PFLB
PraxisForschungLehrer*innenBildung
Zeitschrift für Schul- und Professionsentwicklung

Mathematische Grundbildung als Baustein einer demokratischen Meinungsbildung

Michael Kleine[1,*]

[1] *Universität Bielefeld*
[*] *Kontakt: Universität Bielefeld,*
Fakultät für Mathematik / IDM,
Universitätsstr. 25, 33615 Bielefeld
michael.kleine@uni-bielefeld.de

Zusammenfassung: Ausgehend von Betrachtungen zur mathematischen Grundbildung soll im Folgenden an Beispielen illustriert werden, welchen Beitrag das Fach Mathematik als ein Baustein leisten kann, an dem eine demokratische Meinungsbildung ansetzt. Die Beispiele sind vor einem aktuellen Zeitgeschehen ausgewählt, in dem mathematische Kenntnisse eine Grundlage darstellen, um Informationen und einen demokratischen Disput zu verstehen und daran ein eigenes Meinungsbild anzuknüpfen. Im Allgemeinen zeigt sich in den Darstellungen ein Grundprinzip mathematischer Bildung: ein Beitrag zur Entwicklung und Entfaltung von mündigen Bürger*innen im gesellschaftlichen Leben.

Schlagwörter: mathematische Grundbildung, Modellbildung, Exponentialfunktion, Daten und Zufall

1 Sichtweisen auf eine mathematische Grundbildung

Es ist ein Ziel mathematischer Bildung, Schüler*innen in die Lage zu versetzen, im täglichen Leben und in der Berufswelt ein mathematisches Fundament zu haben, auf das sie ihr Handeln und ihre Entscheidungen beziehen (vgl. Kleine, 2012). Dieser Anspruch impliziert auch, mathematische Zusammenhänge in Diskurse eines demokratischen Gesellschaftslebens einzubringen. Im Fach Mathematik sprechen wir dabei von der Notwendigkeit einer „mathematischen Grundbildung" im Sinne einer „mathematical literacy". Darunter wird die Fähigkeit einer Person verstanden, die Rolle von Mathematik in der Umwelt zu erkennen und zu verstehen, mathematisch fundierte Urteile zu treffen und mathematisch begründete Entscheidungen zu verfassen. Ziel dieser mathematischen Grundbildung ist es, dass wir als Mitglied unserer demokratisch geprägten Gesellschaftsordnung am gegenwärtigen sozialen Leben als selbstbestimmtes und reflektiertes Mitglied teilnehmen (vgl. Weinert, 2001).

Kleine (2012) ordnet auf der Grundlage eines solchen allgemeinen Verständnisses die mathematische Grundbildung im Hinblick auf die Anforderungen eines Mathematikunterrichts ein. Er spricht dabei (1) von einem funktionalen Verständnis, in dem eine mathematische Grundbildung sich in der Bewältigung von Anforderungen zeigt. Im Kontext dieses Beitrags geht es also darum, ob eine Person bei einem demokratischen Diskurs mathematische Argumente verstehen, diese aufgreifen und für die weitere Auseinandersetzung fachlich angemessen für eine Begründung fortentwickeln oder widerlegen kann. (2) Ein bereichsspezifisches Verständnis mathematischer Bildung zeigt sich, wenn inhaltsbezogene Aussagen in verschiedenen Teilgebieten oder Teilaspekten der Mathematik getroffen werden können. Diese verschiedenen Bereiche spiegeln sich in der schulischen Bildung in verschiedenen Leitideen wider (funktionaler Zusammenhang, Zahl, Größen und Messen, Raum und Form, Daten und Zufall), die für sich betrachtet Teilbereiche einer mathematischen Grundbildung darstellen. Es gibt also nicht eine mathematische Grundbildung als solche, sondern in den Teilbereichen kann das Verständnis unterschiedlich tief ausgeprägt sein. Auf der anderen Seite sind diese Bereiche miteinander verbunden, sodass (3) die Kenntnisse in den verschiedenen Bereichen auch Ausdruck eines allgemeinen Verständnisses im Hinblick auf mathematische Anforderungen sind. Mathematische Grundbildung ist sichtbares Zeichen von Dispositionen, also eine Manifestierung dessen, was tief in unseren Strukturen verankert ist und über einzelne Meinungsäußerungen und spezifische Aufgabenbewältigungen hinausgeht.

Diese Dispositionen – in der Diskussion als Kompetenzen bezeichnet – werden dabei als prinzipiell erlernbar angesehen. Ein solcher Ansatz mathematischer Grundbildung hat seine Wurzeln in der Mathematikdidaktik bei Winter (1976, 1996). Winter spricht in diesem Zusammenhang von sogenannten „Grunderfahrungen", an denen ein Mathematikunterricht ausgerichtet sein soll, um den obigen Anspruch einer mathematischen Grundbildung zu erfüllen. Als Grunderfahrungen bezeichnet er (1) die *Anwendungsorientierung* nicht als unmittelbare Vorbereitung auf spezifische Situationen des Lebens, sondern vielmehr als Vermittlung grundlegender Einsichten in Natur, Gesellschaft und Kultur aus mathematischer Sicht. Hier zeigt sich die Sichtweise auf ein allgemeines Verständnis mathematischer Grundbildung. (2) Die *Strukturorientierung* bezeichnet die Auseinandersetzung mit mathematischen Gegenständen und Sachverhalten in der Auffassung einer deduktiv geordneten Welt. Dahinter verbergen sich Aspekte der Fachsystematik, die die Aspekte eines bereichsspezifischen Verständnisses der Mathematik umfasst. Die Orientierung an einer äußeren Welt ist hierbei zweitrangig. (3) Mit der *Problemorientierung* wird betont, dass es auch zum Wesen der Mathematik gehört, Methoden zu erwerben, um in Problemlöseprozessen Strukturen und Muster zu erkennen, diese zu beschreiben und zu nutzen. In dieser letzten Grunderfahrung zeigt sich sicherlich am deutlichsten ein funktionales Verständnis mathematischer Grundbildung. Alle drei Grunderfahrungen sollen eng miteinander verbunden sein. Eine einseitige Betonung ist für ein Verständnis einer mathematischen Bildung kontraproduktiv.

Im Folgenden soll vor dem Hintergrund dieses Verständnisses einer mathematischen Grundbildung an Beispielen illustriert werden, inwiefern mathematische Grundbildung ein notwendiger Baustein in einem demokratischen Diskurs sein sollte. Im Alltag wesentliche Bereiche einer mathematischen Auseinandersetzung sind sicherlich die inhaltlichen Leitideen der Bildungsstandards (KMK, 2004) für das Fach Mathematik: (1) funktionale Zusammenhänge sowie (2) Daten und Zufall. Anhand der beiden Beispiele soll illustriert und reflektiert werden, wie eine mathematische Grundbildung bei demokratischen Diskussionen Bausteine liefern kann, an die sich eine Meinungsbildung anschließt.

2 Mathematische Funktionen als Modelle realer Phänomene

Im Jahr 2021 wurde vermutlich kein Funktionstyp so oft in Medien zitiert und war zudem so fest verankert im öffentlichen Bewusstsein wie die Exponentialfunktion. Der Verlauf eines exponentiellen Wachstums bzw. eines exponentiellen Zerfalls erwies sich für ein grundlegendes Verständnis bei der Ausbreitung eines Virus wie Covid-19 als unerlässlich, denn politische Maßnahmen, insbesondere Restriktionen, ließen sich damit nachvollziehen und legitimieren. Aus der Sichtweise einer mathematischen Grundbildung sind einige Eigenschaften einer Exponentialfunktion grundlegend für dieses Verständnis. Abbildung 1 auf der folgenden Seite soll für die folgenden Darlegungen die graphische Veranschaulichung für ein funktionales Denken ermöglichen: Betrachten wir hier zunächst den Graph der Funktion $f_a(x) = 2^x$. Eine Funktion ist zunächst einmal eine (eindeutige) Zuordnung zwischen zwei Zahlen mithilfe einer Regel: 2^x bedeutet, dass ich dem x-Wert 1 den Wert $2^1 = 2$ zuordne. Dem Wert $x = 2$ ordne ich den Wert $2^2 = 4$ zu, für $x = 3$ erhalte ich den Wert $2^3 = 8$ usw. Wenn ich also von x den Wert um 1 erhöhe ($1 \to 2 \to 3 \to \ldots$), dann verdoppelt sich dabei bei jedem Schritt der zugeordnete Wert ($2 \to 4 \to 8 \to \ldots$).

Untersucht man ebenso $f_c(x) = 3^x$, dann stellt man mit demselben Gedankengang fest, dass sich bei jedem Schritt, mit dem ich x um 1 erhöhe, sich der zugeordnete Wert verdreifacht ($3 \to 9 \to 27 \to \ldots$). Bei $f_b(x)$ und $f_d(x)$ erkennt man genau den gegenteiligen Verlauf der Halbierung (f_b) bzw. Drittelung (f_d). Daraus sollten zwei Erkenntnisse für eine mathematische Grundbildung erfolgen:

(1) Die Basis einer exponentiellen Funktion gibt an, um welchen Faktor sich die zugeordneten Werte ändern, wenn sich der Exponent x um 1 erhöht.

(2) Wenn die Basis größer 1 ist, wie bei f_a und f_c, dann handelt es sich um exponentielles Wachstum: Die zugeordneten Werte vervielfachen sich mit jedem Schritt, den man x erhöht, um die Basis der Funktion (bei f_a Vervielfachen um 2, bei f_c Vervielfachen um 3). Bei einer Basis kleiner 1, wie bei f_b und f_d, sprechen wir von exponentiellem Zerfall bzw. Abklingen: Die zugeordneten Werte verringern sich mit jedem Schritt, den man x erhöht, um die Basis der Funktion (bei f_b Verringern um 1/2, bei f_d Verringern um 1/3). Diese Gedanken sind ein Bestandteil der Strukturorientierung nach Winter: Die fachliche Struktur des zugrundeliegenden mathematischen Inhalts wird betrachtet.

Ein weiterer Aspekt der Strukturorientierung liegt im prinzipiellen Verständnis des Verlaufs eines Funktionsgraphen einer exponentiellen Funktion vor: Bei den abklingenden Funktionsgraphen f_b und f_d erkennt man, dass die zugeordneten Werte immer kleiner werden und immer dichter an die Null herankommen, ohne sie jemals zu erreichen.

Das kann man auch anhand des Funktionsterms begründen: Die zugeordneten Werte bei

$$f_b(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

werden bei jeder Erhöhung von x um 1 weiter fortwährend halbiert. Damit werden sie immer kleiner und stellen einen immer kleineren Wert nahe Null da; sie können jedoch niemals Null werden. Ebenso erkennt man, dass die zugeordneten Werte bei $f_a(x) = 2^x$ durch ständige Verdopplung „unermesslich“ wachsen: Irgendwann wird man jeden Wert, den man sich setzt, übersteigen.

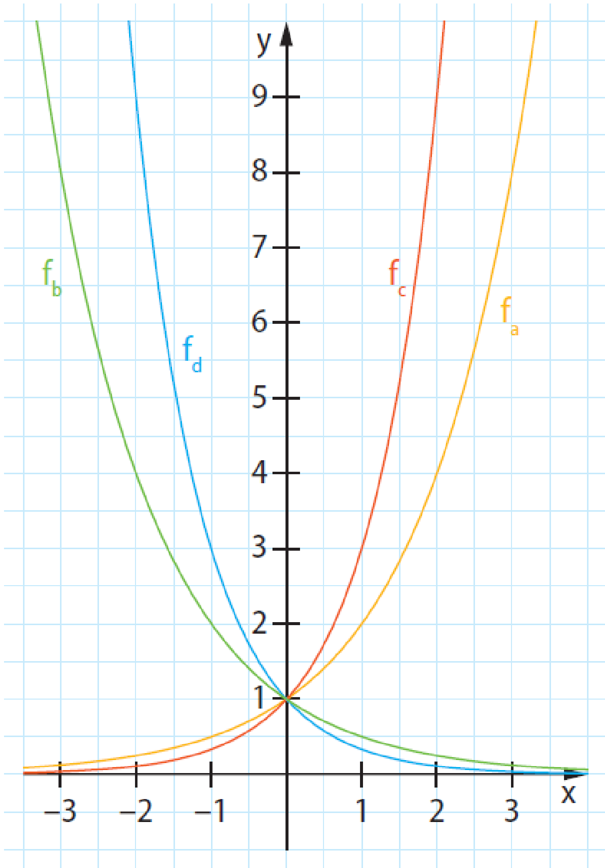

Abbildung 1: Beispiele für Exponentialfunktionen mit steigendem Verlauf ($f_a(x) = 2^x$; $f_c(x) = 3^x$) und fallendem Verlauf ($f_b(x) = (1/2)^x$; $f_d(x) = (1/3)^x$) (nach Adam & Kleine, 2018, S. 122)

Weitere wichtige Kennwerte einer Exponentialfunktion sind die sogenannte Verdopplungszeit beim exponentiellen Wachstum bzw. die Halbwertszeit beim exponentiellen Zerfall. Verdopplungszeit bedeutet, nach wie vielen Schritten von x sich die zugeordneten Funktionswerte verdoppeln. Entsprechendes gilt für eine Halbwertszeit: nach wie vielen Schritten sich die ursprünglichen Funktionswerte halbieren. Für $f_a(x) = 2^x$ ist die Verdopplung nach 1 weiter gegeben, für $f_c(x) = 3^x$ nach etwa 0,6 weiter.

Jetzt stellt sich die Frage, wie diese Grundlagen einer Exponentialfunktion einen Beitrag zu einer demokratischen Meinungsbildung leisten können. Dazu soll im Folgenden die Diskussion im Zusammenhang mit einer Virusverbreitung genutzt werden, um den Beitrag einer mathematischen Grundbildung zu illustrieren. Dafür lassen sich die dargelegten fachlichen Strukturen in Bezug auf die Ausbreitung eines Virus im Sinne einer Anwendungsorientierung nach Winter wie folgt nutzen: Zunächst einmal können wir die Ausbreitung eines Virus in zwei Bereichen mithilfe einer Exponentialfunktion modellieren.

(1) Die individuelle Ausbreitung des Virus in einem Menschen. Ausgehend von einer geringen Anzahl an Viren wird sich die Anzahl fortwährend in einem bestimmten Zeitintervall vervielfachen. Auch wenn wir als Laien diesen Faktor nicht kennen, so können wir doch aus der Kenntnis eines exponentiellen Verlaufs folgende Schlussfolgerung ziehen: Wenn sich aus der Anzahl der Viren ein Krankheitsverlauf ergibt und dazu ein bestimmter Schwellenwert notwendig ist, dann wird – egal welcher Schwellenwert notwendig ist – ein solcher Schwellenwert ohne Gegenmaßnahmen irgendwann überschritten. Das Modell des exponentiellen Wachstums kennt keine Grenze. Jeglicher Krankheitsverlauf wird immer mit einer bestimmten zeitlichen Verzögerung sichtbar werden. Um einen Schwellenwert zu übersteigen, wird eine bestimmte Anzahl von Vervielfachungsschritten benötigt. Dieses Phänomen beobachten wir auch bei viralen Ausbreitungen: Bei einer Infektion wird nur eine relativ geringe Anzahl an Viren übertragen. Wenn Krankheitssymptome sichtbar sind, dann wird es eine zeitliche Verzögerung zum Zeitpunkt der Infektion geben. Darüber hinaus kann es durch eine weitere Vervielfachung der Virenanzahl dazu kommen, dass Krankheitsverläufe bedrohlich verlaufen. Dieser Anstieg wiederum ist ebenfalls entsprechend eines exponentiellen Verlaufs zeitlich verzögert zu dem Ausbrechen von Krankheitssymptomen. Mathematisch würden wir sagen: $f(x_2) > f(x_1)$ für $x_2 > x_1$. Das bedeutet, der Schwellenwert $f(x_2)$ für einen bedrohlichen Krankheitsverlauf ist größer als der Schwellenwert $f(x_1)$ für erste Krankheitssymptome, sodass der Zeitpunkt x_2 für den bedrohlichen Verlauf später liegt als der Zeitpunkt x_1 für die Krankheitssymptome. Somit ist bei viralen Maßnahmen auf Grundlage des mathematischen Modells zu bedenken, dass es zu einer zeitlichen Verzögerung kommt, bis infizierte Personen beispielsweise eine medizinische Behandlung benötigen.

(2) Die Ausbreitung des Virus auf verschiedene Menschen kann ebenfalls mit einer Exponentialfunktion modelliert werden. Ein Infektionsträger kann viele Menschen anstecken, die wiederum als Infektionsträger viele weitere Personen anstecken. Jeder Infizierte kann dabei Ausgangspunkt für weitere Infektionen sein. Steckt beispielsweise ein Infektionsträger an einem Tag eine weitere Person an, dann hat man am Ende des ersten Tages zwei Infizierte. Diese stecken am nächsten Tag wieder jeder eine weitere Person an, sodass man am Ende des zweiten Tages vier Infizierte hat, am Ende des dritten Tages acht Infizierte usw. Die Kenntnis einer Exponentialfunktion lässt uns nun erahnen, dass theoretisch bei einem solchen Verlauf ohne Einschränkungen irgendwann jede Person einer Gesellschaft als infizierte erfasst wird, denn jede Zahl wird von einer Exponentialfunktion überschritten, wenn der Vervielfachungsfaktor größer als 1 ist (in unserem Beispiel ist er pro Tag bei 2). Gelingt es jedoch, den Vervielfachungsfaktor unter 1 zu senken, dann geht die Exponentialfunktion vom exponentiellen Wachstum in den exponentiellen Zerfall, also ins Abklingen über. Aus dem Funktionsgraphen wie f_a in Abbildung 1 wird ein Funktionsgraph wie f_b in derselben Abbildung. Ebenso ist die Verdopplungs- und Halbwertszeit von Interesse: Je größer der Wert der Basis einer exponentiellen Funktion über 1 liegt ist, desto schneller erfolgt die Verdopplung, bzw. je kleiner dieser Wert der Basis einer exponentiellen Funktion zwischen 0 und 1 liegt, desto schneller erfolgt eine Halbierung der Ansteckungszahlen.

Für einen demokratischen Diskurs bedeutet diese Erkenntnis, dass es bei der Ausbreitung eines Virus wichtig ist zu unterscheiden, ob das Infektionsgeschehen exponentiell wächst, also die Anzahl der neu Infizierten von Schritt zu Schritt (z.B. von Tag zu Tag oder von Woche zu Woche) zunimmt, oder ob es weniger wird. Bei einem solchen Verständnis ist es auch grundsätzlich möglich, mathematisch zu beurteilen, weshalb bei Maßnahmen zu einem Virus in der Diskussion in der Corona-Pandemie ein sogenannter R-Wert größer als 1 oder kleiner als 1 von Bedeutung ist. Die Basis einer Exponentialfunktion kann als Maß für die Geschwindigkeit einer Verbreitung bzw. Verringerung interpretiert werden. Es ist darüber hinaus ein Wesen der Exponentialfunktion, dass sich die Vervielfachungen oder Verringerungen zeitlich verzögert auswirken.

Reflektieren wir an diesem Beispiel einmal den Beitrag mathematischer Grundbildung im demokratischen Diskurs: Die Mathematik liefert Modelle, mit denen sich reale Prozesse – in diesem Fall einer Virenverbreitung in einer Gesellschaft – beschreiben lassen. Die Wahl des Modells, also der Exponentialfunktion, beruht auf biologischen Erkenntnissen und beobachteten Daten. Das mathematische Modell soll dabei das Infektionsgeschehen so gut wie möglich modellieren. In der Realität laufen die oben betrachteten exponentiellen Prozesse (1) und (2) parallel ab: Einerseits gibt es die exponentielle Entwicklung der Virenzahl in einem Infizierten mit den entsprechenden zeitlichen Verzögerungen hinsichtlich möglicher Krankheitsverläufe. Andererseits kann auch die Infizierung einer Population mithilfe einer Exponentialfunktion modelliert werden. An dieser Stelle sollte dann der demokratische Diskurs ansetzen, der auf Grundlage dieses mathematischen Modells politische, medizinische oder soziale Maßnahmen aushandelt. Das mathematische Modell bildet somit einen Baustein für die sich anschließende demokratische Auseinandersetzung.

Für ein tieferes Verständnis kann man natürlich weiter betrachten, dass die Modellierung einer uneingeschränkten Ausbreitung eines Virus durch eine Exponentialfunktion in der Realität auf weitere Randbedingungen trifft. Beispielweise kann das exponentielle Wachstum an Grenzen stoßen, wenn ein Infizierter schon auf viele Infizierte trifft und sich dadurch aufgrund der Begrenzung der Population das exponentielle Wachstum reduziert (eine sogenannte „Durchseuchung“ stattgefunden hat). Ebenso kann es nach dem mathematischen Modell niemals zu einer „Ausrottung“ eines Virus kommen, da in dem mathematischen Modell die Funktionswerte niemals Null werden.

In diesem Beispiel sollte ausgehend von einem funktionalen Verständnis die Modellierung realer Phänomene für einen demokratischen Diskurs betrachtet werden. Im folgenden Beispiel sollen Kenntnisse aus der Leitidee Daten und Zufall betrachtet werden, bei denen nicht der Modellierungsprozess im Mittelpunkt steht, sondern für den Bereich der Statistik in einem demokratischen Diskurs mathematische Grundbildung über die mathematische Struktur statistischer Werte und deren Grenzen bei der Einordnung von Fakten notwendig ist.

3 Statistische Werte und ihre Grenzen

Im alltäglichen Leben spielen Kenntnisse über statistische Kennwerte und die Beurteilung statistischer Erhebungen für die Mündigkeit von Bürger*innen eine wichtige Rolle. Ergebnisse von Befragungen und deren Darstellungen sind medial praktisch omnipräsent. Zur mathematischen Grundbildung zählen dabei eindeutig Kenntnisse über das „Lesen“ von und das Wissen über Eigenschaften statistischer Kennwerte (KMK, 2004).

3.1 Das arithmetische Mittel – Ausreißer nicht erwünscht

Das arithmetische Mittel – landläufig auch „Durchschnitt“ genannt – ist als Lagemaß für einen Datensatz *der* Mittelwert jeder Untersuchung, zum Teil sogar unabhängig davon, ob es die Art der erhobenen Daten überhaupt hergeben. Dabei soll als Vorstellung vom Mittelwert die Vorstellung vorherrschen, dass ein Merkmal von Daten gleichmäßig über die Anzahl der Merkmalsträger verteilt wird. Was sich merkwürdig anhört, ist eigentlich einfach erklärbar und soll an einem Beispiel veranschaulicht werden: Wenn in einer Gruppe von (nehmen wir der Einfachheit halber) drei Personen der Betrag in der Geldbörse erfasst wird und die Personen 12 Euro, 15 Euro und 21 Euro angeben, dann lässt sich das arithmetische Mittel durch

$$\bar{x} = \frac{12\text{ €}+15\text{ €}+21\text{ €}}{3} = \frac{48\text{ €}}{3} = 16\text{ €}$$

berechnen. Diese Rechnung bedeutet nichts anderes, als dass man das Geld der drei Personen zusammenwirft (48 €) und dann gleichmäßig auf alle Personen verteilt ($\frac{48\text{ €}}{3}$). Das arithmetische Mittel gibt also den Wert einer Gleichverteilung der kumulierten Werte („Merkmale“) auf die Personen („Merkmalsträger“) an. Doch diese Gleichverteilung macht das arithmetische Mittel auch anfällig für sogenannte Ausreißer: Kommt eine vierte Person hinzu, die – zur einfacheren Illustration – 152 € hat, dann ergibt die Gleichverteilung des arithmetischen Mittels

$$\bar{x} = \frac{12\text{ €}+15\text{ €}+21\text{ €}+152\text{ €}}{3} = \frac{200\text{ €}}{4} = 50\text{ €}.$$

Man erkennt an dieser Stelle, dass bei drei Personen das arithmetische Mittel innerhalb der Verteilung liegt, der Mittelwert also ein guter Kennwert in dem Beispiel ist. Durch die vierte Person als Ausreißer wird jetzt aber ein deutlich höherer Geldwert bei allen Personen suggeriert, der tatsächlich nur durch eine Person verursacht wird: Das arithmetische Mittel als Kennwert scheint also in diesem Fall nicht so gut die „durchschnittlichen“ Geldbeträge der Personen zu beschreiben, die diese zur Verfügung haben.

Solche Kenntnisse über die Bedeutung und die Grenzen mathematischer Kennwerte sind wichtig zur Einordnung von derartigen Werten in demokratischen Diskussionen wie z.B. sozialen Merkmalen einer Gesellschaft (durchschnittliches Einkommen, durchschnittliche Rente). Die Folge sollte sein, dass neben einfachen Kenndaten wie dem arithmetischen Mittel auch ein umfassenderes Bild, wie die Verteilung von Daten, zu einer mündigen Urteilsbildung gehört. Dieses Bedürfnis, das einer Simplifizierung in einer Meinungsbildung durch einzelne Kennwerte entgegensteht, sollte auch vor einem mathematischen Hintergrund erfolgen.

3.2 Das empirische Gesetz der großen Zahlen – bei Umfragen ganz vorne

Die Darstellung über die Kenntnis der mathematischen Aussagekraft einzelner Daten lässt sich auch in Bezug auf Meinungsumfragen fortsetzen: In den Bildungsstandards (KMK, 2004) wird als ein Element der mathematischen Grundbildung das sogenannte „Empirische Gesetz der großen Zahlen“ aufgeführt. Dieser nicht beweisbare, sondern auf Erfahrung beruhende mathematische Zusammenhang (ja, auch das gibt es!) besagt, dass sich bei „ordentlich durchgeführten voneinander unabhängigen“ Zufallsexperimenten die relative Häufigkeit als ein Schätzwert für die zugrunde gelegte Wahrscheinlichkeit annehmen lässt. Je häufiger dabei ein Zufallsexperiment durchgeführt wird, desto kleiner wird der Schwankungsbereich der relativen Häufigkeit, sodass innerhalb dieses Schwankungsbereichs die „tatsächliche“ Wahrscheinlichkeit liegen muss, die man für das zugrunde gelegte Zufallsexperiment annehmen kann.

Abbildung 2 auf der folgenden Seite illustriert diese typische Sichtweise für einen Münzwurf. Dabei erkennt man, dass bei einer Vielzahl von Versuchsdurchführungen der Schwankungsbereich immer geringer wird und man nun innerhalb dieses Schwankungsbereichs eine Wahrscheinlichkeit annehmen kann. Die Wahrscheinlichkeit wird dabei als ein Maß für die Sicherheit interpretiert, mit der man den Ausgang eines Zufallsexperiments oder das Auftreten von Daten erwartet. In Abbildung 2 wird der Schwankungsbereich durch die schraffierten Linien zunehmend eingeschränkt, in denen sich „zum größten Teil“ die relativen Häufigkeiten befinden. Diese Grundidee, die als ein Teil einer mathematischen Grundbildung in der Sekundarstufe 1 von Schüler*innen erfahren werden soll, fußt dann später in einer vertiefenden Betrachtung im Konzept des Konfidenzintervalls, bei dem der Schwankungsbereich bei zunehmender Anzahl n von Versuchsdurchführungen bzw. der Anzahl n von Daten entsprechend eines $\frac{1}{\sqrt{n}}$-Gesetzes eingeschränkt wird. In Abbildung 2 sollen die schraffierten Linien approximativ diesen $\frac{1}{\sqrt{n}}$-Verlauf darstellen.

Doch was bedeutet diese Erkenntnis im Hinblick auf einen demokratischen Diskurs? Auch ohne die vertiefende Betrachtung des $\frac{1}{\sqrt{n}}$-Gesetzes kann man in Meinungsumfragen im Kleingedruckten oftmals die Schwankungsbreite erkennen, innerhalb derer Aussagen zu einem bestimmten Sachverhalt getätigt werden. Dabei liegt die Schwankungsbreite von Aussagen bei 1.000 befragten Personen mitunter schon bei über ± 3 Prozent. In Meinungsumfragen kann somit die Unterschiedlichkeit zwischen Positionen – wenn beispielsweise von 1.000 befragten Personen 29 Prozent Position A vertreten, 32 Prozent Position B und der Rest Position C – zum größten Teil in dem Schwankungsbereich verschwinden. Denn wenn in der Darstellung angegeben würde, dass Position A mit großer Sicherheit von 26 bis 32 Prozent einer Gesamtheit vertreten wird, Position B von 29 bis 35 Prozent dieser Gesamtheit, dann sieht es mit der Botschaft dieser Aussage weniger klar aus, entspricht aber dem mathematischen Hintergrund für die Darstellung der Ergebnisse.

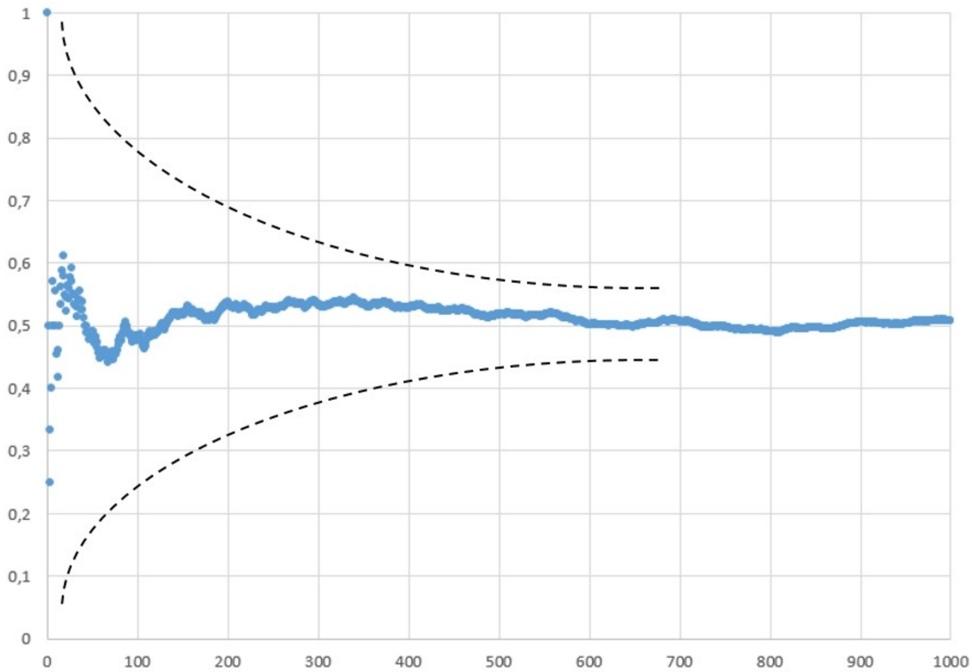

Abbildung 2: Stabilisierung einer relativen Häufigkeit bei zunehmender Durchführung eines Zufallsexperiments bei einem Münzwurf. Dabei wird relative Häufigkeit für das Werfen einer Münzseite über der Anzahl der Versuchsdurchführungen aufgetragen.

4 Fazit

Der Titel dieses Beitrages weist darauf hin, dass mathematische Grundbildung ein Baustein für den Erwerb einer demokratischen Meinungsbildung ist. Mathematische Grundbildung umfasst dabei sowohl Kenntnisse über die Struktur mathematischer Inhalte als auch deren Anwendung. An zwei unterschiedlichen Beispielen sollte illustriert werden, in welchen verschiedenen Bereichen mathematischen Grundbildung dabei wichtig für einen demokratischen Diskurs sein kann: Die Mathematik stellt in vielen Bereichen Modelle zur Verfügung, mit denen reale Phänomene erfasst und strukturiert werden können. Für die Anwendung und Beurteilung dieser mathematischen Modelle ist es wichtig, die fachliche Struktur des zugrunde gelegten Modells sowie dessen Grenzen zu betrachten. Mathematische Grundbildung stellt in der Schule natürlich oftmals nur einfache Modelle in Form von grundlegenden Funktionen zur Verfügung. Diese einfachen Kenntnisse sind jedoch meistens ausreichend für eine Einordnung und für ein Verständnis von verwendeten Modellen, die auf diesen einfachen Grundlagen aufbauen.

Auf der anderen Seite sollte für den Bereich der Leitidee Daten und Zufall gezeigt werden, wie Kenntnisse über mathematische Begriffe und ihre Grenzen auch zur Sensibilisierung für Darstellungen in einem demokratischen Prozess notwendig sind. In einer medialen Welt geht es auch immer um Vereinfachungen von Botschaften. Mathematische Grundbildung bedeutet dabei auch, die Grenzen solcher Vereinfachungen zu kennen oder sie auch in dem „Kleingedruckten" wahrzunehmen und Darstellungen entsprechend einzuordnen.

Die Mathematik ist stets ein Baustein auf dem Weg zu einer Meinungsbildung und einem demokratischen Diskurs. Sie kann Modelle und Mittel bereitstellen, um Phänomene zu beschreiben und zu beurteilen. Sie ersetzt nicht die demokratische Meinungsbildung, da diese auch auf Interpretationen und Bewertungen beruht. Die Kenntnis mathematischer Grundbildung kann aber helfen, fehlenden Grundlagen für Meinungsbildung und Bewertungen sachliche Argumente entgegenzusetzen. Dann wird der Bildungsauftrag der Mathematik richtig verstanden.

Literatur und Internetquelle

Adam, V., & Kleine, M. (2018). *mathe.logo 10*. Bamberg: C.C. Buchner.

Kleine, M. (2012). *Lernen fördern: Mathematik – Kompetenzorientierter Unterricht in der Sekundarstufe 1*. Seelze: Kallmeyer.

KMK (Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland). (2004). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss*. München: Wolters Kluwer

Weinert, F.E. (2001). Vergleichende Leistungsmessung in Schulen – eine umstrittene Selbstverständlichkeit. In F.E. Weinert (Hrsg.), *Leistungsmessungen in Schulen* (S. 17–31). Weinheim: Beltz.

Winter, H. (1976). Strukturorientierte Bruchrechnung. In H. Winter & E. Wittmann (Hrsg.), *Beiträge zur Mathematikdidaktik. Festschrift für Wilhelm Oehl* (S. 131–165). Hannover: Schroedel.

Winter, H. (1996). Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. *Mitteilungen der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, 4* (2), 35–41. https://doi.org/10.1515/dmvm-1996-0214

Beitragsinformationen

Zitationshinweis:
Kleine, M. (2021). Mathematische Grundbildung als Baustein einer demokratischen Meinungsbildung. *PFLB – PraxisForschungLehrer*innenBildung, 3* (3), 113–121. https://doi.org/10.11576/pflb-4957

Online verfügbar: 29.12.2021

ISSN: 2629-5628