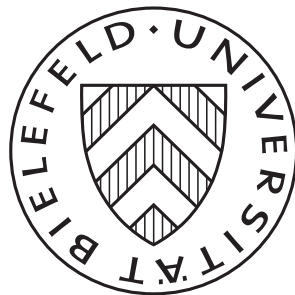


November 1992

Zur Prominezstruktur von Zahlenangaben bei diffuser numerischer Information - Ein Experiment mit kontrolliertem Grad der Diffusität

Bodo Vogt and Wulf Albers



INSTITUTE OF MATHEMATICAL ECONOMICS
WORKING PAPERS

No. 214

Zur Prominenzstruktur von Zahlenangaben
bei diffuser numerischer Information –
Ein Experiment mit kontrolliertem Grad der Diffusität

Bodo Vogt and Wulf Albers

November 1992



University of Bielefeld
4800 Bielefeld, Germany

2K
4827



Abstract

Es wurde ein Experiment zur Wahrnehmung und Wiedergabe von Zahlen bei diffusum Wissen über ihre Größe durchgeführt. Das Experiment basiert auf einer Bestimmung von Zahlen nach optischer Wahrnehmung: es soll für verschiedene Abstände die Position einer Marke bezüglich einer Skala festgelegt werden. Die dabei auftretenden Zahlenangaben lassen sich mit Hilfe der Prominenzstruktur der Zahlen erklären. Bei größter Ungenauigkeit erfolgten Nennungen überwiegend als Zuordnung zu den vorgegebenen Skalenstrichen auf einer Skala (bei einer Skala waren alle Vielfachen von 10, auf einer anderen Skala alle auf 5 endenden Zahlen markiert). Bei größer werdender Genauigkeit (jeweils Halbierung des Abstands) erfolgte eine zusätzliche Zahlennennung, indem innerhalb des Zehnerintervalls immer die "Mitte" zwischen zwei vorher erkannten Endziffern als nächste auftrat. Die Benennung der Mitten orientierte sich an den vorgegebenen Skalenstrichen. Die durch die Angabe einer Endziffer signalisierte Genauigkeit entsprach in der Regel der tatsächlichen Schätzgenauigkeit. Bei besonderer Aufforderung zu genauem Schauen war es allerdings möglich Endziffernennungen zu erhalten, die in etwa 1 Genauigkeitsstufe höher lagen als die tatsächliche Genauigkeit.

Institute of Mathematical Economics
— IMW —

University of Bielefeld
Postfach 100131
D-4800 Bielefeld 1
Germany

Telefon: (0521) 1064917
Telefax: (0521) 1062997
Telex: 932362 unibi
e-mail: IMW@NW42.WIWI.UNI-BIELEFELD.DE

Printed at University of Bielefeld

ISSN 0931-6558

1. Einleitung

Der Begriff der Prominenz wurde von Schelling im Bereich von Verhandlungen eingeführt (Schelling 1960). Kulturelle Traditionen und Konventionen können Gewicht auf Punkte im Bereich aller möglichen Punkte legen, die durch die eigentlich zu untersuchende Fragestellung nicht exponiert sind. Eine grundlegende Charakterisierung der Prominenzstruktur von Zahlen im Dezimalsystem wurde von W. Albers und G. Albers durchgeführt (W. Albers und G. Albers 1983).

Bei den bisherigen Untersuchungen, wie z.B. des Preissetzungsverhaltens im Einzelhandel oder der Prominenzstruktur der Zahlenangaben bei experimentellen Verhandlungen, wurden die Zahlenangaben betrachtet und charakterisiert; eine gezielte Kontrolle der Diffusität der Vorstellung wurde aber nicht durchgeführt. In dem im folgenden beschriebenen Experiment wird zusätzlich versucht, neben der genauen Analyse der Zahlenangaben auch das ursprüngliche diffuse Signal zu charakterisieren und eine Korrelation zwischen Signal und Response herzustellen.

Eine wesentliche Idee der Prominenztheorie (W. Albers und G. Albers 1983) ist, daß es prominente Zahlen p_i gibt, und daß sich alle restlichen Zahlen mit Hilfe dieser prominenten Zahlen durch bestimmte Operationen konstruieren lassen. Eine Idee der vorliegenden Experimente ist es, weiter zu untersuchen, wie die Konstruktion prominenter Zahlen und der sonstigen Zahlen aus den prominenten Zahlen, wie sie in der Theorie formuliert ist, durch mentale Operationen bedingt und beschreibbar ist.

Dies Experiment beschränkt sich auf lineare Zahlenwahrnehmung, da der Skalenbereich, der untersucht wird (letzte Ziffern von Zahlen zwischen 0 und 100), klein gegen die im Experiment dargebotene Gesamtskala ist, so daß eine lineare Interpolation selbst bei einer logarithmischen Wahrnehmung der Gesamtskala sinnvoll ist. Daher beschränkt sich die Beschreibung der Theorie auf lineare Zahlenwahrnehmung.

Im ersten Teil dieses Manuskripts wird die Theorie der Prominenzstruktur der Zahlen im Dezimalsystem (W. Albers und G.

Albers 1983) in ihren wesentlichen Zügen dargestellt. Danach erfolgt eine kurze Beschreibung der Wahrnehmung von Objekten im Bildraum. Diese beiden Teile bilden das theoretische Gerüst der nachher beschriebenen Experimente. Des weiteren werden einige ergänzende Ideen zur Zahlenwahrnehmung, eine Beschreibung in Anlehnung an das Gütemaß von Selten (Selten 1985) und einige Beziehungen zur Informationstheorie dargestellt.

2. Theorie

2.1 Die Prominenzstruktur der Zahlen im Dezimalsystem

2.1.1 Prominente Zahlen

Im Dezimalsystem gibt es zwei Typen von prominenten Zahlen:

Typ 1: ..., 0,1, 0,25, 0,5, 1, 2,5, 5, 10, 25, 50, 100, ...

Typ 2: ..., 0,1, 0,2, 0,5, 1, 2, 5, 10, 20, 50, 100, ...

Die beiden Typen sind z. B. in den Geldscheinen bzw. -stücken verschiedener Länder realisiert. Die beiden Typen entstehen durch Verdoppeln oder Halbieren ausgehend von einer prominenten Zahl, 10 z.B.. Das Problem, das hierbei auftritt ist, daß eine Halbierung von 10 eine 5, von 5 eine 2,5 und weiter eine 1,25 ergibt und eine Verdoppelung von 1 eine 2 und weiter eine 4. Das Problem, daß 10 nicht beliebig ganzzahlig durch 2 teilbar ist, wird dadurch gelöst, daß entweder 2 und 5 in Zahlssystemen genommen werden oder 2,5 und 5, aber nicht beide Typen zusammen. Im folgenden wird anhand des Typs 2 die Theorie weiter erläutert; analog ließe sich dies aber auch für den Typ 1 durchführen.

2.1.2 Die Zahlenkonstruktion und -darstellung

Die sonstigen Zahlen x des Dezimalsystems werden aus den prominenten Zahlen konstruiert. Dies erfolgt über eine Darstellung $x = \sum a_i p_i$, wobei $a_i \in \{-1, 0, 1\}$ ist. Die Eindeutigkeit der Darstellung ergibt sich in vielen Fällen durch die Regel, daß von drei aufeinanderfolgenden von Null verschiedenen a_i (bei der Größe nach

Für die Endziffern 1, ..., 9, 0, die im Experiment untersucht werden, ergibt sich also folgende Darstellung $1=(0+1)1$, $2=(0+1)2$, $3=5-2$, $4=5-1$, $6=10-5+1$, $7=10-5+2$, $8=10-2$, $9=10-1$, $0=0$. Bei der 1 und 2 ist die 0 hinzugefügt, da im Experiment alle Zahlen modulo 10 betrachtet werden und somit eine 1 oder 2 über die darunterliegende 10 erreicht wird. Diese Konstruktionsvorschrift sagt insbesondere, daß 3, 4, 6 und 7 über die 5 zugänglich sind und 1, 2, 8 und 9 über die 10 bzw. 0. Bei unterschiedlich guter Zugänglichkeit von 5 und 10 sollte also die eine Gruppe gegenüber der anderen in den Nennungen präferiert werden.

Eine weitere Aussage, die sich aus dieser Darstellung der Zahlen ergibt, ist die Genauigkeit einer Zahlenangabe. Die Genauigkeit $r(x)$ einer Zahlenangabe x ist die kleinste prominente Zahl p_i , die zu der Darstellung von x benötigt wird.

[illegible]

Tabelle 1: Konstruktion der Zahlen laut Prominenztheorie.

Enddifferenz: die Genauigkeit von 1 ist 1, von 2 ist es 2, von 3 ist es 2, von 4 ist es 1, von 5 ist es 5 von 6 ist es 1, von 7 ist es 2, von 8 ist es 2, von 9 ist es 1 und von 10 (0 modulo 10) 10. Die so definierte Genauigkeit ist über eine Genauigkeitsauswahlregel mit der Wahrnehmung eines diffusen numerischen Signals und der Umsetzung dieses Signals in eine Zahlenangabe verknüpft.

2.1.4 Die Genauigkeitsauswahlregel

Basierend auf und bestätigt durch experimentelle Untersuchungen gilt folgende Auswahlregel (vgl. W. Albers und G. Albers 1983):

Für ein diffuses numerisches Signal wird der numerische Response (eine Zahl) so ausgewählt, daß die Angabe so ungenau wie möglich ist (d.h. größte Genauigkeit besitzt) unter der Bedingung, daß mindestens 3 Alternativen mit der gleichen oder größerer Genauigkeit im Bereich der relevanten Alternativen des diffusen numerischen Signals liegen. Bei zufallsverteilter diffuser numerischer Information ist der Bereich der relevanten Alternativen durch das 80%-Intervall (nach Weglassen der 10%-Schwänze an beiden Enden) gegeben.

Die Regel beschreibt die Genauigkeit einer Zahlenangabe; streng genommen ist sie keine Zahlenauswahlregel. Sie gibt betrachtete Alternativen an, sagt aber nicht, wie zwischen diesen ausgewählt wird.

Der Bereich der denkbaren Alternativen läßt sich (wie in der Regel formuliert), falls die Responses durch eine Verteilung beschreibbar sind, durch ein 80%-Intervall beschreiben, das man durch Eliminierung der 10%-Schwänze auf beiden Seiten der Verteilung erhält, da so nicht soviel Gewicht auf Ausreißer gelegt wird.

Anschaulich sollte es bei diffusen numerischen Signalen sinnvoll sein, das Zentrum dieses Signals zu finden und mit einer Zahl zu bezeichnen. Würde ein Zahlenbereich zwischen 10 und 20 in Betracht kommen, könnte man mit einer Genauigkeit von 10 erstmals zwei Alternativen in dem möglichen Bereich finden. Man könnte aber

schwer abschätzen, ob 10 oder 20 die bessere Alternative ist, da beide am Rand und nicht im Zentrum des möglichen Bereichs liegen. Bei einer Genauigkeit von 5 kämen drei Alternativen in Frage: 10, 15 und 20. Man könnte nach oben abschätzen, daß 15 "besser" als 20 ist, und nach unten, daß 15 "besser" als 10 ist. Hier würde der mentale Prozeß, der Alternativen vergleicht, stoppen, da die 15 als im Zentrum des Bereichs liegend erkannt wurde. Diese anschauliche Regel ist aber nicht immer eindeutig. In einem Bereich, der sich von 6 bis 20 erstreckt, liegen 10, 15 und 20. Die Genauigkeit der Angabe ist also 5. Die Auswahl der Antwort fällt zwischen 15 und 10 nicht leicht, da beide Zahlen in etwa gleich nah an der Mitte liegen. In diesem Fall ist es denkbar, daß die Zahl mit der größeren Genauigkeit gewählt wird.

Die Analyse der Angaben in diesem Experiment zeigt z.B. (siehe Angaben bei der Zehnerskala), daß sich bei einem Intervall, das beliebig im Zahlenbereich auftrat und die Länge 14 besaß, eine Genauigkeit von 5 ergab, aber trotzdem zu 60% eine auf 0 endende Zahl geantwortet wird¹⁾. Dieses ist mit der oberen Regel plausibel, da bei ca. je einem Drittel der Fälle klar entweder eine auf 5 oder eine auf 0 endende Zahl in der Mitte liegt, bei dem restlichen Drittel wäre nicht zu unterscheiden, hier würde die auf 0 endende Zahl genannt.

Ausgehend von der Genauigkeitsauswahlregel und der Struktur der Zahlen ergibt sich für die Endziffern 1 bis 0(10) folgender in Tab. 2 dargestellter Zusammenhang zwischen Genauigkeit von Angaben und Minimalausdehnung des Bereichs aller möglichen Alternativen. Mit einer Genauigkeit Γ_1 oder größer wird nach der Regel geantwortet, wenn mindestens 3 Alternativen mit dieser oder größerer Genauigkeit im 80%-Intervall zur Verfügung stehen. Die Struktur der Zahlen ist so, daß bei einer Genauigkeit von Γ_1 der Abstand zweier benachbarter Zahlen mit Genauigkeit $\geq \Gamma_1$ in der Regel gleich Γ_1 ist, d.h., daß 3 Zahlen mit Genauigkeit Γ_1 oder größer nur in einem Intervall liegen können, falls dieses mindestens die Länge $2\Gamma_1$ besitzt. Die dabei auftretenden Enddifferenzen ergeben sich aus Tabelle 1, wo jeder Endziffer eine Genauigkeit zugeordnet ist. Die dort aufgeführte Genauigkeit muß

1) Siehe Abb. 5 und Abschnitt 4.2.2.

der Bedingung in Tabelle 2 entsprechen, dann tritt diese Endziffer auf.

Genauigkeit	Mindestbreite des 80 %-Intervalls	mögliche Endziffern
≥ 10	20	0
≥ 5	10	0, 5
≥ 2	4	0, 5, 2, 3, 7, 8
≥ 1	2	0, 5, 2, 3, 7, 8 1, 4, 6, 9

Tabelle 2: theoretischer Zusammenhang zwischen Genauigkeit und Mindestausdehnung eines diffusen numerischen Signals sowie zugeordnet neu auftretende Endziffern.

Bei einer Genauigkeit von 2 gilt die Regel eigentlich nicht exakt, da 7, 8 und 10 z.B. in einem Intervall der Länge 3 liegen, aber alle 3 Zahlen eine Genauigkeit größer oder gleich 2 besitzen. Sollte aber die 8 die Mitte zwischen 5 und 10 bezeichnen, so ist 7 eine Bezeichnung für den Bereich zwischen 5 und 8. Daher scheint der Bereich, innerhalb dessen die Positionen liegen, die durch die Zahlen bezeichnet werden, größer als 3 zu sein.

2.1.5 Die Genauigkeit eines Datensatzes

Eine Regel, die sich aus experimenteller Erfahrung (vgl. W. Albers und G. Albers 1983) ergibt, ist, daß ein Datensatz (mehrere Angaben) eine Genauigkeit Γ besitzt, falls mindestens 80% (in früheren Arbeiten teilweise auch 75%) der Angaben eine Genauigkeit Γ oder eine größere Genauigkeit besitzen. Oder anders ausgedrückt, weniger als 20% besitzen eine feinere Genauigkeit als Γ .

Ein anderer Ansatz die Genauigkeit eines Datensatzes festzulegen wurde von R. Selten (R. Selten 1985) benutzt. Dieser Ansatz basiert auf der Anwendung des Gütemaßes für Theorien, die einen Teilbereich aus dem Bereich aller möglichen Punkte vorhersagen (R. Selten 1985, 1991), auf die Prominenztheorie. Das Gütemaß g ist definiert als Differenz zwischen der Trefferrate (r) und der Bereichsgröße oder area (a) der Vorhersage. Zwischen allen Prominenztheorien, die die oben beschriebene Struktur besitzen, und sich nur in dem Genauigkeitsniveau unterscheiden, das sie dem Datensatz zuordnen, wird diejenige Theorie (und zugeordnete Genauigkeit) ausgewählt, die den besten Gütewert ergibt. Die Gütefunktion für diesen Fall ist definiert als

$$g = H(\Gamma)/H - M(\Gamma)/M,$$

wobei $H(\Gamma)$ die Häufigkeit der Nennungen im Datensatz bezeichnet, bei denen die Zahlen mindestens die Genauigkeit Γ , die die Theorie vorhersagt, besitzen und H die Gesamtzahl der Nennungen; $M(\Gamma)$ bezeichnet die Anzahl der im Datensatz auftretenden Zahlen mit Genauigkeit Γ , die die Theorie vorhersagt, und M die Anzahl aller auftretenden Zahlen.

Zu beachten ist, daß diese beiden Verfahren nicht identische Ergebnisse liefern. Würde ein Datensatz z.B. aus 98 verschiedenen Zahlen mit der Endziffer 1 und zweimal der Zahl 2 bestehen, so würde die erste Regel diesem Datensatz eine Genauigkeit von 1 zuordnen, da mehr als 80% der Angaben eine Genauigkeit von 1 oder größer besitzen. 2 käme als Genauigkeit nicht in Frage, da nur 2% aller Angaben eine Genauigkeit von 2 oder größer besitzen. Mit Hilfe des Gütemaßes ergäbe sich eine Genauigkeit von 2, da für die Genauigkeit von 1 sich ein Gütewert $g_1 = 1 - 1 = 0$ ergibt und für die Genauigkeit 2 ein Gütewert $g_2 = (2/100) - (1/99) > 0$.

Bei der weiteren Behandlung der durchgeführten Experimente wird die erste Regel benutzt: ein Datensatz besitzt die Genauigkeit Γ , falls mindestens 80% der Angaben gleiche oder größere Genauigkeit als Γ besitzen.

2.1.6 Der Entscheidungsbaum

Eine Beschreibung des Prozesses, der zu der Entscheidung führt, welcher numerische Response bei diffusum Signal gegeben wird, ist im Entscheidungsbaum in Abbildung 1 dargestellt. Hier wird er für das Intervall 0-10 dargestellt. Ohne Schwierigkeiten läßt er sich aber auf jedes Intervall $[n \cdot 10, (n+1) \cdot 10]$ ($n \in \mathbb{N}$) verallgemeinern, indem das Schema rekursiv auf entstehende Intervalle angewandt wird. Beim Durchlaufen des Entscheidungsbaums wird ein Prozeß beschrieben, wie man sich die Zahlen ihrer Genauigkeit nach geordnet generiert, um zu einem Response bei diffusum Signal zu kommen.

Das Intervall 0 bis 10 wird durch Halbieren in jedem Schritt verfeinert, wie dies in Abb. 1 dargestellt ist. Die Zahlen in einer Ebene besitzen ein gleiches Genauigkeitsniveau, Zahlen auf übergeordneten Ebenen ein größeres, auf untergeordneten Ebenen ein feineres Genauigkeitsniveau. Beim Halbieren treten Probleme immer wieder dadurch auf, daß 10 keine Zweierpotenz ist. Das erste Mal tritt ein Problem bei der Halbierung des Intervalls 5 bis 10 (bzw. 0 bis 5) auf. Die genaue Mitte ist 7.5 (bzw. 2.5), tatsächlich wird die Mitte aber häufig mit 7 (bzw. 3) und/oder 8 (bzw. 2) bezeichnet. Eine experimentell zu beantwortende Frage ist, ob 7 und 8 parallel verwendet werden oder ob auf grobem Genauigkeitsniveau eine dieser Zahlen bevorzugt wird. Im letzteren Fall würde z.B. 8 als erste Zahl zwischen 5 und 10 eingeschoben, während die Zahl 7 bei weiterer Verfeinerung der Wahrnehmung als erste Zahl zwischen 5 und 8 aufträte. Analoges gilt im umgekehrten Fall.

Ansonsten wird natürlich bei einer Entscheidung nicht der ganze Baum generiert, sondern der Teil, über den das diffuse Signal sich erstreckt. Liegt das Signal zwischen 5 und 10 wird nur die Verästelung zwischen 5 und 10 betrachtet und nicht die zwischen 0 und 5, usw.. Die Angabe von 5^- und 5^+ z.B. bedeutet, daß diese Zahl von zwei Zahlen aus erreicht werden kann, hier z.B. von 0 und 10.

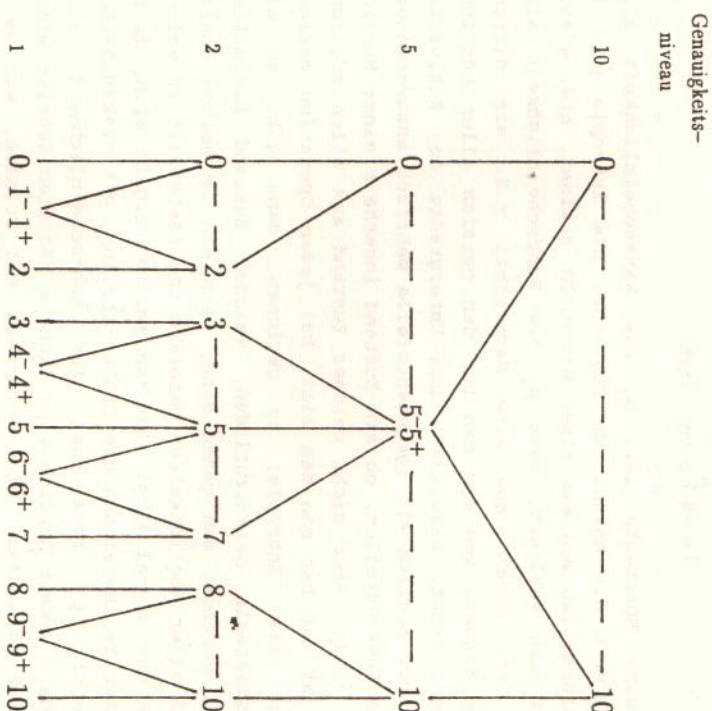


Abbildung 1: Der Entscheidungsbaum zur Zahlfindung.

2.2 Beziehungen zur Informationstheorie

In der Informationstheorie wird die Entropie S definiert über

$$S = -k \sum_{i=1}^n p_i \ln p_i \quad (n \text{ MW})$$

wobei k eine Konstante ist, p_i die Wahrscheinlichkeit eines Zustandes und n die Anzahl der Zustände. Die Entropie gibt an, wieviel Information man aus einer Nachricht gewinnt, bzw. wieviel Ungewißheit man verliert, wenn p_i die Wahrscheinlichkeit eines Zustandes ist. Erhält man eine Nachricht, z.B. ein diffuses numerisches Signal, von dem man nur den Bereich aller möglichen Ausbringungen kennt, also Ober- und Untergrenze des Zahlwertes, und ist es nur möglich mit (gegebenenfalls mehrfach anzuwendenden) Operationen festzustellen, ob ein Zustand innerhalb eines Bereichs liegt oder nicht, aber nicht welcher Zustand aus allen möglichen getroffen ist und hat man das Ziel, bei jeder Operation maximale Information (also Entropie) zu gewinnen, dann gibt es eine optimale Strategie herauszufinden, welcher Zustand übermittelt wurde. Dies erreicht man genau dann, wenn man im ersten Schritt den Bereich aller Möglichkeiten halbiert und feststellt in welchem Teilbereich das Signal liegt. Die Optimalität ergibt sich, da bei gleich großen Teilbereichen die Größe $-k \sum p_i \ln p_i$ mit $-2 \cdot k \cdot 0.5 \cdot \ln 0.5$ maximal wird (p_i bezeichnet die Wahrscheinlichkeit eines Teilbereichs). Dieser Bereich wird dann im nächsten Schritt wieder halbiert und so weiter. Dies generiert ein Prinzip, wie es im Entscheidungsbaum zum Auswahlprozeß beschrieben ist. (Ohne Zweifel würde der Prozeß für ein Dual-, Quadral- oder Oktalsystem effektiver arbeiten, hierbei wirken sich die Nachteile des aus anderen Gründen (10 Finger) gewählten Dezimalsystems nicht aus.)

2.3 Die Wahrnehmung von Objekten im Bildraum

Neben den mentalen Operationen, die zu der Wahrnehmung eines diffusen numerischen Signals und Wiedergabe einer Zahl führen, sind auch Operationen wichtig, die Manipulationen von Marken und Skalenstrichen im Bildraum betreffen. Ausführliche Überlegungen sind bei W. Albers (1985) dargestellt. Für das nachher beschriebene Experiment wichtige Ergebnisse sind folgende. Zwischen zwei optisch markierten Punkten läßt sich die Mitte

mental relativ genau konstruieren und als Marke im Gedächtnis behalten. Zwischen einem markierten Punkt und einem konstruierten läßt sich wiederum die Mitte konstruieren und im Gedächtnis behalten. Mit diesen Operationen läßt sich eine Strecke mehrfach halbieren, aber nur so lange, wie eine der jeweils benutzten Marken fest vorgegeben ist. Eine andersartige Unterteilung ist mental sehr schwer, wenn nicht gar unmöglich. Sind auf einer Skala alle Vielfachen von 10 markiert, so läßt sich optisch eine Markierung im Bereich von 5 und entweder eine im Bereich von 2, 3 oder 7, 8 konstruieren. Weitere Punkte sind über diese Konstruktion nicht zu erhalten. Mit diesen Punkten kann nun zur Charakterisierung des diffusen numerisch-optischen Signal, das im Experiment auf der Skala entsteht, gearbeitet werden.

2.3.1 Der Peilvorgang

Eine Vorstellung des im Experiment bei der Bestimmung der Position der Marke bezüglich der Skala notwendigen Peilvorganges ist in Abb. 2 dargestellt. Bei dem Versuch, die untere Marke auf die obere Skala zu transformieren entsteht ein Bereich möglicher korrekter Positionen. Dieser Bereich läßt sich durch eine Transformation, die durch zwei Winkel bestimmt ist, beschreiben: zum einen durch einen Winkel, um den vom Lot abgewichen wird, und zum anderen durch einen Winkel, der die Ausdehnung des Intervalls angibt. Dieser Vorgang sollte für jede Markenposition gleich erfolgen. Somit ergibt sich einmal eine Monotonie der Transformation: ist eine Marke links von einer anderen, so ist der Mittelpunkt des entstehenden Intervalls auch links vom Mittelpunkt des zur zweiten Marke korrespondierenden Intervalls. Desweiteren erfolgt bei Halbierung des Abstands auch eine Halbierung des Intervalls der möglichen Alternativen, wie eine Anwendung des Strahlensatzes ergibt.

Das so entstandene Intervall ist der Bereich aller möglichen Alternativen, aus denen mit der Genauigkeitsauswahlregel eine Alternative ausgewählt wird. Die Entscheidung geschieht analog zum Entscheidungsbaum. Die Zahlen, die geometrisch generierbar sind (die Mitten zwischen existenten Zahlen, s.o.), werden innerhalb des Intervalls verglichen.

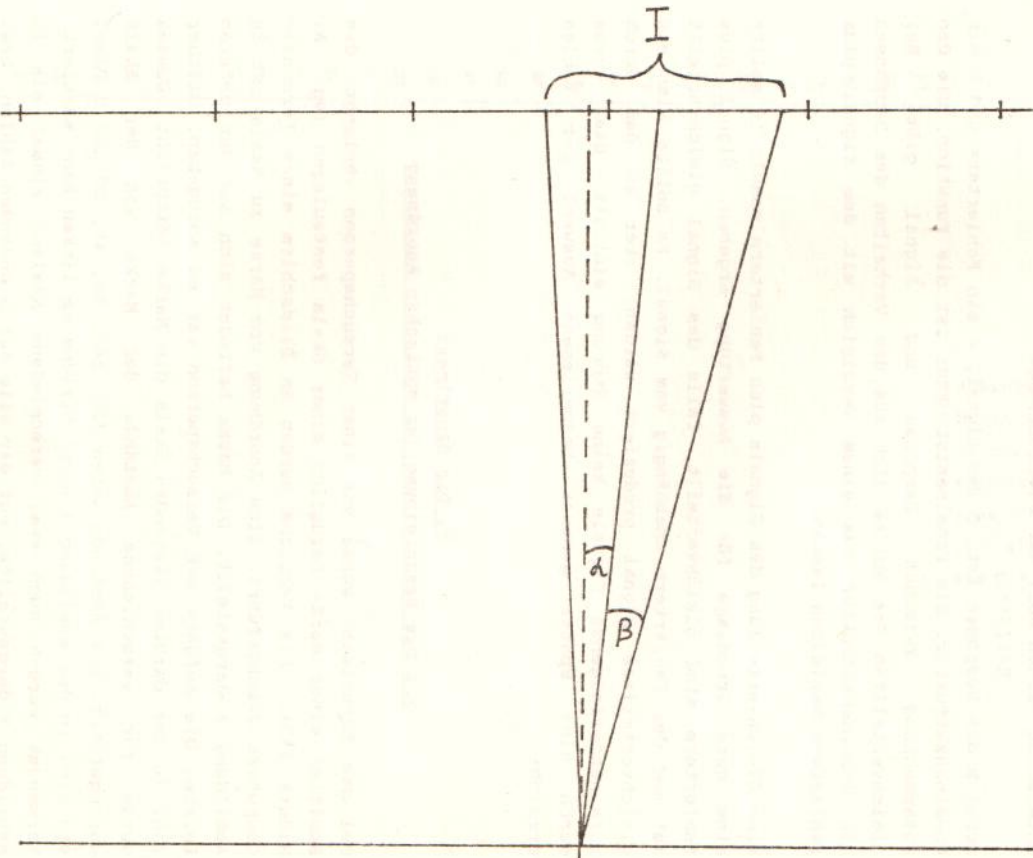


Abbildung 2: Der Peilvorgang. Charakterisierung der Abbildung einer Marke auf die Skala durch 2 Winkel.

2.4 Überlegungen zur Produktion eines Signals

Untersucht werden soll der Zusammenhang:

$$R=P(S+\epsilon);$$

wobei R die Response ist, S das Signal, ϵ ein Fehlerterm und P die Prominenzstruktur. Die Prominenzstruktur ist die Funktion, die den Zusammenhang zwischen Response und Signal gibt. Bei gleichverteiltem $S+\epsilon$ sollte sich aus dem Verhalten des Responses die Prominenzstruktur aus einem Vergleich mit dem Signal plus Fehlerterm herleiten lassen.

Eine Gleichverteilung des Signals plus Fehlerterm modulo 10 sollte eine gute Grundlage für die Auswertung ergeben. Signal plus Fehlerterm sind gleichverteilt, falls das Signal gleichverteilt ist und der Fehlerterm unabhängig vom Signal. Es sollte also ein gleichverteiltes Signal produziert werden, aber so daß durch aufeinanderfolgende Signale keine Störung eintritt. Dies wurde durch eine später genauer beschriebene Auswahl der Zahlen erreicht.

3. Das Experiment

3.1 Die Beschreibung der optischen Anordnung

Bei dem Experiment wurde von einer Versuchsperson verlangt, die Position einer Marke bezüglich einer Skala festzulegen (vgl. A. Widura 1992). Die Versuche wurden am Bildschirm eines Personal-Computers durchgeführt. Eine Anordnung von Marke zu Skala ist in Abbildung 3 dargestellt. Die Marke befindet sich auf der unteren Leiste. Die Aufgabe der Versuchsperson war es anzugeben, welcher Zahl in der darüber liegenden Skala die Marke entspricht. Dieses wurde für verschiedene Abstände der Marke von der Skala durchgeführt. Die Abstände waren 320, 160, 80, 40, 20 und 0 Pixel und sind in der Abbildung 3 durch Striche am linken Rand markiert. Verwendet wurden auch zwei verschiedene Skalen: einmal die in Abbildung 3 dargestellte, auf der alle auf 0 endenden Zahlen, bzw. die Vielfachen von 10 (also 0, 10, 20, 30, ..., 100), markiert waren (im folgenden auch als Zehnerskala bezeichnet), dann eine weitere,

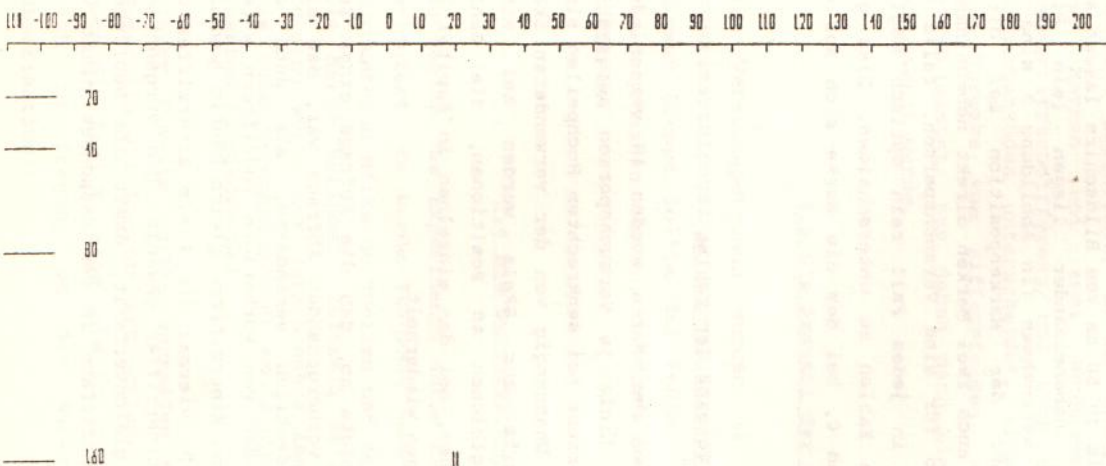


Abbildung 3: Kopie des Bildschirms, den die Versuchspersonen für ihre Peilvorgänge sahen, mit zusätzlichen Markierungen für alle Abstände von 320 bis 0 Pixeln.

auf der alle auf 5 endenden (also 5, 15, 25, ..., 95, 105) Zahlen (als Fünfterskala bezeichnet) markiert wurden. Beiden Skalen ist gemeinsam, daß 0 und 100 an den gleichen Stellen auf dem Bildschirm liegen. Der Abstand zwischen 0 und 100 betrug 200 Pixel, d.h., daß sich eine Zahl von der darauffolgenden durch zwei Pixel unterschied. 0 und 100 lagen bei den Skalen immer in dem mittleren Drittel des Bildschirms, so daß bei Zahlvorgaben zum Peilen zwischen 0 und 100 Verzerrungen am Rand möglichst vermieden wurden. Bei einem Abstand bis zu 50 cm vom Bildschirm lassen sich zwei Zahlen, die direkt nebeneinander liegen (ein Pixel Zwischenraum), als getrennt wahrnehmen (in Abbildung 3 sind zur Verdeutlichung der Differenz der Markenposition bei direkt aufeinanderfolgenden Zahlen auch zwei Marken direkt nebeneinander angebracht). Es sollte also für eine Versuchsperson, falls die senkrechte Peilung stimmt, in jedem Fall rein optisch möglich sein, zwischen benachbarten Zahlen zu unterscheiden. Dies gilt insbesondere für den Abstand 0, bei dem die Marke sich auf der Skala befindet.

3.2 Die Vorgabe der Zahlen

Für die Angaben der Position der Marke wurden 40 verschiedene Positionen auf der unteren Linie je Versuchsperson ausgewählt. Jede dieser Positionen entspricht bei senkrechtem Hochpeilen einer Zahl auf der oberen Skala. Unabhängig von der verwendeten Skala und vom Abstand der Marke zur Skala wurden bei einer Versuchsperson immer die gleichen 40 Positionen, die Zahlen zwischen 0 und 100 entsprechen, bei den einzelnen in Kapitel 3.4 näher beschriebenen Durchgängen wiederholt.

Die Auswahl der Zahlen erfolgte so, daß die Abfrage einer Zahl unabhängig von der jeweils vorhergehenden Abfrage war, daß sich sowohl die Marke unten deutlich veränderte, als auch die Endziffern deutlich verschieden von vorherigen Endziffern waren. Weiter wurden alle Zehner- und Einerziffern gleich häufig gewählt. Bei 40 Zahlen wurde also z.B. viermal die 4 als Einerziffer und viermal vierzig plus eine Einerziffer gewählt. Die vorgegebenen Endziffern waren insgesamt gleichverteilt, damit die Häufigkeit des Auftretens bestimmter Endziffern in den Responses nicht von

den vorgegebenen Ziffern ausgelöst werden konnte. Die Auswahl der Zahlen erfolgte in zwei Schritten. Im ersten Schritt wurde die Zehnerziffer festgelegt, dann die Einerziffer. Bei der Wahl der Ziffern wurde darauf geachtet, daß sich zwei aufeinanderfolgende Zahlen um mindestens 2 in ihrer Zehnerziffer und Einerziffer unterschieden. Mit Hilfe einer solchen Auswahl sollte vermieden werden, daß die Peilung und Nennung einer Zahl die Nennung der nächsten beeinflußt, da der Unterschied zwischen den Positionen der Marken bei zwei Nennungen deutlich ist wegen der Zehnerzifferndifferenz und auch die Einerziffer sich von der vorhergehenden unterscheidet. Eine Gleichverteilung wurde durch die Vorgabe von Ziffernfolgen, die diese Bedingung erfüllen, gewährleistet, aus denen dann eine pro Versuchsperson zufällig ausgewählt wurde.

3.3 Die Auswahl der Versuchspersonen

Als Versuchspersonen wurden 22 Personen ausgewählt, die im experimentalphysikalischen Bereich arbeiten. Bei der Auswahl dieser Gruppe sollte der Fehler, der beim Hochpeilen entsteht, klein gehalten werden, da diese Personen Übung im genauen Peilen besitzen.

3.4 Die Durchführung des Experiments

Zu Beginn des Experiments wurde den Versuchspersonen die Aufgabe erläutert. Es wurde folgende Anweisung gegeben. Sie sollten von der unteren Marke hochpeilen und dann sagen, bei welcher Zahl sich die Marke befindet. Zulässig seien alle ganzen Zahlen. Dieser Vorgang würde für verschiedene Abstände und Skalen durchgeführt. Sie (die Versuchsperson) solle die Zahl nennen, mit der Sie am ehesten zufrieden sei.

Dieser Hinweis sollte vermeiden helfen, daß die Versuchsperson Kompromisse folgender Art schloß: Es ist nicht genau die Zahl X noch die Zahl Y, also gebe ich die Mitte zwischen beiden an (ohne sich zu fragen, ob die Marke tatsächlich mit der Mitte übereinstimmt).

Bei der Erläuterung war eine Skala auf dem Bildschirm sichtbar. Danach begann die Abfrage. Es wurden dabei erst alle Abfragen bei der Zehner- und abschließend bei der Fünferskala durchgeführt. Für jede Skala wurde erst für einen Abstand von 320, dann 160, 80, 40, 20 und abschließend 0 Pixel gefragt. Bei jedem Abstand wurden die vierzig gleichen Zahlen vorgegeben. Zum Abschluß wurde der Versuchsperson gesagt, sie solle so genau wie möglich noch einmal bei einem Abstand von 320 Pixeln schauen und Zahlen nennen. Danach wurden bei der Fünferskala und einem Abstand von 320 Pixeln noch einmal die vierzig Zahlen abgefragt.

3.5 Betrachtung möglicher Fehlerquellen

Eine Fehlerquelle besteht in rein optischen Fehlern, die einmal durch Sehfehler der Versuchsperson bedingt sein können oder durch den Bildschirm des Computers. Ein solcher Fehler könnte im einfachsten Fall schiefes Peilen sein. Dieses würde sich durch einen Winkel, um den falsch gepeilt würde, beschreiben lassen und hätte eine konstante Verschiebung zwischen Zahlenvorgabe und Nennung bei fester Skala zur Folge. Ein weiterer Fehler kann in der falschen Einschätzung der lateralen Abstände zum Skalenstrich auf der oberen Skala liegen. Dieser Fehler sollte bei einer Messung mit Nullabstand feststellbar sein.

Ein weiterer Fehler, der auftreten kann, ist die Verletzung der Monotonie in der Transformation des Signals. Monotonie in der Transformation des Signals heißt, daß größere Zahlvorgaben auch in größere Zahlen als Response verwandelt werden. Dieses wird in Abschnitt 3.5.1 näher erläutert.

Bei dem gegebenen Datensatz (gleichverteilte Marken) läßt sich erwarten, daß auch die daraus durch Peilen gewonnenen Bilder - abgesehen von systematischen mit der Datenstruktur zusammenhängenden Phänomenen - ebenfalls gleichverteilt sind.

3.5.1 Überlegung zur Datenauswertung und mögliche Fehlerkorrekturen

Bei allen Fehlern geht es zuerst darum festzustellen, ob sie vorliegen, um dann ihre Auswirkungen zu beseitigen.

Der rein optische Fehler, der auf schiefem Peilen beruht und sich in einer konstanten Verschiebung der Nennungen gegenüber den Vorgaben äußert, sollte erstens die Prominenzstruktur der Nennungen nicht beeinflussen, da die Vorgaben gleichverteilt sind (vgl. Abschnitt 2.4), und zweitens durch eine Korrektur um die Verschiebung eliminierbar sein. Bei den Gesamtdaten war die Korrektur minimal von 0 verschieden.

Die Verletzung der Monotonie läßt sich wie folgt beschreiben. Da der Response für eine Zahlennennung bei verschiedenen Punkten auf der oberen Skala aufgrund der Ungenauigkeit des Peilvorganges von Null verschieden ist, ergeben sich Intervalle auf der oberen Skala, innerhalb derer alle Ziffern der Marke zugeordnet werden können. Dies kann dazu führen, daß die Intervalle von nebeneinanderliegenden Zahlen, die mit Hilfe der Marke vorgegeben werden, überlappen. Überlappende Intervalle von zwei Ziffernvorgaben bedeuten jedoch, daß eine von Null verschiedene Wahrscheinlichkeit existiert, daß die größere Ziffer aus der Vorgabe mit einer kleineren Ziffer bezeichnet wird als die eigentlich kleinere Zahl. Zum Beispiel seien eine 1 und eine 2 vorgegeben bei einem Abstand von 40 Pixeln. Das auf die obere Skala transformierte Signal der 1 sei ein Intervall der Länge 2 Einheiten mit Mittelpunkt 1. Ein Intervall der gleichen Länge sei um die 2 als transformiertes Signal gegeben. Die Intervalle überlappen. Dies kann dazu führen, daß die 1 als 2 und die 2 als 1 bezeichnet wird, bzw. die 1 mit einer größeren Zahl als die 2.

Bei der Korrektur der Daten wurden bei der Auswertung der Einnennungen alle Zahlennennungen modulo 10 betrachtet. Bei diesen Einnennungen wurde für eine Korrektur angenommen, daß die vorgegebenen Einziffern auf der unteren Leiste monoton in Signale auf der oberen Skala transformiert werden. Um die Daten von Effekten einer nicht monotonen Transformation zu bereinigen, wurden in den Fällen, in denen zwischen zwei Einziffern die

Bedingung der Monotonie verletzt war, die Nennungen ausgetauscht. Dieses wurde solange bei den Nennungen durchgeführt, bis keine Verletzung der Bedingung der Monotonie mehr vorlag. Diese Art der Korrektur verändert die Gesamtnennungen nicht. Nach dem Austausch ergab sich für jede Nennung ein Bereich von Zahlvorgaben. Dieser Bereich wurde in das Intervall 0 bis 10 transformiert. Der 1 konnten z.B. als Signale, die kleiner als die Nennung sind, die Ziffern 6, 7, 8, 9 und 0 entsprechen, als größere Signale kämen die Ziffern 2, 3, 4, 5 und 6 in Frage. Nach Abschluß des Austauschs ergeben sich dann zusammenhängende Bereiche auf der Zahlenskala, die mit einer Ziffer bezeichnet werden.

Nicht berücksichtigt werden Auswirkungen sonstiger beeinflussender Faktoren, wie z.B. psychologische oder soziologische Aspekte, die die Versuchspersonen beeinflussen. Es wurde nur versucht, die Auswirkungen anderer Faktoren so klein wie möglich zu halten, indem möglichst die gleichen Bedingungen für alle Versuchspersonen, was Einführung und Versuchsdurchführung betrifft, gewährleistet wurden.

4. Experimentelle Ergebnisse

In diesem Kapitel werden alle Nennungen und Vorgaben als ein Datensatz behandelt. Dies bedeutet, daß nicht jedes Ergebnis von einer Person einzeln ausgewertet wird. Eine Reduktion der Daten erfolgt auf ein Zehnerintervall indem nur die Einernennungen betrachtet werden. Die Darstellung der Ergebnisse der Einziffern erfolgt nach den in Kapitel 3 beschriebenen Korrekturen.

Eine Annahme, die der Auswertung des Gesamtdatensatzes zugrunde liegt, ist, daß alle Personen die gleiche Prominenzstruktur benutzen. Diese Annahme ist nicht korrekt, erlaubt aber erste Einblicke in das Verständnis der Struktur²⁾.

2) Bei der Diskussion der Ergebnisse von Abb.5 wird auf korrekte Interpretationen und mögliche Fehlinterpretationen anhand der Daten eingegangen.

4.1.1 Die Genauigkeit der Zahlenangaben

Vor der Auswertung der Zahlenmessungen wird in diesem Abschnitt erst die Genauigkeit der Angaben betrachtet, um Aufschlüsse über die geometrischen Operationen der Versuchspersonen zu bekommen, die zur Zahlenennung führen. Die Genauigkeit wird gemessen in der Länge der Intervalle, innerhalb derer sich 80% aller Nennungen um die jeweilige Vorgabe befinden. Diese Intervalle werden im folgenden als 80%-Intervalle bezeichnet.

In Abbildung 4 ist die Länge des 80% Intervalls der Gesamtdaten in Abhängigkeit vom Abstand dargestellt³⁾. Anhand der Kurven wird sichtbar, daß sich die Länge dieses Intervalls aus zwei Größen zusammensetzt. Einmal wird die Länge durch die laterale Falscheinschätzung der Position der Marke bezüglich der markierten auf 0 endenden (bzw. auf 5 endenden) Zahlen beeinflusst. Die laterale Fehleinschätzung tritt allein auf, wenn die Marke sich auf der Skala befindet, und besitzt eine Größe von ± 1 bei dem 80%-Intervall der Gesamtdaten. Zusätzlich zu dieser Ungenauigkeit kommt eine durch den Peilvorgang bedingte Unsicherheit in der Position der Marke auf der oberen Skala hinzu, die bei von Null verschiedenen Abständen auftritt. Während bei einem Abstand von Null die Position der Marke festliegt und nur eine Fehleinschätzung des Abstands zu den Skalenstrichen auftreten kann, ergibt sich für Abstände verschieden von Null noch eine Unsicherheit in der Abbildung der Marke auf die obere Skala. Diese Unsicherheit nimmt nahezu linear mit dem Abstand zu, wie die geringe Abweichung der Punkte um die mit Hilfe der Methode der minimalen quadratischen Abweichung ($r^2=0.99$) ermittelten Ausgleichsgeraden (die durchgezogene Linie für die Zehnerskala und die gestrichelte Linie für die Fünferskala) zeigt. Zieht man den Wert bei einem Abstand von Null, der durch die laterale Fehleinschätzung bedingt ist, bei allen Werten ab, so ergibt sich, daß bei Halbierung des Abstands sich auch die Länge des 80%-Intervalls in etwa halbiert.

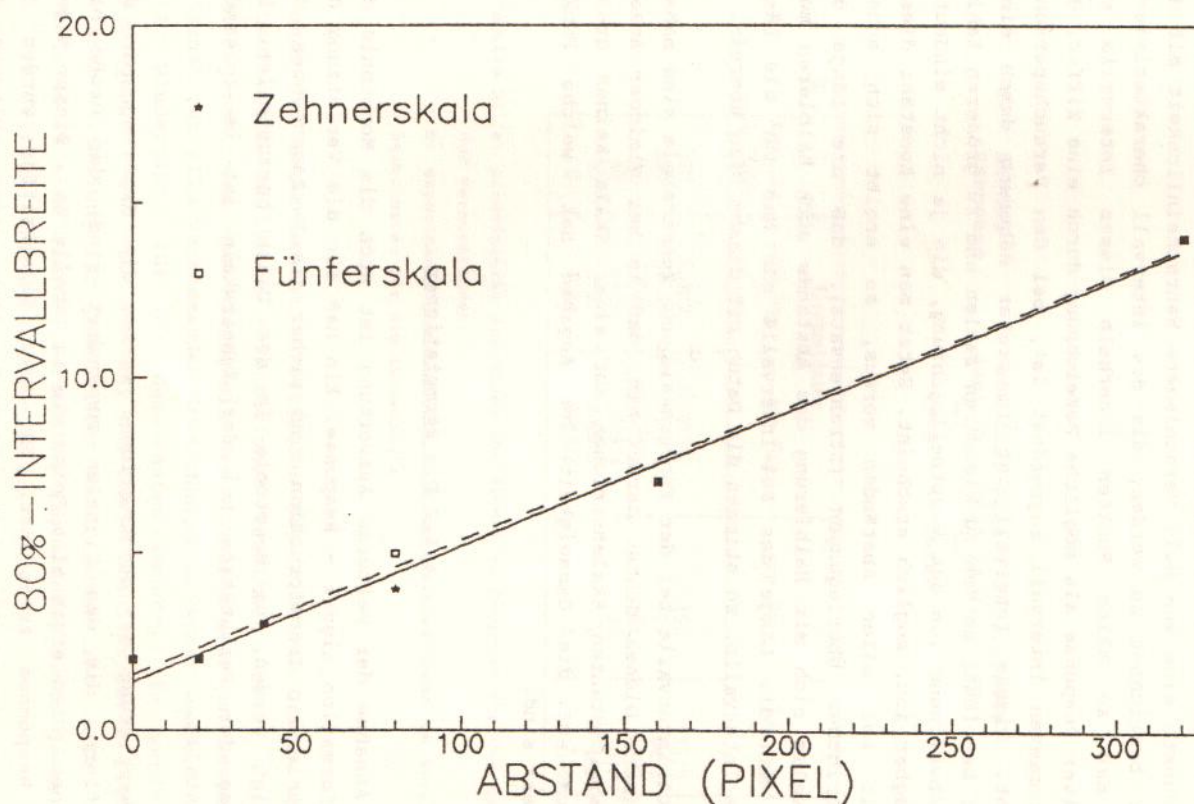


Abbildung 4: Länge der 80%-Intervalle über Abstand zwischen Skala und Marke.

3) Die Daten für die Zehnerskala sind durch (*) markiert und für die Fünferskala durch (□); ■ zeigen an, daß die Werte für beide Skalen übereinstimmen).

Ein Vergleich der Daten mit der in Abb. 2 dargestellten und in Abschnitt 2.3.1 beschriebenen Vorstellung über den Peilvorgang bestätigt die Überlegungen, daß die Marke in ein Intervall auf der oberen Skala abgebildet wird. Innerhalb dieses Intervalls besitzen alle Punkte eine von Null verschiedene Wahrscheinlichkeit mit der Ziffer bezeichnet zu werden, die das Intervall charakterisiert, d.h. daß zu allen Punkten innerhalb dieses Intervalls ein positiver Response als mögliche Bezeichnung durch eine Ziffer, die dem gesamten Intervall zugeordnet ist, bei den Versuchspersonen besteht. Dieses Intervall ist in erster Näherung durch einen Winkel bestimmt, um den zu kleineren Zahlen und zu größeren Zahlen eine Abweichung von der Hauptpeilrichtung, die ja nicht eindeutig festlegbar ist, möglich erscheint. Setzt man eine Konstanz dieses Winkels bei allen Abständen voraus, so ergibt sich anhand geometrischer Überlegungen (Strahlensatz), daß die Länge des Intervalls sich mit Halbierung des Abstands auch halbieren muß. Nimmt man die Länge des 80%-Intervalls als Maß für die Länge dieses Intervalls, so stimmen die Daten mit diesem Bild überein.

Die 80%-Intervalle bei der Fünferskala und Zehnerskala sind nahezu identisch. Dieses deutet darauf hin, daß es bei gleicher Anzahl von äquidistanten Skalenstrichen auf einer Skala keinen großen Einfluß auf die Genauigkeit der Angaben hat, welche Punkte markiert sind.

4.1.2 Die Permutationen

Eine Annahme der weiteren Auswertung ist auch die Monotonie der Transformation Signal - Response. Ein Maß für die Verletzung der Monotonie der Transformation sind sicher die Vertauschungen, die benötigt werden, um Monotonie in den Daten herzustellen. Die Analyse der Permutation bei der Zehnerskala ist im folgenden dargestellt.

Zur Bestimmung der Permutationen wurden die Signale (d.h. die Endziffern, die den Signalen zugeordnet sind) der Größe nach geordnet. Dies ergab eine Reihe wie in Tabelle 3a. Diesem Signal sind Responses zugeordnet. Für eine Signalziffer wurden die Responses der Größe nach geordnet, aber nicht zwischen den

Ziffern. Danach ergab sich die Zuordnung wie in Tabelle 3a. Als Permutation wurde dann alle Vertauschungen gezählt, um die Monotonie in den Responses herzustellen.

a. **Signal** 0000 1111 2222 3333.....9999
Response 0001 0111 2223 2333.....9999
Perm. **Perm.**

b.

Abstand (Pixel)	Gesamtdaten		$\emptyset$	
	exp. Per.	ber. Per.	exp. Per.	ber. Per.
320	93826	10085510	160	17170
160	48716	6121556	75	9418
80	33807	3798858	48	5302
40	19259	2183974	27	3010
20	6147	969069	9	1427
0	1940	401818	3	518

Tabelle 3: a: prinzipielle Anordnung von Signal zu Response für die Bestimmung der Permutationen.

b: experimentell ermittelte Zahl der Permutationen im Vergleich zu berechneten für die Zehnerskala.

Neben den experimentell ermittelten Permutationen wurden auch die theoretisch möglichen Permutationen ermittelt. Dabei wurde das Histogramm, das die Häufigkeit der Abweichungen von Response zu Signal für alle vorkommenden Abweichungen zwischen maximal -30 bis +30 wiedergibt, für die Gesamtdaten benutzt. Es wurde davon ausgegangen, daß sich das auf die Skala transformierte Signal mit dieser Verteilung für jede Ziffer beschreiben läßt. Allen Ziffern wurde somit eine gleiche Verteilung zugeordnet, deren Zentren sich um die Zifferndifferenz unterscheiden.

Die Ergebnisse sind in Tabelle 3b dargestellt: einmal für die Gesamtdaten, dann für eine Durchschnittsperson. Einmal halbiert sich die Zahl der Permutationen nahezu mit der Abstandshalbierung, analog zu den 80%-Intervallen, da eine Verkleinerung der möglichen Responses auch die Zahl der Permutationen entsprechend verkleinert.

Die tatsächlich auftretenden Permutationen liegen für alle Abstände zwischen 0.5-1% der theoretisch möglichen; das zeigt, daß die Prominenzstruktur des Dezimalsystems Relationen wie größer oder kleiner gleich im Signal überwiegend erhält.

Dies ist durch die Attraktion verschiedener Signale durch eine (prominente) Zahl bedingt. Vertauschungen können nur über die Grenzen zwischen (prominenten) Zahlbereichen hinweg durchgeführt werden. Je diffuser das Signal ist (je höher also die Wahrscheinlichkeit einer Permutation), desto weniger Zahlen kommen aufgrund ihrer Genauigkeit innerhalb des Gesamtbereichs als Antwort in Frage: bei einer Genauigkeit von 5 z.B. nur 0 und 5 (modulo 10), bei einer Genauigkeit von 2 schon 0, 2, 3, 5, 7 und 8. Im ersten Fall kann nur über die Grenze zwischen 0 und 5 permutiert werden, im zweiten Fall über mehrere Grenzen. Sind z.B. 4 und 6 als Marken vorgegeben, so kann bei einer Genauigkeit von 5 eine Permutation nur auftreten, wenn 4 als 5 und 6 als 0 oder 4 als 10 und 6 als 5 bezeichnet wird. Ist die Genauigkeit 2, so können Permutationen auftreten, wenn 4 als 3 und 6 als 2 oder 4 als 5 und 6 als 2 oder 4 als 5 und 6 als 3 usw. bezeichnet wird. Es gibt mehr Möglichkeiten zur Permutation.

4.2 Die Ergebnisse bei der Zehnerskala

4.2.0 Die Genauigkeit der Angabe und die Länge des 80%-Intervalls

In Tabelle 4 ist die experimentell gefundene Beziehung zwischen 80%-Intervallbreiten und Genauigkeit der Angaben dargestellt. Zur Bestimmung der Genauigkeiten wurde nach der vorne beschriebenen Regel die Genauigkeit des Datensatzes der Angaben bestimmt. Die Intervalllängen liegen in den Bereichen, die laut Theorie (vgl. Tabelle 2) den entsprechenden Genauigkeiten zugeordnet sind.

Dieses gilt für alle Abstände: Genauigkeit 5 für ein 80%-Intervall der Länge 10-20, hier 14; Genauigkeit 2 für ein 80%-Intervall der Länge 4-10, hier 4 und 7; Genauigkeit 1 für ein 80%-Intervall der Länge 2-4, hier 2 und 3. Es ergibt sich also eine Bestätigung der Beziehung zwischen Ausdehnung eines diffusen Signals und den Zahlenangaben in diesem Experiment. Die Genauigkeit, die die Auswahlregel in Abhängigkeit von der Ausdehnung des 80%-Intervalls vorhersagt, tritt in den Antworten auf. Die Phänomene für einzelne Ziffern werden im folgenden dargestellt.

Abstand (Pixel)	Genauigkeit	Breite des 80 %-Intervalls
320	5	14
160	2	7
80	2	4
40	1	3
20	1	2
0	1	2

Tabelle 4: experimentell gefundener Zusammenhang zwischen Genauigkeit und Ausdehnung eines diffusen numerischen Signals.

4.2.1 Die Einziffernennungen bei der Zehnerskala

In Abbildung 5 ist das Ergebnis bezüglich der Einnennungen bei der Zehnerskala zusammengefaßt. Auf der Y-Achse sind die Endziffern dargestellt, auf der X-Achse der lineare Abstand. Die gestrichelte Linie gibt den Bereich des Signals wieder, die durchgezogene den Bereich der Responses. Um der Häufigkeit der einzelnen Ziffern bei den Signalen Rechnung zu tragen, ist jeder Vorgabeziffer der Bereich ± 0.5 um die Ziffer zugeordnet, d.h. daß der Vorgabeziffer 6 der Bereich von 5.5 bis 6.5 zugeordnet ist.

Da es 22 Versuchspersonen gab und jede Versuchsperson jede Einerziffer viermal als Vorgabe erhielt (siehe Abschnitt 3), tritt jede Endziffer achtundachtzigmal als Vorgabe auf. Jeder einzelnen Vorgabeziffer ist daher ein Intervall der Länge $1/88$ aufsteigend von Vorgabeziffer minus 0.5 bis zu Vorgabeziffer plus 0.5 zugeordnet. Die Intervalle sind durch ihre Mittelpunkte gekennzeichnet. Diese Intervalle werden in der Auswertung Einnennungen zugeordnet und zwar in aufsteigender Folge. Der kleinsten Nennung wird das erste Intervall von Vorgabeziffer minus 0.5 bis Vorgabeziffer minus 0.5 plus $1/88$ zugeordnet. Mit größer werdenden Nennungen werden anschließend alle Intervalle aufsteigend nach der Größe ihrer Mittelpunkte den Einnennungen zugeordnet. Der Rolle der 0 als Nennung wird dadurch Rechnung getragen, daß sie bei 6, 7, 8 und 9 als Vorgabe als 10 aufgefaßt wird und bei einer 1, 2, 3 und 4 als 0 entsprechend der Zuordnung der Ziffernvorgaben bei Durchführung der Korrektur. Analog werden die anderen Ziffern behandelt. Als Markierungen (Sterne) in der Abbildung sind jeweils die Mittelpunkte der Intervalle markiert, ab denen die jeweiligen Zahlenennungsgebiete beginnen. Die Markierungen eines Bereichs für verschiedene Abstände sind miteinander durch Linien verbunden, um zu verdeutlichen, wie sich die Bereiche abstandsabhängig verändern. In den Bereichen ist die Ziffer eingetragen, mit der alle Ziffernvorgaben in diesem Bereich bezeichnet werden⁴⁾.

Durch einen Vergleich zwischen Signal und Response lassen sich Einsichten in die Prominenzstruktur gewinnen. Vor der Interpretation der Daten sei an dieser Stelle die Signifikanz von Unterschieden angegeben. Der Bereich von 2 und 3 sowie der von 7 und 8 ist für alle Abstände signifikant verschieden⁵⁾.

4) Bei der Interpretation dieser Abbildung werden nur Strukturen berücksichtigt, die von Zahlen herrühren, die mindestens die Genauigkeit des Gesamtdatensatzes besitzen. Zahlen mit feinerer Genauigkeit werden erst auf dem entsprechenden Genauigkeitsniveau diskutiert. Bei einem Abstand von 320 Pixeln werden die Zahlen mit Eingengenauigkeit nicht interpretiert, da ihr Auftreten durch die Angaben von einer oder zwei Personen mit genauerer Wahrnehmung bedingt sein kann und durch die Addition im Gesamtdatensatz aber ein völlig falsches Bild über das Auftreten der Zahlen entsteht.

5) Ein χ^2 Test auf dem Signifikanzniveau 0.01 ergab für alle Abstände, daß die Hypothese, daß 7 und 8 (bzw. 2 und 3) der gleichen Verteilung unterliegen, verworfen werden konnte.

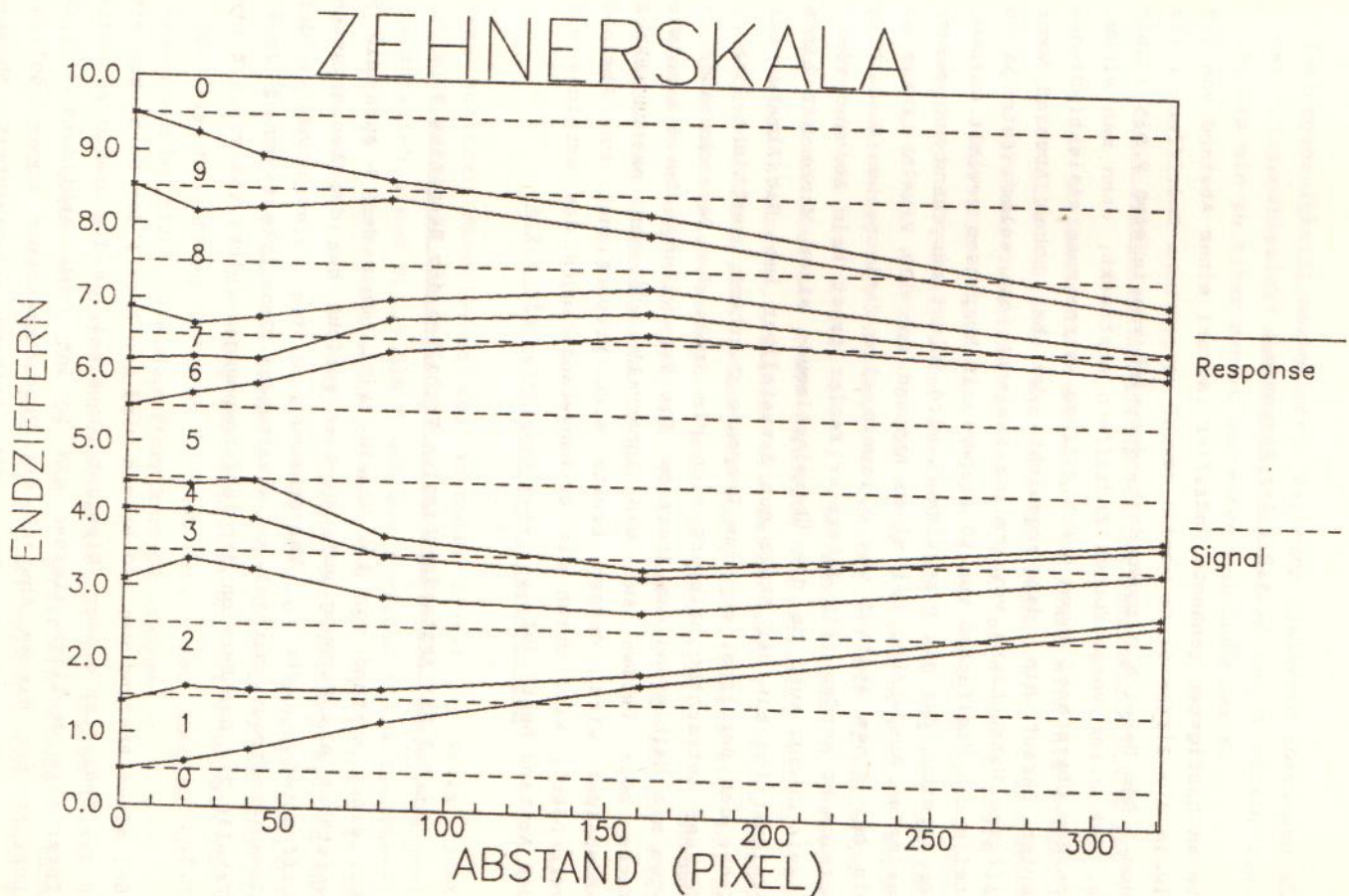


Abbildung 5: Endziffernennungen bei der Zehnerskala als Bereiche für verschiedene Abstände zwischen Skala und Marke.

4.2.2 Der Response 0

Die am häufigsten genannte Endziffer ist bei einem Abstand von 320 Pixeln die Ziffer 0. Es werden sowohl vorgegebene Endziffern 7 als auch 3 dem Bereich 0 zugeordnet, der sich von in etwa 7 bis 3 über ca. 60% aller vorgegebenen Endziffern erstreckt, wenn man einmal von den Überschneidungen durch diffuse Wahrnehmung absieht. Dieses deutet darauf hin, daß angesichts der bei hohem Abstand sehr diffusen Wahrnehmung vornehmlich Skalenstriche selbst (die ja an Stelle der Vielfachen von 10 stehen) als Responses gewählt werden. Der Bereich, der mit 0 bezeichnet wird, nimmt ausgehend von seiner maximalen Ausdehnung bei einem Abstand von 320 Pixeln linear ab bis bei einem Abstand von 0 Pixeln alle Zahlvorgaben 0 richtig bezeichnet werden. Ein lateraler Fehler tritt beim Abstand von 0 Pixeln nicht auf, da die Übereinstimmung einer Marke mit einem Skalenstrich auf der Skala gut feststellbar ist. Die Abnahme der Größe des Bereichs, der zum Response 0 gehört, geschieht linear. Genauer betrachtet halbiert sich die Größe des Bereichs auch in etwa mit Halbierung des Abstands. Die Vorstellung, daß die untere Marke beim Peilen auf ein Intervall auf der oberen Skala abgebildet wird, dessen Breite sich proportional zum Abstand vergrößert, wird durch die Größenveränderungen des Bereichs mit dem Abstand bestätigt.

4.2.3 Das abstandsabhängige Verhalten des Responses 5

Bei einem Abstand von 320 Pixeln tritt neben der 0 auch die 5 verstärkt als Nennung auf. Dies entspricht bei der beobachteten Diffusität der Wahrnehmung der aufgrund der Genauigkeitsauswahlregel zu erwartenden Genauigkeit von 5 (vgl. Tabelle 2). Der Bereich der Fünfernennungen reicht von ca. 3.8 bis 6.3.

Bei einem Abstand von 160 Pixeln wird der Anteil der Nennungen mit 5 als Endziffer größer. Dies ist plausibel, da die Breite des 80%-Intervalls deutlich kleiner als 10 ist (vgl. Abbildung 4). Es scheint bei diesem Abstand den Versuchspersonen sogar möglich, eine 5 zu den Nachbarn mit feinerer Genauigkeit (häufig

Zweiergenauigkeit) abzugrenzen. Bei noch kleineren Abständen nimmt der "Einzugsbereich" der 5 bis zum Abstand von 0 Pixeln laufend ab, bis hin zu einer nahezu korrekten Zuordnung der 5.

4.2.4 Der Unterschied zwischen den Responses 2/8 und 3/7

Bei einer Abstandsverkleinerung auf 80 Pixel wird die Breite des 80%-Intervalls kleiner als 5. Es fügen sich zwei weitere Einzugsbereiche zwischen den anderen ein: um 7 und 8 sowie um 2 und 3. Bei der Zehnerskala werden diese Bereiche mit 8 und 2 bezeichnet. Die Analyse der Bereiche zeigt, daß bei den Abständen von 80, 40 und 20 Pixeln 7 als 8 und 3 als 2 bezeichnet werden. Die Bezeichnung mit "2" bzw. "8" deutet auf die Orientierung am Skalenstrich hin: $2=0+2$, $8=10-2$. Die Zahlenangaben 3 und 7, die laut Theorie über die nicht markierte 5 konstruiert werden, treten erst bei kleineren Abständen als Bezeichnung für einen Bereich zwischen 2 und 5 bzw. zwischen 5 und 8 auf. (Dieses wird bei der Fünferskala genau umgekehrt sein, da dort alle auf 5 endenden Zahlen markiert sind und die Vielfachen von 10 in der Mitte zwischen den Skalenstrichen liegen.)

4.2.5 Die restlichen Endziffernennungen

Bei weiterer Reduzierung des Abstands Signal zu Skala (20-40 Pixel) erfolgen Nennungen jetzt verstärkt mit Einergenauigkeit (zusätzlich 1 und 9). - Die 7 und die 3 treten - wie die Theorie vorhersagt - in den Bereichen 2-5 bzw. 5-8 auf, die 1 und 9 in den Bereichen 0-2 bzw. 8-0(10). Aufgrund der Unsicherheit in der lateralen Position der Marke bezüglich des Zehnerskalenstrichs wird die Breite der 80%-Intervalle nicht kleiner als 2. Deshalb wird die korrekte Zuordnung zum Signal in der Ziffernangabe nicht für alle Endziffern erreicht. Selbst bei einem Abstand von 0 Pixeln werden nicht alle Endziffern korrekt erkannt.

Als letztes (bei weiterer Abstandsverkleinerung) treten 4 und 6 auf. Erstaunlich ist, daß bei den Einerziffern 1 und 9 eine relativ genaue Zuordnung Signal zu Antwort erfolgt, bei 4 und 6 jedoch nicht. 1 und 9 liegen direkt am Skalenstrich, während 4 und

6 in der Mitte zwischen 2 Skalenstrichen liegen. Direkt neben den Skalenstrichen scheint eine genaue Zuordnung möglich. Während in der Mitte zwischen 2 Skalenstrichen die 5 relativ genau identifiziert wird, werden die 4 von dem zu großen Bereichen der 2 und 3 und die 6 von dem zu großen Bereichen der 8 und 7 beeinträchtigt und treten bei allen Abständen seltener als die Vorgabe auf.

Insgesamt ergibt sich einerseits, daß die Zahlen 1, 3, 7 und 9 in etwa gleichhäufig genannt werden. Dieses kann nicht durch die Genauigkeit bedingt sein, da 3 und 7 eine Genauigkeit von 2 besitzen und 1 und 9 eine Genauigkeit von 1. Die gleiche Häufigkeit ist durch die Konstruktion neuer Zahlbereiche in den Mitten zwischen vorab konstruierten Zahlen bedingt. - Andererseits kann der Unterschied in der Häufigkeit von 1,9 und 4,6 nicht durch die Genauigkeit erklärt werden, da alle Zahlen die gleiche Genauigkeit besitzen. Es scheint durch die Konstruktion bedingt zu sein. 1 und 9 treten im Rahmen der sukzessiven Halbierungsschritte gleichzeitig mit 3,7 auf, 4,6 erst in einem nachfolgenden Verfeinerungsschritt.

Zwischen den Nennungen von 4 und 6 ergibt sich eine gewisse Asymmetrie. Bei 5 von 6 Abständen tritt 6 häufiger auf als 4. Die Erklärung hierfür steht noch aus.

4.3 Die Einerziffernennungen bei der Fünferskala im Vergleich zur Zehnerskala

Bei der Fünferskala sind im Gegensatz zur Zehnerskala nicht die auf 0 endenden sondern die auf 5 endenden Zahlen markiert. Die Ergebnisse bei der Fünferskala sind im Vergleich zu denen der Zehnerskala dargestellt. Aus diesem Vergleich sollten sich Schlüsse ziehen lassen, wie die Zahlennennung durch die Markierung bestimmter Ziffern durch Skalenstriche auf der oberen Skala beeinflusst werden.

4.3.1 Die Endziffernbereiche, ihre Bezeichnung und Ausprägung

Betrachtet man das in Abbildung 6 analog zu Abbildung 5 dargestellte Ergebnis, so ergeben sich Unterschiede zu den Ergebnissen bei der Zehnerskala bezüglich der Endziffernennungen. Berücksichtigt man aber das oben beschriebene Phänomen der Orientierung an den Skalenstrichen (einmal alle auf 0 endenden Zahlen, hier alle auf 5 endenden), so ergibt sich ein zur Zehnerskala analoges Bild. Zwischen bzw. um die Skalenstriche (einmal um die 0 bei der Zehnerskala, hier um die 5) ergeben sich bei gleichen Abständen analoge Zahleneinzugsbereiche. Bei großem Abstand der Marke zur Skala ergibt sich ein großer Bereich um die Skalenstriche (0 bzw. 5). Bei kleiner werdendem Abstand schiebt sich ein weiterer Bereich um die Mittelpunkte zwischen den Skalenstrichen (5 bzw. 0) ein und bei weiterer Abstandsverkleinerung treten Zahleneinzugsbereiche zwischen den ersten beiden dominanten Bereichen um 2,3 bzw. 7,8 auf. Bei einem Abstand von 0 Pixeln treten wie bei der Zehnerskala nicht alle Ziffern gleichhäufig auf. Die Bereiche ± 1 um den Skalenstrich werden richtig zugeordnet (bei der Fünferskala 4 und 6, bei der Zehnerskala 1 und 9), während die Nennungen um die Mitte zwischen den Skalenstrichen (bei der Fünferskala 1 und 9 und bei der Zehnerskala 4 und 6) weniger häufig als die Vorgaben erfolgen. Ein Teil der Ziffernvorgabe findet sich in den benachbarten Einzugsbereichen.

4.3.2 Die Konstruktion der Zahlbereiche und der Bezeichnungsaustausch

Betrachtet man die Häufigkeit der Ziffernennungen, so hat die 5 insgesamt mit der 0 die Rolle getauscht. Jetzt kommt erst überwiegend 5 als Nennung, dann 0. Die beim nächsten Abstand folgenden Zahlbereiche werden nunmehr überwiegend als 3 und 7 und nicht als 2 und 8 bezeichnet. Dies deutet darauf hin, daß die Bezeichnung der neuen Zahlen sich tatsächlich wieder an den Skalenstrichen auf der Skala orientiert: $3=5-2$, $7=5+2$ (statt $2=0+2$, $8=10-2$ auf der Zehnerskala). Nachfolgend ergeben sich für die folgenden Bereiche zwischen 7-0, 0-3, 3-5 und 5-7 als Bezeichnungen 8 und 2 sowie 4 und 6. Mit geringster Häufigkeit

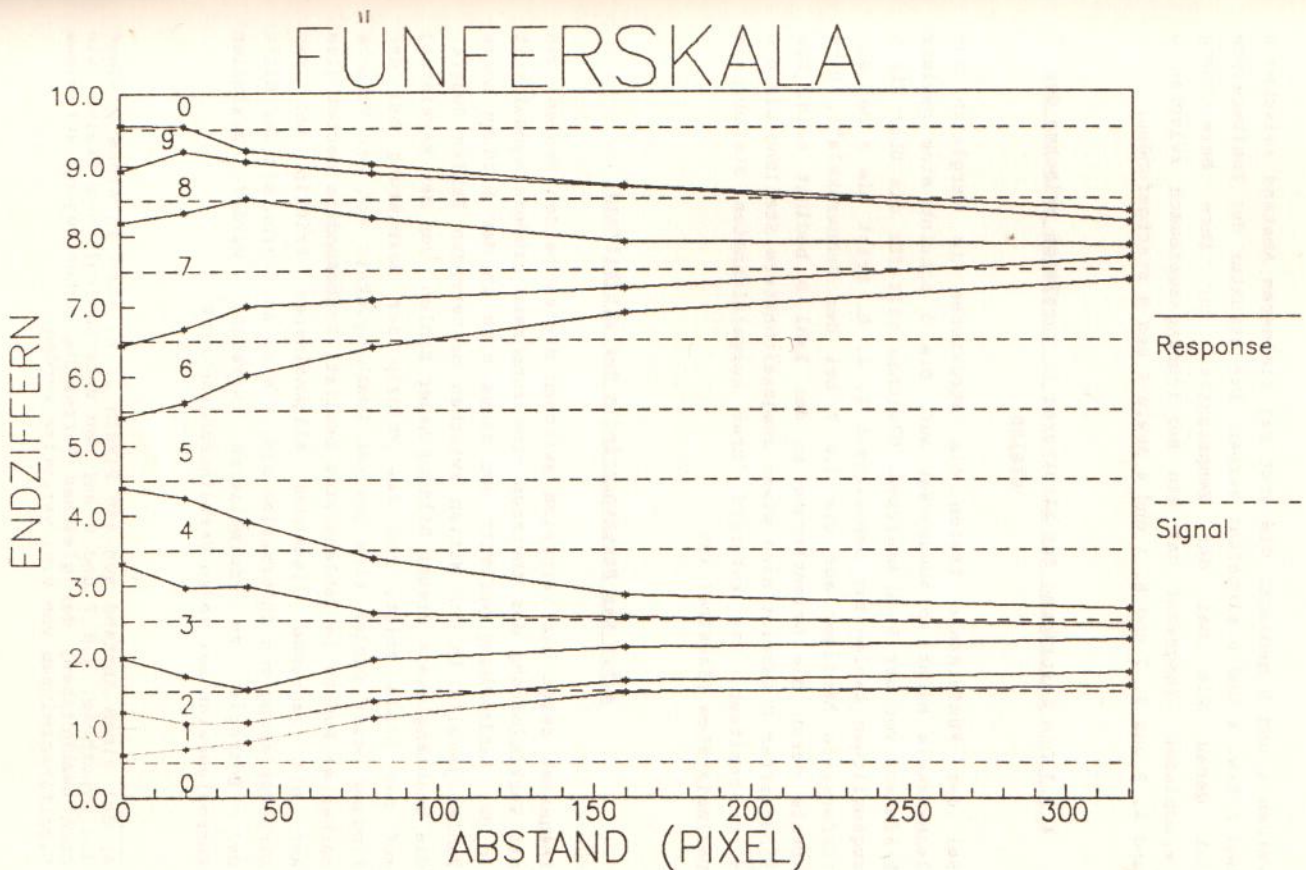


Abbildung 6: Endziffernennungen bei der Fünferskala als Bereiche für verschiedene Abstände zwischen Skala und Marke.

werden 1 und 9 genannt, die erst bei kleinerem Abstand zwischen 0 und 2 bzw. 8 und 0 eingefügt werden. Die Struktur der Zahlbereiche ist genau wie bei der Zehnerskala, nur ihre Bezeichnung ist verschieden. Insgesamt hat ein Bezeichnungsaustausch zwischen 0 und 5, 2 und 3, 7 und 8, 1 und 4 sowie 6 und 9 stattgefunden.

4.3.3 Die Ausprägung der Strukturen im Vergleich zwischen den Skalen

Bei der Fünferskala treten die Strukturen im Vergleich zur Zehnerskala nicht so ausgeprägt auf. Die 0 scheint eine gewisse Präferenz vor der 5 zu besitzen. Gleiches gilt für die über die 0 zugänglichen Zahlen mit Genauigkeit 2: z. B. tritt die 8 bei der Fünferskala häufiger auf als die 7 bei der Zehnerskala⁶⁾. Dies könnte durch die Orientierung an der Zahl 0 bedingt sein. Die Einerziffer 0 scheint eine etwas ausgezeichnetere Stellung als die 5 zu besitzen, was aufgrund ihrer ausgezeichneten Stellung im Dezimalsystem plausibel ist.

4.3.4 Das Strukturprinzip der Zahlbildung

Insgesamt zeigt der Vergleich zwischen diesen beiden Skalen, daß mit Verkleinerung des Abstands eine zunehmend größere Genauigkeit in der Zahlennennung auftritt und diese sich in der Bildung neuer Zahlen jeweils in den Mitten zwischen bestehenden Zahlen äußert. Die Unabhängigkeit dieser Bildung neuer Zahlen von der Markierung auf der Skala zeigt, daß das Prinzip der Halbierung bei der Findung neuer Zahlen eine gewisse Unabhängigkeit von der Vorgabe markanter Punkte im Zahlensystem besitzt. Insbesondere deutet dies auf ein zugrunde liegendes allgemeineres Prinzip bei der Strukturierung von Information hin, wie es zu Beginn mit der Hilfe der Entropie zu formulieren versucht wurde: maximaler Entropiegewinn bei jedem Verfeinerungsschritt.

6) Bei einem Abstand von 160 Pixeln z. B. kann in einem χ^2 -Test die Hypothese, daß 7 und 8 auf den unterschiedlichen Skalen (wie oben beschrieben) der gleichen Verteilung unterliegen, auf einem Signifikanzniveau von 0.01 verworfen werden.

4.4 Angaben bei Aufforderung zur genauen Angabe

4.4.1 Experimentelle Daten

Im Anschluß an die Abfrage bei der Fünferskala, d.h. nachdem alle Abstände von 320 bis 0 Pixeln abgefragt worden waren, wurde der Abstand wieder auf 320 Pixel erhöht. Danach wurden die gleichen 40 Zahlen wieder abgefragt. Diesmal wurde den Versuchspersonen allerdings gesagt, daß sie zum Abschluß so genau wie möglich ihre Zahlen angeben sollten. Hierbei lag die Betonung auf der genauen Angabe.

Als Ergebnis wären die gleichen Angaben wie bei der ersten Abfrage denkbar oder irgendwie geratene Zahlen ohne Struktur. Die Ergebnisse zeigen ein anderes Bild. In Tabelle 5a sind die Gesamtnennungen aufgeführt. In den ersten Zeilen für die Standardabfrage und in der letzten Zeile für die Genauabfrage. Man sieht, daß die Nennungen für einen Abstand von 320 Pixeln bei der Standardabfrage nicht mit den Nennungen bei einem Abstand von 320 Pixeln mit zusätzlicher Aufforderung zu genauer Angabe übereinstimmen. Dies trifft zu, obwohl sich in den Nennungen die Länge der 80%-Intervalle bei beiden Abfragen nicht unterscheiden. In beiden Fällen lag sie bei 14. Vergleicht man die Nennungen bei der Genauabfrage mit den Nennungen bei der Standardabfrage bei kleineren Abständen mit deutlich kleineren 80%-Intervallen (Intervalllängenhalbierung bei Abstandshalbierung), so stellt man fest, daß sie am ehesten mit den Nennungen bei einem Abstand von 80 Pixeln übereinstimmen. Es ergeben sich zwar nicht exakt die gleichen Häufigkeiten der Nennungen (die sollten zwischen 40 und 80 Pixeln Abstand liegen), sie sind aber sehr ähnlich. In der Genauigkeit wurde ein Sprung von der Fünfer- zur Zweiergenauigkeit vollzogen, obwohl die Ausdehnung des diffusen Signals konstant blieb.

Betrachtet man die Nennungen unter dem Aspekt der Häufigkeiten einzelner Ziffern gegenüber anderen, so ergibt sich das in Tabelle 5b dargestellte Ergebnis. In der Tabelle wurde nur berücksichtigt, ob eine Ziffer häufiger als eine andere auftrat. Es wurden die Paarvergleiche für die in der ersten Zeile der Tabelle

Vergleich mit der Genauabfrage

a	Gesamtnennungen										Genauig- keit
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
Abstand											
320	286	17	40	16	22	413	28	15	29	14	5
160	245	14	42	37	28	355	31	58	69	0	2
80	187	21	51	58	68	267	59	102	56	12	2
40	139	25	40	128	81	186	86	135	47	13	2
20	102	32	57	111	112	121	93	145	77	30	1
0	93	54	66	117	96	89	91	154	65	55	1
320	148	24	44	92	58	239	57	130	61	27	2
b											
Abstand	Häufigkeitsrelationen										
	Zifferrelation zur Genauabfr.	0,5	1,6	2,7	3,8	4,9	8,7	2,3	1,9	4,6	
320	gleich	j	j	-	-	j	-	-	-	-	
	indifferent	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
	verschieden	-	-	j	j	-	j	j	j	j	
160	gleich	j	j	j	-	j	-	-	-	-	
	indifferent	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
	verschieden	-	-	-	-	j	j	j	j	j	
80	gleich	j	j	j	j	j	j	j	j	-	
	indifferent	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
	verschieden	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
40	gleich	j	j	j	j	j	j	j	j	-	
	indifferent	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
	verschieden	-	-	-	-	-	-	-	-	j	
20	gleich	j	j	j	j	j	j	j	j	-	
	indifferent	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
	verschieden	-	-	-	-	-	-	-	-	j	
0	gleich	-	j	j	j	j	j	j	j	-	
	indifferent	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
	verschieden	j	-	-	-	-	-	-	-	j	

Tabelle 5:

a: Auflistung der Gesamtnennungen der Endziffern bei der Fünferskala (obere Zeile) für alle Abstände (erste Spalte) bei der Standardabfrage und bei der Genauabfrage für einen Abstand von 320 Pixeln.

b: Ergebnis eines Vergleichs der Ziffernhäufigkeitsrelation (häufiger - weniger häufig zwischen zwei Ziffern) für die Standardabfrage mit der Genauabfrage.

aufgeführten Ziffern durchgeführt: also zwischen 0 und 5, 2 und 3, etc.. So ergaben sich häufiger - weniger häufig Relationen bei der Abfrage mit der Aufforderung zu genauer Angabe. Diese wurden mit den Angaben bei der Standardabfrage für verschiedene Abstände verglichen. Ergab sich dieselbe Relation so wird das in der Tabelle in der entsprechenden Zeile durch j bezeichnet, ergab sich die umgekehrte Relation so wird dies in der Zeile hierfür mit j bezeichnet. Neben den eindeutigen Zuordnungen ergaben sich einige Fälle, die man als indifferent bezeichnen kann, weil die Nennungen in etwa gleich häufig waren und sich möglicherweise die Relation häufig-weniger häufig änderte, dies aber rein statistisch bedingt sein kann. Dies wird in der entsprechenden Zeile mit j bezeichnet.

Auch hier zeigt sich, daß die Angaben bei der Genauabfrage (der Abfrage mit Aufforderung zu möglichst genauer Angabe) weder mit den Angaben bei der Standardabfrage bei einem Abstand von 320 Pixeln noch bei 160 Pixeln übereinstimmen. Auch hier ist die Übereinstimmung mit den Nennungen bei einem Abstand von 80 Pixeln am größten. Es ergibt sich nahezu die Struktur unter den Ziffernennungen, wie bei einem Abstand von 80 Pixeln. Daß kein Abstand genau getroffen wird, liegt daran, daß nur diskrete Abstände zum Vergleich zur Verfügung stehen. Insgesamt ist aber eine Prominenzstruktur in den Angaben bei der Genauabfrage sichtbar, die etwa 2 Abstundsstufen und eine Genauigkeitsstufe höher liegt als die Angaben bei der Standardabfrage.

4.4.2 Diskussion des Ergebnisses

Dieses Ergebnis deutet darauf hin, daß die einzelnen Stufen der Prominenz der Zahlen auch auftreten, wenn die Genauigkeit der Daten es nicht zuläßt. Die Länge der 80%-Intervalle ändert sich nicht im Vergleich zur Standardabfrage, trotzdem besitzen die Zahlenennungen eine genauere Prominenzstruktur. Eine denkbare Erklärung dieses Phänomens könnte darin liegen, daß alle mentalen Prozesse, die zur Zahlenennung führen, ablaufen wie oben beschrieben, daß aber der Bereich der relevanten Alternativen nicht durch das 80%-Intervall, sondern durch ein schmaleres, z.B. das 40%- oder 60%-Intervall, gegeben ist. Die Erhaltung der Struktur in den Zahlenennungen kann durch gleich ablaufende mentale

Prozesse hervorgerufen werden, die feinere Genauigkeit durch Verkleinerung des Bereichs der relevanten Alternativen. Diese Verkleinerung des Bereichs der relevanten Alternativen kann möglicherweise durch eine Erwartungshaltung bezüglich der vorgegebenen Zahlen erfolgen. Ein wesentlicher Einflußfaktor für die Prominenzstruktur in den Zahlenennungen scheint der subjektiv gewählte Bereich der relevanten Alternativen zu sein. Falls genügend Indizien für eine bestimmte Größe sprechen, scheinen die Angaben entsprechend der gewählten Größe zu erfolgen. Die Indizien können einmal in der Datengenauigkeit, aber auch in einem Anspruch die höchstmögliche Stufe zu wählen, also einer Erwartungshaltung, liegen.

5. Zusammenfassung

Es wurde ein Experiment zur Wahrnehmung und Wiedergabe von Zahlen bei diffusum Wissen über ihre Größe durchgeführt. Dieses Experiment wurde nicht gekoppelt an Zahlenangaben als Wertbezeichnungen, wie bei Preisen, etc., sondern über optische Wahrnehmung konzipiert, um Effekte der Wertermittlung und der Zahlenwahrnehmung zu trennen. Bei der Durchführung sollten Versuchspersonen mehrmals die Position einer Marke, die sich in verschiedenen Abständen von einer Skala befand, zu eigener Zufriedenheit angeben. Der Abstand der Marke zur Skala bestimmte die Ungenauigkeit der optischen Wahrnehmung, die somit kontrollierbar war. Die Signale, die jede Versuchsperson bei einem Abstand erhielt, waren gleichverteilt, so daß keine Endziffer bevorzugt vorgegeben wurde. Auf der Skala befanden sich Skalenstriche, die sich um 10 oder Vielfache von 10 unterschieden. Die Skala gab die Struktur des Dezimalsystems (genauer: die Zehner als Bezugsmarken) vor. Die Analyse der Genauigkeit der Angaben (gemessen in der Länge von 80%-Intervallen) zeigt, daß eine vorgegebene Marke im wesentlichen auf ein Intervall einer bestimmten Länge abgebildet wird. Gemäß der Geometrie halbiert sich in etwa die Länge dieses Intervalls bei Halbierung des Abstands der Marke von der Skala.

Die Zahlenangaben lassen sich mit Hilfe der Prominenzstruktur der Zahlen erklären. Bei größter Ungenauigkeit erfolgten Nennungen

überwiegend als Zuordnung zu den Skalenstrichen (bei einer Skala waren alle Vielfache von 10, auf einer anderen Skala alle auf 5 endenden Zahlen markiert). Bei schrittweise größer werdender Genauigkeit (Halbierung des Abstands) erfolgte eine schrittweise zusätzliche Zahlennennung, indem innerhalb des Zehnerintervalls immer die Mitte zwischen zwei vorher erkannten Endziffern als nächste auftrat. Trat überwiegend 0 als Endziffer bei einer Genauigkeit auf, so ergab sich bei der nächsten Stufe eine 5, danach 2,8 (als Mitte zwischen 0 und 5) gefolgt von 1,3,7,9 (als Mitten zwischen den bisherigen Ziffern) und zuletzt 4,6. Die Bezeichnungen der Mitten variierten zwischen der Skala, auf der alle Vielfachen von 10, und der Skala, auf der alle auf 5 endenden Zahlen markiert waren. Es ergab sich zwischen den Skalen ein Austausch der Bezeichnung 0 und 5, 2 und 3, 7 und 8, 1 und 4 sowie 6 und 9. Ein genauer Vergleich zwischen der Skala, auf der alle Vielfachen von 10, und der Skala, auf der alle auf 5 endenden Zahlen markiert waren, zeigt, daß die Markierung der Vielfachen von 10 einem natürlichen Empfinden der Versuchspersonen entspricht, da bei den Responses bei der Markierung aller auf 5 endenden Zahlen sich teilweise die bevorzugte Rolle der 0 durchsetzte.

Die durch die Angabe einer Endziffer angezeigte Genauigkeit entsprach in der Regel der tatsächlichen Schätzgenauigkeit. Bei besonderer Anforderung zu genauem Peilen war es allerdings möglich, Endziffernennungen zu erhalten, die in etwa 1 Genauigkeitsstufe (zwei Abstandshalbierungen) höher lagen als die tatsächliche Genauigkeit. Die Struktur in den Angaben bleibt erhalten. Die gewählte feinere Genauigkeit könnte durch ansonsten gleiche mentale Operationen innerhalb eines kleineren Bereichs relevanter Alternativen bedingt sein. Die Verkleinerung des Bereichs relevanter Alternativen könnte durch die Erwartungshaltung erzeugt werden.

Literaturverzeichnis

- Albers, W., Albers, G. (1983): On the Prominence Structure of the Decimal System, Working Paper No.125, Institut für Mathematische Wirtschaftsforschung, Bielefeld, und in Scholz, R.W. (Hrsg.): Decision Making under Uncertainty, Amsterdam 1984, 271-287.
- Albers, W., Albers, G. (1983): Prominence and Aspiration Adjustment in Location Games, in Tietz, R. (Hrsg.): Aspiration Levels in Bargaining and Economic Decision Making, Berlin-Heidelberg-New York, 243-258.
- Albers, W. (1987): Beiträge zum begrenzt rationalen Verhalten: Größenvergleiche von Objekten im gleichen Bildraum, Working Paper No.158, Institut für Mathematische Wirtschaftsforschung, Bielefeld.
- Albers, W., Brunwinkel, A. (1988): Equal Share Analysis for Location Games, in Tietz, R., Albers, W., Selten, R. (Hrsg.): Bounded Rational Behavior in Experimental Games and Markets, Berlin, 303-316.
- Albers, W., Laing, J.D. (1990): Sources of Prominence in Computer Aided Experimental Spatial Games, Working Paper No.188, Institut für Mathematische Wirtschaftsforschung, Bielefeld.
- Schelling, T.C. (1960): The Strategy of Conflict, Cambridge.
- Selten, R. (1985): Equity and Coalition Bargaining in Experimental 3-Person Games, Working Paper No. 154, Institut für Gesellschafts- und Wirtschaftswissenschaften, Bonn.
- Selten, R. (1991): Properties of a Measure of Predictive Success, Mathematical Social Sciences 21, 153-167.
- Widura, A. (1992): Diplomarbeit, Universität Bielefeld.