an eine Sprungfunktion vorgenommen wird und nicht an die exakten Proportionen (Quoten) wie bei "Hare".

Die Idee der Wahlziffer wird nun in einer Reihe von Verfahren mit einer festen Hausgröße verbunden. Das führt dazu, die Schwellenwahlziffer erst nach der Wahl aufgrund der Verteilung der Stimmen festzusetzen. Während bei Bürkli die Reststimmen

$r_i = x_i - y_i\bar{p} = x_i - [\frac{x_i}{\bar{p}}]\ \bar{p}$ nicht beachtet werden, und bei Hare in Form der Reste $q_i - [q_i]$ wesentliche Beachtung finden, ist bei den nun zu betrachtenden Verfahren die Beachtung versteckt oder indirekt: Sei P der Bereich der im Verfahren zugelassenen Schwellenwahlziffern ("assumed ratios"), so wird folgendes Optimierungsproblem betrachtet:

$$\bar{p} = \max \{p \in P \; ; \; \sum_i [\frac{x_i}{p}] = h\}$$

Verteilt wird dann nach dem "optimalen Schwellenwert" $\bar{p}$. Man erhofft sich davon einen "Ausgleich der Preise", d.h. daß die exakten Wahlziffern (Stimmen pro Mandat) der Parteien $p = (\frac{x_i}{y_n})$ etwa gleich sind, was jedoch manchmal ein anderes Optimierungsproblem wäre. Die folgenden Zeilen enthalten den Bereich P für verschiedene Verfahren:

d'Hondt	$P = \{\frac{x_i}{k}$, $i \in \{1...n\}$	, $k \in \mathbb{N}\}$
Imperiali	....	, $k \in \mathbb{N} + 1\}$
St. Laguë	....	, $k \in 2\,\mathbb{N} - 1\}$
Modifiziertes Laguë	....	, $k \in \{1,4\} \cup 2\,\mathbb{N} + 1\}$
dänisch	....	, $k \in 3\,\mathbb{N} - 2\}$

Das Verfahren des Juristen d'HONDT erfreut sich weitester Verbreitung und trägt in den USA die Namen "Jefferson", "Seaton", "Rejected Fractions", "Assumed Ratio", "Greatest Divisors".

Es ist an der Zeit, auf die Verschiedenartigkeit der europäischen und amerikanischen Tradition der Verrechnungsverfahren hinzuweisen. In der europäischen Tradition ist das Verfahren Hilfsmittel des Verhältniswahlrechts - Parteien bzw. Listen werden ins rechte Verhältnis gesetzt. Die Auswahl des "rechten" (=opportunen) Verfahrens ist beliebtes Manipulationsmittel (s.z.B. die Geschichte Schwedens, die Geschichte der Ausschußbesetzungsverfahren im Bundestag, der Wechsel der Wahlgesetze in NRW). Die Wahlziffer ist beliebte Argumentationshilfe ("Rechtsnorm der proportionalen Verwertung der Reste", vgl. TECKLENBURG, S. 37-9).

In der amerikanischen Tradition ist das Verfahren (mathematisch gesehen zu Unrecht, vgl. das Kapitel "Wahlkreise") Hilfsmittel des Mehrheitswahlrechts - Staaten werden ins rechte Verhältnis gesetzt. Beliebtestes Manipulationsmittel ist dabei Gerrymandering, d.h. die Wahlkreiseinteilung - also nicht das Verrechnungsverfahren. Die Wahlziffer ist nicht die Begründung für z.B. den Wechsel von HARE zu D'HONDT. Der Wechsel der Wahlverfahren wird eingeleitet durch als Paradoxien empfundene Ergebnisse (Alabama-Paradox). Das ist der Ausgangspunkt für die auf amerikanischer Tradition ruhende axiomatische Untersuchung der Verfahren (BALINSKI / YOUNG). Wir gehen auf die großen anderen Verfahren der amerikanischen Tradition (insbesondere "Major Fractions" und "Equal Proportions") hier nicht ein (vgl. LUCAS, insbesondere 2.4 & 3.3).

Das Ergebnis der axiomatischen Untersuchung können wir aus der Gegenüberstellung der Idee der Quoten gegen die Idee der Wahlziffern schon ahnen: Quotenverfahren garantieren die Nähe zur Proportionalität in Form eines Schachtelaxioms:

$$[q_i] \leq y_i \leq [q_i] + 1 .$$

Wahlzifferverfahren garantieren aufgrund der Anpassung an Sprungfunktionen eher Monotonieaxiome (Balinski / Young unterscheiden Quoten-, Haus- und Wählermonotonie). Monotonieaxiome und das "natürliche" Schachtelaxiom sind nicht gleichzeitig erfüllbar.

Wir geben ein Beispiel für mangelnde Monotonie - in der Öffentlichkeit der Insider führt es nicht einfach zum Staunen, sondern zum Empfinden eines quälenden Mangels, der nur durch Austausch des Verfahrens durch ein äußerlich besseres beseitigt werden konnte.

Hausgröße	Sitzverteilung nach Hare			
11	5	4	1	1
12	6	5	1	0
13	6	5	1	1
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
20	10	8	1	1
21	10	8	2	1
22	11	9	1	1

(Dies ist ein Ausriß einer Liste mit einer unzutreffenden Begründung für den Übergang zu St.Laguë, die sich in Woche im Bundestag 3/83 - XX findet, s.Anhang).

Die mathematische Antwort auf das Staunen aber lautet: Bei der Ganzzahligkeit der Approximation ist Monotonie auch nicht zu erwarten; wer Monotonie fordert (z.B. auch CASSEL S. 611 f) hat vergessen, daß "nur" approximiert wird.

Es soll hier aber auch darauf hingewiesen werden, daß die Untersuchung der Axiomatik, die Monotonie-Idee in der Wahlziffertradition <u>nicht</u> verdammt: es ist nämlich möglich, etwas vom "d'Hondt" zu retten: zwar erfüllen die Verfahren der Wahlziffertradition alle nicht das für den Proporz unabdingbare Schachtelaxiom, aber das induktive Verfahren "wer bekommt den nächsten Sitz" kann der Bedingung unterworfen werden, daß das Schachtelaxiom erfüllt bleibt.

Das ist der Sinn der neuen Methoden:

1. Quotenmethode von Balinski / Young 1974
2. Duale Quotenmethoden von Mayberry

Beide sind durch ein Axiomensystem eindeutig charakterisierbar.

Noch ein Wort zu der in der europäischen Debatte so lauten Rede von Benachteiligung von oder Vorteilen für Minoritäten.

Seit den Anfängen des Verhältniswahlrechts gibt es in Europa den hartnäckigen Vorwurf gegen das Verfahren von Hare, es "begünstige" die kleinen Parteien, es "ermutige" Splitterbewegungen, Parteienzersplitterung, es vermindere die Regierungsfähigkeit (vgl. ASHBURY). Diesem Vorwurf wird ebenso lange schon entgegen gehalten, d'Hondt (und auch St. Lague etc.) überrepräsentiere die großen Parteien, vorenthalte Minderheiten ihr Recht (HEGELS sieht in der 5%-Sparklausel die einzige verfassungsmäßige Beschränkung für Minderheiten); Tecklenburg meint, d'Hondt setze eine Rechtsnorm der proportionalen Verwertung der Reste voraus, und die sei ja ungleiches Recht (widerspreche der Chancengleichheit der Parteien). Mir scheinen die Vorwürfe gegen Hare eher gegen die Norm der Repräsentation überhaupt zu zielen. Vertreter des Mehrheitswahlrechts versuchen sicherlich, dem siegreichen Verhältniswahlrecht die Spitze zu brechen. Es ist die Versuchung jeder Regierung, Mehrheiten für sich vorzutäuschen, wo sie gar nicht (mehr) vorhanden sind. Wer dem Hare'schen Verfahren vorhält, es ermutige Parteienzersplitterung, wirft dies der Repräsentation überhaupt vor. Zudem gilt, daß durch die Strategie "getrennt marschieren, vereint schlagen" i.a. nicht gewonnen werden kann, denn der Sitzverteilung liegen bei Hare die Stimmanteile zugrunde.

Zwar gibt es bei d'Hondt einen Anreiz, Parteien zu einen (aufgrund der Unterrepräsentation von Minderheiten, kleiner Parteien), jedoch kann man eine solche Wirkung bei der Vorherrschaft anderer, insbesondere ideologischer oder ständischer Motive für die Ausbildung der Parteienlandschaft nicht nachweisen - dieses als staatstragend oder systemstabilisierend ausgegebene Motiv sollte man vergessen. Das neudeutsche, historisch verständliche, Argument, dies oder jenes Wahlverfahren sei besser aufgrund der "Lehre von Weimar", wird allzu schnell im Munde geführt, und so werden Mängel (zur Entlastung) oft der Verfassung zugeschrieben, die eigentlich aus anderen mangelhaften Zuständen der Gesellschaft herrühren. Wir sehen keinen Grund, nicht auf Repräsentation zu bestehen.

Das führt uns zurück zum Ausgangspunkt:

In der Tradition der Verrechnungsverfahren ist ein wesentlicher Mangel vergessen worden: die Verfahren erhalten (repräsentieren) aufgrund der Ganzzahligkeit i.a. nicht die Mehrheitsverhältnisse. Deren Erhalt hat aber gewiss normative, für den Mathematiker "axiomatische" Bedeutung, denn er ist eine Grundvoraussetzung für Repräsentativität. Nun ist nicht für alle Hausgrößen (für ein festes Verfahren - egal welches) die Repräsentativität i.S. der Mehrheitsverhältnisse gesichert (der Leser werfe einen Blick z.B. auf die Liste im Anhang: die erste repräsentative Hare- und St.Laguë-Verteilung liegt für die Hausgröße (Ausschußgröße) elf vor, die erste repräsentative d'Hondt-Verteilung für die Hausgröße 37). Bei wenigen Parteien ist das zwar eher die Ausnahme, dennoch folgt, daß eine gewisse Variation der Hausgröße nicht vermieden werden kann.

Zusammen mit der zweiten Anforderung der Repräsentativität: des möglichst genauen Proporzes ergibt sich folgende Empfehlung:

Man wähle unter den derzeit bekannten Verfahren entweder traditionell das von HARE, oder "modern" das von BALINSKI / YOUNG oder von MAYBERRY, und wähle zudem eine Hausgröße in größtmöglicher Nähe der vorgesehenen, für die das Verfahren eine im Sinne des Erhalts der Mehrheitsverhältnisse repräsentative Sitzverteilung liefert.

Beim gegenwärtigen Stand der Forschung fällt es schwer, zwischen den drei genannten Verfahren weiter zu differenzieren.

(Dem Nicht-Mathematiker sollten die dargelegten Schwierigkeiten mit den Verrechnungsverfahren eine Warnung vor der Illusion der Zahl sein: "wer an Zahlen glaubt, wird manipulierbar".)

Verrechnungsverfahren?

Unsere Argumentation führt zu folgendem Ergebnis:

> Fehlt eine Wahlkreiseinteilung, so bewahrt jedes Verrechnungsverfahren, in das die Stimmgebung ohne Ansehen der Person Eingang findet, die Chancengleichheit. Sogenannte "Wahlziffern" etc. auszurechnen, um über das Gewicht einer Wählerstimme etwas auszusagen, ist also Unsinn. Das entscheidende Problem beim Verrechnungsverfahren ist klassisch gesehen, Mandate so gut es geht proportional aufzuteilen. Da dies aus Ganzzahligkeitsgründen fast nie exakt geschehen kann, kommen notwendigerweise mehrere mögliche Verrechnungsverfahren ins Spiel.

In der Geschichte des Verhältniswahlrechts haben sich jedoch auch Verrechnungsverfahren breit machen können, deren Ziel nicht die möglichst genaue Verhältnismäßigkeit ist, sondern Manipulation der Verhältnismäßigkeit in Richtung auf eine stärkere Gewichtung von Traditionsparteien. (d'Hondt, St.Lague, etc..)

Aber auch Verrechnungsverfahren deren Ziel möglichst genaue Proportionalität ist (z.B. Hare), haben Schönheitsfehler und einen Mangel. Der Mangel besteht im möglichen Verfehlen der Repräsentativität, auch bei solchen "Proporzverfahren", für bestimmte (vorgegebene) Gremiengrößen. Der Mangel ist etwa durch folgende Regel beseitigbar: man verteile gemäß der ersten repräsentativen Hare-Verteilung für Gremiengrößen oberhalb oder beiderseits von einer vorgegebenen.

Wahlkreise

Es gibt zahlreiche Vermischungen des Proportionalwahlrechts und des Mehrheitswahlrechts.

Oft wird argumentiert, Wahlkreise * seien dem Proporz fremd (etwa Greichen, S. 14). Auf der anderen Seite wird betont (etwa Tecklenburg, S. 18), die Proportionalwahl könne mit jeder Art der ständischen Vertretung kombiniert werden. Nach dieser Ansicht ist der Wahlkreis ein "Stand" und in der Ehe mit dem Proportionalwahlrecht gilt die Suche einem Wahlsystem, das einen Doppelproporz erlaubt. Historisch wurde Doppelproporz als Proporz in jedem Stand und Proporz (mit geeigneten Gewichten, der Wichtigkeit oder Anzahl nach) der Stände untereinander empfunden. In der weiteren Geschichte wurden "Stände" nunmehr oft durch "Staaten" oder "Länder" ersetzt.

Das typische Gremium mitsamt seiner Bestimmungsregel wird formal durch folgende Definitionen beschrieben:

Vor der Wahl: $w = 1_* \circ k$

wobei $k = (k_1,\ldots,k_m)$ das Maß der Wahlkreise $M = \{1,\ldots,m\}$ ist, interpretiert als Abgeordnetenzahl der einzelnen Wahlkreise, und 1_* die Mehrheitsregel.

* im Gegensatz zu "Stimmkreis": Das Verrechnungsverfahren findet auf Wahlkreise Anwendung, i.e. das Wahlrecht sieht die Wahlkreise als die Einheit, auf die das Verrechnungsverfahren angewandt wird. Stimmkreise sind Auszähleinheiten, die im Wahlsystem keine Berücksichtigung finden.

Die Wahl verteilt die Wähler Ω_i eines Wahlkreises i auf die (insgesamt auftretenden) Parteien $N = \{1...n\}$. Sei Ω die Menge der Wähler insgesamt, also $\Omega = \Sigma\Omega_i$ und Ω_{ij} die Wähler von Partei j im Wahlkreis i, so wird unter gleicher Wahl das Wahlergebnis durch die Matrix $A = (a_{ij})$, $a_{ij} = |\Omega_{ij}|$ wiedergegeben.

Das Verrechnungsverfahren - Verrechnungseinheit ist der Wahlkreis - wird bei einheitlicher Wahl wiedergegeben durch eine Funktion

$$f : \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0^n \rightarrow \mathbb{N}_0 \quad , \quad f\,(k,x)\,1 = k$$

mit bestimmten "proportionalnahen" Eigenschaften (s.VERRECHNUNGSVERFAHREN).

Sei $A_i = (a_{i1},..,a_{im})^T$ das Wahlergebnis im Wahlkreis i, so liefert das Verrechnungsverfahren das Maß

$$f\,(k_i,\, A_i) \quad .$$

So wird das Gremium <u>nach der Wahl</u> beschrieben durch mehrere Spiele; außer w liegt nunmehr auch ein Spiel zwischen den Parteien vor:

$$z = 1_* \circ \sum_{i \in M} f\,(k_i,\, A_i)$$

und ein Spiel im Interessenraum $N \times M$

$$u = 1_* \circ \ (f\,(k_i,\, A_i))_{i \in M}$$

Historisch weitgehend durchgesetzt im Anspruch, wenn auch nicht in der Praxis, haben sich zwei Anforderungen:

1. Chancengleichheit der Wähler
2. Repräsentativität.

Wir wenden uns zuerst der ersten Anforderung zu. Dabei ist insbesondere von Belang, welches Spiel überhaupt zwischen den Wählern stattfindet. Weiters ist von Belang, wie Chancengleichheit gemessen wird. Letzteres wird von der ernstzunehmenden, nichtjuristischen Literatur überwiegend so beantwortet, daß der Shapley-Wert dafür das Maß sein müsse, während in der ernstzunehmenden juristischen Literatur der Banzhaf-Wert bevorzug wird.

Wir geben zunächst die Definitionen.

Vorgelegt sei ein einfaches Spiel $v : 2^N \to \{0,1\}$. $\{1,...,n\} = N$ ist die Menge der Spieler, 2^N die Menge der Koalitionen $S \subset N$. Wir betrachten für den Shapley-Wert "Permutationen" von Spielern und für den Banzhaf-Wert "Kombinationen" von Spielern und erklären sie jeweils als gleichwahrscheinlich.

Ist $i \in S$, so ist $v(S) - v(S \setminus \{i\})$ der Beitrag des Spielers i beim Hinzutreten bzw. sein Einfluß in dieser Situation. Ist $v(S) - v(S \setminus \{i\}) = 1$, so bewegt i etwas: er ist mehrheitsbildend, man sagt: er "pivotiert" oder $(S, S \setminus \{i\})$ ist ein "swing". Shapley-Wert und Banzhaft-Wert messen den erwarteten Einfluß der Spieler.

Sei $>$ eine (An)ordnung auf N und sei $>(i)$ die Koalition der Spieler vor i in dieser Anordnung, so ist

$$\varphi_i = \frac{1}{n!} \sum_{>} v(>(i) \cup \{i\}) - v(>(i))$$

der erwartete Einfluß von i bei gleichwahrscheinlichen Ordnungen (es gibt $n!$ viele).

$(\varphi_I ... \varphi_n)$ heißt der Shapley-Wert von v.

Sei $\beta_i = \sum_{S \ni i} v(S) - v(S \setminus \{i\})$

so ist der erwartete (Gesamt)Einfluß von i bei gleichwahrscheinlichen Kombinationen, interpretiert als zufälliger Koalitionsbildung.

$(\beta_1, ..\beta_n)$ heißt Banzhaf-Wert von v.

Auch der Shapley-Wert formalisiert "zufällige Koalitionsbildung", allerdings als Prozeß einzeln hinzutretender Spieler. Beide Werte und ihre Unterschiede sind gut untersucht und in der Literatur dargestellt (vgl. etwa DUBEY/ SHAPLEY, LUCAS, ROSENMÜLLER, STRAFFIN).

Für unseren Zweck ist vor allem von Wichtigkeit, daß beide Werte

1. auch axiomatisch ohne Rekurs auf ein Wahrscheinlichkeitskalkül als Machtmaße etabliert werden können, allerdings mit dem Unterschied, daß der Shapley-Wert aufgrund seiner Additivität auch die Macht von Koalitionen anzugeben vermag, und daß

2. sie auf der Klasse der gewichteten Mehrheitsspiele nur wenig differieren. (vgl. BANZHAF, LUCAS).

Chancengleichheit für die Wähler ist wesentlich eine Symmetrieforderung: jedermanns Stimme soll gleiches Gewicht zukommen, ohne "Ansehen der Person". Innerhalb eines Wahlkreises garantiert das Verrechnungsverfahren f, das nur auf die Stimmanzahlen rekurriert, die Symmetrie; problematisch ist allein die Gewichtsgleichheit für Stimmen aus verschiedenen Wahlkreisen.

Wir fragen also, wieviel eine Stimme ω im Wahlkreis i bei dem durch das Tripel $((\Omega_i)_{i\in M}, w, f)$ beschriebenen Wahlsystem wert?

Prüfstein ist eine ja-nein-Entscheidung. Sei $S \subset \Omega$ eine Koalition, d.h. sie seien sich einig (im Ja oder im Nein), und $S_i = S \cap \Omega_i$ ihr Anteil im Wahlkreis i.

Dann ist mit

$$v(S) = 1_* \circ \sum_{i\in M} f(k_i, |S_i|, |\Omega_i \setminus S_i|)$$

das Spiel um die Parlamentsmehrheit zwischen den Wählern beschrieben.

Die Differenzierung nach Parteien und Summierung über Ja-Parteien und Nein-Parteien ergäbe geringfügige Verzerrungen, da f nur näherungsweise linear ist. Zur Berechnung der jeweiligen Verzerrrung muß jedoch die konkrete Sitzverteilung und die konkrete Haltung der Parteien bekannt sein, so daß auch aus diesem Grund und aus der Annahme einer Vielfalt von zu treffenden Entscheidungen eine Differenzierung nicht sinnvoll ist. v berücksichtigt sämtliche ja-nein-Konstellationen. Die Anforderung der Chancengleichheit ist also

gemäß dem Shapley-Wert $\qquad \varphi_\omega v = \frac{1}{|\Omega|}$

und

gemäß dem Banzhaft-Wert $\qquad \beta_\omega v = \frac{1}{|\Omega|}$

Diese (etwas verschiedenen) Anforderungen sind i.a. nicht exakt einlösbar (für den Shapley-Wert z.B. weil der Raum der gewichteten Mehrheitsspiele diskret ist und der Shapley-Wert linear und stetig).

Von den amerikanischen Gerichten vorgezogen wird zur Zeit der Banzhaf-Wert. Besondere Aufmerksamkeit erfuhr eine "besonders grobe Verletzung" der Chancengleichheit, gennant das Dummy-Paradox. Wir schildern das "Paradox" am Fall des Europaparlaments: Eine Verteilung der Sitze proportional zu den Bevölkerungsanteilen der Länder (= Wahlkreise) würde dazu führen, daß Luxemburg als Ganzes im Europäischen Parlament ein "Dummy" ware, d.h. für eine Mehrheitsbildung bedarf es nie der luxemburgischen Abgeordneten. Das bedeutet, daß des luxemburgischen Wählers Stimme kein Gewicht hat, wenn die Interessen sich nach Ländern scheiden (das Spiel w). Die Nichtigkeit seiner Stimme schlägt jedoch nicht auf v durch.

Die bevölkerungsproportionale Verteilung für das Europäische Parlament mit 434 abgeordneten Ländern wäre (nach Hare)

(98, 87, 91, 89, 23, 15, 17, 8, 5, 1)

die tatsächliche Verteilung ist

(81, 81, 81, 81, 25, 24, 24, 16, 15, 6)

Das entspricht den Mehrheitsverhältnissen in w

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

mit 4 großen, 2 mittleren und 3 kleinen Ländern.
Beide Verteilungen sind nicht repräsentativ.

Bevor wir das Gewicht einer Wählerstimme (in v) angeben, wollen wir darauf hinweisen, daß es für den Banzhaf-Wert ein unkompliziertes Näherungsverfahren gibt:

$$\beta_\omega v \approx \frac{k_i}{\sqrt{2\pi |\Omega_i|}} \qquad \text{für} \quad \omega \in \Omega_i$$

(BANZHAF, LUCAS sowie genauer in SOKOLNIKOFF / REDHEFFER in: Math. of Physics and Modern Engineering, 644 f (1958)).

Danach erhalten wir für v folgende Gewichte pro Mandat

$10^{-6} \cdot (51, 54, 54, 57, 110, 130, 130, 180, 220, 630)$,

also für die gegenwärtig gültige Sitzverteilung k die Stimmgewichte

$10^{-4} \cdot (41, 44, 44, 46, 28, 31, 31, 29, 33, 38)$

also eine Schwankungsbreite von etwa 3 : 5.

Wir geben nun eine ausgeglichenere Mandatsverteilung an; allerdings mit 433 Mandaten (die ungerade Anzahl hat den Vorteil, daß egal unter welche Fraktionierung ein Nullsummenspiel entsteht - d.h. jede Koalition, die eine Vorlage blockieren kann, kann ihrerseits eine Vorlage vorbringen):

$$(75, 72, 72, 72, 36, 30, 30, 22, 18, 6)$$

Die angenäherten Banzhaf-Gewichte einer Stimme im Wahlkreis liegen bei

$$10^{-4} \cdot (38, 39, 38, 39, 38, 38, 38, 39, 39, 38)$$

mit also einer wesentlich geringeren Schwankungsbreite.

Die Mehrheitsverhältnisse in w sind komplizierter (die großen Länder sind schwächer geworden).

Die tatsächliche Mandatsverteilung wurde unter verschiedenen Vorgaben gesucht. Explizit festgelegt war, daß Luxemburg mindestens 6 Mandate erhalten sollte und daß das Parlament nicht zu groß (etwa zwischen 300 und 600 Mandaten) sein sollte. Man darf unterstellen, daß nicht zu stark differenziert werden sollte (möglichst nur vier Typen von Ländern bzgl. Mandatsanzahl).

Proporz nach Bevölkerung war also nicht anstrebbar. Damit wurden auch die Mehrheitsverhältnisse in w ("Abstimmungen nach Länderinteresse") nicht repräsentativ. Jedoch fällt auf, daß hinter der damals diskutierten Mandatsverteilung fast immer dieselben Mehrheitsverhältnisse (wie in der dann verabschiedeten Version) steckten. Weiters fällt auf, daß die Einigung, eine Mandatsverteilung beinhaltete, die, unter der Vorgabe geringer Differenzierung, relativ gute Stimmgewichte erlaubt.

Der Begriff der Chancengleichheit sei nun noch einmal genauer betrachtet: wenn eine Stimme in allen Wahlkreisen denselben Wert haben soll wird davon ausgegangen, daß die entscheidungsbestimmenden Interessen nicht als Zugehörigkeit zu einem Wahlkreis aufgefaßt werden können.

Die entscheidungsbestimmenden Interessen werden von der Parteienstruktur wiedergespiegelt, und diese soll repräsentiert werden. In der Praxis kann es jedoch auch der Fall sein, daß die Parteiinteressen alleine nicht als ausreichend empfunden werden, die Entscheidungen zu bestimmen, so daß gewünscht wird, auch besondere "Wahlkreisinteressen" zu repräsentieren.

Wir wenden uns nun der zweiten Anforderung - der Repräsentativität - zu. Sind (auch) Länderinteressen (Wahlkreisinteressen) zu repräsentieren, liegt das Dilemma klar vor uns: Repräsentativität verlangt eine spezielle näherungsweise Proportionalität von Bevölkerungsanteilen und Sitzanzahlen, Chancengleichheit verlangt eine näherungsweise Proportionalität der Quadratwurzeln aus der Bevölkerungszahl und Sitzanzahlen. Sind die Ländergrößen (Wahlkreisgrößen) also relativ verschieden, so sind Repräsentativität und Chancengleichheit auch näherungsweise nicht vereinbar. Sind Fraktionen (und keine Länder) [Spiel z] zu repräsentieren, und die Fraktionen erstrecken sich quer über die Länder, so ergibt sich dasselbe Dilemma. Nur wenn die Fraktionen immer in einem Lande verbleiben, kann eine Repräsentationsaufgabe unter Chancengleichheit gelöst werden, bei relativ verschiedenen Wahlkreisgrößen. Diese Annahme ist jedoch für die meisten Anwendungen realitätsfern.

Wir studieren nun noch den Fall der Doppelrepräsentation, also daß gewünscht wird, sowohl die Wahlkreisinteressen als auch die Parteiinteressen zu repräsentieren, und der bisher benutzte Begriff der Chancengleichheit nicht mehr anwendbar ist: Wird ein Wahlkreisinteresse - zwar unterstellt und nicht gewählt - als wesentliches, entscheidungsbestimmendes Interesse empfunden, so verliert das Spiel v die Relevanz für den Wähler und es sind nunmehr die Spiele w, z, u zu betrachten. In deren Licht ist Chancengleichheit am ehesten als angenäherter Proporz zu verstehen: jeder hat gleichen Anspruch auf Vertretung. Und wie in "Verrechnungsverfahren" diskutiert, ist angenäherter Proporz "schwächer" als Repräsentativität.

Sei $A = (a_{ij})$ die Matrix der Stimmverteilung mit a_{ij} als Anzahl der Stimmen aus (= für) Wahlkreis i und für Partei j. Der Einfachheit halber nehmen wir an, daß alle Stimmen abgegeben werden (und gültig sind). Dann erzeugt A die Spiele $\bar{u}$, $\bar{w}$, $\bar{z}$ in folgender Weise:

$\bar{u}$ das Spiel im Interessensraum $M \times N$
$\bar{u} = 1_* \circ (a_{ij})_{i \in M,\ j \in N}$

$\bar{w}$ das Spiel zwischen den Wahlkreisen i
$\bar{w} = 1_* \circ (\sum_{j \in N} a_{ij})_{i \in M}$

$\bar{z}$ das Spiel zwischen den Parteien j
$\bar{z} = 1_* \circ (\sum_{i \in M} a_{ij})_{j \in N}$

Zudem sind mit A auch Spiele $\bar{u}_i$ (Teilspiel im Wahlkreis i zwischen den Parteien) und Spiele $\bar{u}^j$ (Teilspiel in der Partei j zwischen den Wahlkreisen) definiert.

Analog seien die von einem als Matrix der Sitzverteilung $R = (r_{ij})$ beschriebenen Gremium erzeugten Spiele u, w, z, u_i, u^j definiert.

Wir unterscheiden nun drei Repräsentationsbegriffe:

R repräsentiert A falls für alle i,j gilt $\bar{v}_i = v_i$ und $\bar{u}^j = u^j$; das bedeutet: in jedem Wahlkreis und in jeder Partei die Mehrheitsverhältnisse bewahrt sind.

R repräsentiert A schwach, falls für die "Randspiele" gilt $\bar{w} = w$ und $\bar{z} = z$; das bedeutet, daß bei Abstimmungen, die allein vom Wahlkreisinteresse oder die allein vom Parteiinteresse bestimmt sind, die Mehrheitsverhältnisse bewahrt sind.

R repräsentiert A stark falls $\bar{u} = u$; das bedeutet, daß auch bei durch Parteien und Wahlkreise schräg verlaufenden Interessen die Mehrheitsverhältnisse bewahrt werden.

Wenn man tatsächlich den Raum $M \times N$ als zu repräsentierende Interessen auffaßt, ist die "starke Repräsentation" der natürliche Begriff.

Alle drei Begriffe sind verschieden. Dazu betrachten wir folgendes Beispiel:

$$A = \begin{pmatrix} 80 & 10 & 5 & 5 \\ 10 & 10 & 20 & 10 \\ 10 & 20 & 5 & 5 \end{pmatrix}$$

$$R_1 = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{repräsentiert}$$

$$R_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{repräsentiert schwach}$$

$$R_3 = \begin{pmatrix} 16 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 4 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{repräsentiert stark (dafür minimal)}$$

Welche Folgerungen sind aus den vorgestellten Modellen zu ziehen?

Im Wahlergebnis sollen die Interessen der Wähler - ihre Vielfalt - repräsentiert werden. Die Interessen werden dazu auf wesentliche reduziert:

Merkmal dafür ist die Wahl eine "Partei". Unter Umständen ist beabsichtigt, auch die (nicht gewählten) Wahlkreise als Merkmal zu unterstellen: das ist der Fall der Doppelrepräsentation, bei der das Gremium i.a. stark zu vergrößern ist. Wird der Wahlkreis nicht als zu repräsentierendes Merkmal aufgefaßt, so könnte man vom Standpunkt der Repräsentation aus auf ihn verzichten (d.h. das ganze Wahlgebiet ist ein Wahlkreis). Besteht man (aus anderen Gründen) auf Wahlkreiseinteilung, so stellt sich ein Problem der Chancengleichheit: jede Stimme, egal in welchem Wahlkreis abgegeben, soll gleich viel wert sein. Jedoch gilt:

> Chancengleichheit und Repräsentation sind
> im allgemeinen nicht vereinbar.

Um beide Anforderungen in etwa in Einklang zu bringen, müßten die Wahlkreisgrößen und auch die Anzahl ihrer Mandate je möglichst gleich sein. Welche Abweichung noch akzeptiert wird, ist dann eine Frage politischer Übereinkunft. Für eine vorgegebene Wahlkreiseinteilung ist die minimale Abweichung ein Datum. Besonders für kleine Wahlkreise ist dieses kaum akzeptabel.

Insgesamt gibt es also starke Gründe, von einer Wahlkreiseinteilung überhaupt Abstand zu nehmen.

Diese Gründe lehren zudem, daß eine beabsichtigte "Integration" des Wählers in seinen "Staat" durch die Art der Gremienbildung nicht mißverstanden werden darf als Identifikation. Identifikation wäre eine Illusion: ein Mandatsträger handelt an meinerstatt, aber natürlich bin das nicht ich - er spiegelt nicht alle meine Interessen wieder, sondern nur wenige, sogar sehr wenige. Gewählt werden nicht Interessen, sondern Merkmalsträger. Dabei ist es klug, sich auf <u>eine</u> (nicht zu große) Merkmalsliste zu beschränken: die Parteien. Diese Beschränkung verlangt ein Korrektiv. Das meines Erachtens einzig wirksame liegt in Formen direkter Demokratie, die hier allerdings nicht unser Thema sind.

Wahlkreise?

Unsere Argumentation führt zu folgendem Ergebnis:

Repräsentativität und Chancengleichheit sind nicht vereinbar.

Präziser:

1. Spiegeln Wahlkreise zu repräsentierende Interessen wieder, so ist das Ziel Doppelrepräsentation und Chancengleichheit zwischen Wählern verschiedener Wahlkreise inhaltsleer.

2. Sind Wahlkreise ohne zu repräsentierendes Interesse, so ist Chancengleichheit und Repräsentativität auch annähernd nur zu erreichen, wenn die Wahlkreise etwa gleich groß sind und gleichviel Mandate stellen.

Zu beiden Punkten liegen Folgerungen auf der Hand, die empfehlen nicht zu viel von einem Wahlsystem zu verlangen und deshalb auf Wahlkreise verzichten:

ad 1. Mehrfachrepräsentationen sind teuer, da sie das Gremium stark vergrößern; insbesondere meist für eine vorgeschriebene Gremiengröße gar nicht zu haben sind.

ad 2. Da Wahlkreise etwa gleich groß gestaltet werden müssen, sind Wahlkreise fast nie "natürlich" (d.h. durch klar einsichtige Kriterien abgegrenzt), sondern sind "willkürlich". Gerrymandering belastet den politischen Prozeß mit unnützen Kosten. Generell ist zu fragen, was der Sinn von Wahlkreisen, die nicht eine zu repräsentierende Interessenvielfalt widerspiegeln, sein soll. Ein solcher Sinn könnte in der möglichen "Personalisierung", d.h. größeren Nähe von Wählern und Gewählten liegen, in erhoffter größerer Identifikation. Doch wie gesagt: das Bestehen auf Wahlkreise muß erkauft werden, und es ist zu bedenken, ob bei der Wahlkreiseinteilung nicht ein großes Maß an Identifikation (wieder) verspielt wird.

Listen

Die Idee bei der Wahl Listen zu benutzen, ist älter als die Verhältniswahl. Eine Liste enthält vorgeschlagene Kandidaten in einer Reihenfolge. Chancengleichheit bezogen auf die Kandidaten bedeutet, daß die Reihenfolge im Auswertungsverfahren keine Rolle spielt. Mit parteilicher Organisierung und erst recht mit der Institutionalisierung der Parteien haben sich fast überall statt Einheitslisten Parteilisten durchgesetzt, die zudem den Parteien das Privileg der Reihung der Kandidaten zuweisen.

Dem Gedanken der Repräsentativität widerspricht es, wenn die Parteien das zu repräsentierende Merkmal abgeben, Wählern, die sich nicht durch die Partei i repräsentieren lassen wollen, Einfluß darauf zuzugestehen, wer Partei i zu repräsentieren habe. Einheitslisten und Panaschieren verletzen insofern die Repräsentativität.

Dort, wo "starre Listen" (die Stimme wird einer Liste gegeben) sich durchgesetzt haben, wird im Auswertungsverfahren die durch die Parteien vorgenommene Reihung übernommen. Die Auswahl der Kandidaten wird nicht als Sache des Wählers empfunden (so daß Chancengleichheit bezogen auf die Kandidaten sinnwidrig wäre).

Ist die Stimmgebung jedoch auf Kandidaten bezogen, wird eine durch die Parteien vorgenommene Reihung als sekundär empfunden, da die Wähler die Freiheit haben, eine andere Reihung durchzusetzen. Je nach Auswertungsverfahren und Anzahl der Wähler, die ihr Recht der Einwirkung auf die Reihung nicht in Anspruch nehmen, ist es unterschiedlich schwer, andere Reihungen als die durch die Partei empfohlene durchzusetzen - über Chancengleichheit bezogen auf die Kandidaten kann man dann streiten.

Eine durch die Parteien vorgenommene Reihung hat jedoch für die Praxis den Vorteil, daß bei nach dem Auswertungsverfahren (für die Stimmgebungen durch die Wähler) gleichauf liegenden Kandidaten die Partei-Reihung entscheidet anstatt eines Würfelns.

Betrachten wir zunächst Stimmgebung und Auswertung für eine reine Kandidatenwahl - ohne Bedeutung der Parteizugehörigkeit für die Auswertung. Aus der Vielfalt der Verfahren wählen wir folgende vier Idealtypen: direkte, begrenzte und kumulierbare Mehrstimmenverfahren und Rangordnungsverfahren. Es seien dazu

h die Anzahl der zu vergebenden Mandate (Hausgröße)

n die Anzahl der "Stimmen" eines Wählers

k die Anzahl der Kandidaten

$x_i(\omega)$ die Anzahl der dem Kandidaten i vom Wähler ω gegebenen Stimmen

$r_i(\omega)$ der Rang des Kandidaten i bei Wähler ω ; $r_i(\omega) = 1$, wenn es der beste, = 2 der zweitbeste, usf...

Verfahren	Stimmgebung	Auswertung	Namen
1. vote directe	$n=h,\ x_i(\omega)=1$ oder 0	$\sum_{\Omega} x_i(\omega)$	/
2. vote limitê	$n>h,\ x_i(\omega)=1$ oder 0	$\sum_{\Omega} x_i(\omega)$	Condorcet
3. vote cumulê	$n=h,\ 0\leq x_i(\omega)\leq c\leq n$ (c:Kumulierungsschranke)	$\sum_{\Omega} x_i(\omega)$	/
4. vote graduê	$r_i(\omega)$	$-\sum_{\Omega} r_i(\omega)$ oder	Borda
		$\sum_{\Omega} \frac{1}{r_i(\omega)}$	Burnitz/ Varrentrap, Furet/Briant

Gewählt sind jeweils die ersten h nach der Größe der Zahl, die die Auswertung ihnen zuweist.

Die Auswertung hat den Charakter einer kollektiven Wertung - einer "Aggregation" der individuellen Wertungen.

Seit Condorcet ist bekannt, daß die Aggregation bestimmten Schwierigkeiten und Inkonsistenzen unterliegt. Stellt man sich eine Wählerwertung als Ordnung auf den Kandidaten vor (der beste, der zweitbeste, etc.), so ist die "natürliche" Zusammenfassung der Wertungen die des Vergleiches mittels relativer Mehrheit (Condorcet-Aggregation):

> i ist kollektiv besser als j
> genau, wenn mehr Wähler i dem j
> vorziehen als umbekehrt.

Dieses Verfahren ist widersprüchlich (Condorcet-Paradox, Problem der wechselnden Mehrheiten), denn es kann sein, daß gleichzeitig folgende drei Aussagen gelten:

> i ist kollektiv besser als j
> j ist kollektiv besser als k
> k ist kollektiv besser als i

(sofern es mindestens drei Kandidaten und mindestens drei Wähler gibt).

Man kann sagen: die relative Mehrheit eignet sich i.a. nur zur Behandlung einfacher Alternativen (ja-nein-Entscheidung) - ansonsten können Interessen zu widersprüchlich sein, als daß sie via Mehrheit zu einem konsistenten Ganzen geeint werden können.

Repräsentation sucht die "richtige" Vielfalt, Aggregation sucht die "richtige" Einheit. Es folgt die Frage, ob es überhaupt für Wählerwertungen (die ordnen) Verfahren geben kann, die die "richtige" Einheit liefern. Das "Richtige" ist zu beschrieben mittels bestimmter Gütekriterien, die sich formal als Axiome wiederspiegeln. Das ist der Rahmen des Arrow-schen Unmöglichkeitstheorems.

Bei ARROW 1963 gibt es vier Gütekriterien:

1. das Verfahren muß alle möglichen Interessenskonstellationen verarbeiten können,

2. das Verfahren soll nur Pareto-optimale Ergebnisse liefern (d.h. nur solche, wozu anderes ("nichtgewähltes") nicht offensichtlich besser ist; "offensichtlich besser" heißt "für mindestens einen besser und für niemanden schlechter"),

3. das Verfahren soll gegen Ausfälle und Rücktritte abgesichert sein (Unabhängigkeit von irrelevanten Alternativen),

4. es gibt niemanden, dessen Interesse immer durchschlägt, egal wie die Interessen der anderen sind (Diktatorfreiheit).

Die Axiome 1. und 4. sind in unserem Rahmen von allen vier Verfahren erfüllt. Axiom 3. ist von allen nicht erfüllt, was wir hier aber nicht überbewerten wollen, da wir es i.w. als ein "strategisches" Axiom auffassen, strategische Fragestellungen aber erst später ansprechen wollen. Axiom 2. - und das ist von entscheidender Bedeutung - wird nur von "vote gradué" erfüllt..

Um dieses einzusehen, müssen wir zuvor zwei Abweichungen von Arrows Rahmen diskutieren:

A. Die Auswahl von (mehreren) Kandidaten unter Verzicht auf die Konstruktion einer kollektiven Wertung

B. Die Interpretation der Stimmgebung durch den Wähler als Näherung gemäß seiner Nutzenfunktion.

Eine Darstellung der Güte von Verfahren mit der "Abschwächung" A. und anderer Varianten findet sich etwa in SEN. Das Urteil über die Anwendung solcher Verfahren bleibt aber im wesentlichen dasselbe: "quite disturbing" (ebd.).

Die Abweichung B. eröffnet ein viel grundsätzlicheres Feld. Es betrifft die Möglichkeiten der Formalisierung einer "Wertung" des Wählers. Dabei ist einmal zu fragen: <u>was</u> wertet der Wähler, und zum anderen: <u>wie</u> wertet der Wähler. Es ist ja durchaus nicht selbstverständlich anzunehmen, daß der Wähler die Kandidaten wertet: er könnte ja auch seine Wertung von der möglichen Zusammensetzung des Parlaments abhängig machen (dies wäre z.B. "ökonomisch" betrachtet ein "Markt" mit gleichen Budgets für die Wähler (n Stimmen) und kollektiver Produktion eines Güterkorbes (= Parlament)). Aber auch hier würde die mangelnde Pareto-Optimalität bei den ("Produktions")Verfahren 1.-3. durchschlagen.

Die zweite Frage bezieht sich auf die "Skalenniveaus" und auf das Verhältnis der individuellen Skalen zueinander (interpersonelle Vergleichbarkeit).

In unserer bisherigen Betrachtung (Social choice-Rahmen) wurden Ordinalskalen benutzt. Fassen wir Wertung als Angabe von "Nutzen" auf, unter Verwendung reeller Zahlen (nutzentheoretischer Rahmen), so läßt sich das ordinale Skalenniveau auffassen als Anforderung der Invarianz gegenüber monotonen Transformationen des Nutzens. Die Rangordnungsverfahren (vote gradué) sind aber nicht invariant, denn über die Summation spielt die Größe, mit der der Rang gemessen wird, eine entscheidende Rolle. Verschiedene Rangordnungsverfahren liefern verschiedene Ergebnisse, und nur vom suggestiven Standpunkt der Einfachheit wäre das BORDA-Verfahren auszuzeichnen.

Wertung als Angabe von "Nutzen" eröffnet aber weitere Verwendungsmöglichkeiten der messenden Zahlen, sofern bestimmte Operationen (z.B. Addition: "gleiche Differenz", "Intervallskala" oder Add. & Multiplikation: "so und so oft", "Rationalskala") interpretierbar sind, d.h. der Wähler tatsächlich so genau seine Präferenzen anzugeben im Stande ist.

Bei einer größeren Kandidatenzahl ist sicherlich schon die Angabe einer Ordinalskala problematisch.

Wir geben nun ein Beispiel und nehmen dazu an, daß die Wähler tatsächlich über "Rationalskalen" verfügen, daß also insbesondere Kumulieren wertenden Sinn hat (und nicht strategischen):

Es gebe vier Wählertypen:

Anzahl der Wähler	Nutzen der Kandidaten				
	1	2	3	4	5
24	10	9	8	2	1
25	5	3	2	1	10
20	8	2	1	10	9
30	2	1	10	5	3

Dann ergeben sich als bestmögliche Näherungen folgende Stimmgebungen (h=3)

1. vote dir.

	1	1	1	0	0
	1	1	0	0	1
	1	0	0	1	1
	0	0	1	1	1
Σ	70	50	55	50	75

Gewählt sind 1, 3, 5

2. vote lim. (n=1)

	1	0	0	0	0
	0	0	0	0	1
	0	0	0	1	0
	0	0	1	0	0
Σ	25	0	30	20	25

Gewählt sind 1, 3, 5

3. vote cum.

	1	1	1	0	0
	1	0	0	0	2
	1	0	0	1	1
	0	0	2	1	0
Σ	70	25	85	50	75

Gewählt sind 1, 3, 5

4. vote gradué (BORDA)

	1	2	3	4	5
	2	3	4	5	1
	3	4	5	2	1
	4	5	1	2	3
Σ	345	245	295	295	320

Gewählt sind je nach Würfel
1, 3, 5 oder 1, 4, 5

Zum Vergleich:

Condorcet-Aggregation

1>2 :	75
2>3 :	80
3>4 :	70
4>5 :	100

Gewählt sind 1, 2, 3

Die Güte der Verfahren verfehlen in diesem Rahmen die Pareto-Optimalität, denn alle Wähler erachten 4 besser als 5, also {1,3,4} besser als {1,3,5}. (Borda verfehlt nur "schwach"). Das Condorcet-Paradox tritt in diesem Falle nicht auf, und diese (i.a. unpraktikable) Regel (die ja auch nur als Ordnungsaggregation Sinn macht) liefert {1,2,3}.

Hier ist der Hinweis angebracht, daß im Arrow'schen Rahmen (Wertung nur als Ordnung) das Borda-Verfahren die Pareto-Optimalität erfüllt. Jedoch ist dieser Rahmen nicht direkt für die anderen Verfahren nutzbar.

Bisher hatten wir vorausgesetzt, daß die Skalen interpersonell nicht vergleichbar sind. Ist interpersonelle Vergleichbarkeit gegeben, so sind weitere Güte-Kriterien der "gerechten Verteilung" formulierbar. Genannt seien die Theorien von Nash, Kalai-Smorodinski, Rawls und Kolm. Da es mir für unseren Zusammenhang als nicht zutreffend erscheint, interpersonelle Vergleichbarkeit zu postulieren (die Anzahl der abgegebenen Stimmen hat eher den Charakter eines Budgets), gehe ich auf diese Theorien hier nicht ein.

Die historische Diskussion der Verfahren hebt zwei Fragestellungen in den Vordergrund (vgl. TECKLENBURG):

- ist die Listenwahl (als reine Kandidatenwahl) imstande, auch den Proporz sicherzustellen oder zumindest einen gewissen Minderheitenschutz?
- wozu führt strategisches Wählen?

Die Antworten waren

- der Proporz kann nicht sichergestellt werden; einen gewissen Minderheitenschutz könnte "vote limité" bieten.
- das strategische Wählen führt zu unintendierten Ergebnissen.

Die Mehrstimmenverfahren sind historisch als aggregationistische Behelfe im Obergang von Mehrheitswahlrecht zum Verhältniswahlrecht zu verstehen.

Im Rahmen des Verhältniswahlrechts - also der Ablösung des Aggretationsgedankens durch die Idee der Repräsentation - bekommen die Listenverfahren eine andere Bedeutung und eine andere Anwendung.

Die neue Bedeutung ist die Personalisierung der Parteienrepräsentanz. Die neue Anwendung ist konsequenterweise die Reihung der Kandidaten jeweils einer Partei, so daß nach Festlegung der Sitzverteilung auf die Parteien mittels Verrechnungsverfahren das Listenverfahren für jede Partei festsetzt, wer die gewonnenen Mandate wahrzunehmen hat. Die Wähler einer Partei (und nur diese) haben so die Möglichkeit, ihre Repräsentanten nicht nur als Partei, sondern auch "personalisiert" zu bestimmen.

Die zweite Fragestellung verlangt eine genauere Untersuchung. Dabei ist zunächst zu bemerken, daß jedes Verfahren zum strategischen Abstimmen einlädt: aus strategischen Gründen "lügt" man über seine wahre Nutzenfunktion. Eine "Wahrhaftigkeits"-Anforderung an ein Verfahren wäre, daß sich bei ihm "Lügen nicht lohnt". Eine "Gerechtigkeits"-Anforderung wäre die Durchschaubarkeit der Konsequenzen strategischen Abstimmens für den Wähler. Für die Parteien ist die Ausgabe von Strategieempfehlungen mit der Unsicherheit über Größe und Disziplin ihren ihrer Gefolgschaft und die der anderen Parteien belastet.

Formalisiert werden könnte das strategische Problem mit dem Hilfsmittel der Normalformspiele. Deren Theorie liefert weitere Komplikationen: die Lösungen ("optimale Strategien", "Gleichgewichte") sind i.a. nicht eindeutig und nicht pareto-optimal (bekanntes Beispiel für letzteres: Prisoners dilemma); "Lügen lohnt nicht" (strategy proofness) kann nicht ohne Verletzung anderer Gütekriterien erreicht werden (GIBBARD).

Ein anderer Weg der Formalisierung - hier zur Messung der sich ergebenden Abweichungen von Repräsentativität und von Chancengleichheit (der Parteien) - wäre die Ableitung und Untersuchung eines zum Verfahren und einer vorgegebenen Wählerverteilung auf Partei gehörigen kooperativen Spieles: wieviele Mandate kann eine Partei bzw. Koalition von Parteien (unter starker strategischer Disziplin ihrer Wähler) sich sichern.

Wir geben diesen Weg hier nicht, denn u.E. folgt aus dem bisher Gesagten folgende Lehre: Zwar erscheint es auf den ersten Blick verführerisch, mehrere Stimmen zu "besitzen", genauer um seine Meinung "gefragt zu werden", jedoch erlauben diese Äußerungen i.a. keine "gute Verwertung: Condorcet-Paradox, Arrow's Unmöglichkeitstheorem und strategische Verfälschung hindern die Umsetzung dieser Mehrs an Freiheit.

Läßt man strategische Verfälschungen außer acht, so bieten sich nur Rangordnungsverfahren als "second-best" an - aber auch sie haben wesentliche theoretische Mängel - und auch bei größeren Kandidatenanzahlen den praktischen Mangel, daß der Wähler i.a. überfordert ist, eine größere Anzahl von Kandidaten zu reihen.

Für den Praktiker, der die "Personalisierung" der Wahl retten will, bietet sich natürlich an, nunmehr allein zur Personalisierung der zu erwartenden Kandidatenanzahl nach kleine Wahlkreise einzurichten (die dann sinnvollerweise nach BORDA ausgewertet würden im Anschluß an den Parteienproporz). Das ist m.E. der Grundgedanke eines "personalisierten Verhältniswahlrechts". Das Problem ist dann, die Wahlkreise (die in verschiedenen Wahlkreisen erreichten Borda-Summen) vergleichbar zu machen. Zudem muß beachtet werden, daß die wesentliche Entscheidung - Vergabe der Wahlkreise (sicher oder unsicher) an die Kandidaten - eh bei den Parteien liegt.

All diesen Schwierigkeiten entgeht man aber nur, falls man auf die "Personalisierung" überhaupt verzichtet und starre Listen vorsieht. Das bedeutet, daß die Personalisierung den Parteien und nicht den Wählern aufgegeben wird.

Wird die "Personalisierung" aber als Mittel der Stärkung bzw. Schwächung bestimmter Flügel der Parteien empfunden, so wäre dies eine Repräsentationsaufgabe, die aufgrund der Indirektheit mittels der Stimmgebung nicht zufriedenstellend gelöst werden kann. Der natürliche Ort der Repräsentation der Flügel sind die jeweiligen Parteien.

Listen?

Unsere Argumentation führt zu folgendem Ergebnis:
Zwei Zwecke von Listen müssen unterschieden werden:

1. Der Zweck, die Präferenzen der Wähler genauer zu erheben und zu aggregieren,

2. der Zweck, die Mandatsvergabe zu personalisieren.

Die Möglichkeiten, diesen Zwecken nachzukommen, sind stark eingeschänkt:

ad 1. bei mehr als zwei Kandidaten verstoßen alle Aggregationsverfahren gegen einfache Konsistenz- und Gerechtigkeitspostulate (Arrow-Paradox, Condorcet-Paradox); zudem sind sie strategisch komplex und unbefriedigend: praktisch gesehen: Sie sind "Instrumente der Verwirrung, Überraschung und der Willkür" (Cahn, S.9).

ad 2. Hierbei liegt die Anzahl der Mandate je Partei im wesentlichen fest und das Stimmgebungsverfahren samt einer Vergaberegel setzt fest, wer aus einer Liste das Mandat wahrnimmt. Hierbei wird der Wille der Wählerschaft einer Partei aggregiert. So steht die Repräsentation im Vordergrund, jedoch der zweite Schritt, die "Personalisierung" bleibt ihrem Wesen nach Aggregation, und somit mit Mängeln behaftet.

Von daher erscheint es am natürlichsten, auf Personalisierung zu verzichten (und andere, geeignetere Korrektive zum Parteienstaat, z.B. Formen direkter Demokratie einzuführen). Das bedeutet die Verwendung "starrer Listen".

Besteht man dennoch auf Personalisierung, so bietet sich als "second best" als Stimmgebung die Reihung (Umnumerierung) der Parteiliste durch die Wähler dieser Partei an und als Auswertung das Borda-Verfahren (oder ein anderes geeignetes Rangordnungsverfahren).

Man könnte versucht sein, zur Bildung überschaubarer Kandidatenanzahlen auf Wahlkreise, nunmehr mit bloßer Bedeutung zur Personalisierung zurückzugreifen, jedoch schafft dann die Wahlkreiseinteilung, der Ergebnisvergleich für verschiedene Wahlkreise und die Vergabepraxis der Parteien ("sicherer Wahlkreis", "unsicherer Wahlkreis") neue Ungleichgewichte.

Die Wahlen zum Konvent der Universität Bielefeld 1983

Nach gesetzlichen Vorgaben handelt es sich bei den Konventswahlen um "personalisierte Verhältniswahl" zu einem "Ständeparlament", für das die Hausgröße (100) und die Sitzanzahlen (40, 20, 20, 20) bereits vorgeschrieben sind.

"Verhältniswahl" setzt das Vorhandensein einer zum Merkmal erhebbaren "Parteienlandschaft" voraus. Die tatsächliche, geringe Anzahl konkurrierender Listen weist entweder auf geringe Vielfalt (wahrgenommener) Interessen hin oder darauf, daß das Merkmal Liste (oder Partei) nur eine schränkte Wiederspiegelung der Interessen ermöglicht. "Ständeparlament" unterstellt als wesentliches Merkmal für die Interessen den "Stand" (der als solcher nicht gewählt wird); solange die Fraktionen i.w. nicht quer durch die Stände verlaufen sondern im Stand verbleiben, können wir uns bei der Analyse auf die "Subparlamente" der Stände beschränken, bis auf eine Bewertung der festen Hausgröße und der Sitzanzahlen. Eine Festschreibung der Sitzanzahlen (und damit auch der Hausgröße) anstatt der Mehrheitsverhältnisse zwischen den Ständen, hier

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

hat, wie in "Verrechnungsverfahren" dargelegt, erhebliche Erschwerungen für die Lösung von Repräsentationsaufgaben zur Folge. Eine geradzahlige Hausgröße hat zur Folge, daß die sich ergebenden Spiele zwischen Fraktionen nicht unbedingt "mit Nullsumme" sind, d.h., daß eine blockierende Fraktion nicht unbedingt konstruktiv sein kann (Pattsituationen). Mit z.B. (38, 19, 19, 19) wäre dieser Mangel behoben.

"Personalisierung" der Verhältniswahl bedeutet aus in "Listen" dargelegten Gründen die Verletzung wesentlicher Gütekriterien bei der Aggregation der Stimmgebungen der Wähler.

In der Wahlordnung werden das Verrechnungsverfahren, die Wahlkreiseinteilung und die Art der Listenwahl spezifiziert. Das gewählte Verrechnungsverfahren weist erhebliche Mängel auf (s. "Verrechnungsverfahren"), wenn es auch üblich ist.

Die Wahlkreiseinteilung verletzt die Chancengleichheit der Wähler erheblich (s. Tabellen in Verbindung mit "Wahlkreise"). Die Mehrzahl der Wahlkreise sind zu klein (alle bis auf die der Studenten), um Listenkonkurrenz zu ermöglichen. Man hat den Eindruck, als sollten eher Wahlkreise denn "Parteien" repräsentiert werden. Verhältniswahl bedeutet jedoch, daß gewählte Merkmale im Gremium ins rechte (=gewählte) Verhältnis gesetzt werden sollen. Zudem ist eine Repräsentation mehrerer Merkmale (Listen, Wahlkreise und in gewisser Hinsicht Stände) gleichzeitig eine Oberforderung des Wahlsystems.

Die Mehrzahl der Wahlkreise scheint natürlich abgegrenzt. Jedoch sind sie zu klein, um die Chancengleichheit wesentlich zu verbessern. Ihre unterschiedliche Größe verursacht eine Unvereinbarkeit von Chancengleichheit und Repräsentativität (s. "Wahlkreise"). Annähernd gleiche Größe wäre nur um den Preis willkürlich erscheinender Wahlkreisgrenzen zu haben. Damit hätten die Wahlkreise nur technische Bedeutung und man kann und sollte auf sie verzichten. Personalisierungsverfahren sind allesamt mangelhaft. Als "second best" kommen Rangordnungsverfahren in Betracht, z.B. in der Art, daß der Wähler auf der von ihm gewünschten Liste die Freiheit hat, die von der einreichenden Gruppe vorgenommene Reihung umzunumerieren.

TABELLEN: STIMMGEWICHTE

Es bedeuten

i	Wahlkreisnummer
β_i	Gewicht einer Einzelstimme nach Banzhaf im Wahlkreis i
k_i	Anzahl der Mandate für Wahlkreis i
$\lvert\Omega_i\rvert$	Anzahl der Wähler im Wahlkreis i

STAND: Professoren und Dozenten

$\lvert\Omega_i\rvert$	k_i	i	β_i
10	1	13	0.13
12	2	2,12	0.23
17	3	9	0.29
18	3	1	0.28
19	3	11	0.27
20	3	3	0.27
21	3	8,7,6	0.26
26	4	10	0.32
31	5	4	0.36
33	5	5	0.36

Streubreite 0.13 - 0.36

" 1 : 3 "

STAND: Wissenschaftliche Mitarbeiter

$\lvert\Omega_i\rvert$	k_i	i	β_i
12	1	12	0.12
25	1	11	0.08
30	1	9	0.07
31	1	3	0.07
35	1	5,6,7	0.07
42	1	8	0.06
47	1	1	0.06
48	1	2	0.06
62	2	4	0.10
72	2	14**	0.09
77	2	10	0.09
147	4	13*	0.13

Streubreite 0.06 - 0.13

" 1 : 2 "

STAND: Studenten

$\lvert\Omega_i\rvert$	k_i	i	β_i
393	1	7	0.020
448	1	2	0.019
535	1	13	0.017
738	1	5	0.014
875	1	1	0.013
984	2	3	0.025
1024	2	11	0.025
1099	2	8	0.024
1378	2	9	0.022
1419	2	10	0.021
1450	2	6	0.020
1992	3	4	0.027

Streubreite 0.013 - 0.027

" 1 : 2 "

STAND: Nichtwiss.Mitarbeiter

$\lvert\Omega_i\rvert$	k_i	i	β_i
178	3	4	0.09
188	3	1	0.09
204	4	2	0.11
265	5	3	0.12
283	5	5	0.12

Streubreite 0.09 - 0.12

" 3 : 4 "

ANHANG

(Woche im Bundestag 3/83 - XX)

Verteilung der Sitze in Ältestenrat und Ausschüssen

Die Zahl der auf die Fraktionen entfallenden Sitze im Ältestenrat und in den Ausschüssen sowie die Regelung der Vorsitze in den Ausschüssen wird nach dem Verfahren der mathematischen Proportion *(ST. Lague/Schepers)* berechnet, soweit nicht Abweichendes vereinbart wird. Diesem gemeinsamen Antrag von CDU/CSU, SPD und FDP (10/05) stimmte der Bundestag am 30. März zu.

Nach diesem Verfahren waren auch im 9. Bundestag die Stellenanteile berechnet worden. Dabei werden die FDP-Fraktion mit einem Sitz ab einem Gremium mit acht Sitzen und „Die Grünen" ab einem Elfer-Gremium berücksichtigt. Im 9. Bundestag war die FDP bereits in einem Fünfer-Gremium vertreten.

Dieses Verfahren vermeidet die Fehler anderer Berechnungsmethoden. Bei dem bis 1970 benutzten d'Hondt-Verfahren werden die großen Fraktionen bevorzugt. Das anschließend benutzte mathematische Proportionssystem Hare/Niemeyer zeigt grobe Abweichungen von der Proportionalität bei kleinen Zahlen und das Auftauchen von unlogischen Sprüngen auch bei größeren Zahlen. Bei dem Verfahren nach Schepers handelt es sich um ein Zugriffsverfahren wie bei Hare.

Berechnungsmethoden zur Sitzverteilung

	d'Hondt				Mathem. Proportionssystem (Hare/Niemeyer)				Rangmaßzahlverfahren (ST. Lague/Schepers)			
Sitz-Zahl	CDU/ CSU	SPD	FDP	Die Grünen	CDU/ CSU	SPD	FDP	Die Grünen	CDU/ CSU	SPD	FDP	Die Grünen
1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
2	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
3	2	1	0	0	2	1	0	0	2	1	0	0
4	2	2	0	0	2	2	0	0	2	2	0	0
5	3	2	0	0	3	2	0	0	3	2	0	0
6	3	3	0	0	3	2	1	0	3	3	0	0
7	4	3	0	0	3	3	1	0	4	3	0	0
8	5	3	0	0	4	3	1	0	4	3	1	0
9	5	4	0	0	4	4	1	0	4	4	1	0
10	6	4	0	0	5	4	1	0	5	4	1	0
11	6	5	0	0	5	4	1	1	5	4	1	1
12	7	5	0	0	6	5	1	0	6	4	1	1
13	7	5	1	0	6	5	1	1	6	5	1	1
14	7	6	1	0	7	5	1	1	7	5	1	1
15	8	6	1	0	7	6	1	1	7	6	1	1
16	8	7	1	0	8	6	1	1	8	6	1	1
17	9	7	1	0	8	7	1	1	8	7	1	1
18	9	7	1	1	9	7	1	1	9	7	1	1
19	10	7	1	1	9	8	1	1	9	8	1	1
20	10	8	1	1	10	8	1	1	10	8	1	1
21	11	8	1	1	10	8	2	1	11	8	1	1
22	11	9	1	1	11	9	1	1	11	9	1	1
23	12	9	1	1	11	9	2	1	11	9	2	1
24	12	10	1	1	12	9	2	1	12	9	2	1
25	13	10	1	1	12	10	2	1	12	10	2	1
26	13	11	1	1	13	10	2	1	13	10	2	1
27	14	11	1	1	13	11	2	1	13	11	2	1
28	14	11	2	1	14	11	2	1	14	11	2	1
29	15	11	2	1	14	11	2	2	14	11	2	2
30	15	12	2	1	15	12	2	1	15	11	2	2
31	16	12	2	1	15	12	2	2	15	12	2	2
32	16	13	2	1	16	12	2	2	16	12	2	2
33	17	13	2	1	16	13	2	2	16	13	2	2
34	17	14	2	1	17	13	2	2	17	13	2	2
35	18	14	2	1	17	14	2	2	17	14	2	2
36	18	14	2	2	18	14	2	2	18	14	2	2
37	18	15	2	2	18	14	3	2	18	14	3	2

LITERATUR

Allgemeine Literatur

Cahn:	Das Verhältniswahlsystem, Berlin 1909
Cassel:	Volksrepräsentation und Besteuerung, Zf ges StW 54 (1898), 577-646
Charbonnier, J.:	Organisation électorale et représentative de tous les pays civilisés, Paris 1874
Condorcet:	Oeuvres (éd.Arag), Paris 1847
Curti/Giesen:	Das Wahlrecht: Geschichte und Kritik, Frankfurt a.M. 1908
Graichen, H.:	Das Wahlrecht in der repräsentativen Demokratie, Greifswald 1932
Greifeld:	Volksentscheid durch Parlamente, Berlin 1983
Hegels, E.W.:	Die Chancengleichheit der Parteien im deutschen und ausländischen Recht, Diss.Univ.München 1967
von Neumann J. / O.Morgenstern:	Theory of Games and Economic Behavior, 1944 (1), 1953 (3), Princeton
Rokkan, St.:	Citizen, Elections, Parties, Oslo 1970
Saripolos, N.:	L'élection proportionelle, 2 Bde., Paris 1899
Selten, R.:	Anwendungen der Spieltheorie auf die politische Wissenschaft, in: H. Maier et al.: Politik und Wissenschaft, München 1971
Shapley, L.S.:	Simple Games, An Outline of the Descriptive Theory, Beh.Sc.7 (1962), 59-66
Tecklenburg, A.:	Die Proportionalwahl als Rechtsidee, Wiesbaden 1905
Woyke / Steffens:	Stichwort Wahlen, Leverkusen[3] 1981

Verrechnungsverfahren

Europäische Tradition:

Ashworth, T.R. / H.P.C.:	Proportional Representation Applied to Party Government, London 1901
Hagenbach-Bischoff:	La majorté absolue remplacée par la rêpresentation proportionelle, Bâle 1888
Hare:	The Election of Representatives, Londeon 1873 (4)
d'Hondt:	La rêpresentation proportionelle, Gand 1878
d'Hondt:	Système pratique et raisonné de reprêsentation proportionelle, Bruxelles 1882

Amerikanische Tradition:

Balinski, M.L. / Young, H.P.:	The Quote Method of Apportionment, American Mathem.Monthly, 82, 1975, 701-730
Balinski, M.L. / Young, H.P.:	A Problem of Fair Division: Apportioning the European Paraliament, I.I.A.S.A., Research Memorandum-76-55, 1976
Balinski, M.L. / Young, H.P.:	Criteria for Proportional Representation, Operations Research 27, 1979, 80-95
Balinski, M.L. / Young, H.P.:	Appointment Schemes and the Quote Method, American Math.Monthly, 84, 1977, 450-455
Balinski, M.L. / Young, H.P:	On Huntington's Methods of Apportionment, SIAM Journal on Applied Mathematics, 33 1977, 607-618
Balinski, M.L. / Young, H.P.:	Quotatone Apportionment Methods, Mathematics of OR, 4 1979, 31-38
Balinski, M.L. / Young, H.P.:	Stability, Coalitions, and Schisms in Proportional Representation Systems, American Political Science Review, 72, 1978, 848-858

Balinski, M.L. / Young, H.P.: The Webster Method of Apportionment, Proceeding of the National Academy of Sciences, USA, 77, 1980, 1-4

Balinski, M.L. / Young, H.P.: Fair Representation, Yale University Press, New Haven, 1982

Bolger, E.: Proportional Representation, in: Brams et al. 1983

Brams, St.J. / Affuso, P.J.: Power and Size: A New Paradox, Theory and Decision 7, 1976, 29-56

Brams, St.J. / Lucas, W.F./ Straffin Jr., Ph.D. (eds.): Modules in Applied Mathematics Vol. 2, Political and Related Models, NYC 1983

Huntington, E.V.: The Mathematical Theory of Apportionment of Representatives, Proceedings of the National Academy of Science, USA, 7, 1921, 123-127

Huntington, E.V.: A New Method of Apportionment of Representatives, Quarterly Publication of the American Statist. Association, Sept. 1921, 859-870

Huntington, E.V.: The Apportionment of Representatives in Congress, Transactions of the American Math. Society, 30, 1928, 85-110

Lucas, W.F.: The Apportionment Problem, in: Brams et al. 1983

Mayberry, J.P.: Quote Methods of Apportionment are Still Non-unique, Proceedings of the National Academy of Sciences, USA, 75, 1978, 3537-3539

Willcox, W.F.: The Apportionment of Representatives (American Economic Associations Annual Address of the President), American Economic Review, Supplement 6, 1916, 3-16

Willcox, W.F.: Last Words on the Apportionment Problem, in Legislative Reapportionment, 17, No.2, of Law and Contemporary Problems, 1952, 290-301

Wahlkreise

Banzhaf, J.F.: Multi-member electoral districts - do they violate the "one man, one vote" principle, The Yale Law J, 75, 1966, 1309-38 (diese Arbeit erhält eine große Anzahl von Verweisen auf Urteile US-amerikanischer Gerichte)

Dubey, P. / Shapley, L.S.: Mathematical Properties of the Banzhaf Power Index, MOR 4, 1979, 99-131

Lucas, W.F.: Measuring Power in Weighted Voting Systems, in: Brams et al. 1983

Muto, Sh.: Evaluation of a Large-scale Discretely Proportional Representative System, Tohoku Univ. Kawauchi 1982, Disc.Paper 38

Raanan, J.: The Inevitability of the paradox of new members, Techn.rep. 311, Cornell Univ. 1976

Rosenmüller, J.: The Theory of Games and Markets, Amsterdam 1981

Shapley, L.S. / I. Mann: Values of Large Games IV: RM-3158-PR, RAND 1962

Shapley, L.S. / Shubik, M.: A Method of Evaluating the Distribution of Power in a Committee System, Am Pol Sc Rev 48, 1954, 782-92

Straffin Jr., P.D.: Power Indices in Politics, in: Brams et al. 1983

Listen

Blomfield, S.D.: A Social Choice Interpretation of the von-Neumann-Morgenstern Game, Economet. 44, 1976, 105-114

Borda: Mémoire sur les élections au scrutin, Hist. de l'Acad.des Sc., 1781, Paris 1874

Brams, St.J.: Comparison Voting, in: Brams et al. 1983

Gaertner, W. / Salles, M.: Procedures d'agregation avec domaines resteints et theorèmes d'ecistence, Disc. Arbeit Univ.Bielefeld, 1979

Gibbard, A.: Manipulation of Voting Schemes: A General Result, Economet. 41, 1973, 589-601

McKelvey, R.D.: Intransitivities...and Implications for Agenda Control, J Ec Th 12, 1976, 472-82

McKelvey, R.D.: General Conditions for Global Intransitivities in Formal Voting Models, Economet. 47, 1979, 1085-1112

McKelvey, R.D. / Wendell, R.E.: Voting Equilibria in Multidimensional Choice Spaces, MOR 1, 1976, 144-58

Moulin, H.: Implementing Just and Efficient Decision Making, Working Paper Ecole Polytechnique Paris No. A 213 1179, 1979

Peleg, B.: Consistent Voting Systems, Economet. 46, 1978, 153-62

Peleg, B.: Representations of Simple Games by Social Choice Functions, Int J Game Th 7, 1978, 81-94

Rice, P.: Committee Decision Making, in: Brams et al

Satterthwaite, M.: Strategy Proofness and Arrow's Conditions, J of Ec Th. 10, 1975, 187-217

Selten, R.: Einführung in die Theorie der Spiele mit unvollständiger Information, in: Schriften des Vereins für Socialpolitik, Band 126, Information in der Wirtschaft, Berlin 1982, 81-147

Sen, A.: Social Choice Theory: A Re-Examination, Economet. 45, 1977, 53-59

Sen, A. /Pattanaik, P.K.: Necessary and Sufficient Conditions for Rational Choice under Majority Decisions, J Ec Th 1, 1969, 178-202

Schofiled, M.: Instability of Simple Dynamic Games, Rev Ec St 40, 1978, 575-94

Wilson, R.: The Game-theoretic Structure of Arrow's General Possibility theorem, J Ec Th 5, 1972, 14-20

Weitere Literatur siehe:

W. Gaertner / M. Salles; R.Selten

"WIRTSCHAFTSTHEORETISCHE ENTSCHEIDUNGSFORSCHUNG"

A series of books published by the Institute of Mathematical Economics, University of Bielefeld.

Wolfgang Rohde
Ein spieltheoretisches Modell eines Terminmarktes (A Game Theoretical Model of a Futures Market).
The model takes the form of a multistage game with imperfect information and strategic price formation by a specialist. The analysis throws light on theoretically difficult empirical phenomena.
Vol. 1 176 pages price: DM 24,80

Klaus Binder
Oligopolistische Preisbildung und Markteintritte (Oligopolistic Pricing and Market Entry).
The book investigates special subgame perfect equilibrium points of a three-stage game model of oligopoly with decisions on entry, on expenditures for market potential and on prices.
Vol. 2 132 pages price: DM 22,80

Karin Wagner
Ein Modell der Preisbildung in der Zementindustrie (A Model of Pricing in the Cement Industry).
A location theory model is applied in order to explain observed prices and quantities in the cement industry of the Federal Republic of Germany.
Vol. 3 170 pages price: DM 24,80

Rolf Stoecker
Experimentelle Untersuchung des Entscheidungsverhaltens im Bertrand-Oligopol (Experimental Investigation of Decision-Behavior in Bertrand-Oligopoly Games).
The book contains laboratory experiments on repeated supergames with two, three and five bargainers. Special emphasis is put on the end-effect behavior or experimental subjects and the influence of altruism on cooperation.
Vol. 4 197 pages price: DM 28,80

Angela Klopstech
Eingeschränkt rationale Marktprozesse (Market processes with Bounded Rationality).
The book investigates two stochastic market models with bounded rationality, one model describes an evolutionary competitive market and the other an adaptive oligopoly market with Markovian interaction.
Vol. 5 104 pages price: DM 29,80

Hansjörg Haas
Optimale Steuerung unter Berücksichtigung mehrerer Entscheidungsträger (Optimal Control with Several Policy Makers).
The analysis of macrroeconomic systems with several policy makers as noncooperative and cooperative dynamic games is extensively discussed and illustrated empirically by econometric models of Pyndick for the US and Tintner for Austria.
Vol. 6 213 pages price: DM 42,--

Ulrike Leopold-Wildburger
Gleichgewichtsauswahl in einem Verhandlungsspiel mit Opportunitätskosten (Equilibrium Selection in a Bargaining Game with Opportunity Costs).
After a detailed introduction to the relevant parts of the Harsanyi-Selten equilibrium selection theory, this theory is applied to a noncooperative game model of a bargaining problem with opportunity costs of participating in negotiations.
Vol. 7 155 pages price: DM 38,80
