

In: Ansgar Beckermann

Aufsätze, Band 3

Bielefeld: Universitätsbibliothek Bielefeld 2021

DOI: <https://doi.org/10.4119/unibi/2950621>)

Methoden der Philosophie – gibt es rationale Intuition?*

1. Die Rolle rationaler Intuition in der Geschichte der Philosophie

Philosophen, so schreibt Holm Tetens zu Beginn seines Buches *Philosophisches Argumentieren*, machen sich nicht die Mühe der Naturwissenschaftler, durch die ganze Welt zu reisen, um ein bestimmtes Phänomen zu beobachten, oder aufwendige Apparaturen zu bauen, um einen bestimmten Effekt nachzuweisen. Philosophen denken einfach nur nach, und das können sie auch im Lehnstuhl tun. Aber was können sie auf diese Weise erkennen? Gibt es wirklich interessante Aussagen, deren Wahrheit man durch bloßes Nachdenken erkennen kann? Diese Frage beschäftigt die Philosophie, spätestens seit Hume behauptet hat, das Einzige, was wir durch bloßes Nachdenken erkennen können, seien analytische Wahrheiten.¹ Aber gehen wir zunächst etwas weiter zurück in der Geschichte der Philosophie und der Wissenschaften.²

Das sowohl für die Wissenschaften als auch für die Philosophie³ mehr oder weniger allgemein verbindliche Erkenntnismodell war bis weit in die Neuzeit hinein die Geometrie Euklids. Man beginnt mit Definitionen, Postulaten und Axiomen und leitet aus diesen nacheinander alle anderen Lehrsätze der Geometrie ab. Postulate und Axiome gelten dabei als über jeden Zweifel erhaben. Descartes hat diese Grundidee folgendermaßen zum Ausdruck gebracht: Wir beginnen mit *intuitiv* gewissen, d.h. klaren und deutlichen Prinzipien, die so einleuchtend sind, dass wir an ihrer Wahrheit nicht zweifeln können, um dann aus diesen Prinzipien weitere wahre Aussagen logisch *deduktiv* abzuleiten. *Intuition* – oder wie viele heute sagen

* Zuerst erschienen in: In: G. Betz et al. (Hg.) *Weiter denken – über Philosophie, Wissenschaft und Religion*. Berlin/München/Boston: de Gruyter 2015, S. 71–87.

¹ Ähnliche Positionen sind auch schon vor Hume vertreten worden – etwa von Duns Scotus, der Philosophie deshalb explizit als die Wissenschaft des Möglichen, nicht des Wirklichen ansieht.

² Vgl. zum Folgenden Beckermann 2013, Abschn. 4.3.

³ Grundsätzlich wird bis etwa 1800 gar kein Unterschied zwischen Philosophie und Wissenschaft gemacht. Der Ausdruck „Philosophie“ bezeichnet bis zu diesem Zeitpunkt vielmehr jede wissenschaftliche Erkenntnis.

würden – *rationale Intuition* ist also eine Methode, auf die wir uns, so Descartes, stützen können und müssen, wenn wir wirkliches Wissen erwerben wollen. Mit Hilfe dieser Methode können wir z.B. die Wahrheit folgender Aussagen erkennen: „Ich existiere“, „Ich denke“, „Ein Dreieck ist von nur drei Linien, die Kugel von einer einzigen Oberfläche begrenzt“ (*Regeln* III 5), „Gleiches zu Gleichem hinzugetan ergibt Gleiches“ (*Prinzipien* I 13), „Aus Nichts kann nicht Etwas werden“ (*Prinzipien* I 18), „Das Vollkommenere kann nicht von etwas Unvollkommenerem hervorgebracht werden“ (*Prinzipien* I 18), „Es ist unmöglich, dass dasselbe zugleich ist und nicht ist“ (*Prinzipien* I 49), „Das Geschehene kann nicht ungeschehen werden“ (*Prinzipien* I 49) und viele andere mehr.

Hume modifiziert dieses Erkenntnismodell auf zweierlei Weise. Erstens unterscheidet er zwei Arten der Erkenntnis – Erkenntnis, die sich auf *Beziehungen von Vorstellungen* bezieht, und Erkenntnis, bei der es um *Tatsachen* geht. Hume zufolge kann das Euklidische Erkenntnismodell nur im ersten Bereich Gültigkeit beanspruchen. Die zweite Modifikation betrifft die Frage, welche Aussagen als intuitiv gewiss gelten können. Hume misstraut der Fähigkeit zur rationalen Intuition, mit deren Hilfe wir vermeintlich auch *nicht-analytische* Aussagen *a priori* als wahr erkennen können. Für ihn gilt: Intuitiv gewiss sind nur Aussagen, bei denen die Annahme des Gegenteils einen Widerspruch beinhaltet; heute würden wir sagen: intuitiv gewiss sind nur analytische Wahrheiten. Das hat weitreichende Folgen. Denn mit dieser Festlegung scheiden viele Wahrheiten, die traditionell für absolut unbezweifelbar galten, aus dem Bereich dessen aus, was wir *a priori* wissen können. Das gilt etwa für das Prinzip „Alles, was zu existieren anfängt, muss einen Grund seiner Existenz haben“. Denn die Annahme des Gegenteils dieses Prinzips beinhaltet, so Hume, keinen Widerspruch, und das Prinzip lässt sich auch nicht aus anderen intuitiv gewissen Aussagen deduktiv ableiten. Die Möglichkeit, das Prinzip durch Bezugnahme auf rationale Intuition zu begründen, kommt bei Hume gar nicht mehr vor.

Humes Skepsis in Bezug auf die Fähigkeit zur rationalen Intuition – die Fähigkeit, nicht-analytische erste Prinzipien intuitiv als wahr zu erkennen – wurde im 19. Jahrhundert durch die Entdeckung der nicht-euklidischen Geometrien auf eindrucksvolle Weise indirekt gestützt. Auch Euklid ging, wie schon gesagt, von einer Reihe von Definitionen, Axiomen und Postulaten aus, um dann aus diesen die Lehrsätze der Geometrie deduktiv abzuleiten. Zu Euklids Axiomen gehören Aussagen wie „Was demselben gleich ist, ist auch einander gleich“ und „Wenn Gleichem Gleiches hinzugefügt wird, sind die Ganzen gleich“ – Aussagen, die man ohne Weiteres für analytisch halten kann. Zu den Axiomen gehört aber auch das berühmte Paral-

lelenaxiom „Und dass, wenn eine gerade Linie beim Schnitt mit zwei geraden Linien bewirkt, dass innen auf derselben Seite entstehende Winkel zusammen kleiner als zwei Rechte werden, dann die zwei geraden Linien bei Verlängerung ins unendliche sich treffen auf der Seite, auf der die Winkel liegen, die zusammen kleiner als zwei Rechte sind“ (Euklid 1997, 3). Die äquivalente moderne Formulierung dieses Axioms lautet: „In einer Ebene gibt es zu jeder Geraden g und jedem Punkt S , der nicht auf g liegt, genau eine Gerade, die durch S geht und parallel zu g ist.“

Ist dieses Axiom wirklich intuitiv gewiss? Auf zwei Wegen hat man versucht, eine Antwort auf diese Frage zu finden. Der erste Weg bestand in dem Versuch zu zeigen, dass das Axiom gar nicht benötigt wird, da es sich aus den anderen Axiomen deduktiv ableiten lässt. Beim zweiten Weg dagegen versuchte man nachzuweisen, dass sich – ganz im Sinne Humes – doch ein Widerspruch ergibt, wenn man das Parallelenaxiom durch seine Negation ersetzt. Aber alle diese Versuche scheiterten. Gauß erkannte schließlich die Unlösbarkeit des Problems. Doch erst Lobatschewski veröffentlichte 1826 eine neue – die später so genannte „hyperbolische“ – Geometrie, in der alle Axiome Euklids gelten außer dem Parallelenaxiom.⁴ Auf dieser Grundlage entwickelten sich die nicht-euklidischen Geometrien, bei denen das Parallelenaxiom entweder ganz wegfällt oder durch andere Axiome ersetzt wird, wobei zum Teil auch noch andere Axiome der euklidischen Geometrie in Mitleidenschaft gezogen werden. Die Entdeckung nicht-euklidischer Geometrien war nicht nur für die Mathematik, sondern auch für die Grundannahmen des Euklidisch/Cartesischen Erkenntnismodells von entscheidender Bedeutung. Denn sie zeigte, auf welch wackligen Füßen die Annahme steht, es gebe *nicht-analytische* erste Prinzipien, deren Wahrheit intuitiv eingesehen werden kann.⁵

Die frühe Analytische Philosophie stand erkenntnistheoretisch vollständig auf der Seite Humes. Für sie gab es nur zwei Arten von sinnvollen Aussagen – analytische und empirische Aussagen. Die Wahrheit analytischer Aussagen ergibt sich schon aus der Bedeutung der in ihnen vorkommenden sprachlichen Ausdrücke. Empirische Aussagen werden überprüft, indem

⁴ Fast zeitgleich kam Janos Bolyai zu ganz ähnlichen Resultaten.

⁵ Für die Mathematik selbst bewirkte sie ein völliges Umdenken im Hinblick auf den Begriff des Axioms. Axiome sind in der Mathematik heute nicht mehr unumstößliche erste Prinzipien, an deren Wahrheit man nicht zweifeln kann, sondern Setzungen oder Annahmen. Angenommen, die Axiome A, B und C sind wahr, welche Aussagen sind dann auch noch wahr, weil sie sich aus diesen Axiomen deduktiv ableiten lassen?

man z.B. durch Beobachtung untersucht, ob das, was sie behaupten, der Fall ist. In neuerer Zeit mehren sich aber die Stimmen, die bezweifeln, dass das uns zur Verfügung stehende erkenntnistheoretische Instrumentarium wirklich so karg ist. Manche bezweifeln etwa, dass die Sätze der Mathematik tatsächlich analytisch sind, sind aber trotzdem davon überzeugt, dass wir diese Sätze *a priori* als wahr erkennen können. Da sie auch dem Kantischen Weg misstrauen, stellt sich für sie deshalb die Frage, ob die apriorische Erkenntnis mathematischer Wahrheiten nicht vielleicht doch auf rationaler Intuition beruht. Andere fragen besonders nach den Grundlagen logischer und modaler Erkenntnis. Woher wissen wir eigentlich, dass der Satz vom ausgeschlossenen Widerspruch gilt? Und worauf beruht die Erkenntnis, dass nichts zugleich ein Quadrat und ein Kreis sein kann? Müssen wir nicht auch bei diesen Wahrheiten annehmen, dass ihre Erkenntnis auf rationaler Intuition beruht?

2. *BonJour zur Rechtfertigung rationaler Intuition*

Ein Autor, der diese Position mit großer Vehemenz vertritt, ist Laurence BonJour. In *In Defense of Pure Reason* und auch in *Epistemology* zählt er eine Reihe von Aussagen auf, für die in seinen Augen gilt:

- a) Wir können die Wahrheit dieser Aussagen *a priori* erkennen.
- b) Diese Aussagen sind aber nicht analytisch.

Hieraus folgt nach BonJour, dass wir guten Grund haben zu der Annahme:

- c) Die Wahrheit dieser Aussagen erkennen wir durch rationale Intuition.

Das ist in meinen Augen eine absolut vernünftige Argumentationsstrategie, die allerdings auf zwei zentralen Prämissen beruht – der Prämisse a), dass wir die Wahrheit der betreffenden Aussagen tatsächlich *a priori* erkennen können, und der Prämisse

- d) Zu der Annahme, dass die Erkenntnis dieser Aussagen auf rationaler Intuition beruht, gibt es keine vernünftige Alternative.

Zur Liste der Aussagen, die BonJour in Blick hat, gehören unter anderem:

1. Logische Aussagen wie „ $p \vee \neg p$ “ und „ $\neg(p \wedge \neg p)$ “.
2. Mathematische Aussagen wie „ $2 + 3 = 5$ “.
3. Nichts kann zugleich eine Kugel und ein Würfel sein.
4. Alle Dreiecke haben drei Seiten.

- 5. Wenn a länger als b ist und b länger als c, dann ist a länger als c.
- 6. Nichts kann zugleich ganz rot und ganz grün sein.

Wer wie ich Humes Grundeinstellung nach wie vor genauso überzeugend findet wie die der Vertreter der frühen Analytischen Philosophie, muss sich der Aufgabe stellen zu zeigen, dass zumindest eine der beiden Prämissen a) oder d) nicht zutrifft. Ich werde mich auf die Prämisse d) konzentrieren und damit zugleich die Annahme b) angreifen. Denn ich denke, dass man zeigen kann, dass alle genannten Aussagen tatsächlich doch analytisch sind oder aus analytischen Aussagen durch Deduktion gewonnen werden können.

3. Logische Wahrheiten

Gibt es überhaupt logische Wahrheiten? Sicher werden viele das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten und das Gesetz vom ausgeschlossenen Widerspruch für (notwendig) wahre logische Gesetze halten und den Modus Ponens für eine allgemeingültige Schlussregel; aber inzwischen haben wir gelernt, dass es neben der klassischen Logik viele andere Logiken gibt, in denen zum Teil ganz andere Gesetze und andere Schlussregeln gelten – die intuitionistische Logik, mehrwertige Logiken, die Fuzzy-Logik usw. Fragen wir trotzdem zunächst, wie in der klassischen Logik das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten und das Gesetz vom ausgeschlossenen Widerspruch begründet werden. Die allermeisten werden die Beweise durch Wahrheitstafeln kennen:

p	p	∨	¬p
W	W	W	F
F	F	W	W

p	¬	(p	∧	¬p)
W	F	W	W	F
F	W	F	F	W

Aber nur wenigen ist klar, dass diese Wahrheitstafeln tatsächlich Beweise für das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten und das Gesetz vom ausgeschlossenen Widerspruch enthalten – Beweise, die sich folgendermaßen explizit machen lassen (ich beschränke mich auf das Gesetz vom ausgeschlossenen Widerspruch).

Ausgangspunkt sind die folgenden klassischen Definitionen der logischen Konstanten „¬“, „∧“ und „∨“:

(¬_k) „¬p“ ist genau dann wahr, wenn p nicht wahr ist.

- (\wedge_k) „ $p \wedge q$ “ ist genau dann wahr, wenn p und q beide wahr sind.
 (\vee_k) „ $p \vee q$ “ ist genau dann wahr, wenn von den Aussagen p und q mindestens eine wahr ist.

Ausgehend von diesen Definitionen lässt sich folgender Beweis führen:

Beweis durch vollständige Fallunterscheidung (es wird vorausgesetzt, dass jede Aussage wahr oder nicht wahr ist)

1. Fall: Wenn p wahr ist, ist „ $\neg p$ “ nicht wahr und daher auch „ $p \wedge \neg p$ “ nicht wahr; in diesem Fall ist „ $\neg(p \wedge \neg p)$ “ also wahr.
2. Fall: Wenn p nicht wahr ist, ist auch „ $p \wedge \neg p$ “ nicht wahr; auch in diesem Fall ist „ $\neg(p \wedge \neg p)$ “ also wahr.

q.e.d.

Auf der Grundlage der angegebenen Definitionen lässt sich das Gesetz vom ausgeschlossenen Widerspruch also problemlos beweisen.⁶ Wenn man von anderen Definitionen ausgeht, ergeben sich allerdings andere Resultate. In manchen dreiwertigen Logiken geht man etwa von folgenden Definitionen aus, wobei vorausgesetzt wird, dass jede Aussage einen der drei Wahrheitswerte „wahr“, „falsch“ und „unbestimmt“ hat:

- (\neg_d) „ $\neg p$ “ ist wahr, wenn p falsch ist, falsch, wenn p wahr ist und unbestimmt, wenn p unbestimmt ist.
 (\wedge_d) „ $p \wedge q$ “ ist wahr, wenn p und q beide wahr sind, falsch, wenn von p und q mindestens eine Aussage falsch ist, und unbestimmt, wenn eine der beiden Aussagen wahr und die andere unbestimmt ist oder wenn beide unbestimmt sind.
 (\vee_d) „ $p \vee q$ “ ist wahr, wenn von den Aussagen p und q mindestens eine wahr ist, falsch, wenn beide falsch sind, und unbestimmt, wenn eine der beiden Aussagen falsch und die andere unbestimmt ist oder wenn beide unbestimmt sind.

Wenn man von *diesen* Definitionen ausgeht und davon, dass eine Aussage ein logisches Gesetz ist, wenn sie immer wahr ist – d.h. unabhängig davon, welche Wahrheitswerte ihre Teilaussagen haben –, dann ist leicht zu sehen, dass in der dreiwertigen Logik das Gesetz vom ausgeschlossenen Widerspruch *kein* logisches Gesetz ist. Denn wenn p den Wahrheitswert *unbestimmt* hat, dann hat auch nicht „ $\neg p$ “ und damit auch „ $p \wedge \neg p$ “ den Wahr-

⁶ Jeder Beweis wird natürlich selbst in einer Sprache formuliert, in der eine bestimmte Logik herrscht; aber das ist unvermeidlich.

heitswert *unbestimmt*, und damit hat in diesem Fall auch „ $\neg(p \wedge \neg p)$ “ den Wahrheitswert *unbestimmt*.

Zwei Dinge lassen sich also festhalten: 1. Ob eine Aussage ein logisches Gesetz ist, hängt davon ab, wie man die logischen Konstanten definiert.⁷ 2. Auf der Grundlage dieser Definitionen lässt sich dann aber in der Regel leicht beweisen, dass eine Aussage – gegeben diese Definitionen – ein logisches Gesetz ist oder eben nicht. Es gibt also keinen Grund für die Annahme, dass man zur „Erkenntnis“ logischer Gesetze auf rationale Intuition angewiesen ist.

4. Mathematische Aussagen

Für mathematische Wahrheiten gilt zunächst dasselbe wie für logische Gesetze. Denn, wie das Beispiel der Geometrie schon gezeigt hat, kommt es auch hier darauf an, von welchen Voraussetzungen – z.B. von welchen Axiomen – man ausgeht. Dabei denkt heute meines Wissens kein Mathematiker mehr, dass eines dieser Axiomensysteme selbst als wahr erwiesen werden kann. In der euklidischen Geometrie beträgt die Winkelsumme im Dreieck 180° , in anderen Geometrien nicht. Aber vielleicht ist es in der Arithmetik anders? Ist nicht „ $2 + 3 = 5$ “ wahr – immer und überall und unabhängig davon, von welchen Axiomen man ausgeht? Lassen wir das zunächst offen und betrachten die Argumente, die BonJour dafür anführt, dass „ $2 + 3 = 5$ “ weder analytisch noch aus analytischen Aussagen ableitbar ist.

Here the obvious candidates for definition are the numerical concepts 2, 3, and 5, and this time there are much more plausible definitions available. If we take 1 as the undefined starting point, then 2 can be defined as *the successor of 1*, that is, as *the number that is greater than 1 by 1*, that is, as $1 + 1$. And analogously, 3 can be defined as *the successor of 2*, that is, as $(1 + 1) + 1$. Here the parentheses are crucial: 3 is *arithmetically equal* to $1 + 1 + 1$, but that is not its *definition* (any more than 3 is to be *defined* as, say, $7 - 4$). Finally, 5 can be analogously defined as *the successor of the successor of 3*, that is, as $\{[(1 + 1) + 1] + 1\} + 1$ (with all of the parentheses again essential, for the same reason). (BonJour 2002, 90)

Auf der Grundlage dieser Definitionen kann man die Aussage „ $2 + 3 = 5$ “ offenbar so reformulieren:

⁷ Wenn man logische Probleme nicht semantisch, sondern syntaktisch angeht, sind natürlich nicht die Definitionen entscheidend, sondern die Kalküle, von denen man ausgeht.

$$(1 + 1) + [(1 + 1) + 1] = \{[(1 + 1) + 1] + 1\} + 1$$

Diese Gleichung ist, so Bonjour, zwar korrekt; aber ihre Korrektheit beruht nicht allein auf logischen Gesetzen. Denn die rechte kann in die linke Seite ja nicht einfach durch äquivalente Ersetzung überführt werden; vielmehr müssen einige Klammern hinzugefügt, entfernt oder verschoben werden. Und diese Veränderungen haben anscheinend keine logische Basis.

Die Sache sieht allerdings anders aus, wenn man sich dichter an die herkömmlichen Definitionen in der Mathematik hält. Für die natürlichen Zahlen gelten zunächst die

Peano-Axiome

1. 0 ist eine natürliche Zahl.
2. Jede natürliche Zahl n hat einen Nachfolger $S(n)$.
3. 0 ist kein Nachfolger. (D.h. es gibt keine natürliche Zahl n mit $0 = S(n)$).
4. Für alle natürlichen Zahlen n und m gilt: $S(n) = S(m) \Rightarrow n = m$.
5. Für alle Aussagenfunktionen $A(x)$ gilt: $A(0)$ und $\forall n(A(n) \rightarrow A(S(n))) \Rightarrow \forall nA(n)$.

Auf der Grundlage dieser Axiome kann man – ausgehend von der Zahl 0 – die einzelnen Zahlen folgendermaßen definieren: 1 ist der Nachfolger von 0, also „ $S(0)$ “ (und nicht etwa $0 + 1$; denn das würde ja eine Definition der Addition voraussetzen). 2 ist der Nachfolger von 1, also als „ $S(S(0))$ “, 3 der Nachfolger von 2, also als „ $S(S(S(0)))$ “ und 5 schließlich der Nachfolger des Nachfolgers von 3, also als „ $S(S(S(S(S(0))))$ “.

Schließlich, und das wird von Bonjour nicht einmal erwähnt, gibt es auch noch eine rekursive *Definition der Addition*

1. $n + 0 = n$
2. $n + S(m) = S(n + m)$

Wenn man all dies zusammennimmt, wie sieht es dann mit der Gleichung „ $2 + 3 = 5$ “ aus? Zunächst entspricht dieser Aussage offenbar die Aussage „ $S(S(0)) + S(S(S(0))) = S(S(S(S(S(0))))$ “. Aufgrund der 2. Bedingung der Definition der Addition gilt:

- (i) $S(S(0)) + S(S(S(0))) = S(S(S(0)) + S(S(0)))$ und
- (ii) $S(S(0)) + S(S(0)) = S(S(S(0)) + S(0))$ und
- (iii) $S(S(0)) + S(0) = S(S(S(0)) + 0)$.

Aus der 1. Bedingung der Definition der Addition folgt weiter:

$$(iv) \quad S(S(0)) + 0 = S(S(0)).$$

Wenn wir nun in (iii) wegen (iv) „ $S(S(0)) + 0$ “ durch „ $S(S(0))$ “ ersetzen, erhalten wir:

$$(v) \quad S(S(0)) + S(0) = S(S(S(0))).$$

Wenn wir weiter in (ii) wegen (v) „ $S(S(0)) + S(0)$ “ durch „ $S(S(S(0)))$ “ ersetzen, erhalten wir:

$$(vi) \quad S(S(0)) + S(S(0)) = S(S(S(S(0)))).$$

Und wenn wir schließlich in (i) wegen (vi) „ $S(S(0)) + S(S(0))$ “ durch „ $S(S(S(S(0))))$ “ ersetzen, erhalten wir:

$$(vii) \quad S(S(0)) + S(S(S(0))) = S(S(S(S(S(0))))).$$

q.e.d.

In dieser Ableitung werden, außer den oben angeführten Definitionen, tatsächlich nur Regeln der Logik verwendet. Wenn man von den Peano-Axiomen, den herkömmlichen Definitionen der Zahlen und der rekursiven Definition der Addition ausgeht, lässt sich der Satz „ $2 + 3 = 5$ “ also durchaus rein logisch beweisen. Auch in der Arithmetik sind wir also nicht auf rationale Intuition angewiesen, um die Wahrheit mathematischer Aussagen zu erkennen.

5. Kugeln und Würfel

Wie kann man erkennen, dass nichts zugleich eine Kugel und ein Würfel sein kann? Offenbar, indem man zeigt, dass etwas, was eine Kugel ist, kein Würfel sein kann und umgekehrt. Wenn wir uns hier auf den zweidimensionalen Fall – Kreis und Quadrat – beschränken, lässt sich auch dies be-
werkstelligen, ohne dass wir auf rationale Intuition zurückgreifen müssten.

Ein Kreis ist definiert als ebene geometrische Figur, deren Punkte alle von einem vorgegebenen Punkt, dem Mittelpunkt, gleich weit entfernt sind, ein Quadrat als ein ebenes rechtwinkliges und gleichseitiges Viereck. Nehmen wir nun ein beliebiges Quadrat Q mit der Seitenlänge $2a$ und betrachten – neben dem Mittelpunkt M – zwei weitere Punkte auf diesem Quadrat – den Mittelpunkt der linken Seite A und den linken oberen Eckpunkt B (siehe Abbildung 1).

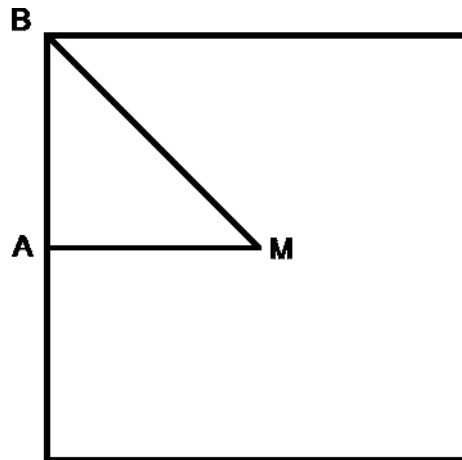


Abbildung 1

Offenbar beträgt der Abstand von A und M genau a , es lässt sich beweisen, dass der Abstand von B und M $a \cdot \sqrt{2}$ beträgt und offenbar gilt $a \neq a \cdot \sqrt{2}$. Also sind die beiden Punkte A und B nicht gleich weit von M entfernt; also ist Q kein Kreis, denn nicht alle Punkte von Q sind von M gleich weit entfernt. Wenn wir umgekehrt einen Kreis K mit dem Radius a betrachten, dann gibt es auf diesem Kreis offenbar keinen Punkt, der vom Mittelpunkt $a \cdot \sqrt{2}$ entfernt wäre; also ist K kein Quadrat.

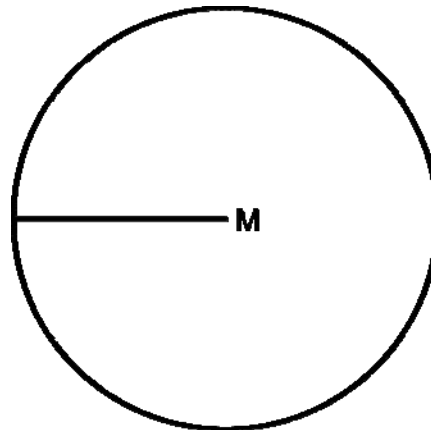


Abbildung 2

All dies ergibt sich völlig problemlos aus den Definitionen der Begriffe *Kreis* und *Quadrat* nur unter Verwendung der Mittel der Mathematik und der Logik und ohne dass wir auf ominöse intuitive Fähigkeiten zurückgreifen müssten.

6. Haben alle und nur Dreiecke drei Seiten?

Der Satz „Alle Dreiecke haben drei Seiten“ ist nach Bonjour nicht analytisch, wenn man von der traditionellen Definition von „Dreieck“ ausgeht: Ein Dreieck ist eine ebene geometrische Figur mit drei *Winkeln*, deren Seiten alle gerade sind. Wie kann man zeigen, dass eine solche Figur immer auch drei Seiten hat? Das liegt nicht unbedingt auf der Hand; aber es kann gelingen, wenn man sich klar macht, was wir eigentlich mit „geometrische Figur“ meinen. Zunächst einmal: Zweidimensionale geometrische Figuren bestehen aus Linien; Kreise und Quadrate sind geometrische Figuren und auch die in Abbildung 3 gezeigte Figur ist eine geometrische Figur:

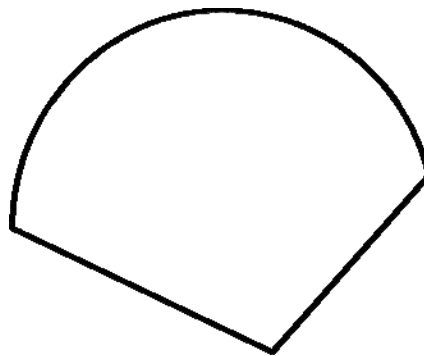


Abbildung 3

Aber nicht alle Ansammlungen von Linien sind geometrische Figuren. Die in Abbildung 4 gezeigten Ansammlungen etwa sind allesamt *keine* geometrischen Figuren.



Abbildung 4

Geometrische Figuren müssen also offenbar in folgendem Sinne geschlossen sein: a) Jeder Endpunkt einer Linie fällt mit dem Endpunkt einer anderen Linie zusammen, und zwar so, dass immer nur die Endpunkte zweier

Linien zusammenfallen. b) Am Ende muss eine geschlossene Gesamtlinie entstehen: Wenn wir die Linien mit a_1, a_2, \dots, a_n bezeichnen und ein Endpunkt von a_1 mit einem Endpunkt von a_2 zusammenfällt, muss der andere Endpunkt von a_2 mit einem Endpunkt von a_3 zusammenfallen, ... und schließlich der zweite Endpunkt von a_n mit dem noch freien Endpunkt von a_1 . Und schließlich gilt offenbar auch noch: c) Die Linien dürfen nicht aufeinander fallen – nicht einmal teilweise. Und: d) Sie dürfen sich nicht kreuzen.⁸

Vor diesem Hintergrund kann man offenbar so weiter argumentieren: Nehmen wir an, eine geometrische Figur, deren Seiten alle gerade sind, besteht aus mehr als drei, sagen wir vier, Seiten. Dann berühren sich die erste und die zweite Seite in je einem Endpunkt, die zweite und die dritte Seite in je einem Endpunkt, die dritte und die vierte Seite in je einem Endpunkt und schließlich die vierte und die erste Seite in je einem Endpunkt. Diese Punkte müssen alle verschieden sein, und es kann nicht sein, dass drei von ihnen auf einer Geraden liegen; denn sonst wäre mindestens eine der oben angegebenen Bedingungen verletzt.⁹ Also entsteht an jedem dieser Punkte ein Winkel zwischen zwei Seiten, also hat diese Figur nicht drei, sondern vier Winkel. Also ist eine geometrische Figur mit vier geraden Seiten kein Dreieck. Habe ich mich an irgendeiner Stelle in diesen Überlegungen rationaler Intuition bedient? Ich kann das nicht sehen.

7. Die Transitivität der Längen-Relation

Ist der Satz

(T) Wenn a länger als b ist und b länger als c , dann ist a länger als c

wahr? Und ist er nicht nur eine empirische Wahrheit, sondern eine Aussage, deren Wahrheit wir *a priori* einsehen können? Auch hier muss man den Kontext genauer anschauen. *Länge* ist ein metrischer Begriff. Aber metrische Begriffe fallen nicht vom Himmel; wir können sie nur einführen, wenn bestimmte Bedingungen erfüllt sind. Metrische Begriffe gehören zu den Begriffen, mit denen wir Eigenschaften zuschreiben, indem wir reelle Zah-

⁸ Ich jedenfalls würde Gebilde, die diese Bedingungen nicht erfüllen, nicht als „geometrische Figuren“ bezeichnen.

⁹ Im Prinzip kann es schon sein, dass in einem Viereck drei Endpunkte auf einer Geraden liegen. Doch in diesem Fall würde man entweder sagen, dass es sich hier gar nicht um eine Figur mit vier (sondern nur mit drei) Seiten handelt oder dass bei dem Endpunkt in der Mitte ein Winkel von 180° vorliegt.

len verwenden. Wir sagen etwa, dass etwas eine Masse von 20,5 kg hat, dass es 1,7 cm lang ist oder dass es 30 sec gedauert hat. Damit dies sinnvoll geschehen kann, müssen, wie gesagt, bestimmte Voraussetzungen erfüllt sein.

Der klassischen Messtheorie zufolge gilt Folgendes. Ein Begriff ist metrisierbar, wenn zwei Bedingungen erfüllt sind: 1. Auf der Menge D der Gegenstände, auf die wir diesen Begriff anwenden, existiert eine zweistellige empirische Relation H und eine ebenfalls zweistellige additive Operation o . 2. Das empirische relationale System $\langle D, H, o \rangle$ lässt sich strukturerhaltend auf das abstrakte relationale System $\langle \mathbf{R}^+, \leq, + \rangle$ abbilden, d.h. es gibt einen Homomorphismus L von der Menge D auf die Menge der positiven reellen Zahlen mit:

- (1) $a H b$ genau dann, wenn $L(a) \geq L(b)$
- (2) $L(a o b) = L(a) + L(b)$.

Im Fall des Begriffs der *Länge* ist H die Relation des „Überragens“. Wenn man zwei gerade Stäbe a und b so nebeneinander legt, dass die Enden der Stäbe auf der einen Seite genau nebeneinander liegen, dann überragt a b genau dann, wenn auch die anderen beiden Endpunkte genau nebeneinander liegen oder der andere Endpunkt von a über den anderen Endpunkt von b hinausragt. Die empirische Operation ist beim Begriff der *Länge* die Operation des „Aneinanderlegens“. Man legt a und b aneinander, indem man einen Endpunkt von a direkt an einen Endpunkt von b legt und die Stäbe genau in einer Linie ausrichtet. In diesem Zusammenhang ist nun entscheidend, dass sich zeigen lässt, dass es eine strukturerhaltende Abbildung L von $\langle D, H, o \rangle$ auf $\langle \mathbf{R}^+, \geq, + \rangle$ nur geben kann, wenn H transitiv ist, wenn also gilt: wenn $a H b$ und $b H c$, dann auch $a H c$.

Aus diesen Überlegungen ergibt sich zunächst, dass der Satz (T) auf verschiedene Weise verstanden werden kann. Er kann besagen:

- (T₁) Wenn $L(a) \geq L(b)$ und $L(b) \geq L(c)$, dann auch $L(a) \geq L(c)$.

In dieser Lesart ist (T) aber eine mathematische Wahrheit; denn $L(a)$, $L(b)$ und $L(c)$ stehen allesamt für reelle Zahlen. (T) kann aber auch besagen:

- (T₂) Wenn $a H b$ und $b H c$, dann auch $a H c$.

Für diese Lesart gilt Folgendes: Wenn wir schon wissen, dass *Länge* eine metrische Eigenschaft ist, dann wissen wir auch, dass H transitiv ist. Aber dass *Länge* metrisierbar ist, ist selbst eine *empirische* Tatsache. Es könnte

auch sein, dass H nicht transitiv ist;¹⁰ aber dann ließe sich der Begriff der *Länge* eben nicht metrisieren. (T₂) scheint mir also nicht zu den Aussagen zu gehören, die wir *a priori* als wahr erweisen können und die unabhängig von jeder Empirie gelten.

8. *Nichts kann zugleich ganz rot und ganz grün sein*

Wenn ich Philosophen darüber diskutieren höre, wie man die Wahrheit dieses Satzes – nennen wir ihn (RG) – erkennen kann, frage ich mich immer, warum noch niemand in ähnlicher Weise die Wahrheit des Satzes problematisiert hat, dass nichts zugleich 11 cm und 12 cm lang sein kann. Denn die beiden Sätze gehören ins selbe Boot. Es gibt Eigenschaftsfamilien, für die gilt, dass jeder Gegenstand höchstens eine der Eigenschaften haben kann, die zu diesen Familien gehören. Die gerade besprochenen metrischen Begriffe gehören dazu. Nichts kann zugleich 11 cm und 12 cm lang sein, nichts kann zugleich eine Masse von 2 kg und 3 kg haben, nichts kann zugleich 20 sec und 30 sec dauern. Aber auch die Farben bilden eine solche Familie. In der Fachterminologie wird heute oft von *determinables* und *determinates* gesprochen.

Ich will hier aber nicht generell auf die Problematik von *determinables* und *determinates* eingehen, sondern plausibel zu machen versuchen, dass – vor dem Hintergrund dessen, was wir heute über das Farbsehen wissen – die Wahrheit von (RG) gar nicht so problematisch ist. Unsere Farbwahrnehmung ist im Wesentlichen eine Unterscheidung verschiedener Reflektanzen der Oberflächen der Dinge in unserer Umgebung.¹¹ Wir sehen im Wesentlichen, weil wir das Licht, das die Dinge in unserer Umgebung reflektieren, aufnehmen und analysieren. Nun umfasst das wahrnehmbare Licht nicht nur eine Wellenlänge, vielmehr ist die gesamte elektromagnetische Strahlung von 380 nm bis 780 nm im Prinzip für uns sichtbar, d.h., in unseren Augen gibt es lichtempfindliche Zellen, die auf die Strahlung in diesem Bereich reagieren. Das ist eine wichtige Tatsache; eine andere wichtige Tatsache ist, dass die Oberflächen der Dinge in unserer Umgebung Licht unterschiedlicher Wellenlänge unterschiedlich stark reflektieren.¹² Manche reflektieren kurzwelliges Licht stark, langwelliges dagegen

¹⁰ Und dass es auch sonst keine geeignete transitive empirische Relation gibt.

¹¹ Auf die Wahrnehmung der Farben selbstleuchtender Körper gehe ich hier nicht ein.

¹² Ich betrachte hier nur *homogene* Oberflächen, die Licht überall auf dieselbe Weise reflektieren.

eher schwach, bei anderen ist es genau umgekehrt, und einige reflektieren das Licht unterschiedlicher Wellenlänge ungefähr gleich stark. (Siehe Abbildung 5)

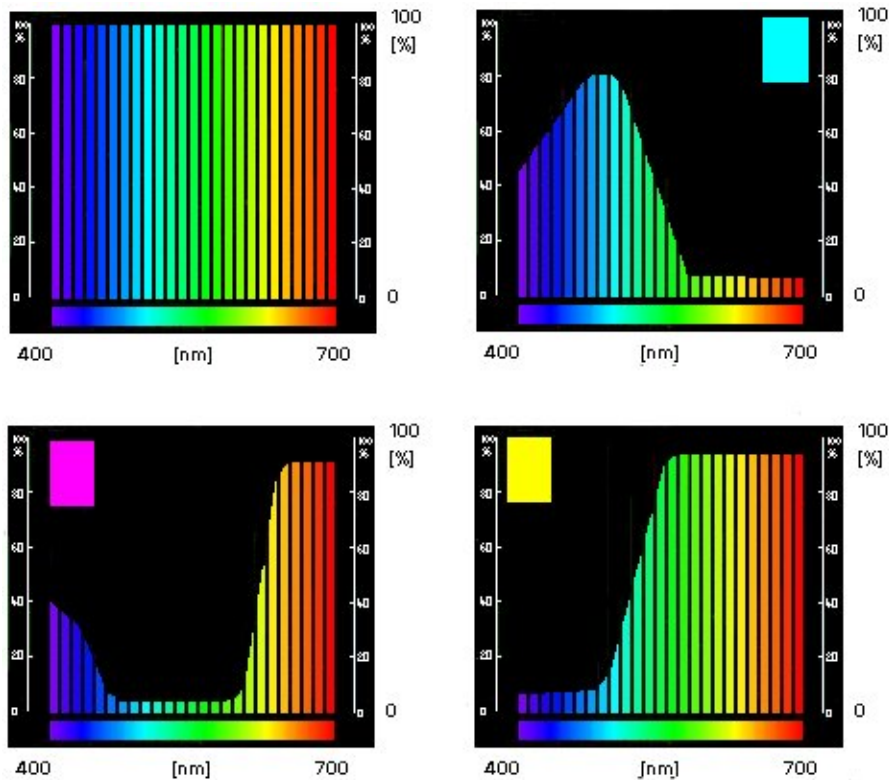


Abbildung 5 (Prof. Dr.-Ing. Hans-jürgen Scheibl, URL: <http://home/fl/htw-berlin.de/scheibl/dbv/licht/Objektf.jpg>)

Die Verteilung der Prozentsätze, mit der eine Oberfläche Licht der verschiedenen Wellenlängen reflektiert, nennt man die „Reflektanz“ dieser Oberfläche. Und es gilt: Unterschiedliche Farbeindrücke werden durch unterschiedliche Reflektanzen erzeugt.

Allerdings: Unser Farbwahrnehmungssystem ist nicht in der Lage, die unendlich vielen möglichen Reflektanzen alle voneinander zu unterscheiden, d.h. zu jeder möglichen Reflektanz einen eigenen unverwechselbaren Farbeindruck zu erzeugen. Vielmehr werden die Reflektanzen in disjunkte *Gruppen* sortiert, wobei alle Reflektanzen einer Gruppe denselben Output, denselben Farbeindruck erzeugen. Dabei geht unser Farbwahrnehmungssystem erstaunlich *unsystematisch* vor, da es bei Reflektanzen, die kaum eine physikalische Ähnlichkeit aufweisen, trotzdem denselben Farbeindruck erzeugt. Dieses Phänomen nennt man „Metamerismus“. Abbildung 6

zeigt ein Beispiel – zwei sehr unterschiedliche Reflektanzen, die trotzdem zu demselben Farbeindruck führen; beide Oberflächen erscheinen bei Sonnenlicht grün.¹³

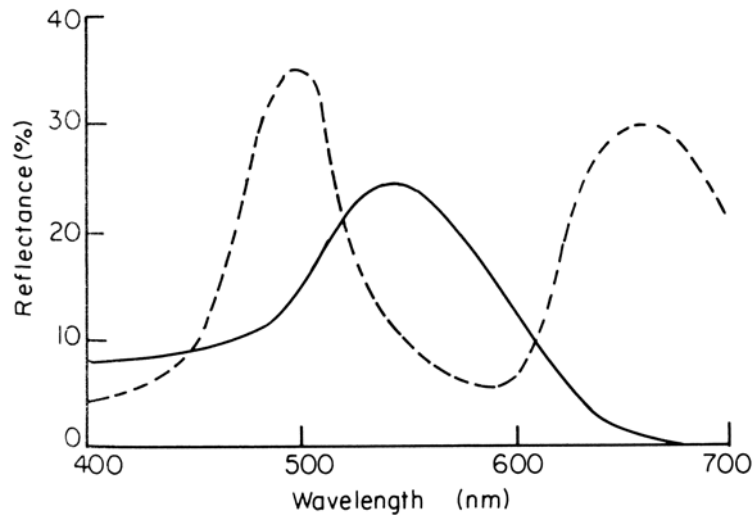


Abbildung 6 (C.L. Hardin, *Color for Philosophers*, Indianapolis 1988, S. 47)

Hier geht es aber um einen anderen Punkt. Nennen wir die Gruppe aller Reflektanzen, die den Eindruck *rot* erzeugen, R und die Gruppe aller Reflektanzen, die den Eindruck *grün* erzeugen, G. Wenn uns eine Oberfläche rot erscheint, gehört ihre Reflektanz zur Gruppe R und, wenn sie uns grün erscheint, zur Gruppe G. D.h., in diesen Fällen ist klar, dass die Oberflächen *verschiedene* Reflektanzen besitzen. Also kann nichts zugleich ganz rot und ganz grün sein; denn dafür müsste seine Oberfläche zugleich zwei verschiedene Reflektanzen besitzen, was offenbar nicht möglich ist. Brauchen wir, um dies zu erkennen, rationale Intuition?

9. Fazit

BonJour hat argumentiert, dass es Aussagen gibt, die wir *a priori* als wahr erkennen können, die aber weder analytisch sind noch aus analytischen Aussagen deduktiv abgeleitet werden können. Deshalb, so BonJour weiter, haben wir guten Grund anzunehmen, dass die Erkenntnis der Wahrheit dieser Aussagen auf einer zusätzlichen Erkenntnisfähigkeit beruht – der Fähigkeit zur rationalen Intuition. Ich habe zu zeigen versucht, dass BonJour

¹³ Metamerismus ist in meinen Augen der Hauptgrund für die Diskussion um die Unwirklichkeit der Farben.

in einem zentralen Punkt Unrecht hat, da wir die Wahrheit der von ihm angeführten Beispielaussagen tatsächlich doch erkennen können, ohne auf rationale Intuition zurückzugreifen. Wenn das so ist, haben wir mit Hume aber jeden Grund, an der Existenz einer besonderen Fähigkeit zur rationalen Intuition zu zweifeln. Denn dort, wo man sich bisher auf rationale Intuition berufen hat, hat sich diese vermeintliche Methode als äußerst unzuverlässig erwiesen. Und ein weiterer Punkt scheint mir nicht unwichtig: Es ist nicht zu sehen, wie wir diese Fähigkeit – z.B. evolutionär – erworben haben sollen.

Literatur

- Beckermann, A. (2013) *Glaube*. Berlin: de Gruyter.
- BonJour, I. (1998) *In Defense of Pure Reason*. Cambridge: Cambridge University Press.
- BonJour, L. (2002) *Epistemology*. Lanham, Boulder/New York/Oxford: Rowman & Littlefield.
- Descartes, R. (1973) *Regulae ad directionem ingenii. Regeln zur Ausrichtung der Erkenntniskraft*. Lat.-Dt. Hamburg: Meiner.
- Descartes, R. (2005) *Principia Philosophiae. Prinzipien der Philosophie*. Lat.-Dt. Hamburg: Meiner.
- Euklid (1997) *Die Elemente*, Frankfurt am Main: Harri Deutsch.
- Tetens, H. (2010) *Philosophisches Argumentieren*. 3. Aufl., München: Beck.