

Inauguraldissertation zur Erlangung des Grades eines Doktors der  
Wirtschaftswissenschaften (Dr. rer. pol.) an der Fakultät für  
Wirtschaftswissenschaften der Universität Bielefeld

**Edelmetalle als Hedge und Safe Haven  
zur Absicherung gegen Kursrisiken  
am deutschen Aktienmarkt**

vorgelegt von

Marcel Hoepfner

Bielefeld, November 2019

ERSTGUTACHTER: PROF. DR. THOMAS BRAUN  
ZWEITGUTACHTER: PROF. DR. DIETMAR BAUER  
DEKAN: PROF. DR. HERMANN JAHNKE



# Vorwort

Das Verfassen dieser Dissertation wäre ohne die Unterstützung zahlreicher Personen nicht möglich gewesen. Ich möchte daher die Gelegenheit nutzen, um mich bei diesen ganz herzlich zu bedanken.

Allen voran gilt mein Dank meinem Doktorvater Prof. Dr. Thomas Braun und meinem Zweitbetreuer Prof. Dr. Dietmar Bauer. Mit ihrer Offenheit gegenüber meiner Forschungsfrage haben sie mir eine selbstbestimmte, wissenschaftliche Entfaltung ermöglicht und mir so bereits während der Promotion die Freiheit zur Erforschung meines eigenen Interessengebietes gegeben. Ich danke ihnen, für die regelmäßigen Diskussionen und Anregungen, welche maßgeblich die Entwicklung meiner Forschungsarbeit gefördert haben. Ferner danke ich Prof. Dr. Rolf König für die Bereitschaft, in meiner Disputation als Drittprüfer zu fungieren.

Ausdrücklich bedanke ich mich darüber hinaus bei meinen Kollegen Dr. Philip Bergmann, Sabine Kuhlmann und Dr. Andreas Szczutkowski für die vielfältige, beständige und beispiellose Unterstützung sowie die unzähligen Gespräche und Diskussionen. Ebenfalls möchte ich mich bei Dr. Bettina Bökemeier, Fabienne Dascher, Matthias Dockhorn, Marianna Nickel und Nadja Wittop für das fantastische Kollegium sowie die vielen, bereichernden Dialoge bedanken.

Ferner möchte ich meiner Familie danken, die stets an mich geglaubt und mir beigegeben hat. Ich danke meinen Eltern Kerstin und Volker, die es mir ermöglicht haben, diesen Weg zu bestreiten. Meiner Schwester Jeannine danke ich für ihre fortwährende Hilfsbereitschaft. Abschließend richtet sich mein besonderer Dank an Annika für ihren ausnahmslosen Rückhalt, ihre motivierende und anspornende Mentalität sowie ihre große Geduld.

Bielefeld, November 2019

Marcel Hoepfner

# Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	VII
Tabellenverzeichnis	IX
Abkürzungsverzeichnis	XII
Symbolverzeichnis	XIII
<b>1 Motivation und Zielsetzung</b>	<b>1</b>
<b>2 Überblick über die einschlägige Literatur</b>	<b>8</b>
2.1 Definition eines Diversifiers, Hedges und Safe Havens . . . . .	9
2.2 Datengrundlage in der bestehenden Literatur . . . . .	12
2.2.1 Assets . . . . .	12
2.2.2 Beobachtungszeiträume . . . . .	16
2.2.3 Frequenzen der Daten . . . . .	19
2.3 Portfolioanalyse in der Basisliteratur . . . . .	21
2.4 Bisherige Resultate zur risikoreduzierenden Eigenschaft von Edelmetallen .	22
2.5 Zielsetzung der vorliegenden Arbeit . . . . .	26
<b>3 Datenanalyse</b>	<b>27</b>
3.1 Datenerhebung . . . . .	27
3.2 Durchführung statistischer Tests . . . . .	33
3.3 Statistische Kennwerte der verbleibenden fünf Zeitreihen . . . . .	42
<b>4 Unterteilung der Zeitreihe des DAX in Unterperioden</b>	<b>45</b>
4.1 Grundlagen zur Unterteilung anhand verschiedener Kriterien . . . . .	45
4.2 Identifizierung von Bullen- und Bärenmärkten . . . . .	48
4.2.1 IBB-Algorithmus . . . . .	48
4.2.2 Identifizierte Bullen- und Bärenmärkte . . . . .	55
4.3 Identifizierung von Marktphasen mit positiven und negativen Renditen . . .	61
4.3.1 Algorithmus zur Identifizierung der Marktphasen . . . . .	62
4.3.2 Identifizierte Marktphasen positiver und negativer Renditen . . . . .	65
4.4 Identifizierung von stabilen und volatilen Marktphasen . . . . .	72

4.4.1	Modifikation des ICSS-Algorithmus . . . . .	72
4.4.2	Identifizierte Marktphasen verschieden hoher Varianzen . . . . .	79
4.4.2.1	Resultierende Marktphasen für Tagesdaten . . . . .	80
4.4.2.2	Resultierende Marktphasen für Wochendaten . . . . .	87
4.4.2.3	Resultierende Marktphasen für Monatsdaten . . . . .	93
4.5	Abschließende Betrachtung der identifizierten Marktphasen des DAX . . . . .	99
4.5.1	Beurteilung der Methoden und deren Resultate . . . . .	99
4.5.2	Vergleich der Marktphasen mit Ereignissen an den Finanzmärkten . . . . .	104
<b>5</b>	<b>GARCH-Modelle zur Korrelationsanalyse</b>	<b>106</b>
5.1	Grundlagen der GARCH-Modelle . . . . .	106
5.1.1	Univariate GARCH-Modelle . . . . .	106
5.1.2	Multivariate GARCH-Modelle . . . . .	109
5.2	Modellauswahl aus der Familie der GARCH-Modelle . . . . .	116
5.3	Residualanalyse zur Diagnose der GARCH-Modelle . . . . .	123
<b>6</b>	<b>Eigenschaften der Edelmetalle als Implikation der Korrelationsanalyse</b>	<b>133</b>
6.1	Darstellung und erste Auswertung der Resultate . . . . .	133
6.2	Schlussfolgerung und kritische Diskussion der Resultate . . . . .	139
<b>7</b>	<b>Illustrative Anwendung der Resultate</b>	<b>142</b>
7.1	Vorgehensweise der optimalen Portfolioallokation . . . . .	142
7.2	Das optimale DAX-Edelmetall-Portfolio . . . . .	146
<b>8</b>	<b>Resümee und Ausblick</b>	<b>152</b>
	<b>Appendix</b>	<b>155</b>
A	Autokorrelationsfunktionen für Wochen- und Monatsdaten . . . . .	156
B	Der IBB-Algorithmus im Vergleich zu den Funktionen $arg\ min$ und $arg\ max$ . . . . .	158
C	Beweise zur Definitheit von Matrizen . . . . .	161
C.1	Definitheit der Varianz-Kovarianz-Matrix . . . . .	161
C.2	Definitheit der konstanten bedingten Korrelationsmatrix . . . . .	162
C.3	Definitheit der Matrix der standardisierten Fehler . . . . .	163
D	BICs weiterer CCC- und DCC-GARCH-Modelle . . . . .	164
E	Abbildungen aller Korrelationen des DCC-GARCH(1,1,1)-Modells . . . . .	165
F	Herleitung der Residuen bivariater GARCH-Modelle . . . . .	171
G	Ergebnisse der CCC-GARCH(1,0,1)- und CCC-GARCH(3,0,8)-Modelle . . . . .	172
H	MVPs für Wochen- und Monatsdaten . . . . .	178
H.1	Abbildungen der Wertentwicklungen . . . . .	178
H.2	Renditen, Varianzen und Sharpe-Ratios . . . . .	180
	<b>Bibliografie</b>	<b>182</b>

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Kursentwicklungen während der Finanzkrise . . . . .	2
3.1	Übersicht über die Tagesschlusskurse der acht Zeitreihen . . . . .	28
3.2	Übersicht über die Wochenschlusskurse der acht Zeitreihen . . . . .	29
3.3	Übersicht über die Monatsschlusskurse der acht Zeitreihen . . . . .	30
3.4	Übersicht über die Tagesrenditen der acht Zeitreihen . . . . .	35
3.5	Übersicht über die Wochenrenditen der acht Zeitreihen . . . . .	36
3.6	Übersicht über die Monatsrenditen der acht Zeitreihen . . . . .	37
3.7	Autokorrelationsfunktionen von quadrierten Tagesrenditen und nicht qua- drierten Tagesrenditen der acht Zeitreihen . . . . .	41
4.1	Veranschaulichung der Funktionsweise der Fenster . . . . .	50
4.2	Veranschaulichung der Funktionsweise des Zählalgorithmus . . . . .	52
4.3	Veranschaulichung der Funktionsweise des Eliminationsalgorithmus . . . . .	54
4.4	Identifizierte Bullen- und Bärenmärkte . . . . .	60
4.5	Identifizierte Zeitrahmen der Wechsel zwischen Marktphasen positiver und negativer Renditen . . . . .	71
4.6	Überblick über die Funktionen $r_i$ , $C_k$ , $D_k$ und $ D_k $ für Tagesdaten . . . . .	81
4.7	Schritt 1 der Sequenz der Funktion $D_k[t_1, t_2]$ für Tagesdaten . . . . .	82
4.8	Schritt 2 der Sequenz der Funktion $D_k[t_1, t_2]$ für Tagesdaten . . . . .	82
4.9	Schema zu Schritt 1 des modifizierten ICSS-Algorithmus für Tagesdaten . . . . .	83
4.10	Schema zu Schritt 2 des modifizierten ICSS-Algorithmus für Tagesdaten . . . . .	84
4.11	Identifizierte stabile und volatile Marktphasen im Vergleich zu Bullen- und Bärenmärkten für Tagesdaten . . . . .	86
4.12	Überblick über die Funktionen $r_i$ , $C_k$ , $D_k$ und $ D_k $ für Wochendaten . . . . .	88
4.13	Schritt 1 der Sequenz der Funktion $D_k[t_1, t_2]$ für Wochendaten . . . . .	89
4.14	Schritt 2 der Sequenz der Funktion $D_k[t_1, t_2]$ für Wochendaten . . . . .	89
4.15	Schema zu Schritt 1 des modifizierten ICSS-Algorithmus für Wochendaten . . . . .	90
4.16	Schema zu Schritt 2 des modifizierten ICSS-Algorithmus für Wochendaten . . . . .	91
4.17	Identifizierte stabile und volatile Marktphasen im Vergleich zu Bullen- und Bärenmärkten für Wochendaten . . . . .	92
4.18	Überblick über die Funktionen $r_i$ , $C_k$ , $D_k$ und $ D_k $ für Monatsdaten . . . . .	94
4.19	Schritt 1 der Sequenz der Funktion $D_k[t_1, t_2]$ für Monatsdaten . . . . .	95

---

4.20	Schritt 2 der Sequenz der Funktion $D_k[t_1, t_2]$ für Monatsdaten . . . . .	95
4.21	Schema zu Schritt 1 des modifizierten ICSS-Algorithmus für Monatsdaten . . . . .	96
4.22	Schema zu Schritt 2 des modifizierten ICSS-Algorithmus für Monatsdaten . . . . .	96
4.23	Identifizierte stabile und volatile Marktphasen im Vergleich zu Bullen- und Bärenmärkten für Monatsdaten . . . . .	98
5.1	Dynamische bedingte Korrelationen von ausgewählten DCC-GARCH(1,1,1)-Modellen . . . . .	122
7.1	Wertentwicklungen der Markowitz-MVPs für Tagesdaten . . . . .	147
7.2	Wertentwicklungen der buy-and-hold-MVPs für Tagesdaten . . . . .	148
A.1	Autokorrelationsfunktionen von quadrierten Wochenrenditen und nicht quadrierten Wochenrenditen der acht Zeitreihen . . . . .	156
A.2	Autokorrelationsfunktionen von quadrierten Monatsrenditen und nicht quadrierten Monatsrenditen der acht Zeitreihen . . . . .	157
B.1	Kursverlauf des Beispiels . . . . .	158
B.2	Identifizierte Bullen- und Bärenmärkte des Beispiels . . . . .	160
E.1	Korrelationen der DCC-GARCH(1,1,1)-Modelle für Tagesdaten (1/2) . . . . .	165
E.2	Korrelationen der DCC-GARCH(1,1,1)-Modelle für Tagesdaten (2/2) . . . . .	166
E.3	Korrelationen der DCC-GARCH(1,1,1)-Modelle für Wochendaten (1/2) . . . . .	167
E.4	Korrelationen der DCC-GARCH(1,1,1)-Modelle für Wochendaten (2/2) . . . . .	168
E.5	Korrelationen der DCC-GARCH(1,1,1)-Modelle für Monatsdaten (1/2) . . . . .	169
E.6	Korrelationen der DCC-GARCH(1,1,1)-Modelle für Monatsdaten (2/2) . . . . .	170
H.1	Wertentwicklungen der Markowitz-MVPs für Wochendaten . . . . .	178
H.2	Wertentwicklungen der buy-and-hold-MVPs für Wochendaten . . . . .	178
H.3	Wertentwicklungen der Markowitz-MVPs für Monatsdaten . . . . .	179
H.4	Wertentwicklungen der buy-and-hold-MVPs für Monatsdaten . . . . .	179



# Tabellenverzeichnis

2.1	Vergleich der verwendeten Definition des Hedgings . . . . .	12
2.2	Vergleich der analysierten Assets . . . . .	15
2.3	Vergleich der analysierten Beobachtungszeiträume . . . . .	18
2.4	Vergleich der analysierten Frequenzen der Daten . . . . .	20
2.5	Vergleich der durchgeführten Portfolioanalysen . . . . .	22
2.6	Vergleich der bestehenden Resultate . . . . .	25
3.1	Überblick über die Zeitreihen der Kurse . . . . .	32
3.2	Anzahl an Beobachtungen der einzelnen Jahre . . . . .	32
3.3	ADF- und KPSS-Test für die Kursdaten der acht Zeitreihen . . . . .	33
3.4	Überblick über die Zeitreihen der Renditen . . . . .	34
3.5	ADF- und KPSS-Test für die Renditen der acht Zeitreihen . . . . .	34
3.6	ARCH-Test für die Renditen der acht Zeitreihen . . . . .	38
3.7	GKLT-Test für die Renditen der acht Zeitreihen . . . . .	39
3.8	Ljung-Box-Test für die absoluten Renditen, die quadrierten Renditen und die Renditen der acht Zeitreihen . . . . .	40
3.9	KS- und JB-Test für die Renditen der acht Zeitreihen . . . . .	42
3.10	Grundlegende statistische Kennwerte für die Renditen der verbleibenden fünf Zeitreihen . . . . .	43
4.1	Mögliche Beginne von Bullen- und Bärenmärkten . . . . .	57
4.2	Identifizierte Bullen- und Bärenmärkte . . . . .	59
4.3	Übersicht der Intervalle für $f$ und $\Delta$ . . . . .	65
4.4	Ausgewählte Werte für $f$ und $\Delta$ . . . . .	66
4.5	Identifizierte Marktphasen positiver und negativer Renditen für ausgewähl- te $f$ und $\Delta$ auf Basis von Tagesdaten . . . . .	67
4.6	Schwankungsbereiche der vier regelmäßig identifizierten Marktphasen posi- tiver und negativer Renditen . . . . .	69
4.7	Renditen der identifizierten Bullen- und Bärenmärkte . . . . .	70
4.8	Grunddaten zur Analyse der Varianzen . . . . .	80
4.9	Tatsächliche Beginne von stabilen und volatilen Marktphasen für Tagesdaten	85
4.10	Identifizierte stabile und volatile Marktphasen für Tagesdaten . . . . .	85
4.11	Volatilität der Bullen- und Bärenmärkte für Tagesdaten . . . . .	87

4.12	Tatsächliche Beginne von stabilen und volatilen Marktphasen für Wochen-	91
	daten . . . . .	
4.13	Identifizierte stabile und volatile Marktphasen für Wochendaten . . . . .	92
4.14	Volatilität der Bullen- und Bärenmärkte für Wochendaten . . . . .	93
4.15	Tatsächliche Beginne von stabilen und volatilen Marktphasen für Monats-	97
	daten . . . . .	
4.16	Identifizierte stabile und volatile Marktphasen für Monatsdaten . . . . .	97
4.17	Volatilität der Bullen- und Bärenmärkte für Monatsdaten . . . . .	97
4.18	Übersicht über alle identifizierten Marktphasen für den DAX . . . . .	100
4.19	Übersicht über die Edelmetalle in den identifizierten Marktphasen . . . . .	101
4.20	Verhältnis der Renditen und Volatilitäten des DAX zwischen Bullenmär-	
	kten und stabilen Marktphasen sowie zwischen Bärenmärkten und volatilen	
	Marktphasen . . . . .	103
5.1	BICs ausgewählter CCC- und DCC-GARCH(1,1,1)-Modelle . . . . .	123
5.2	ARCH- und Ljung-Box-Test für die Residuen der vier bivariaten CCC-	
	GARCH(1,1,1)-Modelle . . . . .	126
5.3	ARCH- und Ljung-Box-Test für die Residuen der vier bivariaten CCC-	
	GARCH(4,0,7)-Modelle . . . . .	127
5.4	KS- und JB-Test für die Renditen der fünf Zeitreihen . . . . .	129
5.5	KS- und JB-Test für die Residuen der vier bivariaten CCC-GARCH(1,1,1)-	
	Modelle . . . . .	130
5.6	KS- und JB-Test für die Residuen der vier bivariaten CCC-GARCH(4,0,7)-	
	Modelle . . . . .	131
6.1	Kritische t-Werte für die verschiedenen Frequenzen und Marktphasen . . .	134
6.2	Korrelationskoeffizienten der CCC-GARCH(1,1,1)- und CCC-GARCH(4,0,7)-	
	Modelle . . . . .	135
6.3	Korrelationen zwischen den Edelmetallen und dem DAX gemäß den CCC-	
	GARCH(1,1,1)- und CCC-GARCH(4,0,7)-Modellen . . . . .	136
7.1	Ausgangsdaten zur Ermittlung der Minimum-Varianz-Portfolios . . . . .	146
7.2	Minimum-Varianz-Portfolios für den Gesamtzeitraum . . . . .	146
7.3	Vergleich der Renditen, Varianzen und Sharpe-Ratios der MVPs für Tages-	
	daten . . . . .	149
B.1	Daten des Beispiels zur Identifizierung von Bullen- und Bärenmärkten . . .	158
B.2	Mittels $\arg \min$ identifizierte lokale Minima . . . . .	159
B.3	Mittels $L_i^{Min}$ identifizierte lokale Minima . . . . .	160
D.1	BICs von den CCC- und DCC-GARCH(1,0,1)-Modellen sowie von den	
	CCC- und DCC-GARCH(1,1,1)-Modellen in der Standardvariante . . . . .	164
G.1	Korrelationskoeffizienten der CCC-GARCH(1,0,1)- und CCC-GARCH(3,0,8)-	
	Modelle . . . . .	172

---

G.2	Korrelationen zwischen den Edelmetallen und dem DAX gemäß den CCC-GARCH(1,0,1)- und CCC-GARCH(3,0,8)-Modellen . . . . .	173
G.3	ARCH- und Ljung-Box-Test für die Residuen der vier bivariaten CCC-GARCH(1,0,1)-Modelle . . . . .	174
G.4	ARCH- und Ljung-Box-Test für die Residuen der vier bivariaten CCC-GARCH(3,0,8)-Modelle . . . . .	175
G.5	KS- und JB-Test für die Residuen der vier bivariaten CCC-GARCH(1,0,1)-Modelle . . . . .	176
G.6	KS- und JB-Test für die Residuen der vier bivariaten CCC-GARCH(3,0,8)-Modelle . . . . .	177
H.1	Vergleich der Renditen, Varianzen und Sharpe-Ratios der MVPs für Wochendaten . . . . .	180
H.2	Vergleich der Renditen, Varianzen und Sharpe-Ratios der MVPs für Monatsdaten . . . . .	181

# Abkürzungsverzeichnis

ADF	Augmented-Dickey-Fuller
AIC	Akaike Information Criterion
ARCH	Autoregressive Conditional Heteroscedasticity
ARMA	Autoregressive-MovingAverage
BEKK	Baba-Engle-Kraft-Kroner
BIC	Bayesian Information Criterion
CCC	Constant Conditional Correlation
DCC	Dynamic Conditional Correlation
ETC	Exchange Traded Commodity
ETF	Exchange Traded Fund
GARCH	Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity
GJR	Glosten-Jagannathan-Runkle
GKLT	Giraitis-Kokoszka-Leibus-Teyssière
HAC	Heteroscedasticity-and-Autocorrelation-Consistent
IBB-Algorithmus	Algorithmus zur Identifizierung von Bullen- und Bärenmärkten
ICSS	Iterated-Cumulative-Sums-of-Squares
iid	independent and identically distributed
JB	Jarque-Bera
KPSS	Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin
KS	Kolmogorov-Smirnov
MVP	Minimum-Varianz-Portfolio
S&P 500	Standard & Poor's Aktienindex der 500 größten US-amerikanischen börsennotierten Unternehmen

# Symbolverzeichnis

$a$	Intercept-Parameter einer einfachen linearen Regression
$Ag$	Silber
$Au$	Gold
$\alpha$	Signifikanzniveau
$\alpha_p$	(univariater) Parameter eines GARCH-Modells in Abhängigkeit zu berücksichtigender Lags $p$ mit $p \in \{1, \dots, P\}$
$\alpha_{11,p}, \alpha_{22,p}$	(bivariate) Parameter eines GARCH-Modells in Abhängigkeit zu berücksichtigender Lags $p$ mit $p \in \{1, \dots, P\}$
$b$	Steigungsparameter einer einfachen linearen Regression
$b_1, b_2$	umgedrehte, exponentielle Filter zur Modellierung der (bivariaten) bedingten Varianzen vor dem ersten Betrachtungszeitpunkt
$\mathbf{b}_Q$	umgedrehter, exponentieller Filter zur Modellierung der (bivariaten) bedingten Varianz-Kovarianz-Matrizen der standardisierten Fehler vor dem ersten Betrachtungszeitpunkt
$BeginBear_i^{act}$	tatsächlicher Beginn eines Bärenmarktes im Zeitpunkt $i$
$BeginBear_i^{pos}$	möglicher Beginn eines Bärenmarktes im Zeitpunkt $i$
$BeginBull_i^{act}$	tatsächlicher Beginn eines Bullenmarktes im Zeitpunkt $i$
$BeginBull_i^{pos}$	möglicher Beginn eines Bullenmarktes im Zeitpunkt $i$
$Begin\bar{R}_i^{act}(f, \Delta)$	tatsächlicher Beginn einer Marktphase mit positiven Renditen im Zeitpunkt $i$ für ein bestimmtes $f$ und $\Delta$
$Begin\bar{R}_i^{pos}(f, \Delta)$	möglicher Beginn einer Marktphase mit positiven Renditen im Zeitpunkt $i$ für ein bestimmtes $f$ und $\Delta$
$Begin\underline{R}_i^{act}(f, \Delta)$	tatsächlicher Beginn einer Marktphase mit negativen Renditen im Zeitpunkt $i$ für ein bestimmtes $f$ und $\Delta$
$Begin\underline{R}_i^{pos}(f, \Delta)$	möglicher Beginn einer Marktphase mit negativen Renditen im Zeitpunkt $i$ für ein bestimmtes $f$ und $\Delta$
$BeginStabil_i^{act}$	tatsächlicher Beginn einer stabilen Marktphase im Zeitpunkt $i$
$BeginStabil_{k_n^{act}}^{pos}$	möglicher Beginn einer stabilen Marktphase im Zeitpunkt $k_n^{act}$
$BeginVolatil_i^{act}$	tatsächlicher Beginn einer volatilen Marktphase im Zeitpunkt $i$
$BeginVolatil_{k_n^{act}}^{pos}$	möglicher Beginn einer volatilen Marktphase im Zeitpunkt $k_n^{act}$
$\beta_q$	(univariater) Parameter eines GARCH-Modells in Abhängigkeit zu berücksichtigender Lags $q$ mit $q \in \{1, \dots, Q\}$

$\beta_{11,q}, \beta_{22,q}$	(bivariate) Parameter eines GARCH-Modells in Abhängigkeit zu berücksichtigender Lags $q$ mit $q \in \{1, \dots, Q\}$
$c$	Intercept-Parameter eines ARMA(1,1)-Modells
$C_k$	kumulierte Summe der mittelwertzentrierten Quadrate von Zeitpunkt 1 bis $k$
$C_k[t_1, t_2]$	kumulierte Summe der um $\bar{r}[t_1, t_2]$ mittelwertzentrierten Quadrate von Zeitpunkt 1 bis $k$
$Cov(X, Y)$	Kovarianz der Zufallsvariablen $X$ und $Y$
$Cov(\mathbf{X})$	Varianz-Kovarianz-Matrix des Zufallsvektors $\mathbf{X}$
$d_{AR(1)}$	Parameter der AR(1)-Komponente eines ARMA(1,1)-Modells
$d_{MA(1)}$	Parameter der MA(1)-Komponente eines ARMA(1,1)-Modells
$D^*$	Grenzwert, bei dessen Überschreiten ein Wechsellpunkt vorliegt
$D_k$	zentrierte und normalisierte kumulierte Summe der mittelwertzentrierten Quadrate im Zeitpunkt $k$
$D_k[t_1, t_2]$	zentrierte und normalisierte kumulierte Summe der um $\bar{r}[t_1, t_2]$ mittelwertzentrierten Quadrate im Zeitpunkt $k$
$DAX$	Deutscher Aktienindex DAX
$\mathbf{D}_i$	(bivariate) Diagonalmatrix der bedingten Standardabweichungen im Zeitpunkt $i$
$diag(\mathbf{X})$	Diagonalmatrix einer quadratischen Matrix $\mathbf{X}$
$\delta_1, \delta_2$	Parameter zur Justierung der dynamischen bedingten Korrelationen in DCC-GARCH-Modellen
$\Delta, \Delta^{freq}$	Mindestabstand zweier Marktphasen für eine Frequenz
$e_i$	(univariater) Fehler im Zeitpunkt $i$
$e_{1,i}, e_{2,i}$	(bivariate) Fehler im Zeitpunkt $i$
$e_{1,i < 1}, e_{2,i < 1}$	(bivariate) Fehler vor dem ersten Betrachtungszeitpunkt
$\mathbf{e}_i$	(bivariater) Vektor der Fehler im Zeitpunkt $i$
$E(X)$	Erwartungswert der Zufallsvariable $X$
$\mathbf{E}_i$	(bivariate) Matrix der Fehler im Zeitpunkt $i$
$f, f^{freq}$	Hälfte der um einen Zähler verringerten gesamten Fensterlänge für eine Frequenz
$F, F^{freq}$	gesamte Fensterlänge für eine Frequenz
$\mathcal{F}_{i-1}$	gegebene Menge an Informationen bis zum Zeitpunkt $i - 1$
$freq$	Frequenz einer zu betrachtenden Zeitreihe
$g_{DAX}$	Gewichtung des DAX im MVP
$g_{PM}$	Gewichtung eines Edelmetalls im MVP
$\gamma_o$	(univariater) Parameter eines GARCH-Modells in Abhängigkeit zu berücksichtigender Lags $o$ mit $o \in \{1, \dots, O\}$
$\gamma_{11,o}, \gamma_{22,o}$	(bivariate) Parameter eines GARCH-Modells in Abhängigkeit zu berücksichtigender Lags $o$ mit $o \in \{1, \dots, O\}$
$h_i$	(univariate) bedingte Varianz im Zeitpunkt $i$

$h_i^{1/2}$	(univariate) bedingte Standardabweichung im Zeitpunkt $i$
$h_{11,i}, h_{22,i}$	(bivariate) bedingte Varianzen im Zeitpunkt $i$
$\hat{h}_{11,i}, \hat{h}_{22,i}$	(bivariate) geschätzte bedingte Varianzen im Zeitpunkt $i$
$h_{11,i<1}, h_{22,i<1}$	(bivariate) bedingte Varianzen vor dem ersten Betrachtungszeitpunkt
$h_{12,i}$	(bivariate) bedingte Kovarianz im Zeitpunkt $i$
$H_0$	Nullhypothese
$H_1$	Alternativhypothese
$\mathbf{H}_i$	(bivariate) bedingte Varianz-Kovarianz-Matrix der Fehler im Zeitpunkt $i$
$\hat{\mathbf{H}}_i$	(bivariate) geschätzte bedingte Varianz-Kovarianz-Matrix der Fehler im Zeitpunkt $i$
$\mathcal{I}$	Indikatorfunktion
$Ir$	Iridium
$\mathbf{I}$	$2 \times 2$ -Identitätsmatrix
$k^*$	möglicher Wechsellpunkt des betrachteten Intervalls
$k_{j,n}^{pos}$	$n$ -ter (chronologisch geordneter) möglicher Wechsellpunkt des $j$ -ten Iterationsschrittes
$k_n^{act}$	$n$ -ter (chronologisch geordneter) tatsächlicher Wechsellpunkt
$L_i^{Max}$	Zählalgorithmus an der Stelle $i$ zur Identifizierung eines möglichen lokalen Maximums
$L_i^{Min}$	Zählalgorithmus an der Stelle $i$ zur Identifizierung eines möglichen lokalen Minimums
$\lambda, \lambda_{1,2}$	Eigenwerte
$m$	Anzahl an Zeitpunkten des gesamten Beobachtungszeitraums zur Berechnung des umgedrehten, exponentiellen Filters
$Max_i$	Maximum des um $i$ symmetrisch herumliegenden Fensters
$Min_i$	Minimum des um $i$ symmetrisch herumliegenden Fensters
$MVP$	Minimum-Varianz-Portfolio
$\mu_i$	(univariater) bedingter Mittelwert im Zeitpunkt $i$
$\mu_{1,i}, \mu_{2,i}$	(bivariate) bedingte Mittelwerte im Zeitpunkt $i$
$\mu_{DAX}$	erwartete Rendite des DAX in der Portfoliooptimierung
$\mu_{MVP}$	erwartete Rendite des MVP
$\mu_{PM}$	erwartete Rendite eines Edelmetalls in der Portfoliooptimierung
$\boldsymbol{\mu}_i$	(bivariater) Vektor der bedingten Mittelwerte im Zeitpunkt $i$
$N, N^{freq}$	Gesamtanzahl an Beobachtungen von Kursdaten einer Frequenz
$\mathcal{N}(0, h_i)$	Normalverteilung mit Erwartungswert 0 und (univariater) bedingter Varianz $h_i$
$\mathcal{N}(0, \mathbf{H}_i)$	Normalverteilung mit Erwartungswert 0 und (bivariater) bedingter Varianz $\mathbf{H}_i$
$O$	Anzahl zu berücksichtigender Lags bzgl. vergangener asymmetrischer Effekte in den (quadrierten) Fehlern

$p$	empirisches Quantil einer Stichprobe
$P$	Anzahl zu berücksichtigender Lags bzgl. vergangener (quadrierter) Fehler
$Pd$	Palladium
$PM$	Menge der Edelmetalle mit $PM \in \{Au, Ag, Pt, Pd\}$
$Pt$	Platin
$q_{11,i}, q_{22,i}$	(bivariate) bedingte Varianzen der standardisierten Fehler im Zeitpunkt $i$
$q_{12,i}$	(bivariate) bedingte Kovarianz der standardisierten Fehler im Zeitpunkt $i$
$\bar{q}_{11}, \bar{q}_{22}$	(bivariate) unbedingte Varianzen der standardisierten Fehler
$\bar{q}_{12}$	(bivariate) unbedingte Kovarianz der standardisierten Fehler
$Q$	Anzahl zu berücksichtigender Lags bzgl. vergangener bedingter Varianzen
$Q_i$	(bivariate) bedingte Varianz-Kovarianz-Matrix der standardisierten Fehler im Zeitpunkt $i$
$\bar{Q}$	(bivariate) unbedingte Varianz-Kovarianz-Matrix der standardisierten Fehler
$r_i$	(univariate) Rendite eines Assets im Zeitpunkt $i$
$r_{1,i}, r_{2,i}$	(bivariate) Renditen zweier Assets im Zeitpunkt $i$
$r_{DAX,i}$	Rendite des DAX im Zeitpunkt $i$
$r_{PM,i}$	Rendite eines Edelmetalls im Zeitpunkt $i$
$\bar{r}_i(f)$	Durchschnittsrendite im Zeitpunkt $i$ für das symmetrische Fenster von $i - f$ bis $i + f$
$\bar{r}[t_1, t_2]$	durchschnittliche Rendite auf dem Zeitintervall von Zeitpunkt $t_1$ bis $t_2$
$\mathbf{r}_i$	(bivariater) Vektor der Renditen im Zeitpunkt $i$
$Rh$	Rhodium
$Ru$	Ruthenium
$\mathbf{R}$	(bivariate) konstante bedingte Korrelationsmatrix
$\mathbf{R}_i$	(bivariate) dynamische bedingte Korrelationsmatrix im Zeitpunkt $i$
$\rho$	konstanter bedingter Korrelationskoeffizient
$\hat{\rho}$	geschätzter konstanter bedingter Korrelationskoeffizient
$\rho_i$	dynamischer bedingter Korrelationskoeffizient im Zeitpunkt $i$
$s^2$	Stichprobenvarianz
$s^2[t_1, t_2]$	Stichprobenvarianz auf dem Zeitintervall von Zeitpunkt $t_1$ bis $t_2$
$S_i$	Kurs eines Assets im Zeitpunkt $i$
$SR_{MVP}$	Sharpe-Ratio des MVP
$\sigma$	Volatilität
$\sigma[t_1, t_2]$	Volatilität auf dem Zeitintervall von Zeitpunkt $t_1$ bis $t_2$
$\sigma_\rho$	Standardabweichung des geschätzten Parameters $\rho$
$\sigma_{DAX}$	Standardabweichung des DAX in der Portfoliooptimierung



$\sigma_{PM}$	Standardabweichung eines Edelmetalls in der Portfoliooptimierung
$\sigma_{DAX}^2$	Varianz des DAX in der Portfoliooptimierung
$\sigma_{MVP}^2$	Varianz des MVP
$\sigma_{PM}^2$	Varianz eines Edelmetalls in der Portfoliooptimierung
$t_1$	Beginn eines zu betrachtenden Zeitintervalls
$t_2$	Ende eines zu betrachtenden Zeitintervalls
$tStat$	zweiseitige t-Teststatistik
$T, T^{freq}$	Gesamtanzahl an Beobachtungen von Renditen (einer Frequenz)
$T_n^{freq}$	Anzahl an Beobachtungen in Jahr $n$ einer Frequenz
$\bar{T}^{freq}$	durchschnittliche Anzahl an Beobachtungen einer Frequenz p. a.
$Var(X)$	Varianz der Zufallsvariable $X$
$\omega$	(univariater) Intercept-Parameter eines GARCH-Modells
$\omega_{11}, \omega_{22}$	(bivariate) Intercept-Parameter eines GARCH-Modells
$\xi_{1,i}, \xi_{2,i}$	(bivariate) standardisierte Fehler im Zeitpunkt $i$
$\xi_i$	(bivariater) Vektor der standardisierten Fehler im Zeitpunkt $i$
$\Xi_i$	(bivariate) Matrix der standardisierten Fehler im Zeitpunkt $i$
$z_i$	(univariate) iid Zufallsvariable im Zeitpunkt $i$
$z_{1,i}, z_{2,i}$	(bivariate) iid Zufallsvariablen im Zeitpunkt $i$
$\hat{z}_{1,i}, \hat{z}_{2,i}$	(bivariate) Residuen im Zeitpunkt $i$
$\mathbf{z}_i$	(bivariater) Vektor von iid Zufallsvariablen im Zeitpunkt $i$
$\hat{\mathbf{z}}_i$	(bivariater) Vektor der Residuen im Zeitpunkt $i$
$\emptyset$ Bären	durchschnittlicher Wert für die identifizierten Bärenmärkte
$\emptyset$ Bullen	durchschnittlicher Wert für die identifizierten Bullenmärkte
$\emptyset$ stabil	durchschnittlicher Wert für die identifizierten stabilen Marktphasen
$\emptyset$ volatil	durchschnittlicher Wert für die identifizierten volatilen Marktphasen

# Kapitel 1

## Motivation und Zielsetzung

Wie eine Fülle an (finanzwirtschaftlichen) Publikationen belegt, scheint es eine weitverbreitete Auffassung zu sein, dass das Anlageinstrument Gold zur Diversifikation eines Aktienportfolios geeignet sei oder als ein sogenannter *Hedge* oder *Safe Haven* diene. So berichten 2008 u. a. das Wall Street Journal und die Frankfurter Allgemeine Zeitung im Zuge der Finanzkrise von einer Flucht der Investoren in Goldinvestments als Safe Haven (Browning, 2008; Mussler, 2008). In einem 2010 erschienen Artikel der Financial Times wird auf die Entwicklung des Goldpreises seit der Finanzkrise zurückgeblickt und dabei ebenfalls die Hedgingeigenschaft von Gold unterstrichen (Kelleher, 2010). Nur ein Jahr später berichtet die Financial Times, dass Gold in der herrschenden Eurokrise zwar nicht als der Safe Hafen diene, wie von vielen Anlegern erhofft, aber Gold dennoch weiterhin ein wichtiges und reizvolles Investment sei (Farchy, 2011). Und erst kürzlich wurde in einem Artikel des Handelsblattes empfohlen, dass Gold als Krisenwährung in jedes gemischte Portfolio gehöre und hierdurch das Portfolio abgesichert werden könne (Cünnen, 2019). Es verwundert somit nicht, dass Anlageberater oftmals empfehlen, rund 10% - 20% des Investitionsvolumens in Gold zu investieren (Blöse und Shieh, 1995). Demgegenüber verzichtet ausgerechnet der erfolgreiche Großinvestor Warren Buffett auf Anlagen in Gold, da er Gold für unproduktiv und wenig nützlich erachte (Buffett, 2012).

Ein Anlageinstrumente bzw. *Asset* stellt dann einen Hedge dar, wenn es über den betrachteten Gesamtzeitraum - und somit im Durchschnitt über verschiedene Unterperioden bzw. *Marktphasen* hinweg - eine negative Korrelation oder Unkorreliertheit mit dem abzusichernden Asset aufweist. Ist ein Asset in Zeiten fallender Aktienkurse (Bärenmarkt) oder in Zeiten volatiler Aktienmärkte (volatile Marktphase) negativ korreliert oder unkorreliert mit dem abzusichernden Asset, handelt es sich um einen Safe Haven (z. B. Baur und Lucey, 2010; Baur und McDermott, 2010; Lucey und Li, 2015; Ciner et al., 2013; Hood und Malik, 2013).<sup>1</sup>

Abbildung 1.1 zeigt in vier Grafiken jeweils die Verläufe der Tagesschlusskurse des deutschen Aktienindex DAX (in Punkten) sowie der vier Edelmetallpreise Gold, Silber, Platin und Palladium (in Euro je Feinunze) zu Zeiten der Finanzkrise. Dieser Zeitraum

---

<sup>1</sup> Für eine präzisere Definition dieser Begriffe sei auf Kapitel 2.1 verwiesen.

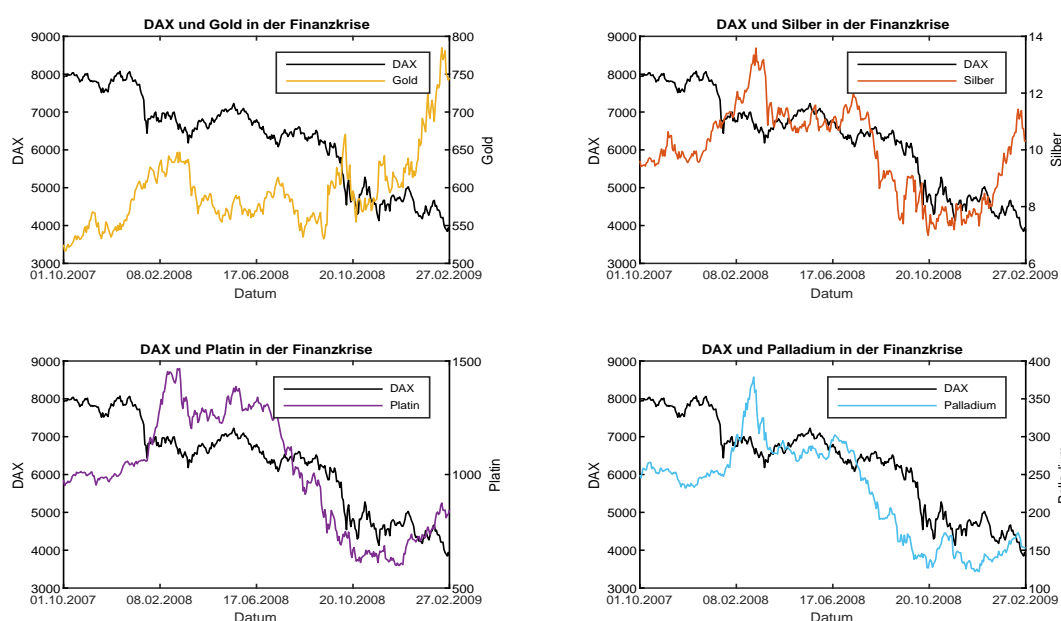


Abbildung 1.1. Kursentwicklungen während der Finanzkrise

ist von deutlich fallenden Kursen des DAX geprägt, während die Edelmetalle keine klare Tendenz aufweisen. Die starken Kursverluste des DAX veranschaulichen einerseits, warum eine Absicherung gegen derartige Aktienkursrisiken als wünschenswert empfunden wird. Andererseits verdeutlichen die Edelmetallpreise aufgrund ihrer vom DAX abweichenden Preisentwicklung, warum Edelmetalle und allen voran Gold oftmals zur Risikoreduzierung verwendet werden. Die Edelmetallpreise weisen dabei allerdings keine strikt gegensätzlichen Kursentwicklungen zum DAX über den gesamten Zeitraum auf. Andernfalls müssten die Edelmetallpreise fortlaufend steigen, während der Kurs des DAX sinkt. Da dies nicht der Fall ist, kann an dieser Stelle noch keine Aussage darüber getroffen werden, ob und wie stark die einzelnen Edelmetalle die Kursverluste des DAX während der Finanzkrise kompensieren konnten. So scheint der Verlauf des Goldpreises zwar die geringste Ähnlichkeit zum DAX aufzuweisen. Jedoch steigen bspw. zu Beginn des Jahres 2008 der Silber-, Platin- und Palladiumpreis prozentual deutlich stärker als der Goldpreis an und zum Ende der Finanzkrise fällt der Anstieg des Silberpreises ebenfalls prozentual höher als der des Goldpreises aus. Eine Überlegenheit von Gold gegenüber den anderen Edelmetallen lässt sich somit nicht unmittelbar schlussfolgern, sodass hier noch nicht abschließend geklärt werden kann, welches Edelmetall am besten zur Absicherung gegen die Kursrisiken dient.

Die zentrale Forschungsfrage der vorliegenden Arbeit besteht nun darin, empirisch zu analysieren, ob die Edelmetalle Gold, Silber, Platin und Palladium tatsächlich zur Reduzierung von Kursrisiken geeignet sind, wie dies - insbesondere für Gold - oftmals suggeriert wird. Dabei liegt der Fokus auf den Kursrisiken am deutschen Aktienmarkt aus der Sicht eines in Euro fakturierenden Investors. Einerseits existiert in der einschlägigen Literatur bislang keine umfassende Analyse, die diese Frage extensiv untersucht. Andererseits zeigt sich der sogenannte *Home Bias* - d. h. das bevorzugte Investieren eines Anlegers am Ak-

tienmarkt seines Heimatlandes - auch bei deutschen Investoren (z. B. Oehler et al., 2007), sodass insbesondere für jene die Absicherung gegen Kursrisiken am deutschen Aktienmarkt von großem Interesse ist.

Neben der Frage, ob die einzelnen Edelmetalle dabei die Eigenschaft als Hedge bzw. als Safe Haven besitzen, liegt ein weiterer Schwerpunkt der Untersuchung auf der Analyse, welches der Edelmetalle diese Eigenschaft am besten verkörpert und somit einem Portfolio mit deutschen Aktien beigemischt werden sollte. Die Unterscheidung zwischen einem Hedge und einem Safe Haven wird dabei ermöglichen, eine Handelsstrategie zu entwickeln, die eine Empfehlung darüber gibt, in welchen Marktphasen in welche Edelmetalle investiert werden sollte. Die hierdurch gewonnenen Erkenntnisse über das Verhalten und die Beziehungen zwischen den betrachteten Edelmetallen und dem deutschen Aktienmarkt besitzen nicht nur große Relevanz für die Praxis, sondern schließen auch die bestehende Lücke in der einschlägigen Literatur.

Denn trotz der offensichtlich so notwendigen Absicherung gegen Aktienkursrisiken fand sich lange Zeit nur wenig (fachwissenschaftliche) Literatur, die für Gold die Eigenschaft als Hedge bzw. Safe Haven - auch empirisch - nachweisen konnte (z. B. Baur und Lucey, 2010; Baur und McDermott, 2010). So weisen zwar bereits Jaffe (1989) und Chua et al. (1990) nach, dass Gold zur Diversifikation eines Portfolios aus US-Aktien geeignet ist, sodass sich mithilfe von Gold das Risiko des Aktienportfolios signifikant reduzieren lässt. Die risikoreduzierende Eigenschaft beschränkt sich hierbei jedoch auf eine nicht perfekte Korrelation zwischen Gold und US-Aktien. Die Autoren sprechen weder von der Eigenschaft als *Hedge* noch von der Eigenschaft als *Safe Haven*. Da die Eigenschaft als Hedge (im Durchschnitt) und als Safe Haven (in Bärenmärkten bzw. volatilen Marktphasen) neben der nicht perfekten Korrelation zusätzlich eine nicht positive Korrelation erfordert, werden an ein Asset mit der Eigenschaft als Hedge bzw. Safe Haven strengere Kriterien gestellt, als dies bei der bloßen Untersuchung einer etwaigen Diversifikationseigenschaft der Fall ist.

Während nun in der jüngeren Vergangenheit begonnen wurde, diese Lücke für das Anlageinstrument Gold langsam zu schließen, stellten sich hierbei zum Teil konträre Ergebnisse ein. So scheint noch kein endgültiger Konsens darüber zu bestehen, ob Gold die Eigenschaft als Hedge bzw. Safe Haven tatsächlich besitzt. Zusätzlich wird inzwischen nach attraktiven oder gar besseren Alternativen zu Gold gesucht. Diese Alternativen bestehen in erster Linie in anderen Edelmetallen wie Silber, Platin und Palladium. Einheitliche Ergebnisse konnten allerdings auch hierfür bislang nicht erzielt werden (z. B. Low et al., 2016; Hood und Malik, 2013; Conover et al., 2009). Ferner beschränkt sich der Großteil der Literatur auf die Analyse der risikoreduzierenden Eigenschaft von Gold - und mitunter weiterer Edelmetalle - hinsichtlich der Kursrisiken US-amerikanischer Aktien oder die risikoreduzierende Eigenschaft wird aus Sicht von US-Investoren analysiert. Ob diese Ergebnisse auch auf deutsche Aktienkursrisiken und einen deutschen bzw. in Euro fakturierten

rierenden Investor übertragbar sind, wird dabei nur selten untersucht. Die Ergebnisse der wenigen Analysen hierzu sind zudem nicht konsistent.

Ein weiterer Aspekt, auf den in der vorliegenden Arbeit ein besonderes Augenmerk gelegt wird, ist die in der einschlägigen Literatur teils nicht adäquate und teils gänzlich fehlende Unterteilung der zu untersuchenden Zeitreihe in geeignete Unterperioden. Dies kann jedoch schnell zu Fehlschlüssen und somit auch zu Fehlentscheidungen führen. Stellt ein Edelmetall bspw. einen Hedge dar, so korreliert es zwar über einen längeren Zeitraum nicht positiv mit dem abzusichernden Asset und dieser längere Zeitraum kann auch einen Bärenmarkt, wie die Finanzkrise, als Unterperiode beinhalten. Dies bedeutet allerdings nicht, dass dieses Edelmetall auch in der Finanzkrise selbst nicht positiv mit dem abzusichernden Asset korreliert und somit einen Safe Haven darstellt. Stattdessen besteht die Möglichkeit, dass das Edelmetall und das abzusichernde Asset ausgerechnet während der Finanzkrise positiv miteinander korrelieren. Liegt zusätzlich bspw. eine negative Korrelation der anderen Unterperioden des insgesamt längeren Zeitraums vor, kann hieraus eine nicht positive Korrelation für den Gesamtzeitraum und somit die Eigenschaft als Hedge resultieren. Es ist somit unerlässlich, neben der gesamten Zeitreihe auch stets (geeignete) Unterperioden zu identifizieren und zu analysieren. Hierzu wird in der vorliegenden Arbeit ein neuartiger *Algorithmus zur Identifizierung von Bullen- und Bärenmärkten* (IBB-Algorithmus) entwickelt, welcher trotz seiner Simplität eine gleichermaßen präzise wie objektive Identifizierung dieser beiden Marktphasen ermöglicht. Darüber hinaus wird zusätzlich der *Iterated-Cumulative-Sums-of-Squares* (ICSS) Algorithmus von Inclan und Tiao (1994) modifiziert, wodurch stabile und volatile Marktphasen auch für verschiedene Aktienmärkte und Frequenzen<sup>2</sup> identifiziert werden können.

Zur Analyse der genannten Eigenschaften werden in der vorliegenden Arbeit *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (GARCH) Modelle verwendet, welche auf Engle (1982) und Bollerslev (1986) zurück gehen und besonders gut zur Modellierung von Finanzmarktzeitreihen geeignet sind (Jondeau et al., 2007; Schmid und Trede, 2006; Bera und Higgins, 1993). In bewusster Abgrenzung zum Großteil der einschlägigen Literatur werden dabei keine univariaten, sondern multi- bzw. bivariate GARCH-Modelle verwendet. Im Zuge einer extensiven Variation verschiedener GARCH-Modelle werden zwei Varianten des *Constant Conditional Correlation* (CCC) GARCH-Modells von Bollerslev (1990) als die Modelle detektiert, welche die beste Modellanpassung für die verschiedenen Edelmetalle, Marktphasen sowie Frequenzen darstellen und dabei die Schätzung der benötigten Korrelationskoeffizienten ermöglichen. Die multivariaten GARCH-Modelle werden dabei mithilfe der frei verfügbaren MATLAB Oxford MFE-Toolbox von Kevin Sheppard<sup>3</sup> modelliert, wobei manche der enthaltenen Funktionen auf die Anforderungen des vorliegenden Untersuchungsgegenstands angepasst werden. Die zu analysierenden Daten wur-

<sup>2</sup> Die Frequenz beschreibt, in welchem Turnus die Beobachtungen erhoben werden. In der vorliegenden Arbeit werden die Daten in Form von Tages-, Wochen- und Monatsdaten analysiert.

<sup>3</sup> Die MATLAB Oxford MFE-Toolbox von Kevin Sheppard wird in der Version 4.0 vom 28.10.2009, mit Aktualisierung vom 07.06.2013, verwendet. Sie kann unter <https://www.kevinshppard.com/code/matlab/mfe-toolbox> heruntergeladen werden.

den von Thomson Reuters Eikon zur Verfügung gestellt. Sie bestehen aus den täglichen Schlusskursen der verschiedenen Edelmetalle<sup>4</sup> sowie des DAX, welcher aufgrund der hohen Marktkapitalisierung den bedeutendsten Aktienindex Deutschlands darstellt und den deutschen Aktienmarkt insofern gut repräsentiert. Aus den täglichen Schlusskursen werden wöchentliche und monatliche Schlusskurse gebildet, welche ebenfalls untersucht werden. Außerdem wird der USD-EUR-Wechselkurs verwendet, um die in US-Dollar notierenden Edelmetalle in Euro umzurechnen.

Anhand der konstanten bedingten Korrelationskoeffizienten, welche mithilfe der CCC-GARCH-Modelle geschätzt werden, werden die Korrelationen zwischen dem DAX und den jeweiligen Edelmetallen für die verschiedenen Marktphasen und Frequenzen analysiert und darauf basierend die Eigenschaften der Edelmetalle als Hedge und Safe Haven konstatiert. Es resultiert eine allgemeine Empfehlung bzgl. der Möglichkeit zur Absicherung gegen Kursrisiken am deutschen Aktienmarkt mithilfe von Edelmetallen.

Anschließend werden die gewonnenen Resultate der Analyse zu Illustrationszwecken auf das Beispiel der Minimum-Varianz-Portfolios angewendet. Basierend auf den Resultaten der vorliegenden Arbeit wird hierdurch an einem konkreten Beispiel aufgezeigt, wie ein Anleger in Edelmetalle investieren kann, um sich gegen das Kursrisiko deutscher Aktien abzusichern. Diese Illustration besitzt dabei nicht den Anspruch einer wissenschaftlich fundierten Portfoliooptimierung, sondern soll lediglich die Umsetzbarkeit der Resultate in der Praxis veranschaulichen.

Allgemein ist bei der Analyse der zugrunde liegenden Forschungsfrage zu bedenken, dass sich einem Anleger eine ganze Fülle an verschiedensten Möglichkeiten bietet, wenn er in Gold oder andere Edelmetalle investieren möchte. Eine Möglichkeit stellt der physische Direktkauf von Barren oder Münzen bei Banken oder Edelmetallhändlern dar, sodass der Anleger das Edelmetall ausgehändigt bekommt und es dann selbst verwahrt. Eine andere Variante stellt der Kauf von physisch hinterlegten Edelmetallkonten oder physisch hinterlegten Wertpapieren in Form von *Exchange Traded Funds* (ETFs) und *Exchange Traded Commodities* (ETCs) mit Auslieferungsmöglichkeit dar. Hier wird das Edelmetall erst im Falle der Inanspruchnahme der Auslieferungsmöglichkeit an den Käufer übergeben. ETFs und ETCs können dabei auch gänzlich ohne Auslieferungsmöglichkeit konzipiert sein, wobei weiterhin eine physische Hinterlegung erfolgt. Eine weitere Alternative besteht im Erwerb von Zertifikaten, ETFs und ETCs, die zwar die Preisentwicklung des Edelmetalls abbilden, aber weder physisch hinterlegt sind, noch eine Auslieferungsmöglichkeit beinhalten. Stattdessen verbriefen sie einen reinen Zahlungsanspruch. ETFs, ETCs und Zertifikate besitzen im Vergleich zum physischen Direktkauf und zum Edelmetallkonto eine höhere Liquidität und damit auch eine bessere Handelbarkeit (Kleine und Munisso, 2012).<sup>5</sup> Außerdem bilden sie die zugrunde liegenden Edelmetallpreise fast eins-zu-eins ab, sodass sie

<sup>4</sup> Neben den Edelmetallen Gold, Silber, Platin und Palladium werden auch die Daten der Edelmetalle Rhodium, Iridium und Ruthenium erhoben. Wie in Kapitel 3 erläutert wird, können Rhodium, Iridium und Ruthenium jedoch aufgrund ihrer spezifischen Eigenschaften in der vorliegenden Arbeit nicht weiter betrachtet werden.

<sup>5</sup> Kleine und Munisso (2012) beziehen ihre Ausführungen ausschließlich auf Gold. Dieselben Überlegungen lassen sich aber auch auf andere Edelmetalle übertragen.

ein gutes Instrument darstellen, um in den Preis des jeweiligen Edelmetalls zu investieren. Abweichungen vom zugrunde liegenden Edelmetallpreis lassen sich bspw. auf Kosten oder technische Beschränkungen zurückführen (Gehwald und Naumann, 2011; Kosev und Williams, 2011). Dies gilt ebenso für ETFs auf Aktien, welche eine gute Möglichkeit darstellen, um in ganze Aktienindizes wie bspw. den DAX oder den Dow Jones zu investieren.

Je nachdem, auf welche Art und Weise ein Anleger in Edelmetalle investieren möchte, fallen hierfür unterschiedliche Kosten an, sodass die Wahl der Anlageform einen starken Einfluss auf die anfallenden Kosten hat. Zu diesen Kosten gehören u. a. An- und Verkaufskosten (wie bspw. Ordergebühren oder Ausgabe- und Rücknahmekommissionen), laufende Kosten (wie bspw. Depotgebühren, Lagerkosten oder Verwaltungs- und Managementgebühren) sowie zusätzliche Kosten (wie bspw. Steuern oder Transportkosten). Neben der gewählten Anlageform hängt die Höhe der anfallenden Kosten noch von weiteren Faktoren ab. Hier sind insbesondere die Gewichtsklasse, die Höhe des Investitionsvolumens und die Haltedauer zu nennen. Da auch hier die Höhe der Kosten stark variiert (Kleine und Munisso, 2012), ist es nicht möglich, allgemeingültige Kosten festzulegen, die unabhängig von der konkreten Art und Weise der Investition Gültigkeit besitzen. Ein Einbeziehen von (Transaktions-) Kosten wird daher in der vorliegenden Arbeit sowohl für die Edelmetalle als auch für den DAX unterlassen.<sup>6</sup>

Vor dem Hintergrund der eingangs gestellten Forschungsfrage nach den Eigenschaften von Edelmetallen als Hedge und als Safe Haven zur Absicherung gegen Kursrisiken am deutschen Aktienmarkt gliedert sich die vorliegende Arbeit im weiteren Verlauf wie folgt. In Kapitel 2 wird zunächst die einschlägige Literatur eingehend ausgewertet, welche sich bereits zuvor mit den risikoreduzierenden Eigenschaften von Edelmetallen als Hedge und Safe Haven bzgl. Aktienkursrisiken beschäftigt hat. Daraus resultierend ergibt sich eine detailliertere Darstellung der Notwendigkeit einer tiefer greifenden Analyse des Untersuchungsgegenstands sowie eine umfangreichere Formulierung des Untersuchungsgegenstands selbst.

Nachdem in Kapitel 3 die zu verwendenden Daten in einer grundlegenden, zumeist statistisch deskriptiven Analyse untersucht wurden, schließt sich in Kapitel 4 eine ausführliche Erörterung der (Neu-) Entwicklung und Verwendung dreier Algorithmen zur Unterteilung einer Zeitreihe in Unterperioden an. Die Identifizierung verschiedener Unterperioden bzw. Marktphasen erfolgt dabei auf Basis 1) der Kurse, 2) der Renditen und 3) der Varianzen. Wie sich zeigen wird, sind dabei nur zwei der drei Algorithmen für eine trennscharfe Identifizierung von Marktphasen geeignet, weshalb auch nur zwei Algorithmen im weiteren Verlauf der vorliegenden Arbeit ihre Anwendung finden. Dies sind der hierfür neu entwickelte IBB-Algorithmus sowie der eigens modifizierte ICSS-Algorithmus.

Aufbauend auf den identifizierten Unterperioden folgt in Kapitel 5 die ausgiebige Diskussion verschiedener ökonomischer Ansätze aus der Familie der GARCH-Modelle.

<sup>6</sup> Erste Ergebnisse zeigen, dass die Berücksichtigung von Transaktionskosten weder innerhalb der CCC-GARCH-Modelle noch im Zuge der Minimum-Varianz-Portfolios Auswirkungen auf die letztendlichen Resultate hat.

Hierbei werden sowohl verschiedene GARCH-Modelle beschrieben und diskutiert als auch die GARCH-Modelle eruiert, welche die bestmögliche Anpassung an die Daten darstellen und somit zur weiteren Analyse verwendet werden.

Die Durchführung und insbesondere die Auswertung dieser Analyse finden sich sodann in Kapitel 6. Basierend auf zwei verschiedenen GARCH-Modellen, wird hier die Antwort auf die zugrunde liegende Forschungsfrage konstatiert. In einem ausgewählten Beispiel werden darauffolgend in Kapitel 7 die vorherigen Ergebnisse verwendet, um die Anwendbarkeit der Resultate und Umsetzbarkeit der Handelsstrategie in der Praxis zu illustrieren.

Abschließend werden die Resultate der vorliegenden Arbeit in einem Resümee zusammengefasst und ein kurzer Ausblick auf künftige Forschungsfragen gegeben.



## Kapitel 2

# Überblick über die einschlägige Literatur

Dieses Kapitel dient als Überblick über die bestehende Literatur, die sich mit den Einsatzmöglichkeiten von Edelmetallen zur Absicherung von Aktienkursrisiken beschäftigt. Im Vordergrund stehen die Analysen von Baur und Lucey (2010), Baur und McDermott (2010), Hillier et al. (2006), Conover et al. (2009), Low et al. (2016), Arouri et al. (2012), Hood und Malik (2013), Lucey und Li (2015), Coudert und Raymond-Feingold (2011), Johnson und Soenen (1997), Beckmann et al. (2015), Ciner et al. (2013) und Sumner et al. (2010). Ziel ist es, insbesondere Unterschiede sowie Widersprüche anhand bestimmter Kriterien aufzudecken. Hieraus resultierend wird aufgezeigt, wie und warum eine umfangreichere Analyse durchzuführen ist, wenn es um die Prüfung geht, ob sich Aktienkursrisiken mithilfe von Edelmetallen absichern lassen und mit welchen Edelmetallen dies am besten funktioniert. Eng verbunden mit dieser Fragestellung ist die Frage nach der Einsatzmöglichkeit von Edelmetallen in Aktienportfolios, um eben diese Eigenschaft der Absicherung zur Optimierung der Portfolioallokation einsetzen zu können. Daher wird auch dies zunächst anhand der soeben genannten Literatur - welche im Folgenden als *Basisliteratur* bezeichnet wird - betrachtet.

Die Kriterien, anhand derer die einzelnen Quellen der Basisliteratur untersucht werden, sind 1) die dort verwendete Definition eines Diversifiers, eines Hedges und eines Safe Havens, 2) die Datengrundlage, auf Basis derer die Analysen durchgeführt werden, 3) die Umsetzung einer ggf. erfolgenden Portfoliooptimierung sowie 4) die sich ergebenden Resultate. Für die Datengrundlage wird zusätzlich eine Unterscheidung in 1) die betrachteten Assets, 2) die untersuchten Beobachtungszeiträume und 3) die analysierten Frequenzen der Daten vorgenommen. Zu den einzelnen Kriterien werden in den nachfolgenden Unterkapiteln zusätzlich Tabellen angegeben, die einen besseren Überblick darüber geben sollen, welche Kriterien in dieser Arbeit berücksichtigt werden und welche Quellen der Basisliteratur sich bereits mit diesen beschäftigt haben. Trifft ein Kriterium zu, so wird dies durch ein X markiert. Trifft ein Kriterium nicht zu oder kann keine Aussage über ein

Kriterium getroffen werden,<sup>7</sup> so bleibt die entsprechende Zelle leer. Trifft ein Kriterium nur bedingt zu, erfolgt die Markierung mit einem O.

## 2.1 Definition eines Diversifiers, Hedges und Safe Havens

Bevor mit der Analyse der Basisliteratur begonnen werden kann, ist es notwendig, einen Hedge und einen Safe Haven zu definieren. Während unter einem Hedge oft vereinfacht die Reduzierung möglicher Risiken verstanden wird (Bodie und Merton, 1998, Kap. 10.1), ist eine differenziertere Betrachtung durchaus sinnvoll. Hierzu werden die Eigenschaften eines *Diversifiers*, eines *Hedges* und eines *Safe Havens* in Anlehnung an die Definitionen gemäß Baur und Lucey (2010) voneinander abgegrenzt. Zusätzlich erfolgt hier die Differenzierung gegenüber einem Diversifier.<sup>8</sup> Das zu reduzierende *Risiko* wird im Allgemeinen als unsichere Aktienkursentwicklung verstanden, die zu einem nachteiligen Ergebnis für den Investor führen kann (Bodie und Merton, 1998, Kap. 10.1). Konkreter lässt sich das zu reduzierende Risiko in das Risiko sinkender Aktienkurse (Bärenmarkt) und in das Risiko stark schwankender Märkte (volatile Marktphase) differenzieren.<sup>9</sup>

### **Definition eines *Diversifiers*, *Hedges* und *Safe Havens*:**

Ein *Diversifier* korreliert positiv, aber nicht perfekt mit einem anderen Asset oder Portfolio. Tut er dies im Durchschnitt über den gesamten Beobachtungszeitraum, handelt es sich um einen *globalen* Diversifier. Tut er dies in Bärenmärkten oder in volatilen Marktphasen, liegt ein *lokaler* Diversifier vor.

Ein *Hedge* korreliert im Durchschnitt über den gesamten Beobachtungszeitraum - und damit über verschiedene Marktphasen hinweg - negativ oder nicht mit einem anderen Asset oder Portfolio.

Ein *Safe Haven* korreliert in Bärenmärkten oder in volatilen Marktphasen negativ oder nicht mit einem anderen Asset oder Portfolio.

Korreliert ein Asset nicht perfekt mit einem anderen Asset oder Portfolio, führt die gleichzeitige Investition in diese nicht perfekt korrelierten Assets zu einem Portfolio, das ein geringeres Risiko als ein Portfolio besitzt, welches ausschließlich aus einem einzelnen Asset besteht (Van Horne und Wachowicz, 2005). Folglich reduziert ein Asset, das eine dieser

<sup>7</sup> Wird bspw. keine Portfolioanalyse durchgeführt, so kann auch keine Aussage darüber getroffen werden, ob innerhalb der Analyse eine Optimierung erfolgt oder ob verschiedene Perioden im Zuge der Portfolioanalyse betrachtet werden.

<sup>8</sup> Den nachfolgenden Definitionen ist die Annahme des Verbots von Leerverkäufen zugrunde zu legen. Daraus folgt, dass positive oder negative Korrelationen sich nicht mithilfe von Leerverkäufen umdrehen lassen und Assets somit nicht unabhängig von der Richtung der Korrelation zum Diversifizieren, zum Hedgen oder als Safe Haven verwendet werden können. Warum diese Annahme getroffen werden kann und muss, wird in Kapitel 6.2 ausgeführt.

<sup>9</sup> Für eine präzisere Definition von Bärenmärkten und volatilen Marktphasen sei auf Kapitel 4 verwiesen.

drei Eigenschaften besitzt, das Risiko einer nachteiligen Kursentwicklung. Dies geschieht unabhängig davon, welche der drei Eigenschaften das Asset besitzt. Die Unterscheidung der Eigenschaften besteht darin, auf welche Weise und wann es zur Reduzierung des Risikos kommt. Um präzise zu arbeiten, wird im Folgenden zwischen Diversifier, Hedge und Safe Haven unterschieden, statt allgemein von *Hedging* zu sprechen, wenn es um die Absicherung von Risiken geht. So kann bspw. ein Asset ein Safe Haven sein und damit zur Absicherung von Risiken dienen, ohne gleichzeitig ein Diversifier oder Hedge zu sein. Ein solches Asset aber als *Hedginginstrument* zu bezeichnen, wäre in diesem Kontext nicht korrekt.

Während sich der globale Diversifier und der Hedge nur anhand der Richtung der Korrelation im Durchschnitt - d. h. über mehrere Marktphasen hinweg - unterscheiden, grenzen sich der lokale Diversifier und der Safe Haven von diesen beiden Eigenschaften dadurch ab, dass sie nur in bestimmten Marktphasen eine bestimmte Korrelation aufweisen. So kann es vorkommen, dass der globale Diversifier und der Hedge zwar im Durchschnitt als (globaler) Diversifier oder als Hedge dienen, aber ausgerechnet in Bärenmärkten oder in volatilen Marktphasen ihre risikoreduzierende Eigenschaft verlieren. Die dreigeteilte Definition der Risikoabsicherung ermöglicht es, für unterschiedliche Marktphasen und Zeiträume diese Eigenschaft zu untersuchen. Wie im weiteren Verlauf der vorliegenden Arbeit deutlich werden wird, ist dies jedoch für die Beantwortung der Forschungsfrage absolut notwendig.

Um eine noch differenziertere Untersuchung zu erlauben, werden die Eigenschaften eines Assets als Hedge und als Safe Haven in Anlehnung an Baur und McDermott (2010) in *stark* und *schwach* unterschieden, wobei diese Autoren selbst keine Diversifier betrachten.

**Definition der *starken* und *schwachen* Ausprägung:**

Die *starke* Ausprägung liegt vor, wenn ein Hedge (im Durchschnitt über den gesamten Beobachtungszeitraum) oder ein Safe Haven (in Bärenmärkten oder in volatilen Marktphasen) negativ mit einem anderen Asset oder Portfolio korrelieren.

Die *schwache* Ausprägung liegt vor, wenn ein Hedge (im Durchschnitt über den gesamten Beobachtungszeitraum) oder ein Safe Haven (in Bärenmärkten oder in volatilen Marktphasen) mit einem anderen Asset oder Portfolio eine Korrelation aufweist, die sich nicht signifikant von null unterscheidet.

Sowohl die Unterscheidung in Diversifier, Hedge und Safe Haven als auch die Unterscheidung zwischen einer starken und einer schwachen Ausprägung der Eigenschaft als Hedge und als Safe Haven ermöglichen eine detaillierte Analyse der Eigenschaften von Assets in Bezug zu anderen Assets.<sup>10</sup> Obwohl eine derartige Unterscheidung dabei hilft, Eigen-

<sup>10</sup>Für einen Diversifier ist die Unterscheidung zwischen einer starken und schwachen Ausprägung nicht notwendig, da per Definition stets eine positive Korrelation vorausgesetzt wird.

schaften von Assets eindeutig zu beschreiben und klar voneinander abzugrenzen, findet sich diese Unterscheidung keineswegs überall in der Literatur. So untersuchen Hillier et al. (2006) die Eigenschaften von Edelmetallen als Absicherung für Aktienmarktrisiken für verschiedene Zeiträume. Hierbei verwenden sie ebenfalls die Begriffe des Diversifiers und des Hedges, definieren diese jedoch nicht genauer und nehmen keine Abgrenzung zu einem Safe Haven vor. Ebenso betrachten Arouri et al. (2012) die Eigenschaft von Edelmetallen als Hedge, wobei ein Hedge im Vergleich zur obigen Definition leicht abgewandelt verwendet und lediglich am Rande in den Kontext eines Hedges bzgl. Aktienkursrisiken gesetzt wird. Eine Abgrenzung des Hedges gegenüber einem Diversifier oder gegenüber einem Safe Haven erfolgt nicht - obwohl letztere Bezeichnung durchaus Erwähnung findet. Bei Sumner et al. (2010) sieht dies ähnlich aus. Allerdings wird dort ein Hedge als Asset definiert, welches nicht mit anderen Assets korreliert. Eine Unterscheidung zwischen Diversifier und Hedge, wie bei Baur und Lucey (2010), findet somit nicht statt. Im Unterschied dazu sprechen Johnson und Soenen (1997) allgemein von *Diversifikation*, welche für verschiedene Zeiträume analysiert wird. Auf eine Differenzierung der Korrelation zwischen negativ und positiv sowie die darauf basierende Unterscheidung zwischen *Hedge* und *Safe Haven* wird verzichtet. Ein ähnlicher Sachverhalt liegt bei Conover et al. (2009) vor, die im Zuge ihrer Portfolioanalyse für verschiedene Zeiträume Diversifikationseigenschaften betrachten, welche auch als Hedgingeigenschaften bezeichnet werden. Eine Differenzierung - insbesondere gegenüber einem Safe Haven - erfolgt hier nicht.

Demgegenüber fokussieren sich Lucey und Li (2015) auf die Betrachtung eines Safe Havens und grenzen diesen Begriff gegenüber dem Hedge - nicht jedoch gegenüber dem Diversifier - ab. Zudem unterscheiden sie zwischen einem schwachen und einem starken Safe Haven, wobei die Differenzierung gegenüber der von Baur und McDermott (2010) leicht abgewandelt wird. Die anderen soeben genannten Autoren unterscheiden dies weder für den Safe Haven noch für den Hedge. Wie Lucey und Li (2015) unterscheiden Ciner et al. (2013) zwischen Hedge und Safe Haven nach dem Vorbild von Baur und Lucey (2010) und untersuchen diese beiden Eigenschaften auch explizit. Auf die Eigenschaft als Diversifier wird nicht eingegangen, wenngleich Assets mit positiven Korrelationen nicht als Hedge angesehen werden. Genau wie Baur und Lucey (2010) selbst differenzieren diese Autoren die Eigenschaften nicht weiter hinsichtlich der Stärke bzw. Schwäche ihrer Ausprägung. Demgegenüber gibt es inzwischen diverse Literatur, die nicht nur zwischen Hedge und Safe Haven wie Baur und Lucey (2010) differenzieren, sondern diese Eigenschaften zusätzlich wie Baur und McDermott (2010) in *stark* und *schwach* einordnen. Hierzu gehören die Analysen von Low et al. (2016), Hood und Malik (2013), Coudert und Raymond-Feingold (2011) sowie Beckmann et al. (2015), die jedoch keine Abgrenzung zu einem Diversifier vornehmen und die Assets auch nicht auf diese Eigenschaft hin untersuchen.

Gemeinsam mit Tabelle 2.1, die das soeben Beschriebene nochmals in einer Übersicht darstellt, wird deutlich, dass selbst die Literatur, die sich mit der Beziehung zwischen Edelmetallen und Aktienmarktrisiken beschäftigt, sich teilweise nicht mit den Eigenschaften als Diversifier, Hedge und Safe Haven auseinandersetzt oder diese zumindest nicht entspre-

Tabelle 2.1. Vergleich der verwendeten Definition des Hedgings

	Baur und Lucey (2010)	Baur und McDermott (2010)	Hillier et al. (2006)	Conover et al. (2009)	Low et al. (2016)	Arouri et al. (2012)	Hood und Malik (2013)	Lucey und Li (2015)	Coudert und Raymond-Feingold (2011)	Johnson und Soenen (1997)	Beckmann et al. (2015)	Ciner et al. (2013)	Summer et al. (2010)
<b>Untersuchung hinsichtlich:</b>													
Diversifier	O			O						O			
Hedge	X	X	X	O	X	O	X		X	O	X	X	X
Safe Haven	X	X			X	O	X	X	X		X	X	X
<b>Differenzierung zwischen:</b>													
Diversifier, Hedge, Safe Haven	X												
starkem, schwachem Hedge		X			X		X		X		X		
starkem, schwachem Safe Haven		X			X		X	X	X		X		

*X:= Kriterium trifft zu    O:= Kriterium trifft nur bedingt zu  
kein Eintrag:= Kriterium trifft nicht zu / keine Aussage möglich*

chend differenziert. Hierdurch sind Analysen oftmals wenig detailliert und dadurch weniger aussagekräftig als es wünschenswert wäre. Ferner lassen sich die Ergebnisse nur grob oder gar nicht mit denen detaillierterer Analysen vergleichen. Um eben diese Problematik zu beheben, basiert die vorliegende Arbeit auf den oben genannten Definitionen.

## 2.2 Datengrundlage in der bestehenden Literatur

Wird eine empirische Analyse von Finanzmarktdaten durchgeführt, so können Resultate nur dann einen sinnvollen Beitrag zum Verständnis des Untersuchungsgegenstands liefern, wenn der Analyse eine geeignete Datenmenge zugrunde liegt. Die zu analysierenden und dafür zunächst zu erhebenden Daten müssen hinsichtlich der drei folgenden Kriterien ausgewählt werden: Welche Assets sollen analysiert werden? Welcher Zeitraum und welche Unterperioden sollen bzw. müssen betrachtet werden? In welcher Frequenz werden die Daten der Assets im Beobachtungszeitraum erhoben? Diese Fragen werden jeweils in den folgenden Unterkapiteln diskutiert und beantwortet.

### 2.2.1 Assets

Wie bereits zuvor erwähnt, wird oftmals insbesondere Gold die Eigenschaft zur Absicherung von Aktienmarktrisiken zugesprochen. Entsprechend groß ist die Auswahl an Literatur, die sich damit beschäftigt. So betrachten alle Quellen der Basisliteratur mindestens das Asset Gold hinsichtlich der Eigenschaft Aktienkursrisiken abzusichern.<sup>11</sup> Während die

<sup>11</sup>Eine Ausnahme stellen Arouri et al. (2012) dar, die keine bestimmten Aktien sondern nur Edelmetalle betrachten und dadurch eher allgemeine Aussagen über Edelmetalle als Hedge bzgl. Aktienmarktrisiken treffen.

Ergebnisse diesbezüglich nicht konsistent sind,<sup>12</sup> stellt sich die Frage, welche Alternativen es zu Gold gibt. Sollte Gold die Eigenschaft eines Diversifiers, eines Hedges oder eines Safe Havens nicht besitzen, ist offensichtlich, dass eine gewünschte Absicherung der Kursrisiken mithilfe von Gold nicht möglich ist. Dies hätte unmittelbar zur Folge, dass ein Asset gefunden werden muss, welches besser zur Absicherung geeignet ist. Aber selbst wenn Gold diese Eigenschaften aufweisen sollte, würde dies nicht automatisch bedeuten, dass Gold im Vergleich zu anderen Assets auch am besten als Diversifier, Hedge oder Safe Haven geeignet ist. So betrachten Hillier et al. (2006), Conover et al. (2009) und Hood und Malik (2013) neben Gold auch Silber und Platin als Alternativen. Arouri et al. (2012) und Lucey und Li (2015) betrachten zusätzlich zu diesen drei Assets noch Palladium, während bei Low et al. (2016) darüber hinaus Rhodium Berücksichtigung findet.

Palladium und Rhodium gehören zusammen mit Platin zu der Gruppe der Platinmetalle, welche gemeinsam mit Gold und Silber zu den Edelmetallen gehören (Holleman et al., 2007; Latscha und Mutz, 2011). Die Suche nach Alternativen setzt also regelmäßig bei Assets an, die aus chemischer Sicht Gold am nächsten sind. Neben diesen fünf Edelmetallen werden die anderen Platinmetalle Iridium, Ruthenium und Osmium hingegen nicht weiter betrachtet. Kupfer wird ebenfalls nicht weiter untersucht, wird von Investoren allerdings auch eher als Industrie- statt als Edelmetall angesehen, wie sich bei der Betrachtung diverser Handelsplattformen zeigt.<sup>13</sup> Eine umfangreichere und weniger willkürliche Suche nach Alternativen könnte daher all die genannten Edelmetalle umfassen.<sup>14</sup>

Während vielfach die Eigenschaften von diesen Edelmetallen bzgl. des US-amerikanischen Aktienmarktes untersucht werden, wird der deutsche Aktienmarkt einerseits vergleichsweise selten und andererseits selbst in Analysen, die ihn berücksichtigen, nicht immer ausreichend detailliert oder nicht aus der Sicht eines deutschen Investors behandelt. So untersuchen Coudert und Raymond-Feingold (2011) neben anderen Märkten auch den deutschen Aktienmarkt. Jedoch erfolgt die Analyse der risikoreduzierenden Eigenschaften von Gold ausschließlich in US-Dollar, wodurch die Resultate für einen deutschen Investor nur bedingt hilfreich sind. Immerhin würde ihm als nicht in US-Dollar fakturierender Investor zusätzlich ein Wechselkursrisiko entstehen, welches die Analyse nicht erfasst. Demgegenüber betrachten Baur und McDermott (2010) und Low et al. (2016) u. a. deutsche Aktien in Euro, stellen diesen aber die Edelmetalle in US-Dollar gegenüber. Da die verwendeten Daten somit bzgl. der Währungen nicht konsistent sind, lassen sich die resultierenden Ergebnisse nur schwer verwerten. Würde bei einer derartigen Datengrundlage bspw. eine negative Korrelation zwischen Edelmetallen und Aktien vorliegen, wäre es möglich, dass nach erfolgter Umrechnung in eine einheitliche Währung eine positive Korrelation oder keine Korrelation resultiert. In diesem Fall hätte die Währung direkten Einfluss auf die Korrelation gehabt, sodass sich die Korrelation nach der Vereinheitlichung der Währung

---

<sup>12</sup>Vgl. hierzu auch Kapitel 2.4.

<sup>13</sup>Kupfer wird vom chemischen Standpunkt her teilweise als Edelmetall (Riedel und Meyer, 2013), teilweise aber auch nur als Halbedelmetall (Holleman et al., 2007) bezeichnet.

<sup>14</sup>Es sei an dieser Stelle eingeräumt, dass auch die Fokussierung auf (alle) Edelmetalle als Diversifier, Hedge und Safe Haven nicht vollkommen frei von Willkür ist.

ändert. Baur und Lucey (2010), Johnson und Soenen (1997) und Beckmann et al. (2015) untersuchen ebenfalls den deutschen Aktienmarkt. Sie vereinheitlichen dabei die Währung der verschiedenen Assets, indem sie den Goldpreis anhand des Wechselkurses von US-Dollar in die Landeswährung des zu betrachtenden Aktienmarktes umrechnen. Hierdurch wird eine Analyse mit konsistenten Daten erreicht. In den anderen Quellen werden die verschiedenen Assets zwar ebenfalls in einheitlichen Währungen betrachtet, deutsche Aktien werden allerdings nicht untersucht.

Wenn feststeht, welche Assets analysiert werden sollen, muss noch entschieden werden, welche Kurse dieser Assets als Datengrundlage dienen sollen. Die meisten der Autoren der Basisliteratur verwenden Spotkurse. Lediglich Lucey und Li (2015) und Coudert und Raymond-Feingold (2011) verwenden stattdessen ausschließlich Futureskurse, während Arouri et al. (2012) und Ciner et al. (2013) sowohl Spot- als auch Futureskurse zugrunde legen. Bei den Futureskursen muss jedoch bedacht werden, dass jedem Termingeschäft auch ein Gegenparteirisiko innewohnt (Hull, 2003, Kap. 2).

Neben der Wahl zwischen Spot- und Futureskursen können die jeweiligen Kurse auch zu unterschiedlichen Zeitpunkten erhoben werden, sodass zusätzlich der konkrete Zeitpunkt passend gewählt werden muss. Wie sich am Beispiel von Ciner et al. (2013) zeigt, verwenden manche Autoren Schlusskurse (des jeweiligen Börsenplatzes) für die Aktien und davon abweichend den Goldpreis in Form des vormittäglichen Londoner Goldfixings. Hieraus resultierend werden Daten miteinander verglichen, die nicht zum gleichen Zeitpunkt erhoben wurden. Es stellt sich daher die Frage, welchen Effekt solch eine zeitverzögerte Datenerhebung auf die Resultate ausübt. Dieses Problem lässt sich umgehen, indem - wie bei Baur und Lucey (2010) und Hood und Malik (2013) - auch für Edelmetalle Schlusskurse genutzt werden.

Die Kurse der Edelmetalle werden in der Basisliteratur vor allem als Rohstoffpreise verwendet, sodass mit Ausnahme von Baur und McDermott (2010), Hillier et al. (2006) und Conover et al. (2009) alle Autoren der Basisliteratur von *Edelmetallpreisen* - wie Goldpreisen, Silberpreisen, etc. - sprechen. Baur und McDermott (2010), Hillier et al. (2006) und Conover et al. (2009) bezeichnen ihre Kurse dagegen als *Goldbarrenpreis*, wobei Conover et al. (2009) zusätzlich noch Edelmetalle in Form von Edelmetallindizes untersuchen, die sowohl nur ein Edelmetall als auch verschiedene Edelmetalle enthalten können. Keiner der Autoren macht hierbei deutlich, ob ein Unterschied zwischen dem Goldpreis und dem Goldbarrenpreis besteht und wie konkret in den Goldpreis bzw. in den Goldbarrenpreis investiert werden kann. Gleiches gilt für die Preise der anderen Edelmetalle.

Conover et al. (2009) verwenden außerdem Indizes, die aus Aktien von edelmetallfördernden Minen bestehen. Soll die Analyse aber auf Basis von Minenaktien der betreffenden Edelmetalle durchgeführt werden, ist zu bedenken, dass Minen oftmals nicht nur einen Rohstoff sondern mehrere Rohstoffe gleichzeitig fördern. So fördern Goldminen u. a. auch weitere Edelmetalle wie Silber als Nebenprodukt (Holleman et al., 2007), wodurch Aktien von Goldminen nicht in der Lage sind, die reine Preisentwicklung von Gold abzubilden. Stammen die Daten hingegen von Silber- statt von Goldminen, so würde das durch

Goldminen mitgeförderte Silber keine Berücksichtigung finden, wenn die Aktienkurse von Silberminen statt des Silberpreises betrachtet würden. Ferner sei darauf hingewiesen, dass bei der Verwendung von Aktien anstatt von reinen Rohstoffpreisen, nicht nur der Rohstoff sondern auch - oder vor allem - die Unternehmensentwicklung eine Rolle spielt. So können sich bspw. Aktien von Goldminen trotz steigendem Goldpreis negativ entwickeln, wenn das Unternehmen, welches die Goldminen betreibt, schlechtes Management betreibt.

Tabelle 2.2 fasst noch einmal zusammen, welche Quellen der Basisliteratur welche Assets für ihre jeweiligen Analysen verwenden.

**Tabelle 2.2.** Vergleich der analysierten Assets

	Baur und Lucey (2010)	Baur und McDermott (2010)	Hillier et al. (2006)	Conover et al. (2009)	Low et al. (2016)	Arouri et al. (2012)	Hood und Malik (2013)	Lucey und Li (2015)	Coudert und Raymond-Feingold (2011)	Johnson und Soenen (1997)	Beckmann et al. (2015)	Ciner et al. (2013)	Sumner et al. (2010)
deutsche Aktien	X	X			X				X	X	X		
US-Aktien	X	X	X	X	X		X	X	X	X	X	X	X
Gold	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Silber			X	X	X	X	X	X					
Platin			X	X	X	X	X	X					
Palladium					X	X		X					
Rhodium					X								
weitere Edelmetalle													
Spotkurse	X	X	X	X	X	X	X			X	X	X	X
in Euro fakturierend	X									X	X		

*X:= Kriterium trifft zu O:= Kriterium trifft nur bedingt zu  
kein Eintrag:= Kriterium trifft nicht zu / keine Aussage möglich*

Da der deutsche Aktienmarkt noch nicht ausreichend intensiv untersucht wurde, wird in der vorliegenden Arbeit der deutsche Aktienmarkt aus Sicht eines deutschen Investors analysiert. Hierbei wird der deutsche Aktienmarkt durch den deutschen Aktienindex DAX repräsentiert, da dieser aufgrund seiner hohen Marktkapitalisierung den bedeutendsten deutschen Aktienindex und insofern den maßgeblichen Indikator für den deutschen Aktienmarkt darstellt. Ferner ist er älter als der Mid-Cap-DAX (MDAX), der Small-Cap-DAX (SDAX) und der Deutsche Technologieindex (TecDAX), sodass eine größere Datenbasis bzw. längere Zeitreihen<sup>15</sup> zur Verfügung stehen (Beike und Schlütz, 2010, Kap. 5.6.1). Da die Suche nach Alternativen noch relativ weit am Anfang steht, wird versucht, neben den inzwischen typischen Edelmetallen Gold, Silber und Platin zusätzlich die Platinmetalle Palladium, Rhodium, Iridium und Ruthenium hinsichtlich ihrer risikoreduzierenden Eigenschaften zu untersuchen.<sup>16</sup> Osmium kann aufgrund der mangelnden Verfügbarkeit

<sup>15</sup>Vgl. hierzu auch die Ausführungen bzgl. der Länge von Zeitreihen in Kapitel 2.2.2.

<sup>16</sup>Wie sich in Kapitel 3 zeigen wird, ist dies für Rhodium, Iridium und Ruthenium aufgrund ihrer statistischen Eigenschaften problematisch.



von Daten nicht bei der Analyse berücksichtigt werden. Kupfer wird aufgrund der fehlenden, eindeutigen Zuordnung zu den Edelmetallen ebenfalls nicht als Edelmetall mit in die Analyse einbezogen. Um direkt die Beziehung zwischen den Edelmetallen und deutschen Aktien auswerten zu können, werden direkt die Rohstoffpreise - Goldpreis, Silberpreis, etc. - für die Analyse benutzt, statt bspw. Aktien mit Bezug zu Edelmetallen zu verwenden. Auch die Verwendung von Kursdaten von ETFs und ETCs wird unterlassen, da ETFs in Deutschland erst seit 2000 und ETCs seit 2006 gehandelt werden (Eibl, 2008), wodurch die verfügbare Datenmenge für die Analyse automatisch limitiert wird. Dadurch dass von vornherein die Betrachtung aus Sicht eines in der deutschen Landeswährung (Euro) fakturierenden Investors geführt wird, werden alle Assetpreise in der gleichen Währung - d. h. in Euro - verwendet, wodurch eine separate Betrachtung von Wechselkursen nicht notwendig ist. Um kein zusätzliches Risiko in Form eines Gegenparteirisikos einfließen zu lassen, werden sämtliche Kurse als Spot- und nicht als Futureskurse erhoben. Ferner werden die Daten möglichst zeitgleich erhoben, um keine oder nur wenige Effekte durch Zeitverzögerungen zu generieren. Daher werden alle Daten einheitlich per Schlusskurs betrachtet.

### 2.2.2 Beobachtungszeiträume

Bei der Auswahl des adäquaten Zeitraums kommt es sowohl auf die Länge als auch auf den Start- und Endzeitpunkt des Zeitraums an. So betrachten Baur und Lucey (2010) und Low et al. (2016) jeweils einen Zeitraum von rund 10 Jahren und Arouri et al. (2012) einen Zeitraum von 11 Jahren. Ein derart kurzer Zeitraum ermöglicht es nicht, verschiedene Marktphasen sowie kurz-, mittel- und langfristige Beziehungen zwischen verschiedenen Assets in einem angemessenen Umfang zu untersuchen. Hierbei ist insbesondere auch die Wahl, welche 10 bzw. 11 Jahre konkret betrachtet werden, ausschlaggebend und nicht frei von Willkür. Würden die 10 Jahre eine insgesamt turbulente Marktphase umfassen, ist es wahrscheinlich, dass andere Ergebnisse resultieren, als wenn 10 Jahre untersucht würden, die eine eher ruhige Marktphase darstellen. Zwar umfassen die Analysen von Hood und Malik (2013) 15 Jahre und von Johnson und Soenen (1997) 18 Jahre, aber auch diese Länge der Zeitreihen scheint nicht ausreichend zu sein, um verschiedene Marktphasen berücksichtigen zu können. Um verschiedene Marktphasen analysieren zu können und die Ergebnisse entsprechend präziser zuordnen zu können, bieten sich längere bzw. genügend lange Zeitreihen an. Diese bieten zusätzlich zu der Länge selbst noch den Vorteil, in diverse Unterperioden unterteilt werden zu können und dabei noch genügend Beobachtungen für eine fundierte Analyse zu besitzen.<sup>17</sup>

So finden sich in der Literatur auch Datensätze, die ca. 20 Jahre (Ciner et al., 2013), ca. 24 Jahre (Lucey und Li, 2015), ca. 28 Jahre (Hillier et al., 2006), 30 Jahre (Baur und McDermott, 2010), 31 Jahre (Coudert und Raymond-Feingold, 2011) und sogar 34 Jahre (Conover et al., 2009) umfassen. Ferner werden mitunter noch längere Zeitreihen betrachtet, wie Sumner et al. (2010) (ca. 38 Jahre) und Beckmann et al. (2015) (ca. 42 Jahre)

---

<sup>17</sup>Vgl. hierzu die Ausführungen bzgl. der Anzahl an Beobachtungen in Kapitel 2.2.3.

zeigen. Die Zeitreihen der letzten beiden Analysen beginnen jeweils 1970. Eine Untersuchung des Goldpreises - wie sie diese Autoren durchführen - ist allerdings als problematisch anzusehen, da 1970 noch das Bretton-Woods-System in Kraft war. Die Autoren betrachten somit innerhalb ihrer Analysen einerseits Zeiten, in denen der (konstante) Goldpreis fest an den US-Dollar und die Wechselkurse der anderen (in den Analysen relevanten) Länder wiederum an den US-Dollar gebunden waren (Körner, 2014, Kap. 2.5) und andererseits Zeiten freier Wechselkurse, in denen der Goldpreis aufgrund seiner freien Handelbarkeit bestimmt wurde (Ciner, 2001; Govett und Govett, 1982). Die Betrachtung einer solchen Zeitreihe würde somit die Betrachtung sowohl fixer als auch variabler Goldpreise bedeuten, ohne dass dieser Strukturbruch modelliert bzw. untersucht würde. Es dürfte aber gerade vor dem Hintergrund der Analyse von Korrelationen einen immensen Einfluss auf die Resultate haben, ob fixierte oder variable Preise zugrunde gelegt werden, sodass der konkrete Startzeitpunkt für den zu untersuchenden Zeitraum passend gewählt werden sollte.

Soll innerhalb einer Analyse untersucht werden, ob Assets die Eigenschaften als Diversifizier, Hedge oder Safe Haven vor, während und nach Bärenmärkten bzw. volatilen Marktphasen besitzen, ist es notwendig, Daten für Zeiten vor, während und nach diesen Marktphasen zu erheben. Die Zeitreihen bspw. 2009, 2010 oder 2011 enden zu lassen, wäre somit aufgrund der zu der Zeit vorherrschenden Finanz- und Eurokrise weniger sinnvoll. Dennoch wird von Baur und McDermott (2010), Arouri et al. (2012), Hood und Malik (2013), Coudert und Raymond-Feingold (2011), Ciner et al. (2013) und Sumner et al. (2010) ein solcher Endzeitpunkt für den zu untersuchenden Zeitraum gewählt.

Ferner lassen sich Unterperioden für die Gesamtperiode bilden, sodass hierdurch geprüft werden kann, ob ein Ergebnis nur für die Gesamtperiode oder auch für einzelne oder alle Unterperioden gilt. Werden Unterperioden gebildet, so ist eine geeignete Auswahl dieser Unterperioden geboten. Dieses Vorgehen findet sich insbesondere bei Baur und Lucey (2010), die die Gesamtperiode so in drei Unterperioden teilen, dass die Unterperioden entweder Bullen- oder Bärenmärkte der jeweiligen Aktienmärkte darstellen. Hierdurch können die Eigenschaften sowohl für unterschiedliche Marktphasen als auch durchschnittlich über verschiedene Marktphasen hinweg analysiert werden. Ähnlich gehen Coudert und Raymond-Feingold (2011) vor, die - neben der Unterscheidung zwischen Bullen- und Bärenmärkten - Rezessionsphasen statt Bärenmärkte als Unterscheidungskriterium verschiedener Marktphasen verwenden. Baur und McDermott (2010) und Low et al. (2016) unterteilen ihre Gesamtperiode dagegen anhand verschiedener identifizierter Krisen wie bspw. der Finanzkrise 2008. Dieses Vorgehen erscheint ebenso geeignet wie das Unterteilen der Gesamtperiode anhand wechselnder Volatilitätsausmaße, wie dies von Hood und Malik (2013) durchgeführt wird. In beiden Fällen werden wieder verschiedene Marktphasen einander gegenübergestellt. Die willkürliche Einteilung der Gesamtperiode in gleich lange Unterperioden, wie es bei Hillier et al. (2006) und Johnson und Soenen (1997) zu finden ist, erscheint dagegen weniger zielführend. Dies ermöglicht jedoch eine bessere Aussage gegenüber dem gänzlichen Verzicht auf eine Unterteilung und der pauschalen Betrachtung eines Ergebnisses für die Gesamtperiode, wie es Arouri et al. (2012),

Lucey und Li (2015), Beckmann et al. (2015), Ciner et al. (2013) und Sumner et al. (2010) tun. Eine Einteilung in verschiedene Unterperioden anhand der herrschenden Zinspolitik der Zentralbank, wie es von Conover et al. (2009) praktiziert wird, scheint ebenfalls weniger geeignet zu sein. Schließlich stellt die Zinspolitik nur eine Art indirektes Maß für die aktuelle Wirtschaftslage dar, da die Zentralbank ihre Zinspolitik u. a. nach der wirtschaftlichen Lage richtet. Verschiedene Marktphasen direkt anhand der Kurse zu identifizieren, wie dies von anderen Autoren praktiziert wird, stellt dagegen ein vergleichsweise direkteres Maß dar - insbesondere, wenn es jene Kurse sind, die untersucht werden sollen.

Ein weiterer Aspekt, der bei der Auswahl des Zeitraums berücksichtigt werden muss, besteht darin, welchen Zeitraum die jeweiligen Zeitreihen der zu untersuchenden Assets umfassen, sofern verschiedene Assets innerhalb einer Analyse betrachtet werden. So mag es trivial erscheinen, dass die Zeitreihen der verschiedenen Assets jeweils die gleichen Start- und Endzeitpunkte aufweisen sollten. Hiermit zusammenhängend sollten die einzelnen Datenmengen außerdem gleich groß sein - d. h. es sollten für die verschiedenen Assets jeweils die gleiche Anzahl an Beobachtungen vorliegen, sodass die Zeitreihen kompatibel miteinander sind. Wie sich aber bspw. bei Conover et al. (2009) und Ciner et al. (2013) zeigt, ist dies keineswegs immer der Fall. Variieren die Zeiträume oder die Anzahl der Beobachtungen der einzelnen Assets, erschwert dies eine vergleichende Untersuchung dieser Assets und auch die resultierenden Ergebnisse müssen kritisch hinterfragt werden.

Tabelle 2.3 fasst die in der Basisliteratur betrachteten Zeiträume zusammen.

**Tabelle 2.3.** Vergleich der analysierten Beobachtungszeiträume

	Baur und Lucey (2010)	Baur und McDermott (2010)	Hillier et al. (2006)	Conover et al. (2009)	Low et al. (2016)	Arouri et al. (2012)	Hood und Malik (2013)	Lucey und Li (2015)	Coudert und Raymond-Feingold (2011)	Johnson und Soenen (1997)	Beckmann et al. (2015)	Ciner et al. (2013)	Sumner et al. (2010)
genügend langer Zeitraum	X	X	X	X			O	X	X	O	X	X	X
geeigneter Startzeitpunkt	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	
geeigneter Endzeitpunkt	X		X	X	X			X		X	X		
Betrachtung von Unterperioden	X	X	X	X	X		X		X	X			
geeignete Unterperioden	X	X			X		X		X				
kompatible Zeitreihen	X	X	X		X	X	X	X	X	X	X		X

*X:= Kriterium trifft zu    O:= Kriterium trifft nur bedingt zu  
kein Eintrag:= Kriterium trifft nicht zu / keine Aussage möglich*

Basierend auf diesen Überlegungen soll die Analyse dieser Arbeit einerseits auf einem möglichst langen und gleichzeitig sinnvollen Zeitraum und andererseits auf einer adäquaten Unterteilung der Gesamtperiode in diverse Unterperioden beruhen. Für Letzteres werden die Unterperioden anhand verschiedener Kriterien bestimmt, die die Gesamtperiode hinsichtlich der verschiedenen Marktphasen einteilen. Um die Willkür, die sich auch bei

der Festlegung verschiedener Marktphasen einstellen kann, weitestgehend zu vermeiden, werden die Marktphasen anhand von zwei verschiedenen Kriterien identifiziert: Einerseits anhand von Bullen- gegenüber Bärenmärkten und andererseits anhand von Zeiten hoher gegenüber Zeiten niedriger Volatilität. Das erste Kriterium zur Unterteilung verwendet dabei Kurse als Datenbasis, während die Unterteilung gemäß dem zweiten Kriterium auf Varianzen basiert. Auf die separate Unterteilung anhand bereits identifizierter Krisenzeiten - wie bspw. der Finanzkrise 2008 - wird verzichtet, da die nachfolgende Analyse zeigt, dass solche Krisenzeiten bereits durch die anderen beiden Kriterien gut berücksichtigt werden.<sup>18</sup> Stattdessen wird zusätzlich zu den beiden Kriterien die Möglichkeit der Unterteilung anhand von Renditen diskutiert. Rezessionen werden nicht als Unterscheidungsmerkmal verwendet, da Rezessionsphasen nicht mit Bärenmärkten und Expansionsphasen nicht mit Bullenmärkten übereinstimmen (Gonzalez et al., 2006). Konkret gibt es einerseits mehr Bärenmärkte als Rezessionsphasen und entsprechend weniger Bullenmärkte als Expansionsphasen. Andererseits ist die Frequenz des Wechsels zwischen Bullen- und Bärenmärkten höher als die zwischen Rezessions- und Expansionsphasen. Gleichzeitig passen Start- und Endzeitpunkt von Bärenmärkten und Rezessionsphasen bzw. von Bullenmärkten und Expansionsphasen nicht zusammen (Chauvet und Potter, 2000).

Durch die Einteilung der Unterperioden anhand verschiedener Kriterien lässt sich auch herausfinden, ob die Eigenschaften der betrachteten Edelmetalle von der Wahl des konkreten Zeitraums der Unterperioden abhängen. Außerdem werden alle Zeitreihen der zu analysierenden Assets die gleichen Perioden umfassen, statt zu unterschiedlichen Zeitpunkten zu beginnen und/oder zu enden. Auch wird eine gleichmäßige Anzahl an Beobachtungen für die verschiedenen Assets sichergestellt, um so eine Basis von kompatiblen Daten zu schaffen, die eine verlässliche Analyse ermöglicht. Aufgrund all dieser Kriterien werden in der vorliegenden Arbeit die Gesamtperioden aller betrachteten Zeitreihen (einheitlich) den Zeitraum vom 01.07.1992 bis zum 17.10.2016 umfassen.

### 2.2.3 Frequenzen der Daten

Neben der Frage, welche Assets in welchem Zeitraum betrachtet werden, ist auch die Frage nach der Frequenz der Daten nicht zu vernachlässigen. Die Frequenz der Daten beschreibt, wie häufig Beobachtungen der Zeitreihen erhoben werden. Die gängigen Frequenzen sind tägliche, wöchentliche und monatliche Daten. Daneben könnten die Daten auch bspw. quartalsweise und jährlich erhoben werden, wobei sich dies nur dann anbietet, wenn sowohl die Gesamtperiode als auch die jeweiligen Unterperioden ausreichend lange Zeiträume umfassen. Sinnvoll analysierbare Perioden sollten zwischen 80 und 100 Beobachtungen umfassen (Buscher, 2012). Andernfalls würden zu wenig Daten für die Untersuchung bereit stehen, wodurch die Aussagekraft von Resultaten mitunter stark schwinden würde.

Coudert und Raymond-Feingold (2011), Johnson und Soenen (1997) und Beckmann et al. (2015) verwenden für ihre Analysen jeweils monatliche Daten. Fällt die Wahl auf monatliche Daten, so wird dies meist damit begründet, dass monatliche Daten weniger

<sup>18</sup>Für die Vorgehensweise zur Identifizierung dieser Marktphasen sei auf Kapitel 4 verwiesen.

Noise als bspw. tägliche Daten aufweisen (Beckmann et al., 2015). Teilweise liegen die benötigten Daten nur monatlich vor, sodass eine höhere Frequenz schon allein wegen fehlender Daten nicht möglich wäre (Coudert und Raymond-Feingold, 2011). Da nicht für alle benötigten Zeitreihen tägliche Daten verfügbar waren, führen Sumner et al. (2010) ihre Untersuchung auf Basis von wöchentlichen statt täglichen Daten durch. Trotz dieser Bedenken werden zur Analyse häufiger tägliche als monatliche Daten und diese wiederum häufiger als wöchentliche Daten verwendet. So basieren die Analysen der übrigen Basisliteratur auf täglichen Daten. Diese bieten den Vorteil, dass sie aufgrund ihrer höheren Frequenz mehr Informationen beinhalten und somit auch sehr schnelle Reaktionen von Investoren auf sich ändernde Märkte abbilden können (Baur und Lucey, 2010; Baur und McDermott, 2010). So kommen Baur und Lucey (2010) bspw. zu dem Ergebnis, dass die Rendite von Gold am Tag eines (negativen) Schocks am Aktienmarkt positiv ist, für US-Aktien aber nach weniger als 10 Handelstagen wieder negativ wird. Ein derartiger Effekt lässt sich entsprechend nur auf Basis von täglichen Daten nachweisen. Obwohl Lucey und Li (2015) zunächst ebenfalls tägliche Daten verwenden, gehen sie im Laufe ihrer Analyse zu quartalsweisen Daten über, da die Resultate hierdurch deutlicher werden sollen. So könne besser geschlussfolgert werden, welche Edelmetalle ein Safe Haven sind. Eine Begründung dazu wird seitens der Autoren nicht gegeben.

Tabelle 2.4 gibt einen Überblick, über die in der Basisliteratur verwendeten Frequenzen.

**Tabelle 2.4.** Vergleich der analysierten Frequenzen der Daten

	Baur und Lucey (2010)	Baur und McDermott (2010)	Hillier et al. (2006)	Conover et al. (2009)	Low et al. (2016)	Arouri et al. (2012)	Hood und Malik (2013)	Lucey und Li (2015)	Coudert und Raymond-Feingold (2011)	Johnson und Soenen (1997)	Beckmann et al. (2015)	Ciner et al. (2013)	Sumner et al. (2010)
Tagesdaten	X	X	X	X	X	X	X	X				X	
Wochendaten		X											
Monatsdaten		X							X	X	X		
Quartalsdaten								O					X

*X:= Kriterium trifft zu    O:= Kriterium trifft nur bedingt zu  
kein Eintrag:= Kriterium trifft nicht zu / keine Aussage möglich*

Um die aufgezeigten Widersprüche hinsichtlich der unterschiedlichen Frequenzen zu vermeiden und um die Gültigkeit der Resultate für verschiedene Frequenzen von Zeitreihen zu überprüfen, werden in der vorliegenden Arbeit wie bei Baur und McDermott (2010) tägliche, wöchentliche und monatliche Daten verwendet. Quartalsweise und jährliche Daten werden nicht betrachtet, da trotz des vergleichsweise langen Beobachtungszeitraums von über 24 Jahren nur 97 bzw. 24 Beobachtungen für den Gesamtzeitraum vorliegen und somit fast alle Schwankungen herausfallen würden. Die erforderlichen 80 bis 100 Beob-

achtungen für eine sinnvolle Analyse der Perioden könnten hier für die sich ergebenden Unterperioden nicht mehr gewährleistet werden. Je nachdem welche Unterperioden aus der Unterteilung der gesamten Zeitreihe resultieren, könnte dies sogar für Monats- oder gar Wochendaten zum Problem werden und darf bei der Auswertung der Ergebnisse nicht außer Acht gelassen werden.

### 2.3 Portfolioanalyse in der Basisliteratur

Stellen Assets - wie hier die Edelmetalle - einen Diversifier, Hedge bzw. Safe Haven gegenüber einem anderen Asset oder Portfolio dar, schließt sich die Frage an, wie diese Eigenschaften bestmöglich genutzt werden können, um das Risiko eines anderen Assets oder Portfolios zu reduzieren. Daher bietet es sich an, eine Portfolioanalyse durchzuführen, indem Edelmetalle einem Portfolio mit den abzusichernden Assets hinzugefügt werden, um so das Risiko bei gleich bleibender oder steigender Rendite zu senken oder alternativ die Rendite bei gleich bleibendem oder sinkendem Risiko zu erhöhen.

Dennoch nutzen nur wenige Autoren der Basisliteratur ihre Resultate bzgl. der Eigenschaften zur Absicherung von Aktienkursrisiken, um zu zeigen wie aufgrund dieser Ergebnisse eine verbesserte oder gar optimale Portfolioallokation aussehen könnte. So optimieren Hillier et al. (2006) ein Portfolio, welches aus verschiedenen Aktienindizes und Gold besteht. Allerdings werden weder Silber oder Platin noch ein deutscher Aktienindex bei der Optimierung berücksichtigt. Ferner werden nun Monats- statt Tagesdaten sowie ein anderer Zeitraum als zuvor in der Analyse verwendet. Auch Beckmann et al. (2015) befassen sich mit der Portfolioanalyse, indem sie Aktien verschiedener Länder verwenden, um Portfolios bestehend aus jeweils einem Aktienindex eines Landes und Gold zu bilden. Allerdings findet hierbei keine reine Optimierung der Portfolioallokation, sondern mehr ein Vergleich statischer Portfolioallokationen mit variablen Portfolioallokationen unter Zuhilfenahme der Sharpe-Ratio statt. Ein deutscher Aktienindex wird nicht verwendet. Ferner findet sowohl bei Hillier et al. (2006) als auch bei Beckmann et al. (2015) keine Unterteilung der Gesamtperiode statt. Conover et al. (2009) bilden sowohl Portfolios für den Gesamtzeitraum als auch Portfolios für verschiedene Marktphasen und analysieren deren Renditen, Standardabweichungen und Risiko-Rendite-Relationen. Die Portfolios bestehen jeweils aus Aktien der USA und einem Edelmetallindex oder Gold, wobei die Gewichtungen der Edelmetalle innerhalb der Portfolios statisch zwischen 5% und 25% liegen. Eine Optimierung findet somit nicht statt, wodurch die Möglichkeit einer schwächeren Gewichtung als 5% oder einer stärkeren Gewichtung als 25% nicht untersucht wird. Darüber hinaus werden Silber und Platin nicht einzeln innerhalb der Portfolios betrachtet, sodass keine Aussage über deren unmittelbaren Einfluss auf ein Portfolio getroffen werden kann.

Johnson und Soenen (1997) fügen Portfolios, welche in der Ausgangssituation aus Aktien und Staatsanleihen - wie bspw. deutschen Bundesanleihen - bestehen, Gold hinzu, um eine optimale Portfolioallokation im Sinne einer hohen Sharpe-Ratio zu erhalten. Dies erfolgt sowohl für die Gesamtperiode als auch für diverse Unterperioden, wodurch eine

detaillierte Portfolioanalyse entsteht. Ähnlich gehen Hood und Malik (2013) vor, die als Ausgangssituation den Aktienindex von Standard & Poor's mit den 500 größten börsennotierten US-amerikanischen Unternehmen (S&P 500) verwenden und diesem jeweils so viel Gold hinzufügen bis eine optimale Rendite-Risiko-Relation für das Portfolio resultiert. Silber und Platin werden in der Portfolioanalyse abermals nicht berücksichtigt. Außerdem findet hier auch keine Unterteilung des gesamten Beobachtungszeitraums statt.

**Tabelle 2.5.** Vergleich der durchgeführten Portfolioanalysen

	Baur und Lucey (2010)	Baur und McDermott (2010)	Hillier et al. (2006)	Conover et al. (2009)	Low et al. (2016)	Arouri et al. (2012)	Hood und Malik (2013)	Lucey und Li (2015)	Coudert und Raymond-Feingold (2011)	Johnson und Soenen (1997)	Beckmann et al. (2015)	Ciner et al. (2013)	Sumner et al. (2010)
Durchführung einer Analyse			X	X			X			X	X		
Optimierung der Allokation			X				X			X			
verschiedene (Unter-) Perioden				X						X			
deutsche Aktien										O			
Gold			X	X			X			X	X		
weitere einzelne Edelmetalle													

*X:= Kriterium trifft zu    O:= Kriterium trifft nur bedingt zu  
kein Eintrag:= Kriterium trifft nicht zu / keine Aussage möglich*

In Tabelle 2.5 werden die durchgeführten Portfolioanalysen der Basisliteratur nochmals zusammengefasst. Wie Tabelle 2.5 zeigt, finden sich neben den oben erwähnten Quellen keine weiteren Portfolioanalysen in der Basisliteratur wieder. Da sich unter den existierenden Portfolioanalysen keine Untersuchung befindet, die sowohl für die Gesamtperiode als auch für verschiedene Unterperioden eine optimale Portfolioallokation bestehend aus deutschen Aktien und allen betrachteten Edelmetallen ermittelt, wird genau dies in der vorliegenden Arbeit - zumindest anhand einer kurzen Illustration - getan.

## 2.4 Bisherige Resultate zur risikoreduzierenden Eigenschaft von Edelmetallen

Wie bereits angesprochen, sind die Resultate der Analysen von Gold und anderen Edelmetallen als Mittel zur Reduzierung von Aktienkursrisiken bei Weitem nicht so einheitlich, wie oftmals suggeriert wird.

So kommen Baur und Lucey (2010) zu dem Ergebnis, dass Gold für deutsche Aktien zwar keinen Hedge, aber dennoch einen Safe Haven darstellt. Dies zeigen auch Beckmann et al. (2015), die ebenfalls zu dem Schluss kommen, dass Gold für den deutschen Aktienmarkt kein Hedge, aber ein schwacher Safe Haven ist. Baur und McDermott (2010) kommen demgegenüber zu dem Ergebnis, dass Gold für deutsche Aktien durchaus als

Hedge und im Allgemeinen auch als Safe Haven dient. Jedoch gilt Letzteres nicht in Zeiten extrem hoher Marktvolatilität, sodass ausgerechnet dann, wenn die Absicherung am wichtigsten wäre, keine Absicherung besteht. Ferner war Gold für deutsche Aktien ein schwacher Safe Haven während der Aktienkrise im Oktober 1987 und ein starker Safe Haven während der Finanzkrise im September 2008, aber kein Safe Haven während der Asienkrise im Oktober 1997. Aufgrund der leicht negativen Korrelation zwischen Gold und deutschen Aktien kommen auch Johnson und Soenen (1997) de facto zu dem Ergebnis, dass Gold zumindest einen schwachen Hedge darstellt, auch wenn die Autoren selbst nur von der Eigenschaft eines Diversifiers sprechen. In diesem Zuge stellt sich auch heraus, dass Gold nicht immer, sondern nur in manchen Perioden Bestandteil eines Portfolios sein sollte, welches ansonsten aus deutschen Aktien und Anleihen besteht. Unabhängig davon, ob Krisen als Bärenmarkt oder als Rezession definiert werden, finden Coudert und Raymond-Feingold (2011) heraus, dass Gold einen Safe Haven für deutsche Aktien darstellt und diese Eigenschaft während Bärenmärkten sogar in der starken Ausprägung vorliegt. Ein Hedge kann jedoch nur dann beobachtet werden, wenn Krisen als Bärenmärkte modelliert werden. Low et al. (2016) stellen fest, dass weder Gold noch Silber, Platin, Palladium oder Rhodium für den deutschen Aktienmarkt einen Hedge darstellen. Gold ist aber ein Safe Haven - sofern die Marktschwankungen nicht zu extrem sind. Bei extrem hoher Marktvolatilität sind dagegen Palladium und insbesondere Silber ein besserer Safe Haven. Auch während der Finanzkrise wiesen Gold, Silber und Rhodium jeweils die Eigenschaft eines Safe Havens auf, wobei dort die Eigenschaft bei Rhodium am stärksten ausgeprägt war.

Es soll an dieser Stelle erwähnt werden, dass die widersprüchlichen Resultate nicht nur bei der Betrachtung deutscher Aktien, sondern auch bei der Betrachtung von bspw. US-Aktien auftreten. So zeigen Baur und Lucey (2010), dass Gold in Bezug auf US-Aktien sowohl einen Hedge als auch einen Safe Haven darstellt. Dies bestätigen Baur und McDermott (2010), die herausfinden, dass Gold für US-Aktien neben der Eigenschaft als Hedge auch die Eigenschaft als starker Safe Haven besitzt, wobei letztere Eigenschaft in Zeiten extrem hoher Marktvolatilität nur noch schwach ausgeprägt ist. Während der Aktienkrise 1987 und der Finanzkrise 2008 war Gold für US-Aktien ein starker Safe Haven, aber wiederum nicht während der Asienkrise 1997. Beckmann et al. (2015) kommen zu dem Schluss, dass Gold für US-Aktien zwar sowohl einen Hedge als auch einen Safe Haven darstellt, aber beides nur in schwacher Ausprägung vorliegt. Auch Coudert und Raymond-Feingold (2011) weisen nach, dass Gold ein schwacher Safe Haven sowie ein schwacher Hedge - wenn Krisen als Rezession definiert werden - und ein starker Hedge - wenn Krisen als Bärenmarkt definiert werden - für US-Aktien ist. Johnson und Soenen (1997) sehen für Gold die Eigenschaft eines Diversifiers, da die Korrelation zwischen Gold und US-Aktien nahe null liegt. Im Kontext der vorliegenden Arbeit stimmt dies de facto mit der Eigenschaft eines schwachen Hedges überein. Ebenso kommen Sumner et al. (2010) zu dem Ergebnis, dass Gold als Hedge für US-Aktien dient. Ciner et al. (2013) weisen für Gold ebenfalls die Eigenschaft als Hedge, die Eigenschaft als Safe Haven aber nur in manchen Perioden für US-Aktien nach.



Demgegenüber finden Low et al. (2016) heraus, dass nur Rhodium als Hedge - bzw. sogar als starker Hedge - für US-Aktien dient und Gold, Silber, Platin und Palladium diese Eigenschaft nicht besitzen. Allerdings ist Rhodium - genau wie Palladium - kein Safe Haven, während Gold, Silber und Platin sogar jeweils einen starken Safe Haven darstellen. Insgesamt ist Gold hier am besten als Safe Haven geeignet. Gold, Silber und Platin waren darüber hinaus auch ein Safe Haven in der Finanzkrise. Auch Lucey und Li (2015) weisen nach, dass Gold, Silber und Platin Safe Havens bzgl. US-Aktien sind. Allerdings ist auch Palladium als Safe Haven geeignet. Außerdem sind die vier Edelmetalle jeweils nur in manchen Perioden und niemals alle vier in der gleichen Periode Safe Havens. So können bspw. Silber, Platin und Palladium als Safe Haven in den Perioden geeignet sein, in denen Gold dies nicht ist. Sind Gold und ein anderes Edelmetall in der gleichen Periode Safe Havens, so kommt es vor, dass Gold den vergleichsweise schwächeren Safe Haven darstellt. Arouri et al. (2012) erwähnen, dass Gold als Hedge geeignet ist und dass dies auf Platin und Palladium nicht zutrifft. Da von den Autoren aber keine Differenzierung zu einem Safe Haven vorgenommen wird und die Resultate sich zum Teil auf bestimmte Marktphasen wie Bärenmärkte und Krisen beziehen, können die Ergebnisse nicht eindeutig den Eigenschaften eines Hedges oder eines Safe Havens zugeordnet werden. Hillier et al. (2006) unterstreichen die Diversifikationseigenschaft von Gold, Silber und Platin im Allgemeinen sowie in Zeiten hoher Marktvolatilität. Auf die in dieser Arbeit angewendeten Definitionen bezogen, handelt es sich dabei de facto um die Eigenschaften als Hedge sowie als Safe Haven. Während die Eigenschaft als Hedge für alle drei Edelmetalle signifikant und für Gold am stärksten ist, ist die Eigenschaft als Safe Haven nur noch für Gold signifikant. Auch Conover et al. (2009) betonen die Diversifikationseigenschaft von Gold, Silber und Platin, wobei Platin genau genommen lediglich einen Diversifier darstellt. Gold und Silber sind hingegen jeweils (schwache) Hedges. Gold ist dabei marginal besser als Hedge geeignet als Silber. Dies wird durch Hood und Malik (2013) bestätigt, die für den Gesamtzeitraum herausfinden, dass Gold einen starken Hedge und Silber einen schwachen Hedge darstellen, während Platin nicht als Hedge geeignet ist. Zudem ist Gold ein starker Safe Haven, während Silber und Platin keine Safe Havens sind. Jedoch ist anzumerken, dass Gold, Silber und Platin jeweils in manchen Unterperioden eine negative und in manchen Unterperioden eine positive Korrelation mit US-Aktien aufweisen, sodass die Beziehung zwischen den Edelmetallen und den US-Aktien im Zeitablauf schwankt.

Genau wie für deutsche Aktien und Anleihen kommen Johnson und Soenen (1997) zu dem Ergebnis, dass Gold nur in manchen Perioden Bestandteil eines Portfolios sein sollte, welches ansonsten aus US-Aktien und US-Anleihen besteht. Passend dazu stellen Hood und Malik (2013) und Beckmann et al. (2015) fest, dass einem Portfolio, welches nur aus US-Aktien besteht, Gold hinzugefügt werden sollte. Dies wird indirekt durch Hillier et al. (2006) bestätigt, die einem Portfolio, welches aus diversen Aktienindizes verschiedener Länder und Regionen besteht, Gold beimischen und zu dem Schluss kommen, dass Gold Bestandteil des Aktienportfolios sein sollte. Ebenso sehen Conover et al. (2009) einen Nutzen darin, wenn einem Portfolio aus US-Aktien Gold beigemischt wird. Jedoch ist

der Nutzen höher, wenn nicht nur Gold sondern noch andere Edelmetalle den US-Aktien hinzugefügt werden. Dieser Nutzen lässt sich noch weiter steigern, wenn Aktien mit Bezug zu Edelmetallen statt Edelmetalle oder Gold selbst Teil eines US-Aktienportfolios werden.

Sowohl für die Eigenschaft als Hedge als auch für die Eigenschaft als Safe Haven von Edelmetallen bzgl. deutscher Aktien zeigt sich, dass es keine einstimmige Meinung in der in diesem Kapitel betrachteten (Basis-) Literatur gibt. Ähnliches gilt auch bzgl. US-Aktien. Ferner ist interessant, dass Gold nicht immer am besten als Hedge oder als Safe Haven geeignet ist, wenn neben Gold noch andere Edelmetalle untersucht werden. Tabelle 2.6 fasst dies noch einmal zusammen.

**Tabelle 2.6.** Vergleich der bestehenden Resultate

	Baur und Lucey (2010)	Baur und McDermott (2010)	Hillier et al. (2006)	Conover et al. (2009)	Low et al. (2016)	Arouri et al. (2012)	Hood und Malik (2013)	Lucey und Li (2015)	Coudert und Raymond-Feingold (2011)	Johnson und Soenen (1997)	Beckmann et al. (2015)	Ciner et al. (2013)	Sumner et al. (2010)
<b>deutsche Aktien</b>													
Gold ist ein Hedge		X							O	O			
Gold ist ein Safe Haven	X	O			O				X		X		
Gold ist bester Hedge													
Gold ist bester Safe Haven										O			
Gold sollte in das Portfolio													
<b>US-Aktien</b>													
Gold ist ein Hedge	X	X	O	O		O	O		X	O	X	X	X
Gold ist ein Safe Haven	X	O	O	O	X	O	O	X	X		X	O	
Gold ist bester Hedge			O	O			O						
Gold ist bester Safe Haven			O	O	X		O						
Gold sollte in das Portfolio			O	X			X			O	X		

*X:= Kriterium trifft zu    O:= Kriterium trifft nur bedingt zu  
kein Eintrag:= Kriterium trifft nicht zu / keine Aussage möglich*

Dabei wird in Tabelle 2.6 von einer Unterscheidung zwischen einer starken und schwachen Ausprägung der Eigenschaften abgesehen, da sie für die Übersicht nicht von Bedeutung ist. Ferner werden ausschließlich die Resultate für Gold aufgeführt, da im Allgemeinen insbesondere Gold die Eigenschaft Aktienkursrisiken abzusichern zugeschrieben wird und da Gold das einzige Edelmetall ist, welches in allen Quellen der Basisliteratur betrachtet wird. Tabelle 2.6 veranschaulicht, wie unterschiedlich die bestehenden Resultate teilweise sind und dass Gold nicht immer die Funktionen erfüllt, die ihm oftmals zugeschrieben werden - insbesondere wenn es um deutsche Aktien geht.<sup>19</sup>

Da den bestehenden Resultaten mitunter vergleichsweise geringe Beobachtungszeiträume zugrunde liegen, ist eine Analyse für einen längeren Zeitraum sowie für verschiedene

<sup>19</sup>Es sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass ein direkter Vergleich der Resultate nur bedingt möglich ist, da die Quellen - wie oben beschrieben - unterschiedliche Daten sowie unterschiedliche Zeiträume untersuchen.

Unterperioden notwendig. Außerdem bietet sich eine Ausweitung der Suche nach Alternativen zu Gold an, um zu klären, ob noch weitere Edelmetalle die Eigenschaft als Hedge bzw. Safe Haven besitzen und ob sie ggf. sogar besser als Gold als Hedge bzw. Safe Haven geeignet sind.

## 2.5 Zielsetzung der vorliegenden Arbeit

In den vorangegangenen Kapiteln wurde für unterschiedliche Kriterien aufgeführt, welche Analysen die bestehende (Basis-) Literatur durchführt, was dort kein Untersuchungsgegenstand ist und welche Aspekte daher in der vorliegenden Arbeit untersucht werden sollen. Zusammenfassend kann gesagt werden, dass die einschlägige Literatur bislang keine umfassende Analyse hinsichtlich der Frage vorweisen kann, ob sich ein in der deutschen Landeswährung fakturierender Investor mit diversen Edelmetallen - nicht nur mit Gold - gegen Kursrisiken deutscher Aktien absichern kann und mit welchem Edelmetall dies ggf. am besten funktioniert. Darüber hinaus fehlt oftmals sowohl eine als sinnvoll zu erachtende Differenzierung zwischen Hedge und Safe Haven als auch eine hierauf basierende objektive, nicht arbiträre Unterteilung einer möglichst langen Zeitreihe in verschiedene Unterperioden, um anhand derer die Edelmetalle auf die Eigenschaften hin zu analysieren.

Die Analyse der vorliegenden Arbeit wird daher folgendermaßen durchgeführt: Für sämtliche Edelmetalle - mit Ausnahme von Osmium - sollen<sup>20</sup> die Eigenschaften als globaler bzw. lokaler Diversifier, als starker bzw. schwacher Hedge und als starker bzw. schwacher Safe Haven gegenüber Kursrisiken des DAX analysiert werden. Dazu werden jeweils Schluss-Spotkurse der jeweiligen Edelmetallpreise und des DAX für Tages-, Wochen- und Monatsdaten in Euro verwendet und auf eben jene drei Eigenschaften hin untersucht. Dabei wird die Untersuchung sowohl für einen langen (Gesamt-) Zeitraum als auch diverse Unterperioden durchgeführt. Außerdem wird im Zuge einer kurzen Illustration die optimale Portfolioallokation zwischen verschiedenen Edelmetallen und dem DAX errechnet.

Dies geschieht unter der Zielsetzung herauszufinden, wie ein deutscher Investor investieren sollte, um das Risiko möglicher Kursverluste deutscher Aktien mithilfe von Edelmetallen zu reduzieren. Neben der Frage, welche Edelmetalle diesen Zweck bestmöglich erfüllen, ist auch die Frage, in welcher Marktphase sie dies tun, für Investoren von elementarer Bedeutung. Durch die Differenzierung zwischen Hedge und Safe Haven kann ermittelt werden, ob sich die Aufnahme von Edelmetallen in das Portfolio nur in Krisen - d. h. kurz- bis mittelfristig - oder eher im Allgemeinen - d. h. langfristig - lohnt. Die Portfolioanalyse ermöglicht es sodann, eine erste Aussage über die möglichen Gewichtungen der entsprechenden Edelmetalle im Portfolio und die Auswirkungen der Beimischung der Edelmetalle zum DAX zu treffen.

---

<sup>20</sup>In Kapitel 3 wird dargestellt, warum die gewünschte Analyse für Rhodium, Iridium und Ruthenium nicht adäquat umgesetzt werden kann.

# Kapitel 3

## Datenanalyse

### 3.1 Datenerhebung

In der vorliegenden Arbeit werden die Zeitreihen des DAX sowie der Edelmetalle Gold (*Au*), Silber (*Ag*), Platin (*Pt*), Palladium (*Pd*), Rhodium (*Rh*), Iridium (*Ir*) und Ruthenium (*Ru*) jeweils als Tages-, Wochen- und Monatsdaten verwendet. Es handelt sich dabei jeweils um die Rohstoffpreise als Spot- und Schlusskurse vom 01.07.1992 bis zum 17.10.2016. Da die Edelmetalle in US-Dollar je Feinunze notieren, werden sie mittels des USD-EUR-Wechselkurses in Euro (je Feinunze) umgerechnet, um so die Untersuchung aus Sicht eines in Euro fakturierenden Investors durchführen zu können. Passend hierzu wird auch der in Punkten notierende DAX in Euro abgebildet. Dazu wird jeder Punkt mit einem Euro gleichgesetzt. Die Wochen- und Monatsdaten werden aus den Tagesdaten gewonnen, indem die Tagesschlusskurse auf die Wochen- und Monatsschlusskurse beschränkt werden. Folglich besitzen die Zeitreihen der Monatsschlusskurse weniger Beobachtungen als die der Wochenschlusskurse, welche wiederum weniger Beobachtungen als die Tagesschlusskurse besitzen. Die Anzahl der Beobachtungen der Tagesdaten entsprechen dabei der Anzahl der Handelstage. Die Daten wurden von Thomson Reuters Eikon zur Verfügung gestellt.

Die acht Zeitreihen werden aufeinander abgestimmt, sodass alle den gleichen Zeitraum umfassen und die gleiche Anzahl an Beobachtungen aufweisen. Genauer gesagt, wird die Zeitreihe des DAX als Ausgangspunkt gewählt und die anderen Zeitreihen dieser Zeitreihe angepasst. Dazu werden Datenpunkte der Edelmetalle eliminiert, an denen keine Kursnotierungen des DAX vorliegen, und Datenpunkte hinzugefügt, für die zwar Kursnotierungen des DAX, aber keine für die Edelmetalle vorliegen.<sup>21</sup> In diesem Fall werden die fehlenden Kurse jeweils mittels linearer Interpolation der beiden benachbarten Datenpunkte ermittelt. Der Beginn der Zeitreihe wird durch die Verfügbarkeit der Datensätze festgelegt, sodass hier insbesondere die seltenen Edelmetalle Rhodium, Iridium und Ruthenium das Betrachten noch längerer Zeitreihen verhindern. Die Einführung des DAX im Jahre 1988 würde aber ohnehin keine Betrachtung einer Zeitreihe ermöglichen, die deutlich darüber hinausginge. Das Ende der Zeitreihen stellt den Tag der Abrufung der Daten dar.

---

<sup>21</sup>Dieser Fall tritt aber nur in Ausnahmefällen ein.

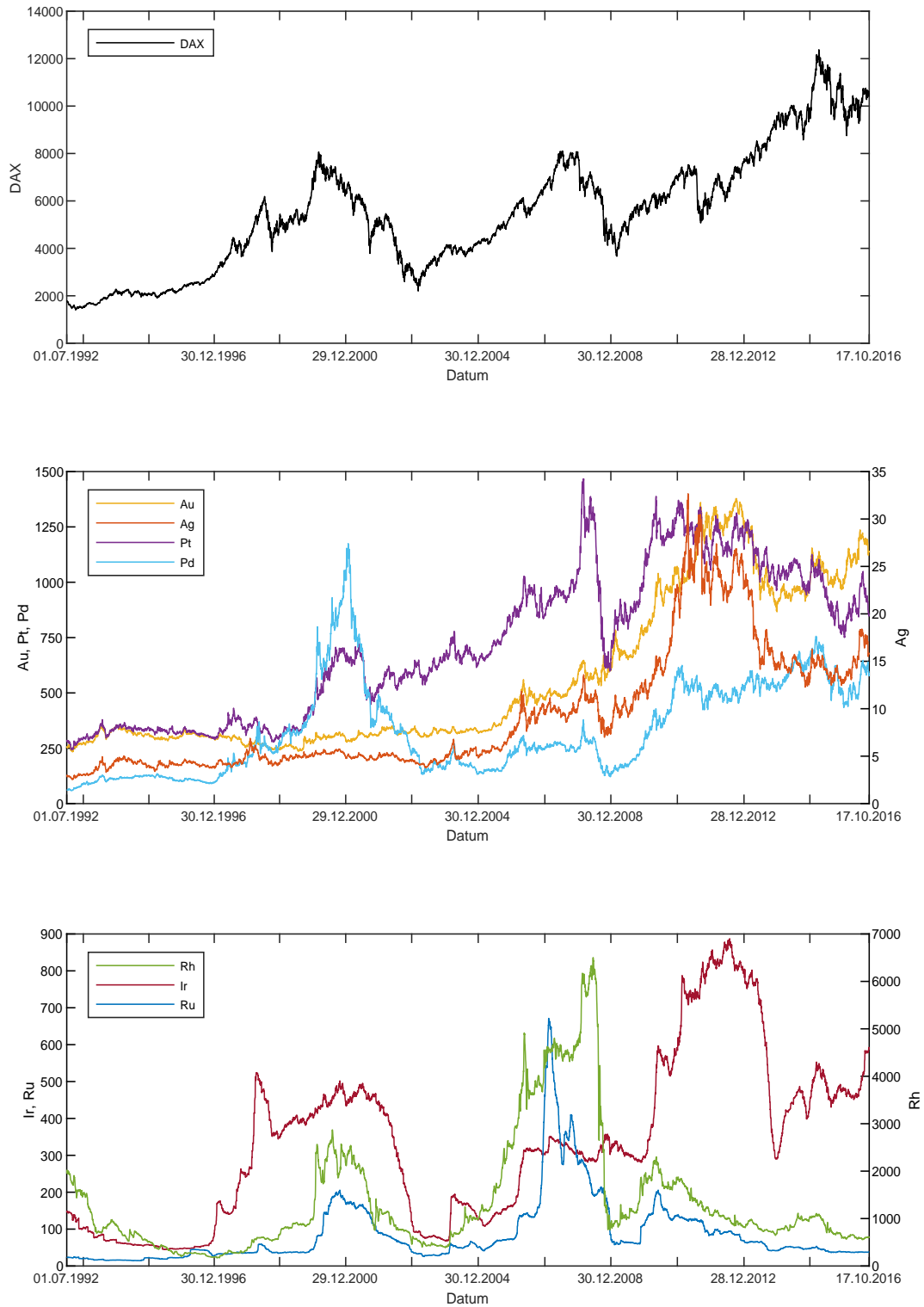


Abbildung 3.1. Übersicht über die Tagesschlusskurse der acht Zeitreihen

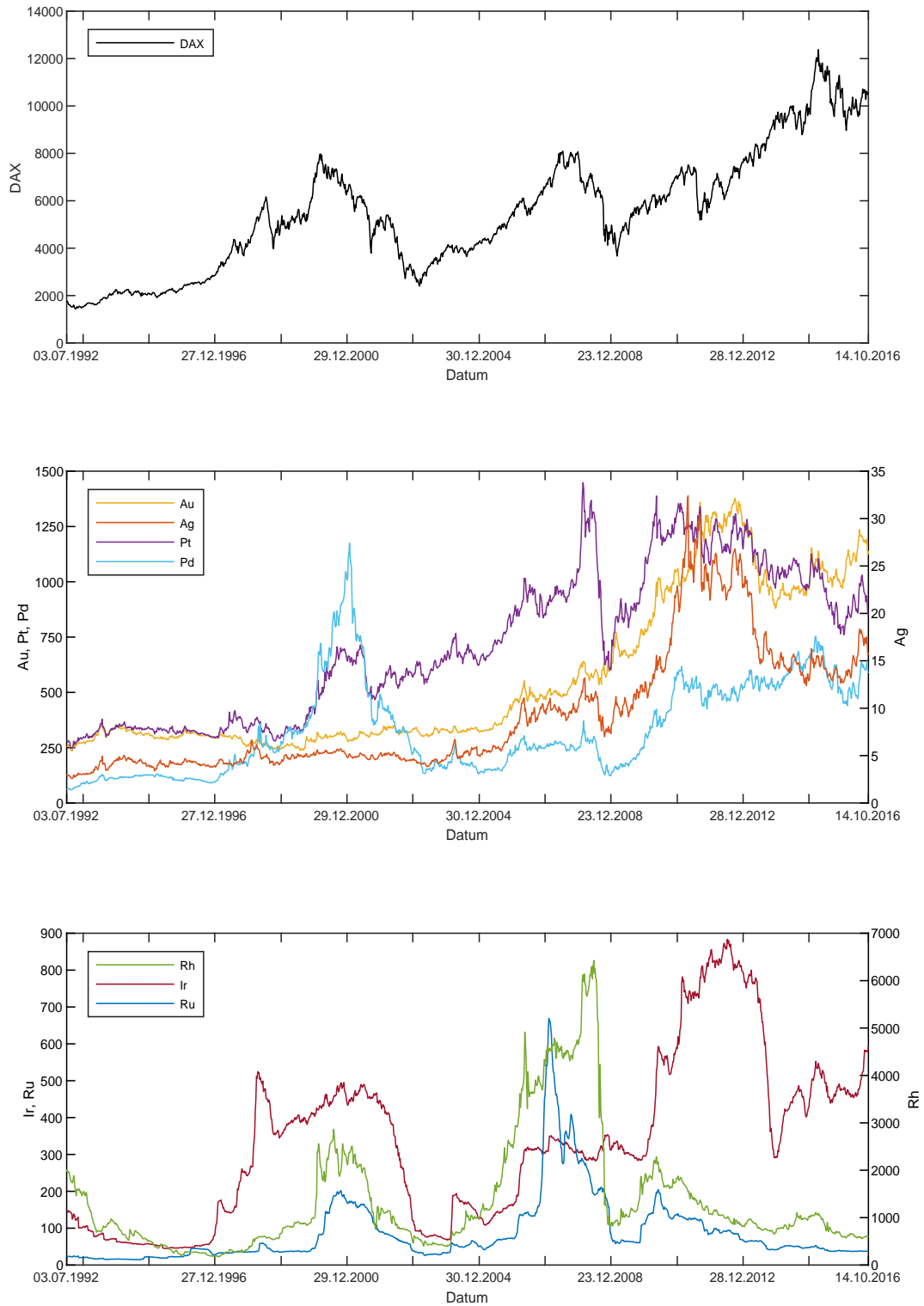


Abbildung 3.2. Übersicht über die Wochenschlusskurse der acht Zeitreihen

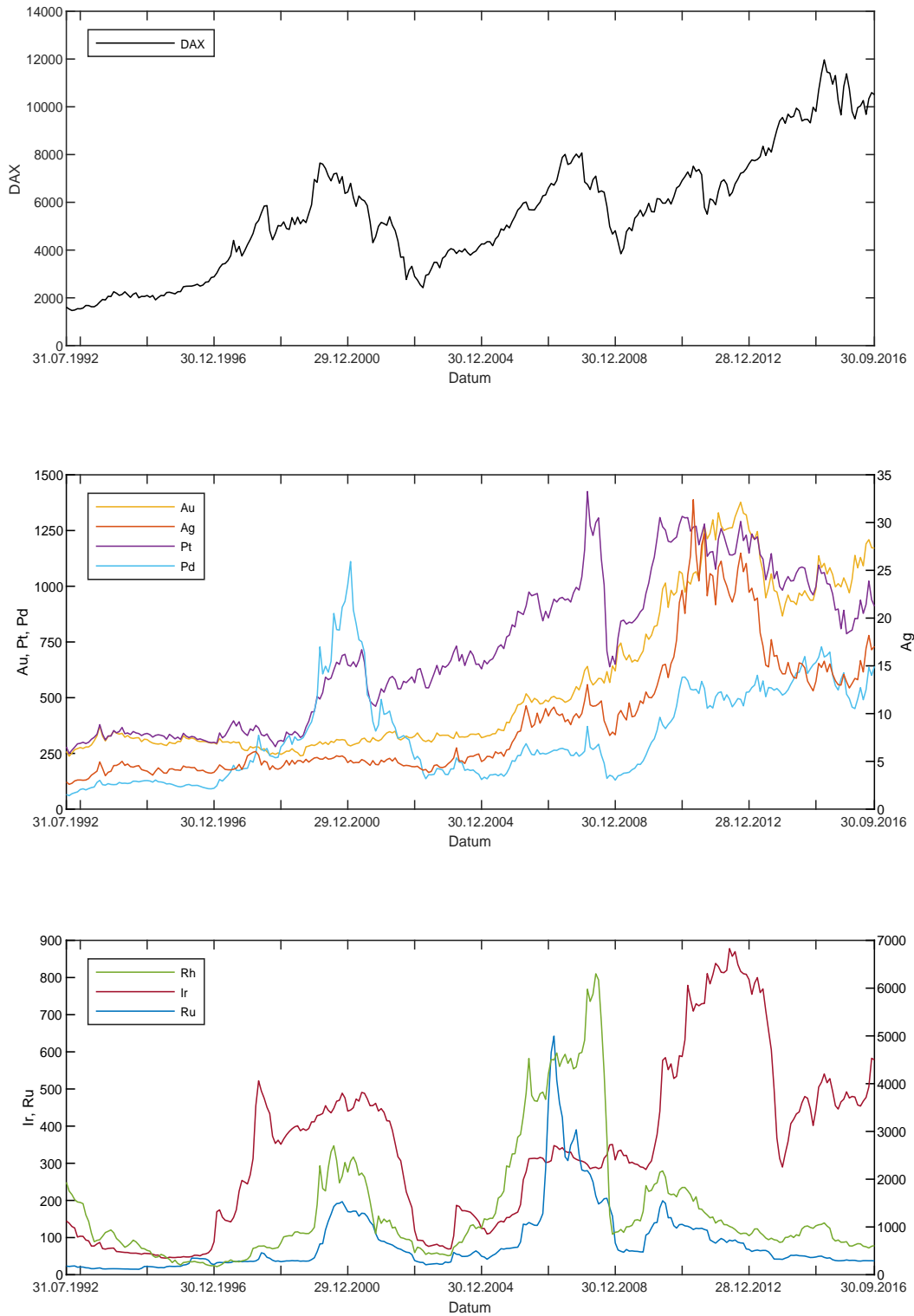


Abbildung 3.3. Übersicht über die Monatsschlusskurse der acht Zeitreihen

Die Abbildungen 3.1 - 3.3 veranschaulichen für die verschiedenen Frequenzen die jeweiligen Schlusskurse der acht Zeitreihen vom 01.07.1992 bis zum 17.10.2016. In den drei Abbildungen stellt jeweils die erste Grafik die Schlusskurse des DAX dar. In der zweiten Grafik sind jeweils auf der primären Ordinate die Schlusskurse von Gold, Platin sowie Palladium und auf der sekundären Ordinate die Schlusskurse von Silber abgetragen. Die dritte Grafik zeigt jeweils die Schlusskurse von Iridium und Ruthenium auf der primären und die Schlusskurse von Rhodium auf der sekundären Ordinate.

Unabhängig von der betrachteten Frequenz kann den Abbildungen 3.1 - 3.3 entnommen werden, dass der Kurs des DAX bis Mitte 1998 zunächst nur leicht, später dann stärker steigend verläuft. Im gleichen Zeitraum stagnieren die Edelmetallpreise von Gold, Silber, Platin, und Ruthenium weitestgehend, während der Palladiumpreis zunächst ebenfalls stagniert und dann ab Anfang 1997 ansteigt. Die Preise von Iridium und Ruthenium fallen demgegenüber zu Beginn des Beobachtungszeitraums, wobei der Iridiumpreis bereits ebenfalls ab Anfang 1997 stark anzusteigen beginnt. Platin, Palladium, Rhodium sowie Ruthenium verzeichnen dagegen erst seit der ersten Hälfte des Jahres 2000 bis Anfang 2001 einen starken Kursanstieg, während im gleichen Zeitraum die Kurse des DAX deutlich und die Gold- und Silberpreise leicht sinken. Bis Anfang 2003 hält der Abwärtstrend des DAX an und auch die Preise von Palladium, Rhodium, Iridium und Ruthenium verzeichnen bis zu diesem Zeitpunkt Verluste, welche dabei stark genug ausfallen, um die Preissteigerungen, welche bis Anfang 2001 erzielt wurden, wieder einzubüßen. Der Platinpreis liegt Anfang 2003 dagegen nur leicht unterhalb seines zwischenzeitlichen Hochs Mitte des Jahres 2001. Während Silber auch Anfang 2003 einen geringeren Preis als Anfang 2001 aufweist, kann Gold im gleichen Zeitraum nun einen kleinen Kursgewinn verbuchen. Von Anfang 2003 an steigen alle Kurse zunächst wieder an.

Anfang 2006 fällt dann der Rutheniumpreis deutlich ab. Während der Kurs des DAX Anfang 2008 zu sinken beginnt, verzeichnen bis auf Iridium und Ruthenium alle Edelmetallpreise zunächst eine kurze Aufwärtsbewegung, bevor eine ebenfalls kurze Abwärtsbewegung einsetzt. Diese Abwärtsbewegung ist besonders stark bei Platin und Rhodium ausgeprägt, während sie bei Silber und Platin moderat ausfällt. Die Gold- und Iridiumpreise fallen dagegen kaum merklich. Spätestens Anfang 2009 befinden sich bis auf Iridium und Ruthenium alle Edelmetalle sowie der DAX wieder in einem Aufwärtstrend. Die Preise für Iridium und Ruthenium steigen ab Ende 2009 wieder an. Der Kursanstieg des DAX hält im Wesentlichen bis zum Ende des Beobachtungszeitraums an, wobei der DAX Mitte 2011 und Mitte 2015 jeweils deutliche Kursverluste verzeichnet. Der Aufwärtstrend der Silber-, Platin- und Palladiumpreise hält von Anfang 2009 bis Anfang 2011 an, während die Gold- und Iridiumpreise bis Ende 2012 ansteigen. Die Preise von Gold, Silber, Platin, Palladium und Iridium sinken zunächst von ihrem jeweiligen Hochpunkt Anfang 2011 bzw. Ende 2012 aus und steigen erst zum Ende des Beobachtungszeitraums wieder leicht an. Die Rhodium- und Rutheniumpreise weisen dagegen seit ihrem zwischenzeitlichen Hoch Mitte 2010 einen bis zum Ende des Beobachtungszeitraums fallenden Verlauf auf.



Tabelle 3.1 gibt für die verschiedenen Frequenzen ( $freq = \{daily, weekly, monthly\}$ ) einen Überblick über die Zeiträume und die Anzahl an Beobachtungen ( $N^{freq}$ ) aller acht Zeitreihen. Aufgrund der Tatsache, dass die Wochen- und Monatsdaten aus den Tagesdaten gewonnen werden, stimmen für die verschiedenen Frequenzen jeweils der Beginn und das Ende der Zeitreihen nicht überein. Dennoch liegt ein einheitlicher Zeitraum vor, da alle Daten auf dem Zeitraum vom 01.07.1992 bis zum 17.10.2016 beruhen.

**Tabelle 3.1.** Überblick über die Zeitreihen der Kurse

	Beginn der Zeitreihen	Ende der Zeitreihen	Anzahl an Beobachtungen
Tagesdaten	01.07.1992	17.10.2016	6154
Wochendaten	03.07.1992	14.10.2016	1268
Monatsdaten	31.07.1992	30.09.2016	291

Um präziser sagen zu können, wie viele Jahre die Gesamtzeiträume sowie die noch in Kapitel 4 zu bestimmenden Unterperioden umfassen, werden für die vorliegenden Zeitreihen - nachdem diese aufeinander abgestimmt wurden - die durchschnittliche Anzahl an Beobachtungen pro Jahr in den jeweiligen Frequenzen bestimmt ( $\bar{T}^{freq}$ ). Dazu werden für die einzelnen Jahre ( $n$ ) die Beobachtungen der Jahre in Abhängigkeit der Frequenz ( $T_n^{freq}$ ) bestimmt und über die Jahre, die vollständig mit in die Zeitreihe einfließen, das arithmetische Mittel berechnet. Da für das Jahr 1992 keine Daten seit Beginn des Jahres und für das Jahr 2016 keine Daten bis zum Ende des Jahres vorliegen, gehen insgesamt 23 Jahre (1993 - 2015) jeweils vollständig in die Analyse ein. Die Anzahl an Beobachtungen, die die einzelnen Jahre für die drei Frequenzen aufweisen, können Tabelle 3.2 entnommen werden.

**Tabelle 3.2.** Anzahl an Beobachtungen der einzelnen Jahre

$n$	Zeitraum	$T_n^{daily}$	$T_n^{weekly}$	$T_n^{monthly}$
-	01.07.1992 - 31.12.1992	128	27	6
1	01.01.1993 - 31.12.1993	251	52	12
2	01.01.1994 - 31.12.1994	252	52	12
3	01.01.1995 - 31.12.1995	251	52	12
4	01.01.1996 - 31.12.1996	250	52	12
5	01.01.1997 - 31.12.1997	250	52	12
6	01.01.1998 - 31.12.1998	251	53	12
7	01.01.1999 - 31.12.1999	253	52	12
8	01.01.2000 - 31.12.2000	254	52	12
9	01.01.2001 - 31.12.2001	253	52	12
10	01.01.2002 - 31.12.2002	253	52	12
11	01.01.2003 - 31.12.2003	253	52	12
12	01.01.2004 - 31.12.2004	257	53	12
13	01.01.2005 - 31.12.2005	257	52	12
14	01.01.2006 - 31.12.2006	254	52	12
15	01.01.2007 - 31.12.2007	252	52	12
16	01.01.2008 - 31.12.2008	254	52	12
17	01.01.2009 - 31.12.2009	254	53	12
18	01.01.2010 - 31.12.2010	256	52	12
19	01.01.2011 - 31.12.2011	257	52	12
20	01.01.2012 - 31.12.2012	254	52	12
21	01.01.2013 - 31.12.2013	253	52	12
22	01.01.2014 - 31.12.2014	252	52	12
23	01.01.2015 - 31.12.2015	253	53	12
-	01.01.2016 - 17.10.2016	202	41	9

Die durchschnittliche Anzahl an Beobachtungen pro Jahr für die jeweiligen Frequenzen berechnen sich dann gemäß:

$$\bar{T}^{freq} := \frac{1}{23} \sum_{n=1}^{23} T_n^{freq} .$$

Pro Jahr ergeben sich durchschnittlich  $\bar{T}^{daily} = \frac{1}{23} \cdot 5824 \approx 253,22$  Beobachtungen auf Basis von Tagesdaten,  $\bar{T}^{weekly} = \frac{1}{23} \cdot 1200 \approx 52,17$  Beobachtungen auf Basis von Wochendaten und  $\bar{T}^{monthly} = \frac{1}{23} \cdot 276 = 12$  Beobachtungen auf Basis von Monatsdaten. Für Tagesdaten wird somit durchschnittlich mit 253, für Wochendaten mit 52 und für Monatsdaten mit 12 Beobachtungen pro Jahr gerechnet. Hieraus ergeben sich wiederum für die Gesamtlängen der Zeitreihen für Tages-, Wochen- und Monatsdaten 24,32 Jahre, 24,38 Jahre und 24,25 Jahre.<sup>22</sup>

## 3.2 Durchführung statistischer Tests

Zur Beurteilung, ob die Zeitreihen der Kurse integriert sind, zeigt Tabelle 3.3 die Ergebnisse des *Augmented-Dickey-Fuller* (ADF) Tests und des *Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin* (KPSS) Tests für alle acht Zeitreihen in den drei Frequenzen. Es werden jeweils die zugehörigen Teststatistiken und p-Werte angegeben.

**Tabelle 3.3.** ADF- und KPSS-Test für die Kursdaten der acht Zeitreihen

	ADF-Test						KPSS-Test					
	Tagesdaten		Wochendaten		Monatsdaten		Tagesdaten		Wochendaten		Monatsdaten	
	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert
DAX	-2,227	0,4821	-2,162	0,5096	-2,298	0,4506	22,290***	<0,01	9,798***	<0,01	5,134***	<0,01
Au	-1,768	0,6768	-1,546	0,7704	-2,048	0,5561	26,524***	<0,01	11,572***	<0,01	6,020***	<0,01
Ag	-2,082	0,5437	-1,876	0,6306	-2,527	0,3542	22,983***	<0,01	10,041***	<0,01	5,199***	<0,01
Pt	-2,483	0,3738	-2,707	0,2789	-2,748	0,2611	28,009***	<0,01	12,271***	<0,01	6,403***	<0,01
Pd	-2,054	0,5555	-2,207	0,4908	-2,956	0,1736	10,116***	<0,01	4,494***	<0,01	2,375***	<0,01
Rh	-1,833	0,6491	-2,612	0,3191	-2,397	0,4089	4,456***	<0,01	1,962***	<0,01	1,054***	<0,01
Ir	-2,123	0,5264	-2,369	0,4222	-2,306	0,4471	15,471***	<0,01	6,754***	<0,01	3,521***	<0,01
Ru	-3,580**	0,0346	-3,476**	0,0446	-2,411	0,4032	4,633***	<0,01	2,056***	<0,01	1,103***	<0,01

Signifikanzniveaus: \* = 0,10 \*\* = 0,05 \*\*\* = 0,01

Für Tagesdaten werden sowohl für den ADF- als auch den KPSS-Test 18 Lags zugrunde gelegt. Für Wochendaten sind es bei dem ADF-Test 10 Lags und bei dem KPSS-Test 8 Lags. Für Monatsdaten sinkt die Anzahl an Lags für den ADF-Test auf 6 und für den KPSS-Test auf 3 Lags. Die Anzahl der Lags wird in den Tests mittels

$$Lags^{ADF} := \left\lceil \sqrt[3]{N^{freq} - 1} \right\rceil ,$$

$$Lags^{KPSS} := \left\lceil \frac{3}{13} \sqrt{N^{freq}} \right\rceil$$

bestimmt. Da die p-Werte des ADF-Tests in allen Fällen größer als die gängigen Signifikanzniveaus sind, kann die Nullhypothese, dass die Zeitreihen eine Einheitswurzel besitzen, in keinem der Fälle verworfen werden.<sup>23</sup> Passend dazu sind die p-Werte des KPSS-Tests in allen Fällen kleiner als die gängigen Signifikanzniveaus, sodass die Nullhypothese, dass

<sup>22</sup>Die Anzahl an Jahren für die Gesamtlänge der Zeitreihen ergibt sich jeweils als Quotient aus  $N^{freq}$  und  $\bar{T}^{freq}$ , wobei für  $\bar{T}^{freq}$  der auf eine ganze Zahl gerundete Wert verwendet wird.

<sup>23</sup>Lediglich für Ruthenium im Falle von Tages- und Wochendaten wird die Nullhypothese zu einem Signifikanzniveau von 5% verworfen, sodass dort die Annahme, dass ein integrierter Prozess vorliegt, nur für ein Signifikanzniveau von 1% nicht verworfen werden kann.

die Zeitreihen nicht integriert sind, in allen Fällen verworfen werden kann. Für die vorliegenden Zeitreihen kann somit - unabhängig von ihrer Frequenz - angenommen werden, dass integrierte Prozesse vorliegen.

Da für die spätere Analyse Zeitreihen benötigt werden, die keine Einheitswurzeln aufweisen, müssen die Zeitreihen entsprechend angepasst werden. Hierzu werden aus den jeweiligen Kursen ( $S_i$ ) die ersten Differenzen der logarithmierten Kurse berechnet, welche sodann I(1)-Prozesse darstellen und gleichbedeutend mit den Renditen ( $r_i$ ) sind. Es gilt:

$$r_i := \ln \frac{S_{i+1}}{S_i} \quad \text{für } i \in \{1, \dots, N^{freq} - 1\} . \quad (3.1)$$

Diese Berechnungsweise der Renditen hat den Vorteil, dass die Summe der einzelnen Renditen mehrerer hintereinander liegender Perioden genau der Rendite entspricht, die resultiert, wenn diese Perioden als eine Periode zusammengefasst und hierfür die Rendite berechnet wird (Jondeau et al., 2007; Schmid und Trede, 2006). Tabelle 3.4 gibt einen Überblick über die Zeiträume und die Anzahl an Beobachtungen, wenn Renditen betrachtet werden. Die Anzahl an Beobachtungen der Renditen einer Frequenz wird nachfolgend mit  $T^{freq}$  bezeichnet, wobei  $T^{freq} = N^{freq} - 1$  gilt.

**Tabelle 3.4.** Überblick über die Zeitreihen der Renditen

	Beginn der Zeitreihen	Ende der Zeitreihen	Anzahl an Beobachtungen
Tagesdaten	02.07.1992	17.10.2016	6153
Wochendaten	10.07.1992	14.10.2016	1267
Monatsdaten	31.08.1992	30.09.2016	290

Aus Tabelle 3.5 können die Ergebnisse des ADF- und des KPSS-Tests für die Renditen der acht Zeitreihen abgelesen werden. Die Anzahl an Lags entspricht jeweils derjenigen, die für die Kurse berechnet wurde. Es zeigt sich, dass für die Zeitreihen der Renditen sämtliche p-Werte für den ADF-Test unterhalb und für den KPSS-Test oberhalb der üblichen Signifikanzniveaus liegen. Folglich kann die Nullhypothese des ADF-Tests, dass die Zeitreihen weitere integrierte Prozesse aufweisen, stets verworfen werden, während die Nullhypothese des KPSS-Tests, dass die Zeitreihen keine Einheitswurzeln besitzen, in keinem der Fälle verworfen werden kann. Die Zeitreihen der Renditen können daher nicht als integriert angesehen werden.

**Tabelle 3.5.** ADF- und KPSS-Test für die Renditen der acht Zeitreihen

	ADF-Test						KPSS-Test					
	Tagesdaten		Wochendaten		Monatsdaten		Tagesdaten		Wochendaten		Monatsdaten	
	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert
DAX	-18,242***	<0,01	-10,533***	<0,01	-6,213***	<0,01	0,082	>0,1	0,076	>0,1	0,096	>0,1
Au	-18,223***	<0,01	-11,960***	<0,01	-6,087***	<0,01	0,130	>0,1	0,145	>0,1	0,166	>0,1
Ag	-18,252***	<0,01	-12,381***	<0,01	-5,910***	<0,01	0,049	>0,1	0,053	>0,1	0,057	>0,1
Pt	-17,966***	<0,01	-9,468***	<0,01	-6,702***	<0,01	0,113	>0,1	0,113	>0,1	0,092	>0,1
Pd	-17,053***	<0,01	-9,846***	<0,01	-5,784***	<0,01	0,139	>0,1	0,132	>0,1	0,106	>0,1
Rh	-16,389***	<0,01	-8,478***	<0,01	-6,004***	<0,01	0,185	>0,1	0,156	>0,1	0,124	>0,1
Ir	-11,910***	<0,01	-8,722***	<0,01	-5,295***	<0,01	0,155	>0,1	0,102	>0,1	0,082	>0,1
Ru	-13,060***	<0,01	-8,311***	<0,01	-5,755***	<0,01	0,239	>0,1	0,167	>0,1	0,140	>0,1

Signifikanzniveaus: \* = 0,10    \*\* = 0,05    \*\*\* = 0,01

Die Abbildungen 3.4 - 3.6 veranschaulichen die Zeitreihen der Renditen für die verschiedenen Frequenzen. Für alle Zeitreihen zeigt sich, dass die Volatilität der Renditen nicht

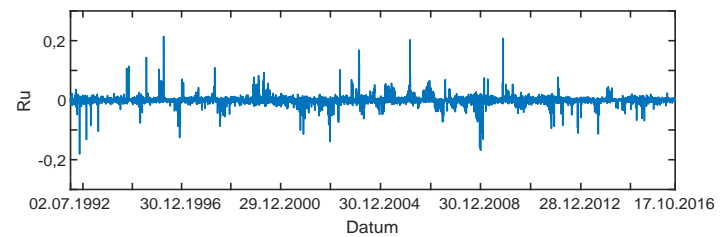
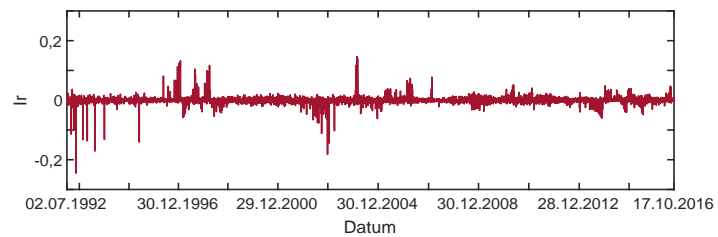
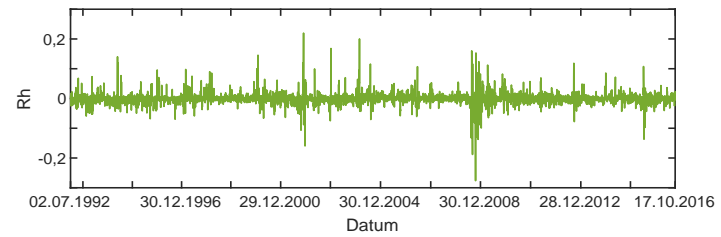
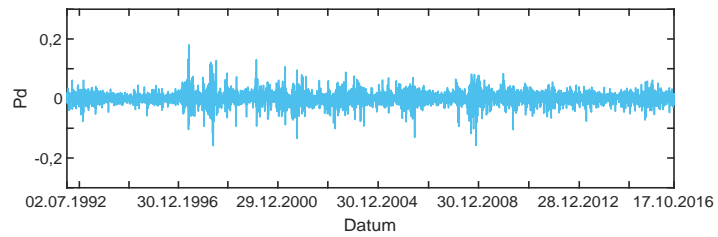
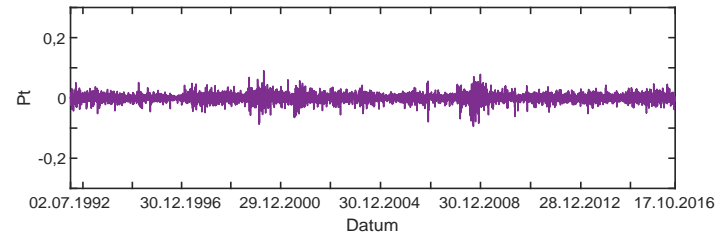
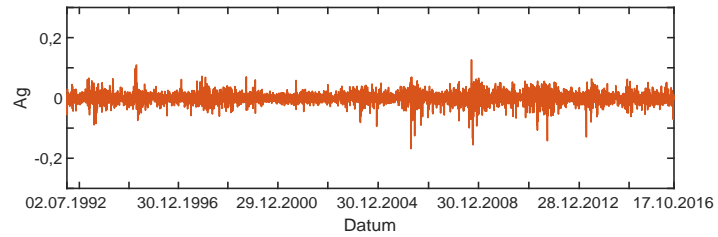
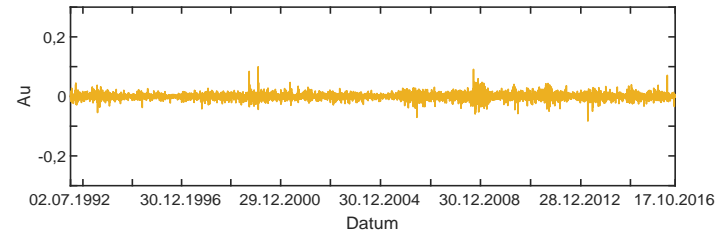
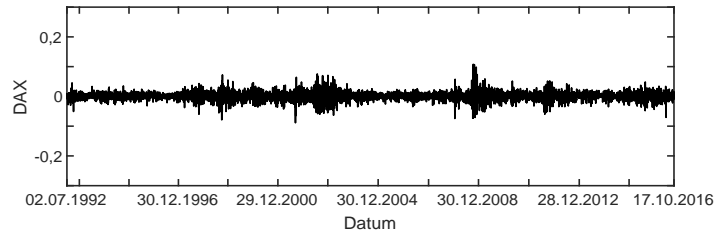


Abbildung 3.4. Übersicht über die Tagesrenditen der acht Zeitreihen

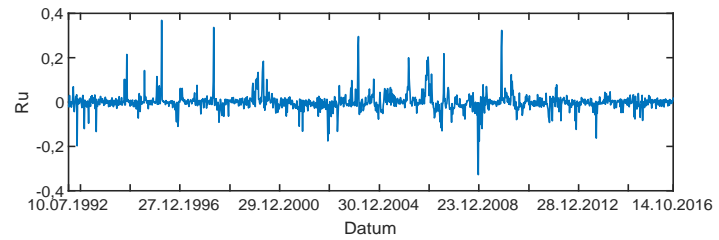
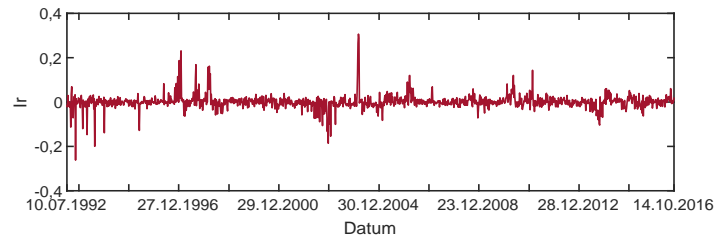
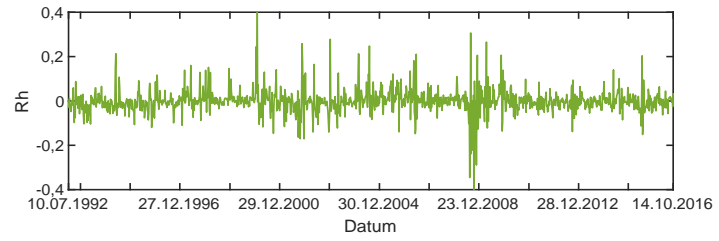
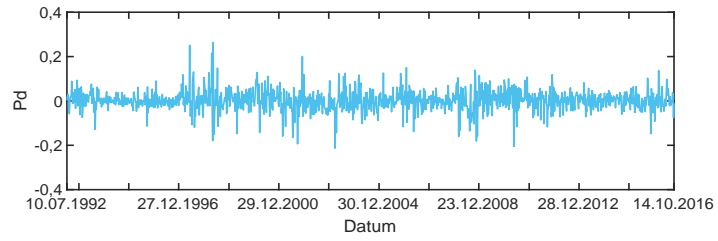
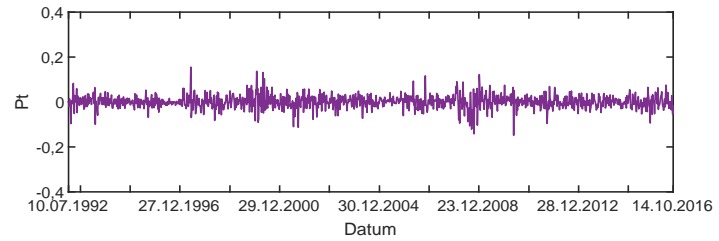
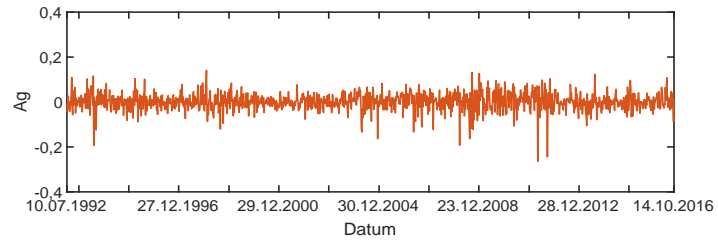
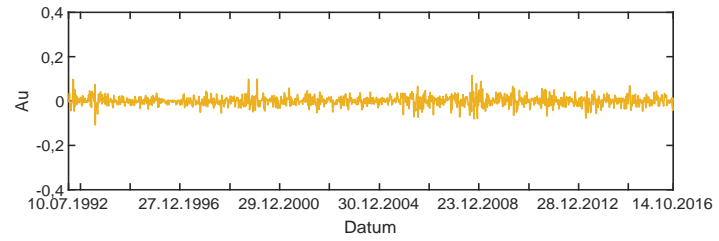
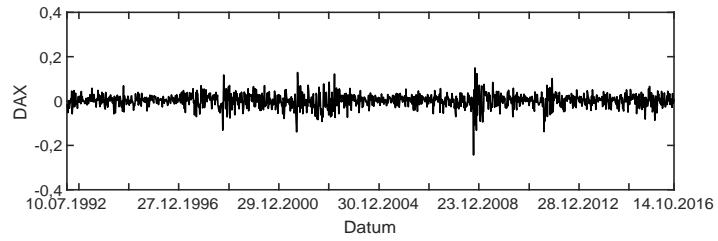


Abbildung 3.5. Übersicht über die Wochenrenditen der acht Zeitreihen

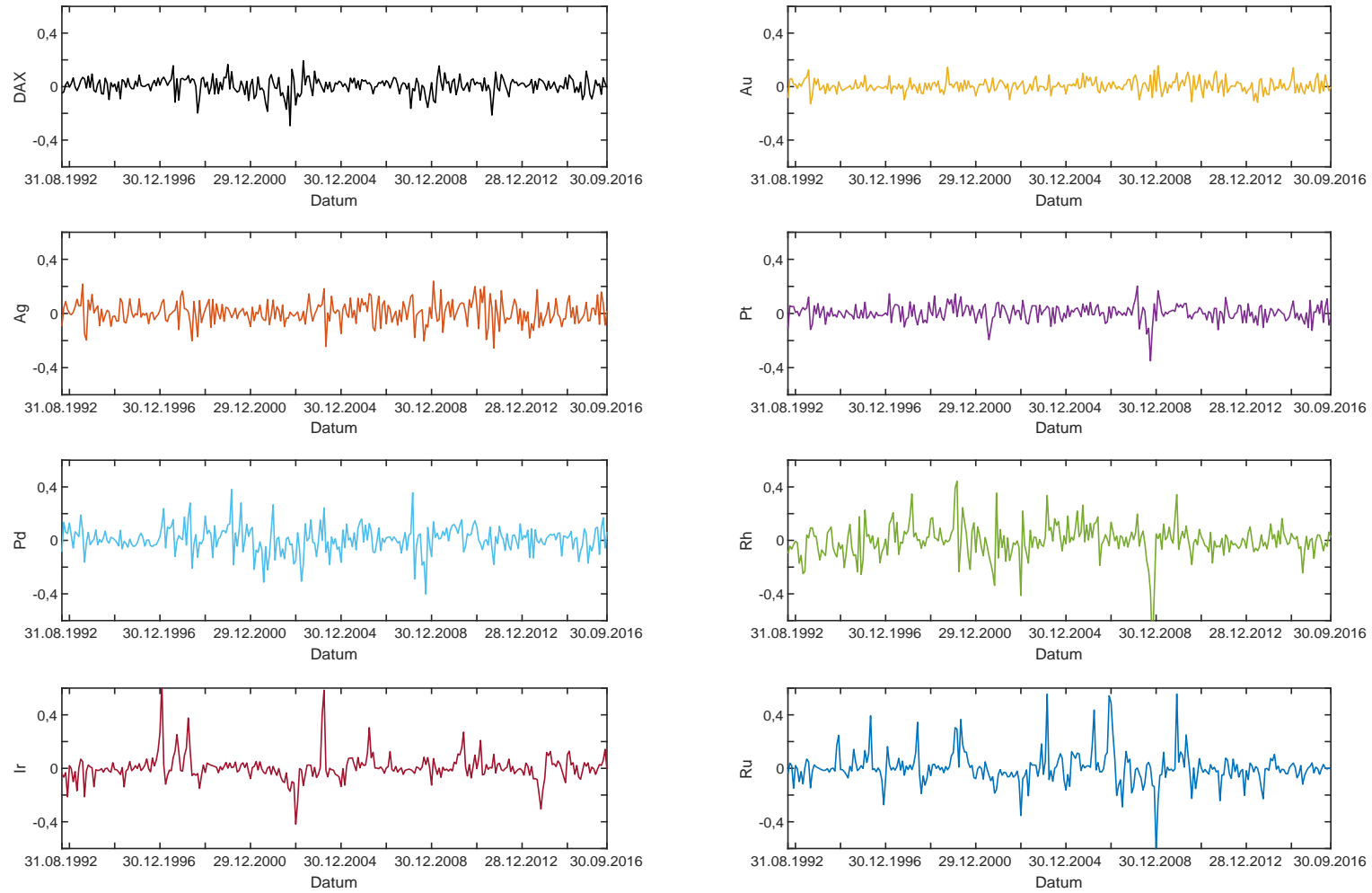


Abbildung 3.6. Übersicht über die Monatsrenditen der acht Zeitreihen

über die Zeit homogen ist, sondern in manchen Zeiträumen stärker und in manchen Zeiträumen schwächer ausfällt. So schwankt bspw. der DAX für die Zeiträume von Mitte 2002 bis Mitte 2003 sowie von Anfang 2008 bis Mitte 2009 deutlich stärker als für den Zeitraum von Ende 2003 bis Ende 2007. Auch die Grafiken der Renditen der Edelmetalle weisen eine solche heterogene Volatilität auf, wobei die Unterschiede in den Schwankungen einer jeden Zeitreihe im Vergleich zum DAX teils mehr und teils weniger stark ausgeprägt sind. Ferner tritt dieses - insbesondere für Tagesdaten gut erkennbare - *Volatilitätsclustering* nicht immer in den gleichen Zeiträumen auf, wenngleich es Zeiträume wie von Anfang 2008 bis Mitte 2009 gibt, in denen alle Zeitreihen gleichzeitig eine höhere Schwankung besitzten.

Volatilitätsclustering gilt für Finanzmarktdaten allgemein als bekannt bzw. nachgewiesen (z. B. Cont, 2001; Zumbach, 2013; Engle, 1993; Guo und Wohar, 2006; Inclan und Tiao, 1994; Hood und Malik, 2013) und kann auch für die vorliegenden acht Zeitreihen mithilfe von Engles *Autoregressive-Conditional-Heteroscedasticity* (ARCH) Test nachgewiesen werden, wie Tabelle 3.6 zeigt. Dementsprechend kann die Nullhypothese einer vorliegenden Homoskedastizität für alle Frequenzen mindestens bei einem Signifikanzniveau von 5% und meistens sogar bei einem Signifikanzniveau von 1% verworfen werden.<sup>24</sup> Es kann somit nicht von Homoskedastizität in den Zeitreihen ausgegangen werden. Die Volatilitäten, die in Kapitel 4.4 für verschiedene Zeiträume berechnet werden, untermauern die Gültigkeit dieses stilisierten Faktus von Renditezeitreihen (Schmid und Trede, 2006). Zur Modellierung der Zeitreihen bieten sich daher Modelle aus der Klasse der ARCH-Modelle an, da diese in der Lage sind, Heteroskedastizität bzw. eine nicht homogene Varianz abzubilden (Jondeau et al., 2007; Schmid und Trede, 2006; Bera und Higgins, 1993).

**Tabelle 3.6.** ARCH-Test für die Renditen der acht Zeitreihen

	Tagesdaten		Wochendaten		Monatsdaten	
	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert
DAX	189,4891***	<0,01	42,0794***	<0,01	1,4325	0,2314
Au	183,5717***	<0,01	42,8891***	<0,01	4,3727**	0,0365
Ag	155,0468***	<0,01	4,1848**	0,0408	6,1885**	0,0129
Pt	273,3513***	<0,01	24,3650***	<0,01	7,6589***	<0,01
Pd	218,5398***	<0,01	40,3086***	<0,01	8,7183***	<0,01
Rh	936,7335***	<0,01	4,2872**	0,0384	40,7140***	<0,01
Ir	15,8125***	<0,01	263,7104***	<0,01	16,2362***	<0,01
Ru	220,8544***	<0,01	78,2241***	<0,01	7,8884***	<0,01
<i>Signifikanzniveaus:</i>			<i>* = 0,10</i>	<i>** = 0,05</i>	<i>*** = 0,01</i>	

Neben der Überprüfung der Konstanz der Varianz ist auch die Konstanz des Erwartungswertes der Zeitreihen zu testen, da die meisten Modelle - so auch die ARCH-Modelle - einen konstanten Erwartungswert annehmen. Dalla et al. (2015) entwickelten, basierend auf der Test-Statistik von Giraitis et al. (2003), den *Giraitis-Kokoszka-Leibus-Teyssière* (GKLT) Test, der es erlaubt, die Stabilität des Erwartungswertes zu überprüfen. Dabei wird die Nullhypothese eines konstanten Erwartungswertes gegen die Alternativhypothese eines nicht konstanten Erwartungswertes getestet. Der Test erlaubt es, dass sich die

<sup>24</sup>Einzigste Ausnahme stellt der DAX auf Basis von Monatsdaten dar. Hier kann die Nullhypothese der Homoskedastizität nicht verworfen werden.

Varianz über die Zeit verändern kann, sodass auch Zeitreihen untersucht werden können, die Heteroskedastizität aufweisen (Dalla et al., 2015). Tabelle 3.7 zeigt die Teststatistiken sowie die zugehörigen p-Werte des GKLT-Tests für die Renditen der acht Zeitreihen.

**Tabelle 3.7.** GKLT-Test für die Renditen der acht Zeitreihen

	Tagesdaten		Wochendaten		Monatsdaten	
	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert
DAX	0,0613	0,5809	0,0643	0,5499	0,0771	0,4325
Au	0,0971	0,2934	0,1060	0,2464	0,0997	0,2787
Ag	0,0424	0,7968	0,0433	0,7862	0,0396	0,8293
Pt	0,0545	0,6553	0,0570	0,6267	0,0523	0,6801
Pd	0,1074	0,2399	0,1032	0,2603	0,0986	0,2849
Rh	0,4001	0,0007***	0,2187	0,0267**	0,1992	0,0392**
Ir	0,3722	0,0013***	0,2729	0,0091***	0,1441	0,1162
Ru	0,3838	0,0010***	0,2482	0,0149**	0,1350	0,1393

*Signifikanzniveaus:* \* = 0,10    \*\* = 0,05    \*\*\* = 0,01

Für den DAX sowie die Edelmetalle Gold, Silber, Platin und Palladium kann die Nullhypothese eines konstanten Erwartungswertes - unabhängig davon, welche Frequenz betrachtet wird - zu keinem Signifikanzniveau abgelehnt werden. Demgegenüber kann die Nullhypothese für Rhodium, Iridium und Ruthenium für Tagesdaten auf allen gängigen Signifikanzniveaus und für Wochendaten mindestens zu einem Signifikanzniveau von 5% verworfen werden. Rhodium stellt die einzige Zeitreihe dar, für die die Nullhypothese zusätzlich auch für Monatsdaten verworfen werden muss. Aufgrund der Ergebnisse des GKLT-Tests kann folglich nicht davon ausgegangen werden, dass Rhodium, Iridium und Ruthenium einen konstanten Erwartungswert besitzen. Beim Schätzen von Modellen - bspw. aus der Klasse der ARCH-Modelle - könnten daher Fehlspezifikationen auftreten, woraus nicht interpretierbare Ergebnisse resultieren würden. Die fehlende Konstanz des Erwartungswertes ist möglicherweise ein Grund, warum die Basisliteratur weitestgehend von der Untersuchung dieser drei Edelmetalle absieht.<sup>25</sup>

Die mittels Ljung-Box-Test durchgeführte Untersuchung auf Autokorrelation innerhalb der einzelnen Zeitreihen kann zusätzlich zum ARCH-Test bestätigen, dass - unabhängig von der Richtung der Renditen - oftmals kleine Kursänderungen auf kleine und große Kursänderungen auf große folgen. Der Ljung-Box-Test, dessen Ergebnisse für die acht Zeitreihen in Tabelle 3.8 dargestellt sind, wird jeweils für die absoluten Renditen, die quadrierten Renditen und für die Renditen selbst durchgeführt, wobei der Ljung-Box-Test die Anzahl an Lags als das Minimum aus 20 und  $T^{freq} - 1$  bestimmt.

Die Nullhypothese, dass die Autokorrelation null beträgt, kann für absolute Renditen in einem Fall zu einem Signifikanzniveau von 5% und in allen anderen Fällen zu allen gängigen Signifikanzniveaus verworfen werden. Gleiches gilt für die Testergebnisse der quadrierten Renditen, wenn Tages- und Wochendaten betrachtet werden. Für Monatsdaten kann die Nullhypothese bis auf zwei Ausnahmen ebenfalls mindestens zu einem Signifikanzniveau von 5% verworfen werden. Es kann daher mitunter eine Autokorrelation von null vorliegen. Zusammenfassend kann aber nicht im Allgemeinen davon ausgegangen werden, dass keine

<sup>25</sup>Vgl. hierzu auch Kapitel 2.2.1.



Autokorrelation vorliegt, sodass die absoluten und quadrierten Renditen auch nicht als unabhängig angesehen werden können.

**Tabelle 3.8.** Ljung-Box-Test für die absoluten Renditen, die quadrierten Renditen und die Renditen der acht Zeitreihen

	absolute Renditen		quadrierte Renditen		Renditen	
	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert
<b>Tagesdaten</b>						
DAX	6835,8102***	<0,01	5322,0274***	<0,01	40,6516***	<0,01
Au	2184,0908***	<0,01	892,4325***	<0,01	39,7034***	<0,01
Ag	1926,0105***	<0,01	1016,7281***	<0,01	24,0391	0,2407
Pt	2605,2922***	<0,01	2126,8044***	<0,01	32,3871**	0,0393
Pd	2884,5031***	<0,01	1690,1309***	<0,01	64,3217***	<0,01
Rh	3945,5616***	<0,01	2256,4838***	<0,01	1373,5770***	<0,01
Ir	775,2569***	<0,01	280,2646***	<0,01	865,5206***	<0,01
Ru	751,4482***	<0,01	398,4698***	<0,01	1052,8354***	<0,01
<b>Wochendaten</b>						
DAX	770,3401***	<0,01	424,9723***	<0,01	29,4594*	0,0791
Au	256,9624***	<0,01	213,5499***	<0,01	22,6797	0,3048
Ag	232,7047***	<0,01	144,1084**	<0,01	25,4268	0,1856
Pt	350,0216***	<0,01	261,4453***	<0,01	19,4814	0,4908
Pd	284,0016***	<0,01	193,3810***	<0,01	27,0149	0,1348
Rh	406,2336***	<0,01	164,2603***	<0,01	61,5464***	<0,01
Ir	325,1783***	<0,01	348,5406***	<0,01	467,7624***	<0,01
Ru	204,8350***	<0,01	91,0159***	<0,01	416,5854***	<0,01
<b>Monatsdaten</b>						
DAX	60,3064***	<0,01	44,6967***	<0,01	14,1272	0,8240
Au	34,0755**	0,0256	27,5954	0,1193	11,7301	0,9251
Ag	38,9023***	<0,01	43,9757***	<0,01	14,9152	0,7812
Pt	40,2192***	<0,01	33,9666**	0,0264	25,8910	0,1694
Pd	38,3922***	<0,01	31,9786**	0,0435	21,6642	0,3590
Rh	66,9940***	<0,01	50,8198***	<0,01	48,2269***	<0,01
Ir	66,2216***	<0,01	42,6822***	<0,01	81,8523***	<0,01
Ru	38,0233***	<0,01	17,4727	0,6221	82,3714***	<0,01

Signifikanzniveaus: \* = 0,10 \*\* = 0,05 \*\*\* = 0,01

Wie Tabelle 3.8 ebenfalls zu entnehmen ist, kann demgegenüber die Nullhypothese fehlender Autokorrelation für die Renditen deutlich seltener verworfen werden. Die Tagesdaten betrachtend kann zwar in den meisten Fällen - eine Ausnahme stellt hier insbesondere Silber dar - weiterhin davon ausgegangen werden, dass Autokorrelation vorliegt. Jedoch fällt sie hier deutlich schwächer aus, wie anhand der Höhe der Teststatistiken abgelesen werden kann. Für Wochendaten weist der DAX nur noch eine Autokorrelation zu einem Signifikanzniveau von 10% auf, während für Gold, Silber, Platin und Palladium keine Autokorrelation vorhanden zu sein scheint. Rhodium, Iridium und Ruthenium sind sowohl für Wochen- als auch für Monatsdaten weiterhin zu allen gängigen Signifikanzniveaus autokorreliert. Diese drei Edelmetalle unterliegen aber auch deutlich seltener Preisschwankungen als der DAX und die übrigen vier Edelmetalle, woraus die zuvor beobachtete fehlende Konstanz des Erwartungswertes resultieren kann. Werden Monatsdaten betrachtet, weisen die übrigen Assets gemäß Ljung-Box-Test keine Autokorrelation auf.

Insgesamt kann bei Betrachtung der reinen Renditen zwar nicht davon ausgegangen werden, dass die Zeitreihen prinzipiell jeweils immer unabhängig verteilt sind, dennoch weisen sie typischerweise seltener und oftmals schwächere Autokorrelationen auf. Abbildung 3.7 verdeutlicht dies anhand der Autokorrelationsfunktionen, die exemplarisch für die quadrierten und die nicht quadrierten Tagesrenditen der acht Zeitreihen dargestellt

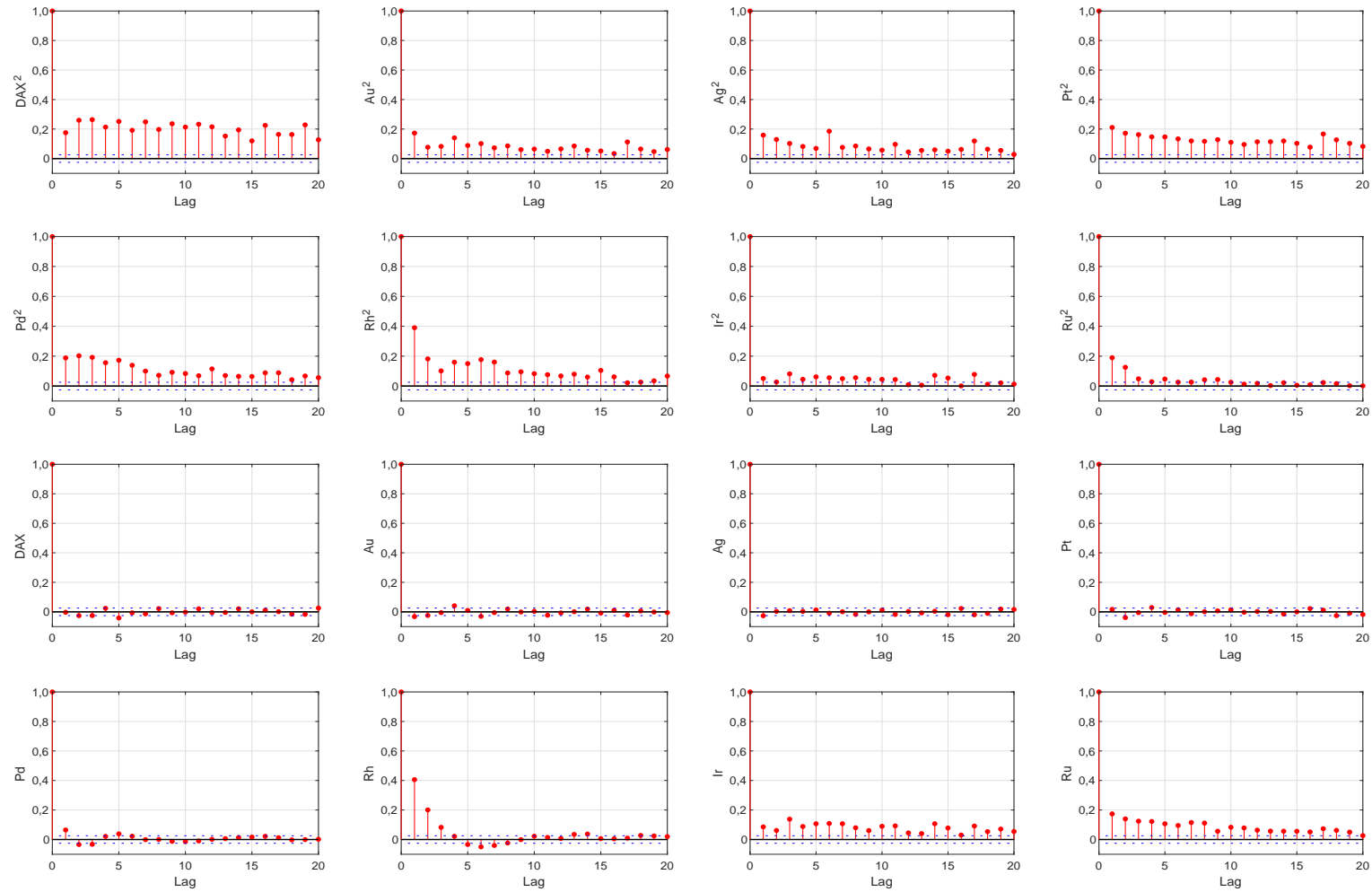


Abbildung 3.7. Autokorrelationsfunktionen von quadrierten Tagesrenditen und nicht quadrierten Tagesrenditen der acht Zeitreihen

werden.<sup>26</sup> Auch hier sind bzgl. der Autokorrelationen deutliche Unterschiede zwischen DAX, Gold, Silber, Platin sowie Palladium auf der einen Seite und Rhodium, Iridium sowie Ruthenium auf der anderen Seite erkennbar.

Da oftmals angenommen wird, dass Zeitreihen einer Normalverteilung folgen, Zeitreihen von Finanzmarktdaten dies aber in der Regel nicht tun (Cont, 2001; Krämer, 2002; Zumbach, 2013), werden alle Zeitreihen auf das Vorliegen einer Normalverteilung getestet. Die in Tabelle 3.9 aufgeführten Ergebnisse des *Kolmogorov-Smirnov* (KS) Tests und des *Jarque-Bera* (JB) Tests bestätigen, dass die Renditen der acht Zeitreihen in der Regel nicht normalverteilt sind. Die p-Werte sind bis auf zwei Ausnahmen<sup>27</sup> deutlich kleiner als die üblichen Signifikanzniveaus, weshalb die Nullhypothese, dass jeweils eine Normalverteilung vorliegt, im Allgemeinen nicht angenommen werden kann und somit verworfen wird.

**Tabelle 3.9.** KS- und JB-Test für die Renditen der acht Zeitreihen

<i>KS-Test</i>	Tagesdaten		Wochendaten		Monatsdaten	
	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert
DAX	0,4761***	<0,01	0,4632***	<0,01	0,4365***	<0,01
Au	0,4816***	<0,01	0,4687***	<0,01	0,4495***	<0,01
Ag	0,4740***	<0,01	0,4534***	<0,01	0,4141***	<0,01
Pt	0,4782***	<0,01	0,4614***	<0,01	0,4397***	<0,01
Pd	0,4689***	<0,01	0,4418***	<0,01	0,4028***	<0,01
Rh	0,4709***	<0,01	0,4369***	<0,01	0,3829***	<0,01
Ir	0,4766***	<0,01	0,4557***	<0,01	0,4111***	<0,01
Ru	0,4714***	<0,01	0,4483***	<0,01	0,3909***	<0,01
<i>JB-Test</i>	Tagesdaten		Wochendaten		Monatsdaten	
	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert
DAX	4588,7129***	<0,01	1281,8235***	<0,01	125,6911***	<0,01
Au	13120,1456***	<0,01	387,1587***	<0,01	7,8828**	0,0246
Ag	15552,2783***	<0,01	1337,6239***	<0,01	2,3399	0,2713
Pt	4765,8163***	<0,01	584,7531***	<0,01	202,1955***	<0,01
Pd	10596,5356***	<0,01	782,2662***	<0,01	62,7041***	<0,01
Rh	199908,9756***	<0,01	28946,5494***	<0,01	703,0659***	<0,01
Ir	932300,8022***	<0,01	24429,5648***	<0,01	2069,1715***	<0,01
Ru	483566,1146***	<0,01	20121,9938***	<0,01	669,4470***	<0,01

*Signifikanzniveaus:* \* = 0,10 \*\* = 0,05 \*\*\* = 0,01

Aufgrund der starken Autokorrelation, aber insbesondere auch wegen der fehlenden Konstanz des Erwartungswertes, wird im weiteren Verlauf der Arbeit auf eine Analyse der Zeitreihen von Rhodium, Iridium und Ruthenium verzichtet.

### 3.3 Statistische Kennwerte der verbleibenden fünf Zeitreihen

Die zuvor festgestellte Abweichung der Zeitreihen von der Normalverteilung zeigt sich auch in der Schiefe und der Kurtosis, welche für die verbliebenen fünf Zeitreihen jenseits der Werte 0 (rechts- oder linksschief) bzw. 3 (Leptokurtosis) liegen. Hieraus ergeben sich die für Finanzmarktdaten typischen *fat tails*, die eine stärkere Häufung extremer Werte beschreiben, als sie bei einer Normalverteilung vorliegen (Mandelbrot, 1963; Fama, 1965; Bollerslev et al., 1994; Jondeau et al., 2007; Schröder, 2012). Die Werte können zusammen

<sup>26</sup>In Appendix A finden sich zusätzlich die Autokorrelationsfunktionen für Wochen- und Monatsdaten.

<sup>27</sup>Lediglich für Gold und Silber kann die Nullhypothese des JB-Tests für Monatsdaten nicht zu einem Signifikanzniveau von 1% verworfen werden.

mit weiteren grundlegenden statistischen Kennwerten für den DAX sowie für die Edelmetalle Gold, Silber, Platin und Palladium - wie Minimum, Maximum, Spanne, Median, arithmetisches Mittel, Gesamtrendite, Standardabweichung, Stichprobenvarianz und Volatilität - der Tabelle 3.10 entnommen werden. Die Volatilitäten ( $\sigma$ ) der jeweiligen Zeitreihen werden dabei mithilfe der zugehörigen Stichprobenvarianzen  $s^2$  gemäß  $\sigma := \sqrt{T^{freq} \cdot s^2}$  als annualisierte Standardabweichungen berechnet.

**Tabelle 3.10.** Grundlegende statistische Kennwerte für die Renditen der verbleibenden fünf Zeitreihen

	DAX	Au	Ag	Pt	Pd
<b>Tagesdaten</b>					
Minimum	-0,08875	-0,08290	-0,16828	-0,09424	-0,15859
Maximum	0,10797	0,09954	0,12631	0,09012	0,18069
Spanne	0,19672	0,18243	0,29459	0,18436	0,33963
Median	0,00089	0,00016	0,00092	0,00023	0,00040
arithmetisches Mittel	0,00029	0,00024	0,00027	0,00018	0,00037
Gesamtrendite	1,78646	1,49583	1,66308	1,09971	2,24809
Standardabweichung	0,01458	0,01030	0,01767	0,01368	0,02065
Varianz	0,00021	0,00011	0,00031	0,00019	0,00043
Volatilität	0,23187	0,16386	0,28101	0,21754	0,32843
Schiefe	-0,09902	0,15931	-0,77059	-0,28627	-0,15487
Kurtosis	7,22602	10,14661	10,63459	7,27334	9,42154
<b>Wochendaten</b>					
Minimum	-0,24347	-0,10806	-0,26407	-0,14809	-0,21307
Maximum	0,14942	0,11545	0,14050	0,15525	0,26382
Spanne	0,39289	0,22351	0,40457	0,30335	0,47689
Median	0,00392	0,00096	0,00289	0,00141	0,00159
arithmetisches Mittel	0,00141	0,00118	0,00131	0,00086	0,00178
Gesamtrendite	1,78436	1,49138	1,66348	1,09122	2,25530
Standardabweichung	0,03127	0,02179	0,03853	0,02960	0,04637
Varianz	0,00098	0,00047	0,00148	0,00088	0,00215
Volatilität	0,49731	0,34666	0,61284	0,47079	0,73761
Schiefe	-0,61888	0,10597	-0,78825	-0,13173	-0,01790
Kurtosis	7,76956	5,69978	7,78042	6,31771	6,84925
<b>Monatsdaten</b>					
Minimum	-0,29333	-0,12958	-0,25588	-0,35005	-0,40203
Maximum	0,19374	0,15636	0,23883	0,20247	0,38085
Spanne	0,48707	0,28593	0,49471	0,55252	0,78288
Median	0,01319	0,00198	0,00679	0,00550	0,00972
arithmetisches Mittel	0,00647	0,00521	0,00617	0,00408	0,00784
Gesamtrendite	1,87713	1,50982	1,78789	1,18306	2,27473
Standardabweichung	0,06164	0,04651	0,08239	0,06052	0,09964
Varianz	0,00380	0,00216	0,00679	0,00366	0,00993
Volatilität	0,98049	0,73980	1,31053	0,96263	1,58493
Schiefe	-0,87331	0,24511	-0,11353	-0,68734	-0,16248
Kurtosis	5,71133	3,64191	3,37696	6,85275	5,25471

Tabelle 3.10 zeigt für die verbliebenen fünf Zeitreihen auch, dass die Mittelwerte der Zeitreihen offensichtlich nicht generell bei null liegen, sondern sich je nach Asset für Tagesdaten zwischen 0,018% und 0,037% pro Tag, für Wochendaten zwischen 0,086% und 0,178% pro Woche sowie für Monatsdaten zwischen 0,408% und 0,784% pro Monat bewegen. Laut t-Tests sind diese Abweichungen von null jedoch nicht signifikant. Einzige Ausnahmen sind die DAX-Renditen auf Basis von Monatsdaten sowie die Gold-Renditen für alle Frequenzen. Dort stellt der t-Test jeweils eine signifikante Abweichung von null zu einem Signifikanzniveau von 10% fest. Diese Ergebnisse können auch bei einer Korrektur mittels *Heteroscedasticity-and-Autocorrelation-Consistent* (HAC) Schätzer bestätigt

werden. Nichtsdestotrotz ist zu beachten, dass - auch wenn im statistischen Sinn keine signifikante Abweichung von null vorliegt - im mathematischen Sinn die Mittelwerte der Renditen ungleich null sind. Dies wird bspw. ersichtlich, wenn die Renditen auf ein Jahr hochgerechnet werden. So ergibt sich für den DAX eine durchschnittliche Rendite von über 7% p. a., was den deutlich erkennbaren Aufwärtstrend der Kurse widerspiegelt.

Es zeigt sich ferner, dass Gold in allen Frequenzen die geringsten Schwankungen - d. h. die kleinsten Werte für Standardabweichung, Varianz und Volatilität - besitzt, wie auch anhand der Abbildungen 3.4 - 3.6 abgelesen werden kann. Gleichzeitig ist die Spanne zwischen minimaler und maximaler Rendite jeweils am geringsten. Dafür fällt der höchste Wert einer Wochen- oder Monatsrendite bei Gold am kleinsten aus, während dort gleichzeitig die größten Werte für die minimalen Tages-, Wochen- oder Monatsrenditen gefunden werden. Für Tagesdaten besitzt zwar Platin den kleinsten maximalen Wert, der entsprechende Wert für Gold weicht allerdings kaum davon ab. Demgegenüber weist Palladium stets die größte Spanne zwischen Minimum und Maximum auf. Auch der größte maximale Wert für die Renditen wird stets bei Palladium angenommen. Dafür besitzt Palladium für Monatsdaten auch den kleinsten Wert für das Minimum. Für Tages- und Wochendaten zeigt sich, dass Silber die kleinsten Minima annimmt. Palladium besitzt darüber hinaus sowohl stets die höchste Schwankung als auch die höchste Mittelwertrendite. Die niedrigste mittlere Rendite weist Silber auf. Die Rendite über den gesamten Zeitraum - berechnet als die Differenz der logarithmierten Kurse zum Ende und zum Beginn der Zeitreihe - ist ebenfalls für Palladium am höchsten und für Silber am niedrigsten. Der kleinste Wert für den Median wird für alle Frequenzen von Silber angenommen, während für Tagesdaten Silber und für Wochen- und Monatsdaten der DAX die höchsten Werte besitzen.

Insgesamt erweist sich der DAX als ein Asset mit guter Rendite und mäßiger Streuung. Die Mittelwerte des DAX liegen im Vergleich jeweils an zweiter Stelle, sodass nur die Mittelwerte von Palladium höher ausfallen. Andererseits liegt die Stärke der Streuung des DAX noch im Mittelfeld. Folglich ist der DAX im Vergleich zu Edelmetallen möglicherweise nicht so riskant, wie dies oftmals vermutet wird. Gold ist das einzige Asset, dessen Mittelwert für alle Frequenzen signifikant von null verschieden und dabei sogar positiv ist. Gleichzeitig unterliegt Gold über den gesamten Zeitraum den wenigsten Schwankungen. Dies macht Gold zu einem höchst attraktiven Investment. Die höchste Gesamrendite erkaufte sich Palladium dagegen mit der höchsten Schwankung unter den betrachteten Assets.

## Kapitel 4

# Unterteilung der Zeitreihe des DAX in Unterperioden

Wie in Kapitel 2 ausgeführt, gibt es verschiedene Möglichkeiten, eine Zeitreihe in Unterperioden zu unterteilen. In der vorliegenden Arbeit wird das Hauptaugenmerk auf die Identifizierung von Bullen- und Bärenmärkten sowie die Identifizierung von stabilen und volatilen Marktphasen gelegt. Diese Marktphasen werden jeweils anhand der Zeitreihe des DAX ermittelt, dessen Kursrisiken - in Form von Aktienkursverlusten oder schwankenden Aktienkursen - abgesichert werden sollen. Die Zeitreihen der Edelmetalle Gold, Silber, Platin und Palladium, welche in der vorliegenden Arbeit auf ihre Eigenschaft zur Absicherung dieser Risiken analysiert werden, werden sodann in dieselben Marktphasen unterteilt, wie sie für die Zeitreihe des DAX identifiziert wurden.

Wie sich im Folgenden zeigen wird, hängen beide Kriterien zu einem gewissen Grad zusammen. Während die Identifizierung von Bullen- und Bärenmärkten auf den Aktienkursen und die Identifizierung von stabilen und volatilen Marktphasen auf den Varianzen beruhen, bildet die Identifizierung von Marktphasen anhand positiver und negativer Renditen einen weiteren Ansatzpunkt zur Unterteilung der Zeitreihe. Wie sich in Kapitel 4.3 jedoch zeigen wird, ist dies eine vergleichsweise unpräzise und teilweise recht willkürliche Methode, sodass sie anschließend nicht weiter zur Unterteilung der Zeitreihe verwendet wird.

### 4.1 Grundlagen zur Unterteilung anhand verschiedener Kriterien

Wenn von Bullen- und Bärenmärkten die Rede ist, muss bedacht werden, dass diese Begriffe - auch in der akademischen Welt - nicht konkret und einheitlich definiert werden (Candelon et al., 2008; Gonzalez et al., 2006; Hardouvelis und Theodossiou, 2002; Lunde und Timmermann, 2004). So beschreiben Charles H. Dow und William P. Hamilton 1919 einen Bullenmarkt als eine Phase einer deutlichen Aufwärtsbewegung des Aktienmarktes und einen Bärenmarkt umgekehrt als eine Phase einer deutlichen Abwärtsbewegung. Der-

artige Marktphasen können dabei Gegenbewegungen aufweisen, ohne dass dadurch eine neue Marktphase beschrieben wird, sofern die Gegenbewegungen nicht zu lange andauern (Pagan und Sossounov, 2003; Hamilton, 1919). So alt diese Umschreibung von Bullen- und Bärenmärkten auch ist, so ist sie dennoch immer wieder der Kern verschiedener möglicher Definitionen und auch in der Praxis weit verbreitet und anerkannt (Candelon et al., 2008; Pagan und Sossounov, 2003; Chauvet und Potter, 2000; Hardouvelis und Theodossiou, 2002; Coudert und Raymond-Feingold, 2011). Wann eine Auf- oder Abwärtsbewegung aber als *deutlich* angesehen werden kann, ist nicht klar definiert.

Während Dow schlussfolgert, dass ein Bullenmarkt im Durchschnitt mehr als zwei Jahre dauert, meint Hamilton, dass ein Auf- und Abwärtstrend jeweils über mehrere Jahre gehen kann und selten kürzer als ein Jahr andauert. Pagan und Sossounov (2003) interpretieren die Aussagen von Dow und Hamilton dagegen so, dass eine Marktphase mindestens drei Monate dauern muss und verwenden selbst eine Mindestdauer von vier Monaten. Steigen oder fallen die Aktienkurse jedoch um mehr als 20%, reicht bereits eine Dauer von weniger als vier Monaten aus. Ein Zyklus - d. h. das Aufeinanderfolgen eines Bullen- und eines Bärenmarktes oder umgekehrt - soll dabei mindestens 16 Monate umfassen, da dies zur Länge der Konjunkturzyklen passt, die weitestgehend einheitlich auf 15 Monate angesetzt werden (Pagan und Sossounov, 2003; Bry und Boschan, 1971; Gonzalez et al., 2006). Bei Bry und Boschan (1971) reicht es sogar aus, wenn Marktphasen jeweils mindestens fünf Monate und ein Zyklus mindestens 15 Monate dauern. Candelon et al. (2008) implizieren wiederum eine Mindestdauer von sechs Monaten für eine Marktphase. Bei Variation dieser Anforderung zeigt sich, dass die identifizierten Marktphasen zeitlich nur marginal abweichen, aber eben doch abweichen. Dagegen stellen Hardouvelis und Theodossiou (2002) die Anforderung auf, dass Bullen- und Bärenmärkte mindestens entweder drei, vier, fünf oder sechs Monate dauern müssen, um als Marktphase anerkannt zu werden. Hierbei überlassen sie es der Intuition des Lesers, welche Dauer als passend empfunden wird. Insgesamt zeigt sich, dass es bei der Definition von Bullen- und Bärenmärkten keineswegs eine einstimmige Meinung bzgl. der Anforderung an die Mindestdauer der einzelnen Marktphasen gibt. Vielmehr dürfte es zielführend sein, diese Anforderung an den jeweiligen Untersuchungsgegenstand anzupassen. Sollen eher mittel- bis langfristige Effekte untersucht werden, sollten auch längere Phasen für die Analyse verwendet werden, während bei kurzfristigen Effekten kürze Phasen sinnvoll erscheinen.

Neben dem Aspekt, dass sich Bullen- und Bärenmärkte durch eine gewisse Dauer auszeichnen, wird mitunter versucht, diese Marktphasen mithilfe ihrer Eigenschaften voneinander abzugrenzen und dadurch zu definieren. So werden Bullenmärkte mit einer positiven Rendite und einer geringeren Volatilität und Bärenmärkte mit einer negativen Rendite und einer höheren Volatilität assoziiert, sodass eine Zeitreihe anhand dieser Eigenschaften unterteilt werden könnte (Chauvet und Potter, 2000; Maheu und McCurdy, 2000; Kole und van Dijk, 2017). In Verbindung damit sagen Pagan und Sossounov (2003), dass ein Bullenmarkt auch gerne dadurch charakterisiert wird, dass in einer solchen Marktphase die Kurse um 20% - 25% ansteigen, während sie in einem Bärenmarkt um 20% - 25% sinken.

Interessanterweise können sie dies zumindest für Bärenmärkte nicht immer empirisch bestätigen. Hieraus folgt die Frage, inwiefern die Forderung, dass erst dann von einem Bullen- bzw. Bärenmarkt gesprochen werden kann, wenn die Kurse ausgerechnet um mindestens 20% - 25% gestiegen bzw. gefallen sind, nicht willkürlich erscheint. Resultieren diese Werte daraus, dass in einem ersten Schritt Bullen- und Bärenmärkte identifiziert und im zweiten Schritt die Kursveränderungen für diese Marktphasen berechnet werden, so hängt die Höhe der Kursveränderungen direkt von den identifizierten Marktphasen und somit von der Methode, mit der diese Marktphasen identifiziert wurden, ab. Die daran anschließende Forderung nach einem Mindestanstieg bzw. Mindestabfallen würde folglich einen Zirkelschluss darstellen. Lunde und Timmermann (2004) betrachten Kursveränderungen von 10% - 15% für den Wechsel von einem Bullen- zu einem Bärenmarkt und Kursveränderungen von 15% - 20% für den Wechsel von einem Bären- zu einem Bullenmarkt. Gonzalez et al. (2006) fordern dagegen, dass eine Marktphase mindestens eine Rendite von plus bzw. minus 10% aufweisen muss, damit sie als eigenständiger Bullen- bzw. Bärenmarkt angesehen werden kann. Warum die Kursänderung ausgerechnet 10% betragen muss, wird nicht thematisiert.

Unter der Annahme, dass Bullenmärkte positive Renditen und Bärenmärkte negative Renditen aufweisen, teilen Hardouvelis und Theodossiou (2002) ihre Zeitreihe in Unterperioden ein, indem sie aufeinander folgende Monatsrenditen auf ihr Vorzeichen untersuchen. Sind die Monatsrenditen wahlweise drei, vier, fünf oder sechs Monate hintereinander positiv, liegt ein Bullenmarkt vor; sind sie negativ, liegt ein Bärenmarkt vor. Phasen, in denen die Monatsrenditen nicht mindestens drei Monate am Stück entweder nur positiv oder nur negativ sind, werden als normale Phase und somit weder als Bullen- noch als Bärenmarkt identifiziert. Auf ähnliche Weise gehen Gonzalez et al. (2006) vor. Dort wird ein Bullenmarkt dadurch identifiziert, dass die Monatsrenditen mindestens fünf Monate hintereinander größer als die Medianrendite sein müssen, während die Monatsrenditen für einen Bärenmarkt mindestens fünf Monate kleiner als die Medianrendite sein müssen. Die Wechsel der Renditen von größer zu kleiner als die Medianrendite - und umgekehrt - stellen den Beginn der jeweiligen Marktphase dar. Abweichend von den fünf Monaten wird bereits dann von einer neuen Marktphase gesprochen, wenn die Monatsrenditen in kürzerer Zeit um mindestens 20% steigen oder fallen.

Da bspw. Chauvet und Potter (2000) herausfinden, dass Bärenmärkte eine bis zu zehnmal so hohe Volatilität wie Bullenmärkte aufweisen, können sich Bullen- und Bärenmärkte auch anhand von Marktphasen unterschiedlich starker Volatilitäten identifizieren lassen. Die dahinter stehende Grundannahme besagt, dass die Volatilität von Finanzmarktdaten nicht homogen ist, sondern in manchen Zeiträumen höher und in anderen Zeiträumen niedriger ausfällt. Somit wechseln sich Zeiten hoher mit Zeiten niedriger Volatilität ab. Wie in Kapitel 3 bereits untersucht, weisen die vorliegenden Zeitreihen diese Struktur auf. Eine stark praxisorientierte und sehr praktikable Methode, um nun Zeiträume unterschiedlicher Volatilitäten auf Basis von historischen Daten zu identifizieren, ist dabei der *Iterated-Cumulative-Sums-of-Squares* (ICSS) Algorithmus von Inclan und Tiao (1994), der



Veränderungen in der Varianz ermittelt (Inclan und Tiao, 1994; Smith und Bracker, 2003; Hood und Malik, 2013; Aggarwal et al., 1999). Hierdurch lässt sich die Zeitreihe anhand der Varianz bzw. Volatilität in Unterperioden unterteilen, welche mit den identifizierten Bullen- und Bärenmärkten verglichen werden können.<sup>28</sup>

## 4.2 Identifizierung von Bullen- und Bärenmärkten

### 4.2.1 IBB-Algorithmus

Die Grundidee zur Identifizierung von Bullen- und Bärenmärkten, um dadurch die gesamte Zeitreihe in Unterperioden bzw. in diese beiden Marktphasen zu unterteilen, besteht darin, lokale Minima und Maxima aufzuspüren. Ein lokales Minimum beschreibt in diesem Kontext den Wechsel von einem Bären- zu einem Bullenmarkt. Andersherum beschreibt ein lokales Maximum den Wechsel von einem Bullen- zu einem Bärenmarkt. Diese Idee geht insbesondere auf Pagan und Sossounov (2003) zurück, die sich auf den Algorithmus von Bry und Boschan (1971) stützen, diesen aber abwandeln. Im Gegensatz zu Pagan und Sossounov (2003) wenden Bry und Boschan (1971) ihren Algorithmus nicht auf Aktienmärkte an, um Bullen- und Bärenmärkte zu identifizieren, sondern ermitteln lokale Minima und Maxima, um Konjunkturzyklen zu identifizieren. Diese Vorgehensweise findet in ihrer grundlegenden Idee in diversen Studien Verwendung, wobei die genaue Ausgestaltung variiert (Gonzalez et al., 2006; Candelon et al., 2008; Wu und Lee, 2012; Harding und Pagan, 2002). Der in der vorliegenden Arbeit verwendete und im Nachfolgenden im Detail beschriebene *Algorithmus zur Identifizierung von Bullen- und Bärenmärkten* (IBB-Algorithmus) ist ebenfalls durch diese Vorgehensweise inspiriert, stellt in der konkreten Ausgestaltung jedoch einen eigenen Ansatz dar.

Bildet ein lokales Minimum oder Maximum den Wechsel von einer Marktphase zur anderen, so stellt die lokale Extremstelle sowohl das Ende einer Marktphase als auch den Beginn einer Marktphase dar und geht somit jeweils als Datenpunkt in beide Marktphasen ein. Im Nachfolgenden wird statt vom Wechsel von Bären- zu Bullenmarkt kurz vom *Beginn eines Bullenmarktes* und anstatt vom Wechsel von Bullen- zu Bärenmarkt kurz vom *Beginn eines Bärenmarktes* gesprochen. Implizit geht damit jeweils das Ende der jeweils gegenteiligen Marktphase einher.

Da Finanzmarktzeitreihen typischerweise eine Vielzahl an lokalen Minima und Maxima besitzen, wenn relativ kleine Zeiträume auf lokale Extremstellen untersucht werden, ist es notwendig, hinreichend große Zeiträume für die Untersuchung auf lokale Extremstellen zu verwenden. Hierdurch soll vermieden werden, dass jeder kleine Ausschlag des Kurses nach oben oder nach unten bereits als ein Wechsel zwischen Bullen- und Bärenmarkt identifiziert wird. Solche Ausschläge stellen oftmals noch keine neue Marktphase dar. Ab wann ein Zeitraum *hinreichend* groß ist, hängt davon ab, ob eher kürzere oder eher längere Unterperioden für die unterschiedlichen Marktphasen identifiziert werden sollen. In der

---

<sup>28</sup>Es sei angemerkt, dass in der Fachliteratur oftmals nicht zwischen Volatilität und Varianz sowie Standardabweichung unterschieden wird bzw. dass diese Begriffe sogar synonym verwendet werden.

vorliegenden Arbeit wird die Identifizierung längerer Marktphasen angestrebt, weshalb im Folgenden relativ lange Zeiträume auf lokale Minima und Maxima untersucht werden. Dabei wird ex ante keine konkrete Mindestlänge der Marktphasen gefordert, wie dies in anderen Studien getan wird. Eine derartige Mindestlänge ist meist arbiträrer Natur, woraus die zuvor dargestellten unterschiedlichen Anforderungen an eine Mindestdauer resultieren. Dies wird auch von Autoren, die eine solche Mindestdauer fordern, teilweise selbst in Frage gestellt (Bry und Boschan, 1971; Pagan und Sossounov, 2003). Stattdessen werden die Marktphasen durch den IBB-Algorithmus so identifiziert, dass sie möglichst robust und nicht arbiträr sind. Die Ergebnisse - d. h. die resultierenden Marktphasen - bleiben hierdurch auch bei Veränderungen in der Ausgangslage möglichst bestehen und lassen sich darüber hinaus nicht durch willkürlich getroffene Annahmen beeinflussen.

Während Bry und Boschan (1971) die verschiedenen Marktphasen anhand geglätteter, saisonbereinigter makroökonomischer Datensätze identifizieren, werden die Marktphasen in der vorliegenden Arbeit für die nicht geglätteten Kurse des DAX ermittelt. Auf die Glättung der Zeitreihe wird explizit verzichtet, da durch eine Glättung einerseits extreme Kurse bzw. Kursbewegungen entfielen, wodurch u. U. genau die Kurse keine Berücksichtigung fänden, die besonders interessant wären bzw. die einer näheren Untersuchung bedürften. Andererseits käme es selbst bei einer symmetrischen Glättung zu einer zeitlichen Verschiebung der Datenpunkte, die als Beginn einer neuen Marktphase identifiziert würden. Durch Letzteres würden somit abweichende Marktphasen resultieren, sodass bspw. der Beginn eines Bärenmarktes auf einen Datenpunkt festgelegt würde, der mehrere Datenpunkte nach dem eigentlich höchsten Kurs läge. Wie stark die zeitliche Abweichung wäre, würde ferner von dem gewählten Glättungsverfahren abhängen, sodass Beginn und Ende der identifizierten Marktphasen hiervon direkt abhängen würden und sich entsprechend auch (subjektiv) beeinflussen ließen (Pagan und Sossounov, 2003; Bry und Boschan, 1971).

Jeder Zeitraum, der auf lokale Extremstellen untersucht wird, wird gebildet, indem um jeden einzelnen Datenpunkt ein symmetrisches Fenster - d. h. ein Zeitintervall, dessen Start und Ende jeweils die gleiche Anzahl an Beobachtungen vom zu betrachtenden Zeitpunkt entfernt ist - gelegt wird. Je größer dieses Fenster gewählt wird, umso größer wird der zu untersuchende Zeitraum und umso weniger lokale Extremstellen - und damit auch verschiedene Marktphasen - lassen sich für die gesamte Zeitreihe identifizieren. Die gesamte Zeitreihe weist - je nach Frequenz - insgesamt  $N$  Beobachtungen auf. Die Gesamtlänge des Fensters wird mit  $F$  bezeichnet. Mittels  $f := \frac{F-1}{2}$  lässt sich berechnen, wie viele Datenpunkte vor und nach dem zu betrachtenden Datenpunkt zusätzlich mit einbezogen werden.<sup>29</sup> Die Fensterlänge wird so gewählt, dass die Ergebnisse gegenüber einer Variation der Fensterlänge so robust wie möglich sind. Für welchen Wert von  $f$  das der Fall ist, wird im letzten Schritt des IBB-Algorithmus bestimmt. Hierdurch wird erreicht, dass die Fensterlänge endogen statt exogen bestimmt wird und sie somit nicht willkürlich gewählt werden kann.

<sup>29</sup> Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird darauf verzichtet, die Frequenz, die die zu analysierende Zeitreihe besitzt, in den Variablen mit anzugeben.  $F$ ,  $f$  und  $N$  ließen sich also auch als  $F^{freq}$ ,  $f^{freq}$  und  $N^{freq}$  für  $freq = \{daily, weekly, monthly\}$  angeben.

Um jeden diskreten Datenpunkt  $i \in \{1, \dots, N\}$  bzw. um den zugehörigen Aktienkurs dieses Datenpunktes ( $S_i$ ) wird also symmetrisch ein Fenster mit der Länge  $F$  gelegt, so dass neben dem Datenpunkt selbst noch jeweils die  $f$  Beobachtungen vor und nach dem eigentlichen Datenpunkt mit einbezogen werden. Von dieser Vorgehensweise ist nur dann abzuweichen, wenn Datenpunkte zum Anfang oder zum Ende der Zeitreihe betrachtet werden und dadurch weniger als  $f$  Beobachtungen vor bzw. nach dem zu betrachtenden Datenpunkt existieren. In diesen Fällen werden lediglich so viele Beobachtungen vor bzw. nach dem zu betrachtenden Datenpunkt verwendet, wie vorliegen. Ein Fenster um den Datenpunkt  $i$  beginnt folglich stets bei  $\max\{1, i-f\}$  und endet stets bei  $\min\{i+f, N\}$ . Um sicherzustellen, dass  $F$  eine ungerade Zahl ist, wird zunächst  $f$  bestimmt und daraus  $F = f \cdot 2 + 1$  berechnet.

Um den Beginn eines Bullen- bzw. Bärenmarktes zu identifizieren, werden im ersten Schritt der Identifizierung die minimalen bzw. maximalen Werte eines jeden Fensters bestimmt ( $Min_i$  bzw.  $Max_i$ ):

$$Min_i := \min_{j \in \{\max\{1, i-f\}, \dots, \min\{i+f, N\}\}} S_j \quad \text{für } i \in \{1, \dots, N\} \quad (4.1)$$

$$= \begin{cases} \min\{S_1, \dots, S_i, \dots, S_{i+f}\} & \text{für } i \in \{1, \dots, f\} , \\ \min\{S_{i-f}, \dots, S_i, \dots, S_{i+f}\} & \text{für } i \in \{f+1, \dots, N-f\} , \\ \min\{S_{i-f}, \dots, S_i, \dots, S_N\} & \text{für } i \in \{N-f+1, \dots, N\} , \end{cases}$$

$$Max_i := \max_{j \in \{\max\{1, i-f\}, \dots, \min\{i+f, N\}\}} S_j \quad \text{für } i \in \{1, \dots, N\} \quad (4.2)$$

$$= \begin{cases} \max\{S_1, \dots, S_i, \dots, S_{i+f}\} & \text{für } i \in \{1, \dots, f\} , \\ \max\{S_{i-f}, \dots, S_i, \dots, S_{i+f}\} & \text{für } i \in \{f+1, \dots, N-f\} , \\ \max\{S_{i-f}, \dots, S_i, \dots, S_N\} & \text{für } i \in \{N-f+1, \dots, N\} . \end{cases}$$

Abbildung 4.1 veranschaulicht exemplarisch für zwei Datenpunkte  $i$  die Ermittlung der Maxima mithilfe der jeweils zugehörigen Fenster. Die eingezeichneten Kreise stellen die Maxima der zugehörigen Fenster dar.

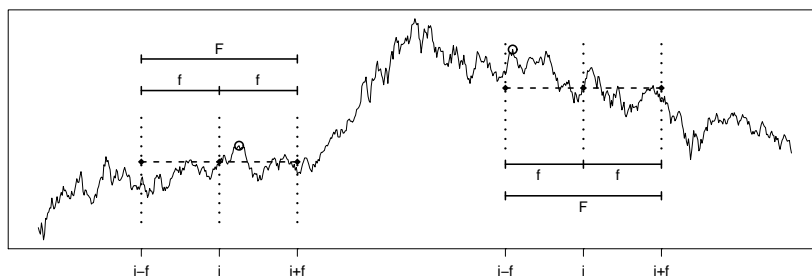


Abbildung 4.1. Veranschaulichung der Funktionsweise der Fenster

Im nächsten Schritt wird mit der Funktion  $L_i^{Min}$  bzw.  $L_i^{Max}$  gezählt, wie viele aufeinander folgende Fenster den gleichen Wert für ein lokales Minimum bzw. Maximum besitzen.

Der Zählalgorithmus startet am Anfang der Zeitreihe stets mit 1 und addiert für jeden direkt aufeinander folgenden Datenpunkt, der den gleichen minimalen bzw. maximalen Wert für sein entsprechendes Fenster aufweist, 1 hinzu. Unterscheiden sich bei zwei aufeinander folgenden Datenpunkten die minimalen bzw. maximalen Werte der jeweiligen Fenster, startet der Zählalgorithmus wieder bei 1 und wird, wie soeben beschrieben, erneut durchgeführt. Werden an  $F$  aufeinander folgenden Beobachtungen die gleichen Werte für lokale Minima bzw. Maxima identifiziert, stellt der Datenpunkt das lokale Minimum bzw. Maximum dar, der  $f$  Datenpunkte vor dem Datenpunkt liegt, bei dem der Zählalgorithmus den Wert  $F$  erreicht. Dies ist darin begründet, dass jener Datenpunkt genau in der Mitte des  $F$  Beobachtungen umfassenden Fensters liegt, sofern  $f$  Datenpunkte sowohl vor als auch nach dem zu betrachtenden Datenpunkt  $i$  existieren. An einem Datenpunkt  $i$  wird somit genau dann ein lokales Minimum bzw. Maximum identifiziert, wenn der Zählalgorithmus  $f$  Datenpunkte danach den Wert  $F$  erreicht. Entgegen dem Umstand, dass lokale Minima und Maxima eigentlich alternieren müssen, ist es bei der Bestimmung *eines* lokalen Minimums bzw. Maximums für ein definiertes Zeitintervall einer Finanzmarktzeitreihe möglich, dass zwei direkt aufeinander folgende lokale Minima identifiziert werden, ohne dass dazwischen ein lokales Maximum liegt. Gleiches gilt für zwei direkt aufeinander folgende lokale Maxima ohne ein dazwischen liegendes lokales Minimum. Da aber ein Bullenmarkt von einem lokalen Minimum zu einem lokalen Maximum und ein Bärenmarkt von einem lokalen Maximum zu einem lokalen Minimum laufen muss, müssen mehrere direkt aufeinander folgende lokale Minima bzw. Maxima eliminiert werden, sodass nur noch eines übrig bleibt bzw. lokale Minima und Maxima hierdurch wieder alternieren. Die berechneten lokalen Extremstellen stellen daher zunächst nur *mögliche* Extremstellen bzw. den *möglichen* Beginn eines Bullenmarktes im Zeitpunkt  $i$  ( $BeginBull_i^{pos}$ ) oder den *möglichen* Beginn eines Bärenmarktes im Zeitpunkt  $i$  ( $BeginBear_i^{pos}$ ) dar. Formal gilt:

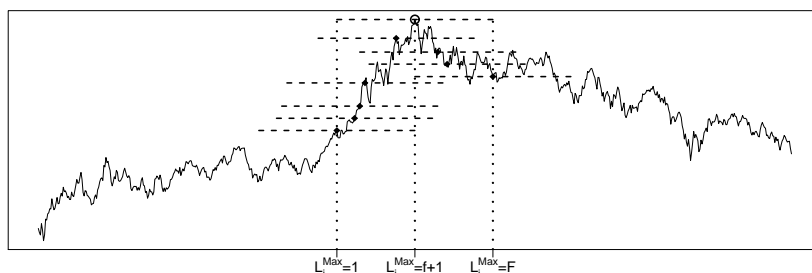
$$L_i^{Min} := \begin{cases} 1 & \text{für } i = 1 \text{ ,} \\ 1 & \text{wenn } Min_i \neq Min_{i-1} \text{ für } i \in \{2, \dots, N\} \text{ ,} \\ L_{i-1}^{Min} + 1 & \text{wenn } Min_i = Min_{i-1} \text{ für } i \in \{2, \dots, N\} \text{ ,} \end{cases} \quad (4.3)$$

$$BeginBull_i^{pos} := \begin{cases} 1 & \text{wenn } L_{i+f}^{Min} = F \text{ für } i \in \{1, \dots, N\} \text{ ,} \\ 0 & \text{sonst für } i \in \{1, \dots, N\} \text{ ,} \end{cases} \quad (4.4)$$

$$L_i^{Max} := \begin{cases} 1 & \text{für } i = 1 \text{ ,} \\ 1 & \text{wenn } Max_i \neq Max_{i-1} \text{ für } i \in \{2, \dots, N\} \text{ ,} \\ L_{i-1}^{Max} + 1 & \text{wenn } Max_i = Max_{i-1} \text{ für } i \in \{2, \dots, N\} \text{ ,} \end{cases} \quad (4.5)$$

$$BeginBear_i^{pos} := \begin{cases} 1 & \text{wenn } L_{i+f}^{Max} = F \text{ für } i \in \{1, \dots, N\} \text{ ,} \\ 0 & \text{sonst für } i \in \{1, \dots, N\} \text{ .} \end{cases} \quad (4.6)$$

Abbildung 4.2 zeigt die Funktionsweise des beschriebenen Zählalgorithmus exemplarisch für die Identifizierung eines lokalen Maximums bzw. den Beginn eines möglichen Bärenmarktes. Dabei symbolisieren die neun horizontalen, gestrichelten Linien neun Fenster, welche stellvertretend für alle Fenster eingezeichnet wurden, und die alle dasselbe lokale Maximum identifizieren, dessen Position durch den Kreis gekennzeichnet ist.<sup>30</sup>



**Abbildung 4.2.** Veranschaulichung der Funktionsweise des Zählalgorithmus

Wechseln sich mögliche lokale Minima und Maxima ab, so liegt ein mögliches lokales Minimum immer zwischen zwei möglichen lokalen Maxima und ein mögliches lokales Maximum immer zwischen zwei möglichen lokalen Minima. In diesem Fall stellen die möglichen lokalen Extremstellen auch die *tatsächlichen* lokalen Extremstellen dar, sodass der mögliche Beginn eines Bullen- bzw. Bärenmarktes im Zeitpunkt  $i$  auch den *tatsächlichen* Beginn eines Bullen- bzw. Bärenmarktes im Zeitpunkt  $i$  ( $BeginBull_i^{act}$  bzw.  $BeginBear_i^{act}$ ) darstellt. Ausnahmen stellen das erste und letzte identifizierbare lokale Extremum der gesamten Zeitreihe dar, da diese kein vorheriges bzw. nachfolgendes lokales Extremum besitzen können. Folgen mehrere mögliche lokale Minima direkt aufeinander, wird - der Idee von Pagan und Sossounov (2003) bzw. Bry und Boschan (1971) folgend - das kleinste dieser möglichen lokalen Minima als tatsächlicher Beginn eines Bullenmarktes angesehen. Folgen mehrere lokale Maxima direkt aufeinander, wird das größte dieser möglichen lokalen Maxima als tatsächlicher Beginn eines Bärenmarktes angesehen. Die hierdurch eliminierten lokalen Extremstellen stellen jeweils nur kurzfristige Gegenbewegungen innerhalb einer Marktphase dar, ohne jedoch bereits eine neue Marktphase zu initialisieren. Für die Identifizierung des tatsächlichen Beginns eines Bullenmarktes und der hierfür notwendigen Elimination mehrerer direkt aufeinander folgender möglicher Beginne eines Bullenmarktes lässt sich folgender Eliminationsalgorithmus formulieren:

Wenn für  $u < i < w$  mit  $u, w \in \{1, \dots, N\}$  gilt, dass

$$BeginBear_u^{pos} = 1 \wedge BeginBull_i^{pos} = 1 \wedge BeginBear_w^{pos} = 1 \quad , \quad (4.7)$$

<sup>30</sup> An dieser Stelle sei angemerkt, dass auch die Funktionen  $arg\ min$  und  $arg\ max$  zur Identifizierung lokaler Minima und Maxima verwendet werden können. Der Exkurs in Appendix B zeigt dazu, welchen Vorteil der IBB-Algorithmus gegenüber den Funktionen  $arg\ min$  und  $arg\ max$  besitzt.

und kein  $v$  für  $u < v < w$  mit  $u, w \in \{1, \dots, N\}$  existiert, sodass  $BeginBear_v^{pos} = 1$  erfüllt ist, dann ist der tatsächliche Beginn eines Bullenmarktes im Zeitpunkt  $i$  definiert durch

$$BeginBull_i^{act} := \arg \min_{i \in (u, w)} \{S_i \mid BeginBull_i^{pos} = 1\} . \quad (4.8)$$

Existiert kein  $u$ , welches diese Bedingung erfüllt, handelt es sich bei dem identifizierten  $BeginBull_i^{pos}$  um den ersten identifizierbaren möglichen Beginn einer Marktphase. Existiert kein  $w$ , das diese Bedingung erfüllt, handelt es sich bei dem identifizierten  $BeginBull_i^{pos}$  um den letzten identifizierbaren möglichen Beginn einer Marktphase. In beiden Fällen läge der mögliche Beginn einer Marktphase jeweils in Form des möglichen Beginns eines Bullenmarktes vor, was impliziert, dass zuvor ein Bärenmarkt vorlag. Die Bestimmung des tatsächlichen Beginns eines Bullenmarktes erfolgt wie gehabt gemäß den Bedingungen der Gleichungen (4.7) und (4.8).

Analog gilt für die Identifizierung des tatsächlichen Beginns eines Bärenmarktes folgender Eliminationsalgorithmus:

Wenn für  $u < i < w$  mit  $u, w \in \{1, \dots, N\}$  gilt, dass

$$BeginBull_u^{pos} = 1 \wedge BeginBear_i^{pos} = 1 \wedge BeginBull_w^{pos} = 1 , \quad (4.9)$$

und kein  $v$  für  $u < v < w$  mit  $u, w \in \{1, \dots, N\}$  existiert, sodass  $BeginBull_v^{pos} = 1$  erfüllt ist, dann ist der tatsächliche Beginn eines Bärenmarktes im Zeitpunkt  $i$  definiert durch

$$BeginBear_i^{act} := \arg \max_{i \in (u, w)} \{S_i \mid BeginBear_i^{pos} = 1\} . \quad (4.10)$$

Existiert kein  $u$ , welches diese Bedingung erfüllt, handelt es sich bei dem identifizierten  $BeginBear_i^{pos}$  wiederum um den ersten identifizierbaren möglichen Beginn einer Marktphase. Existiert kein  $w$ , das diese Bedingung erfüllt, handelt es sich bei dem identifizierten  $BeginBear_i^{pos}$  um den letzten identifizierbaren möglichen Beginn einer Marktphase. In beiden Fällen läge der mögliche Beginn einer Marktphase jeweils in Form des möglichen Beginns eines Bärenmarktes vor, was impliziert, dass zuvor ein Bullenmarkt vorlag. Die Bestimmung des tatsächlichen Beginns eines Bärenmarktes erfolgt wiederum wie gehabt gemäß den Bedingungen der Gleichungen (4.9) und (4.10).

Abbildung 4.3 veranschaulicht den Eliminationsalgorithmus noch einmal anhand eines vereinfachten, fiktiven Beispiels. Die Datenpunkte (a), (b), (c) und (d) stellen mögliche Beginne von Bärenmärkten und die Datenpunkte (A), (B) und (C) stellen mögliche Beginne von Bullenmärkten dar, während die Datenpunkte (I) und (II) lediglich Gegenbewegungen innerhalb einer längeren Marktphase und somit explizit keine möglichen Beginne von Marktphasen darstellen. Da die Datenpunkten (a), (b) und (c) zwischen den Datenpunkten (A) und (B) liegen, es aber keine möglichen Beginne von Bullenmärkten gibt, welche

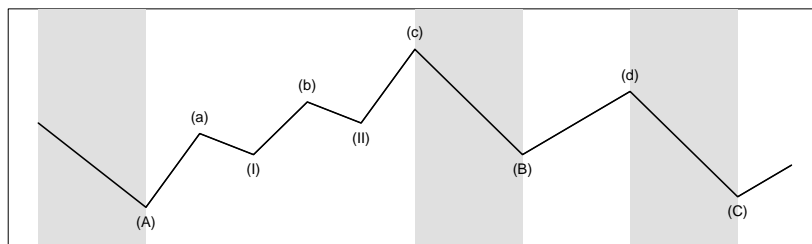


Abbildung 4.3. Veranschaulichung der Funktionsweise des Eliminationsalgorithmus

zwischen den Datenpunkten (a), (b) und (c) liegen, muss hier der Eliminationsalgorithmus angewendet werden, um den tatsächlichen Beginn des Bärenmarktes identifizieren zu können. Der Datenpunkt (c) besitzt dabei den höchsten Wert der direkt aufeinander folgenden Werte, sodass der Datenpunkt (c) als tatsächlicher Beginn eines Bärenmarktes identifiziert wird. Folglich stellen die Datenpunkte (a) und (b) lediglich Gegenbewegungen innerhalb des länger andauernden Bullenmarktes von Datenpunkt (A) bis (c) dar. Demgegenüber alternieren mit den Datenpunkte (c), (B), (d) und (C) mögliche Beginne von Bärenmärkten und mögliche Beginne von Bullenmärkten bereits miteinander, sodass in diesem Bereich keine Elimination nötig ist. In der Abbildung 4.3 repräsentieren die schattierten Flächen Bärenmärkte, die nicht schattierten Flächen Bullenmärkte.

Zuletzt kann nun das robusteste  $f$  bestimmt werden. Hierzu wird der IBB-Algorithmus für eine Vielzahl von Werten für  $f$  durchgeführt. Je mehr aufeinander folgende Werte von  $f$  zu denselben Ergebnissen - d. h. zu denselben Bullen- und Bärenmärkten, die durch den IBB-Algorithmus identifiziert werden - führen, umso robuster sind die Ergebnisse. Dies bedeutet, dass das Intervall gefunden werden muss, welches für die meisten aufeinander folgenden Werte von  $f$  dieselben Ergebnisse liefert. Umfasst das Intervall, das am robustesten ist, eine ungerade Anzahl an Beobachtungen, so ist der Median dieses Intervalls das robusteste  $f$ . Dies ist äquivalent zum arithmetischen Mittel der beiden Intervallgrenzen. Umfasst das robusteste Intervall eine gerade Anzahl an Beobachtungen, so ist der abgerundete Wert des arithmetischen Mittels der beiden Intervallgrenzen das robusteste  $f$ . Durch die Verwendung des robustesten  $f$  können Resultate erzielt werden, die möglichst geringer Willkür unterliegen.

Im Gegensatz zu den Algorithmen von Pagan und Sossounov (2003) und Bry und Boschan (1971) ist es bei dem IBB-Algorithmus nicht notwendig, nachträglich lokale Minima oder Maxima zu eliminieren, die zu nah am Anfang oder am Ende der Zeitreihe liegen, da der IBB-Algorithmus diese von vornherein nicht zulässt. Außerdem müssen keine einzelnen Phasen oder einzelnen Zyklen<sup>31</sup> nachträglich eliminiert werden, weil die identifizierte Phase oder der identifizierte Zyklus eine zuvor geforderte Mindestlänge unterschritten hat. Dennoch führt die Wahl einer angemessenen Länge für  $F$  im Regelfall dazu, dass auto-

<sup>31</sup>Ein Zyklus besteht - unabhängig von der Reihenfolge der Marktphasen - aus je einem Bullen- und einem Bärenmarkt.

matisch keine zu kurzen Marktphasen identifiziert werden können. Verhältnismäßig kurze Marktphasen würden nur dann als eigenständige Marktphasen identifiziert, wenn die Kursbewegungen innerhalb eines kurzen Zeitfensters ungewöhnlich stark ausfallen würden. Hier erfolgt aber im Gegensatz zu Pagan und Sossounov (2003) keine Bindung einer solchen Kursbewegung an einen ex ante fixierten und dadurch recht arbiträren Prozentsatz, um den die Kurse mindestens gestiegen bzw. gefallen sein müssen. Vielmehr identifiziert der hier verwendete IBB-Algorithmus eine ungewöhnlich starke Kursbewegung als den Beginn einer neuen Marktphase, wenn ein derartig hoher bzw. niedriger Kurs weder  $f$  Beobachtungen vor noch nach diesem Datenpunkt erreicht wird. Dabei ist unerheblich, wie lange die vorherige Marktphase, die durch den Beginn einer neuen Marktphase endet, gedauert hat. Zwischen zwei Datenpunkten, die jeweils den Beginn eines Bullenmarktes oder jeweils den Beginn eines Bärenmarktes darstellen, liegen dagegen stets  $F$  Beobachtungen, sodass ein Zyklus immer mindestens  $F$  Beobachtungen aufweist. Dies erinnert zwar an die von anderen Autoren geforderten Mindestlängen von einzelnen Zyklen, hat aber im vorliegenden Fall keine direkten Auswirkungen auf die Resultate in dieser Arbeit. Bei hinreichend langen Fenstern - welche ohnehin für die Analyse mittel- bis langfristiger Effekte benötigt werden - sind die Zyklen auch so bereits länger als  $F$ , wie sich nachfolgend zeigen wird. Zusätzlich erfolgt die Wahl der Fensterlänge nicht auf Basis subjektiver Vorstellungen, sondern endogen anhand der robustesten Ergebnisse bzgl. der Variationen der Fensterlänge. Der IBB-Algorithmus ermöglicht somit keine arbiträren Wahlmöglichkeiten, durch die sich die Ergebnisse subjektiv beeinflussen ließen. Außerdem ist er allgemein genug gehalten, um auf jede Zeitreihe von Aktienkursen angewendet werden zu können. Es handelt sich insbesondere um keinen Spezialfall, welcher nur für die Zeitreihe des DAX gilt.

#### 4.2.2 Identifizierte Bullen- und Bärenmärkte

Dem zuvor dargestellten IBB-Algorithmus entsprechend werden nachfolgend die Bullen- und Bärenmärkte des DAX für Tages-, Wochen- und Monatsdaten identifiziert. Aufgrund der identischen Vorgehensweise für diese drei Frequenzen, wird die Identifizierung der Marktphasen nur anhand der Tagesdaten veranschaulicht. Für die Wochen- und Monatsdaten wird - neben der Präsentation der Resultate - lediglich auf abweichende Werte innerhalb des Algorithmus hingewiesen.

Für Tagesdaten werden die robustesten Ergebnisse für eine Fensterlänge von  $F = 595$  bzw.  $f = 297$  gefunden, was in etwa einer gesamten Fensterlänge von zweieindrittel Jahren entspricht. Eine Erhöhung der gesamten Fensterlänge um bis zu ca. 29,92% auf 773 Beobachtungen sowie eine Verringerung der gesamten Fensterlänge um bis zu ca. 30,25% auf 415 Beobachtungen führt zu exakt denselben Resultaten wie für  $F = 595$ . Die Variation entspricht etwa achteinhalb Monaten, sodass selbst bei Fensterlängen, die achteinhalb Monate länger oder kürzer sind, noch dieselben Ergebnisse resultieren. Die Identifizierung der minimalen bzw. maximalen Werte eines jeden Fensters erfolgt für tägliche Daten mit  $N = 6154$  Beobachtungen mittels:



$$\begin{aligned}
Min_i &= \min_{j \in \{\max\{1, i-297\}, \dots, \min\{i+297, 6154\}\}} S_j \quad \text{für } i \in \{1, \dots, 6154\} \\
&= \begin{cases} \min\{S_1, \dots, S_i, \dots, S_{i+297}\} & \text{für } i \in \{1, \dots, 297\} , \\ \min\{S_{i-297}, \dots, S_i, \dots, S_{i+297}\} & \text{für } i \in \{298, \dots, 5857\} , \\ \min\{S_{i-297}, \dots, S_i, \dots, S_{6154}\} & \text{für } i \in \{5858, \dots, 6154\} , \end{cases} \\
Max_i &= \max_{j \in \{\max\{1, i-297\}, \dots, \min\{i+297, 6154\}\}} S_j \quad \text{für } i \in \{1, \dots, 6154\} \\
&= \begin{cases} \max\{S_1, \dots, S_i, \dots, S_{i+297}\} & \text{für } i \in \{1, \dots, 297\} , \\ \max\{S_{i-297}, \dots, S_i, \dots, S_{i+297}\} & \text{für } i \in \{298, \dots, 5857\} , \\ \max\{S_{i-297}, \dots, S_i, \dots, S_{6154}\} & \text{für } i \in \{5858, \dots, 6154\} . \end{cases}
\end{aligned}$$

Für Wochendaten (Monatsdaten) mit insgesamt  $N = 1268$  ( $N = 291$ ) Beobachtungen beträgt die Fensterlänge  $F = 123$  bzw.  $f = 61$  ( $F = 31$  bzw.  $f = 15$ ), was etwa zweieindrittel (zweieinhalb) Jahre sind. Die Ergebnisse sind robust bis zu einer Erhöhung der Fensterlänge von bis zu ca. 29,27% (25,81%) auf 159 (39) Beobachtungen und einer Verringerung der Fensterlänge von bis zu ca. 30,89% (32,26%) auf 85 (21) Beobachtungen. Die mögliche Variation der Fensterlänge ohne Änderung der Resultate entspricht hier einer Variation von über acht (acht bis zehn) Monaten.

Im nächsten Schritt wird mithilfe von  $L_i^{Min}$  bzw.  $L_i^{Max}$  ermittelt, an welchen Datenpunkten  $i$  der mögliche Beginn eines Bullen- bzw. Bärenmarktes ( $BeginBull_i^{pos}$  bzw.  $BeginBear_i^{pos}$ ) vorliegt. Werden für Tagesdaten an 595 aufeinander folgenden Beobachtungen die gleichen Werte für mögliche lokale Minima bzw. Maxima identifiziert, stellt der 298. Datenpunkt - d. h. der Tag, der genau in der Mitte dieses 595-Tage-Fensters liegt - das mögliche lokale Minimum bzw. Maximum dar. Es gilt folglich:

$$\begin{aligned}
L_i^{Min} &= \begin{cases} 1 & \text{für } i = 1 , \\ 1 & \text{wenn } Min_i \neq Min_{i-1} \quad \text{für } i \in \{2, \dots, 6154\} , \\ L_{i-1}^{Min} + 1 & \text{wenn } Min_i = Min_{i-1} \quad \text{für } i \in \{2, \dots, 6154\} , \end{cases} \\
BeginBull_i^{pos} &= \begin{cases} 1 & \text{wenn } L_{i+297}^{Min} = 595 \quad \text{für } i \in \{1, \dots, 6154\} , \\ 0 & \text{sonst} \quad \text{für } i \in \{1, \dots, 6154\} , \end{cases} \\
L_i^{Max} &= \begin{cases} 1 & \text{für } i = 1 , \\ 1 & \text{wenn } Max_i \neq Max_{i-1} \quad \text{für } i \in \{2, \dots, 6154\} , \\ L_{i-1}^{Max} + 1 & \text{wenn } Max_i = Max_{i-1} \quad \text{für } i \in \{2, \dots, 6154\} , \end{cases} \\
BeginBear_i^{pos} &= \begin{cases} 1 & \text{wenn } L_{i+297}^{Max} = 595 \quad \text{für } i \in \{1, \dots, 6154\} , \\ 0 & \text{sonst} \quad \text{für } i \in \{1, \dots, 6154\} . \end{cases}
\end{aligned}$$

Für Wochendaten (Monatsdaten) stellt der 62. (16.) Datenpunkt des 123-Tage-Fensters (31-Tage-Fensters) das mögliche lokale Minimum bzw. Maximum dar, wenn an 123 (31)

aufeinander folgenden Beobachtungen die gleichen Werte für mögliche lokale Minima bzw. Maxima identifiziert werden.

In chronologischer Reihenfolge resultieren aus diesem Algorithmus die in Tabelle 4.1 aufgeführten möglichen Beginne für Bullen- bzw. Bärenmärkte bei Verwendung der jeweiligen Frequenzen. Für jeden so identifizierten möglichen Beginn eines Bullen- bzw. Bärenmarktes wird dann geprüft, ob es sich um einen tatsächlichen Beginn eines Bullen- bzw. Bärenmarktes handelt.

**Tabelle 4.1.** Mögliche Beginne von Bullen- und Bärenmärkten

	Datum	DAX-Kurs
<b>Tagesdaten</b>		
$BeginBear_{1933}^{pos}$	07.03.2000	8064,97
$BeginBull_{2696}^{pos}$	12.03.2003	2202,96
$BeginBear_{3803}^{pos}$	16.07.2007	8105,69
$BeginBull_{4219}^{pos}$	06.03.2009	3666,41
$BeginBear_{5768}^{pos}$	10.04.2015	12374,73
<b>Wochendaten</b>		
$BeginBear_{402}^{pos}$	10.03.2000	7975,95
$BeginBull_{559}^{pos}$	14.03.2003	2403,19
$BeginBear_{785}^{pos}$	13.07.2007	8092,77
$BeginBull_{871}^{pos}$	06.03.2009	3666,41
$BeginBear_{1189}^{pos}$	10.04.2015	12374,73
<b>Monatsdaten</b>		
$BeginBear_{92}^{pos}$	29.02.2000	7644,55
$BeginBull_{129}^{pos}$	31.03.2003	2423,87
$BeginBear_{186}^{pos}$	28.12.2007	8067,32
$BeginBull_{200}^{pos}$	27.02.2009	3843,74
$BeginBear_{273}^{pos}$	31.03.2015	11966,17

Zunächst kann - für Tagesdaten - festgestellt werden, dass  $i = 1933$  die erste mögliche Extremstelle darstellt, sodass die Bedingung  $BeginBull_u^{pos} = 1$  für kein  $u$  für  $u < i < w$  mit  $u, w \in \{1, \dots, 6154\}$  erfüllt wird. Für  $i = 1933$  und  $w = 2696$  wird aber die Bedingung

$$BeginBear_i^{pos} = 1 \wedge BeginBull_w^{pos} = 1$$

für  $i < w$  mit  $i, w \in \{1, \dots, 6154\}$  erfüllt, wobei kein  $v$  für  $v < w$  mit  $v, w \in \{1, \dots, 6154\}$  existiert, für das  $BeginBull_v^{pos} = 1$  gilt. Da mit  $i = 1933$  nur ein Zeitpunkt  $i$  existiert, der die Bedingung erfüllt, handelt es sich bei dem möglichen Beginn eines Bärenmarktes um den tatsächlichen, sodass  $BeginBear_{1933}^{act} = BeginBear_{1933}^{pos}$  gilt. Da es sich um den ersten identifizierten Beginn einer Marktphase handelt, wird der Zeitraum bis  $i = 1933$  als Bullenmarkt angesehen.

Für  $u = 1933$ ,  $i = 2696$  und  $w = 3803$  werden die Bedingungen der Gleichungen (4.7) und (4.8) erfüllt, wobei mit  $i = 2696$  nur ein Zeitpunkt  $i$  existiert, der die Bedingungen erfüllt. Folglich handelt es sich bei dem möglichen Beginn eines Bullenmarktes um den tatsächlichen, sodass  $BeginBull_{2696}^{act} = BeginBull_{2696}^{pos}$  gilt. Der Zeitraum von  $i = 1933$  bis  $i = 2696$  ist somit ein Bärenmarkt.

Analog existiert mit  $i = 3803$  nur ein Zeitpunkt  $i$ , der die Bedingungen der Gleichungen (4.9) und (4.10) für  $u = 2696$ ,  $i = 3803$  und  $w = 4219$  erfüllt, sodass der mögliche Beginn eines Bärenmarktes auch den tatsächlichen Beginn darstellt. Es gilt daher  $BeginBear_{3803}^{act} = BeginBear_{3803}^{pos}$ , sodass der Zeitraum von  $i = 2696$  bis  $i = 3803$  ein Bullenmarkt ist.

Außerdem liegt im Zeitraum von  $i = 3803$  bis  $i = 4219$  ein Bärenmarkt vor, da wiederum mit  $i = 4219$  nur ein Zeitpunkt  $i$  existiert, der für  $u = 3803$ ,  $i = 4219$  und  $w = 5768$  die Bedingungen der Gleichungen (4.7) und (4.8) erfüllt. Infolgedessen bildet der mögliche Beginn eines Bullenmarktes wiederum den tatsächlichen Beginn, sodass  $BeginBull_{4219}^{act} = BeginBull_{4219}^{pos}$  gilt.

Da für  $i = 5768$  jedoch kein  $w$  für  $u < i < w$  mit  $u, w \in \{1, \dots, 6154\}$  existiert, sodass die Bedingung  $BeginBull_w^{pos} = 1$  erfüllt wird, handelt es sich bei  $i = 5768$  um die letzte mögliche Extremstelle. Für  $u = 4219$  und  $i = 5768$  wird aber die Bedingung

$$BeginBear_i^{pos} = 1 \wedge BeginBull_u^{pos} = 1$$

für  $u < i$  mit  $u, i \in \{1, \dots, 6154\}$  erfüllt, wobei kein  $v$  für  $u < v$  mit  $u, v \in \{1, \dots, 6154\}$  existiert, für das  $BeginBull_v^{pos} = 1$  gilt. Da mit  $i = 5768$  nur ein Zeitpunkt  $i$  existiert, der die Bedingung erfüllt, handelt es sich bei dem möglichen Beginn eines Bärenmarktes um den tatsächlichen, sodass  $BeginBear_{5768}^{act} = BeginBear_{5768}^{pos}$  gilt und der Zeitraum ab  $i = 5768$  ein Bärenmarkt ist.

Da sich hier bereits jeder mögliche Beginn eines Bullenmarktes mit dem möglichen Beginn eines Bärenmarktes abwechselt, handelt es sich bei einem möglichen Beginn automatisch um einen tatsächlichen Beginn, sodass keine Eliminierung direkt aufeinander folgender möglicher lokaler Minima bzw. Maxima notwendig ist. Bei deutlich kürzeren Fenstern - innerhalb des oben beschriebenen Bereichs - würde der IBB-Algorithmus für Tagesdaten allerdings die Eliminierung zweier aufeinander folgender möglicher lokaler Minima und auch die Eliminierung zweier aufeinander folgender möglicher lokaler Maxima vornehmen.

Für Wochen- und Monatsdaten folgt aus der Verwendung der robustesten Fenster ebenfalls, dass alle möglichen Beginne automatisch tatsächliche Beginne darstellen, ohne dass eine Eliminierung direkt aufeinander folgender möglicher lokaler Minima bzw. Maxima notwendig wäre. Genau wie für Tagesdaten wäre auch für Wochendaten eine Eliminierung zweier aufeinander folgender möglicher lokaler Minima notwendig, wenn die Fensterlänge deutlich verringert würde. Andere Ergebnisse würden aber - unter Verwendung von Fensterlängen innerhalb des oben beschriebenen Bereichs - wiederum nicht resultieren.

Durch die identifizierten tatsächlichen Beginne von Bullen- und Bärenmärkten werden für die einzelnen Frequenzen die in Tabelle 4.2 aufgeführten Marktphasen identifiziert, wobei der Zeitraum in Jahren als Quotient aus der Anzahl der Beobachtungen der jeweils identifizierten Marktphase und der durchschnittlichen Anzahl an Beobachtungen der entsprechenden Frequenz - als Länge eines Jahres - gebildet wird. Der Beginn des ersten

Bullenmarktes ist durch den Beginn der verfügbaren Daten beschrieben und nicht dadurch, dass zu diesem Zeitpunkt tatsächlich ein Wechsel von einem Bärenmarkt zu einem Bullenmarkt stattgefunden hat. Ebenso ist das Ende des letzten Bärenmarktes durch das Ende der verfügbaren Daten charakterisiert.

**Tabelle 4.2.** Identifizierte Bullen- und Bärenmärkte

Marktphase	Beginn	Ende	Beobachtungen	Zeitraum in Jahren
<b>Tagesdaten</b>				
Bulle 1	01.07.1992	07.03.2000	1933	7,64
Bär 1	07.03.2000	12.03.2003	764	3,02
Bulle 2	12.03.2003	16.07.2007	1108	4,38
Bär 2	16.07.2007	06.03.2009	417	1,65
Bulle 3	06.03.2009	10.04.2015	1550	6,13
Bär 3	10.04.2015	17.10.2016	387	1,53
<b>Wochendaten</b>				
Bulle 1	03.07.1992	10.03.2000	402	7,73
Bär 1	10.03.2000	14.03.2003	158	3,04
Bulle 2	14.03.2003	13.07.2007	227	4,37
Bär 2	13.07.2007	06.03.2009	87	1,67
Bulle 3	06.03.2009	10.04.2015	319	6,13
Bär 3	10.04.2015	14.10.2016	80	1,54
<b>Monatsdaten</b>				
Bulle 1	31.07.1992	29.02.2000	92	7,67
Bär 1	29.02.2000	31.03.2003	38	3,17
Bulle 2	31.03.2003	28.12.2007	58	4,83
Bär 2	28.12.2007	27.02.2009	15	1,25
Bulle 3	27.02.2009	31.03.2015	74	6,17
Bär 3	31.03.2015	30.09.2016	19	1,58

An dieser Stelle sei angemerkt, dass es sich bei dem letzten Bärenmarkt auch lediglich um eine Gegenbewegung innerhalb eines Bullenmarktes handeln könnte, da der Zeitraum, der den letzten Bärenmarkt umfasst, zu kurz ist, als dass sich anhand der vorliegenden Daten eine abschließende Meinung darüber bilden ließe. Hierauf wird an späterer Stelle noch einmal gesondert eingegangen. Der erste Bullenmarkt ist mit einer Dauer von über sieben Jahren hingegen lang genug, um einwandfrei als Bullenmarkt angesehen zu werden. Abbildung 4.4 veranschaulicht die hier identifizierten Bullen- und Bärenmärkte, wobei die Daten der jeweiligen Wechsel von einer Marktphase zur anderen Marktphase angegeben sowie Bullenmärkte in grün und Bärenmärkte in rot eingezeichnet sind.

Werden die konkreten Zeitpunkte, an denen Bullen- und Bärenmärkte für tägliche und wöchentliche Daten beginnen und enden, verglichen, fallen nur marginale zeitliche Abweichungen auf. Diese resultieren daraus, dass für Tagesdaten - im Gegensatz zu Wochendaten - ein Wechsel von einer zur anderen Marktphase nicht notwendigerweise am letzten Handelstag der Woche stattfinden muss. Fallen die Kursschwankungen nicht zu stark aus, so ist wenig verwunderlich, dass der Zeitpunkt des Wechsels zwischen zwei Marktphasen für wöchentliche Daten nur wenige Tage vom Zeitpunkt des Wechsels für tägliche Daten abweicht. Im vorliegenden Fall stimmen sogar das Ende des zweiten Bärenmarktes sowie Beginn und Ende des dritten Bullen- und letzten Bärenmarktes bei der Betrachtung von Tages- und Wochendaten exakt überein.

Im Vergleich zu den wöchentlichen Daten weichen die Zeitpunkte, an denen eine Marktphase unter Verwendung monatlicher Daten beginnt und endet, nun deutlicher von den Zeitpunkten auf Basis von täglichen Daten ab. Der Grund hierfür liegt einerseits darin, dass

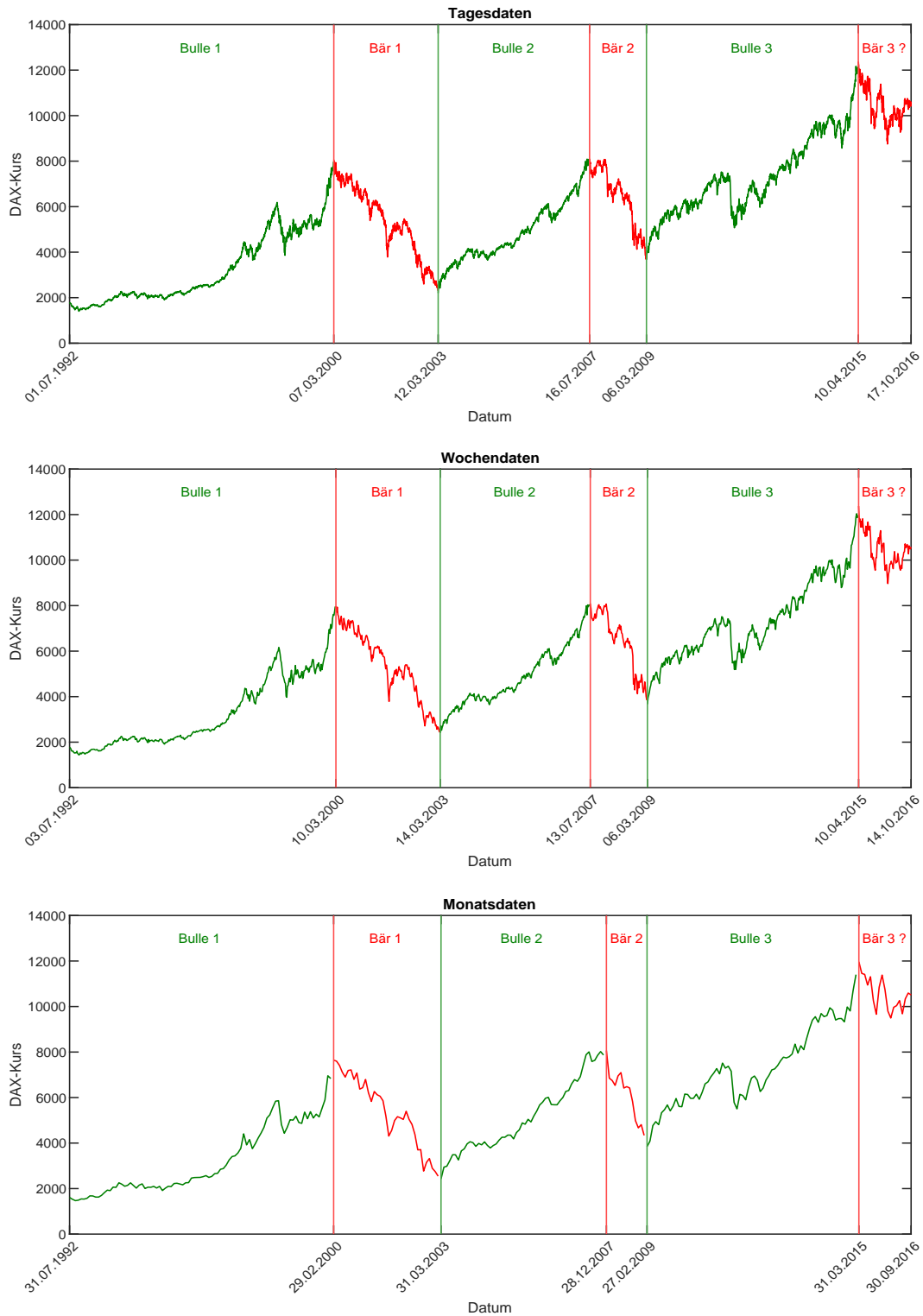


Abbildung 4.4. Identifizierte Bullen- und Bärenmärkte

unter Verwendung täglicher - aber auch unter Verwendung wöchentlicher - Daten die Wechsel von einer Marktphase zur anderen nicht an den Monatsenden oder deren Nähe liegen, wodurch leicht eine zeitliche Abweichung von bis zu einem Monat zustande kommen kann, wenn Monatsdaten betrachtet werden. Andererseits kann die Abweichung aber auch noch größer als einen Monat ausfallen, wenn das vorherige oder nächste Monatsende kein lokales Minimum bzw. Maximum darstellt, da es zu diesem Zeitpunkt gerade eine Gegenbewegungen gegeben hat. In diesem Fall lässt sich erst das vorletzte oder übernächste Monatsende oder gar ein noch weiter entferntes Monatsende als lokales Minimum bzw. Maximum identifizieren. Dies ist insbesondere bei dem zweiten Bullenmarkt der Fall, der auf Basis von Tagesdaten am 16.07.2007 und auf Basis von Wochendaten am 13.07.2007, auf Basis von Monatsdaten aber erst am 28.12.2007 endet. Werden Daten in niedrigerer Frequenz verwendet, kann dies dazu führen, dass teilweise die höchsten bzw. niedrigsten Kurse aus der Zeitreihe herausfallen. Dies kann somit zu einer deutlich weniger präzisen Identifizierung der Zeitpunkte führen, in denen der Wechsel von Marktphasen tatsächlich stattfindet (Kole und van Dijk, 2017).

Wie Tabelle 4.2 sowie Abbildung 4.4 entnommen werden kann, dauern die identifizierten Bullenmärkte - unabhängig von der Frequenz der Daten - deutlich länger an als die identifizierten Bärenmärkte. Diese Beobachtung ist konsistent mit Resultaten anderer Studien, selbst wenn in diesen andere Verfahren zur Identifizierung der Bullen- und Bärenmärkte verwendet werden (Pagan und Sossounov, 2003; Chauvet und Potter, 2000; Gonzalez et al., 2006).

### 4.3 Identifizierung von Marktphasen mit positiven und negativen Renditen

Aufbauend auf der Grundidee von Hardouvelis und Theodossiou (2002) und Gonzalez et al. (2006) werden im Folgenden die Renditen des DAX untersucht, um zu überprüfen, ob auf dieser Basis ähnliche Marktphasen wie mithilfe der DAX-Kurse identifiziert werden. Immerhin werden - wie eingangs erwähnt - Bullenmärkte regelmäßig mit positiven und Bärenmärkte mit negativen Renditen in Verbindung gebracht. Die Vorgehensweisen von Hardouvelis und Theodossiou (2002) und Gonzalez et al. (2006) lassen sich jeweils auf Ibbotson und Jaffe (1975) zurückführen, welche die ersten Monatsrenditen nach dem IPO von Unternehmen daraufhin untersuchen, ob die Differenzen aus diesen Renditen und den Renditen des S&P 500 ober- oder unterhalb der Medianrendite liegen, die ebenfalls aus den Differenzen zwischen den Renditen der IPO-Unternehmen und denen des S&P 500 berechnet wird. In einem nachgelagerten Schritt wird mithilfe eines Runs-Tests gezählt, wie viele Werte hintereinander ober- oder unterhalb der Medianrendite liegen und wie viele Wechsel von ober- zu unterhalb stattfinden.

### 4.3.1 Algorithmus zur Identifizierung der Marktphasen

Da in der vorliegenden Arbeit nicht nur Monatsdaten, sondern auch Wochen- und Tagesdaten verwendet werden, muss die Vorgehensweise von Hardouvelis und Theodossiou (2002) und Gonzalez et al. (2006) modifiziert werden. Während es für Monatsdaten noch möglich ist, Bullen- und Bärenmärkte dadurch zu identifizieren, dass die Monatsrenditen bspw. in drei, vier, fünf oder sechs aufeinander folgenden Monaten jeweils nur positiv oder nur negativ sind, führt dieses Vorgehen für andere Frequenzen zu keinen brauchbaren Ergebnissen.<sup>32</sup> Insbesondere bei der Betrachtung von Tagesrenditen würde es oft zu ständigen Wechseln zwischen positiven und negativen Tagesrenditen kommen, sodass sich nur selten oder sogar keine Marktphasen für einen mittel- bis langfristigen Zeitraum identifizieren ließen. Aus selbigem Grund wird hier auch darauf verzichtet, eine normale Phase - d. h. eine Phase, die aufgrund ihres Unterschreitens einer bestimmten Mindestlänge weder einen Bullen- noch einen Bärenmarkt darstellt - zu ermöglichen, wie dies von Hardouvelis und Theodossiou (2002) getan wird. Denn aufgrund der höheren Frequenz der Daten können die Phasen, die weder Bullen- noch Bärenmärkte darstellen, mitunter ebenfalls sehr kurz sein. Dies widerspräche dem Bestreben, die gesamte Zeitreihe in eher mittel- bis langfristige Unterperioden unterteilen zu wollen. Die folgenden zwei Szenarien veranschaulichen dies. Dabei beschreibt ein Plus (+) eine positive Rendite und ein Minus (-) eine negative Rendite, sodass jedes Zeichen jeweils für eine Rendite und die gesamte Abfolge von Zeichen für die Renditen eines längeren Zeitraums stehen.

Szenario 1: + - + + - + - + + - - - + + - + - + - - + - - + + - + + + - +

Szenario 2: + + + + + + + + + + + + + + - + -

In Szenario 1 folgen maximal dreimal hintereinander die gleichen Vorzeichen, sodass insbesondere im Falle von Tagesdaten nicht von eigenständigen positiven oder negativen Marktphasen gesprochen werden kann. Man könnte die gesamte Abfolge also als eine normale Phase beschreiben. In Szenario 2 handelt es sich dagegen - insbesondere unter der Annahme, dass die Abfolge nach links weitere positive Renditen und nach rechts weitere negative Renditen besitzt - jeweils um eine eigenständige positive und negative Marktphase. In der Mitte der dargestellten Abfolge findet ein zweifacher Wechsel von positiven zu negativen Renditen statt, welcher so kurzlebig ist, dass nicht von einer eigenständigen Marktphase positiver oder negativer Renditen gesprochen werden kann. Gleichzeitig umfasst eben dieser Zeitraum nur zwei Beobachtungen, weshalb vor allem im Falle von Tagesdaten - aber auch im Falle von Wochen- und Monatsdaten - nicht von einer eigenständigen normalen Phase gesprochen werden kann.

Der im Folgenden beschriebene Algorithmus ermöglicht die Untersuchung der Zeitreihe mithilfe der logarithmierten Renditen aus Kapitel 3 und zwar sowohl für Monats- als auch

<sup>32</sup> An dieser Stelle sei noch einmal darauf hingewiesen, dass in der vorliegenden Arbeit die Identifizierung weniger, aber dafür länger Marktphasen angestrebt wird.

für Wochen- und Tagesrenditen. Eine wesentliche Modifikation besteht darin, dass Durchschnittsrenditen ( $\bar{r}_i(f)$ ) statt der Renditen selbst ( $r_i$ ) dahingehend untersucht werden, ob sie positiv oder negativ sind. Durch die Betrachtung der Durchschnittsrenditen folgen vermehrt Werte mit gleichem Vorzeichen direkt aufeinander und die Anzahl der Wechsel zwischen positiven und negativen Werten wird reduziert. Die Durchschnittsrenditen werden gebildet, indem um jeden diskreten Datenpunkt  $i \in \{1+f, \dots, T-f\}$  ein symmetrisches Fenster mit der Gesamtlänge  $F$  gelegt und das arithmetische Mittel der darin befindlichen Renditen berechnet wird. Neben dem zu betrachtenden Datenpunkt  $i$  werden somit noch die  $f$  Beobachtungen vor und nach diesem Datenpunkt berücksichtigt, wobei weiterhin  $f := \frac{F-1}{2}$  gilt. Voraussetzung hierfür ist, dass jeweils noch  $f$  Beobachtungen vor und nach diesem Datenpunkt existieren. Ist dies nicht der Fall, kann die Durchschnittsrendite für den entsprechenden Datenpunkt nicht berechnet werden. Mit der Anzahl der Datenpunkte der gesamten Zeitreihe  $T$  und den jeweils vor und nach dem zu betrachtenden Datenpunkt zusätzlich zu berücksichtigenden Beobachtungen  $f$  gilt für die Berechnung der Durchschnittsrenditen:<sup>33</sup>

$$\begin{aligned}\bar{r}_i(f) &:= \frac{1}{F} (r_{i-f} + r_{i-f+1} + \dots + r_{i-1} + r_i + r_{i+1} + \dots + r_{i+f-1} + r_{i+f}) \\ &= \frac{1}{F} \sum_{n=-f}^f r_{i+n} \quad \text{für } i \in \{1+f, \dots, T-f\} .\end{aligned}\tag{4.11}$$

Wird im weiteren Verlauf dieses Unterkapitels von *Renditen* gesprochen, sind damit die berechneten Durchschnittsrenditen gemeint. Nachdem die (Durchschnitts-) Renditen für alle in Frage kommenden Datenpunkte  $i$  berechnet wurden, werden die Datenpunkte identifiziert, an denen diese Renditen von positiv zu negativ bzw. von negativ zu positiv wechseln. Nachfolgend wird dies als der *Beginn einer Marktphase negativer Renditen* bzw. als der *Beginn einer Marktphase positiver Renditen* bezeichnet. Der Beginn der einen Marktphase impliziert das Ende der gegenteiligen Marktphase. Die Beginne der beiden Marktphasen alternieren dabei automatisch. Jedoch wäre es möglich, dass bspw. bis auf eine Beobachtung 100 Beobachtungen hintereinander positive Renditen besitzen und die eine abweichende Beobachtung mit negativer Rendite dennoch den Beginn einer Marktphase mit negativen Renditen suggeriert. Bei einer einzelnen Beobachtung kann aber - insbesondere für Tagesdaten - nicht bereits von einer eigenständigen Marktphase gesprochen werden. Daher muss zwischen den jeweiligen Beginnen der Marktphasen ein Mindestabstand ( $\Delta$ ) liegen, damit sichergestellt wird, dass es sich nicht nur um wenige einzelne Beobachtungen handelt, die lediglich eine kurzfristige Gegenbewegung innerhalb einer längeren Marktphase darstellen. Die Forderung, dass ein Mindestabstand zwischen dem Beginn einer Marktphase und dem Beginn der nächsten gegenteiligen Marktphase liegen muss, führt allerdings dazu, dass die Beginne von Marktphasen negativer und positiver Renditen nun nicht mehr automatisch

<sup>33</sup>Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird auch hier in den Formeln auf das Superskript  $freq$  für  $freq = \{daily, weekly, monthly\}$  verzichtet. Analog zu den Variablen in Kapitel 4.2 hängen auch hier die Variablen  $T$ ,  $F$  und  $f$  sowie zusätzlich die Variable  $\Delta$  von der Frequenz der zu untersuchenden Zeitreihe ab, sodass sie sich auch als  $T^{freq}$ ,  $F^{freq}$ ,  $f^{freq}$  und  $\Delta^{freq}$  schreiben ließen.



alternieren, sodass es sich an dieser Stelle nur um *mögliche* Beginne von Marktphasen negativer Renditen im Zeitpunkt  $i$  ( $BeginR_i^{pos}(f, \Delta)$ ) und um *mögliche* Beginne von Marktphasen positiver Renditen im Zeitpunkt  $i$  ( $Begin\bar{R}_i^{pos}(f, \Delta)$ ) handelt. Formal gilt für alle  $i \in \{2+f, \dots, T-f\}$ :

$$BeginR_i^{pos}(f, \Delta) := \begin{cases} 1 & \text{wenn } \bar{r}_{i-1}(f) > 0 > \bar{r}_i(f) \\ & \wedge \nexists n : \bar{r}_{n-1}(f) < 0 < \bar{r}_n(f) \quad \text{für } n \in \{i+1, \dots, i+\Delta\} , \\ 0 & \text{sonst} , \end{cases} \quad (4.12)$$

$$Begin\bar{R}_i^{pos}(f, \Delta) := \begin{cases} 1 & \text{wenn } \bar{r}_{i-1}(f) < 0 < \bar{r}_i(f) \\ & \wedge \nexists n : \bar{r}_{n-1}(f) > 0 > \bar{r}_n(f) \quad \text{für } n \in \{i+1, \dots, i+\Delta\} , \\ 0 & \text{sonst} . \end{cases} \quad (4.13)$$

Folgen nach Anwendung dieser Formeln mehrere mögliche Beginne von Marktphasen negativer Renditen oder mehrere mögliche Beginne von Marktphasen positiver Renditen aufeinander, müssen diese eliminiert werden, sodass die tatsächlichen Beginne der verschiedenen Marktphasen am Ende wieder alternieren. Diese Elimination erfolgt analog zum Verfahren zur Elimination mehrerer direkt aufeinander folgender Bullen- oder Bärenmärkte in Kapitel 4.2. Abweichend davon wird aber derjenige der bereits bestimmten möglichen Beginne als der tatsächliche Beginn identifiziert, der am frühesten stattgefunden hat. Dies ist darin begründet, dass der früheste Beginn keine Gegenbewegung innerhalb einer bereits begonnenen Marktphase darstellen kann, während spätere Beginne sehr wohl Teil einer längeren Marktphase sein können und dies auch regelmäßig sind, wie sich anhand der untersuchten Daten ersehen lässt.

Im Falle mehrerer aufeinander folgender möglicher Beginne von Marktphasen negativer Renditen gilt somit:

Wenn für  $u < i < w$  mit  $u, w \in \{2+f, \dots, T-f\}$  gilt, dass

$$Begin\bar{R}_u^{pos}(f, \Delta) = 1 \wedge BeginR_i^{pos}(f, \Delta) = 1 \wedge Begin\bar{R}_w^{pos}(f, \Delta) = 1 , \quad (4.14)$$

und kein  $v$  für  $u < v < w$  mit  $u, w \in \{2+f, \dots, T-f\}$  existiert, sodass hierfür  $Begin\bar{R}_v^{pos}(f, \Delta) = 1$  erfüllt ist, dann ist der tatsächliche Beginn einer Marktphase mit negativen Renditen im Zeitpunkt  $i$  definiert durch

$$BeginR_i^{act}(f, \Delta) := \min_{i \in (u, w)} \{i \mid BeginR_i^{pos}(f, \Delta) = 1\} . \quad (4.15)$$

Existiert kein  $u$  bzw. kein  $w$ , das diese Bedingung erfüllt, handelt es sich bei dem identifizierten  $BeginR_i^{pos}(f, \Delta)$  um den ersten bzw. letzten identifizierbaren möglichen Beginn einer Marktphase. In beiden Fällen läge der mögliche Beginn einer Marktphase jeweils in Form des möglichen Beginns einer Marktphase negativer Renditen vor, was impliziert, dass zuvor positive Renditen vorlagen. Liegen in solch einem Fall mehrere mögliche Be-

ginne einer Marktphase negativer Renditen vor, erfolgt die Bestimmung des tatsächlichen Beginns wie gehabt gemäß den Bedingungen der Gleichungen (4.14) und (4.15).

Folgen mehrere mögliche Beginne von Marktphasen positiver Renditen aufeinander, so gilt hierfür:

Wenn für  $u < i < w$  mit  $u, w \in \{2 + f, \dots, T - f\}$  gilt, dass

$$\text{Begin}\underline{R}_u^{\text{pos}}(f, \Delta) = 1 \wedge \text{Begin}\overline{R}_i^{\text{pos}}(f, \Delta) = 1 \wedge \text{Begin}\underline{R}_w^{\text{pos}}(f, \Delta) = 1 \quad , \quad (4.16)$$

und kein  $v$  für  $u < v < w$  mit  $u, w \in \{2 + f, \dots, T - f\}$  existiert, sodass hierfür  $\text{Begin}\underline{R}_v^{\text{pos}}(f, \Delta) = 1$  erfüllt ist, dann ist der tatsächliche Beginn einer Marktphase mit positiven Renditen im Zeitpunkt  $i$  definiert durch

$$\text{Begin}\overline{R}_i^{\text{act}}(f, \Delta) := \min_{i \in (u, w)} \{i \mid \text{Begin}\overline{R}_i^{\text{pos}}(f, \Delta) = 1\} \quad . \quad (4.17)$$

Existiert kein  $u$  bzw. kein  $w$ , das diese Bedingung erfüllt, handelt es sich bei dem identifizierten  $\text{Begin}\overline{R}_i^{\text{pos}}(f, \Delta)$  um den ersten bzw. letzten identifizierbaren möglichen Beginn einer Marktphase. In beiden Fällen läge der mögliche Beginn einer Marktphase jeweils in Form des möglichen Beginns einer Marktphase positiver Renditen vor, was impliziert, dass zuvor negative Renditen vorlagen. Liegen hierbei mehrere mögliche Beginne einer Marktphase positiver Renditen vor, erfolgt die Bestimmung des tatsächlichen Beginns wiederum wie gehabt gemäß den Bedingungen der Gleichungen (4.16) und (4.17).

Im Gegensatz zu anderen Autoren wird bei der hier dargestellten Vorgehensweise nicht gefordert, dass eine Marktphase erst dann als solche charakterisiert werden kann, wenn die Renditen bspw. um mindestens 10% oder 20% - 25% gestiegen oder gesunken sind. Einerseits scheint eine solche Anforderung nicht zwingend notwendig zu sein. Andererseits ließe sich nicht sagen, welcher Wert hierfür zu wählen wäre, ohne diesen arbiträr festzulegen.

### 4.3.2 Identifizierte Marktphasen positiver und negativer Renditen

Die Vorgehensweise zur Bestimmung von Marktphasen mit negativen bzw. positiven Renditen besitzt zwei Stellgrößen: Die Fensterlänge  $F$  bzw.  $f$  und den Mindestabstand  $\Delta$ . Hierdurch ergeben sich für jede Frequenz eine Vielzahl von Kombinationsmöglichkeiten und es stellt sich die Frage, wie  $f$  und  $\Delta$  gewählt werden sollten, um aussagekräftige Resultate zu erhalten, die nicht der reinen Willkür unterliegen. In Folge dieser Fragestellung werden die Marktphasen jeweils für die Werte der in Tabelle 4.3 dargestellten Intervalle ermittelt.

**Tabelle 4.3.** Übersicht der Intervalle für  $f$  und  $\Delta$

	Tagesdaten	Wochendaten	Monatsdaten
$f$ in Anzahl an Beobachtungen	[63, 379]	[13, 78]	[3, 18]
$f$ in Jahren	$[\frac{1}{4}, 1\frac{1}{2}]$	$[\frac{1}{4}, 1\frac{1}{2}]$	$[\frac{1}{4}, 1\frac{1}{2}]$
$\Delta$ in Anzahl an Beobachtungen	[5, 253]	[1, 52]	[1, 12]
$\Delta$ in Jahren	$[\frac{1}{52}, 1]$	$[\frac{1}{52}, 1]$	$[\frac{1}{12}, 1]$

Die Intervalle werden bewusst relativ groß gewählt, um so eine möglichst große Variabilität in  $f$  und  $\Delta$  zu ermöglichen. Da aber die Anzahl an Kombinationsmöglichkeiten von  $f$  und  $\Delta$  bei derartig großen Intervallen - insbesondere für Tagesdaten - eine unübersichtlich große Anzahl an Ergebnissen hervorbringen würde, werden stellvertretend nur ausgewählte Werte der genannten Intervalle betrachtet. Diese ausgewählten Werte finden sich in Tabelle 4.4 wieder und werden sowohl in Anzahl an Beobachtungen als auch in Jahren angegeben.<sup>34</sup> Es ergeben sich hieraus für Tages- und Wochendaten immer noch jeweils 110 und für Monatsdaten 36 Kombinationsmöglichkeiten von  $f$  und  $\Delta$ . Sie bilden dabei die Gesamtsituation über die variierenden Kombinationsmöglichkeiten gut ab. Durchgeführte Stichproben für weitere Kombinationsmöglichkeiten inner- und außerhalb der in Tabelle 4.3 benannten Intervalle können darüber hinaus die im Nachfolgenden gefundenen Ergebnisse bekräftigen.

Tabelle 4.4. Ausgewählte Werte für  $f$  und  $\Delta$ 

<b>Tagesdaten</b>											
$f$ in Anzahl an Beobachtungen	63	100	126	150	189	225	253	275	316	350	379
$f$ in Jahren	1/4		1/2		3/4		1		1 1/4		1 1/2
$\Delta$ in Anzahl an Beobachtungen	5	21	42	63	100	126	150	189	225	253	
$\Delta$ in Jahren	1/52	1/12	1/6	1/4		1/2		3/4		1	
<b>Wochendaten</b>											
$f$ in Anzahl an Beobachtungen	13	20	26	30	39	45	52	60	65	70	78
$f$ in Jahren	1/4		1/2		3/4		1		1 1/4		1 1/2
$\Delta$ in Anzahl an Beobachtungen	1	4	8	13	20	26	30	39	45	52	
$\Delta$ in Jahren	1/52	1/12	1/6	1/4		1/2		3/4		1	
<b>Monatsdaten</b>											
$f$ in Anzahl an Beobachtungen	3		6		9		12		15		18
$f$ in Jahren	1/4		1/2		3/4		1		1 1/4		1 1/2
$\Delta$ in Anzahl an Beobachtungen		1	2	3		6		9		12	
$\Delta$ in Jahren		1/12	1/6	1/4		1/2		3/4		1	

Die Ergebnisse der für Tages- und Wochendaten jeweils ausgewählten 110 Kombinationsmöglichkeiten aus  $f$  und  $\Delta$  sowie der für Monatsdaten ausgewählten 36 Kombinationsmöglichkeiten aus  $f$  und  $\Delta$  komplett wiederzugeben, würde hier weiterhin zu einer unübersichtlichen und somit nicht zielführenden Darstellung führen. Aus diesem Grund sind in Tabelle 4.5 exemplarisch die identifizierten Beginne der Marktphasen für Tagesdaten der 36 Kombinationsmöglichkeiten aufgeführt, die sich aus  $f = \{63, 126, 189, 253, 316, 379\}$  und  $\Delta = \{5, 21, 63, 126, 189, 253\}$  ergeben. Die Ergebnisse dieser 36 Repräsentanten decken sich inhaltlich mit den Ergebnissen aller 256 Kombinationsmöglichkeiten. Für eine bessere Übersicht werden in der Tabelle die Variablen  $Begin\bar{R}_i^{act}(f, \Delta)$  und  $Begin\bar{R}_i^{act}(f, \Delta)$  durch  $R-$  und  $R+$  ersetzt. Ferner werden die einzelnen identifizierten Marktphasen für die verschiedenen  $f$  und  $\Delta$  so gruppiert aufgelistet, dass Marktphasen, die trotz der verschiedenen  $f$  und  $\Delta$  zeitlich nah beieinander liegen, in einer Zeile wiederzufinden sind. Aufgrund der variierenden  $f$  und  $\Delta$  müssen identifizierte Marktphasen selbst dann unterschiedliche Daten aufweisen, wenn eigentlich die gleiche Marktphase identifiziert wurde. Liegen die Daten also zeitlich nah beieinander, so weisen die Daten alle auf den gleichen Wechsel zwischen positiven und negativen Renditen hin.

<sup>34</sup>Die Angabe in Jahren dient nur dem besseren Verständnis und erfolgt insofern nur, wenn die Anzahl an Beobachtungen einer leicht interpretierbaren Anzahl an Jahren entspricht.

Tabelle 4.5. Identifizierte Marktphasen positiver und negativer Renditen für ausgewählte  $f$  und  $\Delta$  auf Basis von Tagesdaten

	$\Delta = 5$						$\Delta = 21$						$\Delta = 63$					
	$f = 63$	$f = 126$	$f = 189$	$f = 253$	$f = 316$	$f = 379$	$f = 63$	$f = 126$	$f = 189$	$f = 253$	$f = 316$	$f = 379$	$f = 63$	$f = 126$	$f = 189$	$f = 253$	$f = 316$	$f = 379$
R+	30.10.92	06.01.93					30.10.92	06.01.93					30.10.92	06.01.93				
R-	09.03.94		06.07.94				09.03.94	06.06.94	06.07.94									
R+	21.04.94		10.08.94															
R-	17.06.94	06.06.94	20.09.94										17.06.94					
R+	15.09.94	09.12.94	13.10.94					09.12.94	13.10.94									
R-	13.10.94		05.01.95						05.01.95									
R+	21.02.95		20.02.95				21.02.95		20.02.95				28.03.95		20.02.95			
R-	19.06.98	22.09.98	14.01.99				16.06.98	22.09.98					19.06.98					
R+	09.12.98	23.10.98	25.01.99				09.12.98						09.12.98					
R-		09.11.98											09.11.98					
R+		25.02.99						25.02.99					25.02.99					
R-						06.01.00												
R+						01.02.00												
R-						13.03.00												
R+						31.03.00												
R-						05.05.00												
R+	05.05.00	21.06.00	11.09.00	18.08.00	13.06.00	02.05.00	21.06.00	11.09.00	31.08.00	13.06.00	28.08.00	20.10.00	05.05.00	21.06.00	11.09.00	31.08.00	17.01.01	20.10.00
R-						15.05.00												
R+						03.07.00												
R-						23.12.00												
R+						03.01.01												
R-						20.10.00												
R+	28.11.01						28.11.01											
R-	19.02.02						19.02.02											
R+	24.03.03	06.03.03	14.04.03	31.07.03	08.10.03	09.12.03	24.03.03	17.03.03	14.04.03	09.08.03	08.10.03	09.12.03	24.03.03	17.03.03	14.04.03	29.08.03	08.10.03	09.12.03
R-	02.04.04						02.04.04											
R+	15.06.04						04.08.04											
R-	15.07.04																	
R+	04.08.04																	
R-	21.08.07																	
R+	04.09.07																	
R-	28.09.07	21.08.07	25.09.07	28.09.07	03.07.07	19.04.07	28.09.07	14.09.07	25.09.07	28.09.07	03.07.07	14.05.07	28.09.07	14.09.07	25.09.07	28.09.07	03.07.07	14.05.07
R+	27.01.09																	
R-	04.02.09																	
R+	16.02.09																	
R-	01.04.09																	
R+	14.04.09	08.04.09	01.07.09	11.09.09	07.09.09	21.07.09	14.04.09	08.04.09	01.07.09	11.09.09	27.09.09	21.07.09	14.04.09	08.04.09	01.07.09	11.09.09	07.09.09	22.09.09
R-	30.03.10						11.02.10						11.02.10					
R+	13.04.10						09.04.10						09.04.10					
R-			23.11.10	08.09.10														
R+				14.10.10														
R-				24.11.10														
R+				06.12.10														
R-		09.02.11		16.12.10														
R+			12.04.11	07.01.11										09.02.11				
R-	04.05.11		05.08.11	09.06.11			04.05.11		21.04.11				04.05.11		05.08.11			
R+	02.11.11	12.09.11	07.12.11	21.06.11			02.11.11		05.08.11				02.11.11					
R-		27.09.11	16.01.12															
R+		31.01.12	24.02.12															
R-	12.05.14																	
R+	06.06.14																	
R-	01.07.14						01.07.14											
R+	09.10.14						09.10.14											
R-				06.02.15														
R+				02.03.15														
R-	19.05.15	16.07.15	15.10.15	12.06.15			19.05.15	16.07.15	15.10.15				19.05.15	16.07.15	15.10.15			
R+	17.12.15			13.07.15														
R-	07.01.16																	
R+	15.01.16	19.02.16																
R-	26.01.16																	
R+	15.04.16						15.04.16						15.04.16					

	$\Delta = 126$						$\Delta = 189$						$\Delta = 253$					
	$f = 63$	$f = 126$	$f = 189$	$f = 253$	$f = 316$	$f = 379$	$f = 63$	$f = 126$	$f = 189$	$f = 253$	$f = 316$	$f = 379$	$f = 63$	$f = 126$	$f = 189$	$f = 253$	$f = 316$	$f = 379$
R+	30.10.92	06.01.93					30.10.92	06.01.93					30.10.92	06.01.63				
R-																		
R+																		
R-																		
R+																		
R-																		
R+			20.05.95						20.02.95						20.02.95			
R-																		
R+																		
R-																		
R+																		
R-																		
R+																		
R-																		
R+	09.08.00	21.06.00	11.09.00	31.08.00	17.01.01	24.10.00	09.08.00	21.06.00	11.09.00	31.08.00	17.01.01	20.10.00	09.08.00	21.06.00	11.09.00	31.08.00	17.01.01	20.10.00
R-																		
R+																		
R-																		
R+																		
R-																		
R+	24.04.03	17.03.03	14.04.03	29.08.03	08.10.03	09.12.03	24.04.03	17.03.03	14.04.03	29.08.03	08.10.03	09.12.03	24.03.03	17.03.03	14.04.03	29.08.03	08.10.03	09.12.03
R-																		
R+																		
R-																		
R+																		
R-																		
R+	28.09.07	14.09.07	25.09.07	28.09.07	03.07.07	14.05.07		14.09.07	25.09.07	28.09.07	03.07.07	14.05.07		14.09.07	25.09.07	28.09.07	03.07.07	14.05.07
R-																		
R+																		
R-																		
R+	14.04.09	08.04.09	01.07.09	11.09.09	07.09.09			08.04.09	01.07.09	11.09.09	07.09.09			08.04.09	01.07.09		07.09.09	
R-																		
R+						09.04.10						09.04.10						09.04.10
R-																		
R+																		
R-																		
R+		09.02.11																
R-																		
R+	04.05.11																	
R-	05.06.12															21.06.11		
R+																		
R-		30.01.12																
R+																		
R-																		
R+																		
R-																		
R+																		
R-		16.07.15	15.10.15							15.10.15						15.10.15		
R+																		
R-																		
R+		19.02.16																
R-																		
R+																		

Tabelle 4.5 offenbart die folgenden zwei Aussagen, die sowohl aus dem hier dargestellten Beispiel der 36 Repräsentanten als auch aus den anderen Kombinationsmöglichkeiten für  $f$  und  $\Delta$  gezogen werden können:

1. Werden  $f$  und  $\Delta$  variiert, variieren auch die Marktphasen. Teilweise sind die Abweichungen nur geringfügig, sodass die Marktphasen nur um wenige Beobachtungen voneinander abweichen. Dies liegt bspw. darin begründet, dass es zu einer Verschiebung kommt, wenn das arithmetische Mittel über unterschiedlich lange Zeiträume gebildet wird. So kann das arithmetische Mittel für ein bestimmtes  $f$  positiv und schon bei einer marginalen Erhöhung von  $f$  um eine Beobachtung negativ sein. Teilweise kommt es aber auch zu deutlich größeren Abweichungen bzw. werden bei manchen Kombinationen aus  $f$  und  $\Delta$  Marktphasen identifiziert, die bei anderen Kombinationen nicht identifiziert werden. So kann eine Erhöhung von  $\Delta$  dazu führen, dass eine deutlich größere Anzahl an Wechseln zwischen positiven und negativen Renditen als Gegenbewegungen innerhalb einer Marktphase angesehen werden, wodurch diese Wechsel herausfallen und folglich nicht als Beginn einer neuen Marktphase identifiziert werden. Dies zeigt sich bspw. in den 1990ern, wie in Tabelle 4.5 - aber regelmäßig auch bei allen anderen Kombinationsmöglichkeiten aus  $f$  und  $\Delta$  - ersichtlich wird.
2. Trotz der zum Teil großen Abweichungen in den identifizierten Marktphasen weisen die Kombinationsmöglichkeiten immer wieder auf die gleichen vier Zeitpunkte hin, in denen es zu einem Wechsel zwischen positiven und negativen Renditen kommt. In Tabelle 4.5 sind diese vier Wechsel farblich hervor gehoben, woraus die Zeiträumen ersichtlich werden, in denen diese Wechsel stattfinden. Ein solcher Zeiträumen stellt den Bereich dar, in dem je nach Kombination von  $f$  und  $\Delta$  die identifizierten Wechsel schwanken, aber jeweils auf denselben Wechsel hinweisen. Der Tabelle 4.6 können die Schwankungsbereiche dieser vier Wechsel für alle 110 bzw. 36 Kombinationsmöglichkeiten der einzelnen Frequenzen entnommen werden.

**Tabelle 4.6.** Schwankungsbereiche der vier regelmäßig identifizierten Marktphasen positiver und negativer Renditen

	Tagesdaten	Wochendaten	Monatsdaten
$R-$	26.04.00 - 17.01.01	05.05.00 - 26.01.01	30.06.00 - 31.01.01
$R+$	12.02.03 - 09.12.03	14.02.03 - 19.12.03	30.04.03 - 30.01.04
$R-$	19.04.07 - 30.10.07	13.04.07 - 09.11.07	30.04.07 - 30.11.07
$R+$	05.03.09 - 04.11.09	20.02.09 - 02.10.09	31.03.09 - 30.10.09

Die Abweichungen bewegen sich alle jeweils innerhalb einer Zeitspanne von unter einem Jahr. Lediglich bei Kombinationen aus sehr hohen Werten für  $f$  bei gleichzeitig vergleichsweise hohen Werten für  $\Delta$  können in Einzelfällen manche dieser vier Marktphasen nicht mehr (präzise) identifiziert werden. Dies ist darin begründet, dass bei der Bildung von Durchschnittsrenditen über einen besonders langen Zeitraum, wie für  $f = 379$ , bei gleichzeitiger Forderung nach einem hohen Mindestabstand zwischen zwei verschiedenen Marktphasen, wie für  $\Delta = 253$ , oft kaum noch Wechsel

identifiziert werden können. Solch hohe Werte stellen aber auch eher Randbeobachtungen dar und führen gemessen daran noch überraschend oft zur Identifizierung von Wechseln, die auch mit kleineren Werten identifiziert werden.

Insgesamt kann geschlussfolgert werden, dass es eine hohe Variabilität in den Marktphasen gibt, die sich anhand der Renditen identifizieren lassen. Dennoch gibt es Marktphasen, die stets identifiziert werden. Zumindest die vier oben aufgeführten Wechsel und die daraus resultierenden fünf Marktphasen scheinen gegenüber der Wahl von  $f$  und  $\Delta$  robust zu sein, sodass dort bedeutende Wechsel von Marktphasen angenommen werden können. Werden diese Marktphasen mit den Bullen- und Bärenmärkten aus Kapitel 4.2.2 verglichen, fällt auf, dass es sich um dieselben Perioden handelt, in denen jeweils der Beginn einer neuen Marktphase identifiziert wird. Abbildung 4.5 veranschaulicht dies für alle betrachteten Frequenzen, indem dort für die DAX-Kurse sowohl die mithilfe des IBB-Algorithmus identifizierten Bullen- und Bärenmärkte als auch die Bereiche, in denen sich der Beginn einer Marktphase mit positiven Renditen ( $R+$ ) oder der Beginn einer Marktphase mit negativen Renditen ( $R-$ ) befindet, markiert sind.

Die Wechsel zwischen Phasen positiver und negativer Renditen können somit die zuvor identifizierten Bullen- und Bärenmärkte bestätigen, da der Beginn einer Marktphase positiver Renditen mit dem Beginn eines Bullenmarktes und der Beginn einer Marktphase negativer Renditen mit dem Beginn eines Bärenmarktes zeitlich zusammenfallen. Dies passt zu der Annahme, dass Bullenmärkte mit positiven und Bärenmärkte mit negativen Renditen in Verbindung gebracht werden können, wie auch Tabelle 4.7 untermauert. Dort werden die Renditen<sup>35</sup> der in Kapitel 4.2.2. identifizierten Marktphasen dargestellt.

**Tabelle 4.7.** Renditen der identifizierten Bullen- und Bärenmärkte

	Tagesdaten		Wochendaten		Monatsdaten	
	Zeitraum	Rendite	Zeitraum	Rendite	Zeitraum	Rendite
Bulle 1	01.07.92 - 07.03.00	152,23%	03.07.92 - 10.03.00	150,18%	31.07.92 - 29.02.00	155,87%
Bär 1	07.03.00 - 12.03.03	-129,77%	10.03.00 - 14.03.03	-119,96%	29.02.00 - 31.03.03	-114,86%
Bulle 2	12.03.03 - 16.07.07	130,28%	14.03.03 - 13.07.07	121,42%	31.03.03 - 28.12.07	120,25%
Bär 2	16.07.07 - 06.03.09	-79,34%	13.07.07 - 06.03.09	-79,18%	28.12.07 - 27.02.09	-74,14%
Bulle 3	06.03.09 - 10.04.15	121,64%	06.03.09 - 10.04.15	121,64%	27.02.09 - 31.03.15	113,56%
Bär 3	10.04.15 - 17.10.16	-16,39%	10.04.15 - 14.10.16	-15,67%	31.03.15 - 30.09.16	-12,97%
Bulle 3	06.03.09 - 17.10.16	105,25%	06.03.09 - 14.10.16	105,98%	27.02.09 - 30.09.16	100,60%

Interessanterweise kommt es bei der Untersuchung der Renditen nur zu vier Wechseln von Marktphasen positiver und negativer Renditen, während der IBB-Algorithmus bei den DAX-Kursen fünf Wechsel zwischen Bullen- und Bärenmärkten identifiziert hat. Der eine Wechsel, auf den die Renditen nicht hinweisen, ist dabei ausgerechnet der letzte Bärenmarkt. Wie bereits in Kapitel 4.2.2 angemerkt, kann der IBB-Algorithmus aufgrund des Endes der verfügbaren Zeitreihe nicht mit abschließender Sicherheit sagen, ob es sich tatsächlich um eine neue Marktphase oder vielleicht doch nur um eine Gegenbewegung innerhalb eines längeren Bullenmarktes handelt. Da die in diesem Unterkapitel untersuchten Renditen nur für manche Kombinationen aus  $f$  und  $\Delta$  auf einen Wechsel von Marktphasen in diesem Zeitrahmen hinweisen und der Wechsel somit nicht robust genug gegenüber der Wahl von  $f$  und  $\Delta$  ist, ist das Vorliegen eines Bärenmarktes zum

<sup>35</sup>In diesem Fall handelt es sich um die tatsächlichen Renditen und nicht um Durchschnittsrenditen.

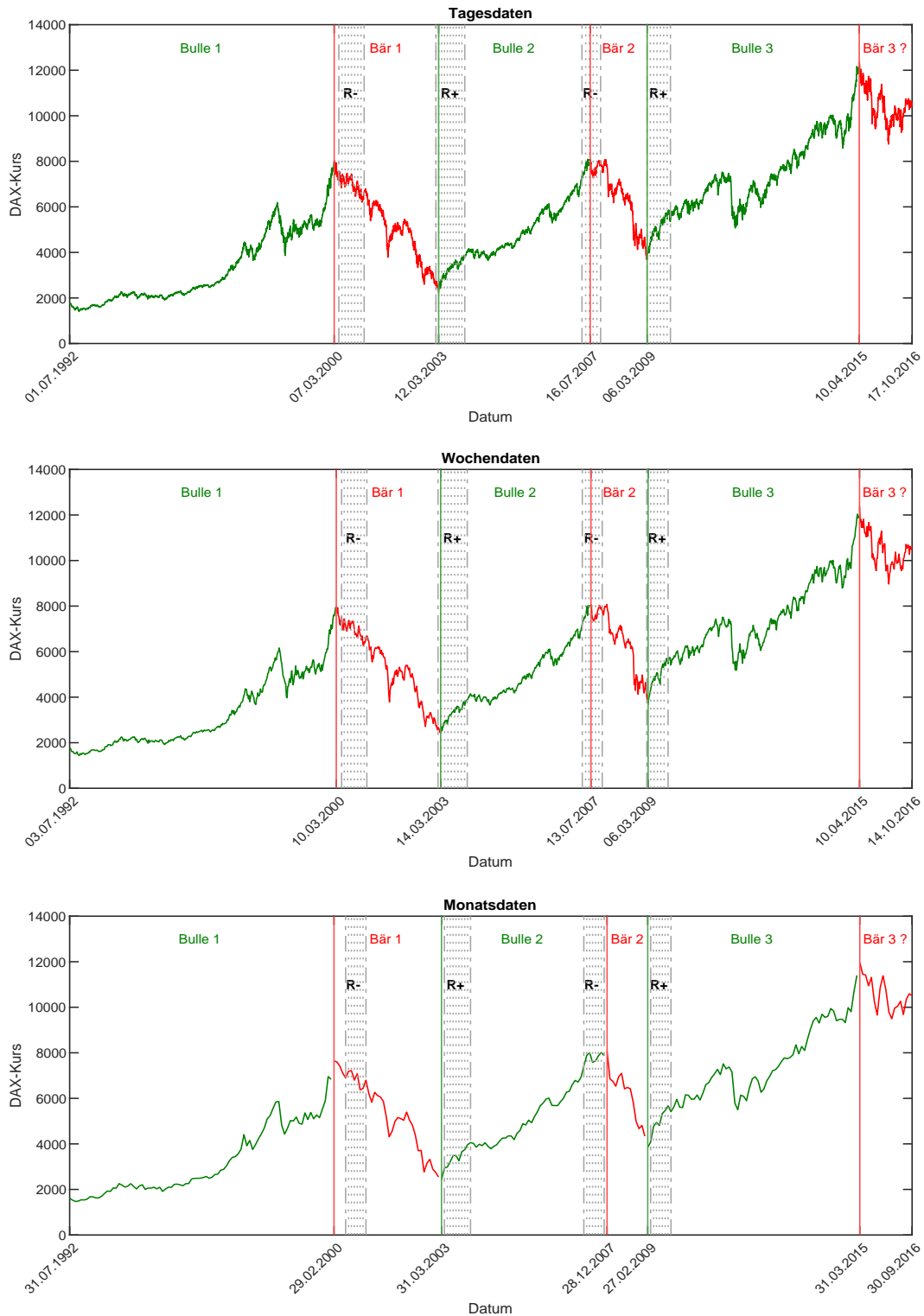


Abbildung 4.5. Identifizierte Zeiträume der Wechsel zwischen Marktphasen positiver und negativer Renditen



Ende der Zeitreihe weiterhin mit einem Fragezeichen zu versehen. Aus diesem Grund wird in Tabelle 4.7 sowohl die Möglichkeit eines eigenständigen Bärenmarktes als auch die Möglichkeit einer bloßen Gegenbewegung innerhalb eines Bullenmarktes abgebildet. Letzterer Fall wird in Tabelle 4.7 kursiv dargestellt.

Es zeigt sich, dass Bullenmärkte mit einem Kursanstieg von ca. 150% - 156% für den ersten und von ca. 120% - 130% für den zweiten in Kapitel 4.2 identifizierten Bullenmarkt stark positive Renditen aufweisen, während Bärenmärkte mit einer Kurssenkung von ca. 115% - 130% für den ersten und von ca. 74% - 79% für den zweiten in Kapitel 4.2 identifizierten Bärenmarkt stark negative Renditen aufweisen. Im Vergleich dazu weist der in Frage stehende letzte Bärenmarkt nur eine Kurssenkung von ca. 13% - 16% auf und fällt somit deutlich geringer aus. Dies verstärkt die Zweifel an einem eigenständigen Bärenmarkt weiter. Wird dieser Bärenmarkt dagegen als Teil eines längeren Bullenmarktes interpretiert, so besteht die letzte Marktphase in Form eines Bullenmarktes und liefert einen Kursanstieg von ca. 100% - 106%. Dieser Anstieg ist immer noch stark genug, um - auch im Vergleich mit den anderen Marktphasen - von einem Bullenmarkt (mit einer Gegenbewegung) sprechen zu können. Andernfalls verzeichnet der Bullenmarkt einen Kursanstieg von ca. 114% - 122%.

Wie eingangs in Kapitel 4.1 erwähnt, bringen Pagan und Sossounov (2003) eine Kursveränderung von 20% - 25% mit dem Vorliegen einer eigenständigen Marktphase in Verbindung. Unter der Annahme, dass für den vorliegenden Fall nur drei Bullenmärkte und zwei Bärenmärkte existieren - der letzte Bärenmarkt wird somit als Gegenbewegung interpretiert - wird dies durch den verwendeten IBB-Algorithmus (automatisch) erfüllt. Nur wenn der letzte identifizierte Bärenmarkt als eigenständige Marktphase interpretiert wird, weist diese eine Marktphase eine geringere Kursveränderung als 20% auf. Die von Gonzalez et al. (2006) geforderten 10% Kursveränderungen für eine Marktphase können dagegen immer erfüllt werden.

## 4.4 Identifizierung von stabilen und volatilen Marktphasen

Analog zur Analyse der Zeitreihe hinsichtlich der Wechsel von Marktphasen mit positiver und negativer Rendite wird im Folgenden die Zeitreihe des DAX auf Wechsel zwischen Marktphasen mit niedriger und hoher Varianz untersucht. Grund hierfür ist, dass - wie bereits in Kapitel 4.1 erwähnt - Bullenmärkte mit niedrigeren Varianzen bzw. Volatilitäten und Bärenmärkte mit höheren Varianzen bzw. Volatilitäten in Verbindung gebracht werden. Weist eine Marktphase eine niedrige Varianz auf, handelt es sich um eine stabile Marktphase. Umgekehrt liegt eine volatile Marktphase vor, wenn eine Marktphase eine hohe Varianz besitzt.

### 4.4.1 Modifikation des ICSS-Algorithmus

Die Methode, mit der im Nachfolgenden die Zeitreihe in stabile und volatile Marktphasen unterteilt wird, stellt eine eigens modifizierte Version des *Iterated-Cumulative-Sums-of-*

*Squares* (ICSS) Algorithmus von Inclan und Tiao (1994) dar. Deren ICSS-Algorithmus basiert wiederum auf einer Variante der *Cumulative-Sum-of-Squares* Methode, die von Brown et al. (1975) vorgestellt wurde. Der ICSS-Algorithmus von Inclan und Tiao (1994) lässt sich grob in zwei Schritte unterteilen. *Schritt 1* identifiziert zunächst mögliche Wechsellpunkte und *Schritt 2* überprüft dann, welche der möglichen Wechsellpunkte auch tatsächliche Wechsellpunkte darstellen. Um sagen zu können, ob ein Wechsellpunkt den Beginn einer stabilen oder den Beginn einer volatilen Marktphase darstellt, wird der ursprüngliche ICSS-Algorithmus in der vorliegenden Arbeit um einen *Schritt 3* erweitert.

### **Schritt 1:**

Im Gegensatz zur ursprünglichen Version von Inclan und Tiao (1994) wird hier nicht pauschal davon ausgegangen, dass der Mittelwert der Renditen ( $\bar{r}$ ) null beträgt, sodass stattdessen der tatsächliche Mittelwert in Form des arithmetischen Mittels der vorliegenden Daten verwendet wird. Unter Verwendung eines Mittelwertes von null würden in der späteren Analyse der Daten teilweise andere Ergebnisse resultieren. Dies dürfte darauf zurück zu führen sein, dass die vorliegenden Daten eben kein arithmetisches Mittel aufweisen, welches mathematisch gleich null ist, sodass eine derartige Annahme zu Verzerrungen führen würde. Immerhin wird im Zuge des ICSS-Algorithmus die kumulierte Summe der *mittelwertzentrierten* Quadrate betrachtet (Aggarwal et al., 1999). Mit  $T$  als Gesamtanzahl der Beobachtungen der Renditen des DAX, welche sich aus der Gesamtanzahl der Beobachtungen der Kurse des DAX ( $N$ ) gemäß  $T = N - 1$  ergibt, berechnet sich das arithmetische Mittel gemäß:<sup>36</sup>

$$\bar{r} := \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T r_i \quad \text{mit } r_i = \ln \frac{S_{i+1}}{S_i} \quad \text{für } i \in \{1, \dots, T\} . \quad (4.18)$$

Unter Berücksichtigung eines von null abweichenden arithmetischen Mittels ergibt sich die kumulierte Summe der mittelwertzentrierten Quadrate ( $C_k$ ) für den diskreten Zeitraum von  $i = 1$  bis  $i = k$  gemäß:

$$C_k := \sum_{i=1}^k (r_i - \bar{r})^2 \quad \text{für } k \in \{1, \dots, T\} . \quad (4.19)$$

$C_k$  schwankt um eine Gerade mit einer Steigung in Höhe der Varianz ( $s^2$ ), welche gemäß

$$s^2 := \frac{1}{T-1} \sum_{i=1}^T (r_i - \bar{r})^2 \quad \text{für } i \in \{1, \dots, T\} \quad (4.20)$$

definiert ist. Bei einer homogenen Varianz verläuft  $C_k$  dabei fast identisch wie diese Gerade, während es bei einer nicht homogenen - d. h. heterogenen - Varianz zu deutlichen Abweichungen kommt. Diese Abweichungen sind aber nur schwer bzgl. der Stellen, an de-

<sup>36</sup>Wie in den vorherigen Kapiteln wird auch hier aus Gründen der Übersichtlichkeit darauf verzichtet, die einzelnen Variablen mit dem Superskript *freq* für  $freq = \{daily, weekly, monthly\}$  zu versehen.

nen es zu der Veränderung in der Varianz kommt, zu interpretieren. Daher wird aus  $C_k$  die zentrierte und normalisierte kumulierte Summe der mittelwertzentrierten Quadrate ( $D_k$ ) gebildet, die es ermöglicht die Wechsellpunkte zwischen stabilen und volatilen Marktphasen anhand von lokalen Extremstellen zu untersuchen. Die hier verwendete Formel der Funktion  $D_k$  orientiert sich an der leicht veränderten Schreibweise durch Smith und Bracker (2003) (Smith und Bracker, 2003; Aggarwal et al., 1999):

$$D_k := \sqrt{\frac{T}{2}} \left( \frac{C_k}{C_T} - \frac{k}{T} \right) \quad \text{für } k \in \{1, \dots, T\} . \quad (4.21)$$

Nachdem  $D_k$  bestimmt wurde, ist es zunächst notwendig, einen Grenzwert ( $D^*$ ) zu bestimmen. Inclan und Tiao (1994) ermitteln den Grenzwert  $D^*$ , indem sie mithilfe der Monte Carlo Simulation eine asymptotische Wahrscheinlichkeitsverteilung der Werte für  $D_k$  erstellen. Der Wechsellpunkt liegt demnach dann vor, wenn das Maximum von  $|D_k|$  für  $k \in \{1, \dots, T\}$  den kritischen Wert auf dem 5% Level übersteigt (Smith und Brocato, 2010). Der Grenzwert entspricht gemäß Inclan und Tiao (1994)  $D^* = 1,358$ . Abweichend davon wird in der vorliegenden Arbeit der Grenzwert aus den empirischen Daten bestimmt, indem für  $|D_k|$  das empirische p-Quantil berechnet wird. In Anlehnung an Inclan und Tiao (1994) wird für die Untersuchung  $p = 0,95$  gesetzt, sodass 95% der Werte von  $|D_k|$  den Grenzwert  $D^*$  nicht überschreiten. Da  $T \cdot p$  für die vorliegenden Daten nicht ganzzahlig ist, wird das empirische p-Quantil ( $D^*$ ) aus den nach Größe aufsteigend sortierten Werten von  $|D_k|$  als

$$D^* := \left| D_{[T \cdot p + 1]} \right| \quad (4.22)$$

berechnet. Der Grenzwert  $D^*$  wird für die gesamte Zeitreihe bestimmt und auch bei der sich ggf. anschließenden Untersuchung einzelner Intervalle der Zeitreihe unverändert verwendet. Die Gründe für die Wahl eines von Inclan und Tiao (1994) abweichenden Grenzwertes bestehen im Wesentlichen darin, dass hier einerseits die Untersuchung auf Basis der empirischen Daten erfolgen soll, sodass nach Möglichkeit von Schätzungen bzw. Simulationen abgesehen wird, und dass andererseits - wie in Kapitel 3 thematisiert - keine Normalverteilung des DAX vorliegt. Des Weiteren hat sich gezeigt, dass für die vorliegenden Daten - zumindest für Tages- und Wochendaten - die Verwendung des Grenzwertes  $D^* = 1,358$  zu unverhältnismäßig vielen Wechsellpunkten und damit einhergehend zu relativ kurzen Marktphasen führen würde. Dies ist darauf zurück zu führen, dass ein niedriger Grenzwert die Sensitivität des modifizierten ICSS-Algorithmus erhöht, sodass bereits kleinere Veränderungen in der Varianz aufgespürt und entsprechend mehr Wechsellpunkte identifiziert werden. Dies wird in der vorliegenden Arbeit explizit nicht angestrebt.

Hiernach wird nun sukzessive für die Intervalle  $[t_1, t_2]$  für  $t_1, t_2 \in \{1, \dots, T\}$  und  $t_1 < t_2$  bestimmt, für welche  $k$  mögliche Maxima der absoluten Beträge der Funktion  $D_k$  auf diesem Intervall erreicht werden.  $k_{j,n}^{pos}$  gibt dabei an, an welcher Stelle  $k$  das mögliche Maximum und somit der mögliche Wechsellpunkt im  $j$ -ten Iterationsschritt, für  $j = 1, 2, \dots$ ,

angenommen wird. Schritt 1 stellt den ersten Iterationsschritt im modifizierten ICSS-Algorithmus dar. Weitere Iterationsschritte folgen in Schritt 2. Die möglichen Maxima eines jeden Iterationsschrittes werden im Subskript  $n$ , für  $n = 1, 2, \dots$ , durchnummeriert. Das erste Intervall besteht aus der gesamten Zeitreihe, sodass  $t_1 = 1$  und  $t_2 = T$  gesetzt werden. Da diese Untersuchung immer für das jeweilige Intervall  $[t_1, t_2]$  erfolgt, wird die Notation der zugrunde liegenden Funktionen  $D_k$ ,  $C_k$  und  $\bar{r}$  zu  $D_k[t_1, t_2]$ ,  $C_k[t_1, t_2]$  und  $\bar{r}[t_1, t_2]$  geändert. Es folgt somit für alle  $i, k \in \{t_1, \dots, t_2\}$ :

$$\bar{r}[t_1, t_2] := \frac{1}{t_2 - t_1 + 1} \sum_{i=t_1}^{t_2} r_i \quad \text{mit } r_i = \ln \frac{S_{i+1}}{S_i} \quad , \quad (4.23)$$

$$C_k[t_1, t_2] := \sum_{i=t_1}^k (r_i - \bar{r}[t_1, t_2])^2 \quad , \quad (4.24)$$

$$D_k[t_1, t_2] := \sqrt{\frac{t_2 - t_1 + 1}{2}} \left( \frac{C_k[t_1, t_2]}{C_{t_2}} - \frac{k}{t_2 - t_1 + 1} \right) \quad . \quad (4.25)$$

Gilt

$$\left| D_{k_{j,n}^{pos}}[t_1, t_2] \right| > D^* \quad , \quad (4.26)$$

$$\begin{aligned} \text{mit } \left| D_{k_{j,n}^{pos}}[t_1, t_2] \right| &= \max_{k \in \{t_1, \dots, t_2\}} |D_k[t_1, t_2]| & (4.27) \\ &= \max_{k \in \{t_1, \dots, t_2\}} \sqrt{\frac{t_2 - t_1 + 1}{2}} \cdot \left| \frac{C_k[t_1, t_2]}{C_{t_2}} - \frac{k}{t_2 - t_1 + 1} \right| \quad , \end{aligned}$$

so liegt der Wert des Maximums von  $\left| D_{k_{j,n}^{pos}}[t_1, t_2] \right|$  oberhalb des Grenzwertes  $D^*$  und  $k_{j,n}^{pos}$  stellt einen möglichen Wechsellpunkt zwischen einer stabilen und volatilen Marktphase an der Stelle  $k_{j,n}^{pos}$  dar. Die Stelle  $k_{j,n}^{pos}$ , an der das mögliche Maximum des  $j$ -ten Iterationsschrittes angenommen wird, bestimmt sich gemäß:

$$\begin{aligned} k_{j,n}^{pos} &:= \arg \max_{k \in \{t_1, \dots, t_2\}} |D_k[t_1, t_2]| & (4.28) \\ &= \arg \max_{k \in \{t_1, \dots, t_2\}} \sqrt{\frac{t_2 - t_1 + 1}{2}} \cdot \left| \frac{C_k[t_1, t_2]}{C_{t_2}} - \frac{k}{t_2 - t_1 + 1} \right| \quad . \end{aligned}$$

Das Intervall wird somit durch  $k_{j,n}^{pos}$  in zwei jeweils kleinere Intervalle unterteilt, welche dann von  $i = t_1$  bis  $i = k_{j,n}^{pos}$  und von  $i = k_{j,n}^{pos}$  bis  $i = t_2$  laufen. Der Datenpunkt, der als möglicher Wechsellpunkt identifiziert wurde, geht also als obere Intervallgrenze des früheren und als untere Intervallgrenze des späteren Intervalls mit in die weitere Untersuchung ein. Bei Inclin und Tiao (1994) startet das spätere Intervall jedoch erst bei  $i = k_{j,n}^{pos} + 1$ , sodass der Wechsellpunkt nur einmalig als Datenpunkt mit einfließt. Wie bereits in Kapitel 4.2.1 erwähnt, kann aber nicht gesagt werden, ob ein Wechsellpunkt zu der dort endenden oder dort beginnenden Marktphase gehört, weshalb hier abweichend<sup>37</sup> vom ur-

<sup>37</sup>Die Untersuchung zeigt, dass sich die identifizierten Wechsellpunkte durch diese Modifikation des ursprünglichen ICSS-Algorithmus von Inclin und Tiao (1994) nicht verändern.

sprünglichen ICSS-Algorithmus der Wechsellpunkt als Teil beider Marktphasen verwendet wird. Handelt es sich an der Stelle  $k_{j,n}^{pos}$  um ein lokales Maximum der Funktion  $D_k[t_1, t_2]$ , so findet ein möglicher Wechsel von einer volatilen zu einer stabilen Marktphase statt. Umgekehrt liegt im Falle eines lokalen Minimums der Funktion  $D_k[t_1, t_2]$  an der Stelle  $k_{j,n}^{pos}$  ein möglicher Wechsel von einer stabilen zu einer volatilen Marktphase vor. Findet sich kein  $k_{j,n}^{pos}$ , sodass  $|D_{k_{j,n}^{pos}}[t_1, t_2]|$  den Grenzwert  $D^*$  überschreitet, existiert kein möglicher Wechsellpunkt auf dem untersuchten Intervall  $[t_1, t_2]$ . In diesem Fall endet der modifizierte ICSS-Algorithmus und das Intervall  $[t_1, t_2]$  weist eine homogene Varianz auf. Im Falle des ersten zu untersuchenden Intervalls - d. h. für das Intervall  $[1, T]$  - bedeutet dies, dass die gesamte Zeitreihe eine homogene Varianz besitzt.

Gilt  $|D_{k_{j,n}^{pos}}[t_1, t_2]| > D^*$ , sodass an der Stelle  $k_{j,n}^{pos}$  ein möglicher Wechsellpunkt identifiziert wurde, wird Schritt 1 auch für die zwei entstehenden Intervalle  $[t_1, k_{j,n}^{pos}]$  und  $[k_{j,n}^{pos}, t_2]$  durchgeführt. Hierdurch wird geprüft, ob diese Intervalle nochmals mögliche Wechsellpunkte aufweisen und durch diese dann wiederum weiter unterteilt werden. Die gesamte Zeitreihe sowie die (möglicherweise) entstehenden kleineren Intervalle werden sukzessive solange weiter durch die Identifizierung von möglichen Wechsellpunkten unterteilt, bis sich keine möglichen Wechsellpunkte mehr für die einzelnen Intervalle finden lassen, die die Bedingung  $|D_{k_{j,n}^{pos}}[t_1, t_2]| > D^*$  erfüllen.

Alle auf diese Weise identifizierten möglichen Wechsellpunkte  $k_{j,n}^{pos}$  werden chronologisch geordnet und sind anschließend in Schritt 2 zu verifizieren. Kann ein möglicher Wechsellpunkt erfolgreich verifiziert werden, handelt es sich um einen tatsächlichen Wechsellpunkt.

### **Schritt 2:**

Zur Verifizierung der zuvor gefundenen möglichen Wechsellpunkte  $k_{j,n}^{pos}$  werden nun wiederum Intervalle  $[t_1, t_2]$  gebildet, indem um jeden identifizierten möglichen Wechsellpunkt ein solches Intervall herum gelegt wird. Die Intervallgrenzen  $t_1$  und  $t_2$  werden jeweils durch die beiden links und rechts auf den gerade zu betrachtenden Wechsellpunkt folgenden Wechsellpunkte gebildet. Die linke Intervallgrenze des Intervalls, das um den ersten Wechsellpunkt herum gelegt wird, entspricht dem Start der Zeitreihe ( $t_1 = 1$ ). Analog wird die rechte Intervallgrenze des Intervalls, das um den letzten Wechsellpunkt herum gelegt wird, durch das Ende der Zeitreihe gebildet ( $t_2 = T$ ). Diese abweichende Regelung bzgl. der Intervalle um den ersten und letzten Wechsellpunkt herum wird getroffen, da der erste Wechsellpunkt keinen benachbarten Wechsellpunkt zur Linken und der letzte Wechsellpunkt keinen benachbarten Wechsellpunkt zur Rechten besitzen.

Für jedes so gebildete Intervall wird wiederum geprüft, ob auf diesem Intervall ein Wechsellpunkt vorliegt. Folglich wird wieder geprüft, ob die Gleichungen (4.26) und (4.27) erfüllt werden und an welcher Stelle des Intervalls  $[t_1, t_2]$  ggf. die Gleichung (4.28) gilt. Resultiert im j-ten Iterationsschritt als Ergebnis genau der mögliche Wechsellpunkt  $k_{j,n}^{pos}$  des vorherigen Iterationsschrittes, um den herum das Intervall gelegt wurde, so konnte dieser mögliche Wechsellpunkt bestätigt werden und wird beibehalten. Alle möglichen Wechsellpunkte aus Schritt 1 werden auf diese Weise überprüft. Konnten alle möglichen Wechsell-

punkte aus Schritt 1 bestätigt werden, handelt es sich bei allen möglichen Wechsellpunkten auch um tatsächliche Wechsellpunkte. Schritt 2 des modifizierten ICSS-Algorithmus endet somit bereits nach dem zweiten Iterationsschritt und die Zeitreihe wird entsprechend den verifizierten identifizierten Wechsellpunkten unterteilt.

Kann für ein Intervall  $[t_1, t_2]$  der mögliche Wechsellpunkt  $k_{j,n}^{pos}$ , der mithilfe des Intervalls verifiziert werden soll, nicht bestätigt werden, so können zwei verschiedene Ergebnisse resultieren. Entweder findet sich für das zu untersuchende Intervall gar kein Wechsellpunkt mehr oder es wird ein anderer - von dem Wechsellpunkt des vorherigen Iterationsschrittes - abweichender Wechsellpunkt identifiziert. Im ersten Fall wird der zuvor identifizierte Wechsellpunkt verworfen. Im zweiten Fall wird der neu identifizierte Wechsellpunkt den neuen möglichen Wechsellpunkt darstellen und den zuvor identifizierten Wechsellpunkt des vorherigen Iterationsschrittes ablösen. Resultieren nach Untersuchung aller möglichen Wechsellpunkte aus Schritt 1 abweichende Wechsellpunkte - entweder aufgrund einer abweichenden Position und/oder weil ein oder mehrere Wechsellpunkte verworfen werden - dann müssen die möglichen Wechsellpunkte des zweiten Iterationsschrittes in einem weiteren Iterationsschritt wiederum einer Verifizierung unterzogen werden. Dazu wird die Vorgehensweise des Schrittes 2 wiederholt, wobei die identifizierten möglichen Wechsellpunkte zunächst erneut chronologisch zu sortieren sind. Die Durchführung dieses Schrittes wird so oft für die möglichen Wechsellpunkte wiederholt, bis keine abweichenden Wechsellpunkte mehr identifiziert werden - d. h. bis alle möglichen Wechsellpunkte zweier aufeinander folgender Iterationsschritte übereinstimmen. Liegen keine Abweichungen mehr vor, endet Schritt 2 des modifizierten ICSS-Algorithmus nach dem j-ten Iterationsschritt und alle tatsächlichen Wechsellpunkte ( $k_n^{act}$ ) wurden identifiziert und verifiziert.

### **Schritt 3:**

In der vorliegenden Arbeit wird der ICSS-Algorithmus von Inclan und Tiao (1994) um einen zusätzlichen Schritt erweitert. Alle zuvor identifizierten tatsächlichen Wechsellpunkte  $k_n^{act}$  stellen bereits lokale Extremstellen der Funktion  $D_k$  dar. Inclan und Tiao (1994) gehen allerdings nicht direkt darauf ein, welche dieser lokalen Extremstellen den Beginn einer stabilen oder volatilen Marktphase bilden. Stattdessen halten sie lediglich fest, dass es sich um Wechsellpunkte zwischen zwei Marktphasen unterschiedlicher Varianzen handelt. Die Berechnung der Varianzen der Marktphasen führt dann zu der Erkenntnis, welche Marktphasen eine hohe und welche eine niedrige Varianz aufweisen.

Es gilt dabei zu beachten, dass jeder bislang identifizierte Wechsellpunkt tatsächlich - im mathematischen Sinne - einen Wechsellpunkt darstellt. Jedoch muss dies nicht bedeuten, dass auch ein tatsächlicher Beginn einer stabilen oder volatilen Marktphase vorliegt. Analog zu den Vorgehensweisen der Kapitel 4.2.1 und 4.3.1 wird in der vorliegenden Arbeit in Schritt 3 zunächst ermittelt, welcher der tatsächlichen Wechsellpunkte den möglichen Beginn einer stabilen Marktphase ( $BeginStabil_{k_n^{act}}^{pos}$ ) und welcher der tatsächlichen Wechsellpunkte den möglichen Beginn einer volatilen Marktphase ( $BeginVolatil_{k_n^{act}}^{pos}$ ) darstellt. Ist der Wert der Funktion  $D_k$  an der Stelle  $k_n^{act}$  - also der Funktionswert  $D_{k_n^{act}}$  - höher

als die direkt benachbarten Werte links und rechts davon, so liegt ein möglicher Beginn einer stabilen Marktphase vor. Ist der Wert dort kleiner als die beiden direkt benachbarten Werte, handelt es sich um einen möglichen Beginn einer volatilen Marktphase. Die Beginne der jeweiligen Marktphasen werden für alle  $k_n^{act}$  formal mittels

$$BeginStabil_{k_n^{act}}^{pos} := \begin{cases} 1 & \text{wenn } D_{k_n^{act}-1} < D_{k_n^{act}} > D_{k_n^{act}+1} , \\ 0 & \text{sonst} , \end{cases} \quad (4.29)$$

$$BeginVolatil_{k_n^{act}}^{pos} := \begin{cases} 1 & \text{wenn } D_{k_n^{act}-1} > D_{k_n^{act}} < D_{k_n^{act}+1} , \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.30)$$

identifiziert. Da es möglich ist, dass mehrere Beginne von stabilen Marktphasen oder mehrere Beginne von volatilen Marktphasen direkt aufeinander folgen, ohne dass dazwischen ein Beginn der jeweils gegenteiligen Marktphase liegt, handelt es sich zunächst nur um *mögliche* Beginne einer stabilen oder volatilen Marktphase. Folgen mehrere mögliche Beginne derselben Marktphase direkt aufeinander, so stellt derjenige den tatsächlichen Beginn der Marktphase dar, der chronologisch zuerst auftritt. Die anderen möglichen Beginne fallen mit in die gleiche Marktphase und stellen somit als Teil derselben Marktphase keinen Beginn einer neuen Marktphase dar. Sie werden daher eliminiert, sodass sich der tatsächliche Beginn einer stabilen Marktphase ( $BeginStabil_i^{act}$ ) folgendermaßen ergibt:

Wenn für  $u < i < w$  mit  $u, w \in k_n^{act}$  gilt, dass

$$BeginVolatil_u^{pos} = 1 \wedge BeginStabil_i^{pos} = 1 \wedge BeginVolatil_w^{pos} = 1 , \quad (4.31)$$

und kein  $v$  für  $u < v < w$  mit  $u, w \in k_n^{act}$  existiert, sodass  $BeginVolatil_v^{pos} = 1$  erfüllt ist, dann ist der tatsächliche Beginn einer stabilen Marktphase im Zeitpunkt  $i$  definiert durch

$$BeginStabil_i^{act} := \min_{i \in (u,w)} \{i \mid BeginStabil_i^{pos} = 1\} . \quad (4.32)$$

Der tatsächliche Beginn einer volatilen Marktphase impliziert, dass zuvor eine stabile Marktphase vorgelegen hat, so wie der tatsächliche Beginn einer stabilen Marktphase impliziert, dass zuvor eine volatile Marktphase vorgelegen hat. Existiert kein  $u$ , das obige Bedingung erfüllt, handelt es sich um den ersten identifizierbaren möglichen Beginn einer Marktphase, welcher hier den möglichen Beginn einer stabilen Marktphase darstellt. Existiert kein  $w$ , das obige Bedingung erfüllt, handelt es sich bei dem identifizierten möglichen Beginn einer stabilen Marktphase um den letzten identifizierten Beginn einer Marktphase. Gleiches gilt analog bei Betrachtung der Beginne von volatilen Marktphasen. Für diese werden die tatsächlichen Beginne ( $BeginVolatil_i^{act}$ ) wie folgt ermittelt:

Wenn für  $u < i < w$  mit  $u, w \in k_n^{act}$  gilt, dass

$$BeginStabil_u^{pos} = 1 \wedge BeginVolatil_i^{pos} = 1 \wedge BeginStabil_w^{pos} = 1 \quad , \quad (4.33)$$

und kein  $v$  für  $u < v < w$  mit  $u, w \in k_n^{act}$  existiert, sodass  $BeginStabil_v^{pos} = 1$  erfüllt ist, dann ist der tatsächliche Beginn einer volatilen Marktphase im Zeitpunkt  $i$  definiert durch

$$BeginVolatil_i^{act} := \min_{i \in (u, w)} \{i \mid BeginVolatil_i^{pos} = 1\} \quad . \quad (4.34)$$

Alternieren die möglichen Beginne von stabilen und volatilen Marktphasen bereits, muss keiner der möglichen Beginne eliminiert werden und alle möglichen Beginne stellen automatisch tatsächliche Beginne dar. Dieser Umstand liegt bspw. in der nachfolgenden Untersuchung des vorliegenden Datensatzes vor.

Ist es jedoch notwendig, einen oder mehrere mögliche Beginne zu eliminieren, so sind die in Schritt 2 identifizierten tatsächlichen Wechsellpunkte und somit auch die identifizierten möglichen Wechsellpunkte des letzten Iterationsschrittes in Schritt 2 um die entsprechenden Datenpunkte der eliminierten möglichen Beginne zu bereinigen. Für diese nun bereinigten möglichen Wechsellpunkte sind die Schritte 2 und 3 des modifizierten ICSS-Algorithmus abermals zu wiederholen, wobei die reduzierten möglichen Wechsellpunkte wieder mit  $k_{j,n}^{pos}$  bezeichnet werden. Da es sich um einen weiteren Iterationsschritt desselben Algorithmus handelt, werden die Iterationsschritte einfach von vorher weiter gezählt, statt die Zählung wieder bei  $j = 1$  beginnen zu lassen.

Die nach der Reduktion verbleibenden möglichen Wechsellpunkte müssen wiederum verifiziert werden. Die erfolgreich verifizierten Wechsellpunkte stellen die tatsächlichen Wechsellpunkte dar, die tatsächlichen Wechsellpunkte bilden anschließend in Schritt 3 mögliche Beginne von stabilen und volatilen Marktphasen. Es muss sodann wieder überprüft werden, welche der möglichen Beginne auch tatsächliche Beginne von stabilen und volatilen Marktphasen sind. Findet in Schritt 3 wieder eine Eliminierung möglicher Beginne statt, so sind die Schritte 2 und 3 so lange zu wiederholen bis keine Eliminierung mehr in Schritt 3 stattfindet. Erst dann sind die endgültigen Beginne der stabilen und volatilen Marktphasen, die die jeweiligen stabilen und volatilen Marktphasen beschreiben, identifiziert und verifiziert. Der modifizierte ICSS-Algorithmus endet.

#### 4.4.2 Identifizierte Marktphasen verschieden hoher Varianzen

Zur Unterteilung der Zeitreihe des DAX anhand von Varianzen ist es zunächst notwendig, für jede Frequenz den Grenzwert  $D^*$  zu ermitteln, welcher aus den Funktionen  $D_k$  und  $C_k$  für  $p = 0,95$  resultiert. Um  $C_k$  berechnen zu können, ist es des Weiteren notwendig, das arithmetische Mittel der Renditen  $\bar{r}$  für die einzelnen Frequenzen zu ermitteln. Tabelle 4.8 gibt für die jeweiligen Frequenzen einen Überblick über die Grunddaten, die zur Analyse der Varianzen benötigt werden und beinhaltet insofern neben  $\bar{r}$  und  $D^*$  auch die Stelle,



an der das empirische p-Quantil angenommen wird ( $\lfloor T \cdot p + 1 \rfloor$ ) sowie die Anzahl an Beobachtungen der DAX-Kurse ( $N$ ) und die Anzahl an Beobachtungen der Renditen ( $T$ ). Zusätzlich sind noch die Varianzen  $s^2$  aufgeführt, die die Steigung der Geraden angeben, an denen sich die Funktionen  $C_k$  entlang bewegen.

**Tabelle 4.8.** Grunddaten zur Analyse der Varianzen

	Tagesdaten	Wochendaten	Monatsdaten
$N$	6154	1268	291
$T$	6153	1267	290
$\lfloor T \cdot p + 1 \rfloor$	5846	1204	276
$\bar{r}$	0,0290%	0,1408%	0,6473%
$s^2$	0,0212%	0,0977%	0,3787%
$D^*$	6,2206	2,7962	1,5249

Basierend auf diesen Grunddaten können nun die einzelnen Schritte des modifizierten ICSS-Algorithmus für die einzelnen Frequenzen durchgeführt werden.

#### 4.4.2.1 Resultierende Marktphasen für Tagesdaten

Abbildung 4.6 zeigt den zeitlichen Verlauf der Renditen  $r_i$ , der Funktion  $C_k$  sowie der Funktionen  $D_k$  und  $|D_k|$  für  $i, k \in \{1, \dots, 6153\}$ . Die Grafik der Funktion  $C_k$  beinhaltet zusätzlich die Gerade mit einer Steigung in Höhe der Varianz  $s^2 = 0,0212\%$ . Daraus wird ersichtlich, dass sich die Funktion  $C_k$  entlang dieser Geraden bewegt. Die Grafik der Funktion  $D_k$  beinhaltet neben der Nulllinie noch den Grenzwert  $D^*$  und  $-D^*$ , während der Grafik der Funktion  $|D_k|$  nur der positive Grenzwert  $D^*$  hinzugefügt wird. Im direkten Vergleich von  $C_k$  und  $D_k$  wird ersichtlich, warum mithilfe von  $D_k$  besser Veränderungen in der Varianz identifiziert werden können als mithilfe von  $C_k$ . Die Funktion  $D_k$  wird hier zusätzlich betrachtet, da sie im Gegensatz zu  $|D_k|$  besser veranschaulichen kann, welche lokalen Extrempunkte in Form von lokalen Minima und lokalen Maxima vorliegen.

In den Abbildungen 4.7 und 4.8 werden die jeweiligen Intervalle der Funktion  $D_k[t_1, t_2]$  veranschaulicht, die mittels des modifizierten ICSS-Algorithmus untersucht werden. Zur besseren Darstellung wird nicht die Funktion  $|D_k[t_1, t_2]|$  verwendet, da in dieser nicht zwischen lokalen Minima (braune gestrichelte Linien) und lokalen Maxima (blaue gestrichelte Linien) unterschieden werden kann. Dementsprechend beinhalten die Grafiken neben dem positiven Grenzwert  $D^* = 6,2206$  auch den negativen Grenzwert  $-D^* = -6,2206$  (gepunktete Linien). Die Grafiken der Abbildung 4.7 stellen die untersuchten Intervalle aus Schritt 1 dar, während die Grafiken der Abbildung 4.8 den Schritt 2 abbilden. Wird ein möglicher Wechsellpunkt auf einem Intervall identifiziert, wird dessen Position als (*mit  $k^*$* ) angegeben. Wird kein möglicher Wechsellpunkt identifiziert, erfolgt der Hinweis (*ohne  $k^*$* ).

In Schritt 1 des modifizierten ICSS-Algorithmus ist zunächst die gesamte Zeitreihe zu untersuchen. Da die Bedingung  $\left| D_{k_{j,n}^{pos}}[1, 6153] \right| > D^*$  für  $k_{j,n}^{pos} = 1269$  erfüllt wird, stellt  $k_{1,1}^{pos} = 1269$  den ersten möglichen Wechsellpunkt des ersten Iterationsschrittes dar (siehe Grafik 4.7 (a)). Der identifizierte Wechsellpunkt unterteilt die Zeitreihe in die beiden Intervalle  $[1, 1269]$  und  $[1269, 6153]$ , die wiederum auf mögliche Wechsellpunkte zu untersuchen sind. Das erste Intervall weist keine weiteren Wechsellpunkte auf, da die Bedingung

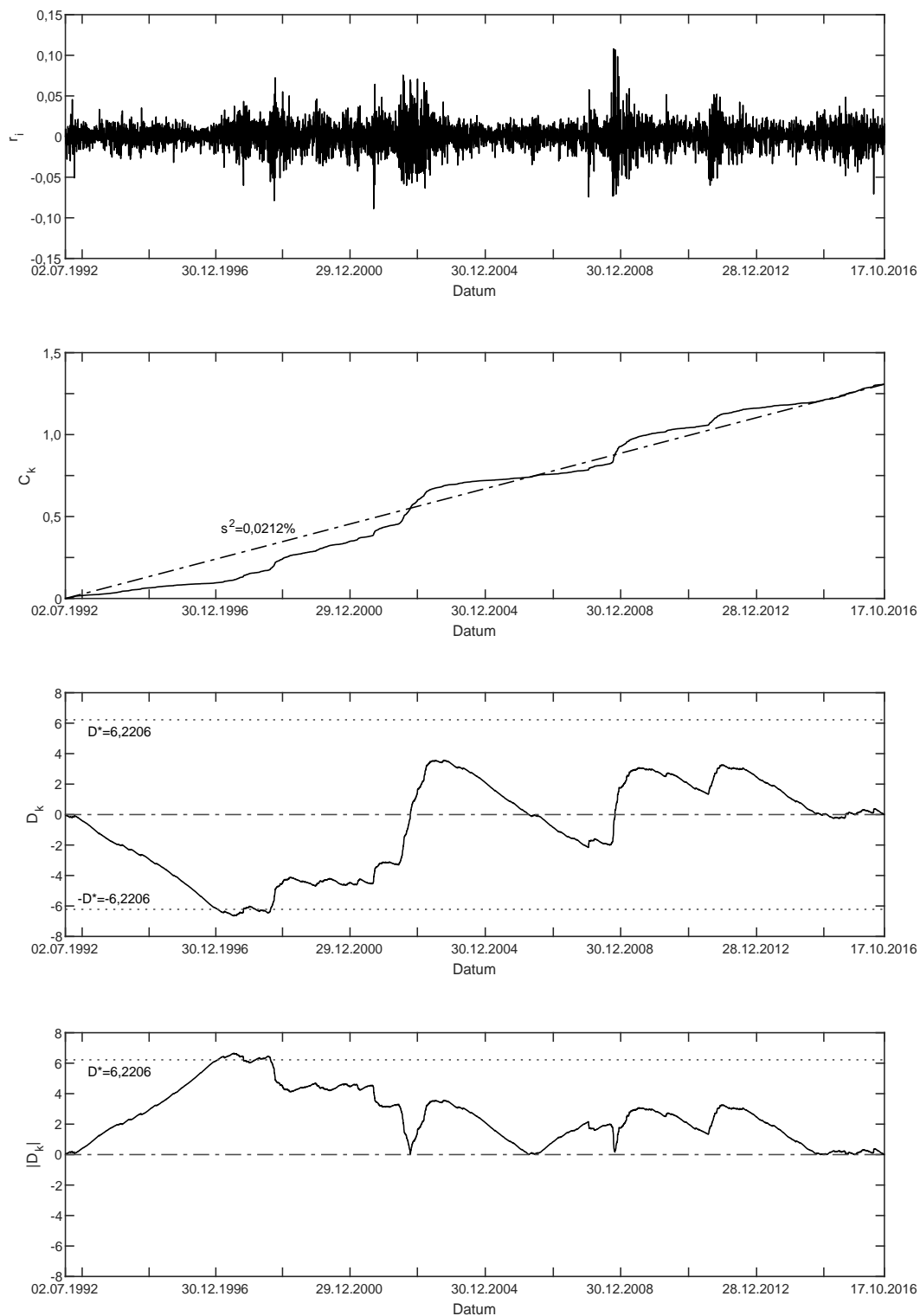


Abbildung 4.6. Überblick über die Funktionen  $r_i$ ,  $C_k$ ,  $D_k$  und  $|D_k|$  für Tagesdaten

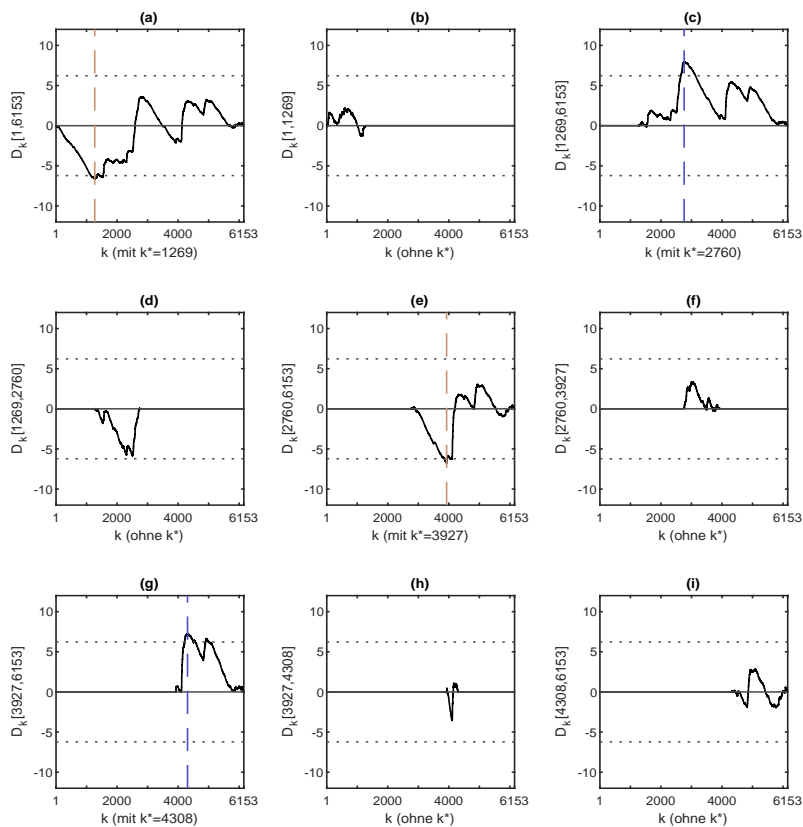


Abbildung 4.7. Schritt 1 der Sequenz der Funktion  $D_k[t_1, t_2]$  für Tagesdaten

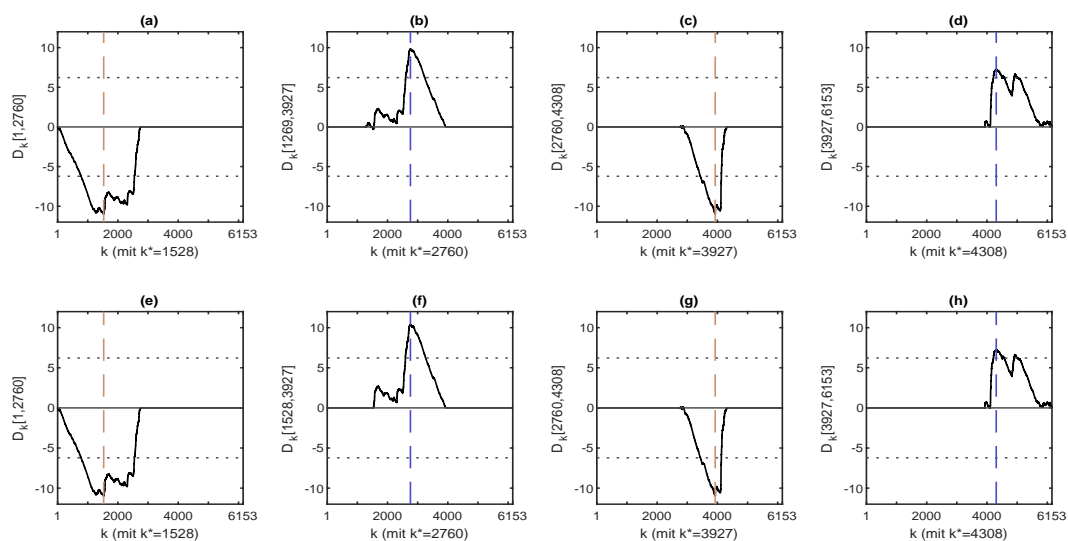


Abbildung 4.8. Schritt 2 der Sequenz der Funktion  $D_k[t_1, t_2]$  für Tagesdaten

$|D_{k_{j,n}^{pos}}[1, 1269]| > D^*$  für kein  $k_{j,n}^{pos}$  erfüllt wird (siehe Grafik 4.7 (b)). Demgegenüber besitzt die Bedingung  $|D_{k_{j,n}^{pos}}[1269, 6153]| > D^*$  für das zweite Intervall an der Stelle  $k_{j,n}^{pos} = 2760$  Gültigkeit, sodass an der Stelle  $k_{1,2}^{pos} = 2760$  ein zweiter möglicher Wechsellpunkt des ersten Iterationsschrittes vorliegt (siehe Grafik 4.7 (c)). Er unterteilt das zweite Intervall in die Intervalle  $[1269, 2760]$  und  $[2760, 6153]$ . Das Intervall  $[1269, 2760]$  weist keinen Wechsellpunkt auf (siehe Grafik 4.7 (d)). Das Intervall  $[2760, 6153]$  weist an der Stelle  $k_{j,n}^{pos} = 3927$  einen Wechsellpunkt auf, da dort  $|D_{k_{j,n}^{pos}}[2760, 6153]| > D^*$  gilt (siehe Grafik 4.7 (e)). Der dritte mögliche Wechsellpunkt des ersten Iterationsschrittes lautet somit  $k_{1,3}^{pos} = 3927$ . Die Untersuchung des Intervalls  $[2760, 3927]$  führt zu keinem weiteren Wechsellpunkt (siehe Grafik 4.7 (f)), während das Intervall  $[3927, 6153]$  an der Stelle  $k_{j,n}^{pos} = 4308$  zu einem Wechsellpunkt führt (siehe Grafik 4.7 (g)). Der mögliche Wechsellpunkt  $k_{1,4}^{pos} = 4308$  unterteilt die Zeitreihe abermals, wobei weder das Intervall  $[3927, 4308]$  noch das Intervall  $[4308, 6153]$  zu weiteren Wechsellpunkten führen (siehe Grafiken 4.7 (h) und (i)). Schritt 1 des modifizierten ICSS-Algorithmus ist somit abgeschlossen und hat zur Identifizierung der vier möglichen Wechsellpunkte  $k_{1,n}^{pos} = \{1269, 2760, 3927, 4308\}$  für  $n = \{1, 2, 3, 4\}$  geführt. Im vorliegenden Fall befinden sich die Wechsellpunkte bereits in chronologischer Reihenfolge.

Abbildung 4.9 stellt die Untersuchung der jeweiligen Intervalle  $[t_1, t_2]$  sowie die resultierenden Wechsellpunkte und die dadurch erfolgende Unterteilung eines Intervalls schematisch dar. In runden Klammern sind die jeweiligen Werte für  $|D_{k_{j,n}^{pos}}[t_1, t_2]|$  angegeben. Nur wenn diese Werte den Grenzwert  $D^* = 6,2206$  überschreiten, wird ein möglicher Wechsellpunkt identifiziert und das Intervall hierdurch weiter unterteilt.

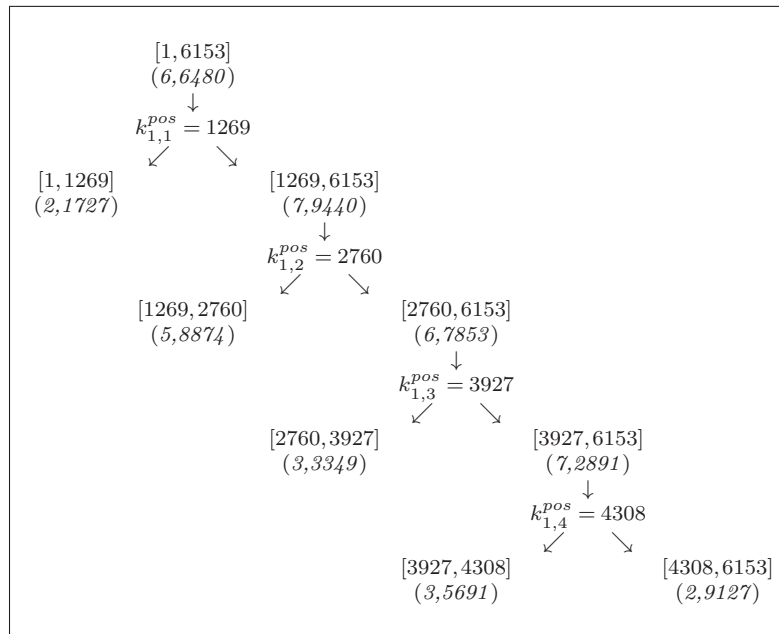


Abbildung 4.9. Schema zu Schritt 1 des modifizierten ICSS-Algorithmus für Tagesdaten

Alle aus Schritt 1 identifizierten möglichen Wechsellpunkte  $k_{1,n}^{pos}$  sind anschließend in Schritt 2 zu verifizieren. Abbildung 4.10 zeigt eine schematische Übersicht über Schritt 2

bzw. die darin enthaltenen zweiten und dritten Iterationsschritte. In runden Klammern sind die jeweiligen Werte für  $\left|D_{k_{j,n}^{pos}}[t_1, t_2]\right|$  angegeben.<sup>38</sup>

[1, 2760]	[1269, 3927]	[2760, 4308]	[3927, 6153]
(10, 9831)	(9, 8156)	(10, 9861)	(7, 2891)
↓	↓	↓	↓
$k_{2,1}^{pos} = 1528$	$k_{2,2}^{pos} = 2760$	$k_{2,3}^{pos} = 3927$	$k_{2,4}^{pos} = 4308$
[1, 2760]	[1528, 3927]	[2760, 4308]	[3927, 6153]
(10, 9831)	(10, 3830)	(10, 9861)	(7, 2891)
↓	↓	↓	↓
$k_{3,1}^{pos} = 1528$	$k_{3,2}^{pos} = 2760$	$k_{3,3}^{pos} = 3927$	$k_{3,4}^{pos} = 4308$

**Abbildung 4.10.** Schema zu Schritt 2 des modifizierten ICSS-Algorithmus für Tagesdaten

Für den ersten möglichen Wechsellpunkt des ersten Iterationsschrittes  $k_{1,1}^{pos} = 1269$  ist dafür zu überprüfen, ob  $\left|D_{k_{j,n}^{pos}}[1, 2760]\right| > D^*$  gilt und an welcher Stelle  $k_{j,n}^{pos}$  dies ggf. der Fall ist. Für das Intervall  $[1, 2760]$  ist die Bedingung erfüllt und der erste mögliche Wechsellpunkt des zweiten Iterationsschrittes befindet sich an der Stelle  $k_{2,1}^{pos} = 1528$  (siehe Grafik 4.8 (a)). Der mögliche Wechsellpunkt des vorherigen Iterationsschrittes kann somit nicht bestätigt werden und wird durch einen neuen möglichen Wechsellpunkt abgelöst. Der zweite mögliche Wechsellpunkt des ersten Iterationsschrittes  $k_{1,2}^{pos} = 2760$  kann bestätigt werden, da  $\left|D_{k_{j,n}^{pos}}[1269, 3927]\right| > D^*$  erfüllt ist und mit  $k_{2,2}^{pos} = 2760$  dieselbe Stelle wie zuvor identifiziert wird (siehe Grafik 4.8 (b)). Ebenso können der dritte und vierte mögliche Wechsellpunkt des ersten Iterationsschrittes bestätigt werden. Es gilt sowohl  $\left|D_{k_{j,n}^{pos}}[2760, 4308]\right| > D^*$  für  $k_{2,3}^{pos} = 3927$  als auch  $\left|D_{k_{j,n}^{pos}}[3927, 6153]\right| > D^*$  für  $k_{2,4}^{pos} = 4308$  (siehe Grafiken 4.8 (c) und (d)). Der zweite Iterationsschritt des modifizierten ICSS-Algorithmus hat somit zur Identifizierung der vier möglichen Wechsellpunkte  $k_{2,n}^{pos} = \{1528, 2760, 3927, 4308\}$  für  $n = \{1, 2, 3, 4\}$  geführt. Da diese Wechsellpunkte nicht mit denen des vorherigen Iterationsschrittes übereinstimmen, müssen die Wechsellpunkte in einem weiteren Iterationsschritt überprüft werden.

Die vier möglichen Wechsellpunkte des zweiten Iterationsschrittes  $k_{2,n}^{pos}$  lassen sich im vorliegenden Fall bereits mit dem dritten Iterationsschritt verifizieren. Für  $k_{3,1}^{pos} = 1528$  ist die Bedingung  $\left|D_{k_{j,n}^{pos}}[1, 2760]\right| > D^*$  erfüllt sowie die Bedingung  $\left|D_{k_{j,n}^{pos}}[1528, 3927]\right| > D^*$  für  $k_{3,2}^{pos} = 2760$  erfüllt ist (siehe Grafiken 4.8 (e) und (f)). Und auch die Bedingungen  $\left|D_{k_{j,n}^{pos}}[2760, 4308]\right| > D^*$  für  $k_{3,3}^{pos} = 3927$  und  $\left|D_{k_{j,n}^{pos}}[3927, 6153]\right| > D^*$  für  $k_{3,4}^{pos} = 4308$  besitzen Gültigkeit (siehe Grafiken 4.8 (g) und (h)). Der dritte Iterationsschritt hat somit die vier möglichen Wechsellpunkte  $k_{3,n}^{pos} = \{1528, 2760, 3927, 4308\}$  für  $n = \{1, 2, 3, 4\}$  identifiziert, die aufgrund der Übereinstimmung mit den möglichen Wechsellpunkten des zweiten Iterationsschrittes  $k_{2,n}^{pos}$  bereits die tatsächlichen Wechsellpunkte darstellen. Daraus folgt:

<sup>38</sup> An dieser Stelle sei angemerkt, dass die mehrfache Untersuchung desselben Intervalls redundant ist, da zwingend dieselben Ergebnisse resultieren müssen. Aus Gründen der Vollständigkeit und der Übersichtlichkeit wurden diese Intervalle aber dennoch mit erwähnt und aufgeführt. Dies wird auch im Folgenden so beibehalten.

$$k_n^{act} = \{1528, 2760, 3927, 4308\} \quad \text{für } n = \{1, 2, 3, 4\} .$$

Abschließend wird in Schritt 3 ermittelt, welche der tatsächlichen Wechsellpunkte den Beginn einer stabilen Marktphase und welche den Beginn einer volatilen Marktphase darstellen. Da die Marktphasen bereits alternieren, ist keine Elimination direkt aufeinander folgender stabiler oder volatiler Marktphasen notwendig. Der Tabelle 4.9 können die Ergebnisse entnommen werden.

**Tabelle 4.9.** Tatsächliche Beginne von stabilen und volatilen Marktphasen für Tagesdaten

$n$		Datum
1	<i>BeginVolatil</i> <sub>1528</sub> <sup>act</sup>	04.08.1998
2	<i>BeginStabil</i> <sub>2760</sub> <sup>act</sup>	16.06.2003
3	<i>BeginVolatil</i> <sub>3927</sub> <sup>act</sup>	14.01.2008
4	<i>BeginStabil</i> <sub>4308</sub> <sup>act</sup>	15.07.2009

Hieraus ergeben sich dann die konkreten Marktphasen, welche unter Angabe der Volatilitäten der entsprechenden Marktphasen in Tabelle 4.10 aufgeführt sind. Die Volatilitäten ( $\sigma[t_1, t_2]$ ) werden für die Marktphasen bzw. Intervalle  $[t_1, t_2]$  mithilfe der Varianzen ( $s^2[t_1, t_2]$ ) als annualisierte Standardabweichungen gemäß

$$s^2[t_1, t_2] := \frac{1}{t_2 - t_1} \sum_{i=t_1}^{t_2} (r_i - \bar{r}[t_1, t_2])^2 , \quad (4.35)$$

$$\sigma[t_1, t_2] := \sqrt{253 \cdot s^2[t_1, t_2]} \quad (4.36)$$

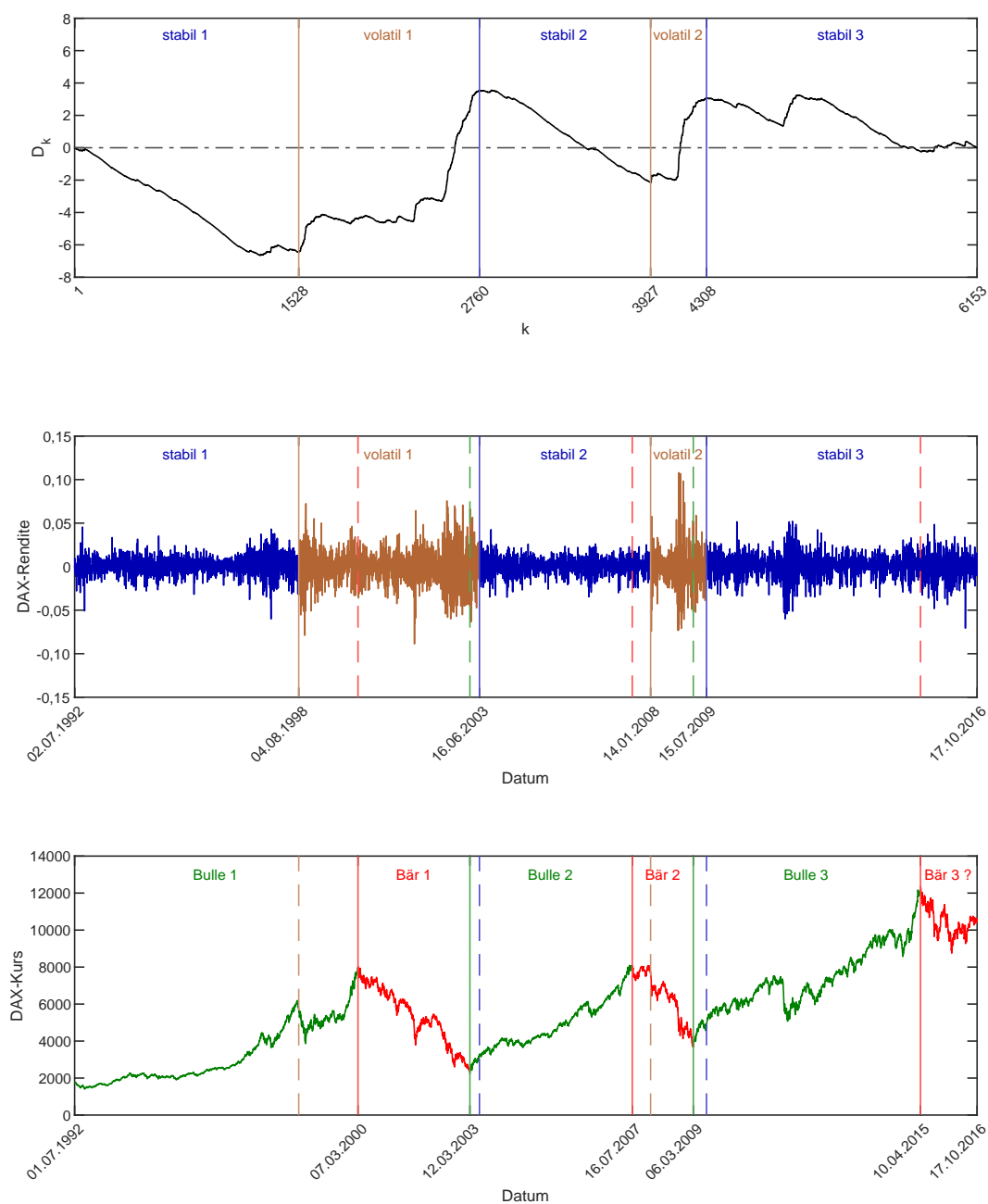
berechnet. Hierbei berechnet sich das arithmetische Mittel  $\bar{r}[t_1, t_2]$  wie zuvor gemäß Gleichung (4.23) und der Wert 253 entspricht der durchschnittlichen Anzahl an Beobachtungen pro Jahr ( $\bar{T}^{daily}$ ) aus Kapitel 4.2.2. An dieser Stelle wird die Volatilität statt der Varianz betrachtet, da - wie in Kapitel 4.1 erwähnt - Bullenmärkte mit einer niedrigen und Bärenmärkte mit einer hohen Volatilität - aber nicht Varianz - in Verbindung gebracht werden. Daher werden aus den Varianzen die Volatilitäten berechnet. Dies ändert am grundlegenden Resultat jedoch nichts. Wurde eine volatile Marktphase anhand der hohen Varianz identifiziert, ist auch die Volatilität in dieser Marktphase hoch. Entsprechendes gilt für stabile Marktphasen, die anhand der niedrigeren Varianz identifiziert wurden und sodann auch eine niedrige Volatilität aufweisen.

**Tabelle 4.10.** Identifizierte stabile und volatile Marktphasen für Tagesdaten

Marktphase	$[t_1, t_2]$	Beginn	Ende	$\sigma[t_1, t_2]$
stabil 1	[1, 1528]	02.07.1992	04.08.1998	16,89%
volatil 1	[1528, 2760]	04.08.1998	16.06.2003	31,92%
stabil 2	[2760, 3927]	16.06.2003	14.01.2008	15,74%
volatil 2	[3927, 4308]	14.01.2008	15.07.2009	36,72%
stabil 3	[4308, 6153]	15.07.2009	17.10.2016	20,95%

Abbildung 4.11 zeigt in der oberen Grafik die Funktion  $D_k$  sowie (in blau bzw. braun) die hierfür identifizierten stabilen und volatilen Marktphasen. In der mittleren Grafik

findet sich die Zeitreihe der DAX-Renditen, wobei wiederum die mithilfe des modifizierten ICSS-Algorithmus identifizierten stabilen und volatilen Marktphasen markiert sind. Um einen Vergleich zu ermöglichen, sind auch die Bullen- und Bärenmärkte (in grün bzw. rot) eingezeichnet, welche für die DAX-Kurse mithilfe des IBB-Algorithmus identifiziert wurden. Die untere Grafik bildet die Zeitreihe des DAX-Kurses sowie die identifizierten Bullen- und Bärenmärkte ab. Zusätzlich wurden ebenfalls die identifizierten stabilen und volatilen Marktphasen gekennzeichnet.



**Abbildung 4.11.** Identifizierte stabile und volatile Marktphasen im Vergleich zu Bullen- und Bärenmärkten für Tagesdaten

Werden die stabilen und volatilen Marktphasen für Tagesdaten mit den Marktphasen der identifizierten Bullen- und Bärenmärkte aus Kapitel 4.2.2 verglichen, so fällt auf, dass die stabilen und volatilen Marktphasen von diesen abweichen. Die Abweichungen fallen meist nur gering aus. Allerdings weicht der erste Beginn einer volatilen Marktphase deutlicher von dem ersten Beginn eines Bärenmarktes ab, sodass nicht immer pauschal von einer deckungsgleichen oder annähernd deckungsgleichen Identifizierung der Marktphasen anhand der Bullen- und Bärenmärkte auf der einen Seite und anhand stabiler und volatiler Marktphasen auf der anderen Seite ausgegangen werden kann.

Die Berechnung der Volatilität für die Bullen- und Bärenmärkte zeigt jedoch, dass Bullenmärkte eine deutlich geringere Volatilität als Bärenmärkte aufweisen. Dies kann der Tabelle 4.11 entnommen werden. Wie auch in Kapitel 4.3.2 wird die Möglichkeit berücksichtigt, dass der letzte identifizierte Bärenmarkt nur eine Gegenbewegung innerhalb eines länger andauernden Bullenmarktes sein könnte. Dieser Fall ist kursiv dargestellt.

**Tabelle 4.11.** Volatilität der Bullen- und Bärenmärkte für Tagesdaten

Marktphase	Beginn	Ende	$\sigma[t_1, t_2]$
Bulle 1	01.07.1992	07.03.2000	20,03%
Bär 1	07.03.2000	12.03.2003	32,46%
Bulle 2	12.03.2003	16.07.2007	18,15%
Bär 2	16.07.2007	06.03.2009	33,18%
Bulle 3	06.03.2009	10.04.2015	20,81%
Bär 3	10.04.2015	17.10.2016	23,91%
<i>Bulle 3</i>	<i>06.03.2009</i>	<i>17.10.2016</i>	<i>21,47%</i>

Aus Tabelle 4.11 wird zudem ersichtlich, dass der letzte identifizierte Bärenmarkt mit einer Volatilität von 23,91% im Vergleich zu den Volatilitäten der anderen beiden identifizierten Bärenmärkten in Höhe von 32,46% bzw. 33,18% verhältnismäßig klein ausfällt. Ferner fällt die Volatilität des letzten Bärenmarktes nur geringfügig größer als die der identifizierten Bullenmärkte aus, deren Volatilitäten 20,03%, 18,15% und 20,81% betragen. Entfällt der letzte Bärenmarkt, sodass die letzte Marktphase einen Bullenmarkt - d. h. *Bulle 3* vom 06.03.2009 bis zum 17.10.2016 - darstellt, liegt die Volatilität dieser Marktphase bei 21,47%. Dies verstärkt die Zweifel daran, dass der letzte identifizierte Bärenmarkt tatsächlich eine eigenständige Marktphase statt einer Gegenbewegung innerhalb eines länger andauernden Bullenmarktes darstellt. Andererseits stellt die letzte stabile Marktphase mit einer Volatilität von 20,95% auch eine Abweichung von den anderen beiden stabilen Marktphasen dar, die nur Volatilitäten von 16,89% bzw. 15,74% aufweisen. Hier scheint also ein Anstieg der Volatilität vorzuliegen, was ein Anzeichen für einen Wechsel der Marktphasen bzgl. der Varianzen oder auch für einen beginnenden Bärenmarkt sein könnte.

#### 4.4.2.2 Resultierende Marktphasen für Wochendaten

Analog zu den Tagesdaten zeigt Abbildung 4.12 für Wochendaten den zeitlichen Verlauf der Renditen  $r_i$ , der Funktion  $C_k$  sowie der Funktionen  $D_k$  und  $|D_k|$  für  $i, k \in \{1, \dots, 1267\}$ . Dabei wurde in der Grafik der Funktion  $C_k$  wieder eine Gerade mit der Steigung in Höhe der Varianz  $s^2 = 0,0977\%$  eingezeichnet. Die Grafiken zu den Funktionen  $D_k$  und  $|D_k|$



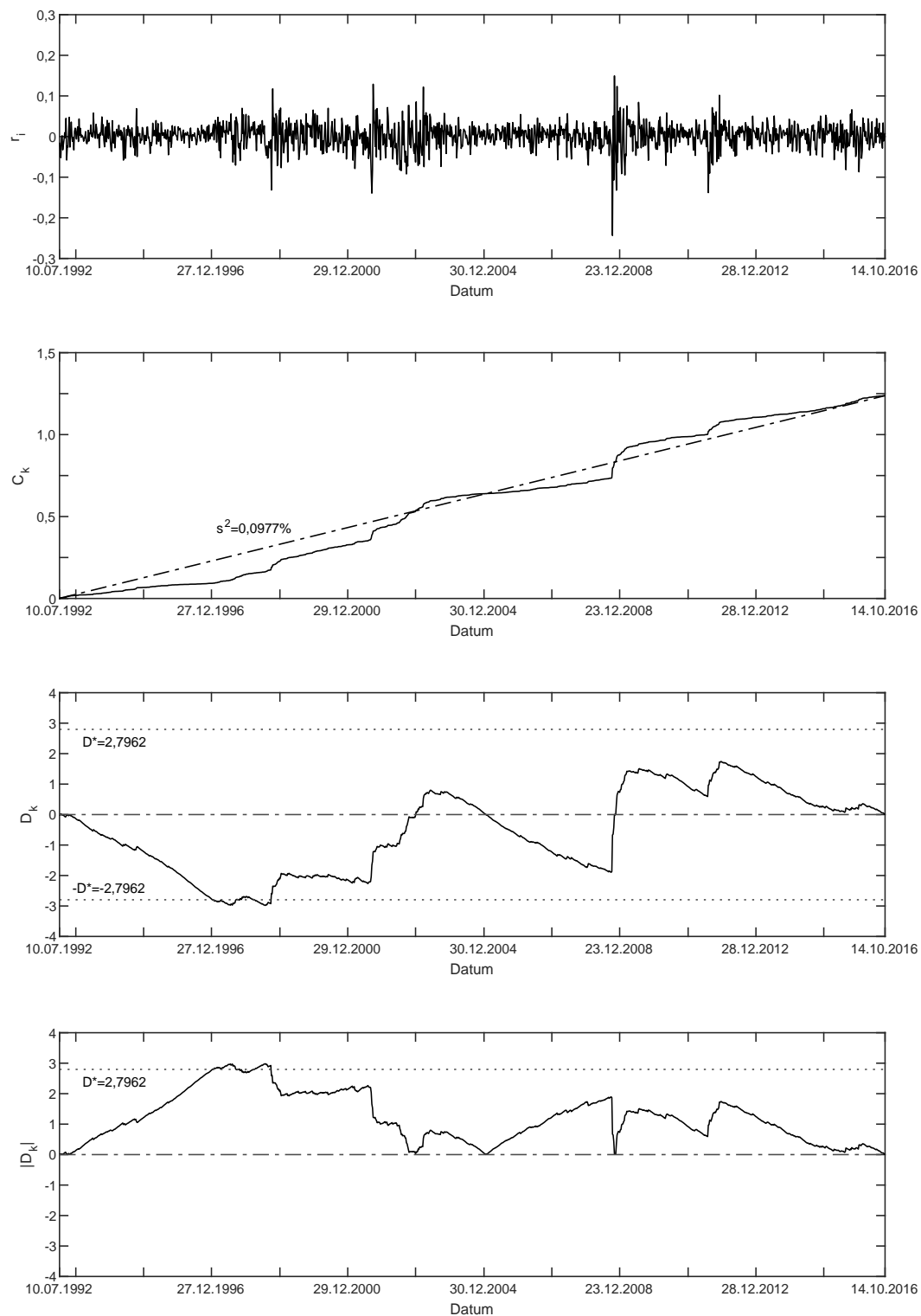


Abbildung 4.12. Überblick über die Funktionen  $r_i$ ,  $C_k$ ,  $D_k$  und  $|D_k|$  für Wochenenden

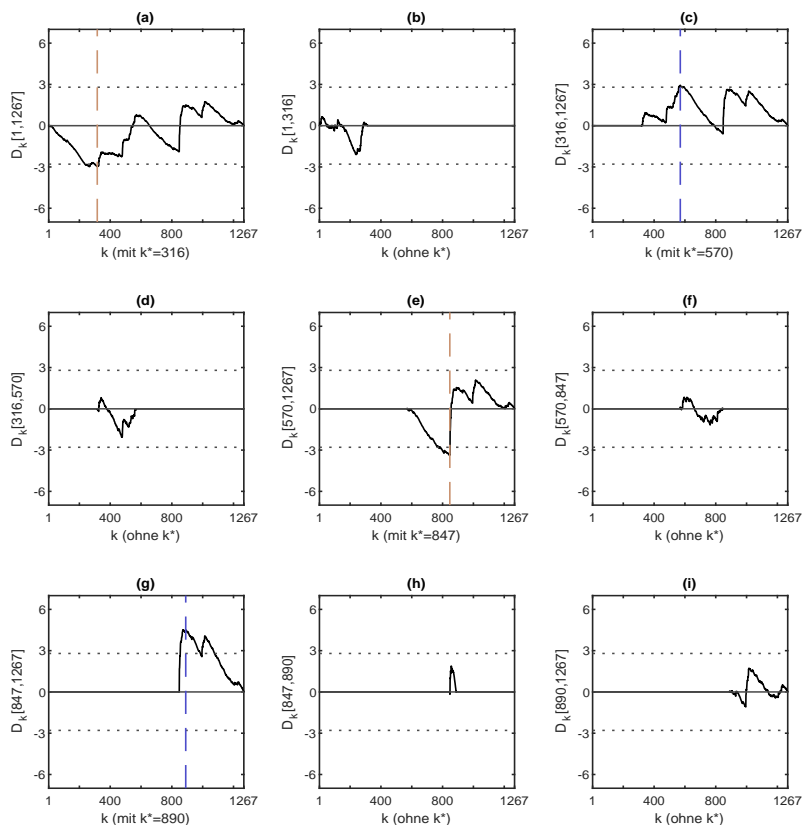


Abbildung 4.13. Schritt 1 der Sequenz der Funktion  $D_k[t_1, t_2]$  für Wochenendaten

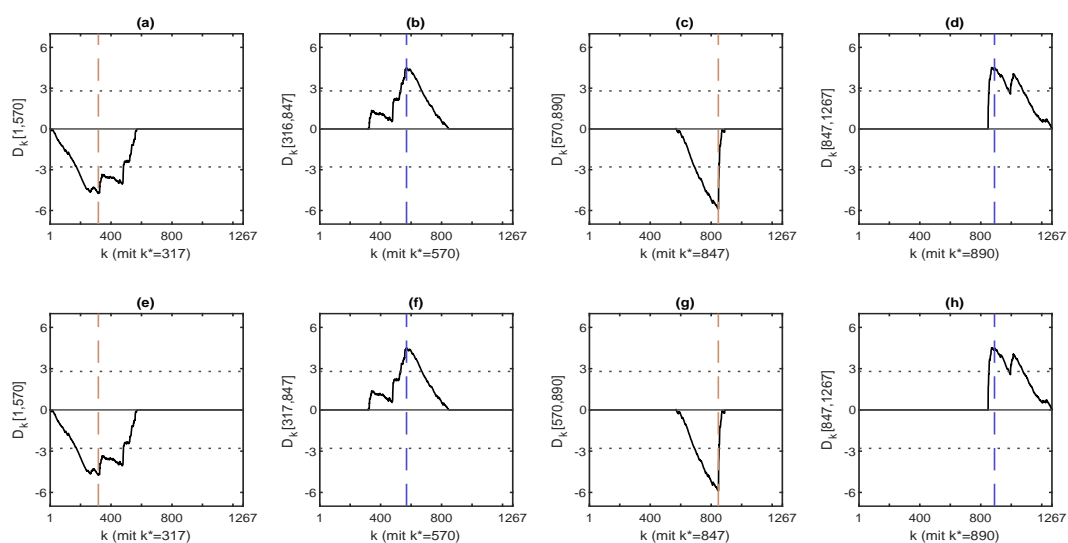
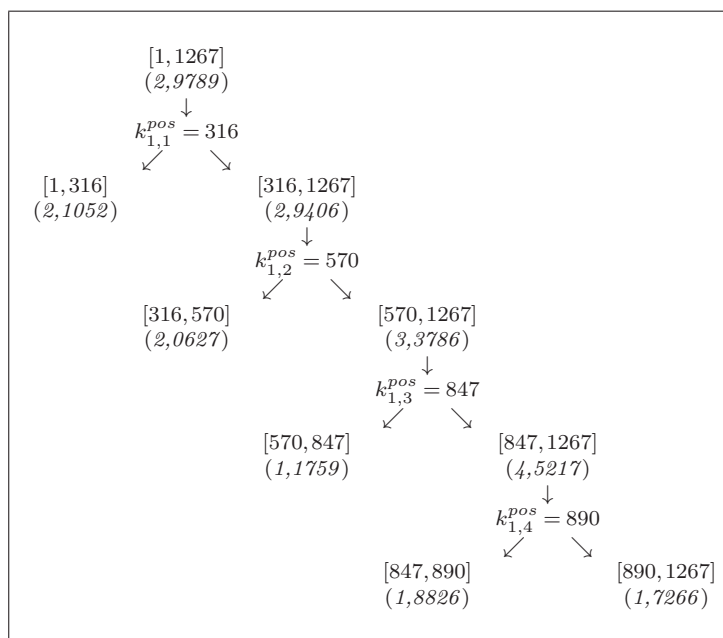


Abbildung 4.14. Schritt 2 der Sequenz der Funktion  $D_k[t_1, t_2]$  für Wochenendaten

beinhalten wiederum die Nulllinie und den Grenzwert  $D^* = 2,7962$  und die Grafik zur Funktion  $D_k$  zusätzlich  $-D^* = -2,7962$ .

Die Grafiken der Abbildung 4.13 veranschaulichen Schritt 1 anhand der Funktion  $D_k[t_1, t_2]$ . Weist ein Intervall keine Wechsellpunkte auf, wird hierauf mittels der Notation (*ohne  $k^*$* ) hingewiesen. Mögliche Wechsellpunkte sind mit dem Hinweis (*mit  $k^*$* ) versehen, wobei lokale Minima bzw. Maxima als braune bzw. blaue gestrichelte Linien gekennzeichnet sind. Des Weiteren beinhalten die Grafiken die Grenzwerte  $\pm D^* = \pm 2,7962$ .

Abbildung 4.15 zeigt Schritt 1 des modifizierten ICSS-Algorithmus für Wochendaten in einer schematischen Übersicht, wobei sich in runden Klammern die jeweiligen Werte für  $|D_{k_{j,n}^{pos}}[t_1, t_2]|$  finden. Überschreitet dieser Wert für ein Intervall  $[t_1, t_2]$  den Grenzwert  $D^* = 2,7962$ , existiert auf diesem Intervall ein Wechsellpunkt. Schritt 1 führt zu den möglichen Wechsellpunkten des ersten Iterationsschrittes  $k_{1,n}^{pos} = \{316, 570, 847, 890\}$  für  $n = \{1, 2, 3, 4\}$ , welche dann in Schritt 2 zu verifizieren sind.



**Abbildung 4.15.** Schema zu Schritt 1 des modifizierten ICSS-Algorithmus für Wochendaten

Die Grafiken der Abbildung 4.14 zeigen die beiden weiteren Iterationsschritte aus Schritt 2 des modifizierten ICSS-Algorithmus. Die dabei jeweils zu untersuchenden Intervalle sind auch in Abbildung 4.16 zur schematischen Übersicht dargestellt, wobei die Werte in den runden Klammern abermals die Werte für  $|D_{k_{j,n}^{pos}}[t_1, t_2]|$  darstellen und ein Wechsellpunkt nur dann vorliegt, wenn  $|D_{k_{j,n}^{pos}}[t_1, t_2]| > D^*$  gilt. Wie anhand der Grafiken der Abbildung 4.14 und der Abbildung 4.16 ersichtlich wird, bestätigt die Verifizierung der möglichen Wechsellpunkte des ersten Iterationsschrittes die Wechsellpunkte  $k_{1,2}^{pos} = 570$ ,  $k_{1,3}^{pos} = 847$  und  $k_{1,4}^{pos} = 890$ , sodass diese auch die möglichen Wechsellpunkte des zweiten Iterationsschrittes darstellen. Der mögliche Wechsellpunkt  $k_{1,1}^{pos} = 316$  kann dagegen nicht bestätigt werden und wird durch  $k_{2,1}^{pos} = 317$  abgelöst. Nach dem zweiten Iterationsschritt

lauten die möglichen Wechsellpunkte somit  $k_{2,n}^{pos} = \{317, 570, 847, 890\}$  für  $n = \{1, 2, 3, 4\}$ , die in einem weiteren Iterationsschritt wiederum einer Verifizierung zu unterziehen sind. Der dritte Iterationsschritt kann alle vorherigen möglichen Wechsellpunkte bestätigen, sodass  $k_{3,n}^{pos} = \{317, 570, 847, 890\}$  für  $n = \{1, 2, 3, 4\}$  gilt (siehe Abbildungen 4.14 und 4.16).

[1, 570]	[316, 847]	[570, 890]	[847, 1267]
(4, 7480)	(4, 5144)	(5, 8977)	(4, 5217)
↓	↓	↓	↓
$k_{2,1}^{pos} = 317$	$k_{2,2}^{pos} = 570$	$k_{2,3}^{pos} = 847$	$k_{2,4}^{pos} = 890$
[1, 570]	[317, 847]	[570, 890]	[847, 1267]
(4, 7480)	(4, 5248)	(5, 8977)	(4, 5217)
↓	↓	↓	↓
$k_{3,1}^{pos} = 317$	$k_{3,2}^{pos} = 570$	$k_{3,3}^{pos} = 847$	$k_{3,4}^{pos} = 890$

**Abbildung 4.16.** Schema zu Schritt 2 des modifizierten ICSS-Algorithmus für Wochendaten

Da die möglichen Wechsellpunkte zweier aufeinander folgender Iterationsschritte identisch sind, konnten alle Wechsellpunkte verifiziert werden und die tatsächlichen Wechsellpunkte lauten:

$$k_n^{act} = \{317, 570, 847, 890\} \quad \text{für } n = \{1, 2, 3, 4\} .$$

Mithilfe von Schritt 3 wird anschließend festgestellt, welcher der tatsächlichen Wechsellpunkte den Beginn einer volatilen Marktphase und welcher den Beginn einer stabilen Marktphase bildet. Da die möglichen Beginne der Marktphasen wiederum alternieren, handelt es sich bei ihnen auch um die tatsächlichen Beginne. Der Tabelle 4.12 können die Ergebnisse aus Schritt 3 entnommen werden.

**Tabelle 4.12.** Tatsächliche Beginne von stabilen und volatilen Marktphasen für Wochendaten

$n$	Datum
1 <i>BeginVolatil</i> <sub>317</sub> <sup>act</sup>	31.07.1998
2 <i>BeginStabil</i> <sub>570</sub> <sup>act</sup>	06.06.2003
3 <i>BeginVolatil</i> <sub>847</sub> <sup>act</sup>	26.09.2008
4 <i>BeginStabil</i> <sub>890</sub> <sup>act</sup>	24.07.2009

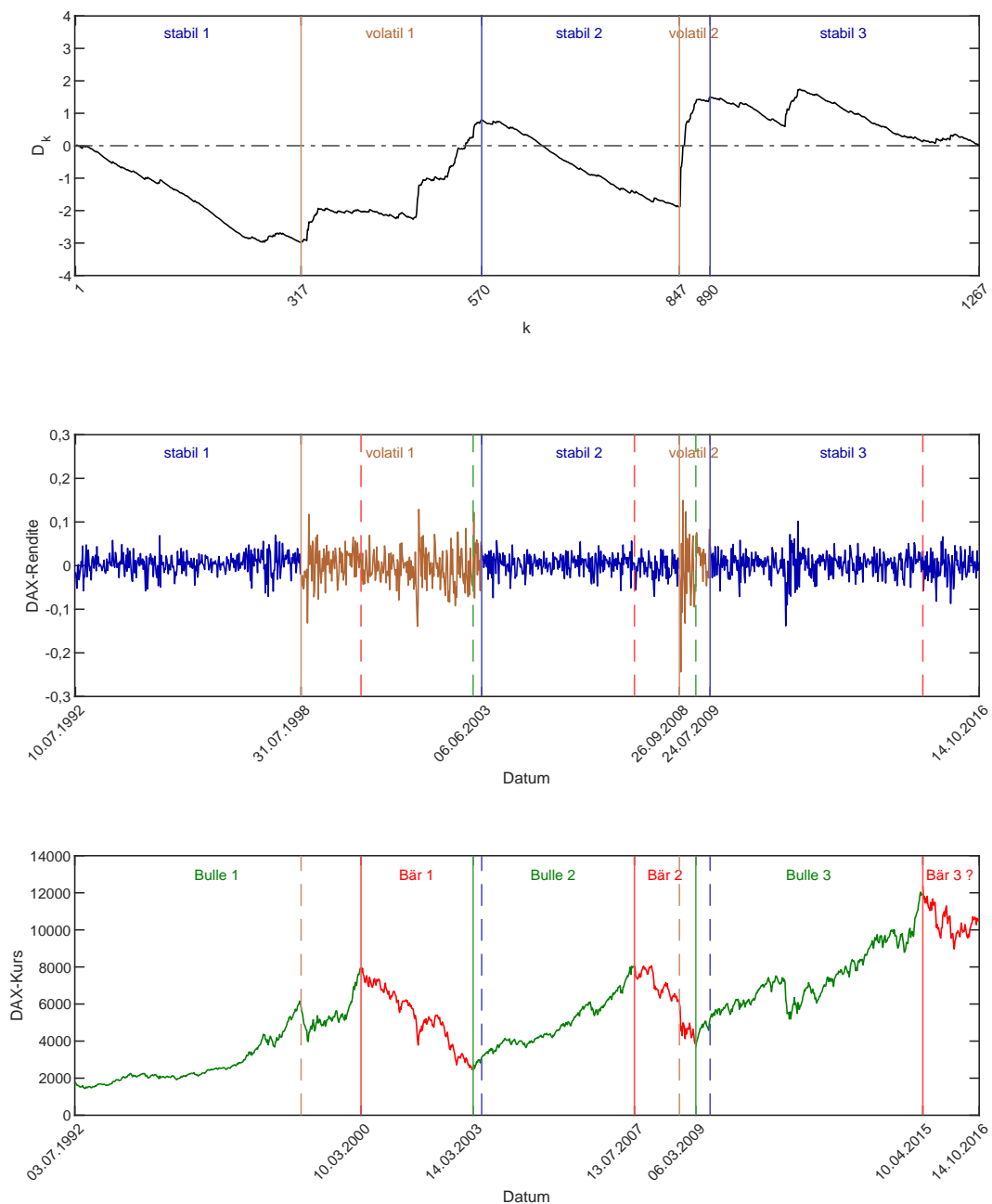
Die hieraus resultierenden Marktphasen sowie die dort vorliegenden Volatilitäten können aus Tabelle 4.13 abgelesen werden, wobei  $\sigma[t_1, t_2] := \sqrt{52 \cdot s^2[t_1, t_2]}$  gilt. Der Wert 52 gibt die durchschnittliche Anzahl an Beobachtungen pro Jahr auf Basis von Wochendaten ( $\overline{T}^{weekly}$ ) aus Kapitel 4.2.2 an.

Grafisch werden die identifizierten Marktphasen in Abbildung 4.17 veranschaulicht. Analog zu den Tagesdaten zeigt die Abbildung 4.17 für Wochendaten die Funktion  $D_k$ , die Zeitreihe der DAX-Renditen sowie die Zeitreihe der DAX-Kurse auf drei Grafiken aufgeteilt. In der oberen und mittleren Grafik sind die mithilfe des ICSS-Algorithmus identifizierten stabilen und volatilen Marktphasen (in blau bzw. braun) markiert, wäh-

**Tabelle 4.13.** Identifizierte stabile und volatile Marktphasen für Wochendaten

Marktphase	$[t_1, t_2]$	Beginn	Ende	$\sigma[t_1, t_2]$
stabil 1	[1, 317]	10.07.1992	31.07.1998	16,77%
volatil 1	[317, 570]	31.07.1998	06.06.2003	29,67%
stabil 2	[570, 847]	06.06.2003	26.09.2008	16,17%
volatil 2	[847, 890]	26.09.2008	24.07.2009	49,65%
stabil 3	[890, 1267]	24.07.2009	14.10.2016	20,19%

rend in der mittleren und unteren Grafik die mithilfe des IBB-Algorithmus identifizierten Bullen- und Bärenmärkte (in grün bzw. rot) gekennzeichnet sind.



**Abbildung 4.17.** Identifizierte stabile und volatile Marktphasen im Vergleich zu Bullen- und Bärenmärkten für Wochendaten

Die mithilfe der Varianz identifizierten Marktphasen weichen auch für Wochendaten wieder von den identifizierten Bullen- und Bärenmärkten aus Kapitel 4.2.2 ab. Zwar fallen die Abweichungen wieder teilweise nicht besonders groß aus, im Gegensatz zu den Tagesdaten liegen nun aber der Beginn des zweiten Bärenmarktes und der Beginn der zweiten volatilen Marktphase etwas deutlicher auseinander. Es kann folglich weiterhin nicht davon ausgegangen werden, dass mithilfe des modifizierten ICSS-Algorithmus immer dieselben Marktphasen wie bei der Identifizierung der Bullen- und Bärenmärkte resultieren.

**Tabelle 4.14.** Volatilität der Bullen- und Bärenmärkte für Wochendaten

Marktphase	Beginn	Ende	$\sigma[t_1, t_2]$
Bulle 1	03.07.1992	10.03.2000	19,37%
Bär 1	10.03.2000	14.03.2003	28,88%
Bulle 2	14.03.2003	13.07.2007	17,48%
Bär 2	13.07.2007	06.03.2009	35,55%
Bulle 3	06.03.2009	10.04.2015	20,27%
Bär 3	10.04.2015	14.10.2016	21,53%
<i>Bulle 3</i>	<i>06.03.2009</i>	<i>14.10.2016</i>	<i>20,58%</i>

Werden für die Bullen- und Bärenmärkte die Volatilitäten berechnet, ergibt sich ein analoges Bild zu den Ergebnissen für Tagesdaten. Die Bullenmärkte weisen mit 19,37%, 17,48% und 20,27% eine deutlich geringere Volatilität als die ersten beiden Bärenmärkte mit 28,88% und 35,55% auf, wie Tabelle 4.14 zeigt. Außerdem besteht weiterhin die Möglichkeit, dass der letzte Bärenmarkt nur eine Gegenbewegung darstellt, da eine Volatilität in Höhe von 21,53% im Vergleich als zu gering für einen Bärenmarkt erscheint. Entfällt der letzte Bärenmarkt, sodass die letzte Marktphase einen Bullenmarkt - d. h. *Bulle 3* vom 06.03.2009 bis zum 14.10.2016 - darstellt, liegt die Volatilität mit 20,58% weiterhin in einer vergleichbaren Größenordnung wie die Volatilität der anderen Bullenmärkte.

#### 4.4.2.3 Resultierende Marktphasen für Monatsdaten

Abbildung 4.18 zeigt für Monatsdaten den zeitlichen Verlauf der Renditen  $r_i$ , der Funktion  $C_k$  sowie der Funktionen  $D_k$  und  $|D_k|$  für  $i, k \in \{1, \dots, 290\}$ . Für Monatsdaten beträgt die Varianz  $s^2 = 0,3787\%$  und der Grenzwert  $D^* = 1,5249$  bzw.  $-D^* = -1,5249$ .

Aus den Grafiken der Abbildung 4.19 und der Abbildung 4.21 kann Schritt 1 des modifizierten ICSS-Algorithmus abgelesen werden. Das erste zu betrachtende Intervall  $[1, 290]$  führt zum ersten möglichen Wechsellpunkt des ersten Iterationsschrittes  $k_{1,1}^{pos} = 135$ , der das Intervall in die Intervalle  $[1, 135]$  und  $[135, 290]$  unterteilt. Auf dem Intervall  $[1, 135]$  findet sich erneut ein möglicher Wechsellpunkt bei  $k_{1,2}^{pos} = 59$ . Die wiederum daraus resultierenden Intervalle  $[1, 59]$  und  $[59, 135]$  weisen keine weiteren möglichen Wechsellpunkte auf. Die Untersuchung des Intervalls  $[135, 290]$  ergibt zunächst den möglichen Wechsellpunkt  $k_{1,3}^{pos} = 185$ . Das resultierende Intervall  $[135, 185]$  weist keinen weiteren möglichen Wechsellpunkt auf, während das resultierende Intervall  $[185, 290]$  den möglichen Wechsellpunkt  $k_{1,4}^{pos} = 231$  ergibt. Die resultierenden Intervalle  $[185, 231]$  und  $[231, 290]$  führen zu keinen weiteren möglichen Wechsellpunkten. Chronologisch geordnet resultieren somit aus dem ersten Itera-

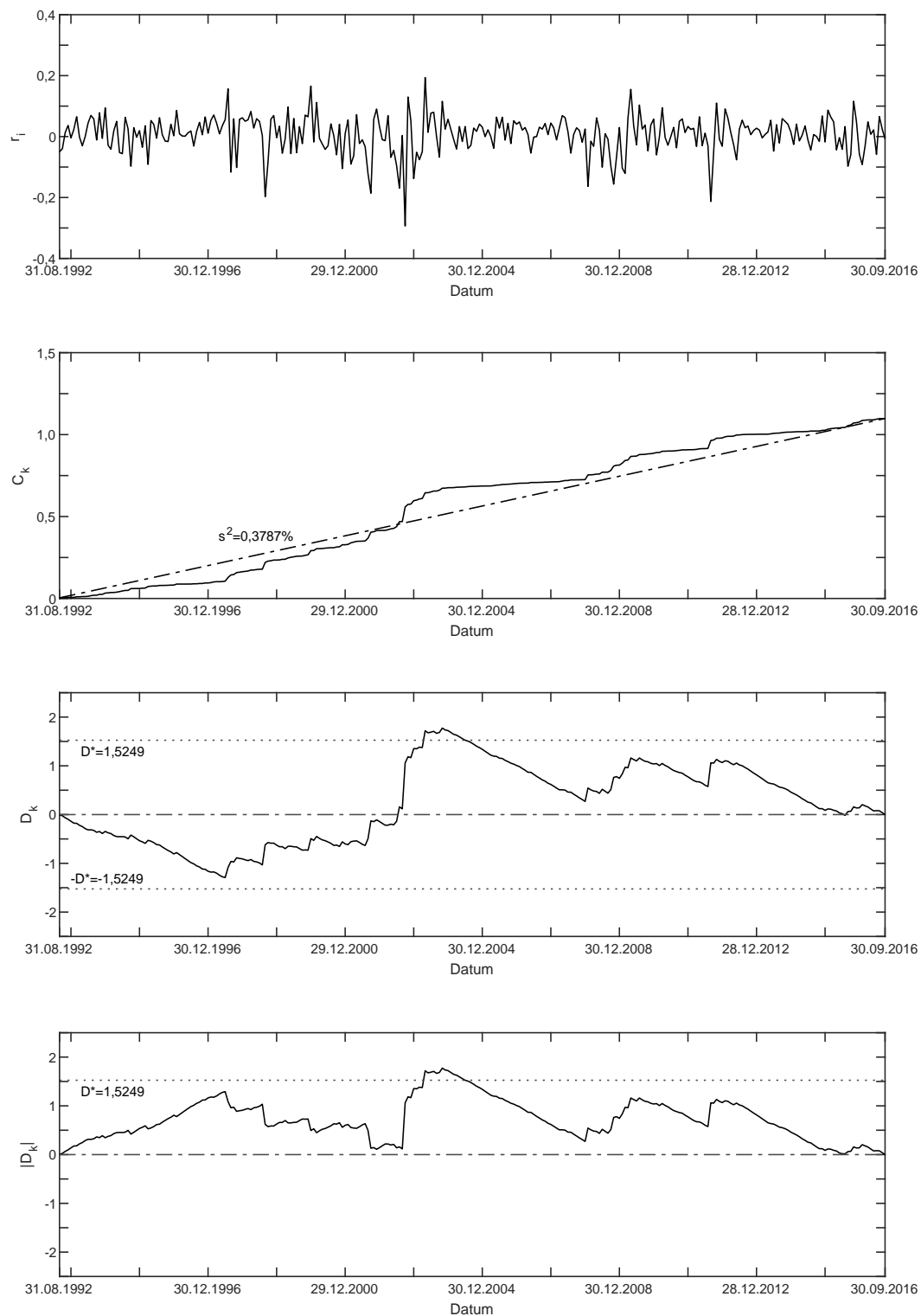


Abbildung 4.18. Überblick über die Funktionen  $r_i$ ,  $C_k$ ,  $D_k$  und  $|D_k|$  für Monatsdaten

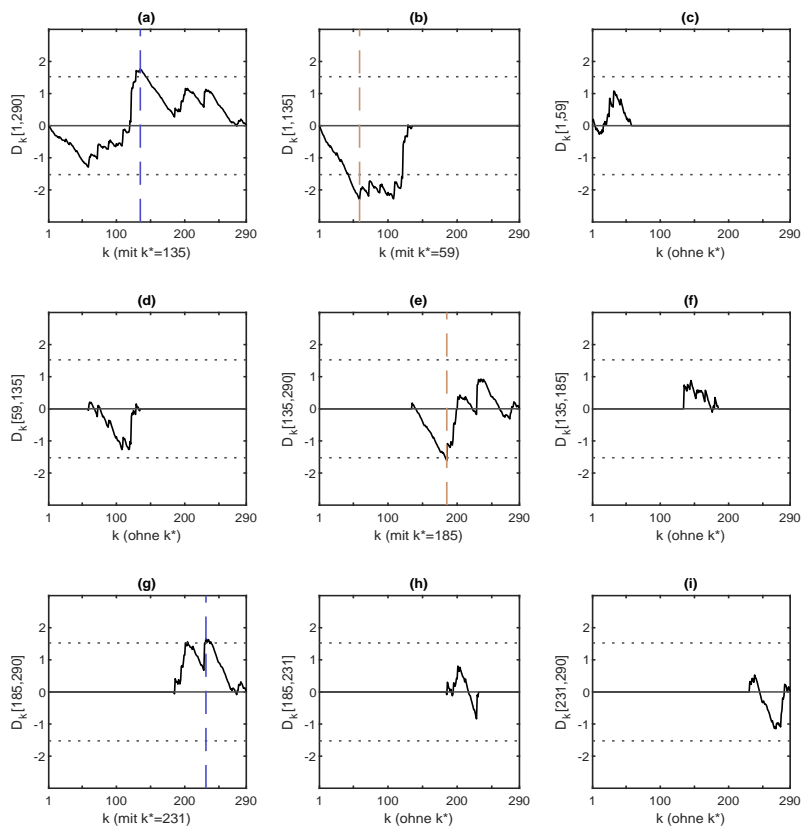


Abbildung 4.19. Schritt 1 der Sequenz der Funktion  $D_k[t_1, t_2]$  für Monatsdaten

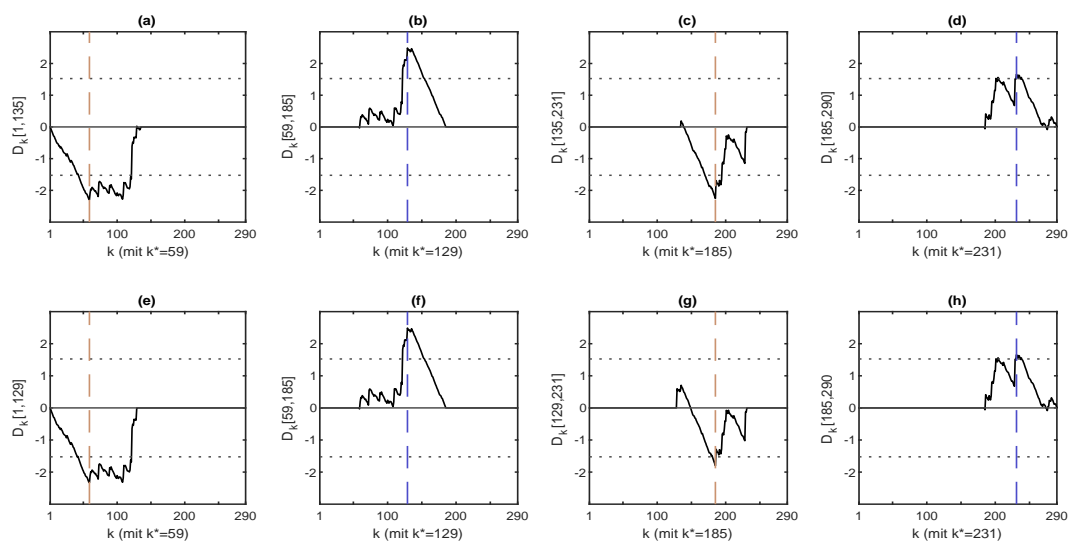


Abbildung 4.20. Schritt 2 der Sequenz der Funktion  $D_k[t_1, t_2]$  für Monatsdaten



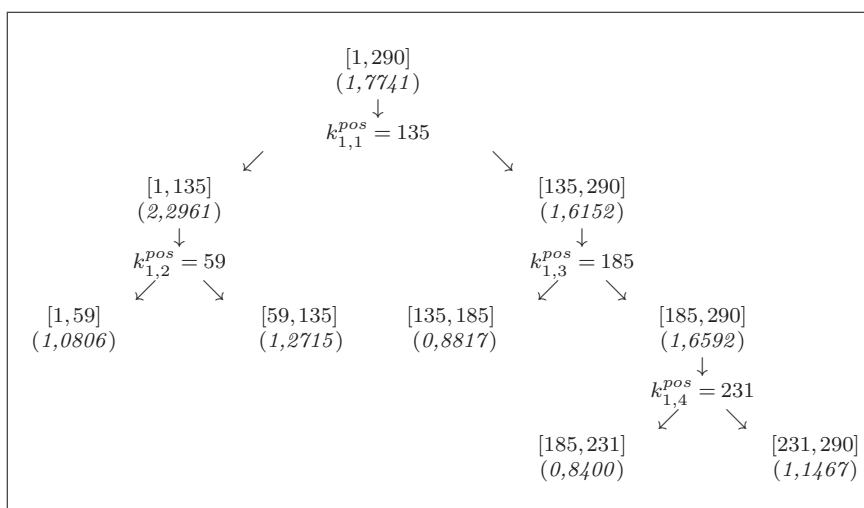


Abbildung 4.21. Schema zu Schritt 1 des modifizierten ICSS-Algorithmus für Monatsdaten

tionsschritt die vier möglichen Wechsellpunkte  $k_{1,n}^{pos} = \{59, 135, 185, 231\}$  für  $n = \{1, 2, 3, 4\}$ . Dies bedeutet, dass nun aufgrund der chronologischen Ordnung  $k_{1,1}^{pos} = 59$  und  $k_{1,2}^{pos} = 135$  gilt.

Die Grafiken der Abbildung 4.20 sowie die Abbildung 4.22 veranschaulichen die beiden Iterationsschritte aus Schritt 2.

[1, 135] (2, 2961)	[59, 185] (2, 4884)	[135, 231] (2, 2549)	[185, 290] (1, 6592)
$k_{2,1}^{pos} = 59$	$k_{2,2}^{pos} = 129$	$k_{2,3}^{pos} = 185$	$k_{2,4}^{pos} = 231$
[1, 129] (2, 3337)	[59, 185] (2, 4884)	[129, 231] (1, 7986)	[185, 290] (1, 6592)
$k_{3,1}^{pos} = 59$	$k_{3,2}^{pos} = 129$	$k_{3,3}^{pos} = 185$	$k_{3,4}^{pos} = 231$

Abbildung 4.22. Schema zu Schritt 2 des modifizierten ICSS-Algorithmus für Monatsdaten

Der im ersten Iterationsschritt ermittelte mögliche Wechsellpunkt an der Stelle  $k_{1,2}^{pos} = 135$  kann nicht bestätigt werden und wird im zweiten Iterationsschritt durch  $k_{2,2}^{pos} = 129$  abgelöst. Alle anderen möglichen Wechsellpunkte aus dem ersten Iterationsschritt werden beibehalten und können genau wie  $k_{2,2}^{pos} = 129$  im dritten Iterationsschritt bestätigt und somit verifiziert werden. Da mithin  $k_{2,n}^{pos} = k_{3,n}^{pos} = \{59, 129, 185, 231\}$  für  $n = \{1, 2, 3, 4\}$  gilt, lauten die tatsächlichen Wechsellpunkte:

$$k_n^{act} = \{59, 129, 185, 231\} \quad \text{für } n = \{1, 2, 3, 4\} .$$

Der Tabelle 4.15 können sodann die durch Schritt 3 identifizierten tatsächlichen Beginne stabiler und volatiler Marktphasen entnommen werden, während Tabelle 4.16 veranschaulicht, wie hoch die Volatilitäten in den einzelnen Marktphasen ausfallen. Analog zu den vorherigen Kapiteln gilt  $\sigma[t_1, t_2] := \sqrt{12 \cdot s^2[t_1, t_2]}$ , wobei der Wert 12 die Anzahl

**Tabelle 4.15.** Tatsächliche Beginne von stabilen und volatilen Marktphasen für Monatsdaten

$n$		Datum
1	$BeginVolatil_{59}^{act}$	30.06.1997
2	$BeginStabil_{129}^{act}$	30.04.2003
3	$BeginVolatil_{185}^{act}$	28.12.2007
4	$BeginStabil_{231}^{act}$	31.10.2011

an Beobachtungen im Jahr auf Basis von Monatsdaten ( $\bar{T}^{monthly}$ ) angibt. Erneut weisen die volatilen Marktphasen deutlich höhere Volatilitäten als die stabilen Marktphasen auf.

**Tabelle 4.16.** Identifizierte stabile und volatile Marktphasen für Monatsdaten

Marktphase	$[t_1, t_2]$	Beginn	Ende	$\sigma[t_1, t_2]$
stabil 1	[1, 59]	31.08.1992	30.06.1997	14,40%
volatil 1	[59, 129]	30.06.1997	30.04.2003	30,10%
stabil 2	[129, 185]	30.04.2003	28.12.2007	14,72%
volatil 2	[185, 231]	28.12.2007	31.10.2011	25,09%
stabil 3	[231, 290]	31.10.2011	30.09.2016	16,11%

In Tabelle 4.17 werden die Volatilitäten der Bullen- und Bärenmärkte betrachtet. Auch für Monatsdaten weisen die ersten beiden Bullenmärkte mit 19,67% und 14,93% niedrigere Volatilitäten als die ersten beiden Bärenmärkte mit 29,43% und 24,17% auf. Die Unterschiede sind jedoch etwas weniger deutlich als bei der Betrachtung von Tages- und Wochendaten. Besonders auffällig ist, dass der dritte Bullenmarkt sowie der in Frage stehende dritte Bärenmarkt mit 18,38% bzw. 19,42% eine kaum voneinander abweichende Volatilität aufweisen und dass beim Entfernen des in Frage stehenden Bärenmarktes der resultierende längere Bullenmarkt - d. h. *Bulle 3* vom 27.02.2009 bis zum 30.09.2016 - mit 18,82% ebenfalls eine recht ähnliche Volatilität besitzt. Anhand der Volatilitäten ließe sich somit nicht von einem Bärenmarkt am Ende der Zeitreihe sprechen.

**Tabelle 4.17.** Volatilität der Bullen- und Bärenmärkte für Monatsdaten

Marktphase	Beginn	Ende	$\sigma[t_1, t_2]$
Bulle 1	31.07.1992	29.02.2000	19,67%
Bär 1	29.02.2000	31.03.2003	29,43%
Bulle 2	31.03.2003	28.12.2007	14,93%
Bär 2	28.12.2007	27.02.2009	24,17%
Bulle 3	27.02.2009	31.03.2015	18,38%
Bär 3	31.03.2015	30.09.2016	19,42%
<i>Bulle 3</i>	<i>27.02.2009</i>	<i>30.09.2016</i>	<i>18,82%</i>

Abbildung 4.23 zeigt für Monatsdaten die Funktion  $D_k$ , die Zeitreihe der DAX-Renditen und die Zeitreihe der DAX-Kurse. Zusätzlich sind die mithilfe des ICSS-Algorithmus identifizierten stabilen und volatilen Marktphasen (in blau bzw. braun) sowie die mithilfe des IBB-Algorithmus identifizierten Bullen- und Bärenmärkte (in grün bzw. rot) verzeichnet. Der in Abbildung 4.23 dargestellte Vergleich zwischen den identifizierten stabilen und volatilen Marktphasen und den in Kapitel 4.2.2 identifizierten Bullen- und Bärenmärkten zeigt für Monatsdaten, dass der Beginn des zweiten Bullenmarktes und der Beginn der zweiten stabilen Marktphase lediglich um einen Datenpunkt abweichen, während der Beginn des

zweiten Bärenmarktes sogar genau mit dem Beginn der zweiten volatilen Marktphase übereinstimmt. Demgegenüber weicht der Beginn des dritten Bullenmarktes erheblich stärker vom Beginn der dritten stabilen Marktphase ab, als dies für Tages- und Wochendaten der Fall ist. Eine pauschale Deckungsgleichheit zwischen den Marktphasen, die mithilfe des IBB-Algorithmus und mithilfe des modifizierten ICSS-Algorithmus identifiziert wurden, kann daher weiterhin nicht angenommen werden.

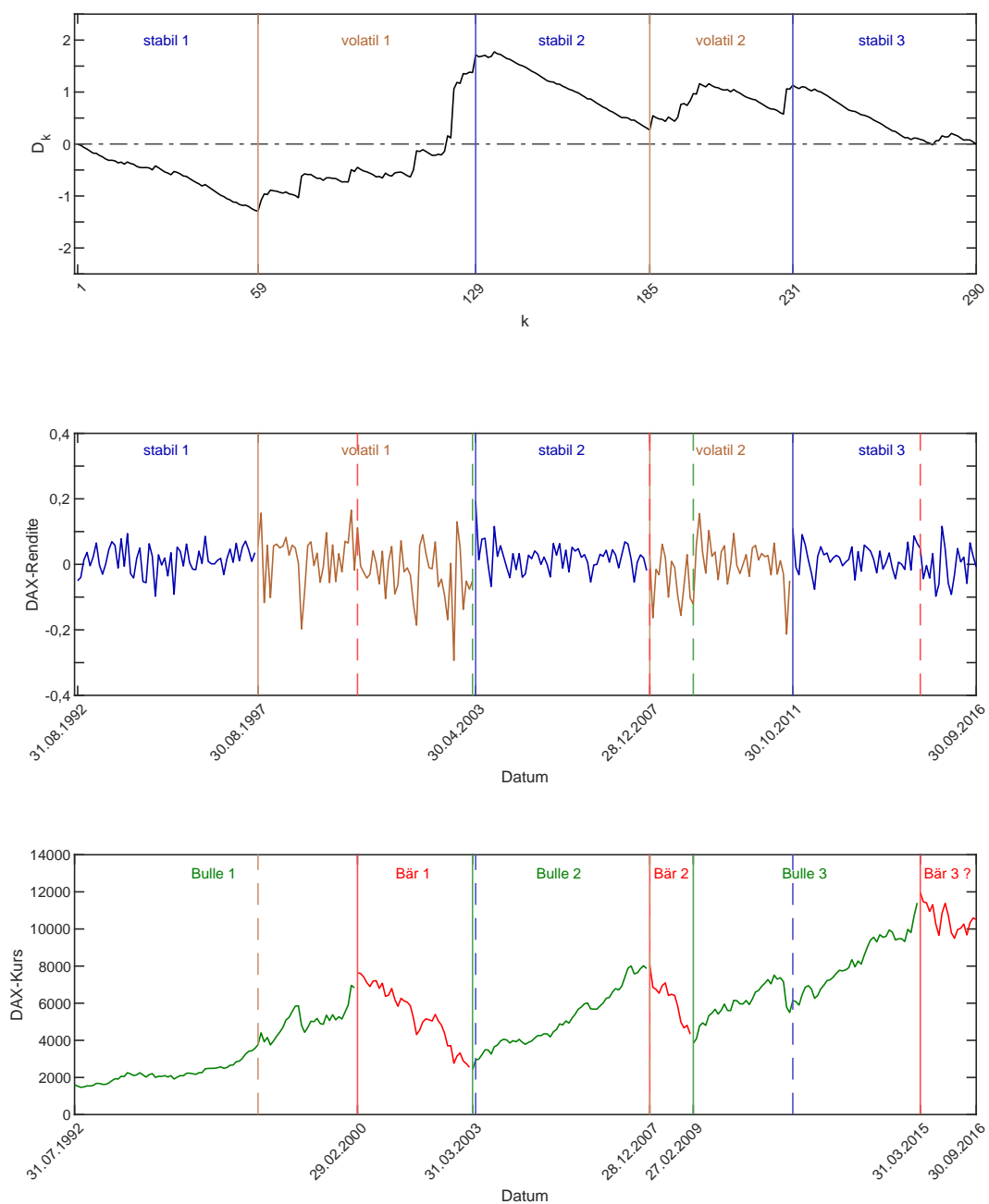


Abbildung 4.23. Identifizierte stabile und volatile Marktphasen im Vergleich zu Bullen- und Bärenmärkten für Monatsdaten

## 4.5 Abschließende Betrachtung der identifizierten Marktphasen des DAX

### 4.5.1 Beurteilung der Methoden und deren Resultate

In der weiteren Analyse werden die Zeitreihen der verschiedenen Frequenzen nur anhand des IBB-Algorithmus und des modifizierten ICSS-Algorithmus unterteilt. Eine Identifizierung von Unterperioden anhand der Renditen wird somit unterlassen. Grund hierfür ist die fehlende Präzision und Robustheit bei der Ermittlung der Zeitpunkte, in denen ein Wechsel zwischen Marktphasen positiver und negativer Renditen erfolgt. Würden die Renditen entgegen der in Kapitel 4.3.1 dargestellten Vorgehensweise in kumulierter Form betrachtet, ließe sich der IBB-Algorithmus statt auf Kursdaten auch auf die kumulierten Renditen anwenden. Dabei würden exakt dieselben Marktphasen wie unter Verwendung der Kursdaten identifiziert.

Sowohl der IBB-Algorithmus als auch der modifizierte ICSS-Algorithmus zählen zu den sogenannten halbparametrischen regelbasierten Methoden. Diese sind besonders für eine ex post Identifizierung von Marktphasen gut geeignet, da sie die Wechsel der Marktphasen präziser als die parametrischen Markov-Switching Modelle formulieren können. Diese berücksichtigen neben Renditen parallel auch Varianzen und können dazu führen, dass trotz steigender Preise aufgrund einer gleichzeitig hohen Volatilität ein Bärenmarkt identifiziert wird. Analog können Bullenmärkte trotz sinkender Preise identifiziert werden, wenn gleichzeitig die Volatilität gering ist. Die Markov-Switching Modelle gehen auf Hamilton (1989) zurück und sind im Vergleich zu den regelbasierten Methoden besser zur Vorhersage künftiger Wechsel von Marktphasen geeignet (Kole und van Dijk, 2017).

Für die nachfolgende Analyse wird keine Fallunterscheidung mehr bzgl. der möglichen Existenz eines dritten Bärenmarktes vorgenommen. Einerseits hat die bisherige Untersuchung Zweifel an der Existenz eines dritten Bärenmarktes aufgezeigt, andererseits zeigen die DAX-Kurse für die Zeit nach dem 17.10.2016 eine deutlich positive Kursentwicklung. Aus diesen beiden Gründen resultierend wird - zur Probe - die Identifizierung von Bullen- und Bärenmärkten für den DAX zusätzlich mit einer längeren Zeitreihe durchgeführt, welche bis zum 11.05.2018 geht. Für alle drei Frequenzen verschwindet der in Frage stehende dritte Bärenmarkt, sodass jene Kursenkung tatsächlich nur noch eine Gegenbewegung innerhalb eines länger andauernden Bullenmarktes darstellt.

In Tabelle 4.18 finden sich Übersichten über die identifizierten Bullen- und Bärenmärkte sowie die identifizierten stabilen und volatilen Marktphasen. Es werden für die jeweiligen Marktphasen die exakten Zeiträume, die Anzahl an Beobachtungen, die Dauer in Jahren sowie die Renditen und Volatilitäten des DAX aufgeführt. Ferner werden die arithmetischen Mittel für Bullenmärkte ( $\emptyset$  Bullen), Bärenmärkte ( $\emptyset$  Bären), stabile Marktphasen ( $\emptyset$  stabil) und volatile Marktphasen ( $\emptyset$  volatil) berechnet. Die Tabelle 4.19 zeigt die entsprechenden Renditen und Volatilitäten, die die Edelmetalle in den für den DAX iden-

tifizierten Marktphasen annehmen. Eine Unterteilung in Bullen- und Bärenmärkte sowie in stabile und volatile Marktphasen anhand der Kurse und Volatilitäten der Edelmetalle findet nicht statt, da sich die Unterteilung ausschließlich auf die Entwicklung des DAX als Indikator für den deutschen Aktienmarkt bezieht.

**Tabelle 4.18.** Übersicht über alle identifizierten Marktphasen für den DAX

	Zeitraum	Beobachtungen	Jahre	Rendite	Volatilität
<b>Tagesdaten</b>					
Bulle 1	01.07.92 - 07.03.00	1933	7,64	152,23%	20,03%
Bär 1	07.03.00 - 12.03.03	764	3,02	-129,77%	32,46%
Bulle 2	12.03.03 - 16.07.07	1108	4,38	130,28%	18,15%
Bär 2	16.07.07 - 06.03.09	417	1,65	-79,34%	33,18%
Bulle 3	06.03.09 - 17.10.16	1936	7,65	105,25%	21,47%
∅ Bullen		1659	6,56	129,25%	19,88%
∅ Bären		591	2,34	-104,56%	32,82%
stabil 1	02.07.92 - 04.08.98	1528	6,04	117,85%	16,89%
volatil 1	04.08.98 - 16.06.03	1233	4,87	-56,06%	31,92%
stabil 2	16.06.03 - 14.01.08	1168	4,62	86,23%	15,74%
volatil 2	14.01.08 - 15.07.09	382	1,51	-45,03%	36,72%
stabil 3	15.07.09 - 17.10.16	1846	7,30	75,67%	20,95%
∅ stabil		1514	5,99	93,25%	17,86%
∅ volatil		808	3,19	-50,55%	34,32%
<b>Wochendaten</b>					
Bulle 1	03.07.92 - 10.03.00	402	7,73	150,18%	19,37%
Bär 1	10.03.00 - 14.03.03	158	3,04	-119,96%	28,88%
Bulle 2	14.03.03 - 13.07.07	227	4,37	121,42%	17,48%
Bär 2	13.07.07 - 06.03.09	87	1,67	-79,18%	35,55%
Bulle 3	06.03.09 - 14.10.16	398	7,65	105,98%	20,58%
∅ Bullen		342	6,58	125,86%	19,14%
∅ Bären		123	2,36	-99,57%	32,22%
stabil 1	10.07.92 - 31.07.98	317	6,10	120,86%	16,27%
volatil 1	31.07.98 - 06.06.03	254	4,88	-62,81%	29,67%
stabil 2	06.06.03 - 26.09.08	274	5,27	66,21%	16,17%
volatil 2	26.09.08 - 24.07.09	48	0,92	-14,80%	49,65%
stabil 3	24.07.09 - 14.10.16	378	7,27	70,47%	20,19%
∅ stabil		323	6,21	85,82%	17,54%
∅ volatil		151	2,90	-38,81%	39,66%
<b>Monatsdaten</b>					
Bulle 1	31.07.92 - 29.02.00	92	7,67	155,87%	19,67%
Bär 1	29.02.00 - 31.03.03	38	3,17	-114,86%	29,43%
Bulle 2	31.03.03 - 28.12.07	58	4,83	120,25%	14,93%
Bär 2	28.12.07 - 27.02.09	15	1,25	-74,14%	24,17%
Bulle 3	27.02.09 - 30.09.16	92	7,67	100,60%	18,82%
∅ Bullen		81	6,72	125,57%	17,81%
∅ Bären		27	2,21	-94,50%	26,80%
stabil 1	31.08.92 - 30.06.97	59	4,92	90,10%	14,40%
volatil 1	30.06.97 - 30.04.03	71	5,92	-24,71%	30,10%
stabil 2	30.04.03 - 28.12.07	57	4,75	100,87%	14,72%
volatil 2	28.12.07 - 31.10.11	47	3,92	-27,28%	25,09%
stabil 3	31.10.11 - 30.09.16	60	5,00	53,47%	16,11%
∅ stabil		59	4,89	81,57%	15,08%
∅ volatil		59	4,92	-26,00%	27,60%

Unabhängig von den Frequenzen zeigt sich in Tabelle 4.18, dass die Bullenmärkte stets deutlich länger als die Bärenmärkte andauern. Des Weiteren weist der DAX in Bullenmärkten sowohl im Durchschnitt als auch einzeln betrachtet deutlich positive Renditen bei gleichzeitig geringer Volatilität auf. Umgekehrt besitzt der DAX in Bärenmärkten - sowohl im Durchschnitt als auch einzeln betrachtet - stets deutlich negative Renditen bei gleichzeitig hoher Volatilität. Werden diese Werte der Bullen- und Bärenmärkte mit denen der stabilen und volatilen Marktphasen verglichen, fällt auf, dass zumindest bei Betrachtung von Tages- und Wochendaten die stabilen Marktphasen deutlich länger andauern als die volatilen Marktphasen. Demgegenüber stimmen die Dauer von stabilen und

volatilen Marktphasen für Monatsdaten im Durchschnitt nahezu überein. Während der DAX aufgrund der Unterteilung des gesamten Zeitraums mithilfe des modifizierten ICSS-Algorithmus in stabilen Marktphasen eine geringe Volatilität und in volatilen Marktphasen eine hohe Volatilität aufweist, verfügt der DAX in stabilen Marktphasen genau wie in Bullenmärkten auch über positive Renditen und in volatilen Marktphasen genau wie in Bärenmärkten auch über negative Renditen.

**Tabelle 4.19.** Übersicht über die Edelmetalle in den identifizierten Marktphasen

	Zeitraum	Au		Ag		Pt		Pd	
		Rendite	Volatilität	Rendite	Volatilität	Rendite	Volatilität	Rendite	Volatilität
<b>Tagesdaten</b>									
Bulle 1	01.07.92 - 07.03.00	17,24%	14,97%	56,45%	26,05%	55,03%	20,29%	240,77%	33,51%
Bär 1	07.03.00 - 12.03.03	3,30%	14,01%	-22,99%	17,10%	25,00%	25,92%	-115,31%	36,08%
Bulle 2	12.03.03 - 16.07.07	42,97%	14,63%	80,34%	29,37%	41,19%	18,66%	21,46%	33,59%
Bär 2	16.07.07 - 06.03.09	42,86%	24,66%	11,39%	41,03%	-12,28%	34,46%	-50,63%	41,69%
Bulle 3	06.03.09 - 17.10.16	43,21%	17,27%	41,12%	29,32%	1,03%	19,31%	128,52%	27,70%
∅ Bullen		34,47%	15,63%	59,30%	28,25%	32,42%	19,42%	130,25%	31,60%
∅ Bären		23,08%	19,34%	-5,80%	29,07%	6,36%	30,19%	-82,97%	38,88%
stabil 1	02.07.92 - 04.08.98	1,87%	13,53%	49,72%	26,50%	16,55%	18,62%	144,38%	33,38%
volatil 1	04.08.98 - 16.06.03	15,66%	15,97%	-22,95%	19,65%	51,68%	25,80%	-52,35%	36,44%
stabil 2	16.06.03 - 14.01.08	69,49%	14,72%	104,04%	29,44%	62,99%	17,74%	50,33%	31,15%
volatil 2	14.01.08 - 15.07.09	8,91%	25,83%	-15,88%	43,26%	-25,64%	37,24%	-38,17%	44,99%
stabil 3	15.07.09 - 17.10.16	53,97%	17,27%	52,30%	29,28%	3,88%	18,99%	120,63%	27,44%
∅ stabil		41,78%	15,17%	68,69%	28,41%	27,81%	18,45%	105,12%	30,66%
∅ volatil		12,29%	20,90%	-19,42%	31,46%	13,02%	31,52%	-45,26%	40,72%
<b>Wochendaten</b>									
Bulle 1	03.07.92 - 10.03.00	15,55%	32,84%	55,79%	58,30%	53,83%	44,87%	246,23%	72,38%
Bär 1	10.03.00 - 14.03.03	4,35%	29,06%	-21,79%	36,24%	26,60%	52,69%	-121,50%	81,24%
Bulle 2	14.03.03 - 13.07.07	43,57%	32,55%	80,55%	60,56%	39,89%	38,71%	21,51%	74,99%
Bär 2	13.07.07 - 06.03.09	42,61%	50,88%	10,70%	87,39%	-11,96%	75,14%	-50,54%	97,85%
Bulle 3	06.03.09 - 14.10.16	43,05%	34,95%	41,09%	65,03%	0,77%	42,74%	129,83%	63,15%
∅ Bullen		34,06%	33,45%	59,14%	61,30%	31,49%	42,11%	132,52%	70,17%
∅ Bären		23,48%	39,97%	-5,54%	61,81%	7,32%	63,91%	-86,02%	89,54%
stabil 1	10.07.92 - 31.07.98	1,28%	22,89%	53,16%	59,09%	18,18%	41,27%	148,49%	73,43%
volatil 1	31.07.98 - 06.06.03	18,58%	33,97%	-23,45%	43,35%	50,66%	54,01%	-59,61%	81,68%
stabil 2	06.06.03 - 26.09.08	65,97%	42,91%	85,37%	67,44%	30,31%	46,41%	0,79%	73,89%
volatil 2	26.09.08 - 24.07.09	10,73%	58,90%	7,05%	84,94%	9,57%	79,35%	18,53%	107,65%
stabil 3	24.07.09 - 14.10.16	53,24%	35,77%	48,46%	65,06%	1,84%	41,84%	117,07%	62,30%
∅ stabil		40,16%	33,86%	62,33%	63,86%	16,78%	43,17%	88,78%	69,87%
∅ volatil		14,65%	46,44%	-8,20%	64,14%	30,11%	66,68%	-20,54%	94,66%
<b>Monatsdaten</b>									
Bulle 1	31.07.92 - 29.02.00	15,63%	67,61%	61,00%	111,79%	57,11%	87,10%	240,29%	141,84%
Bär 1	29.02.00 - 31.03.03	2,03%	58,28%	-25,04%	68,70%	17,55%	99,55%	-149,63%	230,17%
Bulle 2	31.03.03 - 28.12.07	61,32%	58,89%	89,66%	131,55%	57,13%	69,77%	41,44%	149,54%
Bär 2	28.12.07 - 27.02.09	26,83%	112,54%	3,18%	193,29%	-21,23%	219,25%	-47,93%	282,80%
Bulle 3	27.02.09 - 30.09.16	45,17%	83,85%	50,00%	157,69%	7,75%	83,21%	143,31%	116,04%
∅ Bullen		40,70%	70,12%	66,88%	133,68%	40,66%	80,03%	141,68%	135,81%
∅ Bären		14,43%	85,41%	-10,93%	130,99%	-1,84%	159,40%	-98,78%	256,49%
stabil 1	31.08.92 - 30.06.97	22,11%	65,01%	45,98%	111,40%	40,82%	74,61%	102,48%	105,54%
volatil 1	30.06.97 - 30.04.03	2,37%	62,99%	0,94%	106,92%	37,17%	101,78%	-21,00%	210,05%
stabil 2	30.04.03 - 28.12.07	63,03%	58,34%	88,05%	130,40%	64,92%	66,40%	59,26%	131,22%
volatil 2	28.12.07 - 31.10.11	77,46%	98,08%	90,13%	179,29%	10,04%	136,75%	63,34%	194,55%
stabil 3	31.10.11 - 30.09.16	-5,45%	79,61%	-36,96%	125,12%	-23,52%	89,22%	32,03%	113,25%
∅ stabil		26,56%	67,65%	32,36%	122,31%	27,41%	76,74%	64,59%	116,67%
∅ volatil		39,91%	80,54%	45,53%	143,11%	23,60%	119,27%	21,17%	202,30%

Eine derartige Regelmäßigkeit bzgl. der Renditen und Volatilitäten in den identifizierten Marktphasen über alle Frequenzen hinweg ist für die Edelmetalle nur in Ausnahmefällen zu beobachten. So weisen in Tabelle 4.19 zwar alle Edelmetalle im Durchschnitt höhere Renditen in Bullen- als in Bärenmärkten auf und die Renditen sind in Bullenmärkten im Durchschnitt auch stets positiv. Im Durchschnitt haben aber nicht alle Bärenmärkte eine negative Rendite. Auch bei Betrachtung der einzelnen Bullen- und Bärenmärkte kann nicht

gesagt werden, dass beide Marktphasen stets eine Rendite mit einem bestimmten Vorzeichen besitzen. Lediglich Palladium hat genau wie der DAX immer positive Renditen in Bullenmärkten und negative Renditen in Bärenmärkten, während Gold sowohl in Bullen- als auch in Bärenmärkten positive Renditen aufweist. Zwar besitzen die einzelnen Bullenmärkte für alle Zeitreihen positive Renditen, die einzelnen Bärenmärkte weisen jedoch nur für Palladium stets negative und für Silber und Platin keine einheitlichen Vorzeichen auf. Dennoch schneiden die Renditen von Silber und Palladium jeweils in Bullenmärkten besser als in Bärenmärkten ab.

Im Durchschnitt weisen Gold, Platin und Palladium in Bullenmärkten stets eine niedrigere Volatilität als in Bärenmärkten auf, während für Silber im Falle von Monatsdaten das Gegenteil gilt und im Falle von Tages- und Wochendaten ähnlich hohe Volatilitäten auftreten. Werden die einzelnen Marktphasen betrachtet, so weisen lediglich Platin und Palladium weiterhin für alle Bärenmärkte stets eine höhere Volatilität als für Bullenmärkte auf. Für die beiden anderen Edelmetalle können sowohl in Bullen- als auch in Bärenmärkten mal vergleichsweise hohe und mal vergleichsweise niedrige Volatilitäten auftreten.

Ein ähnliches Bild ergibt sich für die Edelmetalle bei Betrachtung der stabilen und volatilen Marktphasen. Hier besitzt Palladium im Durchschnitt höhere Renditen in stabilen als in volatilen Marktphasen. Für Gold, Silber und Platin gilt dies - je nach Frequenz - nur zum Teil. Dabei sind für alle Edelmetalle die Renditen in stabilen Marktphasen im Durchschnitt positiv. Für die volatilen Marktphasen ist dies im Durchschnitt für die verschiedenen Edelmetalle unterschiedlich. Auch für die einzelnen Marktphasen kann für Edelmetalle keine allgemeine Aussage bzgl. des besseren Abschneidens der Renditen in stabilen oder in volatilen Marktphasen oder bzgl. generell positiver oder negativer Renditen gegeben werden. Die Renditen sind lediglich für Gold während volatiler und für Palladium während stabiler Marktphasen stets positiv.

Alle Edelmetalle weisen im Durchschnitt in stabilen Marktphasen eine niedrigere Volatilität als in volatilen Marktphasen auf. Dennoch ist die Volatilität nur für Platin und Palladium auch in allen einzelnen stabilen Marktphasen geringer als in den volatilen Marktphasen. Für die beiden anderen Edelmetalle wird diesbezüglich keine Marktphase generell von der anderen Marktphase dominiert.

Beim Vergleich der Bullen- und Bärenmärkte mit den stabilen und volatilen Marktphasen fällt auf, dass der DAX in Bullenmärkten insgesamt mitunter deutlich positivere Renditen als in den stabilen Marktphasen besitzt sowie er in Bärenmärkten auch mitunter deutlich negativere Renditen als in den volatilen Marktphasen aufweist. Im Vergleich dazu bewegen sich die Volatilitäten des DAX in Bullenmärkten und stabilen Marktphasen in einem recht ähnlichen Bereich; gleiches gilt für die Volatilitäten in Bärenmärkten und volatilen Marktphasen. Dies zeigt sich auch in Tabelle 4.20, in der in chronologischer Reihenfolge jeweils für den DAX die Verhältnisse 1) der Renditen der Bullenmärkte zu den Renditen der stabilen Marktphasen, 2) der Renditen der Bärenmärkte zu den Renditen der volatilen Marktphasen sowie 3) der Volatilitäten der Bullenmärkte zu den Volatilitäten der stabilen

Marktphasen und 4) der Volatilitäten der Bärenmärkte zu den Volatilitäten der volatilen Marktphasen berechnet werden. Bei Betrachtung der Verhältnisse der Renditen liegen die berechneten Werte alle über 1, sodass die Renditen des DAX in Bullen- und Bärenmärkten jeweils stärker positiv bzw. negativ ausfallen als in den jeweils zugehörigen stabilen und volatilen Marktphasen. Da die Werte nicht nur leicht größer als 1, sondern in der Regel deutlich größer als 1 sind - teilweise werden Werte von über 2 bis hin zu 5,35 erreicht - kann hier von einer deutlichen Abweichung gesprochen werden. Die berechneten Werte für die Volatilitäten schwanken dagegen verhältnismäßig nah um 1 herum - das Minimum liegt bei 0,72, das Maximum bei 1,37. Dabei kann bei Betrachtung der einzelnen Marktphasen nicht pauschal gesagt werden, dass der DAX in Bullenmärkten immer eine geringere oder immer eine höhere Volatilität als in stabilen Marktphasen aufweist. Selbiges gilt für die Volatilitäten in Bärenmärkten im Vergleich zu den Volatilitäten in volatilen Marktphasen. Lediglich im Durchschnitt lässt sich die Tendenz erkennen, dass der DAX in Bullenmärkten eine etwas höhere Volatilität als in stabilen Marktphasen und in Bärenmärkten eine etwas geringere Volatilität als in volatilen Marktphasen hat.

**Tabelle 4.20.** Verhältnis der Renditen und Volatilitäten des DAX zwischen Bullenmärkten und stabilen Marktphasen sowie zwischen Bärenmärkten und volatilen Marktphasen

	Tagesdaten		Wochendaten		Monatsdaten	
	Rendite	Volatilität	Rendite	Volatilität	Rendite	Volatilität
Bulle 1 : stabil 1	1,29	1,19	1,24	1,19	1,73	1,37
Bär 1 : volatil 1	2,24	1,02	1,91	0,97	4,65	0,98
Bulle 2 : stabil 2	1,50	1,15	1,83	1,08	1,19	1,01
Bär 2 : volatil 2	1,74	0,90	5,35	0,72	2,72	0,96
Bulle 3 : stabil 3	1,39	1,02	1,50	1,02	1,87	1,17
∅ Bullen : ∅ stabil	1,38	1,11	1,47	1,09	1,54	1,18
∅ Bären : ∅ volatil	2,06	0,96	2,57	0,81	3,64	0,97

Abschließend kann gesagt werden, dass der modifizierte ICSS-Algorithmus im Vergleich besser als der IBB-Algorithmus geeignet ist, um eine Zeitreihe in Marktphasen unterschiedlich hoher Volatilitäten bzw. Varianzen zu unterteilen, da die Unterschiede in der Höhe der Volatilitäten zwischen stabilen und volatilen Marktphasen größer als zwischen Bullen- und Bärenmärkten ist. Dennoch weisen die Bullen- und Bärenmärkte ähnliche Tendenzen auf, weshalb nicht geschlussfolgert werden kann, dass der IBB-Algorithmus generell ungeeignet ist, um Marktphasen verschieden hoher Volatilitäten aufzuspüren. Demgegenüber ist der IBB-Algorithmus deutlich besser als der modifizierte ICSS-Algorithmus geeignet, um die Unterteilung einer Zeitreihe anhand des Wechsels von Kursanstiegen und Kursenkungen vorzunehmen, da beide für Bullen- und Bärenmärkte jeweils extremer ausfallen als für stabile und volatile Marktphasen. Der modifizierte ICSS-Algorithmus ist daher zur Identifizierung von Bullen- und Bärenmarkt nur bedingt geeignet. Um in der nachfolgenden Analyse die Untersuchung verschiedener Unterperioden zu ermöglichen, werden sowohl die anhand der Volatilität als auch die anhand von Bullen- und Bärenmärkten identifizierten Marktphasen betrachtet.



### 4.5.2 Vergleich der Marktphasen mit Ereignissen an den Finanzmärkten

Die durch den IBB-Algorithmus und den modifizierten ICSS-Algorithmus identifizierten Marktphasen stehen aufgrund ihrer zeitlichen Nähe anscheinend direkt in Zusammenhang mit konkreten Ereignissen an den Finanzmärkten bzw. erscheinen die identifizierten Marktphasen durch den Vergleich mit den Ereignissen entsprechend plausibel.<sup>39</sup> Dies gilt für alle Frequenzen.

So fällt der Beginn der ersten volatilen Marktphase mit dem Ausbrechen der Russlandkrise im August 1998 sowie der vorausgehenden Asienkrise zusammen, die im Jahr 1997 begann und sich zeitverzögert auch auf andere Länder auswirkte (Duffie et al., 2003; Consigli und Di Cesare, 2001; Schnabl, 2012; Baur und McDermott, 2010; Baig und Goldfajn, 1999). Daher lässt sich ein zeitlicher Zusammenhang zwischen diesen Krisen und der Erhöhung der Volatilität am deutschen Aktienmarkt vermuten bzw. lässt sich das Ansteigen der Volatilität des DAX auf diese beiden Krisen zurückführen. Der erste identifizierte Beginn eines Bärenmarktes fällt zeitlich mit dem Platzen der Dotcom-Blase zusammen, was auf die erste Jahreshälfte des Jahres 2000 datiert wird (Bradshaw, 2009; Lockwood et al., 2007; Rovenpor, 2003). Da sich zwischen der Asien- und Russlandkrise sowie dem Platzen der Dotcom-Blase die Märkte trotz wieder steigender Aktienkurse nicht wirklich beruhigt haben, fällt das Platzen der Dotcom-Blase mit in die erste identifizierte volatile Marktphase. Die Identifizierung einer stabilen Marktphase mit anschließender volatilen Marktphase ab der ersten Jahreshälfte 2000 unterbleibt somit. Umgekehrt wurde für 1998 kein Beginn eines Bärenmarktes identifiziert, da der Rückgang der Kurse zu kurzlebig war und daher nur eine Marktkorrektur innerhalb eines längeren Bullenmarktes darstellte.

Der Beginn des zweiten Bärenmarktes sowie der Beginn der zweiten volatilen Marktphase lassen sich jeweils in direkten Zusammenhang mit der Finanzkrise bringen. Der Ausbruch bzw. Beginn der Finanzkrise wird jedoch wenig einheitlich festgelegt. So finden sich in der Literatur Autoren, die bereits ab Juli/August 2007 von der Finanzkrise sprechen (Beckmann et al., 2015; Ciner et al., 2013; Daskalaki und Skiadopoulos, 2011), während andere Autoren dies erst ab September 2008 tun (Baur und Tran, 2014; Low et al., 2016; Sensoy, 2013). Aufgrund der Schwierigkeit ein konkretes Datum zu benennen, finden sich außerdem Autoren, die verschiedene Zeitpunkte als Beginn der Finanzkrise betrachten oder die den Beginn der Finanzkrise in 2007 und eine Beschleunigung der Krise im Oktober 2008 mit der Pleite von Lehman Brothers sehen (Baur, 2012; Baur und McDermott, 2010; Cohen und Qadan, 2010). Diese zeitliche Diskrepanz bei der Festlegung des Ereignisses passt jedoch insofern zu den identifizierten Marktphasen, als dass der Beginn des zweiten Bärenmarktes für Juli bis Dezember 2007 und der Beginn der zweiten volatilen Marktphase für Dezember 2007 bis September 2008 identifiziert wurde.

Für den dritten Beginn eines Bärenmarktes im März bzw. April 2015 findet sich in der Literatur kein konkretes Ereignis. Dies könnte zwar wiederum darauf hindeuten, dass dort kein Beginn eines Bärenmarktes vorliegt, es ließe sich in diesem Fall aber auch darauf

---

<sup>39</sup>Vgl. hierzu die Zeiträume der identifizierten Marktphasen in der Tabelle 4.18 mit den nachfolgend beschriebenen Ereignissen.

zurück führen, dass seitdem noch zu wenig Zeit vergangen ist. Es gibt daher möglicherweise noch keine Literatur, die sich damit auseinandergesetzt hat.

Abschließend kann festgehalten werden, dass die Unterteilung der Zeitreihe anhand von Bullen- und Bärenmärkten sowie anhand von Zeiten hoher und niedriger Volatilität bereits verschiedene, bedeutsame Krisenzeiten - wie bspw. die Finanzkrise - abbilden. Eine separate Unterteilung der Zeitreihe anhand von Krisenzeiten scheint somit nicht erforderlich zu sein. Daher wird in der vorliegenden Arbeit auf dieses Unterscheidungsmerkmal nicht zusätzlich eingegangen.

## Kapitel 5

# GARCH-Modelle zur Korrelationsanalyse

Zur Ermittlung, ob ein Asset die Eigenschaft eines globalen bzw. lokalen Diversifiers, eines starken bzw. schwachen Hedges oder eines starken bzw. schwachen Safe Havens besitzt, werden in diesem Kapitel die Modelle eruiert, mithilfe derer sich verlässliche Aussagen über die Korrelationen und somit dann über die Eigenschaften der Assets treffen lassen. Wie bereits in Kapitel 3 ausgeführt, ist keine der vorliegenden Zeitreihen normalverteilt, sodass der Korrelationskoeffizient von Bravais-Pearson kein geeignetes Maß ist, um die Korrelationen zwischen dem DAX und den Edelmetallen zu beurteilen. Eine Modellklasse, die dies zu tun vermag und dabei gleichzeitig die ebenfalls schon in Kapitel 3 nachgewiesenen *fat tails* und Heteroskedastizität der Zeitreihen mit modellieren kann, sind die multivariaten *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (GARCH) Modelle (Jondeau et al., 2007; Schmid und Trede, 2006; Bera und Higgins, 1993). Für die Modellierung multivariater GARCH-Modelle wird in der vorliegenden Arbeit die frei verfügbare MATLAB Oxford MFE-Toolbox von Kevin Sheppard<sup>40</sup> verwendet. Einige der darin enthaltenen Funktionen werden erweitert und teilweise abgeändert, um dadurch vor allem eine Variation der anzunehmenden Verteilung der bedingten Fehler und eine Variation der Berechnung der bedingten Varianzen vor dem ersten Betrachtungszeitpunkt durchführen zu können.

### 5.1 Grundlagen der GARCH-Modelle

#### 5.1.1 Univariate GARCH-Modelle

Der Grundstein für die sowohl univariaten als auch multivariaten GARCH-Modelle wurde gelegt, als Engle (1982) die Heteroskedastizität der UK-Inflationsrate erstmals mithilfe der neu eingeführten (univariaten) *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (ARCH) Mo-

---

<sup>40</sup>Die MATLAB Oxford MFE-Toolbox von Kevin Sheppard wird in der Version 4.0 vom 28.10.2009, mit Aktualisierung vom 07.06.2013, verwendet. Sie kann unter <https://www.kevinsheppard.com/code/matlab/mfe-toolbox> heruntergeladen werden.

delle modellierte. Verallgemeinert formuliert, werden im diskreten Zeitpunkt  $i \in \{1, \dots, T\}$  die Renditen einer Zeitreihe ( $r_i$ ) durch die Summe des bedingten Mittelwertes ( $\mu_i$ ) und der Fehler ( $e_i$ ) ausgedrückt, wobei die Fehler als das Produkt aus einer *independent and identically distributed* (iid) Zufallsvariable  $z_i$  mit  $E(z_i) = 0$  und  $Var(z_i) = 1$  und der bedingten Standardabweichung ( $h_i^{1/2}$ ) modelliert werden. Hieraus wird ersichtlich, dass die bedingte Varianz der Fehler, gegeben eine Menge an Informationen bis zum Zeitpunkt  $i-1$  ( $\mathcal{F}_{i-1}$ ), über die Zeit variieren kann, da  $E(e_i^2 | \mathcal{F}_{i-1}) = h_i$  gilt, wobei meistens  $e_i | \mathcal{F}_{i-1} \sim \mathcal{N}(0, h_i)$  angenommen wird. Die bedingten Varianzen ( $h_i$ ) - und somit die Heteroskedastizität - werden sodann als Linearkombination aus einer Konstanten  $\omega$ , den quadrierten Fehlern ( $e_{i-p}^2$  für  $p = \{1, \dots, P\}$ ) und den zugehörigen unbekanntem Parametern  $\alpha_p$  modelliert. Dabei gibt  $P$  die Anzahl an Lags an, die an vergangenen quadrierten Fehlern zur Modellierung der bedingten Varianz im Zeitpunkt  $i$  berücksichtigt werden sollen. Es gilt:

$$r_i = \mu_i + e_i \quad , \quad (5.1)$$

$$e_i = h_i^{1/2} z_i \quad , \quad (5.2)$$

$$h_i = \omega + \sum_{p=1}^P \alpha_p e_{i-p}^2 \quad . \quad (5.3)$$

Im Falle von  $P = 0$  läge ein homoskedastischer Prozess vor, weshalb zur Abbildung der Heteroskedastizität meistens  $P > 0$  gesetzt wird. Damit das ARCH( $P$ )-Modell wohldefiniert und die bedingten Varianzen hieraus positiv sind, müssen  $\omega > 0$  und  $\alpha_p \geq 0$  für  $p = \{1, \dots, P\}$  sein. Zusätzlich zeigt Milhøj (1985), dass  $\sum_{p=1}^P \alpha_p < 1$  gelten muss, damit der ARCH( $P$ )-Prozess - dessen unbedingte Varianz  $Var(e_i) = \omega / (1 - \sum_{p=1}^P \alpha_p)$  beträgt - kovarianzstationär ist (z. B. Engle, 1982; Bollerslev et al., 1992; Li et al., 2002; Jondeau et al., 2007; Verbeek, 2008).

Nachfolgend entwickelte Bollerslev (1986) die ARCH( $P$ )-Modelle zu den GARCH( $P, Q$ )-Modellen weiter, die den Vorteil besitzen, dass die Modelle weniger Lags - und somit die Schätzung weniger Parameter - benötigen. Sie ermöglichen es, die teils sehr lange Persistenz in den Varianzen zu modellieren und besitzen dabei die gleiche oder gar eine bessere Aussagekraft wie die ARCH( $P$ )-Modelle. Die Gleichung (5.3) wird hierzu um die vergangenen bedingten Varianzen ( $h_{i-q}$  für  $q = \{1, \dots, Q\}$ ) und den zugehörigen unbekanntem Parametern  $\beta_q$  erweitert.  $Q$  bezeichnet hier die Anzahl an Lags, die an vergangenen bedingten Varianzen neben den vergangenen quadrierten Fehlern bei der Modellierung der bedingten Varianzen im Zeitpunkt  $i$  berücksichtigt werden. Es gilt:

$$h_i = \omega + \sum_{p=1}^P \alpha_p e_{i-p}^2 + \sum_{q=1}^Q \beta_q h_{i-q} \quad . \quad (5.4)$$

Im Falle von  $Q = 0$  läge ein ARCH( $P$ )-Prozess und für  $P = Q = 0$  wiederum ein homoskedastischer Prozess vor. Folglich wird meist  $P > 0$  und  $Q \geq 0$  gefordert, um Heteroskedastizität abbilden zu können. Analog zum ARCH( $P$ )-Modell müssen bei dem GARCH( $P, Q$ )-Modell  $\omega > 0$ ,  $\alpha_p \geq 0$  für  $p = \{1, \dots, P\}$  und  $\beta_q \geq 0$  für  $q = \{1, \dots, Q\}$  sein,

damit das GARCH( $P, Q$ )-Modell wohldefiniert und die bedingten Varianzen positiv sind. Ebenso muss hier analog gelten, dass  $\sum_{p=1}^P \alpha_p + \sum_{q=1}^Q \beta_q < 1$ , sodass der GARCH( $P, Q$ )-Prozess kovarianzstationär ist. Die unbedingte Varianz berechnet sich hier als  $Var(e_i) = \omega / (1 - \sum_{p=1}^P \alpha_p - \sum_{q=1}^Q \beta_q)$  (z. B. Bollerslev, 1986; Bera und Higgins, 1993; Bollerslev et al., 1994; Palm, 1996; Li et al., 2002; Jondeau et al., 2007; Verbeek, 2008).

Sowohl die ARCH- als auch die GARCH-Modelle wurden seit ihrer Einführung vielfach untersucht, abgewandelt und weiterentwickelt. Eine Darstellung sämtlicher dieser Modelle würde einerseits bei Weitem den angestrebten Umfang der vorliegenden Arbeit überschreiten und andererseits auch nicht zielführend sein. Daher wird im Nachfolgenden nur auf die Modelle eingegangen, die eine konkrete Relevanz für den Untersuchungsgegenstand besitzen. So existiert bspw. eine beachtliche Anzahl an Literatur, die asymmetrische Effekte in Finanzmarktzeitreihen nachweisen konnte. Dies bedeutet, dass die Volatilität auf negative Renditen stärker als auf positive Renditen reagiert, da sie im Falle negativer Renditen stärker ansteigt. Dies bezeichnet den sogenannten *Leverage Effekt* (z. B. Palm, 1996; Jondeau et al., 2007; Schmid und Trede, 2006; Mandelbrot, 1963; Hentschel, 1995; Black, 1976; Christie, 1982; French et al., 1987). Da sich nachfolgend zeigen wird, dass auch die vorliegenden Zeitreihen nicht frei von diesen Effekten sind, soll hier kurz auf das *Glosten-Jagannathan-Runkle* (GJR) GARCH-Modell eingegangen werden (Glosten et al., 1993). Das GJR-GARCH-Modell vermag genau diesen asymmetrischen Effekt zu modellieren und orientiert sich dabei sehr stark am GARCH-Modell von Bollerslev (1986), weshalb es einen besonders intuitiven Ansatz eines asymmetrischen GARCH-Modells darstellt und nachfolgend auch leicht im multivariaten Kontext eingebunden werden kann.

Glosten et al. (1993) fügen zu diesem Zweck dem GARCH( $P, Q$ )-Modell von Bollerslev (1986) einen weiteren unbekannt Parameter ( $\gamma_o$ ) hinzu, der es ermöglicht, den zusätzlichen Effekt auf die bedingte Varianz im Zeitpunkt  $i$  (sprich auf  $h_i$ ) zu messen, der im Falle eines negativen Fehlers im Zeitpunkt  $i - o$  für  $o = \{1, \dots, O\}$  (sprich  $e_{i-o}$ ) entsteht bzw. entstehen kann.  $O$  bezeichnet folglich die Anzahl an Lags, für die der asymmetrische Effekt mit einfließen soll. Damit der Effekt nur im Falle eines negativen Fehlers Berücksichtigung findet, wird die Indikatorfunktion  $\mathcal{I}_{e_{i-o} < 0}$  gemäß

$$\mathcal{I}_{e_{i-o} < 0} = \begin{cases} 1 & \text{wenn } e_{i-o} < 0 \text{ ,} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (5.5)$$

verwendet. Das resultierende GJR-GARCH( $P, O, Q$ )-Modell lautet dementsprechend:

$$h_i = \omega + \sum_{p=1}^P \alpha_p e_{i-p}^2 + \sum_{o=1}^O \gamma_o e_{i-o}^2 \mathcal{I}_{e_{i-o} < 0} + \sum_{q=1}^Q \beta_q h_{i-q} \text{ .} \quad (5.6)$$

Für  $O = 0$  reduziert sich das asymmetrische GJR-GARCH( $P, O, Q$ )-Modell von Glosten et al. (1993) zum stets symmetrischen GARCH( $P, Q$ )-Modell von Bollerslev (1986) (z. B. Glosten et al., 1993; Bollerslev et al., 1994; Jondeau et al., 2007). Entsprechend den vorherigen Ausführungen gilt hier  $P > 0$ ,  $O \geq 0$  und  $Q \geq 0$ . In Anlehnung an die Vorgän-

germodelle muss  $\omega > 0$ ,  $\alpha_p \geq 0$  für  $p = \{1, \dots, P\}$ ,  $\alpha_o + \gamma_o > 0$  für  $o = \{1, \dots, O\}$  sowie  $\beta_q \geq 0$  für  $q = \{1, \dots, Q\}$  gelten, damit das Modell wohldefiniert und die bedingten Varianzen positiv sind. Ferner liegt nur dann Kovarianzstationarität vor, wenn  $\sum_{p=1}^P \alpha_p + \sum_{o=1}^O \frac{1}{2} \gamma_o + \sum_{q=1}^Q \beta_q < 1$  erfüllt wird, wobei die unbedingte Varianz  $Var(e_i) = \omega / (1 - \sum_{p=1}^P \alpha_p - \sum_{o=1}^O \frac{1}{2} \gamma_o - \sum_{q=1}^Q \beta_q)$  beträgt (Hentschel, 1995; Jondeau et al., 2007).<sup>41</sup>

### 5.1.2 Multivariate GARCH-Modelle

Die multivariaten GARCH-Modelle wurden entwickelt, um bei der Analyse von mehreren Zeitreihen auch deren Zusammenhänge bzw. Abhängigkeiten und teilweise sogar deren Korrelationen abbilden zu können. Die multivariaten GARCH-Modelle modellieren somit neben den jeweiligen bedingten Varianzen der einzelnen Zeitreihen auch die bedingten Kovarianzen zwischen diesen Zeitreihen (z. B. Bollerslev, 1990; Bera und Higgins, 1993; Engle, 2002; Bauwens et al., 2006; Silvennoinen und Teräsvirta, 2009; Virbickaite et al., 2015). Da in der vorliegenden Arbeit immer jeweils die Korrelationen zwischen jeweils zwei Zeitreihen - dem DAX und einem der Edelmetalle - von Interesse ist, um hieraus die Eigenschaft als Hedge bzw. Safe Haven abzuleiten, werden die multivariaten GARCH-Modelle hier nur in bivariater Form betrachtet. Sämtliche Ausführungen lassen sich aber auf die multivariate Form übertragen.

Die bedingten Varianzen der Fehler zweier Zeitreihen im Zeitpunkt  $i$  ( $h_{11,i}$  und  $h_{22,i}$ ) und die bedingten Kovarianzen der Fehler im Zeitpunkt  $i$  ( $h_{12,i}$ ) werden in der symmetrischen Varianz-Kovarianz-Matrix der Fehler ( $\mathbf{H}_i$ ) zusammengefasst:

$$\mathbf{H}_i = \begin{pmatrix} h_{11,i} & h_{12,i} \\ h_{12,i} & h_{22,i} \end{pmatrix}.$$

Im Zeitpunkt  $i$  werden die (bivariaten) Renditen der Zeitreihen  $\mathbf{r}_i$  analog zum univariaten Fall durch die Summe der (bivariaten) bedingten Mittelwerte  $\boldsymbol{\mu}_i$  und der (bivariaten) Fehler  $\mathbf{e}_i$  berechnet, wobei  $\mathbf{r}_i$ ,  $\boldsymbol{\mu}_i$  und  $\mathbf{e}_i$  jeweils  $2 \times 1$ -Vektoren mit

$$\mathbf{r}_i = \begin{pmatrix} r_{1,i} \\ r_{2,i} \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\mu}_i = \begin{pmatrix} \mu_{1,i} \\ \mu_{2,i} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{e}_i = \begin{pmatrix} e_{1,i} \\ e_{2,i} \end{pmatrix}$$

darstellen. Die Fehler  $\mathbf{e}_i$  ergeben sich dann aus dem Produkt von  $\mathbf{H}_i^{1/2}$  und den (bivariaten) Fehlern  $\mathbf{z}_i$ , mit

$$\mathbf{z}_i = \begin{pmatrix} z_{1,i} \\ z_{2,i} \end{pmatrix},$$

gemäß:

<sup>41</sup>Vgl. hierzu auch den MATLAB-Code der Funktion *tarch.m* aus der frei verfügbaren Oxford MFE-Toolbox von Kevin Sheppard.

$$\mathbf{r}_i = \boldsymbol{\mu}_i + \mathbf{e}_i, \quad (5.7)$$

$$\mathbf{e}_i = \mathbf{H}_i^{1/2} \mathbf{z}_i. \quad (5.8)$$

Dabei beschreibt  $\mathbf{H}_i^{1/2}$  eine positiv definite  $2 \times 2$ -Matrix, sodass  $\mathbf{H}_i$  die bedingte Varianz-Kovarianz-Matrix darstellt.  $\mathbf{H}_i^{1/2}$  kann bspw. durch die Cholesky-Zerlegung von  $\mathbf{H}_i$  ermitelt werden.  $\mathbf{z}_i$  ist ein  $2 \times 1$ -Vektor von iid Zufallsvariablen mit  $E(\mathbf{z}_i) = 0$  und  $Var(\mathbf{z}_i) = \mathbf{I}$ , wobei  $\mathbf{I}$  die  $2 \times 2$ -Identitätsmatrix beschreibt. Somit können die bedingten Varianz-Kovarianz-Matrizen der Fehler gegeben eine Menge an Informationen bis zum Zeitpunkt  $i-1$  ( $\mathcal{F}_{i-1}$ ) über die Zeit variieren, da  $E(\mathbf{e}_i \mathbf{e}_i' | \mathcal{F}_{i-1}) = \mathbf{H}_i$  unter der Annahme von  $\mathbf{e}_i | \mathcal{F}_{i-1} \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{H}_i)$  gilt (Scherrer und Ribarits, 2007; Bauwens et al., 2006; Virbickaite et al., 2015; Bollerslev et al., 1988, 1992).

Wie im Falle der univariaten GARCH-Modelle haben sich auch im Falle der multivariaten GARCH-Modelle im Laufe der Jahre eine Vielzahl von verschiedenen Modellvarianten entwickelt, mit denen sich die bedingten Varianz-Kovarianz-Matrizen modellieren lassen. Am weitesten verbreitet sind dabei u. a. das sogenannte *Vech*-GARCH-Modell<sup>42</sup> von Kraft und Engle (1982) und Bollerslev et al. (1988), das *Baba-Engle-Kraft-Kroner* (BEKK) GARCH-Modell von Engle und Kroner (1995), das *Constant Conditional Correlation* (CCC) GARCH-Modell von Bollerslev (1990) sowie das *Dynamic Conditional Correlation* (DCC) GARCH-Modell von Engle (2002). Trotz der allgemeinen Anerkennung dieser Modelle in der einschlägigen Literatur (z. B. Bauwens et al., 2006; Silvennoinen und Teräsvirta, 2009; Virbickaite et al., 2015; Bollerslev et al., 1994) sind diese Modelle nicht gleichermaßen geeignet, um die hier zu untersuchende Fragestellung adäquat zu beantworten. Deshalb werden im Folgenden nur die Modelle explizit erläutert, die auch tatsächlich in Frage kommen, während für die anderen Modelle nur kurz dargestellt wird, warum sie hier als ungeeignet eingestuft werden.

So ist bspw. das Vech-GARCH-Modell - sowohl in der allgemeinen als auch in der diagonalen Form - nicht geeignet, da die hierdurch modellierten bedingten Varianz-Kovarianz-Matrizen in den Zeitpunkten  $i$  ( $\mathbf{H}_i$ ) nicht zwingend positiv definit bzw. semidefinit sind (Gourieroux, 1997; Tsay, 2005; Bauwens et al., 2006; Silvennoinen und Teräsvirta, 2009; Jondeau et al., 2007; Virbickaite et al., 2015). Dies muss aber notwendigerweise für Varianz-Kovarianz-Matrizen gelten (Bollerslev et al., 1994; Jondeau et al., 2007), wie auch der Beweis in Appendix C.1 zeigt. Geeignete Modelle müssen folglich sicherstellen, dass die modellierten bedingten Varianz-Kovarianz-Matrizen positive Semidefinitheit aufweisen, wobei oftmals davon gesprochen wird, dass die bedingten Varianz-Kovarianz-Matrizen positiv definit und nicht nur positiv *semidefinit* wären (z. B. Bollerslev et al., 1994; Gourieroux, 1997; Davidson und MacKinnon, 2004, Kap. 3.4; Bera und Higgins, 1993; Engle und Kroner, 1995; Engle, 2002). Dies kann dadurch erklärt werden, dass es bei der Analyse empirischer Daten so gut wie nie vorkommen dürfte, dass eine perfekte Korrelation oder bedingte Varianzen von null vorliegen. Somit gilt de facto nie  $\rho = 1$  oder  $h_{11}, h_{22} = 0$ . Daraus folgt, dass

<sup>42</sup>Das Vech-GARCH-Modell erhielt seinen Namen wegen der darin implementierten Vektorisierung der unteren Dreiecksmatrix der bedingten Varianz-Kovarianz-Matrix.

die Eigenwerte strikt größer null und die bedingten Varianz-Kovarianz-Matrizen positiv definit sind.

Im Gegensatz zum Vech-GARCH-Modell sind bei dem BEKK-GARCH-Modell die bedingten Varianz-Kovarianz-Matrizen so modelliert, dass sie automatisch positiv definit sind. Jedoch erhöht sich dadurch die Komplexität des zu schätzenden BEKK-GARCH-Modells - sowohl in der allgemeinen als auch in der diagonalen Form - im Vergleich zu anderen Ansätzen so stark (Bauwens et al., 2006; Silvennoinen und Teräsvirta, 2009; Jondeau et al., 2007; Virbickaite et al., 2015), dass dieses Modell in der vorliegenden Arbeit nicht weiter verwendet wird. Dies ist aber auch darin begründet, dass sich gezeigt hat, dass diese Modelle trotz der erhöhten Komplexität und der damit einhergehenden höheren erforderlichen Rechenleistung nicht zwingend zu besseren Ergebnissen - im Sinne von besser passenden Modellen - führen. Ferner beinhaltet das BEKK-GARCH-Modell - genau wie das Vech-GARCH-Modell - keinen Koeffizienten, über den sich direkt eine Aussage bzgl. der Korrelation und damit bzgl. der Eigenschaften als Diversifier, Hedge oder Safe Haven treffen ließe. Ein multivariates GARCH-Modell, das eben dies vermag und dabei positiv definite bedingte Varianz-Kovarianz-Matrizen erzeugt und sogar eine geringere Rechenleistung als das Vech- und das BEKK-GARCH-Modell benötigt, ist das CCC-GARCH-Modell von Bollerslev (1990) (Bollerslev, 1990; Bauwens et al., 2006; Silvennoinen und Teräsvirta, 2009).

Die Modellierung eines CCC-GARCH-Modells lässt sich in zwei Schritte unterteilen. Im ersten Schritt werden jeweils die bedingten Varianzen der univariaten Zeitreihen und im zweiten Schritt darauf aufbauend die bedingten Kovarianzen zwischen den Zeitreihen modelliert. Die bedingten Varianzen lassen sich dementsprechend, wie in Kapitel 5.1.1 beschrieben, modellieren, sodass sie sowohl in symmetrischer Form (CCC-GARCH( $P, Q$ )-Modell) als auch in asymmetrischer Form (CCC-GARCH( $P, O, Q$ )-Modell) vorliegen können. Da die asymmetrische Form die symmetrische Form mit einschließt, wird das CCC-GARCH-Modell im Folgenden in asymmetrischer - sowie weiterhin bivariater - Form dargestellt.

Die bedingten Varianz-Kovarianz-Matrizen des CCC-GARCH( $P, O, Q$ )-Modells in den Zeitpunkten  $i$  werden gemäß

$$\mathbf{H}_i = \mathbf{D}_i \mathbf{R} \mathbf{D}_i \quad (5.9)$$

modelliert, wobei  $\mathbf{D}_i$  für die Diagonalmatrix der bedingten Standardabweichungen im Zeitpunkt  $i$  und  $\mathbf{R}$  für die konstante bedingte Korrelationsmatrix stehen:

$$\mathbf{D}_i = \begin{pmatrix} \sqrt{h_{11,i}} & 0 \\ 0 & \sqrt{h_{22,i}} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{pmatrix} .$$



$\rho$  beschreibt dabei den Korrelationskoeffizienten der beiden Zeitreihen, wobei  $\rho \in [-1, 1]$  gilt. Die bedingten Varianzen und Kovarianzen lassen sich in Anlehnung an Kapitel 5.1.1 auch wie folgt schreiben:

$$\begin{aligned} h_{11,i} &= \omega_{11} + \sum_{p=1}^P \alpha_{11,p} e_{1,i-p}^2 + \sum_{o=1}^O \gamma_{11,o} e_{1,i-o}^2 \mathcal{I}_{e_{1,i-o} < 0} + \sum_{q=1}^Q \beta_{11,q} h_{11,i-q} , \\ h_{12,i} &= \rho \sqrt{h_{11,i} h_{22,i}} , \\ h_{22,i} &= \omega_{22} + \sum_{p=1}^P \alpha_{22,p} e_{2,i-p}^2 + \sum_{o=1}^O \gamma_{22,o} e_{2,i-o}^2 \mathcal{I}_{e_{2,i-o} < 0} + \sum_{q=1}^Q \beta_{22,q} h_{22,i-q} . \end{aligned}$$

Für  $j = 1, 2$  bilden  $e_{j,i-p}^2$  für  $p = \{1, \dots, P\}$  bzw.  $e_{j,i-o}^2$  für  $o = \{1, \dots, O\}$  die (bivariaten) quadrierten Fehler im Zeitpunkt  $i$  mit Lag  $p$  bzw.  $o$ . Die (bivariaten) bedingten Varianzen im Zeitpunkt  $i$  mit Lag  $q$  werden durch  $h_{jj,i-q}$  für  $q = \{1, \dots, Q\}$  und  $j = 1, 2$  beschrieben.  $\mathcal{I}_{e_{j,i-o} < 0}$  für  $o = \{1, \dots, O\}$  charakterisiert für  $j = 1, 2$  die (bivariate) Indikatorfunktion, welche für  $e_{j,i-o} < 0$  den Wert eins und ansonsten den Wert null annimmt. Für  $j = 1, 2$  stellen zudem  $\omega_{jj}$ ,  $\alpha_{jj,p}$  für  $p = \{1, \dots, P\}$ ,  $\gamma_{jj,o}$  für  $o = \{1, \dots, O\}$  sowie  $\beta_{jj,q}$  für  $q = \{1, \dots, Q\}$  die jeweils zugehörigen unbekanntenen (bivariaten) Parameter dar.

Die bedingten Kovarianzen werden aus den bedingten Varianzen, die im ersten Schritt modelliert wurden, und dem Korrelationskoeffizienten  $\rho$  berechnet. Die bedingten Varianz-Kovarianz-Matrizen sind hier genau dann positiv definit, wenn 1) die bedingten Varianzen wohl definiert und positiv und 2) die bedingte Korrelationsmatrix positiv definit sind. Für ersteres lassen sich die gleichen Bedingungen wie im univariaten Fall aufstellen, sodass die bedingten Varianzen wohl definiert und positiv sind, wenn für  $j = 1, 2$  gilt, dass  $\omega_{jj} > 0$ ,  $\alpha_{jj,p} \geq 0$  für  $p = \{1, \dots, P\}$ ,  $\alpha_{jj,o} + \gamma_{jj,o} > 0$  für  $o = \{1, \dots, O\}$  sowie  $\beta_{jj,q} \geq 0$  für  $q = \{1, \dots, Q\}$  (Bollerslev, 1990; Bera und Higgins, 1993; Bauwens et al., 2006; Silvennoinen und Teräsvirta, 2009; Virbickaite et al., 2015; Jondeau et al., 2007). Die positive Definitheit (Semidefinitheit) der bedingten Korrelationsmatrix ergibt sich, da sich zeigen lässt, dass die Eigenwerte für  $\rho \in (-1, 1)$  größer null (für  $\rho \in [-1, 1]$  größer oder gleich null) sind. Da eine perfekte - negative wie positive - Korrelation in der Realität wiederum de facto nicht vorkommt, kann von positiver Definitheit ausgegangen werden. Für den Beweis der positiven (Semi-) Definitheit der bedingten Korrelationsmatrix sei auf Appendix C.2 verwiesen.

Die konstante bedingte Korrelationsmatrix  $\mathbf{R}$  wird mittels

$$\mathbf{R} = \text{diag}(\bar{\mathbf{Q}})^{-1/2} \cdot \bar{\mathbf{Q}} \cdot \text{diag}(\bar{\mathbf{Q}})^{-1/2} \quad (5.10)$$

geschätzt, sodass

$$\rho = \frac{\bar{q}_{12}}{\sqrt{\bar{q}_{11}\bar{q}_{22}}} , \quad (5.11)$$

mit

$$\bar{\mathbf{Q}} = \begin{pmatrix} \bar{q}_{11} & \bar{q}_{12} \\ \bar{q}_{12} & \bar{q}_{22} \end{pmatrix},$$

gilt. Hierbei steht *diag* für eine Diagonalmatrix und  $\bar{\mathbf{Q}}$  für die unbedingte Varianz-Kovarianz-Matrix des Vektors  $\boldsymbol{\xi}_i$  der standardisierten Fehler im Zeitpunkt  $i$  (Bollerslev, 1990; Engle, 2002; Jondeau et al., 2007),<sup>43</sup> sodass

$$\bar{\mathbf{Q}} = Cov(\boldsymbol{\xi}) , \quad (5.12)$$

mit

$$\boldsymbol{\xi}_i = \begin{pmatrix} \xi_{1,i} \\ \xi_{2,i} \end{pmatrix} .$$

Die Einträge der unbedingten Varianz-Kovarianz-Matrix der standardisierten Fehler werden dabei unter der Annahme unbedingter Mittelwerte von null wie folgt berechnet:<sup>44</sup>

$$\begin{aligned} \bar{q}_{11} &= Var(\xi_1) = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \xi_{1,i}^2 = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \left( \frac{e_{1,i}}{\sqrt{h_{11,i}}} \right)^2 , \\ \bar{q}_{12} &= Cov(\xi_1, \xi_2) = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \xi_{1,i} \xi_{2,i} = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \left( \frac{e_{1,i}}{\sqrt{h_{11,i}}} \frac{e_{2,i}}{\sqrt{h_{22,i}}} \right) , \\ \bar{q}_{22} &= Var(\xi_2) = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \xi_{2,i}^2 = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \left( \frac{e_{2,i}}{\sqrt{h_{22,i}}} \right)^2 . \end{aligned}$$

In der Matrix  $\boldsymbol{\Xi}_i$ , mit

$$\boldsymbol{\Xi}_i = \begin{pmatrix} \xi_{1,i}^2 & \xi_{1,i} \xi_{2,i} \\ \xi_{1,i} \xi_{2,i} & \xi_{2,i}^2 \end{pmatrix} ,$$

lassen sich die standardisierten Fehler im Zeitpunkt  $i$  zusammenfassen. Sie wird gemäß

$$\boldsymbol{\Xi}_i = \mathbf{D}_i^{-1} \mathbf{E}_i \mathbf{D}_i^{-1} \quad (5.13)$$

mithilfe der Matrix der Fehler im Zeitpunkt  $i$

$$\mathbf{E}_i = \begin{pmatrix} e_{1,i}^2 & e_{1,i} e_{2,i} \\ e_{1,i} e_{2,i} & e_{2,i}^2 \end{pmatrix}$$

ermittelt.

Im Zuge der Berechnung der bedingten Varianzen werden Werte für Zeitpunkte benötigt, die vor dem ersten Betrachtungszeitpunkt liegen - d. h. für  $i < 1$ . So werden bspw.

<sup>43</sup>Vgl. hierzu auch den MATLAB-Code der Funktion *ccc\_mvlgarch.m* aus der frei verfügbaren Oxford MFE-Toolbox von Kevin Sheppard.

<sup>44</sup>An dieser Stelle sei angemerkt, dass es fraglich ist, ob die Bezeichnung als konstante *bedingte* Korrelationsmatrix  $\mathbf{R}$  treffend oder eher irreführend ist, da sie letztlich durch die *unbedingte* Korrelationsmatrix der standardisierten Fehler geschätzt wird.

zur Berechnung von  $h_{jj,1}$  für  $j \in \{1, 2\}$  Werte für  $h_{jj,0}$  und  $e_{j,0}^2$  benötigt. Gemäß der MATLAB Oxford MFE-Toolbox von Kevin Sheppard werden für den symmetrischen Teil des CCC-GARCH-Modells ( $\alpha_{jj,p}e_{j,i-p}^2$ ) für alle Werte der quadrierten Fehler, die vor dem ersten Betrachtungszeitpunkt liegen, einheitlich die arithmetischen Mittel der quadrierten Fehler des gesamten Beobachtungszeitraums verwendet. Für den asymmetrischen Teil ( $\gamma_{jj,o}e_{j,i-o}^2\mathcal{I}_{e_{j,i-o}<0}$ ) wird dagegen nur die Hälfte des arithmetischen Mittels der quadrierten Fehler des gesamten Beobachtungszeitraums für die Zeitpunkte, die vor dem ersten Betrachtungszeitpunkt liegen, angesetzt. Es gilt folglich für alle  $i < 1$  und  $j \in \{1, 2\}$ :

$$e_{j,i<1}^2 = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T e_{j,i}^2, \quad (5.14)$$

$$e_{j,i<1}^2 \mathcal{I}_{e_{j,i-o}<0} = \frac{1}{2} \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T e_{j,i}^2. \quad (5.15)$$

Für die bedingten Varianzen, die vor dem ersten Betrachtungszeitpunkt liegen, wird einheitlich eine Art umgedrehter, exponentieller Filter ( $b_j$ ) für  $j \in \{1, 2\}$  auf die quadrierten Fehler der ersten  $m$  Zeitpunkte des gesamten Beobachtungszeitraums angewendet, sofern der umgedrehte, exponentielle Filter nicht null ist. In diesem Falle werden auch hier die arithmetischen Mittel der quadrierten Fehler des gesamten Beobachtungszeitraums verwendet. Formal lassen sich die bedingten Varianzen für  $i < 1$  und  $j \in \{1, 2\}$  als

$$h_{jj,i<1} = \begin{cases} e_{j,i<1}^2 & \text{wenn } b_j = 0 \\ b_j & \text{sonst} \end{cases}, \quad (5.16)$$

schreiben, wobei

$$b_j = \sum_{i=1}^{m+1} \left( \frac{0,05 \cdot 0,9^{i-1}}{\sum_{i=1}^{m+1} 0,05 \cdot 0,9^{i-1}} e_{j,i}^2 \right) \quad (5.17)$$

den umgedrehten, exponentiellen Filter, mit

$$m = \max \left( \lfloor \sqrt{T} \rfloor, 1 \right), \quad (5.18)$$

darstellt.<sup>45</sup>

Die größte Kritik am CCC-GARCH-Modell besteht darin, dass diverse Untersuchungen gezeigt haben, dass die Annahme einer konstanten bedingten Korrelation bzw. Korrelationsmatrix nicht realistisch sei. Dies führte zur Entwicklung des DCC-GARCH-Modells, das eine direkte Weiterentwicklung des CCC-GARCH-Modells darstellt und dabei eine dynamische bedingte Korrelation bzw. Korrelationsmatrix ermöglicht, ohne dass gleichzeitig die Komplexität zu sehr erhöht wird (Bera und Higgins, 1993; Engle, 2002; Christodoulakis

<sup>45</sup>Vgl. hierzu auch den MATLAB-Code der Funktionen *ccc\_mvlgarch.m*, *dcc\_fit\_variance.m*, *tarch.m*, *tarch\_likelihood.m* und *tarch\_core.m* aus der frei verfügbaren Oxford MFE-Toolbox von Kevin Sheppard.

und Satchell, 2002; Tse und Tsui, 2002; Bauwens et al., 2006; Silvennoinen und Teräsvirta, 2009). D.h. die bedingten Varianz-Kovarianzen-Matrizen in den Zeitpunkten  $i$  werden als

$$\mathbf{H}_i = \mathbf{D}_i \mathbf{R}_i \mathbf{D}_i \quad (5.19)$$

berechnet, wobei die Dynamik der bedingten Korrelationsmatrizen  $\mathbf{R}_i$ , mit

$$\mathbf{R}_i = \begin{pmatrix} 1 & \rho_i \\ \rho_i & 1 \end{pmatrix},$$

durch

$$\mathbf{R}_i = \text{diag}(\mathbf{Q}_i)^{-1/2} \cdot \mathbf{Q}_i \cdot \text{diag}(\mathbf{Q}_i)^{-1/2} \quad (5.20)$$

ermittelt werden. Dabei ergibt sich  $\rho_i$  für  $\rho_i \in [-1, 1]$  als

$$\rho_i = \frac{q_{12,i}}{\sqrt{q_{11,i}q_{22,i}}}, \quad (5.21)$$

wobei

$$\mathbf{Q}_i = (1 - \delta_1 - \delta_2)\mathbf{R} + \delta_1\mathbf{\Xi}_{i-1} + \delta_2\mathbf{Q}_{i-1}, \quad (5.22)$$

mit

$$\mathbf{Q}_i = \begin{pmatrix} q_{11,i} & q_{12,i} \\ q_{12,i} & q_{22,i} \end{pmatrix},$$

gilt.  $\mathbf{R}$  beschreibt hier weiterhin die konstante bedingte Korrelationsmatrix, welche durch die unbedingte Korrelationsmatrix der standardisierten Fehler geschätzt wird, auch wenn manche Autoren stattdessen  $\bar{\mathbf{Q}}$  - d. h. die unbedingte Varianz-Kovarianz-Matrix der standardisierten Fehler - verwenden.  $\delta_1$  und  $\delta_2$  stellen unbekannte Parameter zur Justierung der dynamischen bedingten Korrelationen des DCC-GARCH-Modells dar. Damit die dynamischen bedingten Korrelationsmatrizen positiv definit sind, wird angenommen, dass für die unbekannt Parameter  $\delta_1, \delta_2 \in [0, 1]$  und  $\delta_1 + \delta_2 \leq 1$  gilt. Hierdurch und aufgrund der positiv definiten Matrix  $\mathbf{R}$  und der positiv semidefiniten Matrizen  $\mathbf{\Xi}_i$  sind die Matrizen  $\mathbf{Q}_i$  selbst auch positiv definit (Engle, 2002; Bauwens et al., 2006; Jondeau et al., 2007; Silvennoinen und Teräsvirta, 2009; Virbickaite et al., 2015).<sup>46</sup> Die positive Semidefinitheit von  $\mathbf{\Xi}_i$  zeigt der Beweis in Appendix C.3.

Für die Zeitpunkte, die vor dem ersten Betrachtungszeitpunkt liegen, werden die Werte für die quadrierten Fehler und die bedingten Varianzen analog zum CCC-GARCH-Modell berechnet. Für  $\mathbf{Q}_i$  berechnen sich die Werte für  $i < 1$  gemäß der MATLAB Oxford MFE-

<sup>46</sup>Vgl. hierzu auch den MATLAB-Code der Funktion *dcc.m* aus der frei verfügbaren Oxford MFE-Toolbox von Kevin Sheppard.

Toolbox von Kevin Sheppard mithilfe eines umgekehrten, exponentiellen Filters auf die standardisierten Fehler. An dieser Stelle werden nur die Werte für  $i = 0$  betrachtet, sodass

$$\mathbf{Q}_0 = (1 - \delta_1 - \delta_2) \mathbf{R} + (\delta_1 + \delta_2) \mathbf{b}_Q \quad (5.23)$$

gilt, wobei sich  $\mathbf{b}_Q$  als

$$\mathbf{b}_Q = \sum_{i=1}^{m+1} \left( \frac{0,06 \cdot 0,94^{i-1}}{\sum_{i=1}^{m+1} 0,06 \cdot 0,94^{i-1}} \boldsymbol{\Xi}_i \right), \quad (5.24)$$

mit

$$m = \lfloor \sqrt{T} \rfloor, \quad (5.25)$$

ergibt.

Im nächsten Kapitel werden im Zuge der konkreten Modellauswahl verschiedene Ausgestaltungsformen der beschriebenen multivariaten GARCH-Modelle betrachtet. Hierbei werden nur noch die CCC- und DCC-GARCH-Modelle betrachtet, da diese - wie bereits erörtert - weniger Rechenleistung benötigen und auch ohne zusätzliche Annahmen zu positiv definiten Varianz-Kovarianz-Matrizen führen. Die CCC-GARCH-Modelle liefern zudem für jede identifizierte Marktphase einen konstanten Korrelationskoeffizienten.

## 5.2 Modellauswahl aus der Familie der GARCH-Modelle

Bei der Auswahl des konkreten GARCH-Modells, das letztendlich zur Beantwortung der Forschungsfrage verwendet werden soll, ist es wichtig, die richtige Balance zwischen einem Modell, das möglichst gut an die Zeitreihen angepasst ist, und einem Modell, das möglichst sparsam hinsichtlich der Anzahl zu schätzender Parameter ist, zu finden. Eine verlässliche Möglichkeit das am besten passende Modell diesbezüglich auszuwählen, besteht in der Verwendung des konservativen *Bayesian Information Criteria* (BIC) von Schwarz (1978). Dazu werden mehrere Modelle in unterschiedlichen Ausprägungen geschätzt und danach das Modell mit dem kleinsten BIC verwendet, was der Minimierung des Schätzfehlers entspricht. Hiervon kann in Einzelfällen abgewichen werden, wenn die Unterschiede in den Werten der BICs sehr klein sind. Das BIC besitzt - bspw. gegenüber dem *Akaike Information Criterion* (AIC) von Akaike (1973) - den Vorteil, dass es eher sparsamere Modelle identifiziert, indem es eine höhere Anzahl an Parametern stärker bestraft und somit die Identifizierung von präziseren Schätzern bzw. von Schätzern mit einer geringeren Varianz erlaubt. Das AIC neigt demgegenüber dazu, überparametrisierte Modelle auszuwählen. Darüber hinaus ist das BIC konsistent, sodass es bei Zeitreihen, deren Beobachtungen gegen unendlich gehen, das wahre Modell auswählt. Dies bedeutet auch, dass das BIC insbesondere bei längeren Zeitreihen - wie sie hier bspw. für Tagesdaten vorliegen - besser als das AIC zur Modellauswahl geeignet ist. Mills und Prasad (1992) konnten dies in einer umfangreichen Untersuchung zeigen (Kähler, 2012; Claeskens und Hjort, 2008; Verbeek,

2008; Davidson und MacKinnon, 2004; Fahrmeir et al., 2007; Schmid und Trede, 2006; Burnham und Anderson, 2010; Akaike, 1973, 1974; Schwarz, 1978).

Darüber hinaus wird angestrebt nach Möglichkeit ein einziges Modell zu finden, welches für die Analyse aller zu betrachtenden Kombinationen aus dem DAX und den verschiedenen Edelmetallen, den verschiedenen Frequenzen und den verschiedenen Marktphasen geeignet ist. Diese Zielsetzung ergibt sich vor allem daraus, dass bspw. bei einer minimalen Veränderung einer Marktphase u. U. ein anderes Modell marginal besser als das ursprünglich identifizierte Modell für die ursprüngliche Marktphase passt. Wenn bereits bei geringfügigen Variationen in der Datenbasis eine Vielzahl an Modellen neu geschätzt und verglichen werden muss, um das am besten passende Modell zu finden, erschwert dies sowohl eine leichte Replizierbarkeit der Resultate als auch die Übertragbarkeit der Resultate auf andere Daten. Findet sich ein Modell, das in den meisten Fällen - bspw. in 90% der Fälle - am besten passt, so dürfte es auch noch bei leichten Variationen der Daten vergleichsweise gut oder sogar am besten passen. Ein solches Modell wird daher als besonders praktikabel und die resultierenden Ergebnisse gleichzeitig als verlässlich angesehen.

Um mithilfe des BIC das passende GARCH-Modell auszuwählen, ist es zunächst erforderlich, GARCH-Modelle in unterschiedlichen Ausprägungen aufzustellen und zu schätzen. Die möglichen Ausprägungen und deren Kombinationsmöglichkeiten würde jedoch selbst bei der Konzentration auf CCC- und DCC-GARCH-Modelle zu einer immensen Anzahl an Modellen führen, die geschätzt werden müssten. Das Schätzen von (fast) allen erdenklichen Modellen ist aber nicht zielführend, sodass es angemessener ist, die zu schätzenden Modelle von vornherein sinnvoll einzugrenzen (Burnham und Anderson, 2004; Claeskens und Hjort, 2008; Zucchini, 2000). In der Praxis hat sich gezeigt, dass in vielen Fällen für einzelne Zeitreihen (univariate) GARCH(1,0,1)-Modelle sehr gut passen und eine größere Anzahl an Lags nicht notwendig ist, wobei ein asymmetrisches GARCH(1,1,1)-Modell bei einem vorliegenden Leverage Effekt u. U. bevorzugt werden sollte (Verbeek, 2008; Bera und Higgins, 1993; Schmitt, 2012; Hansen und Lunde, 2005; Schmid und Trede, 2006; Jondeau et al., 2007). Daher werden auch hier für den multivariaten Fall zunächst CCC- und DCC-GARCH(1,0,1)-Modelle - die Lags betragen entsprechend  $P = 1$ ,  $O = 0$  und  $Q = 1$  - als Ausgangssituation bei der Modellauswahl verwendet und ausgehend davon geprüft, ob komplexere Modelle - wie insbesondere asymmetrische Modelle - besser geeignet sind.

Bevor diese Modelle im Nachfolgenden variiert werden, werden sie zunächst mit einem univariaten GARCH-Modell verglichen. Einerseits kann dadurch untersucht werden, ob die multivariaten GARCH-Modelle tatsächlich besser als die univariaten GARCH-Modelle passen und somit die zuvor getroffene Annahme bestätigt werden kann. Andererseits finden sich CCC- und DCC-GARCH-Modelle kaum in der Basisliteratur aus Kapitel 2 wieder. Der Großteil der Basisliteratur - namentlich Baur und Lucey (2010), Baur und McDermott (2010), Hillier et al. (2006), Low et al. (2016), Arouri et al. (2012), Hood und Malik (2013), Lucey und Li (2015) und Beckmann et al. (2015) - verwenden eine Form eines univariaten GARCH-Modells. Dieses sieht in der Grundform vor, dass die Renditen eines Edelmetalls im Zeitpunkt  $i$  ( $r_{PM,i}$  für  $PM \in \{Au, Ag, Pt, Pd\}$ ) in einer einfachen linearen

Regression durch die Renditen des DAX im Zeitpunkt  $i$  ( $r_{DAX,i}$ ) erklärt werden, wobei die Fehler einem univariaten GARCH(1,0,1)-Modell folgen.  $a$  beschreibt hierbei den Intercept-Parameter und  $b$  den Steigungsparameter der einfachen linearen Regression. Es gilt:

$$r_{PM,i} = a + b \cdot r_{DAX,i} + e_i \quad , \quad (5.26)$$

$$e_i = h_i^{1/2} z_i \quad , \quad (5.27)$$

$$h_i = \omega + \alpha_1 e_{i-1}^2 + \beta_1 h_{i-1} \quad . \quad (5.28)$$

Die genaue Ausgestaltung dieses Modells variiert in den unterschiedlichen Untersuchungen. Teilweise werden dem linearen Regressionsmodell Variablen hinzugefügt, die bspw. Perioden hoher und niedriger Volatilität oder Asymmetrien in den Effekten von positiven und negativen Schocks berücksichtigen, teilweise werden aber auch andere Varianten eines univariaten GARCH-Modells als das GARCH(1,0,1)-Modell genutzt. Nur wenige Autoren verwenden dagegen multivariate GARCH-Modelle und verzichten dann bspw. auf die CCC-GARCH-Modelle. So nutzen Coudert und Raymond-Feingold (2011) eine Variante des Vech-GARCH-Modells und Ciner et al. (2013) eine Variante des DCC-GARCH-Modells. Warum sich für welches Modell entschieden wurde bzw. wie die Modellauswahl erfolgt ist, wird in der Regel nicht weiter kommentiert.

In der vorliegenden Arbeit werden im ersten Schritt der Modellauswahl das soeben aufgeführte univariate GARCH(1,0,1)-Modell mit den multivariaten CCC- und DCC-GARCH(1,0,1)-Modellen verglichen, wobei für Letztere zunächst jeweils ein bedingter Erwartungswert von null angenommen wird. Für jede dieser drei Modellvarianten wird für jede der vier Kombinationen aus dem DAX und einem Edelmetall, für jede der drei Frequenzen und für jede der elf zu untersuchenden Marktphasen eine Modellschätzung durchgeführt. Die elf Marktphasen bestehen aus der gesamten Zeitreihe, den identifizierten drei Bullen- und zwei Bärenmärkten sowie den identifizierten drei stabilen und zwei volatilen Marktphasen. Hieraus resultieren für jede der drei Modellvarianten jeweils 132 zu schätzende Modelle. Der Vergleich der BICs zeigt, dass ausnahmslos für jede der 132 geschätzten Modelle das univariate GARCH(1,0,1)-Modell deutlich schlechter als die entsprechenden CCC- und DCC-GARCH(1,0,1)-Modelle passt. Hierbei ist jedoch zu beachten, dass die multivariaten Modelle jeweils für beide zu betrachtenden Zeitreihen ein GARCH-Modell schätzen, während das univariate Modell lediglich ein GARCH-Modell schätzt. Um eine bessere Vergleichbarkeit der univariaten und multivariaten Modelle mithilfe der BICs zu erhalten, wird zusätzlich für die Zeitreihe der Renditen des DAX ein GARCH(1,0,1)-Modell geschätzt<sup>47</sup> und dessen BIC zum BIC des oben aufgeführten univariaten Modells addiert. Der Vergleich zeigt, dass die daraus resultierenden BICs der univariaten GARCH-Modelle deutlich näher an den BICs der multivariaten GARCH-Modelle liegen und diese in einem Einzelfall sogar unterschreiten. Da die BICs der multivariaten Modelle aber in ca. 99,24% bzw. in 131 von 132 der Fälle ein kleineres BIC aufweisen, wird eine Untersuchung

<sup>47</sup>Das univariate GARCH(1,0,1)-Modell für den DAX lautet:  $r_{DAX,i} = e_i$  für  $e_i = h_i^{1/2} z_i$  und  $h_i = \omega + \alpha_1 e_{i-1}^2 + \beta_1 h_{i-1}$ .

der Korrelationen mithilfe der univariaten GARCH-Modelle in der vorliegenden Arbeit verworfen.

Daraus folgend werden im zweiten Schritt der Modellauswahl nur noch CCC- und DCC-GARCH-Modelle in verschiedenen Ausprägungen betrachtet, wobei in der Ausgangssituation weiterhin Lags von  $P = 1$ ,  $O = 0$  und  $Q = 1$  und ein bedingter Erwartungswert von null angenommen werden. Durch Letzteres entsprechen die Fehler den Renditen.

Wie in Kapitel 5.1 beschrieben, liegt den GARCH-Modellen die Annahme normalverteilter bedingter Fehler zugrunde, die im Falle eines bedingten Erwartungswertes von null den bedingten Renditen entsprechen. Da in Kapitel 3 aber herausgefunden wurde, dass die zu untersuchenden Zeitreihen der unbedingten Renditen nicht normalverteilt sind, soll in der ersten Variation der Ausprägungen exemplarisch überprüft werden, ob die Verwendung einer Student-t-Distribution, einer Skewed-Generalized-t-Distribution oder einer Generalized-Error-Distribution gemäß BIC zu besser passenden CCC- und DCC-GARCH-Modellen als die Annahme einer Normalverteilung führen. Dazu werden wiederum jeweils 132 Modelle für diese vier Modellvarianten für CCC- und DCC-GARCH(1,0,1)-Modelle geschätzt und verglichen. Die Auswertung der BICs der geschätzten Modelle zeigt sowohl für die CCC- als auch für die DCC-GARCH-Modelle, dass stets die Normalverteilung zum am besten passenden Modell führt. Dieses Resultat unterstreicht die Eigenschaft der GARCH-Modelle, die zwar normalverteilte bedingte Fehler annehmen, gleichzeitig aber eine Modellierung nicht normalverteilter unbedingter Fehler mit *fat tails* erlauben (Bera und Higgins, 1993; Engle und Gonzalez-Rivera, 1991). Die Annahme der Normalverteilung kann daher im Weiteren beibehalten werden.

Eine weitere Annahme stellt der in Kapitel 5.1 beschriebene umgedrehte, exponentielle Filter dar, mit dem die bedingten Varianzen vor dem ersten Betrachtungszeitpunkt berechnet werden. Es ist möglich, dass diese Methode nicht die sinnvollste darstellt und eine andere Vorgehensweise besser zur Anpassung des Modells an die Daten geeignet sein könnte. Stattdessen ist bspw. denkbar, dass für die Zeitpunkte vor dem ersten Betrachtungszeitpunkt eine bedingte Varianz in Höhe der unbedingten Varianz des jeweiligen Beobachtungszeitraums oder ein Wert von null einen guten Ausgangswert darstellen könnte. Ferner ist es insbesondere bei der Untersuchung mehrerer aufeinanderfolgender Marktphasen vorstellbar, dass die letzten geschätzten bedingten Varianzen der vorherigen Marktphase als Ausgangswert der sich anschließenden Marktphase verwendet werden sollten, da diese bereits auf Basis der tatsächlichen Daten ermittelt wurden.<sup>48</sup> Dies ist beim Vergleich der vier Modellvariationen für die jeweils 132 zu schätzenden Modelle auch tatsächlich in manchen Fällen zu beobachten. Für letztere Vorgehensweise resultieren für die CCC-GARCH-Modelle in 17 von 132 Fällen (12,88%) und für die DCC-GARCH-Modelle in 9 von 132 Fällen (6,82%) die kleinsten BICs. Allerdings ist diese Vorgehensweise nicht

<sup>48</sup>Hiervon wird lediglich im Falle der ersten Marktphase sowie im Falle des gesamten Zeitraums abgewichen, da hierzu jeweils keine vorherige Marktphase und somit keine geschätzten bedingten Varianzen vor dem ersten Betrachtungszeitpunkt existieren. In diesen Fällen wird für die Zeitpunkte vor dem ersten Betrachtungszeitpunkt eine bedingte Varianz in Höhe der unbedingten Varianz des jeweiligen Beobachtungszeitraums verwendet.



in praktikabler Art und Weise mit den anderen Vorgehensweisen kombinierbar. Da ein Abschneiden als das am besten passende Modell in nur 12,88% bzw. 6,82% der Fälle nicht ausreicht, um dieses Modell als allgemein passend auszuwählen, kann diese Modellvariante nicht für die komplette Analyse verwendet werden. Nach Ausscheiden dieser Vorgehensweise ergibt ein Vergleich der verbleibenden drei Modellvariationen, dass die in Kapitel 5.1 dargestellte Vorgehensweise für die bedingten Varianzen vor dem ersten Betrachtungszeitpunkt für CCC-GARCH-Modelle in 119 von 132 Fällen (90,15%) und für DCC-GARCH-Modelle in 120 von 132 Fällen (90,91%) die kleinsten BICs aufweist. Darüber hinaus passen diese Modelle in fast allen anderen Fällen am zweitbesten und die Werte ihrer BICs weichen meistens nur marginal von den Werten der dann am besten passenden Modelle ab. Der in der MATLAB Oxford MFE-Toolbox von Kevin Sheppard vorgesehene umgedrehte, exponentielle Filter als Ausgangswert für die bedingten Varianzen vor dem ersten Betrachtungszeitpunkt erscheint somit plausibel und wird im Folgenden unverändert verwendet.

Für die nächste Variation werden die Lags  $P$ ,  $O$  und  $Q$  variiert, um insbesondere Lags von höherem Grad als eins auf eine eventuell bessere Eignung hin zu überprüfen. Dazu werden zunächst Modelle für alle Kombinationsmöglichkeiten von  $P \in \{1, \dots, 5\}$ ,  $O \in \{0, 1, 2\}$  und  $Q \in \{1, \dots, 8\}$  betrachtet, sodass auch asymmetrische Modelle mit untersucht werden. Es werden somit für jede dieser insgesamt 120 Kombinationsmöglichkeiten jeweils 132 CCC- und DCC-GARCH-Modelle geschätzt und anschließend die BICs verglichen. Es zeigt sich, dass für CCC-GARCH-Modelle stets entweder das CCC-GARCH(1,0,1)-Modell oder das CCC-GARCH(1,1,1)-Modell am besten passt. Insgesamt passt dabei das CCC-GARCH(1,0,1)-Modell in 55 von 132 Fällen (41,67%) und das CCC-GARCH(1,1,1)-Modell entsprechend in 77 von 132 Fällen (58,33%) am besten, wobei für Tagesdaten immer die Kombination (1,0,1), für Monatsdaten immer die Kombination (1,1,1) und für Wochendaten teils die Kombination (1,0,1) und teils die Kombination (1,1,1) am besten abschneiden. Ähnlich verhält es sich bei Betrachtung der DCC-GARCH-Modelle. Gemäß BIC ist wiederum entweder das DCC-GARCH(1,0,1)-Modell oder das DCC-GARCH(1,1,1)-Modell - mit einer einzigen Ausnahme<sup>49</sup> - am besten geeignet. Hierbei schneiden insgesamt das DCC-GARCH(1,0,1)-Modell in 57 von 132 Fällen (43,18%) und das DCC-GARCH(1,1,1)-Modell in 74 von 132 Fällen (56,06%) am besten ab. Analog zu den CCC-GARCH-Modellen sind auch im Falle der DCC-GARCH-Modelle die BICs für Tagesdaten stets für die Kombination (1,0,1), für Monatsdaten bis auf eine Ausnahme stets für die Kombination (1,1,1) und für Wochendaten teils die Kombination (1,0,1) und teils die Kombination (1,1,1) am kleinsten. Da hier - mit einer Ausnahme - in allen Fällen bereits nur Lags von eins in Frage kommen, wird auf die Betrachtung von Lags, die einen noch höheren Grad als  $P = 5$ ,  $O = 2$  und  $Q = 8$  aufweisen, verzichtet. Ob aber symmetrische oder asymmetrische CCC- und DCC-GARCH-Modelle eine bessere Anpassung an die Daten darstellen, kann an dieser Stelle aufgrund einer mangelnden klaren Tendenz nicht eindeutig gesagt werden. Da die

<sup>49</sup>Bei der Ausnahme handelt es sich um das DCC-GARCH(1,1,2)-Modell, welches bei Platin für Wochendaten im dritten Bärenmarkt einen marginal kleineren BIC als das DCC-GARCH(1,1,1)-Modell annimmt.

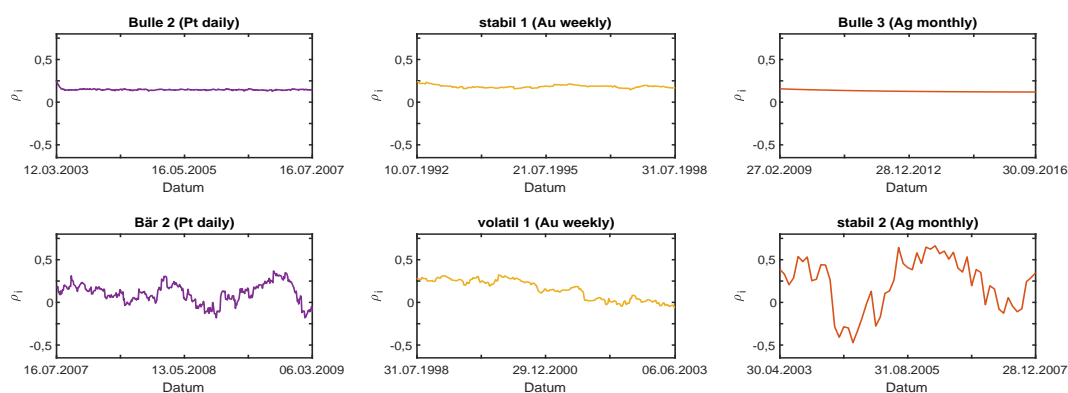
asymmetrischen Modelle jedoch die Modelle mit der höheren Ordnung darstellen, decken sie die symmetrischen Modelle als Spezialfall mit ab, sodass zunächst mit den CCC- und DCC-GARCH(1,1,1)-Modellen fortgefahren wird.

Die letzte Variation, die neben der soeben betrachteten Anzahl an Lags vermutlich am wichtigsten ist, befasst sich mit dem bedingten Erwartungswert, welcher bislang vereinfachend als null angenommen wurde. Neben einem bedingten Erwartungswert von null ließe sich bspw. auch ein bedingter Erwartungswert in Höhe des unbedingten Erwartungswertes verwenden oder durch ein *Autoregressive-MovingAverage* (ARMA) Modell abbilden. Wird der unbedingte Erwartungswert als bedingter Erwartungswert verwendet, so ergeben sich die Fehler aus der Differenz der Renditen und des unbedingten Erwartungswertes, wobei dieser als arithmetisches Mittel geschätzt wird. Dennoch würde bei der Schätzung des Korrelationskoeffizienten weiterhin die unbedingte Varianz-Kovarianz-Matrix mit einem unbedingten Erwartungswert von null berechnet, sodass die Verwendung des unbedingten Erwartungswertes als bedingter Erwartungswert aufgrund der fehlenden Konsistenz innerhalb des Modells zumindest fragwürdig ist. Wird der bedingte Erwartungswert durch ein ARMA-Modell abgebildet, stellen die Fehler nur noch den Teil der Renditezeitreihe dar, den das ARMA-Modell nicht abbilden konnte, sodass auch nur noch dieser Teil mithilfe der GARCH-Modelle zu modellieren ist. Für eine erste Schätzung bietet es sich an, wiederum zunächst mit Lags von jeweils 1 zu beginnen, sodass hier vorerst ARMA(1,1)-Modelle als bedingte Erwartungswerte verwendet werden. Mit  $c$  als Intercept-Parameter sowie  $d_{AR(1)}$  als unbekannter Parameter der AR(1)-Komponente und  $d_{MA(1)}$  als unbekannter Parameter der MA(1)-Komponente gilt für ein ARMA(1,1)-Modell (Box und Jenkins, 1970; Brooks, 2002; Diebold, 2008):

$$r_i = c + d_{AR(1)}r_{i-1} + d_{MA(1)}e_{i-1} + e_i . \quad (5.29)$$

Nachdem für jede der drei verschiedenen bedingten Erwartungswerte sowohl für CCC- als auch für DCC-GARCH(1,1,1)-Modelle jeweils die 132 Modelle geschätzt wurden, zeigt ein Vergleich der BICs, dass für CCC-GARCH(1,1,1)-Modelle in 107 von 132 Fällen (81,06%) und für DCC-GARCH(1,1,1)-Modelle in 108 von 132 Fällen (81,82%) ein bedingter Erwartungswert von null am besten passt. In den Fällen, in denen dies nicht zutrifft, ist ein bedingter Erwartungswert von null fast ausschließlich am zweitbesten, wobei die Werte der BICs oftmals nur geringfügig vom am besten passenden Modell abweichen. Die Modelle, deren bedingte Erwartungswerte mithilfe des ARMA(1,1)-Modells geschätzt wurden, schneiden insgesamt am schlechtesten ab, da sie jeweils nur in 4 von 132 Fällen (3,03%) die besten Modelle darstellen. Die Betrachtung einer höheren Anzahl von Lags für die ARMA-Modelle lohnt sich insofern nicht und wird folglich unterlassen. Aufgrund der BICs, aber auch aufgrund der zuvor erwähnten Inkonsistenz bei der Verwendung eines bedingten Erwartungswertes in Höhe des unbedingten Erwartungswertes sowie der geringeren Komplexität der Modelle bei der Verwendung eines bedingten Erwartungswertes von null, wird weiterhin ein bedingter Erwartungswert von null verwendet.

Abschließend soll beurteilt werden, ob die CCC- oder die DCC-GARCH(1,1,1)-Modelle zu bevorzugen sind. Wie bereits erwähnt, besitzen die CCC-GARCH-Modelle den Vorteil, dass sie für jede Marktphase einen konstanten Korrelationskoeffizienten schätzen, der leicht bzgl. der Eigenschaften als Diversifier, Hedge und Safe Haven interpretiert werden kann. Die DCC-GARCH-Modelle besitzen demgegenüber den Vorteil, dass sie die Abbildung einer dynamischen Korrelation zwischen den Zeitreihen erlauben und somit - zumindest theoretisch - besser als Modelle mit konstanter Korrelation passen müssten. Der Vergleich der BICs für CCC- und DCC-GARCH(1,1,1)-Modelle führt jedoch zu der Erkenntnis, dass in 123 von 132 Fällen (93,18%) die CCC-GARCH-Modelle einen kleineren BIC als die DCC-GARCH-Modelle aufweisen und dass in den Fällen, in denen die CCC-GARCH-Modelle nicht den kleinsten BIC besitzen, der BIC oftmals nur leicht größer als der BIC des jeweiligen DCC-GARCH-Modells ist. Dabei ist nicht verwunderlich, dass CCC-GARCH-Modelle gegenüber DCC-GARCH-Modellen zu bevorzugen sind, wenn in einer Marktphase vergleichsweise wenige Schwankungen in den dynamischen bedingten Korrelationen auftreten. Schließlich weist dies auf eine relativ konstante bedingte Korrelation hin, sodass die weniger komplexen CCC-GARCH-Modelle ausreichen, um eine gute Anpassung zu erhalten. Interessant ist dagegen, dass CCC-GARCH-Modelle meistens sogar in Marktphasen mit vergleichsweise großen Schwankungen in den dynamischen bedingten Korrelationen einen kleineren BIC als die DCC-GARCH-Modelle besitzen.



**Abbildung 5.1.** Dynamische bedingte Korrelationen von ausgewählten DCC-GARCH(1,1,1)-Modellen

Abbildung 5.1 und Tabelle 5.1 veranschaulichen dies anhand von ein paar Beispielen.<sup>50</sup> Die sechs Grafiken in Abbildung 5.1 zeigen für verschiedene Kombinationen aus dem DAX und einem Edelmetall, für verschiedene Frequenzen und für verschiedene Marktphasen die dynamischen bedingten Korrelationen, die sich gemäß DCC-GARCH(1,1,1)-Modell ergeben. Die Grafiken der ersten Spalte in Abbildung 5.1 beinhalten die dynamischen bedingten Korrelationen für tägliche DAX- und Platinrenditen des zweiten Bullenmarktes bzw. des zweiten Bärenmarktes. Die Grafiken der zweiten Spalte beinhalten die dynamischen be-

<sup>50</sup>In Tabelle D.1 in Appendix D finden sich alle BICs der CCC- und DCC-GARCH(1,1,1)-Modelle sowie zusätzlich die BICs der CCC- und DCC-GARCH(1,0,1)-Modelle, welche für Tagesdaten am besten passen. Appendix E können zudem die Abbildungen für alle dynamischen bedingten Korrelationen des DCC-GARCH(1,1,1)-Modells entnommen werden.

dingten Korrelationen für wöchentliche DAX- und Goldrenditen der ersten stabilen Marktphase bzw. der ersten volatilen Marktphase. Die Grafiken der dritten Spalte beinhalten die dynamischen bedingten Korrelationen für monatliche DAX- und Silberrenditen des dritten Bullenmarktes bzw. der zweiten stabilen Marktphase. In gleicher Reihenfolge lassen sich dazu in den Zeilen der Tabelle 5.1 die jeweils zugehörigen BICs der CCC- und DCC-GARCH(1,1,1)-Modelle ablesen.

**Tabelle 5.1.** BICs ausgewählter CCC- und DCC-GARCH(1,1,1)-Modelle

	CCC-GARCH(1,1,1)	DCC-GARCH(1,1,1)
Bulle 2 (Pt daily)	-13.912,95	-13.899,22
Bär 2 (Pt daily)	-4.379,17	-4.371,46
stabil 1 (Au weekly)	-3.179,03	-3.167,44
volatil 1 (Au weekly)	-2.175,10	-2.169,18
Bulle 3 (Ag monthly)	-424,61	-416,91
stabil 2 (Ag monthly)	-297,00	-294,39

Die drei Grafiken in der oberen Reihe von Abbildung 5.1 weisen dabei eine dynamische bedingte Korrelation mit vergleichsweise geringen Schwankungen auf, während die drei Grafiken in der unteren Reihe eine stärkere Schwankung in der dynamischen bedingten Korrelation besitzen. In allen sechs Beispielen schneidet jeweils das CCC-GARCH(1,1,1)-Modell gemäß BIC besser als das entsprechende DCC-GARCH(1,1,1)-Modell ab. Dies geschieht selbst dann, wenn die dynamischen bedingten Korrelationen vergleichsweise großen Schwankungen unterliegen. Das CCC-GARCH(1,1,1)-Modell ist somit dem DCC-GARCH(1,1,1)-Modell vorzuziehen.

Werden die Annahmen bzgl. der Verteilungen der Fehler sowie für die bedingten Varianzen vor dem ersten Betrachtungszeitpunkt für das CCC-GARCH(1,1,1)-Modell wie zuvor für das CCC-GARCH(1,0,1)-Modell variiert, sind weiterhin die Annahme normalverteilter Fehler sowie der umgekehrte, exponentielle Filter aus der MATLAB Oxford MFE-Toolbox von Kevin Sheppard zu bevorzugen. Nachdem insgesamt 34.716 verschiedene Modelle geschätzt und mithilfe der BICs verglichen wurden, kommt die Modellauswahl insgesamt zu dem Ergebnis, dass (asymmetrische) CCC-GARCH(1,1,1)-Modelle mit einem bedingten Erwartungswert von null unter Beibehaltung der Annahme einer Normalverteilung sowie unter der Verwendung des in der MATLAB Oxford MFE-Toolbox von Kevin Sheppard enthaltenen umgekehrten, exponentiellen Filters für die bedingten Varianzen vor dem ersten Betrachtungszeitpunkt die beste Anpassung an die Daten bei gleichzeitiger Sparsamkeit an verwendeten Parametern darstellt und somit gemäß der Modellauswahl zur Analyse der Korrelationen zu verwenden ist.

### 5.3 Residualanalyse zur Diagnose der GARCH-Modelle

Neben der Modellauswahl lässt sich das passende Modell mithilfe der Modelldiagnose identifizieren. Dazu werden die in Frage kommenden Modelle zunächst geschätzt und anschließend deren Residuen analysiert. Insbesondere sollten sich die Zeitreihen der Residuen

wie weißes Rauschen verhalten und somit im vorliegenden Fall vor allem keine Heteroskedastizität in den Residuen und keine Autokorrelation in den quadrierten Residuen mehr aufweisen. Die Überprüfung erfolgt mithilfe der bereits in Kapitel 3 verwendeten ARCH- und Ljung-Box-Tests.<sup>51</sup> Dies zielt letztlich darauf ab, herauszufinden, ob die getroffenen Annahmen an die zu modellierenden Fehler approximativ erfüllt sind und das geschätzte Modell dabei die anfangs festgestellten Eigenschaften der zu modellierenden Zeitreihen - wie bspw. Heteroskedastizität und Autokorrelation - adäquat modellieren kann. Passt das geschätzte Modell, so erfüllen die resultierenden Residuen die getroffenen Annahmen bzw. weisen sie die eingangs in den zu modellierenden Zeitreihen gefundenen Effekte nicht mehr auf. Ferner kann zusätzlich noch die Annahme normalverteilter Fehler analysiert werden, indem bspw. für die Residuen KS- und JB-Tests durchgeführt werden (Tsay, 2005; Li und Mak, 1994; Fahrmeir et al., 2007; Verbeek, 2008; Schlittgen und Streitberg, 2001; Higgins und Bera, 1992).

Die Residuen eines bivariaten GARCH-Modells mit einem bedingten Erwartungswert von null lassen sich - unabhängig davon, wie die Modelle genau ausgestaltet sind<sup>52</sup> - wie folgt berechnen. Für das bivariate GARCH-Modell gilt wie gehabt

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_i &= \mathbf{e}_i \ , \\ \mathbf{e}_i &= \mathbf{H}_i^{1/2} \mathbf{z}_i \ , \end{aligned}$$

woraus unmittelbar folgt, dass

$$\mathbf{r}_i = \mathbf{H}_i^{1/2} \mathbf{z}_i \ . \quad (5.30)$$

$\mathbf{H}_i^{1/2}$  beschreibt dabei die Cholesky-Zerlegung (Schwarz und Köckler, 2011; Pedeli et al., 2015) von  $\mathbf{H}_i$ , sodass  $\mathbf{H}_i = \mathbf{H}_i^{1/2} \mathbf{H}_i^{1/2\text{T}}$  erfüllt ist und lautet im Falle eines bivariaten GARCH-Modells:

$$\mathbf{H}_i^{1/2} = \begin{pmatrix} \sqrt{h_{11,i}} & 0 \\ \rho\sqrt{h_{22,i}} & \sqrt{1-\rho^2}\sqrt{h_{22,i}} \end{pmatrix} \ . \quad (5.31)$$

Gleichung (5.30) lässt sich folglich als

$$\begin{pmatrix} r_{1,i} \\ r_{2,i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{h_{11,i}} & 0 \\ \rho\sqrt{h_{22,i}} & \sqrt{1-\rho^2}\sqrt{h_{22,i}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_{1,i} \\ z_{2,i} \end{pmatrix}$$

schreiben. Die Umstellung dieser Gleichung nach den Fehlern  $z_{1,i}$  und  $z_{2,i}$  und das Einsetzen der geschätzten Parameter, ergibt dann die Residuen  $\hat{z}_{1,i}$  und  $\hat{z}_{2,i}$ . Für die Residuen gilt somit im vorliegenden Fall

<sup>51</sup>Bei dem ARCH-Test beträgt die Anzahl der Lags 1, bei dem Ljung-Box-Test entspricht die Anzahl der Lags dem Minimum aus 20 und  $N-1$ .

<sup>52</sup>Für die verschiedenen Variationsmöglichkeiten der GARCH-Modelle sei auf Kapitel 5.2 verwiesen.

$$\begin{pmatrix} \hat{z}_{1,i} \\ \hat{z}_{2,i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{r_{1,i}}{\sqrt{\hat{h}_{11,i}}} \\ \frac{1}{\sqrt{1-\hat{\rho}^2}} \left( \frac{r_{2,i}}{\sqrt{\hat{h}_{22,i}}} - \hat{\rho} \frac{r_{1,i}}{\sqrt{\hat{h}_{11,i}}} \right) \end{pmatrix}, \quad (5.32)$$

wobei  $\hat{\rho}$  für den geschätzten Korrelationskoeffizienten und  $\hat{h}_{11,i}$  und  $\hat{h}_{22,i}$  für die geschätzten bedingten Varianzen des bivariaten GARCH-Modells stehen. Die genaue Herleitung der Residuen findet sich in Appendix F.

Ausgangspunkt für die nun folgende Residualanalyse stellt das CCC-GARCH(1,1,1)-Modell dar, welches gemäß Modellauswahl mithilfe des BIC als am besten passend identifiziert wurde. Tabelle 5.2 zeigt die Teststatistiken und die p-Werte für den ARCH-Test für die Residuen sowie den Ljung-Box-Test für die quadrierten Residuen, welche jeweils für die bivariaten CCC-GARCH(1,1,1)-Modelle für die vier Edelmetalle, für die elf Marktphasen und für die drei Frequenzen durchgeführt wurden. Dabei entsprechen die Resultate in der (doppelten) Spalte DAX den Resultaten für die Residuen  $\hat{z}_{1,i}$ , welche in allen vier bivariaten CCC-GARCH(1,1,1)-Modellen konstruktionsbedingt identisch sind. Die anderen vier (doppelten) Spalten beinhalten folglich die Resultate für die Residuen  $\hat{z}_{2,i}$ , welche für die jeweils vier Edelmetalle einzeln zu berechnen sind.

Wie Tabelle 5.2 zu entnehmen ist, ist die Nullhypothese homoskedastischer Zeitreihen insbesondere für Tagesdaten zu verwerfen, sodass die Residuen des CCC-GARCH(1,1,1)-Modells noch Heteroskedastizität aufweisen. Dies gilt für den DAX und die vier Edelmetalle sowie für verschiedene Marktphasen. Auch Wochendaten weisen in Einzelfällen noch Heteroskedastizität auf. Darüber hinaus ist die Nullhypothese, dass keine Autokorrelation mehr in den Residuen vorliegt, zu verwerfen. Dies gilt insbesondere für Silber, in Einzelfällen aber auch für den DAX und die übrigen Edelmetalle. Der ARCH- und der Ljung-Box-Test zeigen somit, dass nicht davon ausgegangen werden kann, dass mithilfe eines CCC-GARCH(1,1,1)-Modells eine Schätzung erfolgt, die zu homoskedastischen und nicht autokorrelierten Residuen führt. Die bisherigen Tests der Residualanalyse kommen daher zu dem Schluss, dass ein CCC-GARCH(1,1,1)-Modell nicht gut geeignet ist, die in den Renditezeitreihen des DAX und der Edelmetalle enthaltene Heteroskedastizität und Autokorrelation zu modellieren.

Um nun ein Modell zu finden, welches gemäß Residualanalyse besser passt, werden zunächst für alle Kombinationen aus dem DAX und den vier Edelmetallen für alle Marktphasen und die drei Frequenzen jeweils CCC-GARCH( $P,O,Q$ )-Modelle für alle Kombinationsmöglichkeiten für  $P \in \{1, \dots, 5\}$ ,  $O \in \{0, 1, 2\}$  und  $Q \in \{1, \dots, 8\}$  geschätzt. Nach erfolgter Schätzung der insgesamt 15.840 Modelle wird wiederum für alle Kombinationen überprüft, ob gemäß ARCH- und Ljung-Box-Test noch Heteroskedastizität und Autokorrelation in den resultierenden Residuen vorliegen. Dieses Erweitern des ursprünglichen CCC-GARCH(1,1,1)-Modells mit höheren Lags wird als *Overfitting* bezeichnet und stellt genau genommen innerhalb der Modelldiagnose eine separate Vorgehensweise neben der Residualanalyse dar (Brooks, 2002; Verbeek, 2008; Schlittgen und Streitberg, 2001). Da Residualanalyse und Overfitting hier aber kombiniert verwendet werden, wird im weiteren Verlauf auf diese Unterscheidung verzichtet.

Tabelle 5.2. ARCH- und Ljung-Box-Test für die Residuen der vier bivariaten CCC-GARCH(1,1,1)-Modelle

<i>ARCH-Test</i>	DAX		Au		Ag		Pt		Pd	
	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert
<b>Tagesdaten</b>										
Gesamtperiode	11,1413***	<0,01	14,1202***	<0,01	15,2996***	<0,01	20,5800***	<0,01	13,3240***	<0,01
Bulle 1	0,4414	0,5064	11,5204***	<0,01	0,1056	0,7452	4,3209**	0,0376	4,7049**	0,0301
Bär 1	15,4900***	<0,01	0,0862	0,7690	0,4234	0,5153	2,5315	0,1116	0,0760	0,7828
Bulle 2	1,9273	0,1651	0,0260	0,8720	3,2392*	0,0719	2,9422*	0,0863	5,2137**	0,0224
Bär 2	3,4073*	0,0649	0,2822	0,5952	0,0720	0,7884	6,4246**	0,0113	0,0624	0,8027
Bulle 3	3,2299*	0,0723	3,2228*	0,0726	9,7033***	<0,01	0,2309	0,6309	0,3871	0,5338
stabil 1	0,0818	0,7749	0,4361	0,5090	0,2747	0,6002	3,4406*	0,0636	13,3007***	<0,01
volatil 1	8,4763***	<0,01	1,2110	0,2711	2,2495	0,1337	4,1155**	0,0425	0,0071	0,9329
stabil 2	3,9229**	0,0476	0,6049	0,4367	2,6291	0,1049	3,6605*	0,0557	3,0675*	0,0799
volatil 2	6,0284**	0,0141	0,0830	0,7732	0,5685	0,4509	0,8437	0,3583	0,3868	0,5340
stabil 3	2,8072*	0,0938	2,4348	0,1187	9,2064***	<0,01	0,3298	0,5658	0,0754	0,7837
<b>Wochendaten</b>										
Gesamtperiode	0,5191	0,4712	2,0086	0,1564	0,1879	0,6646	0,7460	0,3877	0,6139	0,4333
Bulle 1	2,8443*	0,0917	1,3478	0,2457	0,0085	0,9263	0,4328	0,5106	0,7233	0,3951
Bär 1	0,6019	0,4378	0,5846	0,4445	0,5884	0,4430	0,6759	0,4110	0,0040	0,9493
Bulle 2	0,1232	0,7256	0,2102	0,6466	0,0490	0,8248	0,2268	0,6339	0,0372	0,8470
Bär 2	0,0101	0,9201	0,1473	0,7011	0,0143	0,9050	0,4100	0,5220	0,1875	0,6650
Bulle 3	0,3384	0,5607	1,4837	0,2232	0,0633	0,8013	2,7359*	0,0981	1,8014	0,1795
stabil 1	1,4199	0,2334	0,2894	0,5906	0,0011	0,9737	0,8521	0,3560	0,3358	0,5623
volatil 1	0,0104	0,9188	0,4338	0,5101	0,8750	0,3496	0,7774	0,3779	0,4968	0,4809
stabil 2	0,4828	0,4872	0,6117	0,4342	0,0456	0,8309	0,3120	0,5765	0,1523	0,6963
volatil 2	0,0028	0,9579	0,3737	0,5410	0,8512	0,3562	0,0085	0,9263	3,1183*	0,0774
stabil 3	0,4863	0,4856	1,7706	0,1833	0,0391	0,8433	3,4390*	0,0637	1,5038	0,2201
<b>Monatsdaten</b>										
Gesamtperiode	0,2143	0,6435	0,5061	0,4768	0,0023	0,9615	0,2138	0,6438	0,6344	0,4257
Bulle 1	0,3108	0,5772	0,1694	0,6807	0,1661	0,6836	0,1351	0,7132	0,2547	0,6138
Bär 1	0,5668	0,4515	1,2824	0,2575	0,3328	0,5640	0,0324	0,8572	1,2039	0,2725
Bulle 2	1,0580	0,3037	0,2810	0,5960	0,1002	0,7516	0,0020	0,9646	0,0968	0,7558
Bär 2	0,2487	0,6180	0,4880	0,4848	0,4397	0,5073	0,0149	0,9027	0,0289	0,8650
Bulle 3	0,7398	0,3897	0,4693	0,4933	0,3830	0,5360	0,0122	0,9120	1,0855	0,2975
stabil 1	1,6458	0,1995	0,2818	0,5955	0,0696	0,7919	0,4400	0,5071	0,1362	0,7121
volatil 1	0,3015	0,5829	1,5284	0,2164	0,1007	0,7510	0,8700	0,3509	0,0211	0,8846
stabil 2	0,6499	0,4201	0,2512	0,6163	0,0953	0,7576	0,0130	0,9094	0,6125	0,4338
volatil 2	0,7133	0,3984	0,5607	0,4540	0,7600	0,3833	0,4396	0,5073	0,2814	0,5958
stabil 3	0,1586	0,6904	0,3844	0,5353	0,2593	0,6106	0,0401	0,8414	0,3698	0,5431
<b>Ljung-Box-Test</b>										
<i>Ljung-Box-Test</i>	DAX		Au		Ag		Pt		Pd	
	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert
<b>Tagesdaten</b>										
Gesamtperiode	22,3423	0,3222	23,6052	0,2601	37,6548***	<0,01	37,9748***	<0,01	40,7862***	<0,01
Bulle 1	23,3967	0,2697	21,7046	0,3568	27,1688	0,1306	17,1885	0,6407	16,8089	0,6653
Bär 1	28,8767*	0,0902	12,7541	0,8877	9,3337	0,9787	20,7654	0,4111	17,9290	0,5921
Bulle 2	13,4716	0,8562	7,7598	0,9933	24,9460	0,2035	13,2389	0,8669	13,5282	0,8536
Bär 2	17,8145	0,5996	15,0296	0,7747	31,0705*	0,0543	21,4894	0,3688	7,8840	0,9926
Bulle 3	11,0340	0,9453	10,5602	0,9568	25,8646	0,1703	15,6117	0,7404	14,7495	0,7906
stabil 1	21,7724	0,3530	24,7590	0,2108	31,6611**	0,0470	24,8285	0,2081	24,2680	0,2309
volatil 1	33,6738**	0,0284	2,7452	1,0000	9,2532	0,9798	18,8969	0,5285	24,4935	0,2215
stabil 2	15,0151	0,7755	9,8351	0,9711	26,1776	0,1600	21,6241	0,3612	11,4695	0,9331
volatil 2	24,4187	0,2246	17,5262	0,6186	46,4825***	<0,01	25,9081	0,1689	11,3731	0,9360
stabil 3	7,9271	0,9923	9,4897	0,9765	25,4483	0,1848	9,7969	0,9717	16,1514	0,7072
<b>Wochendaten</b>										
Gesamtperiode	9,3059	0,9791	23,5637	0,2620	41,0170***	<0,01	10,7016	0,9536	17,0956	0,6468
Bulle 1	14,4148	0,8089	14,4463	0,8072	22,8699	0,2952	17,0627	0,6489	11,8930	0,9197
Bär 1	15,1216	0,7694	14,3236	0,8137	26,9893	0,1356	18,7852	0,5358	36,7355**	0,0126
Bulle 2	7,7201	0,9936	18,1935	0,5747	13,3868	0,8602	7,0581	0,9965	11,9432	0,9180
Bär 2	7,7707	0,9933	16,3435	0,6951	10,6537	0,9547	13,7324	0,8438	15,5414	0,7446
Bulle 3	8,4501	0,9884	21,1257	0,3898	36,5878**	0,0131	20,5057	0,4267	19,7500	0,4737
stabil 1	22,8649	0,2955	18,2805	0,5689	16,8379	0,6635	20,9488	0,4002	11,3136	0,9377
volatil 1	14,7229	0,7920	14,7378	0,7912	34,7200**	0,0216	23,0753	0,2851	19,8843	0,4652
stabil 2	11,4287	0,9343	16,0781	0,7118	11,0674	0,9445	5,4398	0,9995	12,9490	0,8796
volatil 2	7,6865	0,9937	12,2629	0,9067	17,6725	0,6090	17,9898	0,5881	18,4824	0,5557
stabil 3	9,7780	0,9720	20,7397	0,4126	34,4067**	0,0235	19,6476	0,4802	21,1348	0,3892
<b>Monatsdaten</b>										
Gesamtperiode	12,5433	0,8961	12,0290	0,9151	14,4636	0,8062	14,7981	0,7878	8,2475	0,9901
Bulle 1	22,7999	0,2987	4,2258	0,9999	17,2857	0,6344	14,5540	0,8013	18,6336	0,5457
Bär 1	12,4420	0,9000	28,0372	0,1085	20,5694	0,4229	16,9468	0,6564	16,1347	0,7082
Bulle 2	10,4961	0,9583	22,4684	0,3156	18,2370	0,5718	25,9838	0,1663	15,3127	0,7582
Bär 2	18,9371	0,1674	11,1206	0,6765	17,9297	0,2100	11,6584	0,6337	11,1868	0,6713
Bulle 3	7,2566	0,9958	16,6407	0,6762	17,3997	0,6269	7,8322	0,9929	6,2444	0,9985
stabil 1	19,1072	0,5149	12,2768	0,9062	37,0306**	0,0116	8,2390	0,9902	6,4873	0,9981
volatil 1	13,3888	0,8601	10,0420	0,9674	19,5930	0,4836	30,5169*	0,0619	20,6497	0,4180
stabil 2	9,4992	0,9764	22,4105	0,3187	16,3807	0,6927	25,2047	0,1937	16,7968	0,6661
volatil 2	4,0924	0,9999	19,1926	0,5093	19,6613	0,4793	9,0923	0,9818	9,0622	0,9822
stabil 3	10,1570	0,9652	14,3725	0,8111	12,8349	0,8844	19,7446	0,4740	7,5686	0,9944

Signifikanzniveaus: \* = 0,10 \*\* = 0,05 \*\*\* = 0,01

Tabelle 5.3. ARCH- und Ljung-Box-Test für die Residuen der vier bivariaten CCC-GARCH(4,0,7)-Modelle

ARCH-Test	DAX		Au		Ag		Pt		Pd	
	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert
<b>Tagesdaten</b>										
Gesamtperiode	0,0003	0,9851	2,6239	0,1053	1,3737	0,2412	1,4103	0,2350	0,8986	0,3432
Bulle 1	0,0006	0,9798	4,7987**	0,0285	0,0447	0,8326	0,2370	0,6264	0,2666	0,6057
Bär 1	0,3108	0,5772	0,0260	0,8718	0,0324	0,8571	0,1342	0,7141	0,1062	0,7445
Bulle 2	0,0331	0,8556	1,7994	0,1798	0,2725	0,6016	0,0100	0,9204	0,0048	0,9446
Bär 2	0,2053	0,6505	0,0196	0,8888	0,4470	0,5038	1,9358	0,1641	0,0000	0,9997
Bulle 3	0,0000	0,9967	0,6027	0,4375	3,6227*	0,0570	0,3953	0,5295	0,8917	0,3450
stabil 1	0,1100	0,7402	1,2383	0,2658	0,2998	0,5840	0,0296	0,8633	0,8444	0,3581
volatil 1	0,9012	0,3425	0,1389	0,7093	0,9922	0,3192	0,7413	0,3892	0,2473	0,6190
stabil 2	0,0094	0,9229	0,3533	0,5523	0,0367	0,8481	0,0541	0,8161	0,0515	0,8205
volatil 2	0,7999	0,3711	0,5080	0,4760	0,0281	0,8669	0,0538	0,8165	0,0268	0,8700
stabil 3	0,0353	0,8509	0,8193	0,3654	3,7883*	0,0516	0,0818	0,7749	0,6791	0,4099
<b>Wochendaten</b>										
Gesamtperiode	0,0212	0,8842	0,1211	0,7279	0,0012	0,9725	0,0059	0,9388	0,1094	0,7409
Bulle 1	0,4771	0,4898	1,3970	0,2372	0,0043	0,9475	0,0002	0,9880	0,0000	0,9981
Bär 1	0,1129	0,7369	0,0075	0,9312	0,5319	0,4658	0,3692	0,5434	1,7406	0,1871
Bulle 2	0,4909	0,4835	0,0244	0,8759	0,0729	0,7871	0,0573	0,8109	0,0326	0,8568
Bär 2	0,0046	0,9459	0,1315	0,7169	0,3612	0,5478	0,0045	0,9466	1,1107	0,2919
Bulle 3	0,3871	0,5338	0,0973	0,7551	0,0307	0,8609	0,2630	0,6081	1,8778	0,1706
stabil 1	0,0415	0,8387	0,1604	0,6888	0,0813	0,7755	0,6573	0,4175	0,0014	0,9697
volatil 1	0,8473	0,3573	0,3705	0,5427	0,5357	0,4642	0,1390	0,7093	1,4429	0,2297
stabil 2	0,6283	0,4280	0,0220	0,8820	0,0883	0,7664	0,0011	0,9733	0,0012	0,9719
volatil 2	0,0170	0,8963	0,2987	0,5847	0,7517	0,3860	0,0011	0,9730	0,5959	0,4401
stabil 3	0,4193	0,5173	0,1637	0,6857	0,0277	0,8677	0,4590	0,4981	2,1400	0,1435
<b>Monatsdaten</b>										
Gesamtperiode	0,0007	0,9788	0,0547	0,8151	0,0184	0,8922	0,1926	0,6607	0,3158	0,5742
Bulle 1	0,1657	0,6840	0,2182	0,6404	0,0283	0,8665	0,6105	0,4346	0,0240	0,8769
Bär 1	0,0291	0,8645	1,9316	0,1646	0,0471	0,8281	0,0139	0,9062	1,0599	0,3032
Bulle 2	0,9814	0,3218	0,0933	0,7601	1,5065	0,2197	0,6685	0,4136	0,1093	0,7410
Bär 2	0,1517	0,6969	0,0894	0,7649	0,3918	0,5314	0,0247	0,8751	0,0062	0,9373
Bulle 3	0,1926	0,6608	0,4110	0,5215	0,0227	0,8803	0,0007	0,9796	1,2964	0,2549
stabil 1	0,6328	0,4263	1,2457	0,2644	0,0354	0,8508	0,8521	0,3559	0,0036	0,9523
volatil 1	0,0006	0,9806	1,5429	0,2142	0,2498	0,6172	0,0876	0,7672	1,1059	0,2930
stabil 2	0,6483	0,4207	0,0134	0,9078	1,3219	0,2502	0,1982	0,6562	0,3405	0,5596
volatil 2	0,2868	0,5923	0,2195	0,6394	0,3373	0,5614	0,0200	0,8874	0,0139	0,9063
stabil 3	0,0174	0,8950	0,2915	0,5892	0,0201	0,8871	0,7734	0,3792	0,2041	0,6515
<b>Ljung-Box-Test</b>										
	DAX		Au		Ag		Pt		Pd	
	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert
<b>Tagesdaten</b>										
Gesamtperiode	6,5555	0,9979	12,9738	0,8785	14,4554	0,8067	17,6782	0,6086	25,0750	0,1986
Bulle 1	15,5463	0,7443	15,5309	0,7453	24,7040	0,2130	13,1990	0,8687	11,1271	0,9429
Bär 1	9,1787	0,9807	9,2149	0,9803	6,5304	0,9980	18,7844	0,5359	15,4265	0,7515
Bulle 2	9,4998	0,9764	9,7443	0,9726	11,4910	0,9325	6,7838	0,9973	4,3720	0,9999
Bär 2	14,0997	0,8254	13,7705	0,8419	20,4264	0,4316	13,6169	0,8494	6,2658	0,9985
Bulle 3	7,1417	0,9962	6,5087	0,9980	17,5058	0,6199	10,0292	0,9676	15,5309	0,7453
stabil 1	11,6218	0,9285	17,4291	0,6250	33,3082**	0,0312	18,6058	0,5476	11,1185	0,9431
volatil 1	10,4467	0,9593	2,6001	1,0000	5,6732	0,9993	10,9942	0,9464	19,1694	0,5108
stabil 2	10,7264	0,9530	11,3172	0,9376	12,3300	0,9042	7,5472	0,9945	6,5854	0,9978
volatil 2	20,2018	0,4454	16,9609	0,6555	27,2386	0,1287	16,6190	0,6776	6,9019	0,9970
stabil 3	6,6519	0,9977	6,2800	0,9985	17,1295	0,6446	5,1801	0,9996	15,5141	0,7463
<b>Wochendaten</b>										
Gesamtperiode	4,1415	0,9999	12,1997	0,9090	27,8486	0,1130	9,0524	0,9823	13,7755	0,8417
Bulle 1	6,5820	0,9978	15,0404	0,7741	19,8666	0,4663	14,0682	0,8270	8,8511	0,9846
Bär 1	10,4634	0,9590	12,1361	0,9113	27,5611	0,1202	18,6331	0,5458	23,1673	0,2807
Bulle 2	5,3296	0,9995	14,4284	0,8081	6,2812	0,9985	5,5002	0,9994	15,9466	0,7199
Bär 2	3,9897	1,0000	16,2259	0,7025	24,6106	0,2167	11,4356	0,9341	21,6573	0,3594
Bulle 3	8,4643	0,9883	14,6273	0,7973	27,9486	0,1106	9,9894	0,9700	18,1196	0,5795
stabil 1	15,6729	0,7367	12,5921	0,8942	16,9283	0,6576	16,1313	0,7084	8,0950	0,9912
volatil 1	11,4846	0,9327	16,0170	0,7156	30,2726*	0,0656	13,2670	0,8656	11,8274	0,9219
stabil 2	5,8487	0,9991	10,5373	0,9574	10,6225	0,9554	5,4452	0,9995	13,2059	0,8684
volatil 2	7,4872	0,9948	17,4052	0,6265	12,0913	0,9129	17,8213	0,5992	10,1279	0,9658
stabil 3	8,9625	0,9833	13,7662	0,8421	27,1181	0,1320	12,2089	0,9087	20,8841	0,4040
<b>Monatsdaten</b>										
Gesamtperiode	9,0130	0,9828	11,3849	0,9356	11,2805	0,9386	14,1906	0,8207	4,4193	0,9999
Bulle 1	16,4923	0,6857	10,8566	0,9499	21,6299	0,3609	9,2953	0,9792	18,0802	0,5821
Bär 1	16,6391	0,6763	22,6919	0,3042	17,2441	0,6371	13,3999	0,8596	20,3864	0,4340
Bulle 2	10,1894	0,9646	19,7029	0,4766	16,7274	0,6706	12,3779	0,9025	15,2411	0,7625
Bär 2	20,2226	0,1233	4,4318	0,9923	17,4208	0,2344	10,8985	0,6940	10,4309	0,7300
Bulle 3	7,7097	0,9936	14,4471	0,8071	9,0829	0,9819	6,1561	0,9987	8,0605	0,9915
stabil 1	11,8974	0,9196	18,7720	0,5367	27,2639	0,1280	10,3187	0,9620	7,9968	0,9919
volatil 1	13,0465	0,8754	10,3856	0,9606	19,5351	0,4873	29,4037*	0,0801	18,7669	0,5370
stabil 2	9,4966	0,9764	19,7423	0,4741	15,0566	0,7732	11,6187	0,9286	13,0438	0,8755
volatil 2	4,0564	0,9999	12,2855	0,9059	17,0895	0,6472	7,3056	0,9956	6,1987	0,9986
stabil 3	11,5104	0,9319	12,5193	0,8970	9,3892	0,9779	13,4884	0,8555	8,2559	0,9900

Signifikanzniveaus: \* = 0,10 \*\* = 0,05 \*\*\* = 0,01



Nach erfolgter Schätzung und erfolgreichem Durchführen der ARCH- und Ljung-Box-Tests schneidet in Summe das CCC-GARCH(4,0,7)-Modell am besten ab, da für dieses Modell die jeweiligen Nullhypothesen der beiden Tests von allen 120 Kombinationsmöglichkeiten für  $(P,O,Q)$  am seltensten zu verwerfen sind. Tabelle 5.3 können die Ergebnisse der Tests für das CCC-GARCH(4,0,7)-Modell entnommen werden. Für Tagesdaten bedeutet dies konkret, dass nur noch in drei Fällen die Nullhypothese von Homoskedastizität verworfen werden muss, wobei dies lediglich zu einem Signifikanzniveau von 5% und 10% erfolgt. Für Wochen- und Monatsdaten ist diese Nullhypothese sogar in keinem einzigen Fall zu verwerfen. Auch die Nullhypothese, die besagt, dass keine Autokorrelation vorliegt, muss nun deutlich seltener verworfen werden. Dies trifft für Tages-, Wochen- und Monatsdaten nur jeweils in einem einzigen Fall zu. Wiederum erfolgen die Ablehnungen der Nullhypothese zu einem Signifikanzniveau von 5% und 10%. Folglich sind die Nullhypothesen bzgl. Homoskedastizität und fehlender Autokorrelation nur noch in Ausnahmefällen zu verwerfen. Liegt ein solcher Ausnahmefall vor, kann die Nullhypothese nicht zu einem hohen Signifikanzniveau von 1% verworfen werden.<sup>53</sup>

Der Vorgehensweise in Kapitel 5.2 folgend kann das CCC-GARCH(4,0,7)-Modell nun noch hinsichtlich 1) der angenommenen Verteilung der Fehler, 2) dem zu verwendenden Wert für die bedingten Varianzen vor dem ersten Betrachtungszeitpunkt sowie 3) der Ausgestaltung des bedingten Erwartungswertes variiert werden. Wie zuvor bei der Modellauswahl schneidet das Modell auch bei der Residualanalyse in der Standardvariante am besten ab. Dies bedeutet, dass 1) normalverteilte Fehler zu einem besseren Modell führen als die Verwendung einer Student-t-Distribution, einer Skewed-Generalized-t-Distribution oder einer Generalized-Error-Distribution, 2) die Verwendung des umgedrehten, exponentiellen Filters aus der MATLAB Oxford MFE-Toolbox von Kevin Sheppard für die bedingte Varianz vor dem ersten Betrachtungszeitpunkt zu einer besseren Modellanpassung führt, als wenn hierfür eine bedingte Varianz von null, eine bedingte Varianz in Höhe der unbedingten Varianz oder die letzte bedingte Varianz der zuvor endenden Marktphase verwendet wird, 3) ein bedingter Erwartungswert von null besser als ein bedingter Erwartungswert in Höhe des unbedingten Erwartungswertes oder eines ARMA(1,1)-Modells passt. Auch die Schätzung eines univariaten GARCH(4,0,7)-Modells<sup>54</sup> oder eines multivariaten DCC-GARCH(4,0,7)-Modells führt hier zu keiner besseren Modellanpassung als das CCC-GARCH(4,0,7)-Modell. Gleiches gilt, wenn das ursprünglich CCC-GARCH(1,1,1)-Modell entsprechend variiert wird.

Nachdem das am besten passende Modell gemäß ARCH- und Ljung-Box-Test gefunden wurde, wird abschließend die Normalverteilungsannahme untersucht. Hierzu werden zunächst für die Renditen des DAX und der vier Edelmetalle für die elf Marktphasen und die

<sup>53</sup>Würde die Residualanalyse hier auf die Tagesdaten beschränkt, so würde die Wahl auf das CCC-GARCH(3,0,8)-Modell fallen, da in diesem Fall die Nullhypothesen des ARCH- und des Ljung-Box-Tests zu keinem Signifikanzniveau zu verwerfen wären. Für das CCC-GARCH(1,0,1)-Modell, welches gemäß Modellauswahl anhand der BICs am besten für Tagesdaten passt, wären die Nullhypothesen des ARCH- und des Ljung-Box-Tests dagegen für mehrere Edelmetalle und Marktphasen zu verwerfen. Siehe hierzu auch die Tabellen G.3 und G.4 in Appendix G.

<sup>54</sup>Es gelten die Überlegungen des univariaten GARCH(1,0,1)-Modells gemäß den Formeln (5.26) - (5.28).

Tabelle 5.4. KS- und JB-Test für die Renditen der fünf Zeitreihen

<i>KS-Test</i>	DAX		Au		Ag		Pt		Pd	
	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert
<b>Tagesdaten</b>										
Gesamtperiode	0,4761***	<0,01	0,4816***	<0,01	0,4740***	<0,01	0,4782***	<0,01	0,4689***	<0,01
Bulle 1	0,4802***	<0,01	0,4839***	<0,01	0,4745***	<0,01	0,4793***	<0,01	0,4675***	<0,01
Bär 1	0,4734***	<0,01	0,4880***	<0,01	0,4846***	<0,01	0,4748***	<0,01	0,4686***	<0,01
Bulle 2	0,4815***	<0,01	0,4878***	<0,01	0,4768***	<0,01	0,4827***	<0,01	0,4709***	<0,01
Bär 2	0,4704***	<0,01	0,4765***	<0,01	0,4715***	<0,01	0,4737***	<0,01	0,4673***	<0,01
Bulle 3	0,4789***	<0,01	0,4823***	<0,01	0,4766***	<0,01	0,4814***	<0,01	0,4758***	<0,01
stabil 1	0,4837***	<0,01	0,4851***	<0,01	0,4744***	<0,01	0,4803***	<0,01	0,4685***	<0,01
volatil 1	0,4728***	<0,01	0,4856***	<0,01	0,4807***	<0,01	0,4751***	<0,01	0,4662***	<0,01
stabil 2	0,4873***	<0,01	0,4878***	<0,01	0,4770***	<0,01	0,4829***	<0,01	0,4716***	<0,01
volatil 2	0,4704***	<0,01	0,4764***	<0,01	0,4713***	<0,01	0,4733***	<0,01	0,4673***	<0,01
stabil 3	0,4801***	<0,01	0,4823***	<0,01	0,4766***	<0,01	0,4823***	<0,01	0,4761***	<0,01
<b>Wochendaten</b>										
Gesamtperiode	0,4632***	<0,01	0,4687***	<0,01	0,4534***	<0,01	0,4614***	<0,01	0,4418***	<0,01
Bulle 1	0,4695***	<0,01	0,4742***	<0,01	0,4547***	<0,01	0,4630***	<0,01	0,4481***	<0,01
Bär 1	0,4597***	<0,01	0,4788***	<0,01	0,4745***	<0,01	0,4607***	<0,01	0,4462***	<0,01
Bulle 2	0,4721***	<0,01	0,4766***	<0,01	0,4673***	<0,01	0,4717***	<0,01	0,4457***	<0,01
Bär 2	0,4485***	<0,01	0,4680***	<0,01	0,4479***	<0,01	0,4526***	<0,01	0,4448***	<0,01
Bulle 3	0,4649***	<0,01	0,4725***	<0,01	0,4558***	<0,01	0,4700***	<0,01	0,4524***	<0,01
stabil 1	0,4722***	<0,01	0,4735***	<0,01	0,4583***	<0,01	0,4681***	<0,01	0,4453***	<0,01
volatil 1	0,4554***	<0,01	0,4785***	<0,01	0,4665***	<0,01	0,4586***	<0,01	0,4450***	<0,01
stabil 2	0,4772***	<0,01	0,4738***	<0,01	0,4637***	<0,01	0,4593***	<0,01	0,4465***	<0,01
volatil 2	0,4406***	<0,01	0,4680***	<0,01	0,4517***	<0,01	0,4514***	<0,01	0,4448***	<0,01
stabil 3	0,4689***	<0,01	0,4725***	<0,01	0,4553***	<0,01	0,4700***	<0,01	0,4518***	<0,01
<b>Monatsdaten</b>										
Gesamtperiode	0,4365***	<0,01	0,4495***	<0,01	0,4141***	<0,01	0,4397***	<0,01	0,4028***	<0,01
Bulle 1	0,4425***	<0,01	0,4498***	<0,01	0,4231***	<0,01	0,4528***	<0,01	0,4266***	<0,01
Bär 1	0,4484***	<0,01	0,4740***	<0,01	0,4613***	<0,01	0,4506***	<0,01	0,3771***	<0,01
Bulle 2	0,4730***	<0,01	0,4727***	<0,01	0,4278***	<0,01	0,4672***	<0,01	0,4195***	<0,01
Bär 2	0,4755***	<0,01	0,4608***	<0,01	0,4198***	<0,01	0,4198***	<0,01	0,3781**	0,0195
Bulle 3	0,4429***	<0,01	0,4530***	<0,01	0,4209***	<0,01	0,4528***	<0,01	0,4322***	<0,01
stabil 1	0,4625***	<0,01	0,4503***	<0,01	0,4284***	<0,01	0,4528***	<0,01	0,4487***	<0,01
volatil 1	0,4232***	<0,01	0,4608***	<0,01	0,4353***	<0,01	0,4425***	<0,01	0,3843***	<0,01
stabil 2	0,4730***	<0,01	0,4727***	<0,01	0,4278***	<0,01	0,4672***	<0,01	0,4283***	<0,01
volatil 2	0,4384***	<0,01	0,4544***	<0,01	0,4056***	<0,01	0,4198***	<0,01	0,4176***	<0,01
stabil 3	0,4612***	<0,01	0,4530***	<0,01	0,4308***	<0,01	0,4528***	<0,01	0,4343***	<0,01
<b>JB-Test</b>										
<i>JB-Test</i>	DAX		Au		Ag		Pt		Pd	
	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert
<b>Tagesdaten</b>										
Gesamtperiode	4588,7129***	<0,01	13120,1456***	<0,01	15552,2783***	<0,01	4765,8163***	<0,01	10596,5356***	<0,01
Bulle 1	807,8380***	<0,01	12029,2941***	<0,01	1366,9283***	<0,01	1313,1029***	<0,01	9301,2940***	<0,01
Bär 1	55,3843***	<0,01	118,6395***	<0,01	91,2066***	<0,01	293,8962***	<0,01	351,9193***	<0,01
Bulle 2	626,6808***	<0,01	1161,8382***	<0,01	5664,9581***	<0,01	708,6857***	<0,01	522,9654***	<0,01
Bär 2	612,0967***	<0,01	317,4085***	<0,01	781,3519***	<0,01	161,1050***	<0,01	496,3652***	<0,01
Bulle 3	345,8652***	<0,01	2041,0326***	<0,01	2476,0821***	<0,01	278,5914***	<0,01	546,5661***	<0,01
stabil 1	252,1821***	<0,01	868,9925***	<0,01	1232,2289***	<0,01	333,8589***	<0,01	9292,8570***	<0,01
volatil 1	86,0814***	<0,01	8845,0402***	<0,01	425,0885***	<0,01	613,8955***	<0,01	749,4769***	<0,01
stabil 2	53,5605***	<0,01	1098,9785***	<0,01	5402,9456***	<0,01	871,8654***	<0,01	657,6316***	<0,01
volatil 2	240,7570***	<0,01	240,6145***	<0,01	488,1837***	<0,01	68,9792***	<0,01	257,5651***	<0,01
stabil 3	327,5508***	<0,01	2052,8981***	<0,01	2650,0007***	<0,01	229,7865***	<0,01	578,4963***	<0,01
<b>Wochendaten</b>										
Gesamtperiode	1281,8235***	<0,01	387,1587***	<0,01	1337,6239***	<0,01	584,7531***	<0,01	782,2662***	<0,01
Bulle 1	87,8304***	<0,01	464,4725***	<0,01	128,9398***	<0,01	284,0322***	<0,01	794,9765***	<0,01
Bär 1	2,8413	0,1807	3,0833	0,1568	2,3828	0,2386	33,0811***	<0,01	48,8329***	<0,01
Bulle 2	61,6020***	<0,01	32,1005***	<0,01	134,6019***	<0,01	72,9053***	<0,01	59,2243***	<0,01
Bär 2	138,3881***	<0,01	12,8753***	<0,01	21,6302***	<0,01	6,0912**	0,0402	3,4653	0,1063
Bulle 3	61,6993***	<0,01	8,0798**	0,0225	846,5393***	<0,01	114,2531***	<0,01	105,7283***	<0,01
stabil 1	10,6691**	0,0116	375,0051***	<0,01	121,9402***	<0,01	333,4967***	<0,01	876,9935***	<0,01
volatil 1	3,0635	0,1752	151,0199***	<0,01	33,2773***	<0,01	44,0145***	<0,01	93,6811***	<0,01
stabil 2	12,8465***	<0,01	100,4744***	<0,01	222,5482***	<0,01	122,4891***	<0,01	15,9741***	<0,01
volatil 2	10,7724**	0,0127	1,0709	0,4707	0,3700	0,5000	2,4227	0,1497	1,2931	0,3851
stabil 3	75,1457***	<0,01	8,7383**	0,0188	914,3013***	<0,01	140,4063***	<0,01	130,7963***	<0,01
<b>Monatsdaten</b>										
Gesamtperiode	125,6911***	<0,01	7,8828**	0,0246	2,3399	0,2713	202,1955***	<0,01	62,7041***	<0,01
Bulle 1	16,4257***	<0,01	12,4338**	0,0102	1,5635	0,3662	1,4271	0,4002	34,8688***	<0,01
Bär 1	4,7647**	0,0489	1,7037	0,2556	0,7949	0,5000	4,5971*	0,0515	2,9461	0,1005
Bulle 2	32,3743***	<0,01	1,7617	0,2874	3,2001	0,1053	3,4543*	0,0928	4,5326*	0,0602
Bär 2	1,1066	0,3062	0,4005	0,5000	0,0315	0,5000	1,1243	0,2981	0,0650	0,5000
Bulle 3	25,6632***	<0,01	0,4006	0,5000	0,1361	0,5000	0,6961	0,5000	3,7196*	0,0954
stabil 1	2,0223	0,2327	4,6952*	0,0570	2,2908	0,1897	1,5876	0,3298	10,1428**	0,0153
volatil 1	6,0988**	0,0388	8,4883**	0,0216	1,6946	0,3194	0,4647	0,5000	0,9704	0,5000
stabil 2	36,5569***	<0,01	1,7588	0,2864	3,5057*	0,0902	3,4353*	0,0930	0,4322	0,5000
volatil 2	3,7427*	0,0766	0,4528	0,5000	1,3566	0,3718	59,1243***	<0,01	20,8819***	<0,01
stabil 3	0,2826	0,5000	0,8413	0,5000	1,6449	0,3175	0,6553	0,5000	2,1621	0,2104

Signifikanzniveaus: \* = 0,10 \*\* = 0,05 \*\*\* = 0,01

Tabelle 5.5. KS- und JB-Test für die Residuen der vier bivariaten CCC-GARCH(1,1,1)-Modelle

<i>KS-Test</i>	DAX		Au		Ag		Pt		Pd	
	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert
<b>Tagesdaten</b>										
Gesamtperiode	0,0416***	<0,01	0,0493***	<0,01	0,0630***	<0,01	0,0361***	<0,01	0,0431***	<0,01
Bulle 1	0,0553***	<0,01	0,0515***	<0,01	0,0638***	<0,01	0,0389***	<0,01	0,0567***	<0,01
Bär 1	0,0583**	0,0106	0,0483*	0,0548	0,0398	0,1723	0,0498**	0,0436	0,0762***	<0,01
Bulle 2	0,0940***	<0,01	0,0610***	<0,01	0,0807***	<0,01	0,0542***	<0,01	0,0412**	0,0450
Bär 2	0,0686**	0,0376	0,0852***	<0,01	0,0847***	<0,01	0,0605*	0,0903	0,0630*	0,0700
Bulle 3	0,0536***	<0,01	0,0505***	<0,01	0,0701***	<0,01	0,0273	0,1092	0,0454***	<0,01
stabil 1	0,0540***	<0,01	0,0486***	<0,01	0,0654***	<0,01	0,0370**	0,0300	0,0532***	<0,01
volatil 1	0,0224	0,5601	0,0469***	<0,01	0,0372*	0,0641	0,0435**	0,0182	0,0563***	<0,01
stabil 2	0,0870***	<0,01	0,0711***	<0,01	0,0886***	<0,01	0,0590***	<0,01	0,0481***	<0,01
volatil 2	0,0588	0,1374	0,0487	0,3144	0,0551	0,1891	0,0390	0,5920	0,0701**	0,0446
stabil 3	0,0497***	<0,01	0,0533***	<0,01	0,0726***	<0,01	0,0236	0,2524	0,0466***	<0,01
<b>Wochendaten</b>										
Gesamtperiode	0,0671***	<0,01	0,0598***	<0,01	0,0523***	<0,01	0,0542***	<0,01	0,0547***	<0,01
Bulle 1	0,1043***	<0,01	0,0789**	0,0129	0,0475	0,3166	0,0497	0,2671	0,0917***	<0,01
Bär 1	0,1364***	<0,01	0,0675	0,4485	0,0373	0,9749	0,0723	0,3633	0,0788	0,2657
Bulle 2	0,1398***	<0,01	0,0729	0,1700	0,0795	0,1072	0,1059**	0,0113	0,0599	0,3735
Bär 2	0,1047	0,2758	0,1508**	0,0342	0,1525**	0,0313	0,1004	0,3229	0,0666	0,8101
Bulle 3	0,0956***	<0,01	0,0702**	0,0378	0,0473	0,3262	0,0362	0,6596	0,0463	0,3504
stabil 1	0,1185***	<0,01	0,0873**	0,0150	0,0490	0,4198	0,0601	0,1937	0,0879**	0,0140
volatil 1	0,0687	0,1733	0,0659	0,2108	0,0300	0,9713	0,0675	0,1892	0,0586	0,3341
stabil 2	0,1087***	<0,01	0,0965**	0,0105	0,1123***	<0,01	0,1062***	<0,01	0,0577	0,3020
volatil 2	0,1179	0,5346	0,1492	0,2551	0,0892	0,8444	0,1023	0,7076	0,1546	0,2200
stabil 3	0,0934***	<0,01	0,0769**	0,0216	0,0529	0,2333	0,0321	0,8178	0,0559	0,1814
<b>Monatsdaten</b>										
Gesamtperiode	0,1142***	<0,01	0,0786*	0,0524	0,0456	0,5659	0,0611	0,2204	0,0792**	0,0499
Bulle 1	0,1993***	<0,01	0,1007	0,2940	0,0454	0,9877	0,1029	0,2712	0,1202	0,1330
Bär 1	0,1742	0,1766	0,1154	0,6498	0,1064	0,7434	0,2024*	0,0767	0,0789	0,9573
Bulle 2	0,2615***	<0,01	0,0994	0,5813	0,1087	0,4673	0,1369	0,2073	0,0908	0,6911
Bär 2	0,3026	0,1028	0,2021	0,5088	0,1451	0,8665	0,1108	0,9828	0,1545	0,8150
Bulle 3	0,1452**	0,0372	0,0817	0,5435	0,0611	0,8611	0,0897	0,4250	0,1309*	0,0518
stabil 1	0,2100***	<0,01	0,0944	0,6345	0,0777	0,8414	0,0832	0,7779	0,0883	0,7136
volatil 1	0,0970	0,4868	0,0558	0,9709	0,0532	0,9817	0,1027	0,4141	0,0753	0,7868
stabil 2	0,2714***	<0,01	0,1173	0,3829	0,1184	0,3724	0,1480	0,1489	0,0980	0,6097
volatil 2	0,0702	0,9622	0,1887*	0,0614	0,1663	0,1323	0,1792*	0,0861	0,1416	0,2761
stabil 3	0,1516	0,1143	0,0688	0,9199	0,1094	0,4377	0,0810	0,7957	0,1058	0,4802
<b>JB-Test</b>										
<i>JB-Test</i>	DAX		Au		Ag		Pt		Pd	
	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert
<b>Tagesdaten</b>										
Gesamtperiode	269,0317***	<0,01	6487,9726***	<0,01	3447,6030***	<0,01	857,1671***	<0,01	1318,6020***	<0,01
Bulle 1	80,0713***	<0,01	2675,1546***	<0,01	1219,6632***	<0,01	371,6230***	<0,01	609,0922***	<0,01
Bär 1	3,5856	0,1519	158,1713***	<0,01	55,7280***	<0,01	165,0359***	<0,01	159,0948***	<0,01
Bulle 2	54,0919***	<0,01	118,6903***	<0,01	781,3093***	<0,01	79,8324***	<0,01	186,8265***	<0,01
Bär 2	35,7338***	<0,01	183,8483***	<0,01	65,6735***	<0,01	54,1559***	<0,01	141,9362***	<0,01
Bulle 3	159,5486***	<0,01	1045,3870***	<0,01	547,6610***	<0,01	98,3165***	<0,01	227,1595***	<0,01
stabil 1	59,6472***	<0,01	286,1260***	<0,01	1062,2589***	<0,01	315,9741***	<0,01	315,4388***	<0,01
volatil 1	1,5648	0,4378	7724,0655***	<0,01	317,5083***	<0,01	217,6101***	<0,01	297,5626***	<0,01
stabil 2	47,9261***	<0,01	100,1799***	<0,01	909,8910***	<0,01	100,7210***	<0,01	182,0718***	<0,01
volatil 2	5,9193**	0,0480	208,4086***	<0,01	29,8146***	<0,01	25,8130***	<0,01	114,5032***	<0,01
stabil 3	145,7664***	<0,01	1007,1006***	<0,01	581,8845***	<0,01	64,9289***	<0,01	219,2760***	<0,01
<b>Wochendaten</b>										
Gesamtperiode	317,4157***	<0,01	93,4575***	<0,01	282,4766***	<0,01	262,4269***	<0,01	532,2100***	<0,01
Bulle 1	21,0562***	<0,01	39,9433***	<0,01	25,1926***	<0,01	115,2298***	<0,01	224,5604***	<0,01
Bär 1	2,3576	0,2426	3,4234	0,1296	1,4493	0,4212	28,8590***	<0,01	37,2378***	<0,01
Bulle 2	16,4295***	<0,01	0,1462	0,5000	47,9906***	<0,01	86,2759***	<0,01	24,1338***	<0,01
Bär 2	37,3363***	<0,01	7,2541**	0,0295	25,8125***	<0,01	1,9522	0,2797	0,5552	0,5000
Bulle 3	76,0906***	<0,01	6,4317**	0,0395	124,4992***	<0,01	5,6294*	0,0540	40,4643***	<0,01
stabil 1	7,1910**	0,0304	20,5365***	<0,01	19,9492***	<0,01	104,1592***	<0,01	186,1385***	<0,01
volatil 1	1,0604	0,5000	31,6198***	<0,01	2,1335	0,3009	24,0577***	<0,01	60,6843***	<0,01
stabil 2	17,7627***	<0,01	16,8099***	<0,01	180,2778***	<0,01	68,9801***	<0,01	12,7198***	<0,01
volatil 2	0,6925	0,5000	1,0373	0,4895	1,7797	0,2544	0,1105	0,5000	1,5375	0,3155
stabil 3	86,7610***	<0,01	7,2107**	0,0301	134,9252***	<0,01	5,3186*	0,0616	37,0933***	<0,01
<b>Monatsdaten</b>										
Gesamtperiode	90,0637***	<0,01	6,0942**	0,0443	1,6256	0,3999	3,8875	0,1154	83,2100***	<0,01
Bulle 1	2,5806	0,1821	26,5400***	<0,01	0,0702	0,5000	3,9170*	0,0871	4,5955*	0,0662
Bär 1	0,6192	0,5000	1,6203	0,2774	0,7090	0,5000	0,2692	0,5000	0,3391	0,5000
Bulle 2	0,9952	0,5000	2,3459	0,1806	0,1949	0,5000	2,3655	0,1780	0,4297	0,5000
Bär 2	1,1736	0,2761	1,3959	0,1949	0,2587	0,5000	0,0638	0,5000	0,1479	0,5000
Bulle 3	33,5259***	<0,01	0,0364	0,5000	0,9228	0,5000	1,1030	0,5000	5,4285**	0,0494
stabil 1	1,9760	0,2416	0,4919	0,5000	1,7747	0,2860	1,3532	0,3917	6,4600**	0,0340
volatil 1	3,8094*	0,0849	8,8105**	0,0202	0,4168	0,5000	0,1201	0,5000	1,3953	0,3931
stabil 2	1,4508	0,3618	2,1865	0,2023	0,2743	0,5000	2,6600	0,1404	0,4514	0,5000
volatil 2	7,2641**	0,0265	1,1830	0,4286	0,7004	0,5000	5,9978**	0,0364	3,8482*	0,0735
stabil 3	1,2093	0,4393	0,0936	0,5000	1,1867	0,4478	1,4340	0,3704	1,6406	0,3185

Signifikanzniveaus: \* = 0,10 \*\* = 0,05 \*\*\* = 0,01

Tabelle 5.6. KS- und JB-Test für die Residuen der vier bivariaten CCC-GARCH(4,0,7)-Modelle

<i>KS-Test</i>	DAX		Au		Ag		Pt		Pd	
	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert
<b>Tagesdaten</b>										
Gesamtperiode	0,0440***	<0,01	0,0500***	<0,01	0,0626***	<0,01	0,0343***	<0,01	0,0431***	<0,01
Bulle 1	0,0556***	<0,01	0,0506***	<0,01	0,0646***	<0,01	0,0370***	<0,01	0,0538***	<0,01
Bär 1	0,0539**	0,0226	0,0448*	0,0899	0,0414	0,1414	0,0491**	0,0483	0,0718***	<0,01
Bulle 2	0,0938***	<0,01	0,0622***	<0,01	0,0811***	<0,01	0,0510***	<0,01	0,0389*	0,0682
Bär 2	0,0704**	0,0304	0,0784**	0,0112	0,0888***	<0,01	0,0546	0,1601	0,0664**	0,0484
Bulle 3	0,0556***	<0,01	0,0517***	<0,01	0,0679***	<0,01	0,0260	0,1423	0,0463***	<0,01
stabil 1	0,0543***	<0,01	0,0477***	<0,01	0,0658***	<0,01	0,0349**	0,0475	0,0530***	<0,01
volatil 1	0,0213	0,6242	0,0508***	<0,01	0,0415**	0,0281	0,0437**	0,0177	0,0500***	<0,01
stabil 2	0,0896***	<0,01	0,0696***	<0,01	0,0848***	<0,01	0,0568***	<0,01	0,0468**	0,0115
volatil 2	0,0611	0,1107	0,0531	0,2243	0,0555	0,1828	0,0405	0,5454	0,0600	0,1226
stabil 3	0,0542***	<0,01	0,0539***	<0,01	0,0720***	<0,01	0,0230	0,2786	0,0502***	<0,01
<b>Wochendaten</b>										
Gesamtperiode	0,0653***	<0,01	0,0562***	<0,01	0,0486***	<0,01	0,0484***	<0,01	0,0572***	<0,01
Bulle 1	0,1042***	<0,01	0,0827***	<0,01	0,0508	0,2434	0,0462	0,3480	0,1032***	<0,01
Bär 1	0,1288***	<0,01	0,0589	0,6224	0,0409	0,9439	0,0694	0,4142	0,0765	0,2985
Bulle 2	0,1395***	<0,01	0,0715	0,1873	0,0873*	0,0591	0,1016**	0,0171	0,0663	0,2594
Bär 2	0,1200	0,1502	0,1461**	0,0438	0,1667**	0,0139	0,1005	0,3213	0,0849	0,5287
Bulle 3	0,0929***	<0,01	0,0690**	0,0431	0,0479	0,3110	0,0345	0,7186	0,0488	0,2910
stabil 1	0,1176***	<0,01	0,0892**	0,0120	0,0496	0,4047	0,0563	0,2582	0,0853**	0,0187
volatil 1	0,0697	0,1621	0,0595	0,3179	0,0264	0,9926	0,0617	0,2768	0,0596	0,3142
stabil 2	0,1038***	<0,01	0,0929**	0,0154	0,1086***	<0,01	0,1101***	<0,01	0,0558	0,3393
volatil 2	0,1181	0,5330	0,1226	0,4847	0,0988	0,7470	0,0952	0,7853	0,1149	0,5671
stabil 3	0,0915***	<0,01	0,0812**	0,0128	0,0500	0,2917	0,0323	0,8122	0,0579	0,1530
<b>Monatsdaten</b>										
Gesamtperiode	0,1145***	<0,01	0,0792**	0,0496	0,0451	0,5803	0,0597	0,2424	0,0739*	0,0797
Bulle 1	0,1929***	<0,01	0,1225	0,1195	0,0451	0,9885	0,0834	0,5248	0,1014	0,2868
Bär 1	0,1605	0,2530	0,1499	0,3270	0,1202	0,6002	0,1984*	0,0870	0,0949	0,8518
Bulle 2	0,2615***	<0,01	0,1235	0,3133	0,1069	0,4884	0,1450	0,1581	0,0901	0,6995
Bär 2	0,3615**	0,0291	0,1694	0,7220	0,1612	0,7743	0,1070	0,9880	0,1318	0,9263
Bulle 3	0,1355*	0,0620	0,0862	0,4745	0,0689	0,7492	0,0763	0,6293	0,1320*	0,0737
stabil 1	0,1991**	0,0159	0,1240	0,2991	0,0709	0,9074	0,0618	0,9676	0,0651	0,9497
volatil 1	0,0827	0,6856	0,0532	0,9817	0,0463	0,9964	0,1048	0,3896	0,0739	0,8051
stabil 2	0,2714***	<0,01	0,1312	0,2573	0,1146	0,4121	0,1542	0,1194	0,1267	0,2939
volatil 2	0,0815	0,8886	0,1738	0,1036	0,1796*	0,0849	0,1589	0,1670	0,1512	0,2101
stabil 3	0,1510	0,1166	0,0654	0,9447	0,1064	0,4738	0,0947	0,6212	0,1208	0,3192
<b>JB-Test</b>										
<i>JB-Test</i>	DAX		Au		Ag		Pt		Pd	
	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert
<b>Tagesdaten</b>										
Gesamtperiode	343,5035***	<0,01	5020,7421***	<0,01	2991,1617***	<0,01	648,1512***	<0,01	1165,3576***	<0,01
Bulle 1	66,4412***	<0,01	2432,0028***	<0,01	1300,3264***	<0,01	365,5274***	<0,01	382,9003***	<0,01
Bär 1	0,9901	0,5000	147,1532***	<0,01	64,6444***	<0,01	138,9407***	<0,01	103,3442***	<0,01
Bulle 2	54,1415***	<0,01	94,0066***	<0,01	1017,7312***	<0,01	54,2478***	<0,01	141,9957***	<0,01
Bär 2	52,8322***	<0,01	57,5759***	<0,01	43,5293***	<0,01	22,8157***	<0,01	122,1801***	<0,01
Bulle 3	110,3865***	<0,01	941,3018***	<0,01	419,0481***	<0,01	88,2224***	<0,01	183,3572***	<0,01
stabil 1	50,4783***	<0,01	194,9864***	<0,01	958,3348***	<0,01	315,4634***	<0,01	204,6610***	<0,01
volatil 1	1,0384	0,5000	6625,5394***	<0,01	305,4366***	<0,01	144,8859***	<0,01	233,2123***	<0,01
stabil 2	49,4939***	<0,01	97,0822***	<0,01	1089,1427***	<0,01	74,3975***	<0,01	130,3726***	<0,01
volatil 2	9,9899**	0,0132	81,0172***	<0,01	14,9906***	<0,01	10,7280**	0,0109	83,3103***	<0,01
stabil 3	84,5001***	<0,01	940,2618***	<0,01	437,9650***	<0,01	69,0277***	<0,01	178,0307***	<0,01
<b>Wochendaten</b>										
Gesamtperiode	812,8885***	<0,01	56,9231***	<0,01	366,3464***	<0,01	209,2185***	<0,01	472,4550***	<0,01
Bulle 1	51,5555***	<0,01	37,1103***	<0,01	27,3649***	<0,01	74,8335***	<0,01	275,7654***	<0,01
Bär 1	0,9768	0,5000	5,7248**	0,0481	1,6724	0,3694	30,4380***	<0,01	16,7927***	<0,01
Bulle 2	10,0400**	0,0146	1,2982	0,4805	86,4782***	<0,01	48,6854***	<0,01	16,1305***	<0,01
Bär 2	76,8974***	<0,01	7,2069**	0,0299	13,5854***	<0,01	1,0555	0,5000	0,0758	0,5000
Bulle 3	78,7363***	<0,01	3,0025	0,1936	74,6636***	<0,01	1,2296	0,5000	16,9683***	<0,01
stabil 1	6,2643**	0,0418	19,9940***	<0,01	19,7032***	<0,01	69,5533***	<0,01	256,0167***	<0,01
volatil 1	1,3483	0,4671	26,3264***	<0,01	2,2892	0,2750	17,0180***	<0,01	82,4274***	<0,01
stabil 2	11,8812***	<0,01	7,2230**	0,0303	129,8965***	<0,01	48,9966***	<0,01	12,9162***	<0,01
volatil 2	0,7306	0,5000	3,0744	0,1002	1,6484	0,2870	0,2156	0,5000	1,2202	0,4092
stabil 3	84,7904***	<0,01	3,5228	0,1455	90,5171***	<0,01	1,3701	0,4715	18,1625***	<0,01
<b>Monatsdaten</b>										
Gesamtperiode	106,7887***	<0,01	5,0851*	0,0663	1,0857	0,5000	4,2545*	0,0963	96,8567***	<0,01
Bulle 1	6,1882**	0,0393	3,6432*	0,0986	0,4816	0,5000	2,1725	0,2402	0,9666	0,5000
Bär 1	1,0108	0,4879	1,9084	0,2106	0,8593	0,5000	2,7452	0,1127	0,2608	0,5000
Bulle 2	1,0894	0,4891	1,0076	0,5000	0,2007	0,5000	2,8205	0,1309	0,4226	0,5000
Bär 2	1,1583	0,2829	4,1865**	0,0344	0,2268	0,5000	0,1504	0,5000	0,3416	0,5000
Bulle 3	13,5318***	<0,01	0,0542	0,5000	2,6125	0,1790	1,1649	0,4892	3,3929	0,1124
stabil 1	1,1620	0,4563	1,5501	0,3391	0,8985	0,5000	0,7085	0,5000	1,1395	0,4659
volatil 1	2,3843	0,1908	8,2108**	0,0229	0,0048	0,5000	0,5937	0,5000	0,4363	0,5000
stabil 2	1,4461	0,3631	0,9030	0,5000	0,2979	0,5000	3,0541	0,1132	0,3039	0,5000
volatil 2	2,4752	0,1491	1,8048	0,2559	1,6799	0,2861	3,6531*	0,0794	1,2129	0,4177
stabil 3	1,0570	0,5000	0,1459	0,5000	1,7941	0,2831	1,2534	0,4240	1,5783	0,3335

Signifikanzniveaus: \* = 0,10 \*\* = 0,05 \*\*\* = 0,01

drei Frequenzen jeweils KS- und JB-Tests durchgeführt. Wie Tabelle 5.4 entnommen werden kann, wird die Nullhypothese normalverteilter Renditen gemäß KS-Test für alle Assets, alle Marktphasen und alle Frequenzen zu allen gängigen Signifikanzniveaus verworfen. Einzige Ausnahme stellt der zweite Bärenmarkt für Palladium im Falle von Monatsdaten dar. Hier erfolgt die Verwerfung der Nullhypothese nur zu einem Signifikanzniveau von 5%. Auch gemäß den JB-Tests ist die Nullhypothese normalverteilter Renditen im Falle von Tagesdaten stets zu allen gängigen Signifikanzniveaus zu verwerfen, während dies im Falle von Wochendaten zwar meistens - aber nicht immer - der Fall ist. Im Falle von Monatsdaten kann die Nullhypothese sogar nur noch vereinzelt verworfen werden. Insgesamt kann somit nicht davon ausgegangen werden, dass die Zeitreihen der Renditen einer Normalverteilung folgen - insbesondere dann nicht, wenn Tagesdaten betrachtet werden.

Anschließend werden die KS- und JB-Tests auf die Residuen angewendet, die nach Schätzung des CCC-GARCH(1,1,1)- und CCC-GARCH(4,0,7)-Modells resultieren. Die Ergebnisse der Tests finden sich in den Tabellen 5.5 und 5.6.<sup>55</sup> Gemäß KS-Test ist die Nullhypothese normalverteilter Residuen für die verschiedenen Frequenzen - im Vergleich zu der Nullhypothese normalverteilter Renditen - nicht mehr stets und zu allen gängigen Signifikanzniveaus zu verwerfen. Nach erfolgter Modellierung der Zeitreihen mithilfe der beiden CCC-GARCH-Modelle folgen deren Residuen somit öfter einer Normalverteilung als die Zeitreihen der Renditen. Dennoch weisen die Ergebnisse darauf hin, dass in vielen Fällen - für Tagesdaten sogar in den meisten Fällen - nicht davon ausgegangen werden kann, dass normalverteilte Residuen vorliegen. Ähnlich verhält es sich gemäß den Ergebnissen des JB-Tests. Dort ist die Nullhypothese für Tagesdaten in Einzelfällen nicht mehr und für Wochen- und Monatsdaten in insgesamt weniger Fällen und zu schwächeren Signifikanzniveaus zu verwerfen. Wiederum kann nicht davon ausgegangen werden, dass die Residuen einer Normalverteilung folgen.

Insgesamt zeigt sich, dass die Modellierung der Zeitreihen der Renditen mithilfe der CCC-GARCH-Modelle dennoch einen Effekt auf die Verteilung besitzt. Insbesondere bei Betrachtung der Teststatistiken der JB-Tests ist eine deutliche Abnahme der Höhe der Teststatistiken zu verzeichnen. Obwohl die CCC-GARCH-Modelle somit nicht in der Lage sind, die Normalverteilung vollständig zu modellieren, findet durch sie dennoch eine deutlich bessere Approximation an die Normalverteilung statt, als dies bei den ursprünglichen Renditen der Fall ist. Dies spiegelt den Umstand wider, dass die Fehler in GARCH-Modellen zwar dickere Enden (*fat tails*) als die der Normalverteilung haben, Finanzmarktdaten aber oftmals Verteilungen mit noch dickeren Enden besitzen, als mithilfe der GARCH-Modelle modelliert werden können (Davidson und MacKinnon, 2004).

Da im vorliegenden Fall die Modellauswahl und die Residualanalyse hinsichtlich des zu verwendenden Modells zu unterschiedlichen Ergebnissen kommen, werden im Folgenden sowohl das CCC-GARCH(1,1,1)- als auch das CCC-GARCH(4,0,7)-Modell - und dort insbesondere die jeweiligen Korrelationskoeffizienten - parallel betrachtet und analysiert.

---

<sup>55</sup>Für die Ergebnisse der KS- und JB-Tests für die CCC-GARCH(1,0,1)- und CCC-GARCH(3,0,8)-Modelle siehe die Tabellen G.5 und G.6 in Appendix G.

## Kapitel 6

# Eigenschaften der Edelmetalle als Implikation der Korrelationsanalyse

Nachdem zuvor die am besten passenden Modelle ausgewählt wurden, können in diesem Kapitel schließlich die Eigenschaften als globaler bzw. lokaler Diversifier, als starker bzw. schwacher Hedge und als starker bzw. schwacher Safe Haven diskutiert werden. Dazu wird für jede der bivariaten Kombinationen aus dem DAX und einem der Edelmetalle, für jede der drei Frequenzen und für jede der insgesamt elf zu untersuchenden Marktphasen ein CCC-GARCH(1,1,1)- sowie ein CCC-GARCH(4,0,7)-Modell mithilfe der MATLAB-Funktion *ccc\_mvqarch.m* der frei verfügbaren Oxford MFE-Toolbox von Kevin Sheppard geschätzt. Die Beurteilung der Eigenschaften erfolgt anhand der geschätzten konstanten bedingten Korrelationskoeffizienten der CCC-GARCH(1,1,1)- und CCC-GARCH(4,0,7)-Modelle. Entsprechend der Definition aus Kapitel 2.1 ist ein Edelmetall ein globaler Diversifier, wenn das Edelmetall für die gesamte Marktphase positiv, aber nicht perfekt mit dem DAX korreliert, und ein lokaler Diversifier, wenn das Edelmetall in Bärenmärkten oder in volatilen Marktphasen positiv, aber nicht perfekt mit dem DAX korreliert. Demgegenüber ist das Edelmetall ein starker (schwacher) Hedge, wenn es in der gesamten Marktphase negativ (nicht) mit dem DAX korreliert und ein starker (schwacher) Safe Haven, wenn es in Bärenmärkten oder in volatilen Marktphasen negativ (nicht) mit dem DAX korreliert.

### 6.1 Darstellung und erste Auswertung der Resultate

Zur Beurteilung, ob die mittels CCC-GARCH(1,1,1)- und CCC-GARCH(4,0,7)-Modellen geschätzten konstanten bedingten Korrelationskoeffizienten - d. h.  $\rho$  - signifikant von null abweichen und dabei positiv oder negativ sind, wird ein zweiseitiger t-Test durchgeführt. Die Nullhypothese ( $H_0$ ) und die Alternativhypothese ( $H_1$ ) lauten folglich:

$$H_0 : \rho = 0 \quad \text{gegen} \quad H_1 : \rho \neq 0 .$$

Ob die Nullhypothese abzulehnen ist, wird mithilfe der Teststatistik  $tStat$  geprüft. Diese wird als Verhältnis zwischen dem geschätzten Parameter ( $\rho$ ) sowie der Standardabweichung des geschätzten Parameters ( $\sigma_\rho$ ) berechnet. Letzteres entspricht der Wurzel der Varianz des geschätzten Parameters, welche ebenfalls durch die MATLAB-Funktion `ccc_mvqarch.m` ermittelt wird. Es gilt:

$$tStat := \frac{\rho}{\sigma_\rho} . \quad (6.1)$$

Ist der Betrag der Teststatistik größer als der kritische t-Wert, welcher sich in der Quantiltabelle der Student-t-Distribution in Abhängigkeit von der Anzahl an Freiheitsgraden und dem Signifikanzniveau ( $\alpha$ ) ablesen lässt, wird die Nullhypothese zum entsprechenden Signifikanzniveau abgelehnt. Der Korrelationskoeffizient ist dann signifikant von null verschieden. Das Vorzeichen des Korrelationskoeffizienten gibt dabei an, ob die signifikante Abweichung von null positiv oder negativ ist. Kann die Nullhypothese nicht verworfen werden, wird der Korrelationskoeffizient als nicht signifikant von null verschieden angesehen, sodass keine (signifikante) Korrelation vorliegt.

**Tabelle 6.1.** Kritische t-Werte für die verschiedenen Frequenzen und Marktphasen

	CCC-GARCH(1,1,1)					CCC-GARCH(4,0,7)			
	Beobach- tungen	Freiheits- grade	kritische t-Werte			Freiheits- grade	kritische t-Werte		
			$\alpha = 0,10$	$\alpha = 0,05$	$\alpha = 0,01$		$\alpha = 0,10$	$\alpha = 0,05$	$\alpha = 0,01$
<b>Tagesdaten</b>									
Gesamtperiode	6153	6144	1,645	1,960	2,577	6134	1,645	1,960	2,577
Bulle 1	1933	1924	1,646	1,961	2,578	1913	1,646	1,961	2,578
Bär 1	764	755	1,647	1,963	2,582	745	1,647	1,963	2,582
Bulle 2	1108	1099	1,646	1,962	2,580	1089	1,646	1,962	2,580
Bär 2	417	408	1,649	1,966	2,588	398	1,649	1,966	2,588
Bulle 3	1936	1927	1,646	1,961	2,578	1917	1,646	1,961	2,578
stabil 1	1528	1519	1,646	1,962	2,579	1487	1,646	1,962	2,579
volatil 1	1233	1224	1,646	1,962	2,580	1214	1,646	1,962	2,580
stabil 2	1168	1159	1,646	1,962	2,580	1149	1,646	1,962	2,580
volatil 2	382	373	1,649	1,966	2,580	363	1,649	1,967	2,589
stabil 3	1846	1837	1,646	1,961	2,579	1827	1,646	1,961	2,579
<b>Wochendaten</b>									
Gesamtperiode	1267	1258	1,646	1,962	2,580	1248	1,646	1,962	2,580
Bulle 1	402	393	1,649	1,966	2,588	382	1,649	1,966	2,589
Bär 1	158	149	1,655	1,976	2,609	139	1,656	1,977	2,612
Bulle 2	227	218	1,652	1,971	2,599	208	1,652	1,971	2,600
Bär 2	87	78	1,665	1,991	2,640	68	1,668	1,995	2,650
Bulle 3	398	389	1,649	1,966	2,589	379	1,649	1,966	2,589
stabil 1	317	308	1,650	1,968	2,592	298	1,650	1,968	2,592
volatil 1	254	245	1,651	1,970	2,596	235	1,651	1,970	2,597
stabil 2	274	265	1,651	1,969	2,595	255	1,651	1,969	2,595
volatil 2	48	39	1,685	2,023	2,708	29	1,699	2,045	2,756
stabil 3	378	369	1,649	1,966	2,589	350	1,649	1,967	2,590
<b>Monatsdaten</b>									
Gesamtperiode	290	281	1,650	1,968	2,593	271	1,650	1,969	2,594
Bulle 1	92	83	1,663	1,989	2,636	73	1,666	1,993	2,645
Bär 1	38	29	1,699	2,045	2,756	19	1,729	2,093	2,861
Bulle 2	58	49	1,677	2,010	2,680	39	1,685	2,023	2,708
Bär 2	15	6	1,943	2,447	3,707	N.A	N.A	N.A	N.A
Bulle 3	92	83	1,663	1,989	2,636	73	1,666	1,993	2,645
stabil 1	59	50	1,676	2,009	2,678	40	1,684	2,021	2,704
volatil 1	71	62	1,670	1,999	2,657	52	1,675	2,007	2,674
stabil 2	57	48	1,677	2,011	2,682	38	1,686	2,024	2,712
volatil 2	47	38	1,686	2,024	2,712	28	1,701	2,048	2,763
stabil 3	60	51	1,675	2,008	2,676	41	1,683	2,020	2,701

Als Signifikanzniveau werden hier  $\alpha = 0,10$ ,  $\alpha = 0,05$  und  $\alpha = 0,01$  verwendet. Lässt sich die Nullhypothese zum Signifikanzniveau von  $\alpha = 0,01$  ablehnen, so ist die Abweichung

des Korrelationskoeffizienten von null deutlicher als bei einer Ablehnung der Nullhypothese zu einem Signifikanzniveau von bspw.  $\alpha = 0,10$ . Tabelle 6.1 gibt für die verschiedenen Signifikanzniveaus einen Überblick über die kritischen t-Werte, die sich in Abhängigkeit der Anzahl an Freiheitsgraden für die verschiedenen Frequenzen und Marktphasen bei Schätzung eines CCC-GARCH(1,1,1)-Modells mit insgesamt neun zu schätzenden Parametern sowie bei Schätzung eines CCC-GARCH(4,0,7)-Modells mit insgesamt 19 zu schätzenden Parametern ergeben. Die Freiheitsgrade berechnen sich als Differenz zwischen der Anzahl an Beobachtungen der jeweiligen Marktphase und der Anzahl zu schätzender Parameter (Wooldridge, 2014; Kähler, 2012). Da im Falle von Monatsdaten der zweite Bärenmarkt nur über 15 Beobachtungen verfügt, das CCC-GARCH(4,0,7)-Modell aber 19 Parameter schätzt, können hier keine kritischen Werte errechnet werden. Dies wird in Tabelle 6.1 sowie in der nachfolgenden Tabelle 6.2 mit *NA* angegeben.

**Tabelle 6.2.** Korrelationskoeffizienten der CCC-GARCH(1,1,1)- und CCC-GARCH(4,0,7)-Modelle

	CCC-GARCH(1,1,1)				CCC-GARCH(4,0,7)			
	Au	Ag	Pt	Pd	Au	Ag	Pt	Pd
<b>Tagesdaten</b>								
Gesamtperiode	0,0470**	0,1185***	0,1404***	0,1586***	0,0462**	0,1195***	0,1421***	0,1603***
Bulle 1	0,1700***	0,0825***	0,1471***	0,0774***	0,1711***	0,0810***	0,1455***	0,0764***
Bär 1	-0,0268	0,0686*	0,0605*	0,0857**	-0,0275	0,0735**	0,0655*	0,0887***
Bulle 2	0,1513***	0,1887***	0,1457***	0,1028***	0,1493***	0,1780***	0,1476***	0,1067***
Bär 2	-0,0575	0,1291**	0,0977**	0,1857***	-0,0766	0,1163**	0,1019**	0,1937***
Bulle 3	-0,0693*	0,1369***	0,1802***	0,2955***	-0,0684*	0,1342***	0,1778***	0,2947***
stabil 1	0,1811***	0,0790**	0,1562***	0,0844***	0,1880*	0,0829***	0,1531***	0,0819***
volatil 1	0,0254	0,0837***	0,0830**	0,0826***	0,0219	0,0761**	0,0891***	0,0847***
stabil 2	0,1819***	0,2019***	0,1488***	0,1115***	0,1799***	0,1939***	0,1531***	0,1141***
volatil 2	-0,1693***	0,0805	0,1485***	0,2058***	-0,1790***	0,0652	0,1416**	0,2016***
stabil 3	-0,0582	0,1407***	0,1749***	0,2956***	-0,0575	0,1392***	0,1763***	0,2961***
<b>Wochendaten</b>								
Gesamtperiode	0,0479	0,1909***	0,1994***	0,2286***	0,0425	0,1848***	0,1885***	0,2186***
Bulle 1	0,2250***	0,1898***	0,2688***	0,1581**	0,2145***	0,1872***	0,2657***	0,1612***
Bär 1	-0,0272	0,1778**	0,1315	0,2282***	-0,0295	0,1808**	0,1229	0,2027***
Bulle 2	0,1321	0,2448***	0,0999*	0,1299*	0,1448*	0,2411***	0,1253**	0,1270***
Bär 2	-0,1826	0,1290	0,0721	0,1929	-0,1875*	0,0611	0,0225	0,1701*
Bulle 3	-0,0546	0,1997***	0,2797***	0,3877***	-0,0606	0,1977***	0,2746***	0,3819***
stabil 1	0,1797***	0,1421**	0,2564***	0,1592**	0,1741***	0,1441**	0,2571***	0,1580**
volatil 1	0,1088	0,2265***	0,1678***	0,1526**	0,0686	0,2167***	0,1562**	0,1593***
stabil 2	0,0758	0,1668***	0,1047*	0,1340**	0,0810	0,1680***	0,0849	0,1255**
volatil 2	-0,2499	0,2309	0,2451	0,4351***	-0,1908	0,2506	0,2560*	0,4232***
stabil 3	-0,0375	0,2084***	0,2674***	0,3920***	-0,0473	0,2095***	0,2637***	0,3860***
<b>Monatsdaten</b>								
Gesamtperiode	0,0243	0,1452**	0,1614***	0,2205***	-0,0044	0,1413	0,1615***	0,2207***
Bulle 1	0,2988***	0,2296**	0,2681**	0,2055	0,2870***	0,2413**	0,2861	0,2645
Bär 1	0,0213	0,2148**	0,2299**	0,4759***	-0,0378	0,1238	0,2585**	0,4763***
Bulle 2	0,1512	0,2287	0,0440	0,1201	0,1698	0,2471*	0,0490	0,1182
Bär 2	-0,3907	-0,1859	-0,0267	-0,0336	-0,4278 <sup>NA</sup>	-0,1854 <sup>NA</sup>	-0,0180 <sup>NA</sup>	-0,0234 <sup>NA</sup>
Bulle 3	-0,1236	0,1163	0,0942	0,2191***	-0,1182	0,1145	0,1492	0,2589***
stabil 1	0,2868**	0,1720	0,3271**	0,0956	0,2774*	0,1819	0,3515**	0,1559
volatil 1	0,0774	0,2033*	0,2249**	0,3575***	0,0785	0,2267**	0,2496**	0,3582***
stabil 2	0,1418	0,2192	0,0335	0,0555	0,1541	0,2311	0,0354	0,0132
volatil 2	-0,3434**	0,0464	0,0242	0,1951**	-0,3580**	0,1088	0,0835	0,2458*
stabil 3	0,0353	0,1505	0,2340**	0,2046**	0,0245	0,1238	0,1996*	0,2244***

Signifikanzniveaus: \* = 0,10 \*\* = 0,05 \*\*\* = 0,01

Tabelle 6.2 können die geschätzten konstanten bedingten Korrelationskoeffizienten des CCC-GARCH(1,1,1)- und des CCC-GARCH(4,0,7)-Modells entnommen werden. Außerdem kann hierin abgelesen werden, ob und ggf. zu welchem Signifikanzniveau sie von null abweichen. Lediglich für das CCC-GARCH(4,0,7)-Modell kann für den zweiten Bärenmarkt im Falle von Monatsdaten diesbezüglich keine Aussage getroffen werden. Eine übersichtlichere Darstellung, in welchen Marktphasen und für welche Frequenzen welches Edelmetall positiv korreliert (+), negativ korreliert (-) oder unkorreliert (O) mit dem DAX ist, findet sich in Tabelle 6.3. Kann keine Aussage getätigt werden, erfolgt die Angabe *NA*.



**Tabelle 6.3.** Korrelationen zwischen den Edelmetallen und dem DAX gemäß den CCC-GARCH(1,1,1)- und CCC-GARCH(4,0,7)-Modellen

	CCC-GARCH(1,1,1)												CCC-GARCH(4,0,7)																			
	$\alpha = 0,01$				$\alpha = 0,05$				$\alpha = 0,10$				$\alpha = 0,01$				$\alpha = 0,05$				$\alpha = 0,10$											
	Au	Ag	Pt	Pd	Au	Ag	Pt	Pd	Au	Ag	Pt	Pd	Au	Ag	Pt	Pd	Au	Ag	Pt	Pd	Au	Ag	Pt	Pd	Au	Ag	Pt	Pd				
<b>Tagesdaten</b>																																
Gesamtperiode	O	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	O	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
Bulle 1	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
Bär 1	O	O	O	O	O	O	O	+	O	+	+	+	O	O	O	+	O	+	O	+	O	+	O	+	O	+	+	+	O	+	+	+
Bulle 2	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
Bär 2	O	O	O	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	O	O	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+
Bulle 3	O	+	+	+	O	+	+	+	-	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	-	+	+	+	-	+	+	+
stabil 1	+	O	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
volatil 1	O	+	O	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	O	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+
stabil 2	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
volatil 2	-	O	+	+	-	O	+	+	-	O	+	+	-	O	O	+	-	O	+	+	-	O	+	+	-	O	+	+	-	O	+	+
stabil 3	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+
<b>Wochendaten</b>																																
Gesamtperiode	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+
Bulle 1	+	+	+	O	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
Bär 1	O	O	O	+	O	+	O	+	O	+	O	+	O	O	O	+	O	+	O	+	O	+	O	+	O	+	O	+	O	+	O	+
Bulle 2	O	+	O	O	O	+	O	O	O	+	+	+	O	+	O	O	O	+	+	+	O	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
Bär 2	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	-	O	O	+	-	O	O	+
Bulle 3	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+
stabil 1	+	O	+	O	+	+	+	+	+	+	+	+	+	O	+	O	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
volatil 1	O	+	+	O	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	O	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+
stabil 2	O	+	O	O	O	+	O	+	O	+	+	+	O	+	O	O	O	+	O	+	O	+	O	+	O	+	O	+	O	+	O	+
volatil 2	O	O	O	+	O	O	O	+	O	O	O	+	O	O	O	+	O	O	O	+	O	O	O	+	O	O	O	+	O	O	O	+
stabil 3	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+
<b>Monatsdaten</b>																																
Gesamtperiode	O	O	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	O	+	+	O	O	+	+	O	O	+	+	O	O	+	+	O	O	+	+
Bulle 1	+	O	O	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	O	O	O	+	+	O	O	+	+	O	O	+	+	O	O	+	+	O	O
Bär 1	O	O	O	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	O	O	+	O	O	+	+	O	O	+	+	O	O	+	+	O	O	+	+
Bulle 2	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	+	O	O	O	+	O	O
Bär 2	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
Bulle 3	O	O	O	+	O	O	O	+	O	O	O	+	O	O	O	+	O	O	O	+	O	O	O	+	O	O	O	+	O	O	O	+
stabil 1	O	O	O	O	+	O	+	O	+	O	+	O	O	O	O	O	O	O	+	O	O	O	+	O	+	O	+	O	+	O	+	O
volatil 1	O	O	O	+	O	O	+	+	O	+	+	+	O	O	O	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+
stabil 2	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O
volatil 2	O	O	O	O	-	O	O	+	-	O	O	+	O	O	O	O	-	O	O	O	-	O	O	O	-	O	O	+	-	O	O	+
stabil 3	O	O	O	O	O	O	+	+	O	O	+	+	O	O	O	+	O	O	O	+	O	O	O	+	O	O	+	+	O	O	+	+

(+) positiv korreliert (O) unkorreliert (-) negativ korreliert (NA) keine Aussage möglich

Wie den Tabellen 6.2 und 6.3 entnommen werden kann, decken sich die Resultate des CCC-GARCH(1,1,1)- und des CCC-GARCH(4,0,7)-Modells in den meisten Fällen sowohl bzgl. der Höhe der geschätzten Korrelationskoeffizienten als auch bzgl. der daraus folgenden Eigenschaften als Hedge, Safe Haven oder Diversifier. Auftretende Unterschiede haben darüber hinaus keine nennenswerten Auswirkungen auf das Gesamtergebnis, wie sich im Folgenden zeigen wird.

Da der Korrelationskoeffizient sowohl für das CCC-GARCH(1,1,1)- als auch für das CCC-GARCH(4,0,7)-Modell für keines der Edelmetalle für den Gesamtzeitraum signifikant von null abweicht und dabei gleichzeitig ein negatives Vorzeichen aufweist, dient keines der Edelmetalle gegenüber dem DAX als starker Hedge. Bei Verwendung eines Signifikanzniveaus von  $\alpha = 0,01$  stellen Gold in allen Frequenzen sowie Silber für Monatsdaten schwache Hedges dar. Für ein Signifikanzniveau von  $\alpha = 0,05$  und  $\alpha = 0,10$  ist demgegenüber für beide Modelle nur noch Gold für Wochen- und Monatsdaten ein schwacher Hedge sowie Silber für Monatsdaten, wenn das CCC-GARCH(4,0,7)-Modell verwendet wird. In allen anderen Fällen sind die verschiedenen Edelmetalle zu den jeweiligen Signifikanzniveaus globale Diversifier.

Ferner zeigen die Tabellen 6.2 und 6.3, dass in beiden Modellen für ein Signifikanzniveau von  $\alpha = 0,01$  nur Gold für die zweite volatile Marktphase bei Betrachtung von Tagesdaten als starker Safe Haven dient. Wird  $\alpha = 0,05$  verwendet, ist zusätzlich Gold für die zweite volatile Marktphase bei Betrachtung von Monatsdaten ein starker Safe Haven. Darüber hinaus ist Gold im Falle des CCC-GARCH(4,0,7)-Modells für Wochendaten im zweiten Bärenmarkt ein starker Safe Haven, wenn nur noch ein Signifikanzniveau von  $\alpha = 0,10$  betrachtet wird. Ansonsten besitzt keines der Edelmetalle in keiner Marktphase die Eigenschaft eines starken Safe Havens.

Während die Eigenschaft eines starken Safe Havens nur bei Gold und dann auch nur für eine einzelne Marktphase beobachtet werden kann, sind deutlich mehr Edelmetalle in verschiedensten Marktphasen als schwache Safe Havens geeignet. In beiden Modellen besitzt bei Betrachtung von Tagesdaten für ein Signifikanzniveau von  $\alpha = 0,10$  nur Gold für beide Bärenmärkte diese Eigenschaft, während Gold für die erste und Silber für die zweite volatile Marktphase einen schwachen Safe Haven darstellen. Werden für selbiges Signifikanzniveau Wochendaten betrachtet, so sind für den ersten Bärenmarkt Gold und Platin, für den zweiten Bärenmarkt alle Edelmetalle mit Ausnahme von Palladium bei Verwendung des CCC-GARCH(4,0,7)-Modells,<sup>56</sup> für die erste volatile Marktphase nur Gold sowie für die zweite volatile Marktphase alle Edelmetalle bis auf zwei Ausnahmen schwache Safe Havens. Die beiden Ausnahmen bestehen in Palladium für beide Modelle sowie Platin für das CCC-GARCH(4,0,7)-Modell. Ähnlich verhält es sich für Monatsdaten. Hier sind für beide Modelle für den ersten Bärenmarkt Gold, für den zweiten Bärenmarkt<sup>57</sup> alle Edel-

<sup>56</sup>Genau genommen, ist auch Gold für das CCC-GARCH(4,0,7)-Modell davon auszunehmen, da es in diesem Fall - wie bereits zuvor beschrieben - einen starken Safe Haven darstellt.

<sup>57</sup>Da im Falle des CCC-GARCH(4,0,7)-Modells für den zweiten Bärenmarkt keine Aussage bzgl. der Signifikanz getroffen werden kann, beziehen sich die Ausführungen hier lediglich auf die Resultate des CCC-GARCH(1,1,1)-Modells. Gleiches gilt für die übrigen Signifikanzniveaus.

metalle, für die erste volatile Marktphase Gold sowie für die zweite volatile Marktphase Silber und Platin als schwache Safe Havens geeignet. Zusätzlich ist unter Verwendung des CCC-GARCH(4,0,7)-Modells Silber ein schwacher Safe Haven für den ersten Bärenmarkt.

Wird stattdessen  $\alpha = 0,05$  gewählt, dienen im Falle von Tagesdaten für den ersten Bärenmarkt für beide Modelle Platin und für das CCC-GARCH(1,1,1)-Modell noch Silber als schwache Safe Havens. Gegenüber der Verwendung eines Signifikanzniveaus von  $\alpha = 0,10$  ergeben sich für das CCC-GARCH(1,1,1)-Modell im Falle von Wochendaten keine und im Falle von Monatsdaten nur eine Veränderung bzgl. der Eigenschaft als schwacher Safe Haven, wenn  $\alpha = 0,05$  betrachtet wird. Diese Veränderung besteht darin, dass nun zusätzlich für die erste volatile Marktphase Silber einen schwachen Safe Haven darstellt. Für das CCC-GARCH(4,0,7)-Modell ergeben sich jedoch mehrere Veränderungen. Für Wochendaten ist Gold für den zweiten Bärenmarkt nun kein starker, sondern nur noch ein schwacher Safe Haven. Außerdem sind Palladium für den zweiten Bärenmarkt und Platin für die zweite volatile Marktphase schwache Safe Havens. Für Monatsdaten beschränkt sich die Veränderung darauf, dass Palladium nun auch für die zweite volatile Marktphase als schwacher Safe Haven dient.

Gemäß CCC-GARCH(1,1,1)-Modell dienen für ein Signifikanzniveau von  $\alpha = 0,01$  bei der Betrachtung von Tagesdaten zusätzlich Palladium für den ersten Bärenmarkt, Silber und Platin für den zweiten Bärenmarkt sowie Platin für die erste volatile Marktphase als schwache Safe Havens. Bei der Betrachtung von Wochendaten stellen im Vergleich zu  $\alpha = 0,05$  zusätzlich Silber für den ersten Bärenmarkt sowie Palladium für die erste volatile Marktphase schwache Safe Havens dar. Werden Monatsdaten für  $\alpha = 0,01$  betrachtet, so ist nur Palladium für den ersten Bärenmarkt und die erste volatile Marktphase kein schwacher Safe Haven, während in allen anderen Fällen die jeweiligen Edelmetalle als schwache Safe Havens dienen. Genau wie für das CCC-GARCH(1,1,1)-Modell sind Silber und Platin im Falle von Tagesdaten auch gemäß CCC-GARCH(4,0,7)-Modell für den zweiten Bärenmarkt schwache Safe Havens, wenn  $\alpha = 0,01$  betrachtet wird. Außerdem sind im Falle des CCC-GARCH(4,0,7)-Modells noch Silber für den ersten Bärenmarkt und die erste volatile Marktphase sowie Platin für die zweite volatile Marktphase schwache Safe Havens. Werden Wochendaten betrachtet, so dienen zusätzlich Silber im ersten Bärenmarkt und Platin in der ersten volatilen Marktphase als schwache Safe Havens. Für Monatsdaten kommen Platin für den ersten Bärenmarkt sowie Silber und Platin für die erste volatile Marktphase als schwache Safe Havens hinzu.

In den Fällen, in denen die Edelmetalle weder ein starker noch ein schwacher Safe Haven für Bärenmärkte oder volatile Marktphasen sind, stellen sie ausnahmslos lokale Diversifier dar, da hier keines der Edelmetalle perfekt positiv mit dem DAX korreliert. Neben den Bärenmärkten und volatilen Marktphasen korrelieren die Edelmetalle auch in den Bullenmärkten und stabilen Marktphasen nicht perfekt mit dem DAX, sodass auch hier alle Edelmetalle in allen Marktphasen zur Diversifikation des DAX geeignet sind.

## 6.2 Schlussfolgerung und kritische Diskussion der Resultate

Es hat sich gezeigt, dass die Beurteilung, ob ein Edelmetall die Eigenschaften eines Hedges bzw. eines Safe Havens besitzt, teilweise vom verwendeten Signifikanzniveau abhängen kann. Es hat sich aber auch gezeigt, dass in vielen Fällen die gleiche Beurteilung erfolgt. Daher werden Edelmetalle im Folgenden nur dann als Hedge bzw. Safe Haven angesehen, wenn die Eigenschaften auch noch bei einem Signifikanzniveau von  $\alpha = 0,01$  vorliegen. Dies entspricht einer Beschränkung der Analyse auf die Fälle, bei denen die Eigenschaften in hochsignifikanter Form vorliegen.

Die Resultate zeigen ferner, dass die Eigenschaften eines Edelmetalls als Hedge und als Safe Haven maßgeblich von der Wahl der Frequenz, in der die Daten erhoben und analysiert werden, abhängen können. Deshalb sollten Ergebnisse verschiedener Studien immer nur miteinander verglichen werden, wenn die Frequenzen der jeweils zugrunde gelegten Daten übereinstimmen. Stimmen die Frequenzen nicht überein, so sollte ein Vergleich nur unter größter Vorsicht vorgenommen werden. Widersprechen sich die Ergebnisse, die bis auf die Frequenz exakt die gleichen Daten und Analysemethoden verwenden - so wie es teilweise in den Resultaten der vorliegenden Arbeit der Fall ist - sind im Zweifel die Ergebnisse der Daten mit der höchsten Frequenz am aussagekräftigsten, da diese Daten auch die meisten Informationen beinhalten. Dies sind hier die Tagesdaten. Demgegenüber weisen Daten geringerer Frequenz eine Art Glättung gegenüber Daten höherer Frequenz auf, wodurch viele Kursbewegungen am Markt nicht mit in die Analyse einfließen können. Außerdem weisen viele der identifizierten Marktphasen für Monatsdaten - in Einzelfällen auch für Wochendaten - weniger als 80 Beobachtungen auf. Wie in Kapitel 2.2.3 erörtert, sollten Zeitreihen aber idealerweise mindestens 80 bis 100 Beobachtungen umfassen, um verlässliche Resultate liefern zu können.

Daher kommt die hier durchgeführte Analyse bei Verwendung von Tagesdaten und einem Signifikanzniveau von  $\alpha = 0,01$  - unabhängig davon, ob das CCC-GARCH(1,1,1)- oder das CCC-GARCH(4,0,7)-Modell verwendet wird - zu dem Schluss,<sup>58</sup> dass tatsächlich insbesondere Gold gut geeignet ist, um Kursrisiken deutscher Aktien abzusichern. Denn Gold fungiert sowohl als schwacher Hedge für die Gesamtperiode als auch mindestens als schwacher Safe Haven in allen Bärenmärkten und allen volatilen Marktphasen. Außerdem ist Gold jeweils in den ersten beiden Bullenmärkten und stabilen Marktphasen positiv mit dem DAX korreliert. Dies bedeutet, dass Gold in Zeiten steigender Kurse und in Zeiten stabiler Finanzmärkte oftmals der positiven Kursentwicklung des DAX folgt und dennoch in Zeiten fallender Kurse und in volatilen Marktphasen als Absicherung dient. Gold verhält sich somit automatisch so, wie es in den jeweiligen Marktphasen wünschenswert wäre. Die Folge hieraus ist, dass Gold sehr gut geeignet ist, um stets zusammen mit dem DAX in einem Portfolio gehalten zu werden, sodass selbst dann keine Veränderung des Portfo-

<sup>58</sup>Das CCC-GARCH(1,0,1)-Modell - welches gemäß der durchgeführten Modellauswahl anhand der BICs am besten geeignet wäre, wenn nur Tagesdaten analysiert worden wären - sowie das CCC-GARCH(3,0,8)-Modell - welches gemäß Residualanalyse aufgrund der Ergebnisse der ARCH- und Ljung-Box-Tests am besten geeignet wäre, wenn nur Tagesdaten analysiert worden wären - kommen zu demselben Schluss. Vergleiche hierzu die Tabellen G.1 und G.2 in Appendix G.

lios notwendig ist, wenn ein Wechsel von einer Marktphase zu einer anderen Marktphase erfolgt. Der Vorteil, der damit einhergeht, besteht darin, dass nicht ad hoc identifiziert werden muss, ob bereits ein Wechsel zwischen zwei Marktphasen stattgefunden hat oder in naher Zukunft (möglicherweise) stattfinden wird. Somit erübrigt sich bspw. die Frage, ob im Falle sinkender Aktienkurse über einen Zeitraum von bspw. drei Wochen bereits ein Bärenmarkt vorliegt und das Portfolio der neuen Marktphase entsprechend angepasst werden muss oder ob es sich hierbei lediglich um eine Gegenbewegung innerhalb eines länger andauernden Bullenmarktes handelt. Statt die Zusammensetzung des Portfolios regelmäßig überprüfen und ggf. anpassen zu müssen, tritt an die Stelle einer dynamischen Portfolioallokation eine statische Portfolioallokation.

Neben Gold sind aber noch weitere Edelmetalle zur Absicherung von deutschen Aktienkursrisiken interessant. Hier sind insbesondere Silber und Platin zu nennen, die zwar nicht als Hedge geeignet sind, aber dennoch in allen Bärenmärkten und mindestens in einem der volatilen Marktphasen als schwache Safe Havens dienen. Im Falle der Resultate des CCC-GARCH(4,0,7)-Modells ist Silber sogar in beiden volatilen Marktphasen ein schwacher Safe Haven, wodurch Silber besonders interessant wird. Gleichzeitig korrelieren sie in allen Bullenmärkten und in allen stabilen Marktphasen - bis auf Silber in der ersten stabilen Marktphase, wenn das CCC-GARCH(1,1,1)-Modell verwendet wird - positiv mit dem DAX. Folglich sind auch Silber und Platin gut geeignet, um dauerhaft zusammen mit dem DAX im Portfolio gehalten zu werden, obwohl keine Eigenschaft als Hedge vorliegt. Dies bedeutet aber auch, dass Silber und Platin den über den Gesamtzeitraum erfolgten Kursanstieg des DAX nachvollzogen haben und dabei trotzdem in den meisten Fällen eine Absicherung gegenüber Kursrisiken dargestellt haben. Insofern ist zu überlegen, ob die Eigenschaft eines Hedges unbedingt notwendig ist oder ob es ausreicht oder gar besser ist, wenn die Eigenschaft eines Safe Havens in Kombination mit einer positiven Korrelation in Bullenmärkten und stabilen Marktphasen auftritt, ohne dabei die Eigenschaft eines Hedges zu besitzen.

Dieser Gedanke führt zu der Frage, was die Eigenschaft als Hedge konkret aussagt. Grundsätzlich weist ein Hedge nur darauf hin, dass für den Gesamtzeitraum keine signifikante positive Korrelation zwischen zwei Assets vorliegt. Dies kann bspw. darin begründet sein, dass zwei Assets in manchen Marktphasen positiv, in manchen Marktphasen negativ und in manchen Marktphasen nicht miteinander korrelieren. Im Durchschnitt resultiert dann eine Unkorreliertheit über den Gesamtzeitraum. Gold ist hierfür ein gutes Beispiel. Allerdings bedeutet das Vorliegen eines Hedges nicht automatisch, dass die Unkorreliertheit ausgerechnet in Bärenmärkten und volatilen Marktphasen sowie die positive Korrelation ausgerechnet in Bullenmärkten und stabilen Marktphasen vorliegen müssen. Würde umgekehrt eine Unkorreliertheit in Bullenmärkten und stabilen Marktphasen sowie eine positive Korrelation in Bärenmärkten und volatilen Marktphasen bestehen, könnte theoretisch ebenfalls ein Hedge resultieren. In diesem Fall würde aber keine Absicherung gegen Kursrisiken stattfinden, da sich die zwei Assets gerade in Zeiten fallender Kurse und in volatilen Marktphasen in die gleiche Richtung bewegen würden. Zusätzlich würden sie

sich gerade dann, wenn eines der Assets steigt, nicht mehr in die gleiche Richtung bewegen. Die reine Betrachtung der Eigenschaft als Hedge reicht somit nicht aus, um eine Aussage darüber treffen zu können, ob ein Asset zur Absicherung gegenüber Kursrisiken eines anderen Assets geeignet ist. Hierzu müssen zusätzlich die Korrelationen in den einzelnen Marktphasen untersucht werden, um so ein vollständiges Bild des Verhaltens der beiden Assets zueinander zu erhalten. Dies unterstreicht, wie wichtig eine adäquate und zuverlässige Identifizierung von Marktphasen ist.

Abschließend sei angemerkt, dass Palladium sich bzgl. der Korrelationen deutlich von den übrigen Edelmetallen unterscheidet. Für Tagesdaten korreliert es - außer für den ersten Bärenmarkt im Falle des CCC-GARCH(1,1,1)-Modells - stets positiv mit dem DAX. Dieses Ergebnis passt zu der Feststellung in Kapitel 4.5.1, wonach Palladium wie der DAX für Tagesdaten positive Renditen in Bullenmärkten und stabilen Marktphasen sowie negative Renditen in Bärenmärkten und volatilen Marktphasen aufweist. Eine Absicherung gegenüber Kursrisiken könnte also nur dann erreicht werden, wenn Palladium für Bärenmärkte und volatile Marktphasen leerverkauft würde. Dies würde jedoch eine Identifizierung der Wechsel zwischen den Marktphasen erfordern, die bereits im Zeitpunkt des Wechsels oder vor dem Wechsel den Wechsel identifizieren oder gar prognostizieren könnte. Zum aktuellen Zeitpunkt existiert allerdings noch keine Methodik, die dies ohne hohe Unsicherheit umsetzen kann.

Hierin ist nun einer der wesentlichen Aspekte der Annahme des Verbots von Leerverkäufen begründet. Eine Handelsstrategie, die darauf aufbaut, dass in dem Moment des Wechsels zwischen zwei Marktphasen dieser Wechsel sofort identifiziert wird - oder im Idealfall bereits vorab identifiziert wurde - ist aufgrund der Schwierigkeit einer solchen Identifizierung nur schwer und wenn nur unter Unsicherheit umsetzbar. Der andere wesentliche Aspekt der Annahme des Verbots von Leerverkäufen besteht darin, dass nicht davon ausgegangen werden kann, dass Leerverkäufe stets erlaubt sind. So wurden bspw. Leerverkäufe während der Finanzkrise zwischenzeitlich verboten (Beber und Pagano, 2013), sodass eine Handelsstrategie, die auf Leerverkäufen beruht, nicht durchführbar gewesen wäre. Dies bedeutet, dass ausgerechnet in einer Zeit fallender Kurse und hoher Volatilität eine Absicherung gegen Kursrisiken des DAX mithilfe von Leerverkäufen von Assets, die an sich positiv mit dem DAX korreliert sind, nicht realisierbar gewesen wäre. Um eine allgemeingültige Aussage bzgl. der Eigenschaften als Hedge und insbesondere des Safe Havens treffen zu können, wird deswegen angenommen, dass Leerverkäufe prinzipiell nicht möglich sind.

Es kann geschlussfolgert werden, dass eine Absicherung der Kursrisiken am deutschen Aktienmarkt mittels Gold, Silber oder Platin zu bevorzugen ist, da diese drei Edelmetalle im Allgemeinen einen schwachen Safe Hafen sowie Gold einen schwachen Hedge bzgl. des DAX darstellen.

## Kapitel 7

# Illustrative Anwendung der Resultate

In den vorangegangenen Kapiteln wurde analysiert, wie die vier Edelmetalle Gold, Silber, Platin und Palladium mit dem DAX in verschiedenen Marktphasen korrelieren und welche Eigenschaften als Diversifier, Hedge und Safe Haven hieraus resultieren. Das Ergebnis dieser Analyse besteht in der Empfehlung, welche Assets in welchen Zeiträumen zusammen in einem Portfolio gehalten werden sollten, um diese Eigenschaften so auszunutzen, dass sich gegen die Kursrisiken deutscher Aktien abgesichert werden kann. In diesem Kapitel wird nun anhand eines ausgewählten Beispiels veranschaulicht, wie die Resultate der vorausgegangenen Analyse in der Praxis angewendet werden können. Da es sich lediglich um eine Illustration handeln soll, werden die zugrunde liegenden Theorien nur kurz dargestellt.

### 7.1 Vorgehensweise der optimalen Portfolioallokation

Der Empfehlung des vorherigen Kapitels folgend, werden aus dem DAX und je einem Edelmetall<sup>59</sup> Portfolios gebildet und diese Portfolios für den Gesamtzeitraum gehalten. Die optimale Gewichtung des DAX und der jeweiligen Edelmetalle, mit der die einzelnen Assets in die Portfolios eingehen (optimale Portfolioallokation), ist demzufolge nur für den Gesamtzeitraum und nicht für die einzelnen Unterperioden zu ermitteln. Die Zusammensetzung der Portfolios wird im Folgenden gemäß der *Portfolio Selection* von Markowitz (1952) sowie dem darauf aufbauendem *Two Fund Theorem* von Merton (1972) und der darin implizierten Idee der *Minimum-Varianz-Portfolios* (MVP) bestimmt. Neben den MVPs kommen weitere Optimierungsverfahren zur Portfolioallokation in Frage. Der Grund, warum hier dieses Beispiel zur Bildung eines Portfolios zum Zwecke der Illustration der gefundenen Ergebnisse verwendet wird, besteht darin, dass der Fokus der vorliegenden Arbeit auf der Absicherung und damit der Vermeidung bzw. Reduzierung des Risikos deutscher Aktien liegt. Der Portfoliotheorie von Markowitz entsprechend, besitzt

---

<sup>59</sup>Gemäß den Resultaten aus Kapitel 6 sollte ein Anleger Gold, Silber oder Platin dem DAX beimischen. Der Vollständigkeit halber werden in diesem Kapitel aber auch Portfolios betrachtet, die aus dem DAX und Palladium bestehen.

das Portfolio mit der geringsten Varianz das geringste Risiko. Folglich muss das Minimum-Varianz-Portfolio ermittelt werden, wenn das Risiko minimiert werden soll. Die Rendite, die dieses Portfolio besitzt, ließe sich nur dann erhöhen, wenn auch eine höhere als die minimale Varianz in Kauf genommen würde (Markowitz, 1952, 1999; Levy und Sarnat, 1984; Trautmann, 2007; Merton, 1972).

Die Minimierung des Risikos besteht hier in der Reduzierung der Schwankungen. In der vorliegenden Arbeit wird Risiko zusätzlich auch in Form von sinkenden Aktienkursen definiert. Doch genau wie volatile Marktphasen weisen Bärenmärkte eine erhöhte Volatilität auf und wie sich im Laufe dieses Kapitels zeigen wird, führt ein Portfolio, welches die Schwankungen reduziert, ebenfalls zu einer Reduktion von Verlusten aufgrund sinkender Aktienkurse. Folglich soll das hier ausgeführte Beispiel zunächst ausreichen, um auch diese Form des Risikos mit zu berücksichtigen.

Wird nun ein MVP betrachtet, welches aus dem DAX und einem Edelmetall ( $PM$ ) besteht, geben  $g_{DAX}$  und  $g_{PM}$  die Gewichtungen an, mit denen die beiden Assets im Portfolio enthalten sind. Für die Gewichte muss somit  $g_{DAX} + g_{PM} = 1$  gelten, da der zu investierende Betrag nur auf diese beiden Assets aufgeteilt werden kann. Sind - wie in der vorliegenden Arbeit - keine Leerverkäufe erlaubt, muss das MVP ferner die Bedingung  $g_{DAX}, g_{PM} \geq 0$  erfüllen. Die Gewichte werden aus den Varianzen ( $\sigma_{DAX}^2, \sigma_{PM}^2$ ) bzw. Standardabweichungen ( $\sigma_{DAX}, \sigma_{PM}$ ) und den Kovarianzen der Assets berechnet. Dabei gibt  $\sigma_{DAX}\sigma_{PM}\rho$  die Kovarianz zwischen dem DAX und dem jeweiligen Edelmetall an. Der Korrelationskoeffizient ( $\rho$ ), der die Korrelation zwischen dem DAX und dem Edelmetall angibt, wird in der vorliegenden Arbeit mithilfe der konstanten bedingten Korrelationskoeffizienten von CCC-GARCH( $P, O, Q$ )-Modellen geschätzt, sodass die Resultate aus Kapitel 6 direkten Einzug in die Portfoliooptimierung erhalten. Im nachfolgenden Beispiel werden die bereits geschätzten konstanten bedingten Korrelationskoeffizienten des CCC-GARCH(1,1,1)-Modells für den Gesamtzeitraum verwendet. Die konstanten bedingten Korrelationskoeffizienten des CCC-GARCH(4,0,7)-Modells führen zu vergleichbaren Resultaten. Für die Gewichte gilt:

$$g_{DAX} := \frac{\sigma_{PM}^2 - \sigma_{DAX}\sigma_{PM}\rho}{\sigma_{DAX}^2 + \sigma_{PM}^2 - 2\sigma_{DAX}\sigma_{PM}\rho} , \quad (7.1)$$

$$g_{PM} := \frac{\sigma_{DAX}^2 - \sigma_{DAX}\sigma_{PM}\rho}{\sigma_{DAX}^2 + \sigma_{PM}^2 - 2\sigma_{DAX}\sigma_{PM}\rho} . \quad (7.2)$$

Die Zusammensetzung des MVP hängt dabei nicht von den erwarteten Renditen der beiden im Portfolio enthaltenen Assets ( $\mu_{DAX}$  und  $\mu_{PM}$ ) ab. Die Varianzen bzw. Standardabweichungen lassen sich anhand der Daten als empirische Varianzen bzw. Standardabweichungen schätzen. Da beide Assets im vorliegenden Fall nicht risikolos sind, gilt  $\sigma_{DAX}^2, \sigma_{PM}^2 > 0$  (Braun, 2009; Merton, 1972; Markowitz, 1952; Trautmann, 2007).

Um nun die Auswirkungen der empfohlenen Anlagestrategie untersuchen zu können, werden die erwarteten Renditen und Varianzen des MVP ( $\mu_{MVP}$  und  $\sigma_{MVP}^2$ ) berechnet.



Diese lassen sich dann mit den erwarteten Renditen und Varianzen des DAX ( $\mu_{DAX}$  und  $\sigma_{DAX}^2$ ) vergleichen. Für die erwarteten Renditen und Varianzen des MVP gilt:

$$\mu_{MVP} := g_{DAX}\mu_{DAX} + g_{PM}\mu_{PM} , \quad (7.3)$$

$$\sigma_{MVP}^2 := g_{DAX}^2\sigma_{DAX}^2 + g_{PM}^2\sigma_{PM}^2 + 2g_{DAX}g_{PM}\sigma_{DAX}\sigma_{PM}\rho . \quad (7.4)$$

Die erwartete Rendite des MVP entspricht somit dem gewichteten Durchschnitt der erwarteten Renditen der im Portfolio enthaltenen Assets, wobei sich die erwarteten Renditen als arithmetische Mittel der empirischen Daten schätzen lassen. Sofern keine perfekte Korrelation vorliegt und nicht nur ein Asset das MVP bildet, ist die Varianz des MVP stets streng kleiner als die jeweiligen Varianzen der im Portfolio enthaltenen Assets (Merton, 1972; Markowitz, 1952; Elton und Gruber, 1995; Braun, 2009; Trautmann, 2007; Levy und Sarnat, 1984).

Unabhängig von der Portfoliotheorie wird in der vorliegenden Arbeit die Sharpe-Ratio als weiterer Maßstab zur Veranschaulichung der Effekte der Beimischung von Edelmetallen verwendet, da sie erlaubt, die erwartete Rendite in Relation zur Standardabweichung zu betrachten. Im Falle eines risikolosen Zinssatzes von null oder im Falle der Abwesenheit einer risikolosen Anlageform, ergibt sich die Sharpe-Ratio des MVP ( $SR_{MVP}$ ) vereinfacht als

$$SR_{MVP} := \frac{\mu_{MVP}}{\sigma_{MVP}} . \quad (7.5)$$

Die Sharpe-Ratios für den DAX und die Edelmetalle berechnen sich analog aus den Relationen ihrer jeweiligen erwarteten Renditen und Standardabweichungen (Sharpe, 1966; Hielscher, 1996, Kap. 126; Trautmann, 2007; Berk und DeMarzo, 2019, Kap. 11.5).

Bevor in Kapitel 7.2 analysiert wird, welche MVPs für den DAX und die vier Edelmetalle resultieren und welche erwarteten Renditen, Varianzen und Sharpe-Ratios für diese MVPs im Vergleich zu den einzelnen Assets, aus denen die jeweiligen Portfolios gebildet werden, besitzen, sei noch auf Folgendes hingewiesen: Die in den Gleichungen (7.3) und (7.4) dargestellten Berechnungsweisen der erwarteten Renditen und Varianzen des MVP sowie der daraus ableitbaren Sharpe-Ratios implizieren, dass in jedem einzelnen Zeitpunkt die Zusammensetzung des Portfolios unverändert den errechneten Gewichten  $g_{DAX}$  und  $g_{PM}$  entspricht. Dies bedeutet, dass das Portfolio aufgrund der unterschiedlichen Kursentwicklungen der im MVP enthaltenen Assets in jedem Zeitpunkt durch Käufe und Verkäufe so angepasst werden muss, dass die Gewichtung konstant bei  $g_{DAX}$  und  $g_{PM}$  gehalten wird. Folgendes fiktives Beispiel soll dies verdeutlichen:

Angenommen es stehen insgesamt 100 Euro zur Investition in den DAX und in ein Edelmetall zur Verfügung. Die Berechnung eines MVP hat ergeben, dass der DAX zu 30% und das Edelmetall zu 70% gewichtet werden sollten. Im ersten Zeitpunkt ( $i = 1$ ) werden daher 30 Euro in den DAX und 70 Euro in das Edelmetall investiert. Anschließend steigt der DAX-Kurs vom ersten

bis zum zweiten Zeitpunkt ( $i = 2$ ) um 5%, während der Kurs des Edelmetalls gleichzeitig um 2% sinkt. In  $i = 2$  ist die Investition in den DAX sodann 31,50 Euro und die Investition in das Edelmetall 68,60 Euro wert, sodass das Portfolio einen Gesamtwert von 100,10 Euro hat, wovon ca. 31,47% auf den DAX und ca. 68,53% auf das Edelmetall entfallen. Die ursprüngliche Gewichtung von 30% für den DAX und 70% für das Edelmetall liegt folglich nicht mehr vor. Um sie wieder herzustellen, muss in  $i = 2$  der DAX im Wert von 1,47 Euro verkauft und das Edelmetall im Wert von 1,47 Euro hinzu gekauft werden. Das resultierende Portfolio besteht anschließend auch in  $i = 2$  wieder zu 30% (bzw. 30,03 Euro) aus dem DAX und zu 70% (bzw. 70,07 Euro) aus dem Edelmetall.

Um die mithilfe des MVP ermittelte Gewichtung für den Gesamtzeitraum stets aufrecht halten zu können, ist somit in jedem Zeitpunkt eine Anpassung des Portfolios notwendig, sodass in jedem Zeitpunkt zwei Transaktionen vorgenommen werden müssen. Da in den Berechnungen der erwarteten Renditen, der Varianzen und der Sharpe-Ratios des MVP keine Transaktionskosten enthalten sind, hat die Anzahl an durchzuführenden Transaktionen keinen Einfluss auf diese Größen. Sobald Transaktionskosten aber berücksichtigt werden, können die Transaktionen aufgrund ihrer Häufigkeit insbesondere auf die erwarteten Renditen und Sharpe-Ratios des MVP einen maßgeblichen Einfluss haben. Daher wird hier neben dem Extremfall der Anpassung der Portfolios in jedem einzelnen Zeitpunkt als Alternative der Extremfall des vollständigen Verzichts der Anpassung der Portfolioallokation betrachtet. Dies bedeutet, dass das verfügbare Kapital zum Anfang des Gesamtzeitraums gemäß der Gewichtung des MVP in die beiden Assets investiert und unverändert bis zum Ende des Gesamtzeitraums gehalten wird. Daraus folgt für das obige fiktive Beispiel, dass das Portfolio im zweiten Zeitpunkt zu 31,47% bzw. 31,50 Euro aus dem DAX und zu 68,53% bzw. 68,60 Euro aus dem Edelmetall besteht und nicht der ursprünglichen Gewichtung des MVP angepasst wird. Diese Form eines Minimum-Varianz-Portfolios wird im Folgenden als *buy-and-hold-MVP* bezeichnet, während das Minimum-Varianz-Portfolio, welches immer wieder angepasst wird, sodass die ursprüngliche Gewichtung bestehen bleibt, als *Markowitz-MVP* bezeichnet wird.

Zur Berechnung der erwarteten Renditen, Varianzen und Sharpe-Ratios der buy-and-hold-MVPs wird zu Beginn des Gesamtzeitraums ein beliebiger Betrag gemäß dem errechneten MVP anteilig in den DAX und das jeweilige Edelmetall investiert und bis zum Ende des Gesamtzeitraums gehalten. Mithilfe der Kursentwicklung der jeweils im Portfolio enthaltenen Assets kann in jedem Zeitpunkt der aktuelle Wert für die beiden Bestandteile des buy-and-hold-MVP bestimmt werden. Aus der Summe der beiden Werte lässt sich unmittelbar der Wert des Portfolios in jedem Zeitpunkt berechnen, woraus die Wertentwicklung des buy-and-hold-MVP als Zeitreihe für den Gesamtzeitraum hervorgeht. Für diese Zeitreihe lassen sich dann abweichend von den Gleichungen (7.3) und (7.4) die erwarteten Renditen und Varianzen als arithmetische Mittel und empirische Varianzen für das jeweilige buy-and-hold-MVP berechnen. Abschließend werden auf Basis dieser beiden Größen auch die Sharpe-Ratios des buy-and-hold-MVP ermittelt.

## 7.2 Das optimale DAX-Edelmetall-Portfolio

Tabelle 7.1 zeigt - als Auszug der Tabelle 6.2 aus Kapitel 6.1 - die konstanten bedingten Korrelationskoeffizienten zwischen dem DAX und den vier Edelmetallen, die mithilfe des CCC-GARCH(1,1,1)-Modells für den gesamten Zeitraum für die drei verschiedenen Frequenzen geschätzt wurden. Außerdem beinhaltet Tabelle 7.1 - als Auszug der Tabelle 3.10 aus Kapitel 3.3 - die Standardabweichungen und Varianzen des DAX und der Edelmetalle, die sie in den einzelnen Frequenzen für den Gesamtzeitraum besitzen.

**Tabelle 7.1.** Ausgangsdaten zur Ermittlung der Minimum-Varianz-Portfolios

	DAX	Au	Ag	Pt	Pd
<b>Tagesdaten</b>					
Korrelation	-	0,0470**	0,1185***	0,1404***	0,1586***
Standardabweichung	0,01458	0,01030	0,01767	0,01368	0,02065
Varianz	0,00021	0,00011	0,00031	0,00019	0,00043
<b>Wochendaten</b>					
Korrelation	-	0,0479	0,1909***	0,1994***	0,2286***
Standardabweichung	0,03127	0,02179	0,03853	0,02960	0,04637
Varianz	0,00098	0,00047	0,00148	0,00088	0,00215
<b>Monatsdaten</b>					
Korrelation	-	0,0243	0,1452**	0,1614***	0,2205***
Standardabweichung	0,06164	0,04651	0,08239	0,06052	0,09964
Varianz	0,00380	0,00216	0,00679	0,00366	0,00993
<i>Signifikanzniveaus: * = 0,10    ** = 0,05    *** = 0,01</i>					

Mithilfe der aufgeführten Korrelationskoeffizienten, Standardabweichungen und Varianzen werden die jeweiligen Minimum-Varianz-Portfolios berechnet, welche in Tabelle 7.2 zusammengefasst sind. Wie den Gewichten der MVPs entnommen werden kann, haben die Frequenzen nur einen geringen Effekt auf die Zusammensetzung der MVPs.

**Tabelle 7.2.** Minimum-Varianz-Portfolios für den Gesamtzeitraum

	$MVP_{DAX,Au}$		$MVP_{DAX,Ag}$		$MVP_{DAX,Pt}$		$MVP_{DAX,Pd}$	
	$g_{DAX}$	$g_{Au}$	$g_{DAX}$	$g_{Ag}$	$g_{DAX}$	$g_{Pt}$	$g_{DAX}$	$g_{Pd}$
Tagesdaten	0,3253	0,6747	0,6074	0,3926	0,4630	0,5370	0,6968	0,3032
Wochendaten	0,3189	0,6811	0,6266	0,3734	0,4658	0,5342	0,7379	0,2621
Monatsdaten	0,3595	0,6405	0,6640	0,3360	0,4890	0,5110	0,7781	0,2219

Wird ein Portfolio aus dem DAX und Gold ( $MVP_{DAX,Au}$ ) gebildet, so sollten der DAX mit ca. 32% - 36% und Gold mit ca. 64% - 68% gewichtet werden, um ein Portfolio mit minimaler Varianz zu erhalten. Interessanterweise bildet hier Gold den Hauptbestandteil des Portfolios und nicht der DAX. Im Falle der Beimischung von Silber ( $MVP_{DAX,Ag}$ ) sollten ca. 61% - 66% in den DAX und ca. 34% - 39% in Silber investiert werden. Eine vergleichsweise ausgewogene Gewichtung erfolgt im Falle des MVP aus DAX und Platin ( $MVP_{DAX,Pt}$ ). Dieses besteht zu ca. 46% - 49% aus dem DAX und zu ca. 51% - 54% aus Platin. Die geringste Beimischung eines Edelmetalls findet für das MVP aus DAX und Palladium ( $MVP_{DAX,Pd}$ ) statt, welches zu ca. 70% - 78% in den DAX und nur zu ca. 22% - 30% in Palladium investieren sollte. Dieses Portfolio wird aber nur der Vollständigkeit halber mit aufgeführt. Wie in Kapitel 6 erörtert, kommt Palladium aufgrund seiner weitestgehend fehlenden Eigenschaft als Hedge oder als Safe Haven nicht zur Absicherung deutscher Aktienkursrisiken in Frage.

Die Abbildungen 7.1 und 7.2 zeigen, wie sich für Tagesdaten die Werte der Markowitz-MVPs und der buy-and-hold-MVPs über den Gesamtzeitraum hinweg entwickeln.<sup>60</sup> Hierbei wurden zu Beginn 100 Euro in den DAX, 100 Euro in ein einzelnes Edelmetall sowie 100 Euro in das zugehörige MVP investiert. Anhand der Grafiken lassen sich erste Aussagen über die Auswirkungen der MVPs im Vergleich zu einer reinen Investition in den DAX oder in ein Edelmetall tätigen.

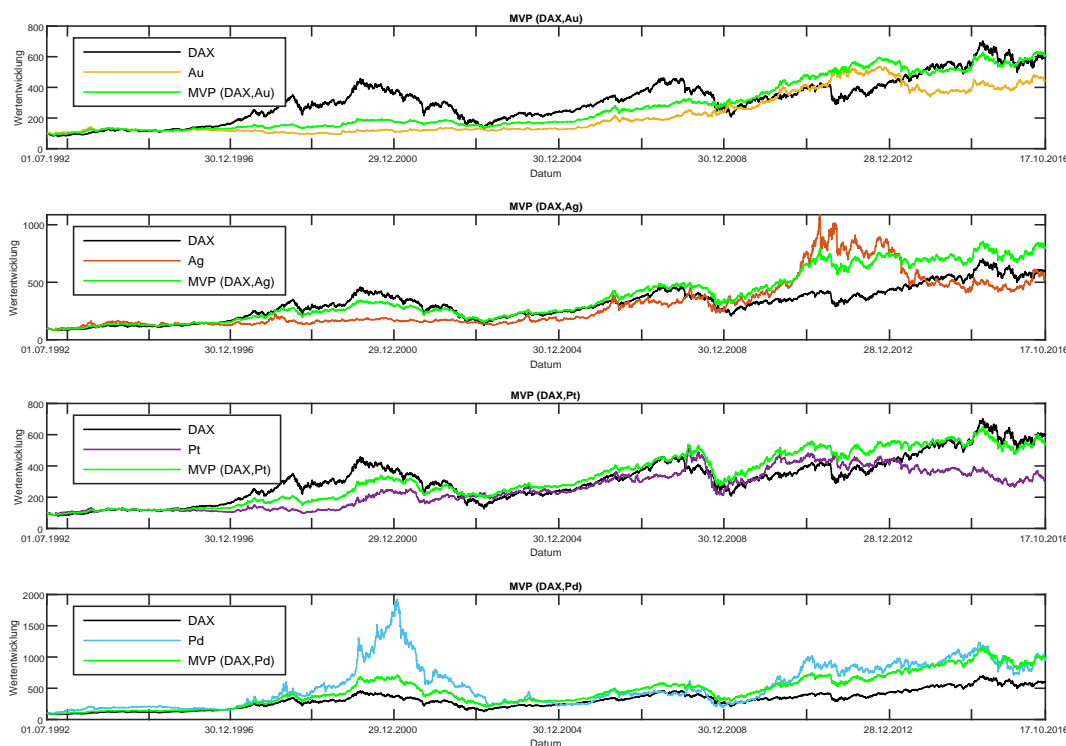


Abbildung 7.1. Wertentwicklungen der Markowitz-MVPs für Tagesdaten

Wie insbesondere den Grafiken der MVPs aus DAX und Gold entnommen werden kann, erfolgt durch die Beimischung von Gold eine Art Glättung der Kursentwicklung des DAX. Dennoch besitzt das Markowitz-MVP am Ende des Gesamtzeitraums sogar einen leicht höheren Wert, als wenn zu Beginn des Gesamtzeitraums ausschließlich in den DAX investiert worden wäre, und einen deutlich höheren Wert, als wenn ausschließlich in Gold investiert worden wäre. Der Endwert des buy-and-hold-MVP aus DAX und Gold ist zwar ebenfalls höher als der von Gold, aber geringer als der Endwert des Markowitz-MVP oder der Endwert des DAX. Gleichzeitig scheinen sich die Schwankungen in einem ähnlichen Bereich zu bewegen. Die MVPs, welche aus dem DAX und je einem der anderen Edelmetalle bestehen, scheinen demgegenüber stärker als die MVPs aus DAX und Gold zu schwanken. Dies ist konform zu der Feststellung in Kapitel 3.3, dass Gold die geringsten Schwankungen der vier Edelmetalle aufweist. Darüber hinaus besitzen das Markowitz-MVP aus DAX und Silber sowie das Markowitz-MVP aus DAX und Palladium am Ende des Gesamtzeitraums einen merklich höheren Wert als der DAX. Während der Endwert

<sup>60</sup>Für die Kursentwicklungen der MVPs für Wochen- und Monatsdaten sei auf Appendix H.1 verwiesen.

des buy-and-hold-MVP aus DAX und Palladium immerhin leicht höher als der des DAX ist, weisen das Markowitz-MVP aus DAX und Platin sowie das buy-and-hold-MVP aus DAX und Silber einen mit dem DAX vergleichbaren Wert auf. Das buy-and-hold-MVP aus DAX und Platin schneidet dagegen - wie das buy-and-hold-MVP aus DAX und Gold - schlechter als der DAX ab.

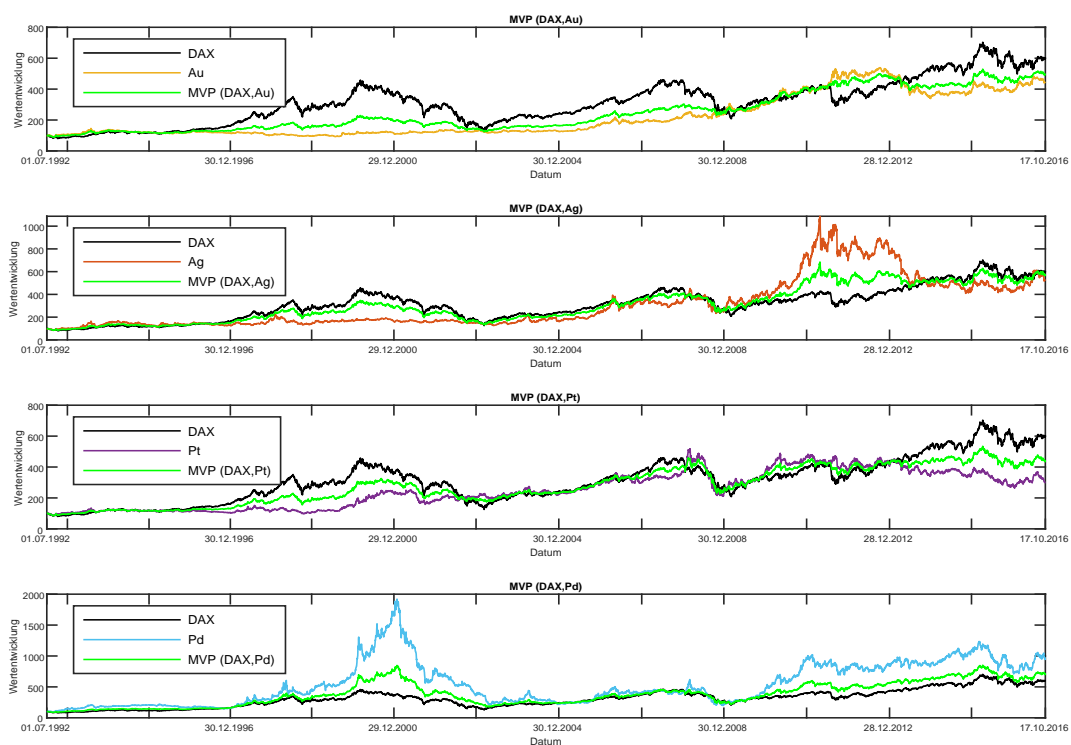


Abbildung 7.2. Wertentwicklungen der buy-and-hold-MVPs für Tagesdaten

In Tabelle 7.3 finden sich für Tagesdaten jeweils die erwarteten Renditen (bzw. arithmetischen Mittel), die (empirischen) Varianzen und die Sharpe-Ratios für die einzelnen Assets, für die Markowitz-MVPs sowie für die buy-and-hold-MVPs. Da sich die Resultate - sowohl bzgl. der MVPs als auch bzgl. der erwarteten Renditen, Varianzen und Sharpe-Ratios - für die verschiedenen Frequenzen stark ähneln, werden hier nur die Tagesdaten diskutiert.<sup>61</sup> Um neben den Effekten, die die MVPs für den Gesamtzeitraum haben, auch die Effekte für die einzelnen Marktphasen - insbesondere für Bärenmärkte und volatile Marktphasen - untersuchen zu können, werden die erwarteten Renditen, Varianzen und Sharpe-Ratios sowohl für den Gesamtzeitraum als auch für alle Unterperioden betrachtet. Diese werden berechnet, indem zu Beginn des Gesamtzeitraums der Gewichtung des jeweiligen MVP entsprechend ein beliebiger Betrag in die beiden Assets investiert und anschließend die Zeitreihe der Wertentwicklung des Portfolios ermittelt wird. Für die entstehende Zeitreihe können dann auch die erwarteten Renditen, Varianzen und Sharpe-Ratios für die einzelnen Unterperioden berechnet werden.

<sup>61</sup>In Appendix H.2 finden sich zusätzlich die Ergebnisse für Wochen- und Monatsdaten.

**Tabelle 7.3.** Vergleich der Renditen, Varianzen und Sharpe-Ratios der MVPs für Tagesdaten

	einzelne Assets					Markowitz-MVPs				buy-and-hold-MVPs			
	DAX	Au	Ag	Pt	Pd	DAX,Au	DAX,Ag	DAX,Pt	DAX,Pd	DAX,Au	DAX,Ag	DAX,Pt	DAX,Pd
<b>erwartete Rendite</b>													
Gesamtperiode	0,00029	0,00024	0,00027	0,00018	0,00037	0,00029	0,00034	0,00027	0,00037	0,00026	0,00028	0,00024	0,00032
Bulle 1	0,00079	0,00009	0,00029	0,00028	0,00125	0,00034	0,00064	0,00055	0,00099	0,00043	0,00064	0,00058	0,00097
Bär 1	-0,00168	0,00006	-0,00030	0,00035	-0,00149	-0,00045	-0,00108	-0,00051	-0,00153	-0,00079	-0,00127	-0,00069	-0,00158
Bulle 2	0,00113	0,00038	0,00072	0,00037	0,00019	0,00065	0,00102	0,00075	0,00090	0,00071	0,00099	0,00071	0,00075
Bär 2	-0,00190	0,00102	0,00026	-0,00029	-0,00121	0,00015	-0,00095	-0,00094	-0,00160	-0,00012	-0,00101	-0,00103	-0,00168
Bulle 3	0,00054	0,00022	0,00021	0,00001	0,00068	0,00036	0,00047	0,00029	0,00062	0,00032	0,00040	0,00028	0,00059
stabil 1	0,00077	0,00001	0,00032	0,00011	0,00094	0,00027	0,00064	0,00044	0,00088	0,00036	0,00063	0,00050	0,00083
volatil 1	-0,00046	0,00014	-0,00018	0,00042	-0,00046	-0,00000	-0,00029	0,00009	-0,00037	-0,00018	-0,00038	-0,00009	-0,00046
stabil 2	0,00076	0,00060	0,00090	0,00055	0,00043	0,00067	0,00086	0,00067	0,00071	0,00068	0,00081	0,00065	0,00065
volatil 2	-0,00117	0,00024	-0,00040	-0,00067	-0,00100	-0,00012	-0,00075	-0,00079	-0,00102	-0,00033	-0,00088	-0,00091	-0,00112
stabil 3	0,00043	0,00030	0,00029	0,00003	0,00066	0,00037	0,00043	0,00025	0,00053	0,00034	0,00037	0,00024	0,00051
<b>Varianz</b>													
Gesamtperiode	0,00021	0,00011	0,00031	0,00019	0,00043	0,00007	0,00014	0,00011	0,00016	0,00008	0,00015	0,00011	0,00017
Bulle 1	0,00016	0,00009	0,00027	0,00016	0,00044	0,00006	0,00011	0,00009	0,00013	0,00008	0,00012	0,00010	0,00014
Bär 1	0,00042	0,00008	0,00012	0,00027	0,00052	0,00008	0,00018	0,00017	0,00026	0,00011	0,00021	0,00016	0,00026
Bulle 2	0,00013	0,00008	0,00034	0,00014	0,00045	0,00006	0,00012	0,00008	0,00012	0,00006	0,00011	0,00008	0,00012
Bär 2	0,00044	0,00024	0,00067	0,00047	0,00069	0,00015	0,00032	0,00027	0,00034	0,00015	0,00032	0,00027	0,00034
Bulle 3	0,00018	0,00012	0,00034	0,00015	0,00030	0,00007	0,00013	0,00010	0,00015	0,00007	0,00015	0,00010	0,00015
stabil 1	0,00011	0,00007	0,00028	0,00014	0,00044	0,00005	0,00009	0,00007	0,00010	0,00006	0,00010	0,00007	0,00011
volatil 1	0,00040	0,00010	0,00015	0,00026	0,00053	0,00009	0,00018	0,00017	0,00026	0,00012	0,00022	0,00018	0,00026
stabil 2	0,00010	0,00009	0,00034	0,00012	0,00038	0,00006	0,00010	0,00007	0,00009	0,00005	0,00010	0,00007	0,00010
volatil 2	0,00053	0,00026	0,00074	0,00055	0,00080	0,00016	0,00037	0,00033	0,00041	0,00016	0,00037	0,00033	0,00041
stabil 3	0,00017	0,00012	0,00034	0,00014	0,00030	0,00007	0,00013	0,00009	0,00014	0,00007	0,00015	0,00009	0,00015
<b>Sharpe-Ratio</b>													
Gesamtperiode	0,01992	0,02360	0,01530	0,01307	0,01769	0,03478	0,02839	0,02576	0,02913	0,02922	0,02272	0,02243	0,02439
Bulle 1	0,06254	0,00948	0,01783	0,02232	0,05913	0,04226	0,06159	0,05767	0,08824	0,04923	0,05887	0,05779	0,08320
Bär 1	-0,08246	0,00699	-0,02778	0,02123	-0,06561	-0,05165	-0,08111	-0,03899	-0,09514	-0,07490	-0,08632	-0,05417	-0,09816
Bulle 2	0,09941	0,04105	0,03889	0,03183	0,00892	0,08495	0,09474	0,08569	0,08381	0,09480	0,09229	0,08139	0,06718
Bär 2	-0,09090	0,06581	0,00994	-0,01322	-0,04619	0,01241	-0,05286	-0,05709	-0,08735	-0,01028	-0,05675	-0,06211	-0,09071
Bulle 3	0,03996	0,02048	0,01147	0,00045	0,03889	0,04427	0,04006	0,02930	0,05096	0,03944	0,03194	0,02799	0,04803
stabil 1	0,07260	0,00119	0,01917	0,00954	0,04501	0,03845	0,06693	0,05195	0,08710	0,04841	0,06434	0,05778	0,07731
volatil 1	-0,02304	0,01349	-0,01447	0,02572	-0,02021	-0,00044	-0,02149	0,00666	-0,02316	-0,01577	-0,02599	-0,00689	-0,02880
stabil 2	0,07716	0,06522	0,04856	0,04917	0,02178	0,08975	0,08420	0,08284	0,07376	0,09243	0,08009	0,08035	0,06514
volatil 2	-0,05079	0,01506	-0,01487	-0,02846	-0,03528	-0,00951	-0,03894	-0,04391	-0,05038	-0,02637	-0,04592	-0,05034	-0,05519
stabil 3	0,03236	0,02718	0,01593	0,00245	0,03803	0,04559	0,03721	0,02575	0,04466	0,04164	0,03042	0,02544	0,04202

Der Vergleich der Varianzen der verschiedenen MVPs mit den Varianzen des DAX in Tabelle 7.3 zeigt, dass beide Arten von MVPs - welche ausschließlich für den Gesamtzeitraum berechnet wurden - nicht nur für den Gesamtzeitraum, sondern auch für die verschiedenen Marktphasen zu einer Reduzierung der Varianzen und somit des Risikos führen.<sup>62</sup> Die größten Reduzierungen der Varianzen erfolgen dabei vor allem in den Bärenmärkten und volatilen Marktphasen - also vor allem in den Zeiträumen, in denen dies im Sinne der Risikoreduzierung besonders wünschenswert ist. Dabei ist die Varianz in diesen Marktphasen stets für die MVPs aus DAX und Gold am geringsten, sodass Gold am besten geeignet ist, um das Risiko zu reduzieren. Auch für den Gesamtzeitraum stellen die MVPs aus DAX und Gold die Portfolios mit der geringsten Varianz dar. Für den Gesamtzeitraum führt die Beimischung von Gold bspw. dazu, dass sich die Varianz um ungefähr zweidrittel verringert. In den einzelnen Marktphasen verringert sich die Varianz teilweise sogar noch stärker. Die vergleichsweise hohen Varianzen der MVPs aus DAX und Palladium verdeutlichen, dass Palladium am schlechtesten geeignet ist, um sich gegen Aktienkursrisiken abzusichern.

Die Markowitz-MVPs und die buy-and-hold-MVPs zeigen ihre risikoreduzierenden Eigenschaften darüber hinaus auch anhand der erwarteten Renditen. Fast alle MVPs weisen in allen Bärenmärkten und volatilen Marktphasen geringere Verluste auf, als wenn nur in den DAX investiert wird. Lediglich das buy-and-hold-MVP aus DAX und Palladium weist in der ersten volatilen Marktphase eine marginal schlechtere erwartete Rendite als der DAX auf. Teilweise führt die Investition in die MVPs sogar zu leicht positiven erwarteten Renditen in diesen Marktphasen, wie das Markowitz-MVP aus DAX und Gold für den zweiten Bärenmarkt und das Markowitz-MVP aus DAX und Platin für die erste volatile Marktphase zeigen. Die MVPs aus DAX und Gold schneiden für Bärenmärkte und volatile Marktphasen wiederum besonders gut ab, wobei die erwartete Rendite der MVPs aus DAX und Platin teilweise höher ist, sodass Platin u. U. besser geeignet ist, um Verluste in einzelnen Marktphasen zu verringern. Für den Gesamtzeitraum besitzt das Markowitz-MVP aus DAX und Silber die höchste Rendite, die dabei sogar höher als die des DAX allein ist. Nur die MVPs aus DAX und Palladium haben für den Gesamtzeitraum noch höhere erwartete Renditen. Palladium kommt aber - wie bereits erörtert - nicht zur Absicherung gegen Kursrisiken in Frage. Dies wird wiederum durch die erwarteten Renditen der MVPs aus DAX und Palladium während der Bärenmärkte und volatilen Marktphasen bestätigt, welche deutlich negativer ausfallen, als die für jedes andere MVP. Insgesamt scheinen die MVPs aus DAX und Gold auch bezüglich der erwarteten Renditen am attraktivsten, da sie für die meisten Bärenmärkte und volatilen Marktphasen zum besten Ergebnis führen und für den Gesamtzeitraum eine höhere erwartete Rendite als die MVPs aus DAX und Platin besitzen. Darüber hinaus verfügt das Markowitz-MVP aus DAX und Gold für den Ge-

---

<sup>62</sup>Einzigste Ausnahmen: Für die zweite stabile Marktphase schwankt das MVP, welches aus dem DAX und Silber besteht, sowohl im Falle des Markowitz-MVP als auch im Falle des buy-and-hold-MVP marginal mehr als der DAX. Gleiches gilt zudem für das buy-and-hold-MVP aus DAX und Palladium in derselben Marktphase.

samtzeitraum über eine marginal höhere Rendite als der DAX - bei deutlich verminderter Varianz.

Die Sharpe-Ratios können die Resultate aus dem Vergleich der Varianzen und der erwarteten Renditen bestätigen. Für den Gesamtzeitraum sind die Sharpe-Ratios aller MVPs höher als die Sharpe-Ratio des DAX, wobei die MVPs aus DAX und Gold die höchste Sharpe-Ratio besitzen. Im Falle des Markowitz-MVP aus DAX und Gold ist die Sharpe-Ratio um ca. 75% höher als die des DAX; im Falle des buy-and-hold-MVP aus DAX und Gold beträgt der Zuwachs immerhin noch ca. 47%. Werden die Bärenmärkte und volatilen Marktphasen betrachtet, so weisen die MVPs aus DAX und Gold oder die MVPs aus DAX und Platin die höchste Sharpe-Ratio auf und fallen dabei ebenfalls deutlich besser als die jeweilige Sharpe-Ratio des DAX allein aus. Die MVPs aus DAX und Silber sowie aus DAX und Palladium weisen dagegen für manche Bärenmärkte und volatile Marktphasen eine etwas geringere Sharpe-Ratio als der DAX auf, sodass sie gemessen an dieser Kennzahl nicht immer zu einer Verbesserung beitragen können.

Es sei angemerkt, dass im Falle einer negativen erwarteten Rendite bei der Interpretation der daraus resultierenden negativen Sharpe-Ratio Vorsicht geboten ist. Liegt eine negative erwartete Rendite vor, so ist eine Sharpe-Ratio mit einer niedrigeren Varianz stärker negativ und damit insgesamt kleiner als eine Sharpe-Ratio mit einer höheren Varianz. Bei gleicher Höhe der negativen erwarteten Rendite wäre aber die Alternative mit der geringeren Varianz - trotz der niedrigeren Sharpe-Ratio - zu bevorzugen. Folglich sollten negative Sharpe-Ratios nicht isoliert, sondern stets zusammen mit den Renditen und Varianzen betrachtet werden, auf deren Basis sich die Sharpe-Ratios berechnen.

Zusammenfassend zeigt dieses illustrative Beispiel der optimalen Portfolioallokation, dass insbesondere Gold dem DAX beigemischt werden sollte, um sich gegen deutsche Aktienkursrisiken abzusichern und dass eine Anpassung der Portfolioallokation aufgrund des Wechsels von Marktphasen nicht notwendig ist. Dies gilt dabei sowohl für den Extremfall der Markowitz-MVPs und deren Anpassung der Portfolioallokation in jedem Zeitpunkt als auch für den Extremfall der buy-and-hold-MVPs und deren vollkommenen Verzicht auf jedwede Anpassung der Portfolioallokation nach dem ersten Zeitpunkt. Es kann daher angenommen werden, dass die gefundenen Ergebnisse auch für Varianten, die sich zwischen diesen beiden Extremfällen einordnen ließen, gültig bleiben. Darüber hinaus konnte gezeigt werden, dass Silber und Platin ebenfalls eine nicht unbeachtliche risikoreduzierende Eigenschaft besitzen und folglich als Beimischung zum DAX geeignet sind.



## Kapitel 8

# Resümee und Ausblick

Es hat sich gezeigt, dass die einschlägige Literatur bislang empirisch nicht verlässlich beantworten konnte, ob Gold als Hedge bzw. Safe Haven zur Absicherung der Kursrisiken am deutschen Aktienmarkt aus Sicht eines in Euro fakturierenden Investors geeignet ist. Diese Lücke konnte nun mit der vorliegenden Arbeit geschlossen und um die Analyse der Edelmetalle Silber, Platin und Palladium erweitert werden.<sup>63</sup>

Die durchgeführte Analyse kommt zu dem Schluss, dass dem DAX insbesondere Gold, aber auch Silber oder Platin, *dauerhaft* beigemischt werden sollte, statt Edelmetalle nur in einzelnen Marktphasen mit ins Portfolio aufzunehmen. Sowohl Gold als auch Silber und Platin dienen als schwache Safe Havens (in Bärenmärkten bzw. volatilen Marktphasen), wobei Gold insgesamt den besten schwachen Safe Haven darstellt. Darüber hinaus ist Gold auch ein schwacher Hedge (im Durchschnitt), sodass insbesondere Gold zur Absicherung gegen Kursrisiken am deutschen Aktienmarkt geeignet ist.

Die dabei vorgenommene Unterscheidung zwischen Hedge und Safe Haven auf der einen Seite sowie zwischen starker und schwacher Ausprägung dieser Eigenschaften auf der anderen Seite, ermöglicht eine deutlich detailliertere Aussage über das Verhalten zwischen dem DAX-Kurs und den jeweiligen Edelmetallpreisen zu treffen, als dies der Fall wäre, würde diese Unterscheidung und die damit eng verbundene Unterteilung einer Zeitreihe in Unterperioden unterlassen. Um den Gesamtzeitraum in geeignete, nicht arbiträr festgelegte Unterperioden zu unterteilen, werden eigens der sogenannte IBB-Algorithmus entwickelt und der existierende ICSS-Algorithmus von Inclan und Tiao (1994) modifiziert. Der IBB-Algorithmus erlaubt eine präzise Unterteilung des Gesamtzeitraums in Bullen- und Bärenmärkte und bietet gegenüber vergleichbaren, bisherigen Verfahren den Vorteil, dass hiermit die Identifizierung von Bullen- und Bärenmärkten ohne arbiträre Annahmen und somit äußerst objektiv erfolgt. Durch die Modifikation des ICSS-Algorithmus können für verschiedene Aktienmärkte und verschiedene Frequenzen stabile und volatile Marktphasen identifiziert werden, ohne den Algorithmus auf die jeweiligen Daten jeweils eigens anpassen zu müssen. In der vorliegenden Arbeit identifizieren der IBB-Algorithmus und der modifi-

---

<sup>63</sup> Aufgrund der in Kapitel 3 festgestellten spezifischen Eigenschaften, werden die Edelmetalle Rhodium, Iridium und Ruthenium nicht weiter betrachtet.

zierte ICSS-Algorithmus oftmals ähnliche, wenn auch selten kongruente Marktphasen. Die resultierenden Gesamtergebnisse hinsichtlich der Eigenschaften als Hedge und Safe Haven stimmen für die identifizierten Marktphasen der beiden Algorithmen aber überein, sodass die Gesamtergebnisse entsprechend bestärkt werden.

Wie sich zeigt, eignen sich aus der Familie der GARCH-Modelle vor allem die CCC-GARCH-Modelle von Bollerslev (1990) aufgrund ihrer geringen Komplexität, der positiv definiten bedingten Varianz-Kovarianz-Matrizen sowie der guten Interpretierbarkeit der konstanten bedingten Korrelationskoeffizienten für die angestrebte Analyse. Explizit werden mithilfe der Modellauswahl und der Residualanalyse das CCC-GARCH(1,1,1)- und das CCC-GARCH(4,0,7)-Modell mit normalverteilten Fehlern, mit dem umgekehrten, exponentiellen Filter aus der MATLAB Oxford MFE-Toolbox von Kevin Sheppard für die bedingten Varianzen vor dem ersten Betrachtungszeitpunkt sowie mit einem bedingten Erwartungswert von null als die am besten passenden Modelle identifiziert. Dies gilt sowohl für die Kombinationen aus dem DAX und je einem Edelmetall als auch für die verschiedenen Marktphasen und Frequenzen.

Basierend auf den Korrelationskoeffizienten des CCC-GARCH(1,1,1)- und des CCC-GARCH(4,0,7)-Modells kann die Analyse der Korrelationen zwischen dem DAX und den einzelnen Edelmetallen für Tagesdaten zeigen, dass keines der vier betrachteten Edelmetalle die Eigenschaft eines starken Hedges und nur Gold die Eigenschaft eines schwachen Hedges besitzt. Dagegen sind in den meisten Fällen neben Gold auch Silber und Platin schwache Safe Havens, wobei Gold regelmäßiger und zum Teil sogar in der starken Ausprägung als Safe Haven dient. Zusätzlich kann gezeigt werden, dass sowohl Gold als auch Silber und Platin in Zeiten steigender DAX-Kurse (Bullenmarkt) und in Zeiten wenig schwankender DAX-Kurse (stabile Marktphase) meistens positiv mit dem DAX korrelieren. Silber und Platin korrelieren daneben auch für den Gesamtzeitraum positiv mit dem DAX (globaler Diversifier). Palladium ist demgegenüber weder als Hedge noch als Safe Haven geeignet, da es für den gesamten Zeitraum sowie in fast allen Marktphasen positiv mit dem DAX korreliert (globaler und lokaler Diversifier).

Werden statt der Tagesdaten Wochen- oder Monatsdaten verwendet, korrelieren die jeweiligen Edelmetalle deutlich seltener mit dem DAX, sodass die Eigenschaften als Hedge bzw. Safe Haven häufiger auftreten. Die Resultate hängen somit maßgeblich von der Frequenz der analysierten Daten ab. Da aber für Wochen- und Monatsdaten der Informationsgehalt - und damit die Aussagekraft - mitunter deutlich geringer als für Tagesdaten ist, wird an dieser Stelle auf weitere Details verzichtet und hierfür auf Kapitel 6 verwiesen.

Die Kombination aus positiver Korrelation in Bullenmärkten bzw. stabilen Marktphasen und Unkorreliertheit in Bärenmärkten bzw. volatilen Marktphasen führt - für Tagesdaten - schließlich zu dem Fazit, dass vor allem Gold, aber auch Silber oder Platin nicht nur während einzelner Marktphasen, sondern dauerhaft dem DAX zur Absicherung beigemischt werden sollten. Der große Vorteil dieser Erkenntnis besteht darin, dass es nicht notwendig ist, den Wechsel von einem Bullenmarkt zu einem Bärenmarkt bzw. von einer stabilen zu einer volatilen Marktphase - und vice versa - identifizieren zu müssen,

um dann im richtigen Zeitpunkt die Portfolioallokation entsprechend anzupassen. Ferner benötigt diese Handelsstrategie zur Umsetzung keine Leerverkäufe, deren Handel in der Vergangenheit nicht zu jedem Zeitpunkt uneingeschränkt erlaubt und somit nicht jederzeit durchführbar gewesen ist.

Das Resultat zeigt außerdem auf, dass es nicht ausreichend ist, den gesamten Beobachtungszeitraum hinsichtlich der Eigenschaft eines Hedges zu analysieren, ohne dabei auch die Korrelationen geeigneter Unterperioden - insbesondere hinsichtlich der Eigenschaft als Safe Haven - mit zu untersuchen. Denn ein Asset kann einen Hedge darstellen, ohne die Eigenschaft eines Safe Havens zu besitzen, wodurch die in Bärenmärkten und volatilen Marktphasen gewünschte Absicherung der Kursrisiken nicht stattfindet. Die bloße Analyse hinsichtlich der Eigenschaft eines Hedges kann somit zu irreführenden Schlussfolgerungen führen.

Die Illustration der konstatierten Handelsstrategie anhand des Beispiels von Minimum-Varianz-Portfolios mit jeweils zwei Assets kann zudem bestätigen, dass die dauerhafte Beimischung von Gold, Silber oder Platin das Risiko des DAX in Bärenmärkten und volatilen Marktphasen sowie in der Gesamtperiode maßgeblich reduziert. Hierbei zeigt abermals insbesondere Gold seine risikoreduzierende Eigenschaft, ohne dabei aber die Rendite des DAX zu sehr zu verringern. Bei einer permanenten Anlage in ein Portfolio, welches aus DAX und Gold besteht, sind hiernach interessanterweise über 60% des Investitionsvolumens in Gold - statt der in Kapitel 1 erwähnten 10% - 20% - anzulegen.

Da hier nur eine exemplarische Portfoliooptimierung durchgeführt wird, ist für die Zukunft eine deutlich umfangreichere Analyse der optimalen Portfolioallokation bzgl. der Absicherung deutscher Aktienkursrisiken mithilfe von Edelmetallen erstrebenswert. Hierbei könnten bspw. auch Portfolios mit mehr als nur einem Edelmetall optimiert werden und Transaktionskosten eine stärkere Berücksichtigung finden. Letztere ließen sich außerdem im Zuge der CCC-GARCH-Modelle zur Schätzung der Korrelationen modellieren.

Zukünftige Forschungsfragen könnten darüber hinaus thematisieren, ob die für den DAX gefundenen Resultate ebenfalls für andere Aktien - bspw. für andere deutsche Aktienindizes als den DAX oder auch für Aktienindizes anderer Länder - gelten. Hierbei könnten gleichzeitig Investoren aus unterschiedlichen Währungsräumen betrachtet werden, sodass eine Aussage über den Einfluss der Währung ermöglicht würde. Ferner wäre eine Ausweitung des Beobachtungszeitraums sowie eine Ausweitung nach der Suche von Alternativen zu Gold als Hedge bzw. als Safe Haven denkbar. Denn an das Resultat der vorliegenden Arbeit, welches besagt, dass Gold auch im Vergleich zu Silber, Platin und Palladium die Eigenschaft eines Hedges und eines Safe Havens bzgl. Kursrisiken am deutschen Aktienmarkt am besten verkörpert, schließt sich die Frage an, ob es - jenseits von Edelmetallen - ein Asset gibt, welches noch besser als Gold zur Absicherung solcher Kursrisiken geeignet ist.

# Appendix

## Verzeichnis der Appendizes

---

A	Autokorrelationsfunktionen für Wochen- und Monatsdaten . . . . .	156
B	Der IBB-Algorithmus im Vergleich zu den Funktionen <i>arg min</i> und <i>arg max</i> .	158
C	Beweise zur Definitheit von Matrizen . . . . .	161
C.1	Definitheit der Varianz-Kovarianz-Matrix . . . . .	161
C.2	Definitheit der konstanten bedingten Korrelationsmatrix . . . . .	162
C.3	Definitheit der Matrix der standardisierten Fehler . . . . .	163
D	BICs weiterer CCC- und DCC-GARCH-Modelle . . . . .	164
E	Abbildungen aller Korrelationen des DCC-GARCH(1,1,1)-Modells . . . . .	165
F	Herleitung der Residuen bivariater GARCH-Modelle . . . . .	171
G	Ergebnisse der CCC-GARCH(1,0,1)- und CCC-GARCH(3,0,8)-Modelle . . .	172
H	MVPs für Wochen- und Monatsdaten . . . . .	178
H.1	Abbildungen der Wertentwicklungen . . . . .	178
H.2	Renditen, Varianzen und Sharpe-Ratios . . . . .	180

---

## A Autokorrelationsfunktionen für Wochen- und Monatsdaten

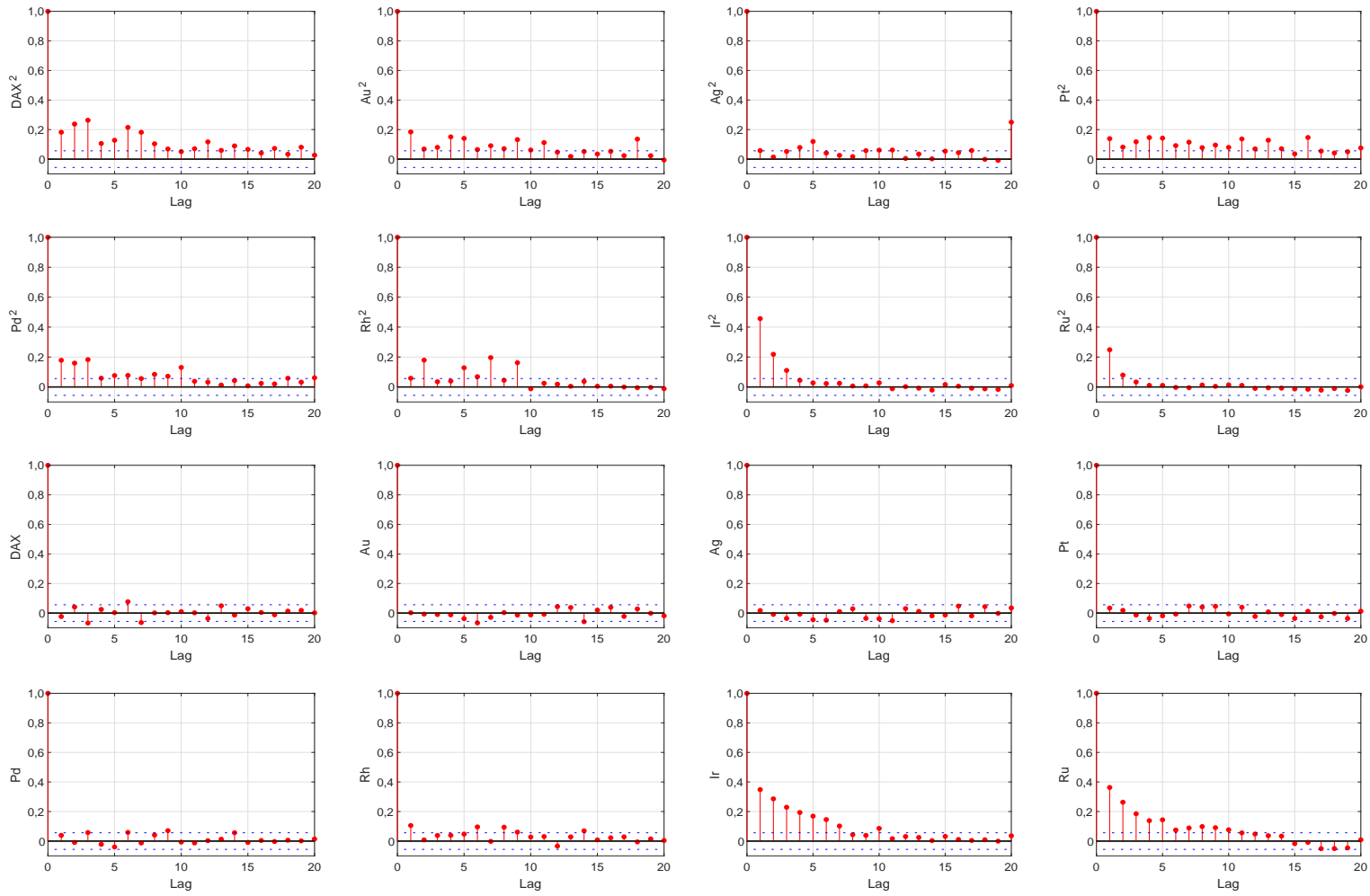


Abbildung A.1. Autokorrelationsfunktionen von quadrierten Wochenrenditen und nicht quadrierten Wochenrenditen der acht Zeitreihen

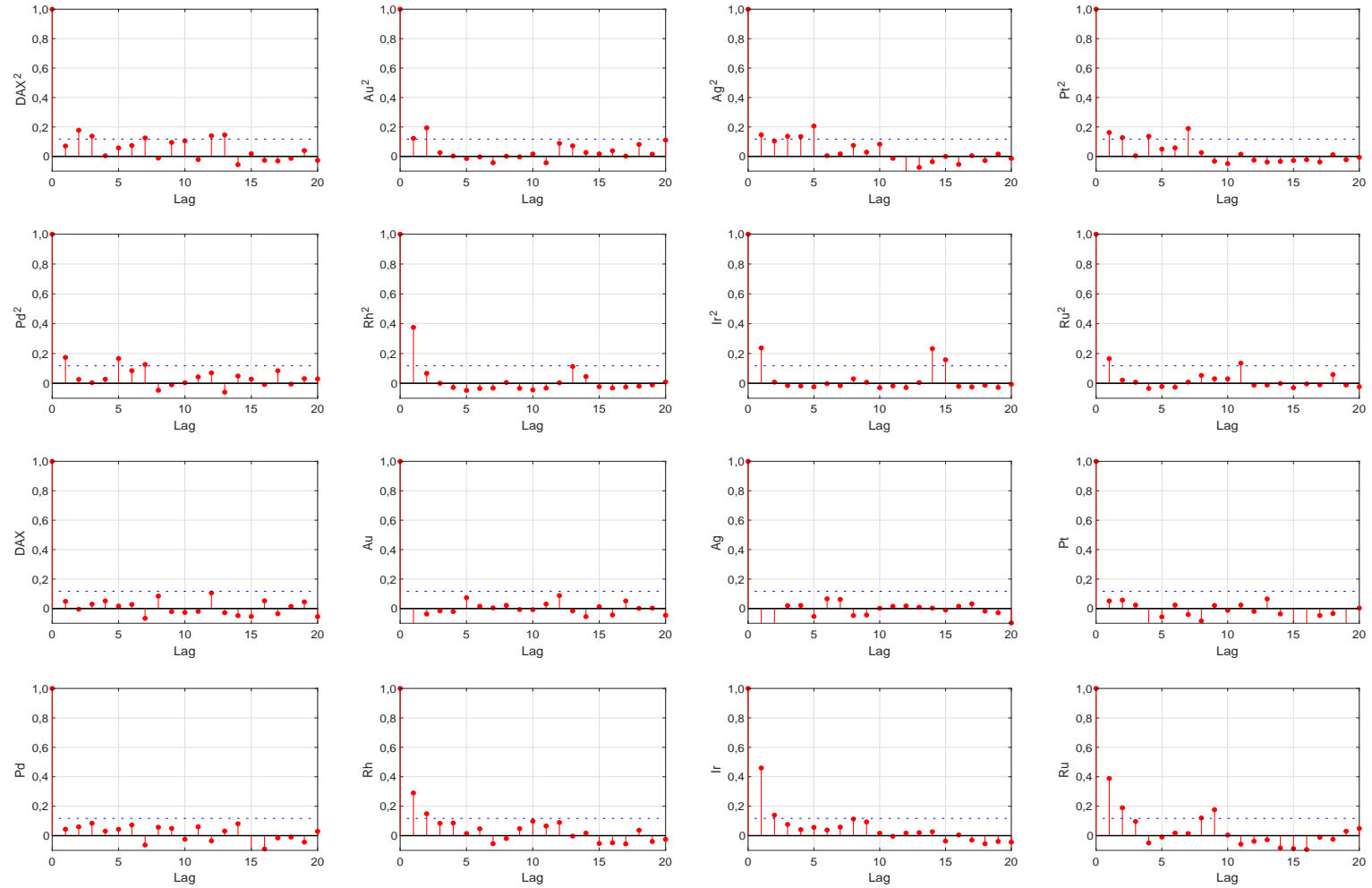


Abbildung A.2. Autokorrelationsfunktionen von quadrierten Monatsrenditen und nicht quadrierten Monatsrenditen der acht Zeitreihen

## B Der IBB-Algorithmus im Vergleich zu den Funktionen $arg\ min$ und $arg\ max$

Der folgende Exkurs zeigt, welchen Vorteil der IBB-Algorithmus gegenüber den Funktionen  $arg\ min$  und  $arg\ max$  besitzt. Die Funktion  $arg\ min$  bzw.  $arg\ max$  würde ebenfalls lokale Minima bzw. Maxima identifizieren und es ließe sich dies ebenfalls für definierte Fensterlängen umsetzen. Um die Fensterlänge stets einzuhalten, wird die Untersuchung nur für  $i \in \{f+1, \dots, N-f\}$  durchgeführt, sodass für diese Zeitpunkte  $i$  die Formeln zur Identifizierung der Beginne der Bullen- und Bärenmärkte wie folgt lauten:

$$BeginBull_i^{pos} := \begin{cases} 1 & \text{wenn } \arg\min_{j \in \{i-f, \dots, i+f\}} Kurs_j, \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases}$$

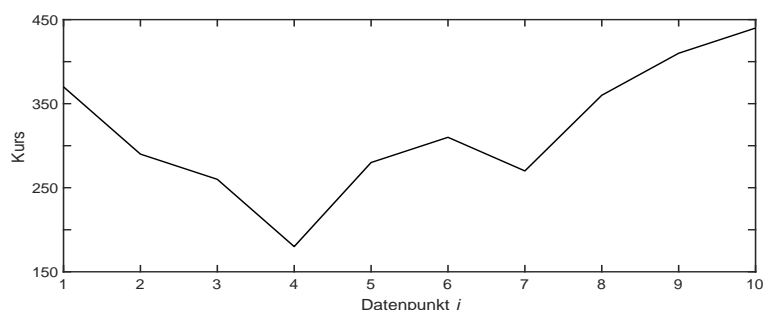
$$BeginBear_i^{pos} := \begin{cases} 1 & \text{wenn } \arg\max_{j \in \{i-f, \dots, i+f\}} Kurs_j, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Die Funktion  $L_i^{Min}$  bzw.  $L_i^{Max}$  stellt im Vergleich dazu zusätzlich sicher, dass bei gleich großen Fenstern weniger kurzfristige Marktschwankungen als lokale Minima bzw. Maxima identifiziert werden. Dies ist darauf zurück zu führen, dass bei der Funktion  $L_i^{Min}$  bzw.  $L_i^{Max}$  durch den enthaltenen Zählalgorithmus jeder Datenpunkt nur zur Identifizierung eines lokalen Minimums bzw. Maximums verwendet werden kann, während bei der Funktion  $arg\ min$  bzw.  $arg\ max$  jeder Datenpunkt zur Identifizierung beliebig vieler lokaler Minima bzw. Maxima herangezogen werden kann.

**Tabelle B.1.** Daten des Beispiels zur Identifizierung von Bullen- und Bärenmärkten

Zeitpunkt $i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Kurs ( $S_i$ )	370	290	260	180	280	310	270	360	410	440

Dies soll am Beispiel aus Tabelle B.1 mit  $N = 10$  verdeutlicht werden. Es gilt folglich  $i \in \{1, \dots, 10\}$ . Abbildung B.1 zeigt den grafischen Kursverlauf des Beispiels.



**Abbildung B.1.** Kursverlauf des Beispiels

Gewählt wird ein Fenster mit einer Länge von 5 Datenpunkten, sodass  $F = 5$  und  $f = 2$  gilt, und es sollen zur einfacheren Veranschaulichung nur lokale Minima bzw. mögliche Beginne von Bullenmärkten ( $BeginBull_i^{pos}$ ) identifiziert werden. Es gilt:

$$BeginBull_i^{pos} = \begin{cases} 1 & \text{wenn } \arg \min_{j \in \{i-2, \dots, i+2\}} S_j \text{ ,} \\ 0 & \text{sonst .} \end{cases}$$

Die Verwendung der Funktion  $\arg \min$  führt bei einer Fensterlänge von 5 zur Identifizierung lokaler Minima in den Zeitpunkten  $i = 4$  und  $i = 7$ , wie Tabelle B.2 für  $i \in \{3, \dots, 8\}$  zeigt:

**Tabelle B.2.** Mittels  $\arg \min$  identifizierte lokale Minima

$i$	Fenster	$BeginBull_i^{pos}$
3	{1, ..., 5}	0
<b>4</b>	<b>{2, ..., 6}</b>	<b>1</b>
5	{3, ..., 7}	0
6	{4, ..., 8}	0
<b>7</b>	<b>{5, ..., 9}</b>	<b>1</b>
8	{6, ..., 10}	0

Der in Kapitel 4.2.1 beschriebene und in der vorliegenden Arbeit verwendete IBB-Algorithmus sieht für das vorliegende Beispiel zur Identifizierung lokaler Minima bzw. möglicher Beginne von Bullenmärkten folgendermaßen aus:

$$\begin{aligned} Min_i &= \min_{j \in \{\max\{1, i-2\}, \dots, \min\{i+2, 10\}\}} S_j \quad \text{für } i \in \{1, \dots, 10\} \\ &= \begin{cases} \max\{S_1, \dots, S_i, \dots, S_{i+2}\} & \text{für } i \in \{1, 2\} \text{ ,} \\ \max\{S_{i-2}, \dots, S_i, \dots, S_{i+2}\} & \text{für } i \in \{3, \dots, 8\} \text{ ,} \\ \max\{S_{i-2}, \dots, S_i, \dots, S_{10}\} & \text{für } i \in \{9, 10\} \text{ ,} \end{cases} \\ L_i^{Min} &= \begin{cases} 1 & \text{für } i = 1 \text{ ,} \\ 1 & \text{wenn } Min_i \neq Min_{i-1} \text{ für } i \in \{2, \dots, 10\} \text{ ,} \\ L_{i-1}^{Min} + 1 & \text{wenn } Min_i = Min_{i-1} \text{ für } i \in \{2, \dots, 10\} \text{ ,} \end{cases} \\ BeginBull_i^{pos} &= \begin{cases} 1 & \text{wenn } L_{i+2}^{Min} = 5 \text{ für } i \in \{1, \dots, 10\} \text{ ,} \\ 0 & \text{sonst für } i \in \{1, \dots, 10\} \text{ .} \end{cases} \end{aligned}$$

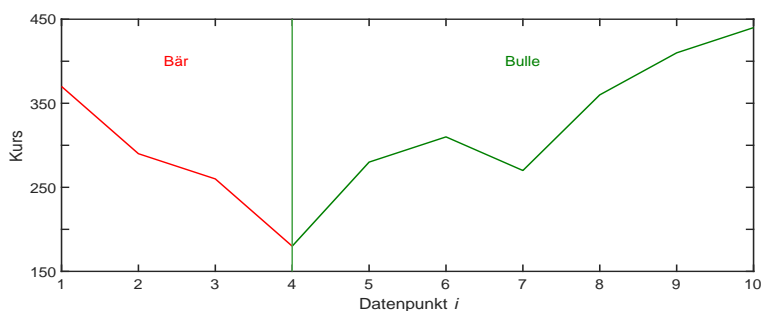
Der IBB-Algorithmus identifiziert nur ein lokales Minimum bei  $i = 4$ , da alle Fenster, die um  $i \in \{2, \dots, 6\}$  herum gelegt werden, den Kurs bei  $i = 4$  als lokales Minimum ausweisen. Dies impliziert, dass die Fenster um  $i = 5$  und  $i = 6$  kein lokales Minimum im Zeitpunkt  $i = 7$  identifizieren. Um aber mithilfe des IBB-Algorithmus ein lokales Minimum im Zeitpunkt  $i = 7$  identifizieren zu können, müssten alle Fenster, die um  $i \in \{5, \dots, 9\}$  herum gelegt werden, den Kurs im Zeitpunkt  $i = 7$  als lokales Minimum ausweisen. Dies wird allerdings nicht erfüllt, wie Tabelle B.3 nochmals veranschaulicht.



**Tabelle B.3.** Mittels  $L_i^{Min}$  identifizierte lokale Minima

$i$	Fenster	$Min_i$	$L_i^{Min}$	$BeginBull_i^{pos}$
1	{1,...,3}	260	1	0
2	{1,...,4}	180	1	0
3	{1,...,5}	180	2	0
<b>4</b>	<b>{2,...,6}</b>	<b>180</b>	<b>3</b>	<b>1</b>
5	{3,...,7}	180	4	0
6	{4,...,8}	180	5	0
7	{5,...,9}	270	1	0
8	{6,...,10}	270	2	0
9	{7,...,10}	270	3	0
10	{8,...,10}	360	1	0

Auch grafisch wird ersichtlich, dass es sich im Zeitpunkt  $i = 7$  um eine Gegenbewegung innerhalb eines Bullenmarktes statt um den Beginn eines neuen Bullenmarktes handelt, sodass von  $i = 1$  bis  $i = 4$  ein Bärenmarkt und von  $i = 4$  bis  $i = 10$  ein Bullenmarkt vorliegt. Abbildung B.2 veranschaulicht dies.

**Abbildung B.2.** Identifizierte Bullen- und Bärenmärkte des Beispiels

Der verwendete IBB-Algorithmus hat folglich dazu beigetragen, weniger Extremstellen zu identifizieren und dadurch bloße Gegenbewegungen nicht bereits als neue Marktphasen zu identifizieren.

## C Beweise zur Definitheit von Matrizen

### C.1 Definitheit der Varianz-Kovarianz-Matrix

Die ohnehin symmetrische bedingte Varianz-Kovarianz-Matrix  $\mathbf{H}_i$  für  $i \in \{1, \dots, T\}$  ist genau dann positiv semidefinit, wenn alle Eigenwerte  $\lambda$  größer oder gleich null sind. Zur einfacheren Darstellung wird während des Beweises auf den Subindex  $i$  verzichtet. Zur Berechnung der Eigenwerte von  $\mathbf{H}$  sind die Nullstellen des zugehörigen charakteristischen Polynoms zu bestimmen. Es wird folglich die Gleichung

$$\det(\mathbf{H} - \lambda \cdot \mathbf{I}) \stackrel{!}{=} 0$$

gelöst, wobei  $\mathbf{I}$  für die  $2 \times 2$ -Identitätsmatrix steht (z. B. Tsay, 2005, Kap. 8.A; Horn und Johnson, 2013). Die Berechnung der Determinante von  $\mathbf{H} - \lambda \cdot \mathbf{I}$  führt zu

$$\begin{aligned} h_{11}h_{22} - \lambda h_{22} - \lambda h_{11} + \lambda^2 - h_{12}^2 &\stackrel{!}{=} 0 \\ \Leftrightarrow \lambda^2 - \lambda(h_{11} + h_{22}) + h_{11}h_{22} - h_{12}^2 &\stackrel{!}{=} 0 \quad , \end{aligned}$$

worauf sich die p-q-Formel mit  $p = -(h_{11} + h_{22})$  und  $q = h_{11}h_{22} - h_{12}^2$  anwenden lässt, sodass

$$\lambda_{1,2} = \frac{h_{11} + h_{22}}{2} \pm \sqrt{\frac{(h_{11} + h_{22})^2}{4} - h_{11}h_{22} + h_{12}^2}$$

resultiert. Da sich die Kovarianz als  $h_{12} = \rho\sqrt{h_{11}h_{22}}$  schreiben lässt, wobei  $\rho$  den Korrelationskoeffizienten für  $\rho \in [-1, 1]$  darstellt, folgt

$$\lambda_{1,2} = \frac{h_{11} + h_{22}}{2} \pm \sqrt{\frac{(h_{11} + h_{22})^2}{4} + (\rho^2 - 1)h_{11}h_{22}} \quad .$$

Aufgrund der Begrenzung von  $\rho$  lassen sich die Eigenwerte jetzt für die Fälle  $\rho^2 = 1$  und  $\rho^2 < 1$  bestimmen. Für  $\rho^2 = 1$  wird schnell ersichtlich, dass  $\lambda_1 = 0$  und  $\lambda_2 = h_{11} + h_{22}$  folgt, sodass wegen  $h_{11}, h_{22} \geq 0$  für diesen Fall  $\lambda_{1,2} \geq 0$  gilt.

Für den zweiten Fall - d. h.  $\rho^2 < 1$  - gilt  $(\rho^2 - 1)h_{11}h_{22} \leq 0$ , da  $h_{11}, h_{22} \geq 0$ . Aufgrund von  $\frac{h_{11} + h_{22}}{2} = \sqrt{\frac{(h_{11} + h_{22})^2}{4}}$ , folgt für

$$\lambda_1 = \frac{h_{11} + h_{22}}{2} - \sqrt{\frac{(h_{11} + h_{22})^2}{4} + (\rho^2 - 1)h_{11}h_{22}} \quad ,$$

dass  $\lambda_1 \geq 0$  ist. Um zu zeigen, dass auch  $\lambda_2$ , mit

$$\lambda_2 = \frac{h_{11} + h_{22}}{2} + \sqrt{\frac{(h_{11} + h_{22})^2}{4} + (\rho^2 - 1)h_{11}h_{22}} \quad ,$$

für den zweiten Fall größer oder gleich null ist, wird folgende Umformung für den Radikanden vorgenommen:

$$\begin{aligned} \frac{(h_{11} + h_{22})^2}{4} + (\rho^2 - 1)h_{11}h_{22} &= \frac{h_{11}^2 + 2h_{11}h_{22} + h_{22}^2 + 4\rho^2h_{11}h_{22} - 4h_{11}h_{22}}{4} \\ &= \frac{h_{11}^2 - 2h_{11}h_{22} + h_{22}^2 + 4\rho^2h_{11}h_{22}}{4} \\ &= \frac{(h_{11} - h_{22})^2}{4} + \rho^2h_{11}h_{22} . \end{aligned}$$

Somit gilt:

$$\lambda_2 = \frac{h_{11} + h_{22}}{2} + \sqrt{\frac{(h_{11} - h_{22})^2}{4} + \rho^2h_{11}h_{22}} ,$$

woraus ersichtlich wird, dass  $\lambda_2 \geq 0$  gelten muss, sodass auch für den zweiten Fall  $\lambda_{1,2} \geq 0$ .

Alle Eigenwerte  $\lambda$  sind somit größer oder gleich null. Die bedingte Varianz-Kovarianz-Matrix  $\mathbf{H}_i$  ist folglich positiv semidefinit.

□

## C.2 Definitheit der konstanten bedingten Korrelationsmatrix

Die symmetrische bedingte Korrelationsmatrix  $\mathbf{R}$  ist genau dann positiv definit (semidefinit), wenn alle Eigenwerte  $\lambda$  größer null (größer oder gleich null) sind. D.h. es muss

$$\det(\mathbf{R} - \lambda \cdot \mathbf{I}) \stackrel{!}{=} 0$$

gelöst werden. Dies führt zu:

$$\begin{aligned} (1 - \lambda)^2 - \rho^2 &\stackrel{!}{=} 0 \\ \Leftrightarrow \lambda^2 - 2\lambda + 1 - \rho^2 &\stackrel{!}{=} 0 . \end{aligned}$$

Nach Anwendung der p-q-Formel mit  $p = -2$  und  $q = 1 - \rho^2$  resultieren die Eigenwerte

$$\lambda_{1,2} = 1 \pm \sqrt{\rho^2} ,$$

wobei  $\rho$  den Korrelationskoeffizienten für  $\rho \in [-1, 1]$  darstellt. Hieraus folgt für den Fall  $\rho^2 = 1$  positive Semidefinitheit mit  $\lambda_{1,2} \geq 0$  und für den Fall  $\rho^2 < 1$  positive Definitheit mit  $\lambda_{1,2} > 0$ .

Alle Eigenwerte  $\lambda$  sind somit größer null (größer oder gleich null). Die konstante bedingte Korrelationsmatrix  $\mathbf{R}$  ist folglich positiv definit (positiv semidefinit).

□

### C.3 Definitheit der Matrix der standardisierten Fehler

Die symmetrische Matrix der standardisierten Fehler  $\Xi_i$  für  $i \in \{1, \dots, T\}$  ist genau dann positiv semidefinit, wenn alle Eigenwerte  $\lambda$  größer oder gleich null sind. Zur einfacheren Darstellung wird während des Beweises wiederum auf den Subindex  $i$  verzichtet. Zur Bestimmung der Definitheit muss nun zunächst wieder

$$\det(\Xi - \lambda \cdot I) \stackrel{!}{=} 0$$

gelöst werden. Dies führt zu:

$$\begin{aligned} (\xi_1^2 - \lambda)(\xi_2^2 - \lambda) - \xi_1^2 \xi_2^2 &\stackrel{!}{=} 0 \\ \Leftrightarrow \lambda^2 - \lambda(\xi_1^2 + \xi_2^2) &\stackrel{!}{=} 0 . \end{aligned}$$

Nach Anwendung der p-q-Formel mit  $p = -(\xi_1^2 + \xi_2^2)$  und  $q = 0$  resultieren die Eigenwerte

$$\lambda_{1,2} = \frac{\xi_1^2 + \xi_2^2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\xi_1^2 + \xi_2^2}{2}\right)^2} ,$$

woraus aufgrund von  $\xi_1^2, \xi_2^2 \geq 0$  folgt, dass  $\lambda_1 = 0$  und  $\lambda_2 \geq 0$  gelten muss, sodass positive Semidefinitheit vorliegt.

Alle Eigenwerte  $\lambda$  sind somit größer oder gleich null. Die Matrix der standardisierten Fehler  $\Xi_i$  ist folglich positiv semidefinit.

□

## D BICs weiterer CCC- und DCC-GARCH-Modelle

Tabelle D.1. BICs von den CCC- und DCC-GARCH(1,0,1)-Modellen sowie von den CCC- und DCC-GARCH(1,1,1)-Modellen in der Standardvariante

	Au				Ag				Pt				Pd			
	(1,0,1)		(1,1,1)		(1,0,1)		(1,1,1)		(1,0,1)		(1,1,1)		(1,0,1)		(1,1,1)	
	CCC	DCC	CCC	DCC	CCC	DCC	CCC	DCC	CCC	DCC	CCC	DCC	CCC	DCC	CCC	DCC
<b>Tagesdaten</b>																
Gesamtperiode	-76.476,51	-76.546,34	-76.627,29	-76.695,71	-69.959,15	-69.962,52	-70.112,46	-70.118,34	-73.123,82	-73.111,05	-73.270,12	-73.256,39	-68.507,96	-68.539,41	-68.642,52	-68.674,81
Bulle 1	-24.788,53	-24.774,76	-24.807,80	-24.792,96	-22.395,10	-22.380,91	-22.414,82	-22.400,90	-23.546,60	-23.531,47	-23.574,09	-23.558,96	-22.160,53	-22.145,40	-22.170,95	-22.155,81
Bär 1	-9.006,96	-8.996,83	-9.027,22	-9.016,69	-8.713,52	-8.700,89	-8.736,18	-8.724,06	-8.118,07	-8.104,80	-8.139,53	-8.126,25	-7.633,98	-7.621,85	-7.653,01	-7.640,96
Bulle 2	-14.525,16	-14.516,13	-14.566,34	-14.557,17	-12.996,83	-12.983,09	-13.046,96	-13.033,02	-13.890,75	-13.877,04	-13.912,95	-13.899,22	-12.602,20	-12.589,73	-12.621,37	-12.609,06
Bär 2	-4.567,89	-4.565,21	-4.586,01	-4.584,09	-4.172,82	-4.175,30	-4.190,45	-4.193,85	-4.361,80	-4.354,11	-4.379,17	-4.371,46	-4.190,60	-4.187,98	-4.206,77	-4.204,16
Bulle 3	-23.642,21	-23.660,68	-23.685,71	-23.703,59	-21.668,57	-21.669,72	-21.711,36	-21.712,59	-23.168,58	-23.159,26	-23.215,43	-23.204,88	-21.936,98	-21.923,27	-21.985,17	-21.971,38
stabil 1	-20.216,21	-20.203,60	-20.217,23	-20.204,33	-18.033,06	-18.020,59	-18.044,99	-18.033,19	-19.138,75	-19.124,74	-19.158,28	-19.144,52	-17.955,18	-17.940,52	-17.958,62	-17.943,95
volatil 1	-14.324,31	-14.315,26	-14.350,72	-14.342,58	-13.780,25	-13.766,04	-13.803,32	-13.789,12	-13.192,93	-13.178,70	-13.204,28	-13.190,05	-12.401,13	-12.386,90	-12.412,77	-12.398,54
stabil 2	-15.413,21	-15.399,26	-15.457,95	-15.443,93	-13.773,75	-13.761,34	-13.821,63	-13.808,89	-14.875,92	-14.863,80	-14.898,01	-14.885,66	-13.593,67	-13.584,36	-13.615,29	-13.605,70
volatil 2	-3.995,88	-3.989,47	-4.001,19	-3.995,28	-3.609,29	-3.613,76	-3.615,05	-3.620,90	-3.702,83	-3.697,35	-3.710,22	-3.705,20	-3.565,32	-3.564,84	-3.569,99	-3.569,46
stabil 3	-22.633,58	-22.645,48	-22.681,06	-22.694,68	-20.759,80	-20.763,74	-20.806,27	-20.809,57	-22.244,82	-22.235,48	-22.293,62	-22.283,00	-21.050,77	-21.043,30	-21.105,59	-21.094,79
<b>Wochendaten</b>																
Gesamtperiode	-11.646,09	-11.641,43	-11.706,92	-11.702,71	-10.201,00	-10.186,75	-10.280,79	-10.266,54	-10.927,38	-10.914,17	-10.988,57	-10.974,71	-9.809,17	-9.800,35	-9.868,95	-9.860,10
Bulle 1	-3.854,49	-3.842,51	-3.856,14	-3.844,13	-3.323,88	-3.311,95	-3.328,31	-3.316,37	-3.599,72	-3.587,77	-3.603,00	-3.591,04	-3.239,08	-3.227,22	-3.253,38	-3.241,47
Bär 1	-1.364,84	-1.356,02	-1.367,87	-1.359,03	-1.304,57	-1.294,84	-1.304,15	-1.294,08	-1.186,66	-1.179,87	-1.189,02	-1.180,67	-1.044,09	-1.034,35	-1.048,32	-1.038,81
Bulle 2	-2.189,57	-2.181,75	-2.191,37	-2.183,89	-1.897,45	-1.887,98	-1.903,30	-1.893,83	-2.084,56	-2.073,91	-2.076,69	-2.066,03	-1.807,97	-1.797,14	-1.807,57	-1.796,72
Bär 2	-646,35	-637,56	-646,79	-641,62	-546,46	-537,57	-546,72	-534,96	-583,17	-575,04	-583,39	-579,42	-538,09	-529,16	-538,65	-534,60
Bulle 3	-3.614,75	-3.606,10	-3.618,21	-3.609,80	-3.142,17	-3.133,14	-3.155,31	-3.146,88	-3.477,43	-3.466,07	-3.485,99	-3.475,09	-3.204,48	-3.195,00	-3.208,79	-3.198,52
stabil 1	-3.172,31	-3.160,84	-3.167,51	-3.155,93	-2.696,51	-2.685,08	-2.696,51	-2.685,08	-2.962,24	-2.950,77	-2.959,32	-2.947,86	-2.663,36	-2.651,97	-2.669,89	-2.658,37
volatil 1	-2.146,14	-2.140,00	-2.164,02	-2.158,11	-2.024,38	-2.014,32	-2.028,20	-2.018,28	-1.905,96	-1.897,54	-1.909,54	-1.900,12	-1.682,24	-1.671,94	-1.685,17	-1.674,85
stabil 2	-2.634,63	-2.623,96	-2.634,70	-2.623,80	-2.267,55	-2.257,68	-2.268,64	-2.258,50	-2.513,46	-2.510,47	-2.511,65	-2.508,10	-2.230,48	-2.219,63	-2.231,98	-2.221,02
volatil 2	-280,45	-273,86	-273,16	-266,91	-238,29	-231,58	-230,72	-224,00	-247,81	-241,78	-240,24	-234,21	-227,05	-219,99	-219,48	-212,42
stabil 3	-3.443,58	-3.432,65	-3.445,67	-3.434,46	-3.000,69	-2.990,08	-3.014,17	-3.003,29	-3.339,20	-3.330,67	-3.337,30	-3.327,78	-3.068,03	-3.057,55	-3.071,84	-3.060,97
<b>Monatsdaten</b>																
Gesamtperiode	-1.743,67	-1.737,73	-1.740,08	-1.733,95	-1.424,43	-1.413,94	-1.422,36	-1.411,83	-1.623,12	-1.613,59	-1.618,57	-1.608,90	-1.328,84	-1.318,78	-1.325,79	-1.316,07
Bulle 1	-564,59	-555,61	-558,81	-549,77	-456,43	-447,41	-449,15	-440,13	-510,35	-501,42	-504,54	-495,53	-432,79	-424,68	-432,11	-426,18
Bär 1	-195,97	-188,98	-192,06	-184,98	-177,89	-171,01	-175,02	-168,27	-159,60	-152,98	-157,34	-151,23	-100,95	-94,47	-98,29	-91,64
Bulle 2	-393,72	-390,53	-386,12	-382,44	-307,41	-304,77	-302,06	-299,20	-377,12	-374,90	-369,04	-366,98	-303,61	-299,24	-295,48	-291,12
Bär 2	-51,05	-45,65	-45,68	-40,23	-36,03	-31,67	-30,62	-26,25	-29,56	-25,28	-24,15	-19,87	-21,44	-16,03	-16,41	-11,02
Bulle 3	-526,75	-517,83	-522,82	-515,02	-429,02	-420,28	-424,61	-416,91	-531,15	-524,18	-526,24	-520,38	-469,25	-460,29	-466,70	-458,65
stabil 1	-399,26	-391,33	-392,30	-384,24	-325,68	-318,05	-319,05	-311,37	-371,79	-363,83	-364,24	-356,20	-331,93	-325,58	-327,03	-320,65
volatil 1	-374,29	-367,52	-368,36	-361,52	-312,12	-303,97	-306,81	-298,65	-308,27	-302,37	-304,08	-298,50	-210,98	-204,06	-208,87	-201,70
stabil 2	-388,72	-386,46	-381,15	-378,39	-302,50	-300,19	-297,00	-294,39	-373,02	-372,73	-364,93	-364,64	-302,56	-300,85	-294,47	-292,77
volatil 2	-217,44	-209,82	-210,89	-203,26	-158,34	-151,50	-151,89	-145,21	-202,75	-196,11	-196,67	-190,05	-163,46	-156,57	-156,75	-143,81
stabil 3	-362,48	-355,25	-356,26	-349,18	-305,77	-302,14	-299,55	-295,97	-350,04	-343,98	-344,99	-339,12	-323,63	-315,47	-315,44	-307,38

**E** Abbildungen aller Korrelationen  
des DCC-GARCH(1,1,1)-Modells

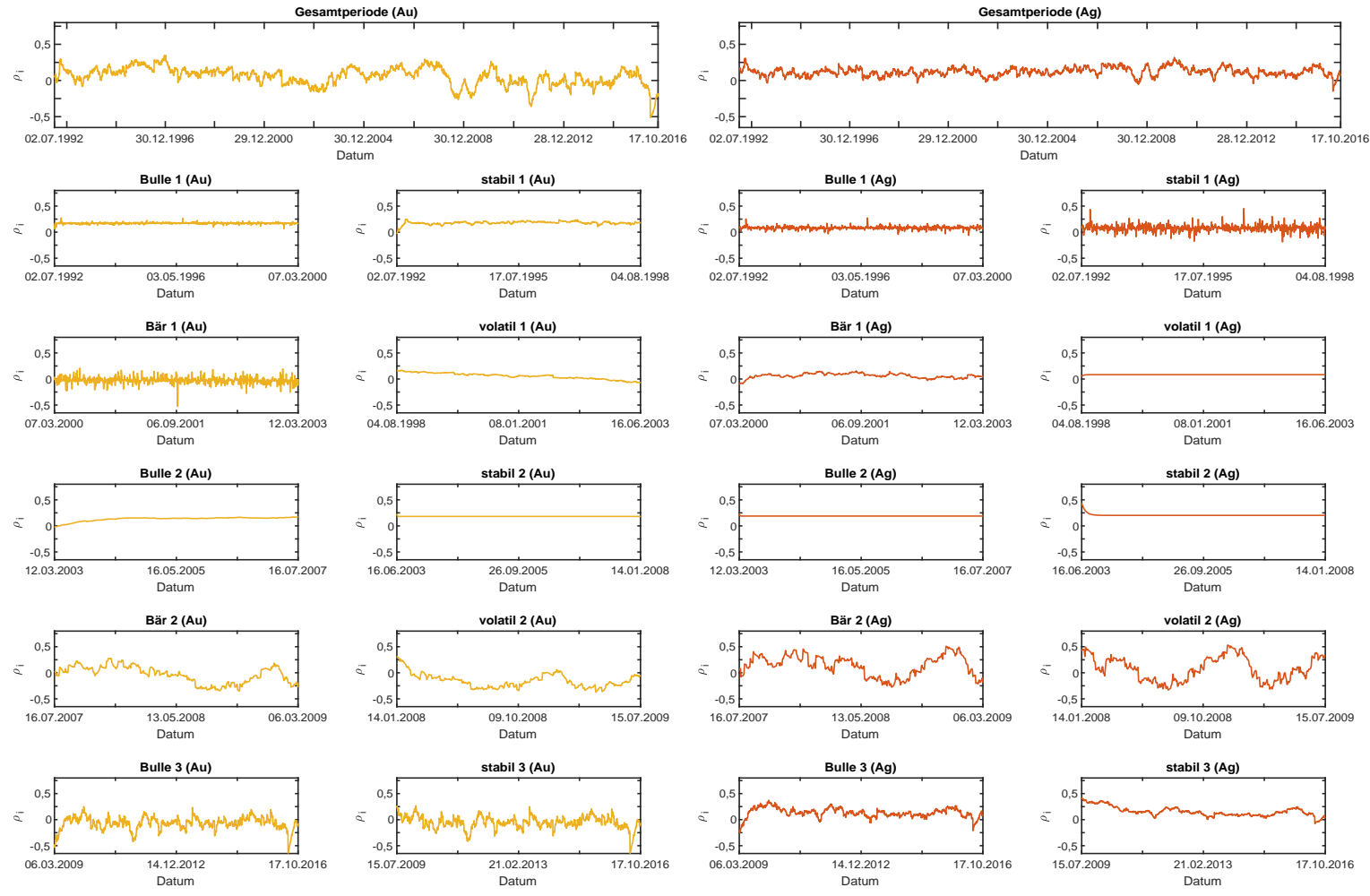


Abbildung E.1. Korrelationen der DCC-GARCH(1,1,1)-Modelle für Tagesdaten (1/2)

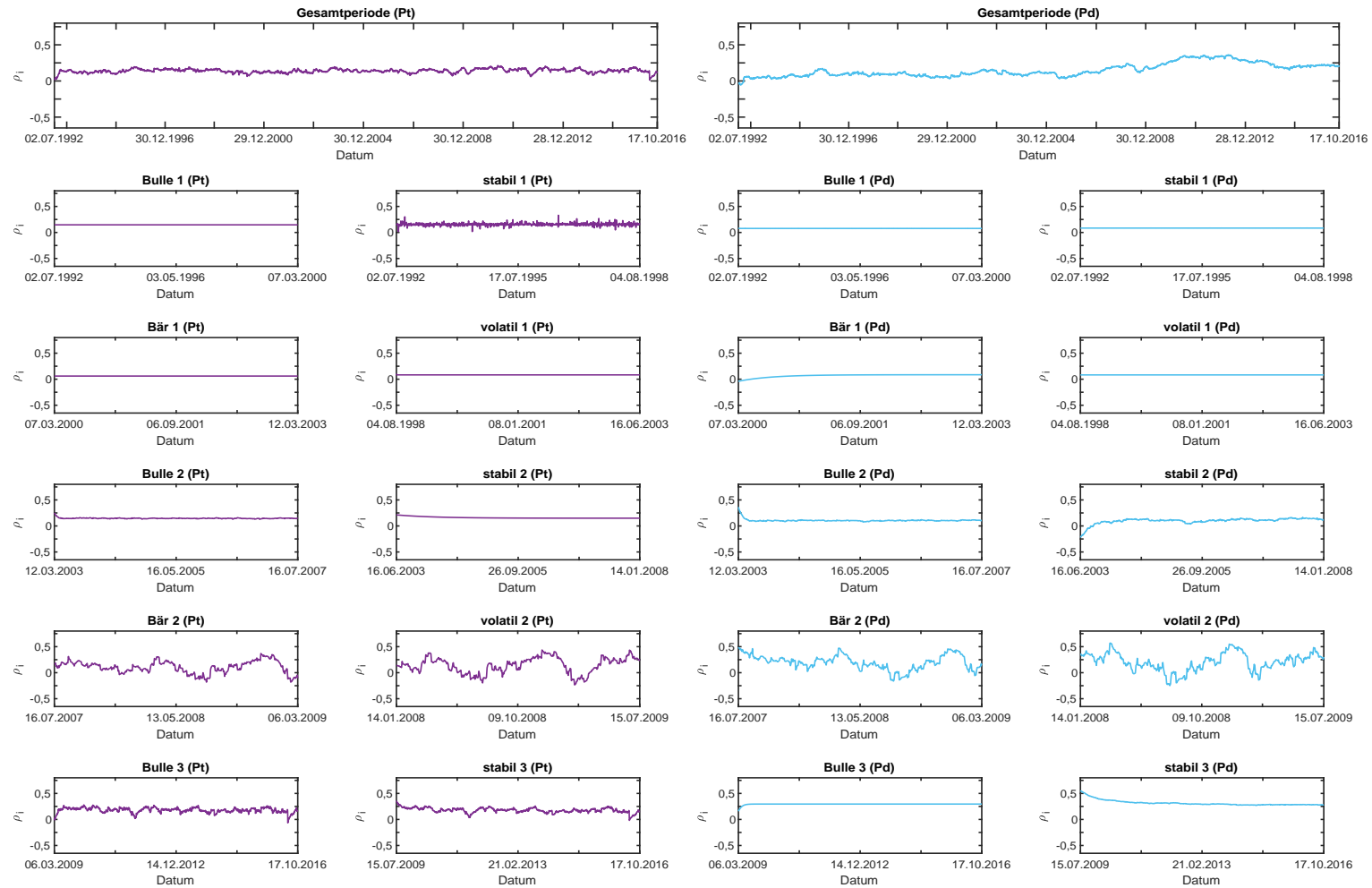


Abbildung E.2. Korrelationen der DCC-GARCH(1,1,1)-Modelle für Tagesdaten (2/2)

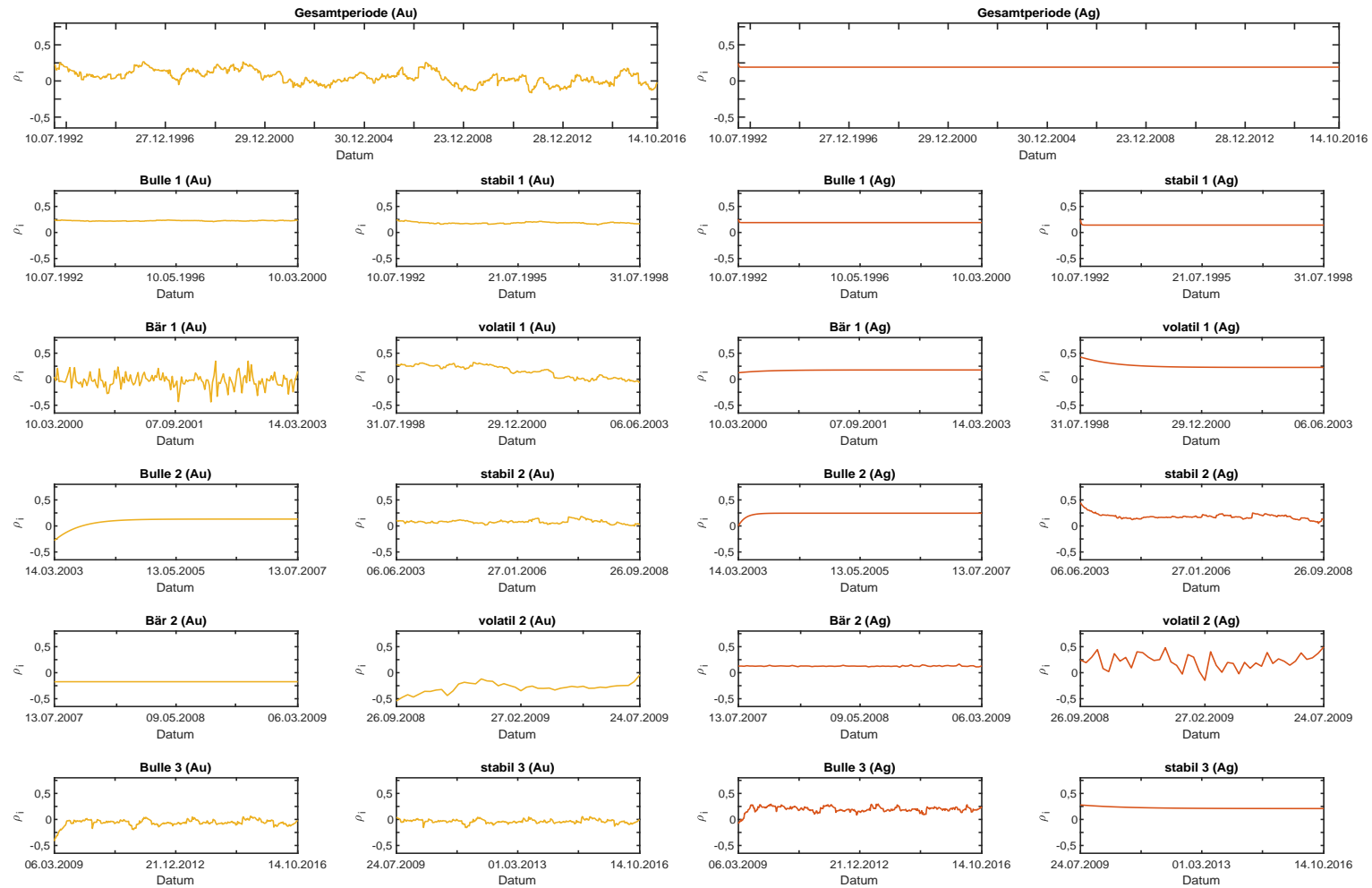


Abbildung E.3. Korrelationen der DCC-GARCH(1,1,1)-Modelle für Wochendaten (1/2)



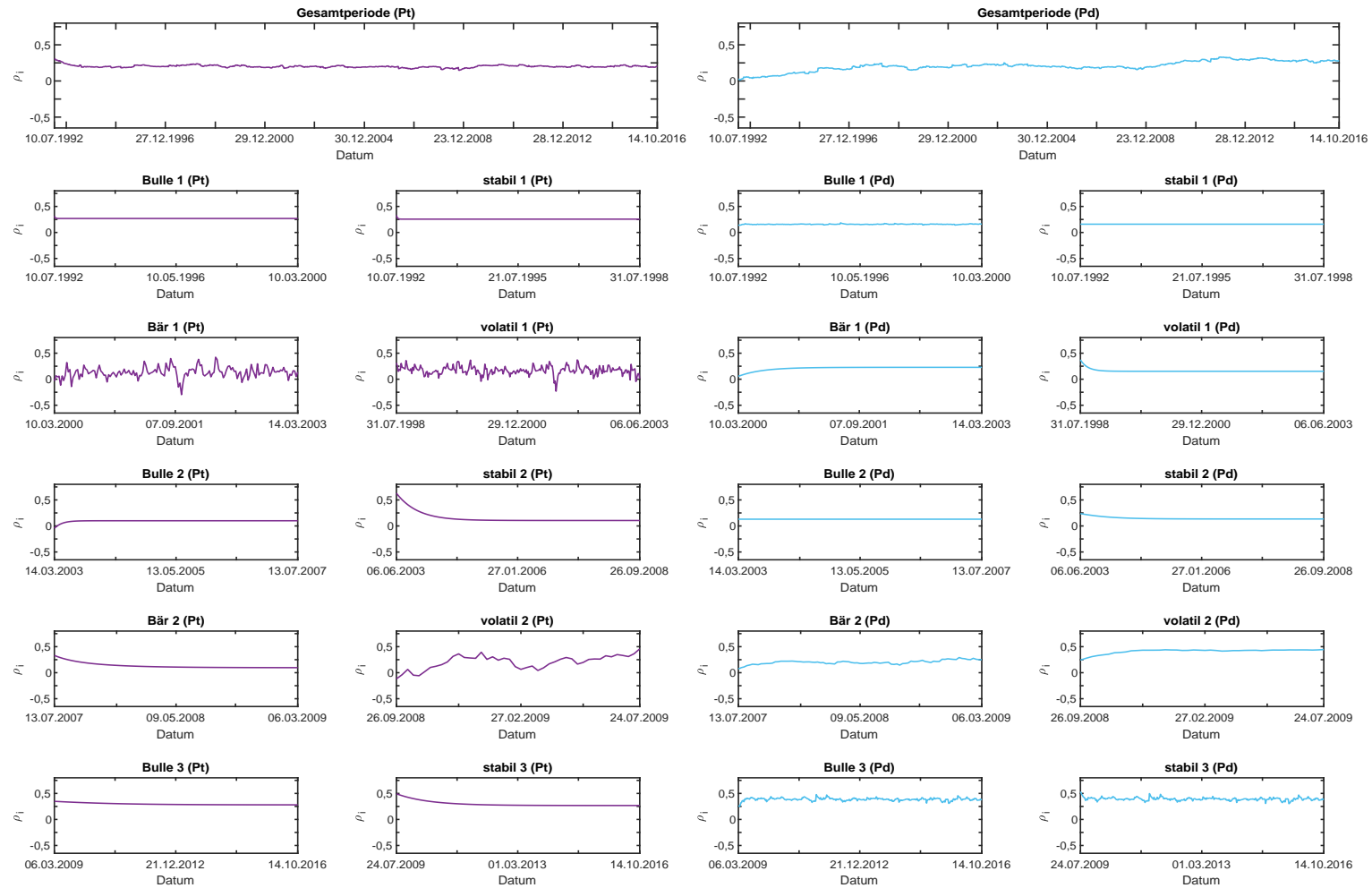


Abbildung E.4. Korrelationen der DCC-GARCH(1,1,1)-Modelle für Wochendaten (2/2)

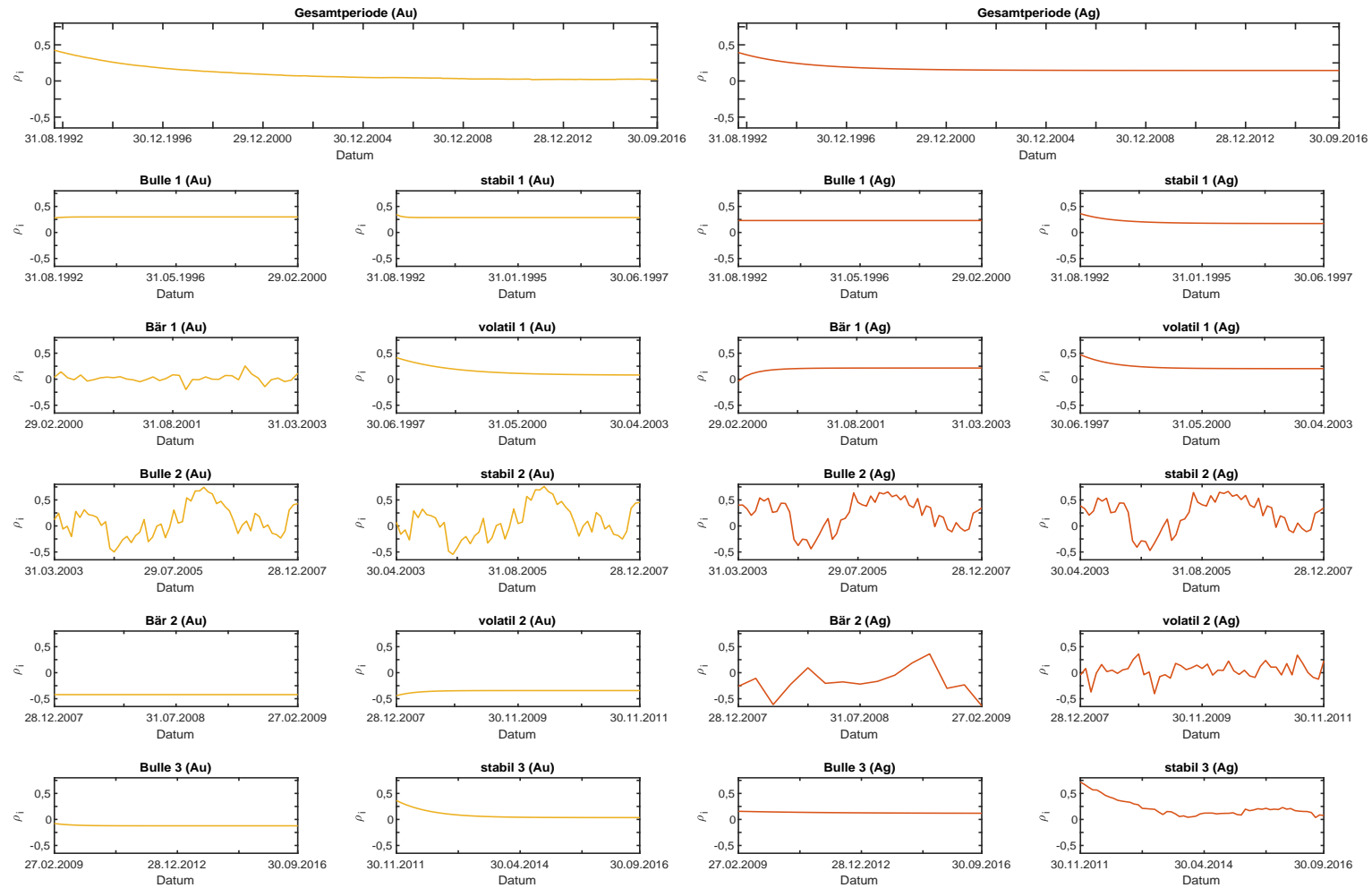


Abbildung E.5. Korrelationen der DCC-GARCH(1,1,1)-Modelle für Monatsdaten (1/2)

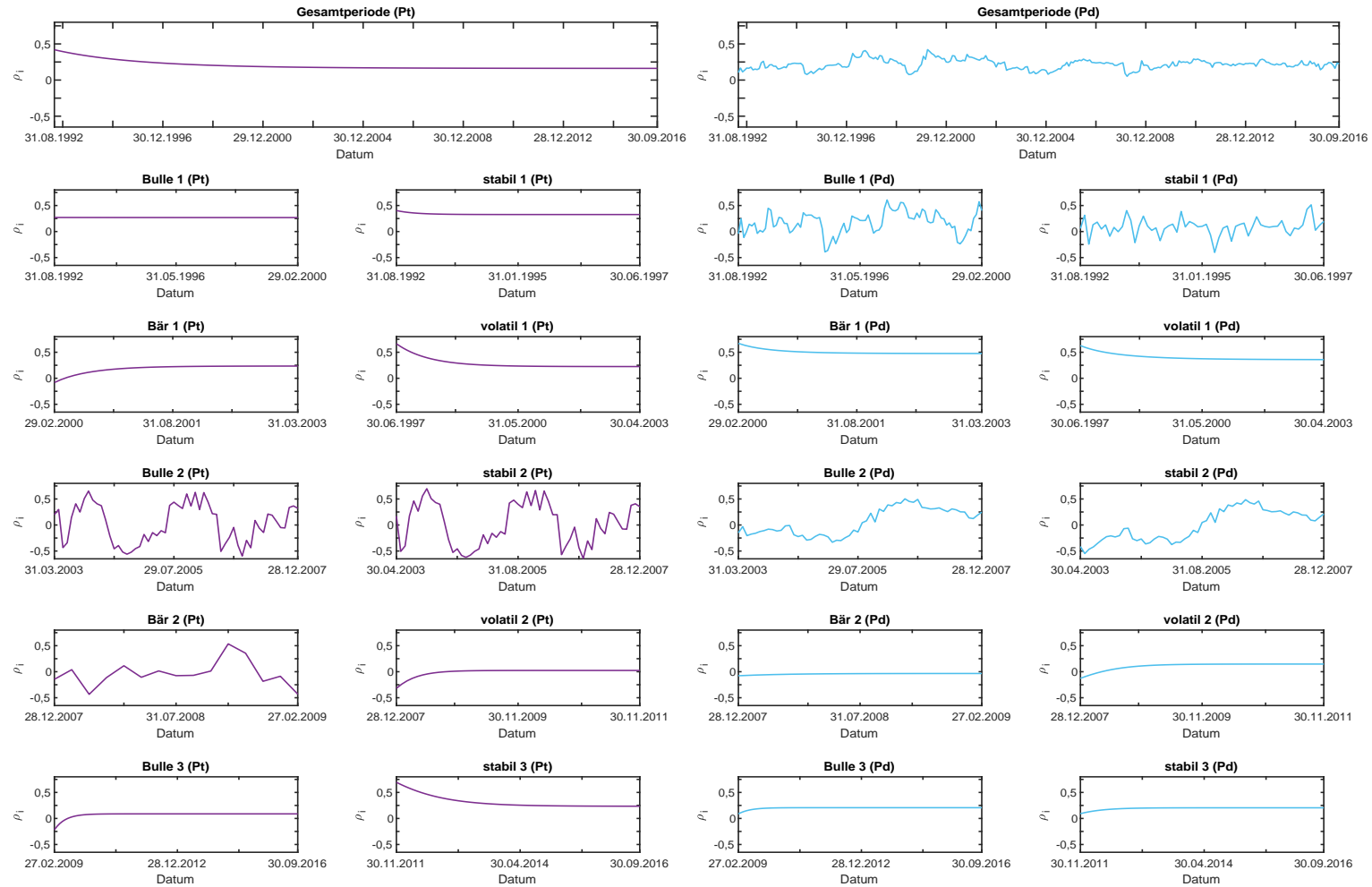


Abbildung E.6. Korrelationen der DCC-GARCH(1,1,1)-Modelle für Monatsdaten (2/2)

## F Herleitung der Residuen bivariater GARCH-Modelle

Umstellen der Gleichung

$$\mathbf{r}_i = \mathbf{H}_i^{1/2} \mathbf{z}_i$$

nach  $\mathbf{z}_i$  führt zu

$$\mathbf{z}_i = \left( \mathbf{H}_i^{1/2} \right)^{-1} \mathbf{r}_i .$$

Die Residuen  $\hat{\mathbf{z}}_i$ , mit

$$\hat{\mathbf{z}}_i = \begin{pmatrix} \hat{z}_{1,i} \\ \hat{z}_{2,i} \end{pmatrix} ,$$

berechnen sich also gemäß

$$\hat{\mathbf{z}}_i = \left( \hat{\mathbf{H}}_i^{1/2} \right)^{-1} \mathbf{r}_i ,$$

wobei  $\hat{\mathbf{H}}_i$  die geschätzte bedingte Varianz-Kovarianz-Matrix und  $\hat{\mathbf{H}}_i^{1/2}$  deren Cholesky-Zerlegung darstellt. Für

$$\hat{\mathbf{H}}_i^{1/2} = \begin{pmatrix} \sqrt{\hat{h}_{11,i}} & 0 \\ \hat{\rho} \sqrt{\hat{h}_{22,i}} & \sqrt{1 - \hat{\rho}^2} \sqrt{\hat{h}_{22,i}} \end{pmatrix}$$

ergibt sich die Inverse von  $\hat{\mathbf{H}}_i^{1/2}$  gemäß

$$\left( \hat{\mathbf{H}}_i^{1/2} \right)^{-1} = \frac{1}{\sqrt{1 - \hat{\rho}^2} \sqrt{\hat{h}_{11,i}} \sqrt{\hat{h}_{22,i}}} \begin{pmatrix} \sqrt{1 - \hat{\rho}^2} \sqrt{\hat{h}_{22,i}} & 0 \\ -\hat{\rho} \sqrt{\hat{h}_{22,i}} & \sqrt{\hat{h}_{11,i}} \end{pmatrix} ,$$

sodass gilt:

$$\begin{pmatrix} \hat{z}_{1,i} \\ \hat{z}_{2,i} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 - \hat{\rho}^2} \sqrt{\hat{h}_{11,i}} \sqrt{\hat{h}_{22,i}}} \begin{pmatrix} \sqrt{1 - \hat{\rho}^2} \sqrt{\hat{h}_{22,i}} & 0 \\ -\hat{\rho} \sqrt{\hat{h}_{22,i}} & \sqrt{\hat{h}_{11,i}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_{1,i} \\ r_{2,i} \end{pmatrix} .$$

Hieraus folgt sodann die endgültige Form der Residuen:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \hat{z}_{1,i} \\ \hat{z}_{2,i} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{\hat{h}_{11,i}}} & 0 \\ \frac{-\hat{\rho}}{\sqrt{1 - \hat{\rho}^2} \sqrt{\hat{h}_{11,i}}} & \frac{1}{\sqrt{1 - \hat{\rho}^2} \sqrt{\hat{h}_{22,i}}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_{1,i} \\ r_{2,i} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \frac{r_{1,i}}{\sqrt{\hat{h}_{11,i}}} \\ \frac{1}{\sqrt{1 - \hat{\rho}^2}} \left( \frac{r_{2,i}}{\sqrt{\hat{h}_{22,i}}} - \hat{\rho} \frac{r_{1,i}}{\sqrt{\hat{h}_{11,i}}} \right) \end{pmatrix} . \end{aligned}$$

## G Ergebnisse der CCC-GARCH(1,0,1)- und CCC-GARCH(3,0,8)-Modelle

**Tabelle G.1.** Korrelationskoeffizienten der CCC-GARCH(1,0,1)- und CCC-GARCH(3,0,8)-Modelle

	CCC-GARCH(1,0,1)				CCC-GARCH(3,0,8)			
	Au	Ag	Pt	Pd	Au	Ag	Pt	Pd
<b>Tagesdaten</b>								
Gesamtperiode	0,0452**	0,1189***	0,1404***	0,1593***	0,0460**	0,1191***	0,1422***	0,1607***
Bulle 1	0,1705***	0,0832***	0,1454***	0,0762***	0,1733***	0,0846***	0,1456***	0,0767***
Bär 1	-0,0291	0,0712*	0,0590	0,0838**	-0,0276	0,0731**	0,0655*	0,0871***
Bulle 2	0,1492***	0,1784***	0,1484***	0,1052***	0,1478***	0,1780***	0,1483***	0,1070***
Bär 2	-0,0579	0,1326**	0,1014**	0,1947***	-0,0723	0,1181**	0,1006**	0,1943***
Bulle 3	-0,0695*	0,1367***	0,1793***	0,2955***	-0,0684*	0,1354***	0,1774***	0,2945***
stabil 1	0,1842***	0,0827***	0,1550***	0,0816***	0,1865***	0,0831***	0,1510***	0,0818***
volatil 1	0,0211	0,0787***	0,0829***	0,0813***	0,0232	0,0785***	0,0893***	0,0848***
stabil 2	0,1800***	0,1930***	0,1528***	0,1154***	0,1784***	0,1929***	0,1507***	0,1145***
volatil 2	-0,1703***	0,0813	0,1454***	0,2107***	-0,1817***	0,0602	0,1394**	0,2025***
stabil 3	-0,0589	0,1407***	0,1759***	0,2965***	-0,0575	0,1407***	0,1751***	0,2967***
<b>Wochendaten</b>								
Gesamtperiode	0,0373	0,1855***	0,1877***	0,2218***	0,0420	0,1857***	0,1884***	0,2226***
Bulle 1	0,2161***	0,1791***	0,2619***	0,1536***	0,2129***	0,1864***	0,2649***	0,1577***
Bär 1	-0,0269	0,1824**	0,1153	0,2079***	-0,0329	0,1808**	0,1180	0,2027***
Bulle 2	0,1308	0,2281***	0,0981*	0,1364**	0,1386*	0,2347***	0,1134**	0,1240**
Bär 2	-0,1862*	0,1416	0,0950	0,2086**	-0,1893*	0,0725	0,0656	0,1699*
Bulle 3	-0,0553	0,1966***	0,2743***	0,3861***	-0,0652	0,1915***	0,2746***	0,3868***
stabil 1	0,1762***	0,1333**	0,2571***	0,1526**	0,1713***	0,1472**	0,2563***	0,1469**
volatil 1	0,0741	0,2161***	0,1535**	0,1446**	0,0872	0,2127***	0,1559**	0,1520**
stabil 2	0,0711	0,1640***	0,0897	0,1299**	0,0742	0,1684***	0,0917	0,1255**
volatil 2	-0,2539	0,2309	0,2451	0,4351***	-0,1898	0,2502	0,2449	0,4232***
stabil 3	-0,0434	0,2024***	0,2706***	0,3910***	-0,0499	0,1989***	0,2643***	0,3951***
<b>Monatsdaten</b>								
Gesamtperiode	0,0101	0,1356**	0,1592**	0,2151***	-0,0044	0,1400**	0,1589**	0,2207***
Bulle 1	0,2913***	0,2370**	0,2614**	0,2330*	0,2839***	0,2413**	0,2782	0,2669
Bär 1	-0,0055	0,1596	0,2599**	0,4527***	-0,0699	0,1287	0,2623**	0,4897***
Bulle 2	0,1701	0,2129	0,0457	0,1201	0,1702	0,2412	0,0480	0,0967
Bär 2	-0,4130*	-0,1859	-0,0267	-0,0216	-1,7106 <sup>NA</sup>	-0,4770 <sup>NA</sup>	-0,0680 <sup>NA</sup>	-0,0553 <sup>NA</sup>
Bulle 3	-0,1201	0,1423*	0,1472	0,2520***	-0,1321	0,1363*	0,1442*	0,2554***
stabil 1	0,2952**	0,1816	0,3214**	0,1239	0,2789*	0,1819	0,3515**	0,1582
volatil 1	0,0656	0,1948*	0,2239**	0,3301***	0,0690	0,2264**	0,2574**	0,3804
stabil 2	0,1589	0,2053	0,0335	0,0555	0,1549	0,2246	0,0317	0,0121
volatil 2	-0,3363**	0,0492	0,0284	0,1899*	-0,3335**	0,1009	0,0411	0,2025**
stabil 3	0,0343	0,1314	0,2204*	0,2245***	0,0249	0,1306	0,1996*	0,2246***

Signifikanzniveaus: \* = 0,10 \*\* = 0,05 \*\*\* = 0,01

**Tabelle G.2.** Korrelationen zwischen den Edelmetallen und dem DAX gemäß den CCC-GARCH(1,0,1)- und CCC-GARCH(3,0,8)-Modellen

	CCC-GARCH(1,0,1)												CCC-GARCH(3,0,8)																			
	$\alpha = 0,01$				$\alpha = 0,05$				$\alpha = 0,10$				$\alpha = 0,01$				$\alpha = 0,05$				$\alpha = 0,10$											
	Au	Ag	Pt	Pd	Au	Ag	Pt	Pd	Au	Ag	Pt	Pd	Au	Ag	Pt	Pd	Au	Ag	Pt	Pd	Au	Ag	Pt	Pd	Au	Ag	Pt	Pd				
<b>Tagesdaten</b>																																
Gesamtperiode	O	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	O	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
Bulle 1	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
Bär 1	O	O	O	O	O	O	O	+	O	+	O	+	O	O	O	+	O	+	O	+	O	+	O	+	O	+	+	+	O	+	+	+
Bulle 2	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
Bär 2	O	O	O	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	O	O	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+
Bulle 3	O	+	+	+	O	+	+	+	-	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	-	+	+	+	-	+	+	+
stabil 1	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
volatil 1	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+
stabil 2	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
volatil 2	-	O	+	+	-	O	+	+	-	O	+	+	-	O	O	+	-	O	+	+	-	O	+	+	-	O	+	+	-	O	+	+
stabil 3	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+
<b>Wochendaten</b>																																
Gesamtperiode	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+
Bulle 1	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
Bär 1	O	O	O	+	O	+	O	+	O	+	O	+	O	O	O	+	O	+	O	+	O	+	O	+	O	+	O	+	O	+	O	+
Bulle 2	O	+	O	O	O	+	O	+	O	+	+	+	O	+	O	O	O	+	+	+	O	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
Bär 2	O	O	O	O	O	O	O	+	-	O	O	+	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	-	O	O	+	-	O	O	+
Bulle 3	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+
stabil 1	+	O	+	O	+	+	+	+	+	+	+	+	+	O	+	O	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
volatil 1	O	+	O	O	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	O	O	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+
stabil 2	O	+	O	O	O	+	O	+	O	+	O	+	O	+	O	O	O	+	O	+	O	+	O	+	O	+	O	+	O	+	O	+
volatil 2	O	O	O	+	O	O	O	+	O	O	O	+	O	O	O	+	O	O	O	+	O	O	O	+	O	O	O	+	O	O	O	+
stabil 3	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+
<b>Monatsdaten</b>																																
Gesamtperiode	O	O	O	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	O	O	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+	O	+	+	+
Bulle 1	+	O	O	O	+	+	+	O	+	+	+	+	+	O	O	O	+	+	O	O	+	+	O	O	+	+	O	O	+	+	O	O
Bär 1	O	O	O	+	O	O	+	+	O	O	+	+	O	O	O	+	O	O	+	+	O	O	+	+	O	O	+	+	O	O	+	+
Bulle 2	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O
Bär 2	O	O	O	O	O	O	O	O	-	O	O	O	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
Bulle 3	O	O	O	+	O	O	O	+	O	+	O	+	O	O	O	+	O	O	O	+	O	O	O	+	O	O	O	+	O	O	O	+
stabil 1	O	O	O	O	+	O	+	O	+	O	+	O	O	O	O	O	O	O	+	O	+	O	+	O	+	O	+	O	+	O	+	O
volatil 1	O	O	O	+	O	O	+	+	O	+	+	+	O	O	O	O	O	+	+	O	O	+	+	O	O	+	+	O	O	+	+	O
stabil 2	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O
volatil 2	O	O	O	O	-	O	O	O	-	O	O	+	O	O	O	O	-	O	O	+	O	O	O	+	-	O	O	+	-	O	O	+
stabil 3	O	O	O	+	O	O	O	+	O	O	+	+	O	O	O	+	O	O	O	+	O	O	O	+	O	O	O	+	O	O	O	+

(+) positiv korreliert (O) unkorreliert (-) negativ korreliert (NA) keine Aussage möglich

**Tabelle G.3.** ARCH- und Ljung-Box-Test für die Residuen der vier bivariaten CCC-GARCH(1,0,1)-Modelle

<i>ARCH-Test</i>	DAX		Au		Ag		Pt		Pd	
	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert
<b>Tagesdaten</b>										
Gesamtperiode	4,5067	0,0338**	13,8903	0,0002***	11,3258	0,0008***	20,1328	0,0000***	12,4610	0,0004***
Bulle 1	0,1566	0,6923	21,9105	0,0000***	0,4357	0,5092	6,2488	0,0124**	3,6147	0,0573*
Bär 1	6,2565	0,0124**	0,1673	0,6825	0,5460	0,4599	1,3262	0,2495	0,0516	0,8202
Bulle 2	0,6048	0,4367	0,0311	0,8599	1,0365	0,3086	0,1473	0,7011	5,0636	0,0244**
Bär 2	1,1071	0,2927	0,2436	0,6216	0,1483	0,7001	6,2059	0,0127**	0,0684	0,7937
Bulle 3	0,9251	0,3361	4,7214	0,0298**	10,6859	0,0011***	1,1451	0,2846	4,5012	0,0339**
stabil 1	0,0835	0,7726	0,1626	0,6868	0,1633	0,6862	3,5978	0,0579*	11,2022	0,0008***
volatil 1	7,4497	0,0063***	0,4415	0,5064	4,5733	0,0325**	4,3949	0,0360**	0,0074	0,9315
stabil 2	1,0826	0,2981	0,3058	0,5803	0,1152	0,7343	0,0610	0,8049	3,3258	0,0682*
volatil 2	2,9695	0,0848*	0,0853	0,7703	0,8258	0,3635	0,6866	0,4073	0,3854	0,5347
stabil 3	0,7220	0,3955	4,1287	0,0422**	10,2729	0,0014***	0,7416	0,3892	3,9333	0,0473**
<b>Wochendaten</b>										
Gesamtperiode	0,0036	0,9519	2,5852	0,1079	0,0002	0,9875	1,1523	0,2831	0,6150	0,4329
Bulle 1	2,4424	0,1181	3,0238	0,0821*	0,2140	0,6436	0,8374	0,3601	0,0088	0,9254
Bär 1	0,0012	0,9719	0,1515	0,6971	0,5592	0,4546	0,3809	0,5371	0,0157	0,9004
Bulle 2	0,3357	0,5623	0,5938	0,4410	1,5137	0,2186	0,2507	0,6166	0,0908	0,7632
Bär 2	0,0397	0,8421	0,1347	0,7136	0,0089	0,9248	0,5740	0,4487	0,5424	0,4615
Bulle 3	0,0131	0,9087	1,3892	0,2385	0,3087	0,5785	2,0460	0,1526	1,7622	0,1843
stabil 1	1,3079	0,2528	0,9518	0,3293	0,1344	0,7139	1,2205	0,2693	0,0090	0,9243
volatil 1	0,0095	0,9224	0,6115	0,4342	0,7123	0,3987	0,7314	0,3924	0,5221	0,4700
stabil 2	0,0774	0,7808	0,2431	0,6220	0,0129	0,9095	0,2690	0,6040	0,2648	0,6068
volatil 2	0,0025	0,9598	0,2248	0,6354	0,8521	0,3560	0,0084	0,9268	3,1162	0,0775*
stabil 3	0,0023	0,9618	1,7120	0,1907	0,2543	0,6141	0,3635	0,5466	1,3810	0,2399
<b>Monatsdaten</b>										
Gesamtperiode	0,2302	0,6314	0,3484	0,5550	0,2527	0,6152	0,0496	0,8237	0,7792	0,3774
Bulle 1	0,0518	0,8200	0,0203	0,8868	0,0686	0,7934	0,1076	0,7428	0,2648	0,6068
Bär 1	0,1647	0,6849	1,3372	0,2475	0,0872	0,7678	0,1749	0,6758	1,4093	0,2352
Bulle 2	1,0580	0,3037	0,1109	0,7391	1,3308	0,2487	0,0181	0,8929	0,0968	0,7557
Bär 2	0,3385	0,5607	0,0514	0,8206	0,4251	0,5144	0,0151	0,9022	0,0082	0,9277
Bulle 3	0,1864	0,6659	0,3392	0,5603	0,3448	0,5571	0,2260	0,6345	1,3931	0,2379
stabil 1	1,6461	0,1995	0,3552	0,5512	0,0865	0,7687	0,6788	0,4100	0,3913	0,5316
volatil 1	0,0773	0,7809	1,5180	0,2179	0,1225	0,7264	0,0550	0,8145	0,3866	0,5341
stabil 2	0,6493	0,4204	0,1039	0,7473	1,1724	0,2789	0,0130	0,9092	0,6125	0,4338
volatil 2	0,3289	0,5663	0,5478	0,4592	0,5072	0,4764	0,4981	0,4804	0,3605	0,5482
stabil 3	0,2193	0,6396	0,2584	0,6112	0,0649	0,7989	0,1895	0,6633	0,1797	0,6716
<b>Ljung-Box-Test</b>										
<i>Ljung-Box-Test</i>	DAX		Au		Ag		Pt		Pd	
	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert
<b>Tagesdaten</b>										
Gesamtperiode	16,8952	0,6598	22,6145	0,3081	33,5713	0,0292**	39,4918	0,0058***	38,7474	0,0072***
Bulle 1	20,6853	0,4159	32,8325	0,0352**	35,0873	0,0196**	17,0778	0,6479	15,1178	0,7696
Bär 1	20,8235	0,4076	12,8840	0,8823	9,3089	0,9790	21,6656	0,3589	17,7967	0,6008
Bulle 2	13,1092	0,8727	8,0362	0,9916	19,2026	0,5087	10,4355	0,9596	12,3588	0,9032
Bär 2	16,2939	0,6982	13,5029	0,8548	32,4752	0,0385**	21,5091	0,3677	7,9403	0,9923
Bulle 3	9,4890	0,9765	12,4045	0,9015	27,1688	0,1306	14,7612	0,7899	17,1370	0,6441
stabil 1	22,7119	0,3032	23,6223	0,2593	40,1852	0,0047***	23,2631	0,2761	20,8435	0,4064
volatil 1	21,0808	0,3924	2,1380	1,0000	11,9617	0,9174	19,1687	0,5109	24,6968	0,2133
stabil 2	12,2979	0,9054	10,9826	0,9467	17,0923	0,6470	13,2441	0,8667	10,7485	0,9525
volatil 2	21,6517	0,3597	18,5023	0,5544	48,5602	0,0004***	25,3986	0,1866	10,8320	0,9505
stabil 3	7,3979	0,9952	11,5343	0,9312	26,9524	0,1366	9,0556	0,9823	17,0635	0,6488
<b>Wochendaten</b>										
Gesamtperiode	4,2501	0,9999	21,5898	0,3632	33,6511	0,0286**	10,2002	0,9644	14,4338	0,8078
Bulle 1	12,3111	0,9050	15,6689	0,7369	20,7999	0,4090	17,0979	0,6466	8,3195	0,9895
Bär 1	10,3036	0,9623	13,7354	0,8437	27,5047	0,1217	22,2867	0,3252	46,1134	0,0008***
Bulle 2	8,3533	0,9893	18,1593	0,5769	8,5939	0,9872	7,1949	0,9960	16,0556	0,7132
Bär 2	11,1616	0,9419	16,3061	0,6975	10,9843	0,9466	14,4347	0,8078	16,3568	0,6943
Bulle 3	10,0267	0,9677	19,2989	0,5025	35,3377	0,0184**	18,2753	0,5693	20,5481	0,4241
stabil 1	22,6929	0,3041	18,1227	0,5793	19,6549	0,4797	18,6477	0,5448	9,1859	0,9807
volatil 1	15,6133	0,7403	22,0284	0,3390	35,0770	0,0197**	23,1287	0,2825	20,1249	0,4501
stabil 2	7,3580	0,9953	14,9136	0,7813	10,3498	0,9614	5,2991	0,9996	12,3297	0,9043
volatil 2	7,6849	0,9938	15,6627	0,7373	17,6769	0,6087	17,9944	0,5878	18,4808	0,5558
stabil 3	10,8518	0,9500	18,7211	0,5400	33,5828	0,0291**	18,9834	0,5229	22,5519	0,3113
<b>Monatsdaten</b>										
Gesamtperiode	10,3018	0,9624	11,7919	0,9231	13,7952	0,8407	14,6106	0,7982	8,8093	0,9850
Bulle 1	14,8719	0,7837	4,6011	0,9999	14,3321	0,8133	14,7373	0,7912	20,7362	0,4128
Bär 1	10,7490	0,9525	28,6995	0,0938*	20,0287	0,4561	16,9114	0,6587	18,4405	0,5584
Bulle 2	10,4959	0,9583	20,9483	0,4002	18,7145	0,5404	26,1246	0,1617	15,3128	0,7582
Bär 2	16,3039	0,2952	10,3154	0,7388	17,9865	0,2074	11,6357	0,6355	13,0108	0,5257
Bulle 3	7,9245	0,9924	15,9262	0,7212	16,4283	0,6897	6,9184	0,9969	7,5646	0,9944
stabil 1	19,1056	0,5150	11,4682	0,9332	22,1270	0,3337	8,0221	0,9917	5,5527	0,9994
volatil 1	11,0958	0,9437	9,9118	0,9697	16,9805	0,6542	26,4031	0,1529	20,4791	0,4283
stabil 2	9,4982	0,9764	21,1036	0,3911	16,5571	0,6815	25,2051	0,1937	16,7970	0,6661
volatil 2	5,5846	0,9994	19,0842	0,5164	20,4359	0,4310	8,5569	0,9875	9,5307	0,9759
stabil 3	13,4385	0,8578	12,2784	0,9062	13,8990	0,8356	15,4426	0,7505	8,3230	0,9895

Signifikanzniveaus: \* = 0,10 \*\* = 0,05 \*\*\* = 0,01

Tabelle G.4. ARCH- und Ljung-Box-Test für die Residuen der vier bivariaten CCC-GARCH(3,0,8)-Modelle

<i>ARCH-Test</i>	DAX		Au		Ag		Pt		Pd	
	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert
<b>Tagesdaten</b>										
Gesamtperiode	0,0506	0,8221	2,1468	0,1429	1,4802	0,2237	0,7423	0,3889	0,9845	0,3211
Bulle 1	0,0148	0,9030	1,8494	0,1738	0,0188	0,8910	0,1571	0,6918	0,1798	0,6716
Bär 1	0,2323	0,6298	0,0237	0,8777	0,0305	0,8613	0,1342	0,7141	0,0331	0,8556
Bulle 2	0,0332	0,8555	0,7073	0,4003	0,2725	0,6017	0,0000	0,9965	0,0005	0,9824
Bär 2	0,2833	0,5945	0,0195	0,8888	0,4365	0,5088	2,0146	0,1558	0,0001	0,9926
Bulle 3	0,0016	0,9682	0,5982	0,4393	2,0971	0,1476	0,3687	0,5437	0,3419	0,5587
stabil 1	0,0240	0,8768	0,9771	0,3229	0,1207	0,7282	0,0000	0,9977	0,7652	0,3817
volatil 1	0,8332	0,3613	0,0993	0,7526	0,8238	0,3641	0,7361	0,3909	0,2489	0,6179
stabil 2	0,0083	0,9272	1,2833	0,2573	0,0321	0,8577	0,0757	0,7832	0,0284	0,8663
volatil 2	0,8811	0,3479	0,4953	0,4816	0,0495	0,8239	0,0543	0,8158	0,0800	0,7772
stabil 3	0,0380	0,8455	0,8264	0,3633	1,7136	0,1905	0,1181	0,7311	0,2183	0,6403
<b>Wochendaten</b>										
Gesamtperiode	0,0211	0,8844	0,0573	0,8107	0,0437	0,8343	0,0640	0,8003	0,0001	0,9904
Bulle 1	0,4551	0,4999	1,4191	0,2335	0,0164	0,8981	0,0090	0,9246	0,0036	0,9522
Bär 1	0,1130	0,7367	0,0359	0,8497	0,5308	0,4663	0,3638	0,5464	1,7409	0,1870
Bulle 2	0,4208	0,5166	0,0466	0,8291	0,0730	0,7870	0,0329	0,8560	0,0310	0,8602
Bär 2	0,0038	0,9511	0,1202	0,7288	0,5295	0,4668	0,4073	0,5233	1,1131	0,2914
Bulle 3	0,3871	0,5338	0,2761	0,5993	0,0226	0,8805	0,2629	0,6081	0,1076	0,7429
stabil 1	0,0729	0,7872	0,0112	0,9158	0,0722	0,7882	0,7798	0,3772	0,0874	0,7675
volatil 1	0,9059	0,3412	0,0006	0,9813	0,4748	0,4908	0,4981	0,4803	1,6831	0,1945
stabil 2	0,6281	0,4280	0,4167	0,5186	0,1033	0,7479	0,0004	0,9838	0,0012	0,9719
volatil 2	0,0170	0,8963	0,3920	0,5312	0,7465	0,3876	0,0097	0,9213	0,5852	0,4443
stabil 3	0,4195	0,5172	0,3638	0,5464	0,0096	0,9220	0,4058	0,5241	0,0003	0,9852
<b>Monatsdaten</b>										
Gesamtperiode	0,0007	0,9788	0,0547	0,8151	0,0021	0,9633	0,2240	0,6360	0,3158	0,5742
Bulle 1	0,1600	0,6892	0,2956	0,5867	0,0279	0,8674	0,3091	0,5783	0,0568	0,8116
Bär 1	0,0611	0,8047	0,9838	0,3213	0,0249	0,8745	0,0179	0,8936	1,0464	0,3063
Bulle 2	0,9808	0,3220	0,0514	0,8207	1,3856	0,2392	0,0118	0,9134	0,0312	0,8597
Bär 2	0,4574	0,4989	0,4838	0,4867	0,4566	0,4992	0,0163	0,8983	0,2185	0,6402
Bulle 3	0,0308	0,8606	0,4531	0,5009	0,0377	0,8461	0,1288	0,7197	1,9322	0,1645
stabil 1	0,6307	0,4271	1,6381	0,2006	0,0353	0,8509	0,8523	0,3559	0,0003	0,9857
volatil 1	0,0655	0,7981	1,5330	0,2157	0,2781	0,5979	0,0181	0,8929	1,4471	0,2290
stabil 2	0,6504	0,4200	0,0053	0,9420	1,1537	0,2828	0,0429	0,8359	0,3576	0,5498
volatil 2	0,2506	0,6167	0,0061	0,9375	0,3362	0,5620	0,0735	0,7863	0,0083	0,9272
stabil 3	0,0175	0,8949	0,2691	0,6039	0,0067	0,9349	0,7734	0,3792	0,1969	0,6572
<b>Ljung-Box-Test</b>										
<i>Ljung-Box-Test</i>	DAX		Au		Ag		Pt		Pd	
	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert
<b>Tagesdaten</b>										
Gesamtperiode	6,5999	0,9978	11,2578	0,9393	14,5738	0,8003	18,0915	0,5814	21,4402	0,3716
Bulle 1	15,6785	0,7364	19,1499	0,5121	16,4024	0,6914	14,0451	0,8282	11,7253	0,9252
Bär 1	10,4368	0,9595	9,3093	0,9790	6,4488	0,9981	18,7564	0,5377	10,0910	0,9665
Bulle 2	9,5007	0,9763	9,1342	0,9813	11,4908	0,9325	7,8429	0,9929	4,6461	0,9998
Bär 2	14,4216	0,8085	13,8393	0,8385	20,4574	0,4297	13,6968	0,8455	6,2498	0,9985
Bulle 3	7,2969	0,9956	6,4965	0,9980	17,6580	0,6099	10,0396	0,9674	13,2650	0,8657
stabil 1	11,6380	0,9280	20,4317	0,4312	19,9074	0,4637	23,8393	0,2495	12,5102	0,8974
volatil 1	10,4447	0,9594	3,0390	1,0000	5,4746	0,9994	10,9637	0,9472	19,1908	0,5095
stabil 2	8,9751	0,9832	12,2650	0,9067	12,3404	0,9039	8,6574	0,9865	6,9028	0,9970
volatil 2	17,8415	0,5978	16,7867	0,6668	27,8169	0,1138	16,5646	0,6810	6,6592	0,9977
stabil 3	6,7695	0,9974	6,3125	0,9984	17,1159	0,6454	5,8865	0,9990	13,6533	0,8476
<b>Wochendaten</b>										
Gesamtperiode	4,1408	0,9999	12,5618	0,8954	28,8549*	0,0907	9,3310	0,9787	12,7741	0,8869
Bulle 1	7,3054	0,9956	15,1415	0,7683	20,5532	0,4238	15,0842	0,7716	9,2794	0,9794
Bär 1	10,4642	0,9590	12,7668	0,8872	27,4704	0,1225	19,6669	0,4789	23,1680	0,2806
Bulle 2	5,3419	0,9995	16,2848	0,6988	5,2609	0,9996	5,6854	0,9993	15,7500	0,7320
Bär 2	3,9590	1,0000	16,2648	0,7001	17,4608	0,6229	14,0910	0,8259	21,6524	0,3597
Bulle 3	8,4643	0,9883	14,4251	0,8083	32,7943**	0,0355	9,8983	0,9700	15,7877	0,7297
stabil 1	17,5353	0,6180	11,9003	0,9195	17,2191	0,6387	16,1011	0,7103	9,1738	0,9808
volatil 1	11,7947	0,9230	14,8783	0,7833	37,5846***	<0,01	13,4419	0,8576	10,7905	0,9515
stabil 2	5,8482	0,9991	16,6864	0,6732	8,5554	0,9875	4,7284	0,9998	13,2059	0,8684
volatil 2	7,4872	0,9948	17,3658	0,6291	12,3524	0,9034	17,5354	0,6180	10,1835	0,9647
stabil 3	8,9630	0,9833	13,3216	0,8632	29,8082*	0,0730	11,9766	0,9169	18,7745	0,5365
<b>Monatsdaten</b>										
Gesamtperiode	9,0134	0,9828	11,3849	0,9356	11,6276	0,9283	14,6972	0,7935	4,4193	0,9999
Bulle 1	16,5023	0,6850	11,1944	0,9410	21,6289	0,3610	12,5772	0,8948	18,0037	0,5872
Bär 1	19,3643	0,4983	23,7695	0,2526	17,3910	0,6275	13,4312	0,8581	18,4902	0,5552
Bulle 2	10,1883	0,9646	19,8475	0,4675	16,1256	0,7088	24,3553	0,2272	11,6460	0,9277
Bär 2	23,6081*	0,0511	6,3247	0,9576	17,5396	0,2286	11,0111	0,6852	9,9171	0,7682
Bulle 3	5,9071	0,9990	14,8057	0,7874	13,5393	0,8531	6,1869	0,9986	9,6768	0,9737
stabil 1	11,9251	0,9186	19,0647	0,5176	27,2632	0,1280	10,3084	0,9622	7,6544	0,9939
volatil 1	16,4750	0,6868	10,3320	0,9617	19,8672	0,4663	27,5908	0,1194	14,8516	0,7848
stabil 2	9,5000	0,9764	19,8920	0,4647	14,3227	0,8138	25,2232	0,1930	12,1259	0,9117
volatil 2	4,3070	0,9999	12,4874	0,8983	18,8582	0,5311	7,1036	0,9963	6,2275	0,9986
stabil 3	11,5099	0,9319	12,1186	0,9119	12,2809	0,9061	13,4882	0,8555	8,2575	0,9900

Signifikanzniveaus: \* = 0,10 \*\* = 0,05 \*\*\* = 0,01



Tabelle G.5. KS- und JB-Test für die Residuen der vier bivariaten CCC-GARCH(1,0,1)-Modelle

KS-Test	DAX		Au		Ag		Pt		Pd	
	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert
<b>Tagesdaten</b>										
Gesamtperiode	0,0447***	<0,01	0,0497***	<0,01	0,0634***	<0,01	0,0366***	<0,01	0,0433***	<0,01
Bulle 1	0,0551***	<0,01	0,0543***	<0,01	0,0647***	<0,01	0,0405***	<0,01	0,0550***	<0,01
Bär 1	0,0531**	0,0259	0,0473*	0,0638	0,0439	0,1018	0,0538**	0,0233	0,0765***	<0,01
Bulle 2	0,0943***	<0,01	0,0609***	<0,01	0,0810***	<0,01	0,0537***	<0,01	0,0414**	0,0434
Bär 2	0,0796***	<0,01	0,0837***	<0,01	0,0839***	<0,01	0,0608*	0,0883	0,0647*	0,0582
Bulle 3	0,0558***	<0,01	0,0514***	<0,01	0,0696***	<0,01	0,0272	0,1114	0,0453***	<0,01
stabil 1	0,0545***	<0,01	0,0512***	<0,01	0,0674***	<0,01	0,0375**	0,0265	0,0536***	<0,01
volatil 1	0,0201	0,6952	0,0496***	<0,01	0,0430**	0,0205	0,0437**	0,0175	0,0551***	<0,01
stabil 2	0,0888***	<0,01	0,0713***	<0,01	0,0845***	<0,01	0,0593***	<0,01	0,0593***	<0,01
volatil 2	0,0626*	0,0961	0,0496	0,2945	0,0553	0,1858	0,0424	0,4841	0,0710**	0,0404
stabil 3	0,0546***	<0,01	0,0536***	<0,01	0,0733***	<0,01	0,0237	0,2458	0,0490***	<0,01
<b>Wochendaten</b>										
Gesamtperiode	0,0648***	<0,01	0,0591***	<0,01	0,0494***	<0,01	0,0550***	<0,01	0,0551***	<0,01
Bulle 1	0,1046***	<0,01	0,0806**	0,0103	0,0560	0,1560	0,0518	0,2239	0,1045***	<0,01
Bär 1	0,1291***	<0,01	0,0740	0,3360	0,0402	0,9517	0,0705	0,3931	0,0832	0,2121
Bulle 2	0,1409***	<0,01	0,0770	0,1288	0,0951**	0,0308	0,1078***	<0,01	0,0533	0,5207
Bär 2	0,1271	0,1099	0,1422*	0,0534	0,1450**	0,0464	0,1132	0,1992	0,0661	0,8179
Bulle 3	0,0928***	<0,01	0,0680**	0,0483	0,0533	0,2009	0,0386	0,5797	0,0507	0,2498
stabil 1	0,1185***	<0,01	0,0924***	<0,01	0,0540	0,3021	0,0625	0,1605	0,0913***	<0,01
volatil 1	0,0705	0,1530	0,0659	0,2110	0,0303	0,9682	0,0626	0,2612	0,0604	0,3005
stabil 2	0,1063***	<0,01	0,0958**	0,0113	0,1106***	<0,01	0,1063***	<0,01	0,0635	0,2035
volatil 2	0,1179	0,5346	0,1298	0,4136	0,0892	0,8444	0,1023	0,7077	0,1536	0,2256
stabil 3	0,0907***	<0,01	0,0772**	0,0208	0,0541	0,2105	0,0317	0,8305	0,0555	0,1877
<b>Monatsdaten</b>										
Gesamtperiode	0,1144***	<0,01	0,0760*	0,0663	0,0470	0,5283	0,0642	0,1751	0,0798**	0,0469
Bulle 1	0,1953***	<0,01	0,1114	0,1937	0,0633	0,8368	0,0893	0,4369	0,1135	0,1773
Bär 1	0,1693	0,2016	0,1227	0,5740	0,1318	0,4832	0,1854	0,1290	0,0838	0,9318
Bulle 2	0,2615***	<0,01	0,0953	0,6338	0,1058	0,5010	0,1304	0,2543	0,0908	0,6911
Bär 2	0,3026	0,1028	0,1729	0,6992	0,1451	0,8665	0,1108	0,9828	0,1612	0,7741
Bulle 3	0,1306*	0,0793	0,0890	0,4345	0,0631	0,8344	0,0745	0,6584	0,1306*	0,0791
stabil 1	0,2100***	<0,01	0,0937	0,6443	0,0888	0,7067	0,0651	0,9498	0,0967	0,6047
volatil 1	0,0830	0,6816	0,0566	0,9669	0,0490	0,9925	0,0972	0,4835	0,0648	0,9082
stabil 2	0,2714***	<0,01	0,1186	0,3696	0,1223	0,3334	0,1480	0,1489	0,0980	0,6097
volatil 2	0,0926	0,7810	0,1667	0,1309	0,1649	0,1384	0,1699	0,1177	0,1451	0,2505
stabil 3	0,1506	0,1185	0,0650	0,9473	0,1041	0,5008	0,0861	0,7328	0,1248	0,2835
<b>JB-Test</b>										
	DAX		Au		Ag		Pt		Pd	
	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert
<b>Tagesdaten</b>										
Gesamtperiode	319,8971***	<0,01	6673,5116***	<0,01	3420,3429***	<0,01	826,0589***	<0,01	1313,9276***	<0,01
Bulle 1	79,0269***	<0,01	3717,5494***	<0,01	1393,1598***	<0,01	485,1032***	<0,01	682,6960***	<0,01
Bär 1	0,2583	0,5000	184,3550***	<0,01	75,6463***	<0,01	182,0560***	<0,01	164,1875***	<0,01
Bulle 2	57,5561***	<0,01	121,2495***	<0,01	1485,8455***	<0,01	61,4723***	<0,01	182,9814***	<0,01
Bär 2	130,8734***	<0,01	222,0075***	<0,01	72,1911***	<0,01	53,5703***	<0,01	138,2574***	<0,01
Bulle 3	89,1023***	<0,01	1125,1336***	<0,01	547,2003***	<0,01	117,3065***	<0,01	241,7597***	<0,01
stabil 1	68,1808***	<0,01	304,6548***	<0,01	1186,2673***	<0,01	346,3098***	<0,01	309,0139***	<0,01
volatil 1	2,3198	0,3031	10733,9736***	<0,01	400,3482***	<0,01	218,0377***	<0,01	291,7438***	<0,01
stabil 2	50,4529***	<0,01	102,8222***	<0,01	1424,3500***	<0,01	79,9442***	<0,01	188,0029***	<0,01
volatil 2	9,6031**	0,0147	199,8950***	<0,01	31,8852***	<0,01	31,1092***	<0,01	111,2793***	<0,01
stabil 3	79,6387***	<0,01	1100,3751***	<0,01	581,1810***	<0,01	71,5174***	<0,01	240,5096***	<0,01
<b>Wochendaten</b>										
Gesamtperiode	1243,2891***	<0,01	86,8464***	<0,01	465,4200***	<0,01	303,5248***	<0,01	612,5153***	<0,01
Bulle 1	37,0724***	<0,01	55,9762***	<0,01	39,2365***	<0,01	172,4984***	<0,01	612,9377***	<0,01
Bär 1	0,9301	0,5000	3,3854	0,1324	1,6377	0,3768	33,5211***	<0,01	61,6018***	<0,01
Bulle 2	8,5588**	0,0210	2,1569	0,2929	96,6661***	<0,01	92,3580***	<0,01	21,4096***	<0,01
Bär 2	54,3834***	<0,01	6,9803**	0,0316	26,1832***	<0,01	2,0773	0,2548	0,4872	0,5000
Bulle 3	117,1387***	<0,01	5,8344**	0,0498	211,9397***	<0,01	14,8550***	<0,01	49,8791***	<0,01
stabil 1	7,1292**	0,0310	30,2090***	<0,01	30,8382***	<0,01	163,5872***	<0,01	505,4223***	<0,01
volatil 1	1,1313	0,5000	54,6356***	<0,01	2,2003	0,2897	23,4690***	<0,01	63,2267***	<0,01
stabil 2	12,9913***	<0,01	16,2343***	<0,01	191,4431***	<0,01	64,8079***	<0,01	15,7377***	<0,01
volatil 2	0,6926	0,5000	0,9867	0,5000	1,7798	0,2543	0,1069	0,5000	1,5365	0,3158
stabil 3	123,6398***	<0,01	6,5292**	0,0381	235,5667***	<0,01	5,6935*	0,0525	49,3629***	<0,01
<b>Monatsdaten</b>										
Gesamtperiode	113,5348***	<0,01	6,0963**	0,0442	0,9651	0,5000	4,7689*	0,0763	75,6700***	<0,01
Bulle 1	6,3941**	0,0371	21,3479***	<0,01	0,6321	0,5000	4,2407*	0,0762	3,9701*	0,0851
Bär 1	2,0634	0,1838	1,5522	0,2956	0,7817	0,5000	2,5502	0,1272	0,2454	0,5000
Bulle 2	0,9953	0,5000	1,8037	0,2778	0,6112	0,5000	2,3855	0,1754	0,4297	0,5000
Bär 2	1,1377	0,2921	0,8820	0,4246	0,2639	0,5000	0,0659	0,5000	0,0973	0,5000
Bulle 3	44,8926***	<0,01	0,0914	0,5000	1,0438	0,5000	1,1569	0,4931	5,0974*	0,0549
stabil 1	1,9769	0,2414	0,3559	0,5000	2,0992	0,2192	1,3353	0,3969	8,5341**	0,0209
volatil 1	6,5130**	0,0347	8,5610**	0,0213	0,8028	0,5000	0,3429	0,5000	0,2735	0,5000
stabil 2	1,4490	0,3623	1,6950	0,3012	0,5799	0,5000	2,6607	0,1439	0,4511	0,5000
volatil 2	3,7118*	0,0775	1,3876	0,3628	0,9976	0,5000	9,8966**	0,0153	3,8461*	0,0735
stabil 3	0,8172	0,5000	0,1622	0,5000	1,7409	0,2951	1,3513	0,3935	1,5501	0,3404

Signifikanzniveaus: \* = 0,10 \*\* = 0,05 \*\*\* = 0,01

Tabelle G.6. KS- und JB-Test für die Residuen der vier bivariaten CCC-GARCH(3,0,8)-Modelle

KS-Test	DAX		Au		Ag		Pt		Pd	
	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert
<b>Tagesdaten</b>										
Gesamtperiode	0,0448***	<0,01	0,0493***	<0,01	0,0629***	<0,01	0,0340***	<0,01	0,0437***	<0,01
Bulle 1	0,0554***	<0,01	0,0528***	<0,01	0,0628***	<0,01	0,0381***	<0,01	0,0535***	<0,01
Bär 1	0,0553**	0,0180	0,0456*	0,0805	0,0421	0,1296	0,0495**	0,0457	0,0723***	<0,01
Bulle 2	0,0938***	<0,01	0,0623***	<0,01	0,0811***	<0,01	0,0522***	<0,01	0,0375*	0,0861
Bär 2	0,0740**	0,0197	0,0786**	0,0109	0,0889***	<0,01	0,0558	0,1440	0,0703**	0,0308
Bulle 3	0,0548***	<0,01	0,0517***	<0,01	0,0688***	<0,01	0,0268	0,1221	0,0464***	<0,01
stabil 1	0,0544***	<0,01	0,0502***	<0,01	0,0636***	<0,01	0,0357**	0,0395	0,0520***	<0,01
volatil 1	0,0232	0,5149	0,0505***	<0,01	0,0410**	0,0307	0,0438**	0,0171	0,0497***	<0,01
stabil 2	0,0871***	<0,01	0,0730***	<0,01	0,0853***	<0,01	0,0590***	<0,01	0,0478***	<0,01
volatil 2	0,0643*	0,0816	0,0524	0,2358	0,0554	0,1849	0,0403	0,5510	0,0618	0,1037
stabil 3	0,0534***	<0,01	0,0534***	<0,01	0,0707***	<0,01	0,0237	0,2474	0,0512***	<0,01
<b>Wochendaten</b>										
Gesamtperiode	0,0653***	<0,01	0,0558***	<0,01	0,0479***	<0,01	0,0491***	<0,01	0,0535***	<0,01
Bulle 1	0,1048***	<0,01	0,0822***	<0,01	0,0558	0,1581	0,0502	0,2566	0,1044***	<0,01
Bär 1	0,1288***	<0,01	0,0612	0,5741	0,0408	0,9449	0,0687	0,4261	0,0765	0,2985
Bulle 2	0,1392***	<0,01	0,0740	0,1581	0,0870*	0,0604	0,0957**	0,0292	0,0628	0,3195
Bär 2	0,1196	0,1528	0,1473**	0,0411	0,1691**	0,0121	0,0978	0,3526	0,0851	0,5272
Bulle 3	0,0929***	<0,01	0,0705**	0,0363	0,0483	0,3014	0,0345	0,7188	0,0496	0,2730
stabil 1	0,1192***	<0,01	0,0942***	<0,01	0,0530	0,3235	0,0510	0,3686	0,0852**	0,0189
volatil 1	0,0693	0,1659	0,0774*	0,0908	0,0293	0,9768	0,0647	0,2273	0,0632	0,2520
stabil 2	0,1038***	<0,01	0,0941**	0,0135	0,1106***	<0,01	0,1075***	<0,01	0,0558	0,3393
volatil 2	0,1181	0,5330	0,1193	0,5197	0,0985	0,7502	0,1037	0,6921	0,1149	0,5671
stabil 3	0,0915***	<0,01	0,0842***	<0,01	0,0526	0,2371	0,0315	0,8348	0,0561	0,1779
<b>Monatsdaten</b>										
Gesamtperiode	0,1145***	<0,01	0,0792**	0,0496	0,0434	0,6294	0,0605	0,2301	0,0739*	0,0797
Bulle 1	0,1929***	<0,01	0,1221	0,1220	0,0451	0,9885	0,0925	0,3932	0,1017	0,2834
Bär 1	0,1638	0,2331	0,1326	0,4760	0,1257	0,5433	0,1899	0,1130	0,0866	0,9147
Bulle 2	0,2615***	<0,01	0,1237	0,3113	0,1057	0,5025	0,1350	0,2200	0,0882	0,7237
Bär 2	0,3072*	0,0939	0,1656	0,7462	0,1441	0,8720	0,1041	0,9912	0,1345	0,9160
Bulle 3	0,1361*	0,0602	0,0904	0,4159	0,0720	0,6993	0,0751	0,6493	0,1356*	0,0615
stabil 1	0,1991**	0,0159	0,1202	0,3345	0,0709	0,9074	0,0618	0,9675	0,0691	0,9221
volatil 1	0,0778	0,7541	0,0583	0,9578	0,0436	0,9984	0,1055	0,3810	0,0691	0,8632
stabil 2	0,2714***	<0,01	0,1322	0,2490	0,1133	0,4255	0,1493	0,1421	0,1250	0,3093
volatil 2	0,0799	0,9017	0,1907*	0,0569	0,1770*	0,0928	0,1597	0,1630	0,1456	0,2469
stabil 3	0,1510	0,1166	0,0659	0,9413	0,1045	0,4964	0,0947	0,6212	0,1202	0,3248
<b>JB-Test</b>										
JB-Test	DAX		Au		Ag		Pt		Pd	
	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert	Teststat.	p-Wert
<b>Tagesdaten</b>										
Gesamtperiode	335,1257***	<0,01	5177,1643***	<0,01	2987,9480***	<0,01	643,9229***	<0,01	1147,6021***	<0,01
Bulle 1	64,9149***	<0,01	1875,4138***	<0,01	1225,3614***	<0,01	373,2145***	<0,01	351,7349***	<0,01
Bär 1	0,7982	0,5000	136,3831***	<0,01	64,7172***	<0,01	138,7317***	<0,01	143,8982***	<0,01
Bulle 2	54,1346***	<0,01	108,3756***	<0,01	1017,7075***	<0,01	55,2786***	<0,01	139,4727***	<0,01
Bär 2	89,8349***	<0,01	57,8088***	<0,01	43,1501***	<0,01	23,0117***	<0,01	122,7557***	<0,01
Bulle 3	110,4859***	<0,01	940,4901***	<0,01	411,7839***	<0,01	87,2146***	<0,01	182,8182***	<0,01
stabil 1	49,6677***	<0,01	205,0628***	<0,01	944,8146***	<0,01	344,4284***	<0,01	205,6205***	<0,01
volatil 1	1,0938	0,5000	6959,3177***	<0,01	307,0918***	<0,01	145,0248***	<0,01	233,6728***	<0,01
stabil 2	47,3359***	<0,01	99,2874***	<0,01	1084,5716***	<0,01	82,9668***	<0,01	127,7586***	<0,01
volatil 2	9,8415**	0,0137	81,4033***	<0,01	15,7497***	<0,01	10,8835**	0,0105	81,4141***	<0,01
stabil 3	89,1817***	<0,01	936,8581***	<0,01	428,4452***	<0,01	68,8360***	<0,01	177,2424***	<0,01
<b>Wochendaten</b>										
Gesamtperiode	813,1183***	<0,01	56,3636***	<0,01	346,3488***	<0,01	201,8346***	<0,01	573,5131***	<0,01
Bulle 1	41,8852***	<0,01	37,6253***	<0,01	31,7324***	<0,01	75,5089***	<0,01	253,6001***	<0,01
Bär 1	0,9767	0,5000	5,0377*	0,0617	1,6570	0,3727	33,6249***	<0,01	16,7933***	<0,01
Bulle 2	6,2596**	0,0413	1,4441	0,4357	57,9269***	<0,01	69,2084***	<0,01	16,3898***	<0,01
Bär 2	79,4729***	<0,01	7,0896**	0,0307	19,9519***	<0,01	1,9948	0,2712	0,0766	0,5000
Bulle 3	78,7377***	<0,01	3,0178	0,1920	143,3103***	<0,01	1,2294	0,5000	20,0769***	<0,01
stabil 1	7,7289**	0,0257	17,7438***	<0,01	20,5157***	<0,01	69,5157***	<0,01	230,2192***	<0,01
volatil 1	1,2606	0,4999	14,4386***	<0,01	2,1710	0,2946	17,3913***	<0,01	60,5581***	<0,01
stabil 2	11,8815***	<0,01	7,8686**	0,0248	154,7174***	<0,01	61,6185***	<0,01	12,9161***	<0,01
volatil 2	0,7306	0,5000	2,5521	0,1369	1,6477	0,2872	0,0956	0,5000	1,2094	0,4130
stabil 3	84,7849***	<0,01	3,5348	0,1446	176,3104***	<0,01	1,3282	0,4857	18,4883***	<0,01
<b>Monatsdaten</b>										
Gesamtperiode	106,7872***	<0,01	5,0851*	0,0663	1,3575	0,4683	4,4129*	0,0894	96,8566***	<0,01
Bulle 1	6,1351**	0,0399	3,4776	0,1072	0,4824	0,5000	2,8940	0,1492	0,8878	0,5000
Bär 1	0,7187	0,5000	1,8021	0,2319	0,8683	0,5000	2,7422	0,1129	0,3034	0,5000
Bulle 2	1,0881	0,4898	1,0274	0,5000	0,1570	0,5000	2,5003	0,1615	0,2533	0,5000
Bär 2	1,3963	0,1947	1,7728	0,1258	0,1263	0,5000	0,1243	0,5000	0,0458	0,5000
Bulle 3	58,1400***	<0,01	0,0388	0,5000	1,3756	0,4149	0,9195	0,5000	4,2809*	0,0752
stabil 1	1,1543	0,4595	1,5242	0,3456	0,8970	0,5000	0,7042	0,5000	1,2248	0,4325
volatil 1	1,6587	0,3276	8,0089**	0,0240	0,0066	0,5000	0,7545	0,5000	0,1745	0,5000
stabil 2	1,4521	0,3615	0,9471	0,5000	0,2597	0,5000	2,7017	0,1401	0,4117	0,5000
volatil 2	6,1436**	0,0350	1,9118	0,2322	1,4500	0,3454	3,8590*	0,0732	1,7357	0,2725
stabil 3	1,0571	0,5000	0,1593	0,5000	1,3237	0,4017	1,2534	0,4240	1,5989	0,3285

Signifikanzniveaus: \* = 0,10 \*\* = 0,05 \*\*\* = 0,01

## H MVPs für Wochen- und Monatsdaten

### H.1 Abbildungen der Wertentwicklungen

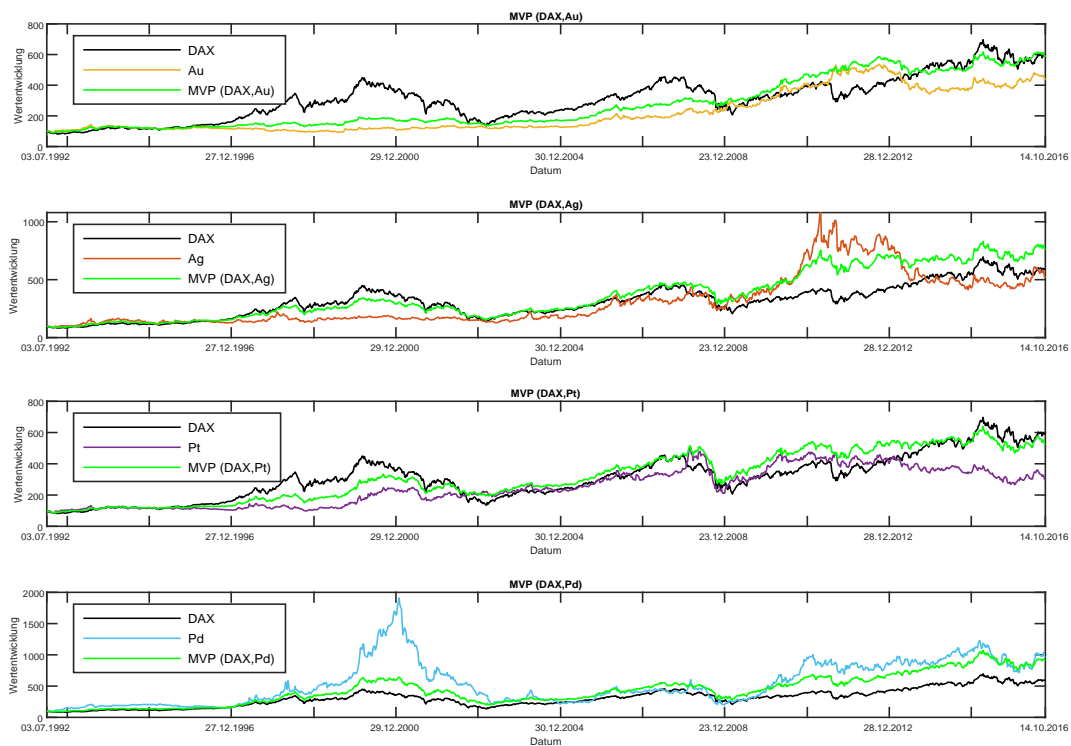


Abbildung H.1. Wertentwicklungen der Markowitz-MVPs für Wochendaten

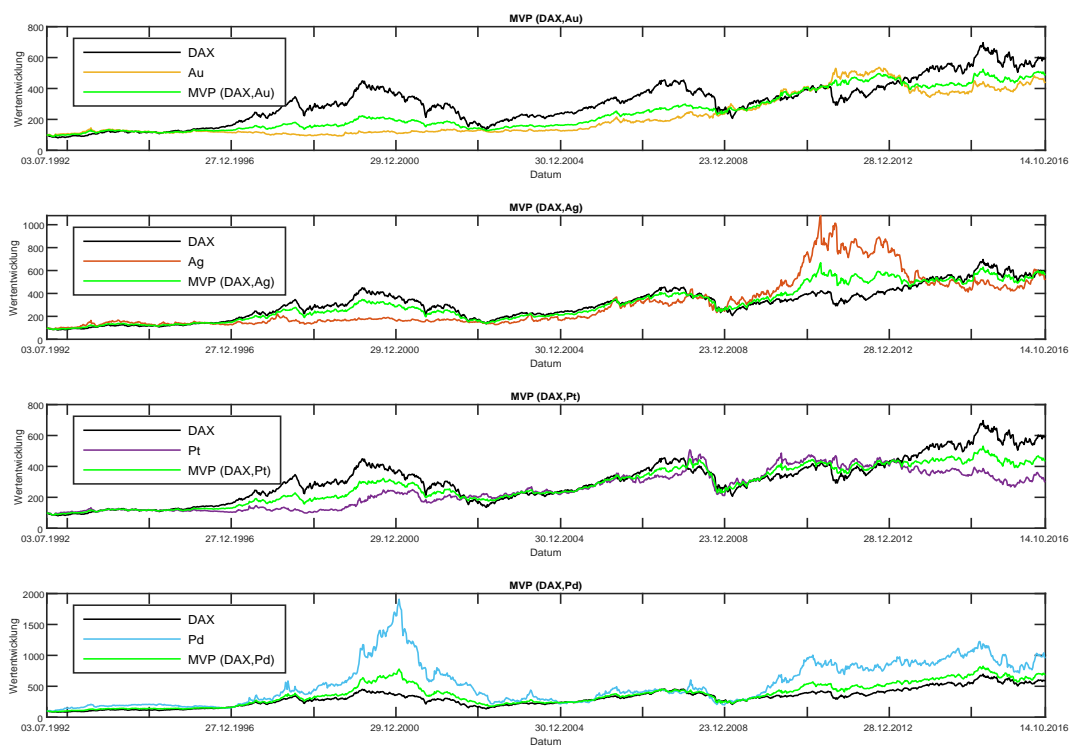


Abbildung H.2. Wertentwicklungen der buy-and-hold-MVPs für Wochendaten

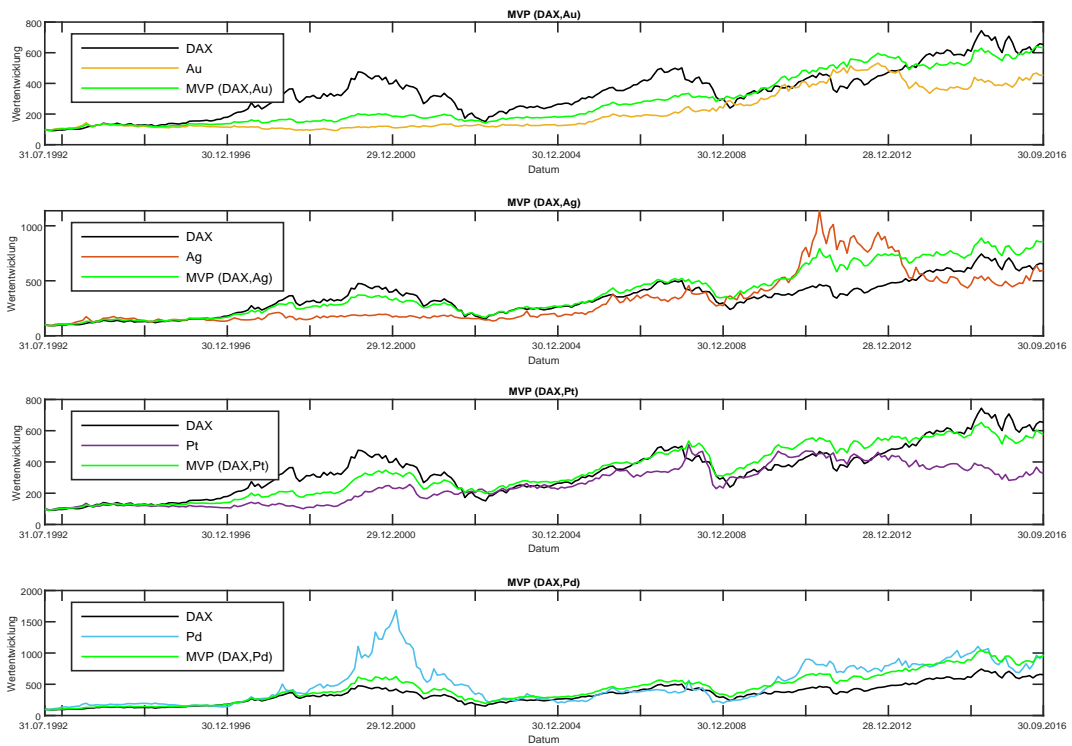


Abbildung H.3. Wertentwicklungen der Markowitz-MVPs für Monatsdaten

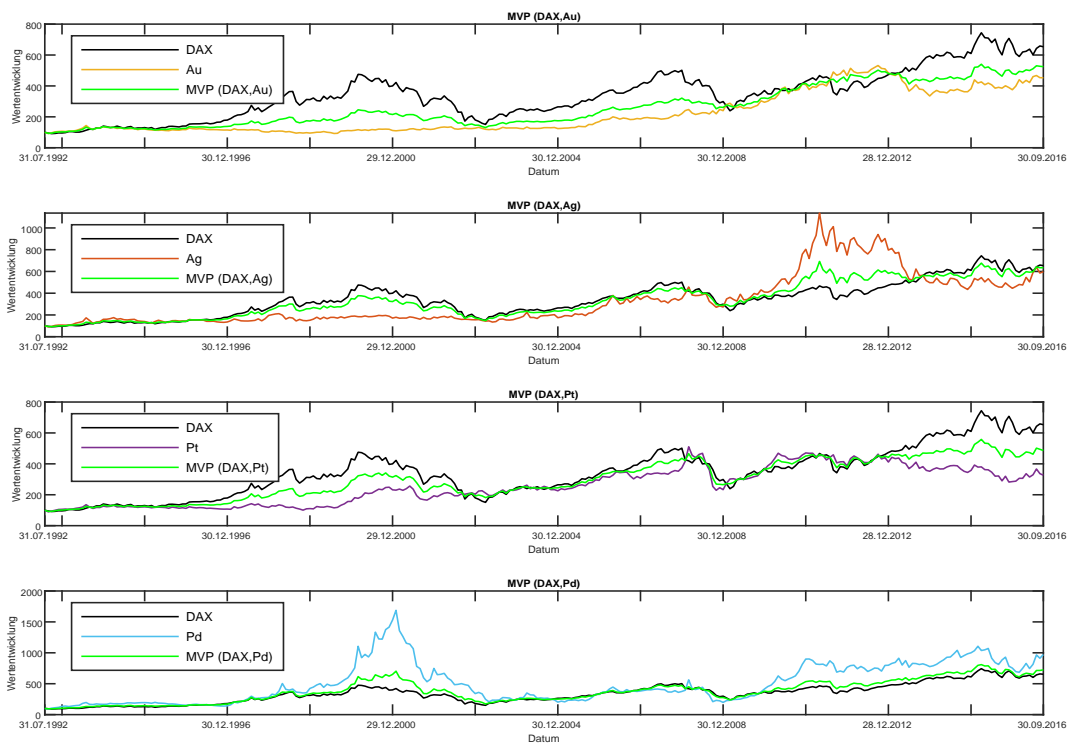


Abbildung H.4. Wertentwicklungen der buy-and-hold-MVPs für Monatsdaten

## H.2 Renditen, Varianzen und Sharpe-Ratios

Tabelle H.1. Vergleich der Renditen, Varianzen und Sharpe-Ratios der MVPs für Wochen Daten

	einzelne Assets					Markowitz-MVPs				buy-and-hold-MVPs			
	DAX	Au	Ag	Pt	Pd	DAX,Au	DAX,Ag	DAX,Pt	DAX,Pd	DAX,Au	DAX,Ag	DAX,Pt	DAX,Pd
<b>erwartete Rendite</b>													
Gesamtperiode	0,00141	0,00118	0,00131	0,00086	0,00178	0,00141	0,00161	0,00131	0,00175	0,00126	0,00137	0,00116	0,00152
Bulle 1	0,00375	0,00039	0,00139	0,00134	0,00614	0,00156	0,00306	0,00260	0,00462	0,00200	0,00310	0,00275	0,00462
Bär 1	-0,00758	0,00026	-0,00146	0,00171	-0,00721	-0,00202	-0,00507	-0,00229	-0,00712	-0,00359	-0,00587	-0,00315	-0,00741
Bulle 2	0,00530	0,00185	0,00352	0,00185	0,00092	0,00305	0,00483	0,00359	0,00440	0,00334	0,00470	0,00339	0,00373
Bär 2	-0,00904	0,00497	0,00139	-0,00133	-0,00573	0,00097	-0,00458	-0,00435	-0,00772	-0,00041	-0,00494	-0,00488	-0,00811
Bulle 3	0,00254	0,00107	0,00107	0,00002	0,00338	0,00168	0,00223	0,00133	0,00291	0,00154	0,00193	0,00132	0,00282
stabil 1	0,00377	0,00002	0,00154	0,00053	0,00469	0,00130	0,00313	0,00215	0,00424	0,00174	0,00311	0,00244	0,00404
volatil 1	-0,00259	0,00066	-0,00111	0,00196	-0,00236	-0,00016	-0,00181	0,00016	-0,00216	-0,00099	-0,00220	-0,00068	-0,00252
stabil 2	0,00255	0,00239	0,00311	0,00119	-0,00008	0,00255	0,00299	0,00198	0,00209	0,00245	0,00273	0,00185	0,00184
volatil 2	-0,00383	0,00239	0,00267	0,00141	0,00297	0,00120	-0,00072	-0,00025	-0,00150	0,00004	-0,00147	-0,00119	-0,00223
stabil 3	0,00199	0,00143	0,00135	0,00006	0,00321	0,00175	0,00198	0,00110	0,00245	0,00163	0,00175	0,00112	0,00237
<b>Varianz</b>													
Gesamtperiode	0,00098	0,00047	0,00148	0,00088	0,00215	0,00032	0,00069	0,00054	0,00080	0,00036	0,00076	0,00055	0,00084
Bulle 1	0,00072	0,00043	0,00135	0,00080	0,00208	0,00032	0,00056	0,00048	0,00059	0,00038	0,00061	0,00050	0,00063
Bär 1	0,00161	0,00034	0,00052	0,00110	0,00262	0,00031	0,00077	0,00070	0,00116	0,00045	0,00093	0,00070	0,00121
Bulle 2	0,00059	0,00042	0,00146	0,00059	0,00223	0,00027	0,00051	0,00032	0,00053	0,00026	0,00050	0,00031	0,00057
Bär 2	0,00246	0,00104	0,00305	0,00226	0,00383	0,00058	0,00154	0,00119	0,00188	0,00056	0,00156	0,00125	0,00198
Bulle 3	0,00082	0,00048	0,00168	0,00072	0,00158	0,00030	0,00066	0,00049	0,00072	0,00030	0,00077	0,00050	0,00075
stabil 1	0,00051	0,00037	0,00139	0,00067	0,00213	0,00025	0,00045	0,00038	0,00048	0,00028	0,00047	0,00038	0,00053
volatil 1	0,00170	0,00043	0,00075	0,00115	0,00264	0,00040	0,00089	0,00078	0,00120	0,00056	0,00104	0,00081	0,00122
stabil 2	0,00050	0,00051	0,00180	0,00085	0,00216	0,00030	0,00050	0,00038	0,00048	0,00027	0,00049	0,00038	0,00051
volatil 2	0,00485	0,00117	0,00290	0,00252	0,00466	0,00072	0,00270	0,00195	0,00366	0,00078	0,00273	0,00203	0,00379
stabil 3	0,00079	0,00049	0,00167	0,00069	0,00154	0,00030	0,00065	0,00046	0,00070	0,00030	0,00077	0,00047	0,00073
<b>Sharpe-Ratio</b>													
Gesamtperiode	0,04504	0,05401	0,03408	0,02910	0,03839	0,07833	0,06147	0,05656	0,06184	0,06656	0,05000	0,04968	0,05260
Bulle 1	0,13927	0,01876	0,03791	0,04752	0,13478	0,08688	0,12968	0,11852	0,18988	0,10298	0,12577	0,12216	0,18479
Bär 1	-0,18864	0,01415	-0,06395	0,05135	-0,14070	-0,11505	-0,18320	-0,08644	-0,20938	-0,16845	-0,19274	-0,11919	-0,21292
Bulle 2	0,21806	0,09005	0,09232	0,07569	0,01955	0,18434	0,21368	0,20062	0,19152	0,20755	0,20973	0,19207	0,15638
Bär 2	-0,18228	0,15433	0,02509	-0,02795	-0,09266	0,04028	-0,11674	-0,12622	-0,17798	-0,01751	-0,12527	-0,13797	-0,18213
Bulle 3	0,08902	0,04849	0,02624	0,00075	0,08507	0,09772	0,08648	0,06045	0,10805	0,08875	0,06977	0,05909	0,10271
stabil 1	0,16661	0,00101	0,04144	0,02035	0,10165	0,08154	0,14820	0,11005	0,19450	0,10477	0,14281	0,12605	0,17527
volatil 1	-0,06287	0,03205	-0,04063	0,05771	-0,04589	-0,00791	-0,06083	0,00560	-0,06233	-0,04168	-0,06827	-0,02391	-0,07192
stabil 2	0,11362	0,10575	0,07324	0,04088	-0,00163	0,14778	0,13333	0,10186	0,09574	0,14946	0,12300	0,09423	0,08115
volatil 2	-0,05501	0,06987	0,04963	0,02800	0,04354	0,04471	-0,01385	-0,00562	-0,02489	0,00158	-0,02811	-0,02646	-0,03619
stabil 3	0,07115	0,06461	0,03307	0,00229	0,08180	0,10073	0,07750	0,05102	0,09238	0,09344	0,06336	0,05153	0,08758

Tabelle H.2. Vergleich der Renditen, Varianzen und Sharpe-Ratios der MVPs für Monatsdaten

	einzelne Assets					Markowitz-MVPs				buy-and-hold-MVPs			
	DAX	Au	Ag	Pt	Pd	DAX,Au	DAX,Ag	DAX,Pt	DAX,Pd	DAX,Au	DAX,Ag	DAX,Pt	DAX,Pd
<b>erwartete Rendite</b>													
Gesamtperiode	0,00647	0,00521	0,00617	0,00408	0,00784	0,00636	0,00740	0,00604	0,00775	0,00572	0,00637	0,00545	0,00683
Bulle 1	0,01713	0,00172	0,00670	0,00628	0,02641	0,00773	0,01442	0,01220	0,01997	0,00988	0,01460	0,01288	0,01996
Bär 1	-0,02728	0,00148	-0,00738	0,00401	-0,02935	-0,00775	-0,01951	-0,01017	-0,02611	-0,01432	-0,02230	-0,01326	-0,02796
Bulle 2	0,01988	0,00975	0,01476	0,00866	0,00187	0,01377	0,01900	0,01466	0,01685	0,01469	0,01839	0,01406	0,01504
Bär 2	-0,04778	0,02212	0,00527	-0,01023	-0,02933	-0,00099	-0,02730	-0,02525	-0,04017	-0,00874	-0,02963	-0,02903	-0,04419
Bulle 3	0,00962	0,00521	0,00592	0,00184	0,01581	0,00755	0,00950	0,00628	0,01156	0,00697	0,00831	0,00629	0,01113
stabil 1	0,01442	0,00230	0,00621	0,00504	0,01591	0,00699	0,01231	0,01003	0,01526	0,00770	0,01208	0,01027	0,01476
volatil 1	-0,00270	0,00007	0,00010	0,00615	-0,00150	0,00007	-0,00068	0,00297	-0,00091	-0,00129	-0,00195	0,00128	-0,00241
stabil 2	0,02110	0,01076	0,01573	0,01002	0,00727	0,01486	0,02015	0,01596	0,01892	0,01580	0,01953	0,01538	0,01774
volatil 2	-0,00528	0,01783	0,02018	0,00339	0,01431	0,01094	0,00523	0,00068	0,00062	0,00773	0,00464	-0,00112	-0,00032
stabil 3	0,01079	-0,00059	-0,00451	-0,00365	0,00579	0,00403	0,00645	0,00393	0,01019	0,00358	0,00430	0,00434	0,00914
<b>Varianz</b>													
Gesamtperiode	0,00380	0,00216	0,00679	0,00366	0,00993	0,00133	0,00270	0,00212	0,00320	0,00159	0,00304	0,00221	0,00334
Bulle 1	0,00326	0,00183	0,00580	0,00303	0,00804	0,00145	0,00252	0,00193	0,00279	0,00186	0,00274	0,00217	0,00284
Bär 1	0,00741	0,00138	0,00231	0,00402	0,02151	0,00137	0,00348	0,00354	0,00722	0,00236	0,00434	0,00372	0,00833
Bulle 2	0,00189	0,00139	0,00666	0,00196	0,00899	0,00085	0,00176	0,00092	0,00153	0,00081	0,00169	0,00089	0,00159
Bär 2	0,00522	0,00536	0,01358	0,02036	0,03387	0,00222	0,00312	0,00614	0,00415	0,00205	0,00321	0,00585	0,00437
Bulle 3	0,00298	0,00281	0,00857	0,00277	0,00538	0,00133	0,00257	0,00159	0,00236	0,00128	0,00307	0,00158	0,00238
stabil 1	0,00176	0,00181	0,00508	0,00244	0,00459	0,00114	0,00155	0,00129	0,00136	0,00118	0,00164	0,00128	0,00130
volatil 1	0,00766	0,00157	0,00452	0,00414	0,01760	0,00171	0,00437	0,00352	0,00679	0,00282	0,00507	0,00392	0,00728
stabil 2	0,00184	0,00136	0,00672	0,00188	0,00743	0,00079	0,00172	0,00083	0,00130	0,00075	0,00164	0,00081	0,00119
volatil 2	0,00536	0,00385	0,01272	0,00746	0,01497	0,00160	0,00396	0,00323	0,00431	0,00159	0,00469	0,00319	0,00447
stabil 3	0,00220	0,00251	0,00637	0,00315	0,00508	0,00135	0,00201	0,00166	0,00179	0,00128	0,00227	0,00164	0,00179
<b>Sharpe-Ratio</b>													
Gesamtperiode	0,10501	0,11194	0,07483	0,06741	0,07872	0,17441	0,14247	0,13114	0,13684	0,14349	0,11552	0,11596	0,11807
Bulle 1	0,30003	0,04018	0,08801	0,11397	0,29447	0,20279	0,28727	0,27755	0,37814	0,22919	0,27900	0,27654	0,37432
Bär 1	-0,31690	0,03982	-0,15348	0,06326	-0,20017	-0,20911	-0,33085	-0,17111	-0,30723	-0,29458	-0,33857	-0,21736	-0,30633
Bulle 2	0,45716	0,26110	0,18095	0,19577	0,01968	0,47286	0,45248	0,48399	0,43112	0,51725	0,44709	0,47061	0,37700
Bär 2	-0,66144	0,30207	0,04519	-0,07168	-0,15938	-0,02105	-0,48897	-0,32238	-0,62382	-0,19316	-0,52331	-0,37972	-0,66879
Bulle 3	0,17611	0,09825	0,06394	0,03496	0,21559	0,20706	0,18712	0,15750	0,23784	0,19473	0,14999	0,15838	0,22795
stabil 1	0,34404	0,05414	0,08711	0,10200	0,23488	0,20663	0,31317	0,27882	0,41314	0,22392	0,29850	0,28720	0,40892
volatil 1	-0,03081	0,00169	0,00146	0,09549	-0,01128	0,00163	-0,01029	0,05008	-0,01101	-0,02429	-0,02737	0,02041	-0,02828
stabil 2	0,49224	0,29174	0,19186	0,23096	0,08435	0,52766	0,48624	0,55258	0,52428	0,57738	0,48145	0,54173	0,51421
volatil 2	-0,07209	0,28742	0,17894	0,03924	0,11698	0,27387	0,08304	0,01204	0,00949	0,19385	0,06783	-0,01983	-0,00482
stabil 3	0,23000	-0,01171	-0,05652	-0,06504	0,08127	0,10982	0,14371	0,09665	0,24078	0,10011	0,09026	0,10694	0,21577

# Bibliografie

- Aggarwal, R., Inclan, C. und Leal, R. (1999), ‘Volatility in emerging stock markets’, *Journal of Financial and Quantitative Analysis* **34**(1), 33–55.
- Akaike, H. (1973), Information theory and an extension of the maximum likelihood principle, in B. N. Petrov, ed., ‘Second International Symposium on Information Theory’, Akademiai Kiado, Budapest, pp. 267–281.
- Akaike, H. (1974), ‘A new look at the statistical model identification’, *IEEE Transactions on Automatic Control* **19**(6), 716–723.
- Arouri, M. E. H., Hammoudeh, S., Lahiani, A. und Nguyen, D. K. (2012), ‘Long memory and structural breaks in modeling the return and volatility dynamics of precious metals’, *Quarterly Review of Economics and Finance* **52**(2), 207–218.
- Baig, T. und Goldfajn, I. (1999), ‘Financial market contagion in the Asian crisis’, *IMF Staff Papers* **46**(2), 167–195.
- Baur, D. G. (2012), ‘Asymmetric volatility in the gold market’, *Journal of Alternative Investments* **14**(4), 26–40.
- Baur, D. G. und Lucey, B. M. (2010), ‘Is gold a hedge or a safe haven? An analysis of stocks, bonds and gold’, *Financial Review* **45**(2), 217–229.
- Baur, D. G. und McDermott, T. K. (2010), ‘Is gold a safe haven? International evidence’, *Journal of Banking & Finance* **34**(8), 1886–1898.
- Baur, D. G. und Tran, D. T. (2014), ‘The long-run relationship of gold and silver and the influence of bubbles and financial crises’, *Empirical Economics* **47**(4), 1525–1541.
- Bauwens, L., Laurent, S. und Rombouts, J. V. K. (2006), ‘Multivariate GARCH models: A survey’, *Journal of Applied Econometrics* **21**(1), 79–109.
- Beber, A. und Pagano, M. (2013), ‘Short-Selling bans around the world: Evidence from the 2007–09 crisis’, *Journal of Finance* **68**(1), 343–381.
- Beckmann, J., Berger, T. und Czudaj, R. (2015), ‘Does gold act as a hedge or a safe haven for stocks? A smooth transition approach’, *Economic Modelling* **48**, 16–24.

- Beike, R. und Schlütz, J. (2010), *Finanznachrichten lesen - nutzen - verstehen*, 5. edn, Schäffer-Poeschel, Stuttgart.
- Bera, A. K. und Higgins, M. L. (1993), 'ARCH models: Properties, estimation and testing', *Journal of Economic Surveys* **7**(4), 305–366.
- Berk, J. B. und DeMarzo, P. M. (2019), *Grundlagen der Finanzwirtschaft: Analyse, Entscheidung und Umsetzung*, Pearson, Hallbergmoos.
- Black, F. (1976), 'Studies of stock price volatility', *Proceedings of the 1976 Meeting of the Business and Economic Statistics Section, American Statistical Association*, 177–181.
- Blose, L. E. und Shieh, J. C. (1995), 'The impact of gold price on the value of gold mining stock', *Review of Financial Economics* **4**(2), 125–139.
- Bodie, Z. und Merton, R. C. (1998), *Finance*, preliminary edn, Prentice-Hall, Upper Saddle River.
- Bollerslev, T. (1986), 'Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity', *Journal of Econometrics* **31**(3), 307–327.
- Bollerslev, T. (1990), 'Modeling the coherence in short-run nominal exchange rates: A multivariate Generalized ARCH model', *The Review of Economics and Statistics* **72**(3), 498–505.
- Bollerslev, T., Chou, R. Y. und Kroner, K. F. (1992), 'ARCH modeling in finance: A review of the theory and empirical evidence', *Journal of Econometrics* **52**(1-2), 5–59.
- Bollerslev, T., Engle, R. F. und Nelson, D. B. (1994), ARCH models, in R. F. Engle und D. L. McFadden, eds, 'Handbook of Econometrics', Vol. 4, Elsevier, Amsterdam, pp. 2959–3038.
- Bollerslev, T., Engle, R. F. und Wooldridge, J. M. (1988), 'A capital asset pricing model with time-varying covariances', *Journal of Political Economy* **96**(1), 116–131.
- Box, G. E. P. und Jenkins, G. M. (1970), *Time series analysis: Forecasting and control*, Holden-Day, San Francisco.
- Bradshaw, M. T. (2009), 'Analyst information processing, financial regulation, and academic research', *Accounting Review* **84**(4), 1073–1083.
- Braun, T. (2009), *Investition und Finanzierung*, Springer, Berlin.
- Brooks, C. (2002), *Introductory econometrics for finance*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Brown, R. L., Durbin, J. und Evans, J. M. (1975), 'Techniques for testing the constancy of regression relationships over time', *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)* **37**(2), 149–192.



- Browning, E. S. (2008), 'Investors rush to gold', *Wall Street Journal* **31. Januar 2008**.
- Bry, G. und Boschan, C. (1971), *Cyclical analysis of time series: Selected procedures and computer programs*, Columbia University Press, New York.
- Buffett, W. (2012), 'Warren Buffet: Why stocks beat gold and bonds', *Fortune* **09. Februar 2012**, 62–70.
- Burnham, K. P. und Anderson, D. R. (2004), 'Multimodel inference: Understanding AIC and BIC in model selection', *Sociological Methods & Research* **33**(2), 261–304.
- Burnham, K. P. und Anderson, D. R. (2010), *Model selection and multimodel inference: A practical information-theoretic approach*, 2. edn, Springer, New York.
- Buscher, H. S. (2012), Angewandte Zeitreihenanalyse, in M. Schröder, ed., 'Finanzmarkt-Ökonometrie', 2. edn, Schäffer-Poeschel, Stuttgart, pp. 99–178.
- Candelon, B., Piplack, J. und Straetmans, S. (2008), 'On measuring synchronization of bulls and bears: The case of East Asia', *Journal of Banking & Finance* **32**(6), 1022–1035.
- Chauvet, M. und Potter, S. (2000), 'Coincident and leading indicators of the stock market', *Journal of Empirical Finance* **7**(1), 87–111.
- Christie, A. A. (1982), 'The stochastic behavior of common stock variances: Value, leverage and interest rate effects', *Journal of Financial Economics* **10**(4), 407–432.
- Christodoulakis, G. A. und Satchell, S. E. (2002), 'Correlated ARCH (CorrARCH): Modeling the time-varying conditional correlation between financial asset returns', *European Journal of Operational Research* **139**(2), 351–370.
- Chua, J. H., Sick, G. und Woodward, R. S. (1990), 'Diversifying with gold stocks', *Financial Analysts Journal* **46**(4), 76–79.
- Ciner, C. (2001), 'On the long run relationship between gold and silver prices: A note', *Global Finance Journal* **12**(2), 299–303.
- Ciner, C., Gurdgiev, C. und Lucey, B. M. (2013), 'Hedges and safe havens: An examination of stocks, bonds, gold, oil and exchange rates', *International Review of Financial Analysis* **29**, 202–211.
- Claeskens, G. und Hjort, N. L. (2008), *Model selection and model averaging*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Cünnen, A. (2019), 'Zweifel an Geldpolitik der EZB: Was Fondsmanager jetzt Anlegern raten', *Handelsblatt* **17. Oktober 2019**.
- Cohen, G. und Qadan, M. (2010), 'Is gold still a shelter to fear?', *American Journal of Social and Management Sciences* **1**(1), 39–43.

- Conover, C. M., Jensen, G. R., Johnson, R. R. und Mercer, J. M. (2009), ‘Can precious metals make your portfolio shine?’, *Journal of Investing* **18**(1), 75–86.
- Consigli, G. und Di Cesare, A. (2001), ‘A simulation environment for discontinuous portfolio value processes’, *Applied Stochastic Models in Business and Industry* **17**(1), 41–55.
- Cont, R. (2001), ‘Empirical properties of asset returns: Stylized facts and statistical issues’, *Quantitative Finance* **1**(2), 223–236.
- Coudert, V. und Raymond-Feingold, H. (2011), ‘Gold and financial assets: Are there any safe havens in bear markets?’, *Economics Bulletin* **31**(2), 1613–1622.
- Dalla, V., Giraitis, L. und Phillips, P. C. B. (2015), ‘Testing mean stability of heteroskedastic time series’, *Cowles Foundation Discussion Paper* **2006**, 1–48.
- Daskalaki, C. und Skiadopoulos, G. (2011), ‘Should investors include commodities in their portfolios after all? New evidence’, *Journal of Banking & Finance* **35**(10), 2606–2626.
- Davidson, R. und MacKinnon, J. G. (2004), *Econometric theory and methods*, Oxford University Press, Oxford.
- Diebold, F. X. (2008), *Elements of forecasting*, 4. edn, Thomson South-Western, Mason.
- Duffie, D., Pedersen, L. H. und Singleton, K. J. (2003), ‘Modeling sovereign yield spreads: A case study of Russian debt’, *Journal of Finance* **58**(1), 119–159.
- Eibl, H. (2008), *ETFs - Exchange Traded Funds: Profitiere von der Revolution am Finanzmarkt*, FinanzBuch.
- Elton, E. J. und Gruber, M. J. (1995), *Modern portfolio theory and investment analysis*, Wiley, New York.
- Engle, R. F. (1982), ‘Autoregressive Conditional Heteroscedasticity and estimates of the variance of United Kingdom inflation’, *Econometrica* **50**(4), 987–1007.
- Engle, R. F. (1993), ‘Statistical models for financial volatility’, *Financial Analysts Journal* **49**(1), 72–78.
- Engle, R. F. (2002), ‘Dynamic Conditional Correlation: A simple class of multivariate Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity models’, *Journal of Business & Economic Statistics* **20**(3), 339–350.
- Engle, R. F. und Gonzalez-Rivera, G. (1991), ‘Semiparametric ARCH models’, *Journal of Business & Economic Statistics* **9**(4), 345–359.
- Engle, R. F. und Kroner, K. F. (1995), ‘Multivariate simultaneous Generalized ARCH’, *Economic Theory* **11**(1), 122–150.

- Fahrmeir, L., Kneib, T. und Lang, S. (2007), *Regression: Modelle, Methoden und Anwendungen*, Springer, Berlin.
- Fama, E. F. (1965), 'The behavior of stock-market prices', *Journal of Business* **38**(1), 34–105.
- Farchy, J. (2011), 'Gold: Haven turns riskier but retains its appeal', *Financial Times* **20. Dezember 2011**.
- French, K. R., Schwert, G. W. und Stambaugh, R. F. (1987), 'Expected stock returns and volatility', *Journal of Financial Economics* **19**, 3–29.
- Gehwald, M. und Naumann, S. (2011), *Investmentfonds - eine Branche positioniert sich*, Gabler, Wiesbaden.
- Giraitis, L., Kokoszka, P., Leipus, R. und Teyssière, G. (2003), 'Rescaled variance and related tests for long memory in volatility and levels', *Journal of Econometrics* **112**(2), 265–294.
- Glosten, L. R., Jagannathan, R. und Runkle, D. E. (1993), 'On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks', *Journal of Finance* **48**(5), 1779–1801.
- Gonzalez, L., Hoang, P., Powell, J. G. und Shi, J. (2006), 'Defining and dating bull and bear markets: Two centuries of evidence', *Multinational Finance Journal* **10**(1/2), 81–116.
- Gourieroux, C. (1997), *ARCH models and financial applications*, Springer, New York.
- Govett, M. H. und Govett, G. (1982), 'Gold demand and supply', *Academic Journal* **8**(2), 84–96.
- Guo, W. und Wohar, M. E. (2006), 'Identifying regime changes in market volatility', *The Journal of Financial Research* **29**(1), 79–93.
- Hamilton, J. D. (1989), 'A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle', *Econometrica* **57**(2), 357–384.
- Hamilton, W. P. (1919), 'Stock market analysis', *Wall Street Journal* **9**.
- Hansen, P. R. und Lunde, A. (2005), 'A forecast comparison of volatility models: Does anything beat a GARCH(1,1)?', *Journal of Applied Econometrics* **20**(7), 873–889.
- Harding, D. und Pagan, A. (2002), 'Dissecting the cycle: A methodological investigation', *Journal of Monetary Economics* **49**(2), 365–381.
- Hardouvelis, G. A. und Theodossiou, P. (2002), 'The asymmetric relation between initial margin requirements and stock market volatility across bull and bear markets', *The Review of Financial Studies* **15**(5), 1525–1559.

- Hentschel, L. (1995), 'All in the family: Nesting symmetric and asymmetric GARCH models', *Journal of Financial Economics* **39**(1), 71–104.
- Hielscher, U. (1996), *Investmentanalyse*, Oldenbourg, München.
- Higgins, M. L. und Bera, A. K. (1992), 'A class of nonlinear ARCH models', *International Economic Review* **33**(1), 137–158.
- Hillier, D., Draper, P. und Faff, R. (2006), 'Do precious metals shine? An investment perspective', *Financial Analysts Journal* **62**(2), 98–106.
- Holleman, A. F., Wiberg, E. und Wiberg, N. (2007), *Lehrbuch der anorganischen Chemie*, 102. edn, de Gruyter, Berlin.
- Hood, M. und Malik, F. (2013), 'Is gold the best hedge and a safe haven under changing stock market volatility?', *Review of Financial Economics* **22**(2), 47–52.
- Horn, R. A. und Johnson, C. R. (2013), *Matrix analysis*, 2. edn, Cambridge University Press, Cambridge.
- Hull, J. C. (2003), *Options, futures, and other derivatives*, 5. edn, Prentice-Hall, Upper Saddle River.
- Ibbotson, R. G. und Jaffe, J. F. (1975), 'Hot issue' markets', *Journal of Finance* **30**(4), 1027–1042.
- Inclan, C. und Tiao, G. C. (1994), 'Use of cumulative sums of squares for retrospective detection of changes of variance', *Journal of the American Statistical Association* **89**(427), 913–923.
- Jaffe, J. F. (1989), 'Gold and gold stocks as investments for institutional portfolios', *Financial Analysts Journal* **45**(2), 53–59.
- Johnson, R. und Soenen, L. (1997), 'Gold as an investment asset: Perspectives from different countries', *Journal of Investing* **6**(3), 94–99.
- Jondeau, E., Poon, S.-H. und Rockinger, M. (2007), *Financial modeling under non-Gaussian distributions*, Springer, London.
- Kelleher, E. (2010), 'The true value of gold', *Financial Times* **28. August 2010**.
- Kähler, J. (2012), Angewandte Zeitreihenanalyse, in M. Schröder, ed., 'Finanzmarkt-Ökonometrie', 2. edn, Schäffer-Poeschel, Stuttgart, pp. 29–98.
- Kleine, J. und Munisso, A. (2012), *Transaktions- und Distributionskostenanalyse Gold*, Steinbeis Research Center for Financial Services, München.
- Kole, E. und van Dijk, D. (2017), 'How to identify and forecast bull and bear markets?', *Journal of Applied Econometrics* **32**(1), 120–139.

- Kosev, M. und Williams, T. (2011), 'Exchange-traded funds', *RBA Bulletin* (March Quarter), 51–60.
- Kraft, D. F. und Engle, R. F. (1982), 'Autoregressive Conditional Heteroskedasticity in multiple time series', *UCSD Working Paper*.
- Krämer, W. (2002), 'Statistical properties of financial time series', *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik* **222**(2), 210–229.
- Körner, F. M. (2014), *Wechselkurse und globale Ungleichgewichte*, Springer, Wiesbaden.
- Latscha, H. P. und Mutz, M. (2011), *Chemie der Elemente*, Springer, Berlin.
- Levy, H. und Sarnat, M. (1984), *Portfolio and investment selection: Theory and practice*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs.
- Li, W. K., Ling, S. und McAleer, M. (2002), 'Recent theoretical results for time series models with GARCH errors', *Journal of Economic Surveys* **16**(3), 245–269.
- Li, W. K. und Mak, T. K. (1994), 'On the squared residual autocorrelations in non-linear time series with conditional heteroskedasticity', *Journal of Time Series Analysis* **15**(6), 627–636.
- Lockwood, D. L., Frayne, C. A. und Callahan, R. E. (2007), 'From dot bomb implosion to the printing industry: My personal and professional journey', *Journal of Managerial Issues* **19**(4), 576–591.
- Low, R. K. Y., Yao, Y. und Faff, R. (2016), 'Diamonds vs. precious metals: What shines brightest in your investment portfolio?', *International Review of Financial Analysis* **43**, 1–14.
- Lucey, B. M. und Li, S. (2015), 'What precious metals act as safe havens, and when? Some US evidence', *Applied Economics Letters* **22**(1), 35–45.
- Lunde, A. und Timmermann, A. (2004), 'Duration dependence in stock prices: An analysis of bull and bear markets', *Journal of Business & Economic Statistics* **22**(3), 253–273.
- Maheu, J. M. und McCurdy, T. H. (2000), 'Identifying bull and bear markets in stock returns', *Journal of Business & Economic Statistics* **18**(1), 100–112.
- Mandelbrot, B. (1963), 'The variation of certain speculative prices', *Journal of Business* **36**(4), 394–419.
- Markowitz, H. M. (1952), 'Portfolio selection', *Journal of Finance* **7**(1), 77–91.
- Markowitz, H. M. (1999), 'The early history of portfolio theory: 1600-1960', *Financial Analysts Journal* **55**(4), 5–16.

- Merton, R. C. (1972), 'An analytic derivation of the efficient portfolio frontier', *Journal of Financial and Quantitative Analysis* **7**(4), 1851–1872.
- Milhøj, A. (1985), 'The moment structure of ARCH processes', *Scandinavian Journal of Statistics* **12**(4), 281–292.
- Mills, J. A. und Prasad, K. (1992), 'A comparison of model selection criteria', *Econometric Review* **11**(2), 201–233.
- Mussler, H. (2008), 'Anleger kaufen so viel wie noch nie', *Frankfurter Allgemeine Zeitung* **27. Juli 2008**.
- Oehler, A., Rummer, M., Walker, T. und Wendt, S. (2007), Are investor Home Biased? Evidence from Germany, in G. N. Gregoriou, ed., 'Diversification and portfolio management of mutual funds', Palgrave Macmillan, London, pp. 57–77.
- Pagan, A. R. und Sossounov, K. A. (2003), 'A simple framework for analysing bull and bear markets', *Journal of Applied Econometrics* **18**(1), 23–46.
- Palm, F. C. (1996), GARCH models of volatility, in G. S. Maddala und C. R. Rao, eds, 'Handbook of statistics', Vol. 14: Statistical methods in finance, Elsevier, Amsterdam, pp. 209–240.
- Pedeli, X., Fokianos, K. und Pourahmadi, M. (2015), 'Two Cholesky-log-GARCH models for multivariate volatilities', *Statistical Modelling* **15**(3), 233–255.
- Riedel, E. und Meyer, H.-J. (2013), *Allgemeine und anorganische Chemie*, 11. edn, de Gruyter, Berlin.
- Rovenpor, J. (2003), 'Explaining the e-commerce shakeout: Why did so many internet-based businesses fail?', *e-Service Journal* **3**(1), 53–76.
- Scherrer, W. und Ribarits, E. (2007), 'On the parametrization of multivariate GARCH models', *Econometric Theory* **23**(3), 464–484.
- Schlittgen, R. und Streitberg, B. H. J. (2001), *Zeitreihenanalyse*, 9. edn, Oldenbourg, München.
- Schmid, F. und Trede, M. (2006), *Finanzmarktstatistik*, Springer.
- Schmitt, C. (2012), Stochastische Volatilität, in M. Schröder, ed., 'Finanzmarkt-Ökonometrie', 2. edn, Schäffer-Poeschel, Stuttgart, pp. 267–312.
- Schnabl, P. (2012), 'The international transmission of bank liquidity shocks: Evidence from an emerging market', *Journal of Finance* **63**(3), 897–932.
- Schröder, M. (2012), Statistische Eigenschaften von Finanzmarkt-Zeitreihen, in M. Schröder, ed., 'Finanzmarkt-Ökonometrie', 2. edn, Schäffer-Poeschel, Stuttgart, pp. 1–27.

- Schwarz, G. (1978), 'Estimating the dimension of a model', *Annals of Statistics* **6**(2), 461–464.
- Schwarz, H. R. und Köckler, N. (2011), *Numerische Mathematik*, 8. edn, Vieweg + Teubner, Wiesbaden.
- Sensoy, A. (2013), 'Dynamic relationship between precious metals', *Resources Policy* **38**(4), 504–511.
- Sharpe, W. F. (1966), 'Mutual fund performance', *Journal of Business* **39**(1), 119–138.
- Silvennoinen, A. und Teräsvirta, T. (2009), Multivariate GARCH models, in T. Mikosch, J.-P. Kreiß, R. A. Davis und T. G. Andersen, eds, 'Handbook of Financial Time Series', Springer, Berlin, pp. 201–229.
- Smith, K. L. und Bracker, K. (2003), 'Forecasting changes in copper futures volatility with GARCH models using an iterated algorithm', *Review of Quantitative Finance and Accounting* **20**(3), 245–265.
- Smith, K. L. und Brocato, J. (2010), 'Applying the Inclan-Tsiao breakpoint algorithm in the search for the flight-to-safety phenomenon', *Applied Financial Economics* **20**(5), 371–380.
- Sumner, S. W., Johnson, R. und Soenen, L. (2010), 'Spillover effects among gold, stocks, and bonds', *Journal of CENTRUM Cathedra* **3**(2), 106–120.
- Trautmann, S. (2007), *Investitionen*, Springer, Berlin.
- Tsay, R. S. (2005), *Analysis of financial time series*, John Wiley & Sons, Hoboken.
- Tse, Y. K. und Tsui, A. K. C. (2002), 'A multivariate Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity model with time-varying correlations', *Journal of Business & Economic Studies* **20**(3), 351–362.
- Van Horne, J. C. und Wachowicz, J. M. (2005), *Fundamentals of Financial Management*, number 4, 12. edn, Prentice-Hall.
- Verbeek, M. (2008), *A guide to modern econometrics*, John Wiley & Sons, Chichester.
- Virbickaite, A., Ausin, M. C. und Galeno, P. (2015), 'Bayesian inference methods for univariate and multivariate GARCH models: A survey', *Journal of Economic Surveys* **29**(1), 76–96.
- Wooldridge, J. M. (2014), *Introduction to econometrics*, Cengage Learning EMEA.
- Wu, S.-J. und Lee, W.-M. (2012), 'Predicting the U.S. bear stock market using the consumption-wealth ratio', *Economics Bulletin* **32**(4), 3174–3181.

- 
- Zucchini, W. (2000), 'An introduction to model selection', *Journal of Mathematical Psychology* **44**(1), 41–61.
- Zumbach, G. (2013), *Discrete time series, processes, and applications in finance*, Springer, Berlin.