

Zum Nacherfinden.
Konzepte und Materialien für Unterricht und Lehre

Mathematische Problemaufgaben ohne Sprachbarriere

Problemlösen für alle Schüler*innen

Timo Dixel^{1,*} & Alena Witte²

¹ *Bergische Universität Wuppertal*

² *Westfälische Wilhelms-Universität Münster*

* *Kontakt: Bergische Universität Wuppertal,
Fakultät für Mathematik und Naturwissenschaften,
Arbeitsgruppe Didaktik und Geschichte der Mathematik,
Gaußstraße 20, 42119 Wuppertal
dixel@uni-wuppertal.de*

Zusammenfassung: Im Kontext der Diskussion um inklusiven Mathematikunterricht gerät die Frage nach guten Aufgaben, zu denen möglichst viele Kinder einen Zugang finden, verstärkt in den Mittelpunkt. Um Kindern, die Schwierigkeiten beim Lesen von Aufgabentexten aufweisen, ebenfalls einen Zugang zu klassischen Problemaufgaben aus der Mathematik zu ermöglichen, haben wir diese so adaptiert, dass das Lesen eines Aufgabentextes keine Voraussetzung für das Lösen der Aufgabe mehr darstellt. Der Prozess der Adaption wird hier konkret an einem exemplarischen Beispiel erläutert, es wird die Erprobung mit Kindern betrachtet, und es werden Schlussfolgerungen für die weitere Aufgabenadaption abgeleitet.

Schlagwörter: Problemlösen, Sprachbarriere, Knobelaufgabe, Mathematikunterricht



1 Einleitung

Aufgaben spielen im Schulunterricht eine große Rolle; dies gilt ebenso für den Mathematikunterricht. Die Entwicklung und Erforschung von Aufgaben ist ein Kerngebiet der Mathematikdidaktik. Schon seit längerer Zeit werden Diskussionen darüber geführt, was eigentlich *gute* Aufgaben auszeichnet. So konstatiert etwa Ruwisch (2003), dass gute Aufgaben Problemaufgaben mit Herausforderungen jenseits einfacher Routine seien und Einsichten in mathematische Strukturen und Gesetze anregen. Mit der Zuwendung der Didaktik des Mathematikunterrichts zu inklusionsbezogenen Themen rückt zudem verstärkt die Frage in den Mittelpunkt, wie Aufgaben so gestaltet werden können, dass sie nicht nur im oben genannten Sinne *gut* sind, sondern gleichzeitig möglichst viele Kinder zu ihnen einen Zugang finden und von ihnen profitieren können (z.B. Benölken, Berliner & Veber, 2018). In der wissenschaftlichen Diskussion wurde vor allem an das mathematikdidaktische Schlüsselkonzept der natürlichen Differenzierung (Krauthausen & Scherer, 2016) angeknüpft. Die Kinder differenzieren diese offenen Aufgaben von sich aus, folglich auf *natürliche* Weise (s.u.). Auffällig ist, dass Kinder, die über die sprachlich-textliche Ebene den Zugang zu Problemaufgaben nicht finden können, in solchen Formaten häufig noch nicht mitgedacht sind. Auf dieses Desiderat aufbauend haben wir den Versuch unternommen, klassische Problemaufgaben aus der Mathematik so anzupassen, dass sie für Kinder, die entweder noch kein Deutsch sprechen oder Schwierigkeiten beim Lesen aufweisen, zugänglich werden.

2 Didaktischer Kommentar

Die vorgestellten Aufgaben zielen nicht auf den Erwerb von Basiskompetenzen wie etwa Zahlbegriffserwerb und Rechenkompetenzen, sondern sollen zum Knobeln und Problemlösen anregen. Für die Lösung dieser Aufgaben bietet sich die Nutzung heuristischer Strategien an, zu denen Käpnick & Benölken (2020) etwa das Anlegen von Skizzen und Tabellen oder das Zerlegen in Teilprobleme zählen. Demgemäß ist es sinnvoll, die vorgeschlagenen Aufgaben hin und wieder einzusetzen, auch um neben dem Problemlösen Motivation und Freude an Mathematik zu fördern. In unseren Erprobungen (s.u.) haben wir das Material für alle Schüler*innen einer Schulklasse eingesetzt, damit kein ggf. exkludierender Fokus auf diejenigen Kinder gelegt wird, die gerade noch Deutsch lernen. Besonders für diese Kinder ist es allerdings auch wichtig, ihnen immer wieder Anregungen zum Sprechen, Schreiben und Verstehen von Texten zu bieten, damit sie auch dies lernen. Wir verstehen die Aufgaben insbesondere als Einstieg in solche Lernprozesse, von denen aus man Sprache im Mathematikunterricht thematisieren und üben kann. Eine ausschließliche Nutzung von sprachbarrierefreien Aufgaben erscheint uns nicht zielführend.

Weiterhin ist es für Schulkinder, die diese Art von Problemaufgaben noch nicht kennen – unabhängig davon, ob sie sprachbarrierefrei sind oder nicht –, oftmals herausfordernd, einen möglichen Lösungsweg zu finden. Werden also mathematische Probleme erstmals eingesetzt, empfehlen wir eine gemeinsame Reflexion über mögliche Zugangsweisen, Hilfsmittel und Ergebnisdarstellungen. In weiteren Schritten können diese Hilfestellungen reduziert und schließlich ganz weggelassen werden, sodass die Schüler*innen in ein freies Forschen eintauchen können. Zahlreiche Beispiele zum generellen Einsatz von Problemaufgaben und -feldern sind in Käpnick (2016) oder Benölken et al. (2018) zu finden.

3 Das Material

Bislang haben wir drei verschiedene Problemaufgaben zu Aufgaben ohne Sprachbarriere weiterentwickelt:

- ein Rangierproblem, bei dem mit möglichst wenig Zügen herausgefunden werden soll, wie Autos auf einer engen Straße aneinander vorbeifahren können (s.u.);
- eine kombinatorische Aufgabe, bei der es um die Anzahl möglicher Winteroutfits in verschiedenen Farben geht;
- eine sogenannte „Hühner-und-Kaninchen-Aufgabe“, in der anhand der Anzahl von Tierbeinen festgestellt werden soll, wie viele Hühner und Kaninchen in einem Stall zu finden sind.

Das Material besteht jeweils aus einem Arbeitsblatt, das den Kindern zur Verfügung gestellt wird, sowie aus weiteren Materialien, die als Anschauungsmittel genutzt werden können oder auf den Lösungszustand hinweisen.

Die entwickelten Aufgaben sind im Online-Supplement 1 dargestellt. Im Online-Supplement 2 finden sich darüber hinaus exemplarische Kinderlösungen.

4 Theoretischer Hintergrund

Korff (2015, S. 251) fordert

„non-verbale und nicht-schriftsprachliche Zugänge und damit einhergehende Möglichkeiten des Ausdrucks eigener Denk- und Lösungswege [...] [auszuarbeiten], damit wirklich alle Schüler_innen an einem Austausch über Mathematik – jenseits bloßer Rechenaufgaben – teilnehmen können“.

In der Studie von Dexel (2020) erwiesen sich die *Adaption von Aufgaben und Material* sowie die *Vermittlung eines adäquaten Bildes vom Wesen der Mathematik* zudem als wesentliche Gelingensbedingungen inklusiven Mathematiklernens in der Grundschule. Auf diese Forderungen aufbauend haben wir mathematische Problemaufgaben so adaptiert, dass das Lesen eines Aufgabentextes keine Voraussetzung für das Lösen der Aufgabe mehr darstellte.

Im Allgemeinen – also nicht ausschließlich auf den Bereich der Mathematik bezogen – kann *Problemlösen* nach Hussy (1984, S. 114) als

„das Bestreben, einen gegebenen Zustand (Ausgangszustand, Ist-Zustand) in einen anderen, gewünschten Zustand (Zielzustand, Soll-Zustand) überzuführen [beschrieben werden], wobei es gilt, eine Barriere zu überwinden, die sich zwischen Ausgangs- und Zielzustand befindet. Die Barriere ist dadurch definiert, da[ss] sie die unmittelbare Überführung des Ausgangszustands in den Zielzustand verhindert.“

Eine Problemaufgabe ist demgemäß durch folgende drei Komponenten gekennzeichnet: einen unerwünschten Anfangszustand, einen erwünschten Zielzustand sowie eine Barriere, die die Überführung vom Anfangszustand in den Zielzustand zunächst verhindert (vgl. Edelmann & Wittmann, 2019). Mathematischen Problemaufgaben liegen demgemäß anspruchsvolle mathematische Strukturen zugrunde, sodass vertraute Grundmodelle der Rechenoperationen bzw. Lösungsmuster oder Transferleistungen nicht ohne Weiteres angewandt werden können, um die Aufgabe zu lösen (vgl. Rasch, 2001; Käpnick & Benölken, 2020).

Zur Entwicklung unserer Aufgaben haben wir die insbesondere auf das Konzept der natürlichen Differenzierung zurückgreifenden *substanziellen Problemaufgaben* als Ausgangspunkt genommen. Im Rahmen der natürlichen Differenzierung erfolgt die Differenzierung vom Kind und nicht von der Lehrperson aus. Die Kinder können das Nutzen der Lernmittel, die Wahl der Lösungswege und -darstellungen, die soziale Lernform sowie die Tiefe des Eindringens in das Problemfeld selbst bestimmen. Alle Kinder der

Lerngruppe erhalten zunächst das gleiche offene und komplexe Aufgabenangebot, das sie jeweils entsprechend ihrer individuellen Potenziale und Bedarfe erfolgreich bearbeiten können. Das Aufgabenangebot bietet verschiedene Möglichkeiten zum Mathematiktreiben. Demgemäß wird die Differenzierung insbesondere durch die fachlichen Inhalte ausgelöst (Krauthausen & Scherer, 2016; Käpnick & Benölken, 2020; Käpnick, 2016).

Vorzugsweise eignen sich in Hinsicht auf eine natürliche Differenzierung *offene, substanzreiche Problemaufgaben* als Aufgabenangebot, die folgende Anforderungen erfüllen sollten:

- Enthalten einer reichhaltigen mathematischen Substanz;
- Ermöglichen einer natürlichen Differenzierung vom Kind aus;
- Wecken von Neugier und Interesse;
- Offenheit bzgl. der Kreativität und der Vielfalt möglicher Erkundungen;
- Offenheit bzgl. der Wahl von Lösungswegen, von Hilfsmitteln und der Ergebnisdarstellung;
- Ermöglichen von Anschlussproblemen (Benölken, 2017).

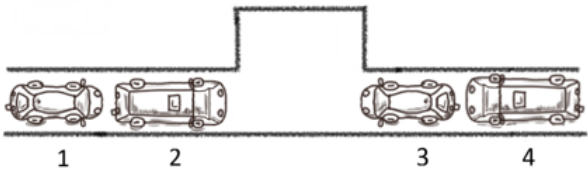
5 Erfahrungen

Im Folgenden soll der Entwicklungsprozess einer sprachbarrierefreien Problemaufgabe dargestellt werden. Die Beschreibung vollzieht sich exemplarisch an der Aufgabe „Rangierprobleme“, die aus dem Band *Mathe für kleine Asse. Klassen 3/4* von Käpnick (2001, S. 135) stammt.

Rangierproblem: Auf der Landstraße

In England sind die Straßen auf dem Lande nicht nur schmal, sondern oft auch von dichten Hecken begrenzt, sodass zwei Autos nicht aneinander vorbei können. Aus diesem Grunde findet man manchmal Ausbuchtungen am Straßenrand, in die ein Wagen ausweichen kann, um einen anderen vorbeizulassen.

An einer solchen Ausbuchtung begegneten sich vier Autos, zwei hintereinander in der einen Richtung, zwei hintereinander in der Gegenrichtung, sodass sich folgende Situation ergibt:



Die vier Fahrer steigen aus, besehen sich die verzwickte Lage, diskutieren sich die Köpfe heiß über eine mögliche Lösung – und plötzlich haben sie's. Wie kommen die vier Fahrer mit möglichst wenigen Bewegungen aneinander vorbei?

Abbildung 1: Ausgangsaufgabe „Rangierprobleme“ (nach Käpnick, 2001, S. 135)

Es wird deutlich, dass die Ausgangsaufgabe das Lesen eines relativ großen Textanteils erfordert, bevor mit dem „eigentlichen“ Lösen der Aufgabe begonnen werden kann.

Demgemäß wurden die Problemaufgaben auf Textbasis zunächst in sprachbarrierefreie Problemaufgaben umgearbeitet (vgl. Abb. 2 auf der folgenden Seite).

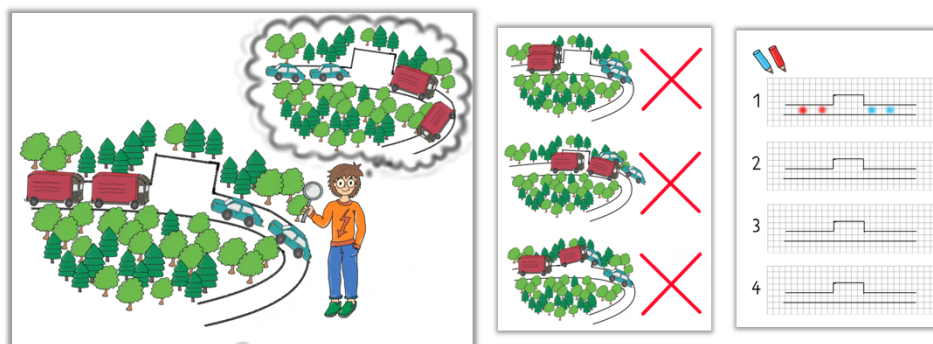


Abbildung 2: Adaption der Aufgabe „Rangierprobleme“

In der Adaption wird auf den Textanteil verzichtet und die Aufgabenstellung lediglich auf der ikonischen Ebene durch grafische Darstellungen ausgedrückt. Die so entstandenen sprachbarrierefreien Problemaufgaben wurden mit sechs Deutsch lernenden Kindern erprobt und die Lösungsprozesse ausgewertet. In der Auswertung mittels Grounded Theory (Strauss & Corbin, 1996) konnte sowohl auf Videografien des Lösungsprozesses als auch auf Feldnotizen und Kinderaufzeichnungen zurückgegriffen werden. Es zeigte sich u.a., dass alle Kinder der mit der Aufgabe verbundenen Aufforderung nachgingen, diese zu lösen – der Zugang zum mathematischen Lerngegenstand war demnach gegeben. Sie kommunizierten ferner über die Aufgabe, setzten sich intensiv mit dieser auseinander und kamen zu Lösungsansätzen. Es stellten sich darüber hinaus jedoch auch vereinzelt verbesserungswürdige Aspekte der Aufgabendarstellung heraus.

Im Anschluss an die Auswertung und Interpretation der empirischen Untersuchungsergebnisse wurden die sprachbarrierefreien Problemaufgaben auf Basis der Erkenntnisse demgemäß erneut modifiziert (vgl. Abb. 3). Hinsichtlich der Aufgabe „Rangierprobleme“ wurde u.a. der Zielzustand der Aufgabe klarer herausgestellt, und die grafischen Darstellungen der Aufgabenstellung sowie der Lösungsdarstellung wurden angeglichen.

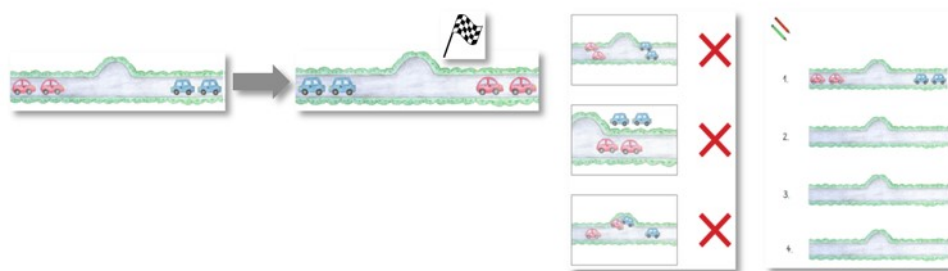


Abbildung 3: Modifikation der Aufgabe „Rangierprobleme“

Anschließend wurden die modifizierten Aufgaben in vier Grundschulklassen des dritten und vierten Jahrgangs mit 87 Kindern erprobt. Für den Einsatz der Aufgaben wurde eine Unterrichtsstunde (45 Minuten) eingeräumt. Die aus dieser Erprobung entstandenen empirischen Daten wurden wiederum mittels Grounded Theory ausgewertet und interpretiert. Es zeigte sich, dass die sprachbarrierefreien Aufgaben einen hohen Aufforderungscharakter haben. Die Schüler*innen fingen unverzüglich an, die Aufgabe (z.B. durch Verschieben von Material) zu lösen, und diskutierten miteinander. Durch die Offenheit in der Wahl der Sozialform wurde zudem ein hoher Grad an Austausch und Kooperation veranlasst. Auch wenn den Kindern Problemaufgaben zumeist unbekannt waren, gelang es ihnen, die Aufgabenstellung zu verstehen, und nahezu alle Kinder fanden zumindest

einen Lösungsansatz.¹ Lediglich einzelne Schüler*innen kamen zu keiner vollständigen Lösung. Da es sich bei dem Rangierproblem allerdings um eine komplexe Problemaufgabe handelt, kann nicht der Anspruch gestellt werden, dass jedes Kind zu einer vollständigen Lösung gelangt. Vielmehr ist die intensive Auseinandersetzung mit dem mathematischen Inhalt und demgemäß der Lösungsprozess bedeutsam, in dem die Schüler*innen sowohl auf der enaktiven als auch auf der ikonischen Ebene arbeiteten. Einzelne Kinder lösten die Aufgaben gemäß der natürlichen Differenzierung tiefgründiger und fanden verschiedene Lösungen und Lösungsdarstellungen. Während manche Kinder den Lösungsweg beispielsweise schrittweise durch verschiedene sich ergebene „Parksituationen“ verdeutlichten, nutzen andere Kinder u.a. Pfeile und Striche, um die Fahrwege zu kennzeichnen. Auch die Darstellung der Autos erfolgte je nach Schüler*in unterschiedlich (z.B. Autos, Punkte, Striche, Nutzen der Schriftsprache).

Der Einsatz der adaptierten Aufgaben ermöglichte demgemäß eine Teilhabe an einer spezifischen mathematischen Tätigkeit, dem Problemlösen (Käpnick & Benölken, 2020). Beim Einsatz in der gesamten Klasse wurde deutlich, dass keine „Besonderung“ derjenigen Kinder stattfand, für die Sprache noch eine Barriere darstellt. Es konnte ferner nachgewiesen werden, dass sich insbesondere durch die Aufgaben ein aktiver und sprachreicher Diskurs entwickelte – ein positiver Nebeneffekt. Denn dies ist unbedingt zu berücksichtigen: Es kann nicht sinnvoll sein, Sprache in Aufgaben dauerhaft zu vermeiden. Die Aufgaben sollen vielmehr dazu dienen, einen ersten Zugang zu mathematischen Denk- und Lernprozessen zu ermöglichen, der in einem nächsten Schritt dazu führt, dass z.B. über kurze Erklärungen, Antwortsätze etc. Sprache genutzt werden kann.

Die Entwicklung weiterer sprachbarrierefreier Aufgaben ist aus unserer Sicht wünschenswert und notwendig. Insgesamt kann von einem Baustein zur Entwicklung eines inklusiven Unterrichts gesprochen werden, der möglichst allen Schüler*innen (mathematische) Bildung ermöglicht.

Literatur und Internetquellen

- Benölken, R. (2017). Mathematikdidaktische Perspektiven auf inklusiven Unterricht. Potenziale von Enrichmentformaten als möglicher Baustein. In C. Fischer, C. Fischer-Ontrup, F. Käpnick, F.-J. Mönks, N. Neuber & C. Solzbacher (Hrsg.), *Potenzialentwicklung. Begabungsförderung. Bildung der Vielfalt. Beiträge aus der Begabungsförderung* (S. 29–43). Münster: Waxmann.
- Benölken, R., Berlinger, N., & Veber, M. (Hrsg.). (2018). *Alle zusammen! Offene, substanzuelle Problemfelder als Gestaltungsbaustein für inklusiven Mathematikunterricht* (Diversität und Inklusion im Kontext mathematischer Lehr-Lern-Prozesse, Bd. 1). Münster: WTM.
- Dexel, T. (2020). *Diversität im Mathematikunterricht der Grundschule. Theoretische Grundlegung und empirische Untersuchungen zu den Gelingensbedingungen inklusiven Mathematiklernens* (Diversität und Inklusion im Kontext mathematischer Lehr-Lern-Prozesse, Bd. 2). Münster: WTM. <https://doi.org/10.37626/GA9783959871341.0>
- Edelmann, W., & Wittmann, S. (2019). *Lernpsychologie* (8., vollst. überarb. Aufl.). Weinheim: Beltz.
- Hussy, W. (1984). *Denkpsychologie*. Stuttgart: Kohlhammer.
- Käpnick, F. (2001). *Mathe für kleine Asse. Klassen 3/4. Band 1*. Berlin: Cornelsen.
- Käpnick, F. (2016). *Verschieden verschiedene Kinder. Inklusives Fördern im Mathematikunterricht der Grundschule*. Seelze: Klett-Kallmeyer.
- Käpnick, F., & Benölken, R. (2020). *Mathematiklernen in der Grundschule* (2. Aufl.). Berlin: Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-60872-2>

¹ Für beispielhafte Lösungsansätze siehe Online-Supplement 2.

- Korff, N. (2015). *Inklusiver Mathematikunterricht in der Primarstufe. Erfahrungen, Perspektiven und Herausforderungen* (Basiswissen Grundschule, Bd. 31). Baltmannsweiler: Schneider Verlag Hohengehren.
- Krauthausen, G., & Scherer, P. (2016). *Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht. Konzepte und Praxisbeispiele aus der Grundschule*. Seelze: Klett-Kallmeyer.
- Rasch, R. (2001). *Zur Arbeit mit problemhaltigen Textaufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule*. Hildesheim: Franzbecker.
- Ruwisch, S. (2003). Gute Aufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule – Einführung. In S. Ruwisch & A. Peter-Koop (Hrsg.), *Gute Aufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule* (S. 5–14). Offenburg: Mildenerger.
- Strauss, A.L., & Corbin, J. (1996). *Grounded Theory. Grundlagen qualitativer Sozialforschung*. Weinheim: Beltz Psychologie Verlags Union.

Beitragsinformationen

Zitationshinweis:

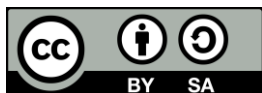
Dexel, T., & Witte, A. (2021). Mathematische Problemaufgaben ohne Sprachbarriere. Problemlösen für alle Schüler*innen. *DiMawe – Die Materialwerkstatt*, 3 (1), 55–61. <https://doi.org/10.11576/dimawe-4808>

Online-Supplements:

- 1) Grafische Darstellung der Aufgaben
- 2) Exemplarische Kinderlösungen

Online verfügbar: 25.10.2021

ISSN: 2629–5598



© Die Autor*innen 2021. Dieser Artikel ist freigegeben unter der Creative-Commons-Lizenz Namensnennung, Weitergabe unter gleichen Bedingungen, Version 4.0 International (CC BY-SA 4.0).
URL: <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/de/legalcode>