Quantitative Bewertung realer Investitionshandlungen im Ausland

Björn D. Wiersdorf

Inaugural – Dissertation
Universität Siegen

Quantitative Bewertung realer Investitionshandlungen im Ausland

Inaugural – Dissertation
zur Erlangung der Doktorwürde
des Fachbereichs Wirtschaftswissenschaften,
Wirtschaftsinformatik und Wirtschaftsrecht
der Universität Siegen

Erstgutachter:
Universitätsprofessor Dr. Bernd Rieper

Zweitgutachter:
Universitätsprofessor Dr. Norbert Krawitz

eingereicht von:
Björn D. Wiersdorf

Siegen, im April 2006
urn:nbn:de:hbz:467-2256

Danksagung

Die vorliegende Arbeit, die ich im Rahmen meiner Tätigkeit als Doktorand am Lehrstuhl für Industriebetriebslehre der Universität Siegen angefertigt habe, ist im Juli 2006 von der dortigen Fakultät für Wirtschaftswissenschaften, Wirtschaftsinformatik und Wirtschaftsrecht als Dissertation angenommen worden.

Ohne die mir in der Entstehungsphase dieser Arbeit zuteil gewordene Unterstützung und Förderung, wäre deren Abschluß nur unter erheblich schwierigeren Bedingungen möglich gewesen. Mein besonderer Dank gilt in diesem Zusammenhang meinem verehrten akademischen Lehrer und Doktorvater, Herrn Universitätsprofessor Dr. Bernd Rieper, der die Bearbeitung des vorliegenden Themas ermöglicht und die Abfassung der Dissertation sowohl durch die Bereitstellung des hierfür erforderlichen Zeitrahmens als auch durch seine ständige Diskussionsbereitschaft in hohem Maße gefördert hat. Letztere werde ich zukünftig sehr vermissen! Für die Übernahme des Zweitgutachtens und der damit verbundenen Mühen danke ich Herrn Universitätsprofessor Dr. Norbert Krawitz ganz herzlich.

Meine Kolleginnen und Kollegen am Lehrstuhl für Industriebetriebslehre, insbesondere Frau Dipl.-Wirtsch.-Ing. Olga Levin und Herr Dipl.-Wirtsch.-Ing. Burkhard Hensel, haben mich in vielen Diskussionen durch wertvolle Anregungen und konstruktive Kritik sowie durch ihre ständige Hilfsbereitschaft nicht nur in fachlicher, sondern auch in persönlicher Hinsicht unterstützt. Dafür bin ich ihnen sehr verbunden. Stellvertretend für unsere studentischen Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter danke ich Frau Dipl.-Kffr. Heike Baltes, Frau Dipl.-Kffr. Svetlana Kouzmina, Herrn Dipl.-Wirtsch.-Ing. Christian Schäfer und Herrn Dipl.-Kfm. Marek Szczygiel für die Beschaffung der von mir gewünschten Zeitschriftenartikel und Monographien sowie die gewissenhafte Überprüfung meiner Eintragungen im Literaturverzeichnis. Zu Dank bin ich darüber hinaus auch Herrn Dipl.-Kfm. Stefan Schlemper verpflichtet, der das von mir aus der Zahlungsbilanzstatistik der Deutschen Bundesbank entnommene Datenmaterial auf dessen Richtigkeit überprüft hat.

Der größte Dank gebührt allerdings meinen lieben Eltern, meiner lieben Frau und meinen lieben Kindern. Sie haben mich während meines bisherigen Lebens unermüdlich unterstützt, waren immer für mich da und haben durch ihre Liebe und ihr Verständnis maßgeblich zum Gelingen der vorliegenden Dissertation beigetragen. Ihnen widme ich diese Arbeit.

Siegen, im Juli 2006 Björn D. Wiersdorf

Inhaltsverzeichnis

Abkürzungsverzeichnis

amerik.	amerikanische(n)[r]{s}
AR	Aktionsraum
Aufl.	Auflage
außereurop.	außereuropäische(n)[r]{s}
Bd.	Band
BMWE	Bruttomarktwerteffekt
BRD	Bundesrepublik Deutschland
bzw.	beziehungsweise
d.h.	das heißt
DI	Direktinvestition(en)
DM	Deutsche Mark
EF	Entscheidungsfeld
EGF	Ergebnisfunktion(en)
EGM	Ergebnismatrix
EM	Entscheidungsmatrix
EP	Entscheidungsproblem(e)
et al.	et alteri
EU	Europäische Union
EUR	Euro
europ.	europäische(n)[r]{s}
EWU	Europäische Währungsunion
f.	(und) folgende (Seite)
ff.	(und) fortfolgende (Seiten)
GE	Gesamteffekt
H.	Heft
HA	Handlungsalternative(n)
hrsg.	herausgegeben

Hrsg.	Herausgeber
IAPO	Intraprojekt Option(en)
IH	Investitionshandlung(en)
Interdep.	Interdependenz(en)
Jg.	Jahrgang
Jr.	Junior
KM	Kapitalmärkte
M&A	Mergers & Acquisitions
MBSC-Modell	Modifiziertes Black/Scholes-Modell
MCRR-Modell	Modifiziertes Cox/Ross/Rubinstein-Modell
MNC	Multi National Corporation
No.	Number
Nr.	Nummer
o.H.	ohne Heftnummer
o.Jg.	ohne Jahrgang
OPEC	Organization of the Petroleum Exporting Countries
PA	Programmalternative(n)
PR	Präferenzrelation(en)
PS	Problemsituation(en)
R&D	Research & Development
RO	Realoption(en)
S.	Seite
sog.	sogenannte(n)[r]{s}
Sp.	Spalte
u.a.	und andere
usw.	und so weiter
VE	Volatilitätseffekt
vgl.	vergleiche
Vol.	Volume
WK	Wechselkurs(e)
w.No.	without Number
ZG	Zielgröße(n)
ZR	Zustandsraum
ZS	Zielsystem
ZZK	Zeit-Zustands-Kombination

Symbolverzeichnis

Die nachstehenden Symbole und die hierzu gegebenen Erläuterungen beziehen sich auf die Ausführungen in den Kapiteln 1, 2, 3, 4 und 5, S. 1 ff., 5 ff., 29 ff., 113 ff. und 267 f.

a_i	Handlungsalternative i
$-a_t$	Wert der Anschaffungsauszahlung am Ende der Periode t
A	Aktionsraum
$\mathcal{A}$	Konstante
b $\{\underline{b}\}$	Argument von $N(\cdot)$ $\{\underline{N}(\cdot)\}$
$B(\cdot)$	Verteilungsfunktion der Binomialverteilung
BKW_0	Bruttokapitalwert einer DI
$BMW(t)$ $\{BMW_{t,j}\}$	Bruttomarktwert einer DI in t {bei Eintritt der ZZK (t,j)}
$\mathcal{B}$	Konstante
c	Konstante
$C(\cdot)$ $[\tilde{C}(\cdot)]$ $\{C_{t,j}$ $[\tilde{C}_{t,j}]\}$	Wert einer europ. [amerik.] Call Option in t {bei Eintritt der ZZK (t,j)}
$\mathcal{COV}[\cdot]$	Funktion der Kovarianz
d	Abwärtsfaktor (Down-Faktor)
e	Handlungsergebnis
E_{ij}	die bei HA i zum Endzustand j führende Ergebnissequenz
$ENMW(\cdot)$ $[\widetilde{ENMW}(\cdot)]$ $\{ENMW_{t,j}$ $[\widetilde{ENMW}_{t,j}]\}$	Erweiterter Nettomarktwert einer DI mit einer exklusiven, nicht verbundenen, aufschiebbaren IAPO europ. [amerik.] Typs in t {bei Eintritt der ZZK (t,j)}
EWR	Index für Europäischer Währungsraum
$\mathcal{E}[\cdot]$	Funktion des Erwartungswerts
f	Index für Sichtweise respektive Währung des Auslands
$f(\cdot)$	näher zu spezifizierende Funktion
$F(\cdot)$	Wert einer nicht näher bezeichneten Option
$g(\cdot)$	Ergebnisfunktion

h	Länge einer Periode je Subperiode
i	Laufindex für die Handlungsalternative, $i = 1, \ldots, I$
IKM	Index für Integrierter Kapitalmarkt
j	Laufindex für den Umweltzustand, $j = 1, \ldots, J_{(t)}$
k	Laufindex für die Zielgröße, $k = 1, \ldots, K$
$K^{I\{A\}}$	Kapitaleinsatz im Inland {Ausland}
ℓ	Anzahl der Aufwärtsbewegungen von BMW_0
m	Anzahl der Subperioden, $m = 1, \ldots, \infty$
$M^{I\{A\}}$	Managementleistung im Inland {Ausland}
$M(t)$ $\{M_{t,j}\}$	sicherer Geldanlage-/Kreditaufnahmebetrag in t {bei Eintritt der ZZK (t,j)}
n	Index für Sichtweise respektive Währung des Inlands
$n_i^\sharp$	Nummer des ersten Endzustands der HA i
n_i	Nummer des letzten Endzustands der HA i
$N(\cdot)$, $\underline{N}(\cdot)$	Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung
NKW_0	Nettokapitalwert einer DI
$NMW(0)$ $\{NMW_0\}$	Nettomarktwert einer DI in $t = 0$ {am Ende von $t = 0$}
$\mathbb{N}$	Menge der natürlichen Zahlen
$p_{0,t,j}$ $\{p_{t-1,t,j}\}$	unbedingte {bedingte} Wahrscheinlichkeit p, daß aus der Sichtweise der Periode $t = 0$ $\{t-1\}$ am Ende der Periode t der Umweltzustand j eintritt
$P(\cdot)$ $[\tilde{P}(\cdot)]$ $\{P_{t,j}$ $[\tilde{P}_{t,j}]\}$	Wert einer europ. [amerik.] Put Option in t {bei Eintritt der ZZK (t,j)}
$q_{0,t,j}$ $\{q_{t-1,t,j}\}$	unbedingte {bedingte} (Pseudo)Wahrscheinlichkeit q, daß aus der Sichtweise der Periode $t = 0$ $\{t-1\}$ am Ende der Periode t der Umweltzustand j eintritt
$Q_{BMW(t)}$ $\{Q_{BMW_{t,j}}\}$	zu kaufender/verkaufender Anteil von $BMW(t)$ $\{BMW_{t,j}\}$
r_a	risikoadjustierter Kalkulationszinsfuß
r_s $\{\hat{r}_s\}$	Zinssatz pro Periode {Subperiode} einer sicheren Geldanlage/Kreditaufnahme
r_t	Zinssatz der Periode t einer sicheren Geldanlage/Kreditaufnahme
$r_{0,t,j}$ $\{r_{t-1,t,j}\}$	unbedingter {bedingter} risikoadjustierter Kalk.zinsfuß
$r_{0,t/\kappa}$ $\{r_{t-1,t/\kappa}\}$	unbedingter {bedingter} Zinssatz einer sicheren Geldanlage/Kreditaufnahme
R_s	Zinssatz einer sicheren Geldanlage/Kreditaufnahme für ein infinitesimal klein wählbares Zeitintervall

R_M	Rendite des Marktportefeuilles
R_{X_1}	Rendite des unsicheren Einzahlungsüberschusses am Ende der Periode 1
SAE	Sicherheitsäquivalent eines unsicheren Einzahlungsüberschusses am Ende der Periode 1
t	Laufindex für einen Zeitpunkt/-raum, $t = (0, [1, \ldots, T)]$
u	Aufwärtsfaktor (Up-Faktor)
$u\,(\cdot)$	näher zu spezifizierende Funktion
$u_\delta(x)$ $\{u_\delta(s-x)\}$	Diracsche Deltafunktion
$u_\delta(\tau, x)$ $\{u_\delta(\tau, s-x)\}$	Dichtefunktion der Normalverteilung
UA	Index für Unterlassungsalternative
$\mathcal{V}\,[\cdot]$	Funktion der Varianz
$\bar{w}_{t,j}$ $\{w_{t,j}\}$	fixer {flexibler} WK bei Eintritt der ZZK (t, j)
$\bar{W}(t)$	standardisierter Wiener-Prozeß
$x_{t,j}$	Einzahlungsüberschuß einer DI bei Eintritt der ZZK (t, j)
y	Index für das Wechselkurssystem, $y \in \{fix, \underline{flex}, \underline{\underline{flex}}\}$
$\mathcal{Y}$	Konstante
z_j	Umweltzustand j
$z_{t-1,t,j}$	bedingte Rendite des Bruttomarktwerts einer DI bei dessen Anstieg (j ungerade) respektive Absinken (j gerade) in der nächsten Periode
Z	Zustandsraum
$ZFLEX(\cdot)$ $[\widetilde{ZFLEX}(\cdot)]$ $\{ZFLEX_{t,j}$ $[\widetilde{ZFLEX}_{t,j}]\}$	Zeitlicher Flexibilitätswert einer DI mit einer exklusiven, nicht verbundenen, aufschiebbaren IAPO europ. [amerik.] Typs in t {bei Eintritt der ZZK (t, j)}
$\mathcal{Z}$	Konstante
α	Parameter des Trends
θ_i	Präferenzwert der Handlungsalternative i
$\hat{\theta}_{ij}$	Präferenzindikator der Ergebnissequenz E_{ij}
$\Theta\,(\cdot)$	Präferenzfunktion, welche die Höhen- und Risikopräferenzrelation eines Entscheidungsträgers widerspiegelt
$\hat{\Theta}\,(\cdot)$	(intertemporale) Präferenzfunktion, welche die Zeitpräferenzrelation eines Entscheidungsträgers widerspiegelt
λ	Marktpreis des Risikos
$\pi_{0,t,j}$ $\{\pi_{t-1,t,j}\}$	unbedingter {bedingter} Preis eines reinen Wertpapiers
σ $\{\sigma^2\}$	Parameter der Standardabweichung {Varianz}

Die nachstehenden Symbole und die hierzu gegebenen Erläuterungen beziehen sich auf die Ausführungen in den Anhängen A und B, S. 271 ff. und 283 ff.

$\mathbf{0}$	Null(zeilen)vektor
$a(\cdot)$	Funktion des Trends
$\mathcal{A}(\cdot)$	Funktion der Autokovarianz
$b(\cdot)$ $\{b^2(\cdot)\}$	Funktion der Standardabweichung {Varianz}
BMW_0	Bruttomarktwert einer DI am Ende der Periode $t = 0$
$\mathcal{COV}[\cdot]$	Funktion der Kovarianz
$\mathcal{E}[\cdot]$	Funktion des Erwartungswerts
$f_J(\cdot)$	Wahrscheinlichkeitsfunktion der Binomialverteilung
$f_X(\cdot)$	Dichtefunktion der Normalverteilung
$F(\cdot)$	näher zu spezifizierende Funktion
$F_J(\cdot)$	Verteilungsfunktion der Binomialverteilung
$F_X(\cdot)$	Verteilungsfunktion der Normalverteilung
i	Laufindex für das Wertpapier, $i = 1, \ldots, 6$ (A.2), $i = 1, \ldots, 7$ (A.3), $i = 1, \ldots, 5$ (A.4)
$\mathcal{I}$	Indexmenge
j	Laufindex für den Umweltzustand, $j = 1, \ldots, J_t$
k_0^i	heute beobachtbarer Marktpreis k von WP^i
$\mathbf{k}^T$	Spaltenvektor von k_0^i
K	Konstante
m_i	Menge (Stückzahl) von WP^i
$\mathbb{N}$	Menge der natürlichen Zahlen
p	Wahrscheinlichkeit für den Eintritt des Ereignisses $\epsilon_t = +1$
$\mathcal{P}$	normiertes endliches Maß, $\mathcal{P}(\Omega) = 1$
q	Wahrscheinlichkeit für den Eintritt des Ereignisses $\epsilon_t = -1$
$\mathbb{R}^1$	Menge der reellen Zahlen
$\mathbb{R}^n$	n-dimensionaler Euklidischer Raum
s, t	Laufindex für einen Zeitpunkt/-raum, $s, t = (0, [1, \ldots, T)]$
$\mathcal{V}[\cdot]$	Funktion der Varianz

$W(t)$	allgemeiner Wiener-Prozeß
$\bar{W}(t)$	standardisierter Wiener-Prozeß
WP^i	Wertpapier i
$x_{t,j}$	Einzahlungsüberschuß einer DI bei Eintritt der ZZK (t, j)
$\hat{x}^i_{t,j}$	indeterministische Zahlungen $\hat{x}_{t,j}$ von WP^i
$\hat{\mathbf{x}}^i$	Zeilenvektor von $\hat{x}^i_{t,j}$
X	stochastischer Prozeß, $X = \{X_t; t \in [t_0, T]\}$
$\mathbf{X}$	Matrix aller $\hat{x}^i_{t,j}$
$\lvert\mathbf{X}\rvert$	Determinante von $\mathbf{X}$
$\mathbf{X}^{-1}$	Inverse von $\mathbf{X}$
$\mathbb{Z}$	Menge der ganzen Zahlen
α	Parameter des Trends
δ	Konstante
ϵ_t	Zufallsvariable mit der Wahrsch.verteilung $\mathcal{P}[\epsilon_t = +1] = p = \mathcal{P}[\epsilon_t = -1] = (1-p) = q = 1/2$ für $t = 1, \ldots, T$
$\zeta(t)$	standardnormalverteilte Zufallsvariable mit $\mathcal{E}[\zeta(t), \zeta(s)] = 0$ für alle $t \neq s \in [t_0, T]$
λ_i	Koeffizient des Wertpapiers i
ξ_t	normalverteilte Zufallsvariable mit $\mathcal{E}[\xi_t] = 0$ und $\mathcal{V}[\xi_t] = \sigma^2$, jeweils für $t = 1, \ldots, T$
$\pi_{0,t,j}$	unbedingter Preis eines reinen Wertpapiers
$\boldsymbol{\pi}$	Zeilenvektor von $\pi_{0,t,j}$
$\boldsymbol{\pi}^T$	Spaltenvektor von $\pi_{0,t,j}$
ρ	Konstante mit $-1 < \rho < 1$
σ $\{\sigma^2\}$	Parameter der Standardabweichung {Varianz}
τ	Parameter der Zeitverschiebung
Ψ	Menge aller beobachtbaren Ereignisse
ω	mögliches Ereignis, das sich bei der Durchführung eines Zufallsexperiments einstellen kann (Elementarereignis)
Ω	Menge aller bei der Durchführung eines Zufallsexperiments möglichen Ereignisse (Menge aller Elementarereignisse)

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Kapitel 1

Einleitung

In den letzten Jahren haben reale Auslandsinvestitionen weltweit erheblich an Bedeutung gewonnen. Diese Aussage läßt sich unter Verwendung des im Kapitel 2.2, S. 9 ff., präsentierten Datenmaterials eindrucksvoll belegen.[1] Auf dieser Grundlage verwundert es nicht, daß reale Investitionshandlungen inländischer (ausländischer) Wirtschaftssubjekte im Ausland (Inland) sowohl in der Betriebswirtschaftslehre als auch in der Volkswirtschaftslehre einen immer bedeutenderen Untersuchungsgegenstand repräsentieren. Betrachtet man beide Teildisziplinen der Wirtschaftswissenschaften zusammen, können positive und normative Ansätze unterschieden werden, wobei erstere bezüglich der Anzahl veröffentlichter wissenschaftlicher Beiträge letztere dominieren.[2] Insofern ist es nicht rat-

---

[1] An dieser Stelle soll ausdrücklich darauf hingewiesen werden, daß zur Untermauerung der eingangs formulierten These ganz bewußt der Zeitraum von 1981 bis 2000 gewählt worden ist. Das läßt sich wie folgt begründen. Zum einen ist ein Betrachtungshorizont von zwanzig Jahren nach der Überzeugung des Verfassers dieser Arbeit grundsätzlich ausreichend, um tendenzielle Aussagen über die Entwicklung grenzüberschreitender Transaktionen im Sinne von Realinvestitionen abzuleiten. Zum anderen sollte aufgrund der mangelnden Aktualität der publizierten Daten, die im wesentlichen aus dem nicht kooperativen Verhalten inländischer (ausländischer) Wirtschaftssubjekte bei der Meldung ihrer Kapitaltransfers in das Ausland (Inland) und, damit eng verbunden, dem von einem Herausgeber amtlicher Statistiken mehr oder weniger gezwungenermaßen begangenen Prognosefehler durch die Extrapolation vergangener Transfervolumina in die Gegenwart beziehungsweise Zukunft resultiert, ein zeitlicher Vorlauf von fünf Jahren eingehalten werden. Dadurch läßt sich vermeiden, daß die aus zurückliegenden Jahren verwendeten Daten im nachhinein erheblich nach oben oder unten zu korrigieren sind.

[2] Vgl. zu diesen Ansätzen insbesondere Adam-Müller, A. F. A. (1995); Bell, G. K. (1995); Blohm, H., Lüder, K. (1995), S. 225 ff.; Boddewyn, J. J. (1985); Braun, G. (1988); Breuer, W. (2001), S. 290 ff.; Breuer, W. (2002), S. 261 ff.; Broll, U., Wahl, J. (1992); Broll, U., Zilcha, I. (1992); Busse von Colbe, W., Laßmann, G. (1990), S. 86 ff.; Calvet, A. L. (1981); Campa, J. M. (1993); Dunning, J. H. (1981); Ethier, W. J. (1986); Faßbender, E., Killat, G. (1996); Gann, J. (1996); Götze, U., Bloech, J. (2004), S. 144 ff.; Hummel, B. (1997); Jahrreiß, W. (1984); Jungmittag, A. (1996); Kersch, A. (1987); Kolbe, C. (1989); Lessard, D. R. (1981); Lüning, J. (1992); Mehra, R. (1978); Mrotzek, R. (1989); Pfaffermayr, M. (1996); Pott, P. (1983); Rich, G. (1980); Schäfer, T. (1995); Schulte-Mattler, H. (1988); Stehn, J. (1992); Stein, I. (1998); Tesch, P. (1980); Thomas, J., Worrall, T. (1994); Welge, M. K., Holtbrügge, D. (2003), S. 51 ff.; Werner, T. (2001); Zelgert, J. E. (1993).

sam, dieses Mißverhältnis noch weiter in die Richtung positiver Ansätze zu verschieben. Diesem Gedanken Rechnung tragend, stellt die quantitative Bewertung realer Investitionshandlungen im Ausland das Untersuchungsobjekt der vorliegenden Arbeit dar. Das erscheint umso mehr angebracht, als in einer Vielzahl national und international publizierter Beiträge zur Beurteilung von Auslandsinvestitionen deren Bewertung nur sehr rudimentär vorgenommen wird. Obwohl die Gründe hierfür vielfältig sind, läßt sich ein besonders wichtiger Aspekt anführen: die selektive, teilweise auch kombinierte Verwendung der in der Literatur zur traditionellen Investitionsplanung für die Beurteilung nationaler Investitionshandlungen empfohlenen Rechenverfahren und deren Übertragung auf grenzüberschreitende Transaktionen. Dadurch werden die mit vielen Auslandsinvestitionen verbundenen zusätzlichen Wahl- und Handlungsmöglichkeiten (Realoptionen) im allgemeinen ignoriert, zumindest jedoch falsch quantifiziert. Nach der Überzeugung des Verfassers dieser Arbeit können nämlich reale Investitionshandlungen im Ausland nur auf der Basis der um kapitalmarkttheoretische Aspekte erweiterten praktisch-normativen Entscheidungstheorie adäquat beurteilt werden. Durch diese Erweiterung resultieren in der Unternehmenspraxis indeterministische dynamische Entscheidungsmodelle mit kapitalmarkttheoretischen Zielfunktionen und aus der praktisch-normativen Entscheidungstheorie bekannten Entscheidungsfeldern, deren Lösung die Anwendung relativ anspruchsvoller mathematischer Verfahren notwendig macht.

Vor dem Hintergrund der bisherigen Ausführungen läßt sich für die nachstehende Untersuchung folgende Zielsetzung benennen: Entwicklung eines theoretisch fundierten, in sich widerspruchsfreien Vorschlags zur marktobjektivierten, von den subjektiven Zeit- und Risikopräferenzen des Entscheidungsträgers unabhängigen Bewertung realer Investitionshandlungen im Ausland, wenn mit letzteren im einfachsten Fall keine und in einem komplizierteren Fall sehr wohl zusätzliche Wahl- und Handlungsmöglichkeiten im Sinne von Realoptionen verbunden sind. Um dieses Ziel zu erreichen, ist es zunächst sinnvoll, den Terminus der realen Investitionshandlung im Ausland näher zu spezifizieren und sich über die empirische Relevanz derartiger Handlungen zu informieren [Kapitel 2, S. 5 ff.]. Das kann durch die Einführung des Begriffs der Direktinvestition, die Betrachtung spezifischer Formen und Typen von Direktinvestitionen sowie die Analyse der Entwicklung deutscher (ausländischer) Direktinvestitionen im Ausland (in Deutschland) über einen längeren Zeitraum gewährleistet werden. Darauf aufbauend lassen sich die Grundlagen zur quantitativen Bewertung derartiger Investitionen ohne die Berücksichtigung zusätzlicher Wahl- und Handlungsmöglichkeiten im Sinne von Realoptionen erarbeiten [Kapitel 3, S. 29 ff.], indem die wichtigsten Voraussetzungen einer kapitalmarktorientierten Evaluation von Direktinvestitionen illustriert und reale Investitionshandlungen im Ausland als gutstrukturierte, eine Zielsetzung umfassende, mehrperiodige Einzelentscheidungsprobleme bei Unsicherheit aufgefaßt werden sowie ein in die Phasen der Problemstellung, Suche, Bewertung und Entscheidung unterteilter Vorschlag zur Lösung vorstehender Entscheidungs- und damit auch Bewertungsprobleme entwickelt wird. Auf diesem Fundament kann durch die

Konzentration der nachstehenden Untersuchung auf die Bewertungsphase sowie die Beantwortung der Frage, wie sich die im Kapitel 3 erarbeiteten Resultate durch die Berücksichtigung zusätzlicher Wahl- und Handlungsmöglichkeiten (Realoptionen) verändern, eine Ausdehnung der Betrachtungsperspektive erfolgen [Kapitel 4, S. 113 ff.]. Hierzu ist in einem ersten Schritt auf die Notwendigkeit der Erweiterung bisher praktizierter Bewertungstechniken um optionstheoretische Überlegungen hinzuweisen, um in einem zweiten Schritt den Begriff der Realoption zu definieren und Möglichkeiten zur Klassifizierung von Realoptionen zu präsentieren. Die in diesem Zusammenhang getroffene Festlegung einer Konzentration der weiteren Analyse auf exklusive, nicht verbundene, aufschiebbare Intraprojekt Optionen manifestiert sich anhand des dritten Schritts. Hier werden nämlich die Grundlagen zur quantitativen Bewertung derartiger Optionen vermittelt. Damit sind alle mathematischen Hilfsmittel vorhanden, um in einem vierten und letzten Schritt die Evaluation von Direktinvestitionen mit inhärenten zeitlichen Flexibilitäten vor dem Hintergrund fixer und flexibler Wechselkurse sowie integrierter Kapitalmärkte vorzunehmen. Aufgrund der Tatsache, daß diese Bewertung untrennbar mit der Erfüllung bestimmter Prämissen verbunden ist, werden in einem Ausblick [Kapitel 5, S. 267 f.] unterschiedliche Möglichkeiten zur Erhöhung der Abbildungsgenauigkeit realer Phänomene mittels Veränderung bestehender Annahmen diskutiert. Dadurch nimmt jedoch die Komplexität der in den Kapiteln 3 und 4 entwickelten Modelle grundsätzlich weiter zu. In einem Mathematischen Anhang werden schließlich zwei für das Verständnis und die Nachvollziehbarkeit dieser Arbeit wichtigen Konzepte respektive Hilfsmittel detailliert erläutert: Zum einen das Konzept der arbitragefreien Bewertung indeterministischer Zahlungsströme auf einem vollständigen, übervollständigen oder unvollständigen Kapitalmarkt [Anhang A, S. 271 ff.] und zum anderen das Hilfsmittel der stochastischen Prozesse [Anhang B, S. 283 ff.]. Beide lassen sich aufgrund ihrer inhaltlichen Geschlossenheit sowohl vor als auch parallel zu der Lektüre der Kapitel 3 und 4 erarbeiten.

Kapitel 2

Direktinvestitionen als Indikator für den Umfang realer Investitionshandlungen im Ausland

2.1 Begriff der Direktinvestition sowie Formen und Typen von Direktinvestitionen

2.1.1 Zum Begriff der Direktinvestition

Die betriebswirtschaftliche Literatur unterscheidet drei Formen der Internationalisierung: Exporte, internationale Technologieverträge (Lizenzvertrag, Franchising) und Direktinvestitionen (Joint Venture, Auslandsniederlassung, Produktionsbetrieb, Tochtergesellschaft).[1] Diese sind in der Abbildung 2.1, S. 6, in Abhängigkeit des Kapitaleinsatzes im Inland/Ausland und der Managementleistungen im Inland/Ausland dargestellt.[2] Da sich die weitere Analyse mit Direktinvestitionen als Form der Internationalisierung (vgl. hierzu den gestrichelten Rahmen in der Abbildung 2.1, S. 6) beschäftigt, müssen zunächst Kriterien festgelegt werden, bei deren Erfüllung zweifelsfrei auf das Vorliegen einer Direktinvestition geschlossen werden kann. Das ist jedoch insofern mit Schwierigkeiten verbunden, als dieser Begriff sowohl in der betriebswirtschaftlichen als auch in der volkswirtschaftlichen Literatur nicht einheitlich verwendet wird.[3]

[1]Vgl. zu dieser Sichtweise und zur Definition der Begriffe des Exports und der internationalen Technologieverträge Meissner, H. G. (1993), Sp. 1873; Perlitz, M. (1993), Sp. 1861. An dieser Stelle soll noch erwähnt werden, daß man internationale Technologieverträge (Direktinvestitionen) auch als Kooperationsformen ohne (mit) Kapitalbeteiligung bezeichnen kann. Vgl. Kumar, B. N. (1989), Sp. 921 ff.

[2]Vgl. Meissner, H. G. (1993), Sp. 1874; Meissner, H. G., Gerber, S. (1980), S. 224.

[3]Vgl. Braun, G. (1988), S. 7 ff.; Büschgen, H. E. (1997), S. 451 ff.; Jahrreiß, W. (1984), S. 25 ff.; Jungmittag, A. (1996), S. 35 f.; Meissner, H. G. (1976), Sp. 69 ff.; Mrotzek, R. (1989), S. 10 ff.; Pausenberger, E. (1980), S. 1022 ff.; Perlitz, M. (2004), S. 89 f.; Stehn, J. (1992), S. 4 f.; Woll, A. (2000), S. 141.

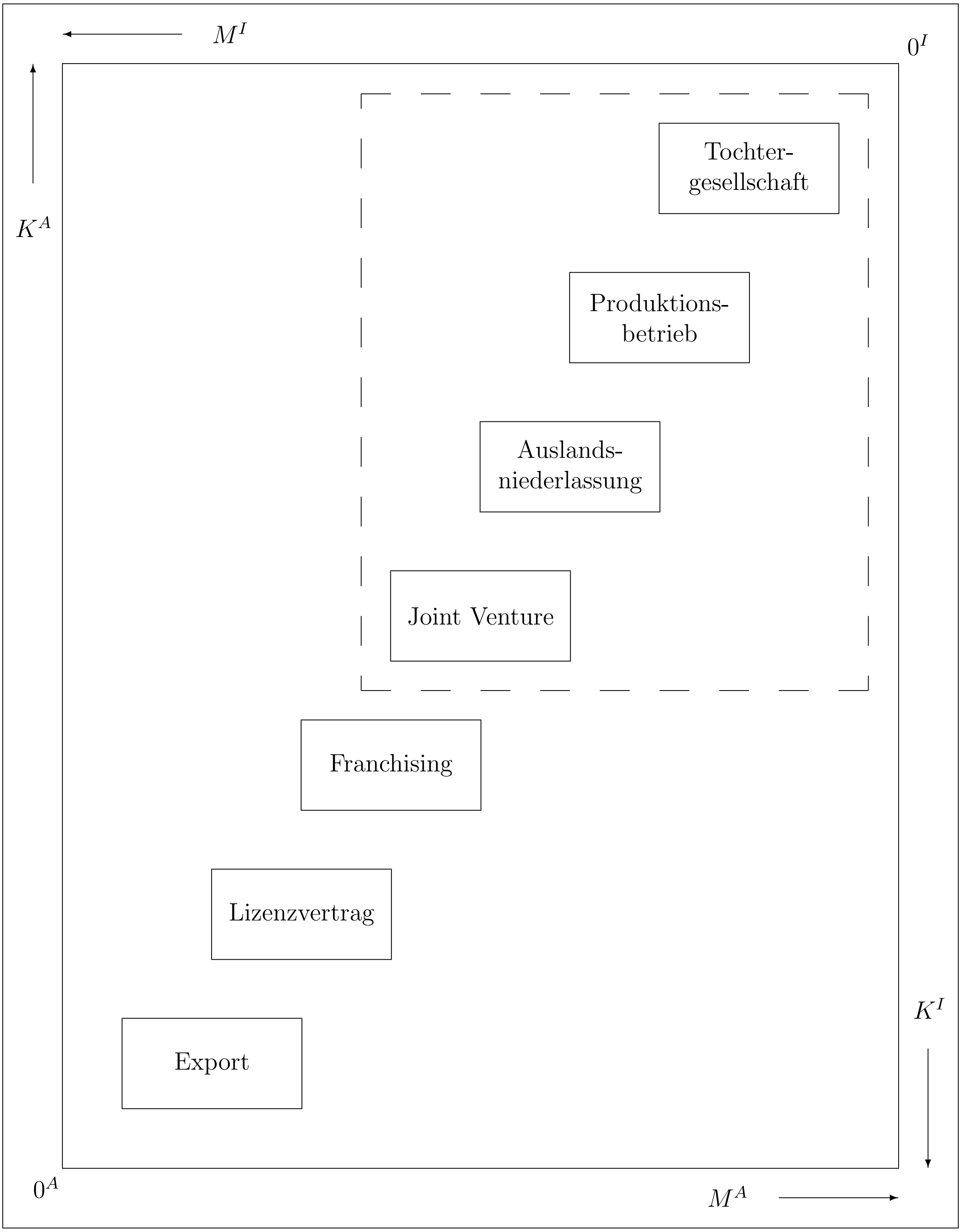

Abbildung 2.1: Formen der Internationalisierung in Abhängigkeit des Kapitaleinsatzes und der Managementleistungen

Legende: K^I (K^A) = Kapitaleinsatz im Inland (Ausland),
M^I (M^A) = Managementleistung im Inland (Ausland).

In der vorliegenden Arbeit umfaßt der Begriff der Direktinvestition eine qualitative und eine quantitative Komponente. Dabei ist zu beachten, daß dieser Terminus nur dann Verwendung findet, wenn beide Komponenten gleichzeitig erfüllt sind. In qualitativer Hinsicht werden alle Kapitalanlagen von Inländern (Ausländern) im Ausland (Inland) unter den Begriff der Direktinvestition subsumiert, wenn sie vor dem Hintergrund erfolgen, die Geschäftstätigkeit des kapitalempfangenden Unternehmens zu beeinflussen respektive einen bereits vorhandenen Einfluß zu verstärken oder, wenn sie getätigt werden, um die Kapitalbasis eines bereits kontrollierten Unternehmens zu erweitern bzw. um ein neues Unternehmen zu gründen.[4] In der Sprache der Zahlungsbilanz handelt es sich bei den vorstehenden Kapitalanlagen von Inländern im Ausland um Kapitalexporte, im umgekehrten Fall um Kapitalimporte, die als Teil der Bilanz des langfristigen Kapitalverkehrs erfaßt werden. Insofern unterscheiden sich Direktinvestitionen von sogenannten Portfolioinvestitionen, bei denen finanzwirtschaftliche Aspekte im Vordergrund stehen, insbesondere durch das Kontrollmotiv.[5] Welche Kapitalbeteiligung erforderlich ist, um dem Kontrollmotiv und somit der quantitativen Komponente Rechnung zu tragen, ist international nicht einheitlich geregelt. Die Deutsche Bundesbank, deren Abgrenzung im folgenden verwendet wird, geht zum Beispiel davon aus, daß eine Direktinvestition sicher vorliegt, wenn die Beteiligung an einem ausländischen Unternehmen mindestens 10 Prozent (bis Ende 1989 mindestens 25 Prozent, von 1990 bis Ende 1998 mehr als 20 Prozent) des Nominalkapitals oder der Stimmrechte beträgt.[6] Demgegenüber setzen die Vereinigten Staaten von Amerika eine direkte oder indirekte Beteiligung (Summe aus Beteiligungskapital, reinvestierten Gewinnen und Nettoforderungen des Investors) an einem ausländischen Unternehmen von mindestens 10 Prozent voraus, um von einer Direktinvestition zu sprechen.[7] Damit wird deutlich, daß die Direktinvestitionen deutscher Investoren im Verhältnis zu jenen amerikanischer Investoren systematisch unterschätzt werden.

2.1.2 Rechts- und Finanzierungsformen von Direktinvestitionen

Im Kapitel 2.1.1, Abbildung 2.1, S. 6, sind die unterschiedlichen Formen der Internationalisierung mittels Direktinvestitionen, auch Rechtsformen von Direktinvestitionen genannt, durch einen gestrichelten Rahmen hervorgehoben worden. Dabei ist zu beachten, daß Direktinvestitionen in der Form des internationalen Joint Venture[8] und der Auslandsnieder-

[4]Vgl. Jungnickel, R. (1989), Sp. 308; Perlitz, M. (1993), Sp. 1864; Woll, A. (2000), S. 141.

[5]Da mit Portfolioinvestitionen eine starke Zins- und Liquiditätsorientierung verbunden sind, ohne dem Kontrollmotiv zu genügen, stellen sie keine Direktinvestitionen dar. Vgl. Perlitz, M. (1993), Sp. 1864.

[6]Vgl. Deutsche Bundesbank (1990), S. 80; Deutsche Bundesbank (2002), S. 48.

[7]Vgl. Jungnickel, R. (1989), Sp. 309.

[8]Unter einem internationalen Joint Venture ist ein Zusammenschluß von mindestens zwei in unterschiedlichen Ländern ansässigen Partnern zu verstehen, „die ihre Mittel und Erfahrungen zum Betrieb eines gemeinsamen Unternehmens einsetzen, das ihnen gemeinsam gehört, das sie gemeinsam kontrollieren und dessen Ergebnisse sie teilen (sog. Equity Joint Venture).“ Hellwig, H.-J. (1989), Sp. 1064.

lassung[9] für die Ausführungen in den Kapiteln 3 und 4 keine Bedeutung haben und deshalb nicht weiter diskutiert werden. Als Begründung für diese Entscheidung läßt sich anführen, daß eine Konzentration auf jene beiden Rechtsformen von Direktinvestitionen vorgenommen werden soll, die den größten Ressourceneinsatz (Sachkapital, Humankapital) im Ausland hervorrufen und damit auch das höchste unternehmerische Risiko beinhalten: der ausländische Produktionsbetrieb und die Tochtergesellschaft im Ausland. Dabei versteht man unter einem ausländischen Produktionsbetrieb ein rechtlich selbständiges Unternehmen, welches sich im Alleineigentum der inländischen Muttergesellschaft befindet und auf die Herstellung von Sach- und/oder Dienstleistungen im Ausland spezialisiert hat, die sowohl im Inland als auch im Ausland abgesetzt werden können. Die zweifellos höchste Stufe der Internationalisierung wird durch die Tochtergesellschaft im Ausland erreicht, die alle Produktions- und Absatzaktivitäten eigenverantwortlich regelt. Sie bezeichnet eine rechtlich selbständige Unternehmung, an der die inländische Muttergesellschaft eine maßgebliche Beteiligung hält und dadurch dem vorstehend genannten Kontrollmotiv genügt. Die ausschließliche Betrachtung von rechtlich selbständigen Unternehmen im Ausland, welche sich entweder im Alleineigentum einer im Inland ansässigen Muttergesellschaft befinden oder zumindest von dieser kontrolliert werden, hat demnach zur Folge, daß für den internationalen Unternehmensverbund die Rechtsform des Konzerns unterstellt wird.

Neben der Wahl einer spezifischen Rechtsform muß sich die im Inland ansässige Muttergesellschaft auch für eine bestimmte Form der Finanzierung ihres direkten Auslandsengagements entscheiden. Hierfür stehen ihr unterschiedliche Möglichkeiten zur Verfügung.[10] Eine durch die Definition des Begriffs der Direktinvestition im Kapitel 2.1.1, S. 7, implizierte und im folgenden als relevant erachtete Finanzierungsform stellt der Transfer des von einer inländischen Muttergesellschaft im Heimatland erwirtschafteten oder beschafften Geld- und/oder Realkapitals an den ausländischen Produktionsbetrieb bzw. die Tochtergesellschaft im Ausland dar. Es ist allerdings auch denkbar, daß die inländische Muttergesellschaft ihren Kapitalbedarf zumindest partiell durch entsprechende Transaktionen im Zielland der Direktinvestition deckt. Hierzu zählen beispielsweise die Aufnahme eines Kredits bei Gläubigern des Ziellands der Direktinvestition, die Emittierung von Anleihen am Kapitalmarkt des Gastlands, die Aufnahme von Kapitalgebern des Ziellands als Gesellschafter respektive Anteilseigner in das noch zu errichtende Unternehmen sowie die Verwendung von bereits im Gastland mit anderen realen Investitionshandlungen erwirtschafteten Gewinnen, Abschreibungsgegenwerten und Pensionsrückstellungen.[11]

[9]Eine Auslandsniederlassung repräsentiert ein rechtlich unselbständiges Unternehmen, das sich im Unterschied zu einem internationalen Joint Venture im Alleineigentum eines im Inland ansässigen Unternehmens befindet und auf den Absatz der im Inland hergestellten Sach- und/oder Dienstleistungen im Ausland spezialisiert hat. Vgl. Schierenbeck, H. (2003a), S. 45.

[10]Vgl. etwa Teneler, T. (1976), S. 39 ff., für eine detaillierte Diskussion der unterschiedlichen Finanzierungsformen von Direktinvestitionen im Ausland.

[11]Vgl. Braun, G. (1988), S. 16; Tesch, P. (1980), S. 55.

2.1.3 Typen von Direktinvestitionen

Zusätzlich zu den im Kapitel 2.1.2, S. 7 f., betrachteten Formen von Direktinvestitionen lassen sich unterschiedliche Typen charakterisieren: horizontale, vertikale und konglomerate Direktinvestitionen.[12] Dabei wird einer Direktinvestition genau dann das Adjektiv horizontal vorangestellt, wenn sie zur Realisierung einer Produktion jener Sach- und/oder Dienstleistungen im Ausland beiträgt, die auch von der kapitalstiftenden inländischen Muttergesellschaft hergestellt werden.

Demgegenüber verbindet man mit dem Begriff der vertikalen Direktinvestition den Sachverhalt, daß sich eine kapitalgebende inländische Muttergesellschaft nur deshalb im Ausland engagiert, weil die dort hergestellten Sach- und/oder Dienstleistungen als Input für die heimische Güterproduktion verwendet werden können (rückwärtsgerichtete vertikale Direktinvestition) oder weil der im Inland erzeugte Output für die ausländische Güterproduktion einen Input darstellt (vorwärtsgerichtete vertikale Direktinvestition).

Konglomerate Direktinvestitionen unterscheiden sich von den beiden vorstehenden Typen insofern, als die durch deren Zustandekommen ermöglichte Auslandsproduktion keinerlei Beziehungen zu den im Inland von der Muttergesellschaft erzeugten Sach- und/oder Dienstleistungen aufweist. Daraus folgt, daß unter diesen Begriff alle Direktinvestitionen subsumiert werden können, die weder horizontal noch vertikal sind.

Abschließend soll noch darauf hingewiesen werden, daß sich die Ausführungen in den Kapiteln 3 und 4 weder explizit noch implizit auf bestimmte Typen von Direktinvestitionen beziehen. Das ist aufgrund des allgemeingültigen Charakters des zu deren Bewertung verwendeten Instrumentariums nämlich nicht erforderlich.

2.2 Entwicklung deutscher Direktinvestitionen im Ausland und ausländischer Direktinvestitionen in Deutschland, 1981-2000

2.2.1 Deutsche Direktinvestitionen im Ausland

In vielen empirischen Studien über Direktinvestitionen wird auf das sogenannte Datenproblem hingewiesen, dessen Existenz sich auf drei Gründe zurückführen läßt: die unterschiedlichen Erhebungsmethoden in den einzelnen Ländern, die mangelnde Aktualität der Daten und das nicht kooperative Verhalten inländischer Unternehmen bei der Meldung ihrer Kapitaltransfers in das Ausland.[13] Deshalb können im folgenden keine Aussagen über den Umfang deutscher (ausländischer) Direktinvestitionen im Ausland (in Deutschland) abgeleitet werden, die nach verschiedenen Rechtsformen und Typen differenziert sind.

[12] Vgl. Braun, G. (1988), S. 18 ff.

[13] Vgl. etwa Hemberger, H. (1974), S. 28 f.; Jahrreiß, W. (1984), S. 26; Linnemann, L. (1993), S. 6.

Betrachtet man zunächst die Entwicklung der gesamten deutschen Direktinvestitionen im Ausland von 1981 bis 2000 auf der Grundlage der Zahlungsbilanzstatistik der Deutschen Bundesbank[14] (vgl. hierzu die Tabellen 2.1 bis 2.4, S. 11 bis 14), so stellt man fest, daß sich diese im Zeitablauf vervielfacht haben. Eine Unterteilung des Betrachtungszeitraums in vier äquidistante Zeitintervalle liefert nämlich das Ergebnis, daß das deutsche Auslandsengagement von 1986 bis 1990 (1991 bis 1995) [1996 bis 2000] um mehr als das 2,4-fache (3,4-fache) [11,6-fache] gegenüber dem Zeitraum von 1981 bis 1985 angestiegen ist. In welchem gigantischen Ausmaß deutsche Direktinvestitionen innerhalb der letzten zwanzig Jahre im Ausland getätigt worden sind, veranschaulichen die absoluten Zahlen (471.798 Millionen EUR): Während sich das deutsche Auslandsengagement im Zeitraum von 1981 bis 1985 auf lediglich 25.462 Millionen EUR summierte, betrug es von 1986 bis 1990 (1991 bis 1995) bereits 61.270 (87.498) Millionen EUR und von 1996 bis 2000 schließlich 297.568 Millionen EUR. Obwohl davon ausgegangen werden muß, daß diese Entwicklung zumindest teilweise durch die im Kapitel 2.1.1, S. 7, erfolgte Änderung der Definition des Begriffs der Direktinvestition im Zeitablauf sowie die Wiedervereinigung im Jahre 1989 verursacht worden ist, zeigen diese Ausführungen dennoch die Bedeutung grenzüberschreitender Transaktionen für deutsche Direktinvestoren.

Darüber hinaus ist auch von Interesse, welche Länder respektive Ländergruppen die größte Anziehungskraft auf deutsche Direktinvestitionen ausgeübt haben. Teilt man die gesamte Welt in drei Gruppen auf, nämlich industrialisierte Länder[15], Entwicklungsländer einschließlich OPEC-Länder[16] sowie Reformländer und sonstige Länder[17], lassen sich

[14]Vgl. Deutsche Bundesbank (1981, 1982, 1983, 1984, 1985, 1986, 1987, 1988, 1989, 1990, 1991, 1992, 1993, 1994, 1995, 1996, 1997, 1998, 1999, 2000, 2001, 2002, 2003, 2004, 2005). Es ist zu beachten, daß die Daten der vorstehenden Publikationen für das Zeitintervall von 1981 bis 1998 in Millionen EUR umgerechnet werden müssen (Umrechnungskurs: 1 DM = 1/1,95583 EUR), da sie in Millionen DM angegeben sind. Rundet man die so erhaltenen Werte kaufmännisch auf volle Millionen EUR, ergeben sich zwangsläufig kleinere Ungenauigkeiten. Diese sind jedoch für die nachstehende Analyse unbedeutend, da lediglich tendenzielle Aussagen angestrebt werden.

[15]Unter den Begriff der industrialisierten Länder werden die EU-Länder, andere europäische Industrieländer und außereuropäische Industrieländer subsumiert. Die EU-Länder lassen sich ihrerseits in EWU-Länder und andere EU-Länder unterteilen. Während die EWU-Länder durch Belgien, (Deutschland), Finnland, Frankreich, Irland, Italien, Luxemburg, die Niederlande, Österreich, Portugal und Spanien [Stand: 31.12.2000] repräsentiert werden, zählen Dänemark, Griechenland, Schweden und das Vereinigte Königreich zu den anderen EU-Ländern. Im Unterschied hierzu werden Norwegen, die Schweiz und die Türkei den anderen europäischen Industrieländern zugerechnet, während Australien, Japan, Kanada und die Vereinigten Staaten von Amerika die wichtigsten außereuropäischen Industrieländer darstellen.

[16]Diese Ländergruppe ergibt sich durch eine Zusammenfassung der in die Regionen Afrika, Amerika sowie Asien und Ozeanien unterteilten Entwicklungsländer (ohne OPEC-Länder) und der OPEC-Länder (Algerien, Indonesien, Irak, Iran, Katar, Kuwait, Libyen, Nigeria, Saudi Arabien, Venezuela, Vereinigte Arabische Emirate).

[17]Zu den Reformländern und sonstigen Ländern zählen die mittel- und osteuropäischen Reformländer (von 1990 bis 2000), die Volksrepublik China (von 1993 bis 2000), Staatshandelsländer (von 1981 bis 1992) und nicht ermittelte Länder (von 1981 bis 2000).

	1981	1982	1983	1984	1985
Alle Länder	5.165	4.100	4.135	4.815	7.247
Industrialisierte Länder	4.089	3.439	3.263	4.020	6.746
EU-Länder	1.396	1.054	930	1.515	1.927
Andere europ. Industrieländer	540	509	285	567	745
Außereurop. Industrieländer	2.153	1.876	2.048	1.938	4.074
Entwicklungsländer einschließlich OPEC-Länder	1.074	660	871	794	468
Reformländer und sonstige Länder	2	1	1	1	33

	1986	1987	1988	1989	1990
Alle Länder	10.378	8.305	10.133	13.532	18.922
Industrialisierte Länder	10.374	7.550	9.899	12.952	18.365
EU-Länder	4.010	2.281	3.622	8.266	12.589
Andere europ. Industrieländer	531	580	996	892	1.813
Außereurop. Industrieländer	5.833	4.689	5.281	3.794	3.963
Entwicklungsländer einschließlich OPEC-Länder	−6	741	189	516	427
Reformländer und sonstige Länder	10	14	45	64	130

Tabelle 2.1: Entwicklung deutscher Direktinvestitionen im Ausland nach Ländergruppen (in Millionen EUR) im Zeitraum von 1981 bis 1985 (obere Tabelle) und von 1986 bis 1990 (untere Tabelle)

	1991	1992	1993	1994	1995
Alle Länder	18.971	14.171	12.331	13.821	28.204
Industrialisierte Länder	17.347	12.792	9.893	10.752	22.687
EU-Länder	12.707	9.671	8.877	7.320	17.784
Andere europ. Industrieländer	1.560	1.512	652	966	1.097
Außereurop. Industrieländer	3.080	1.609	364	2.466	3.806
Entwicklungsländer einschließlich OPEC-Länder	950	446	1.168	1.255	3.115
Reformländer und sonstige Länder	674	933	1.270	1.814	2.402

	1996	1997	1998	1999	2000
Alle Länder	22.736	35.718	82.015	103.056	54.043
Industrialisierte Länder	17.225	28.106	72.102	91.599	37.598
EU-Länder	10.461	13.561	24.439	63.956	7.866
Andere europ. Industrieländer	779	4.019	2.973	372	857
Außereurop. Industrieländer	5.985	10.526	44.690	27.271	28.875
Entwicklungsländer einschließlich OPEC-Länder	2.175	3.565	4.609	5.650	11.549
Reformländer und sonstige Länder	3.336	4.047	5.304	5.807	4.896

Tabelle 2.2: Entwicklung deutscher Direktinvestitionen im Ausland nach Ländergruppen (in Millionen EUR) im Zeitraum von 1991 bis 1995 (obere Tabelle) und von 1996 bis 2000 (untere Tabelle)

	1981	1982	1983	1984	1985
Alle Länder	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
Industrialisierte Länder	79,17	83,88	78,91	83,49	93,09
EU-Länder	27,03	25,71	22,49	31,46	26,59
Andere europ. Industrieländer	10,45	12,41	6,89	11,78	10,28
Außereurop. Industrieländer	41,68	45,76	49,53	40,25	56,22
Entwicklungsländer einschließlich OPEC-Länder	20,79	16,10	21,06	16,49	6,46
Reformländer und sonstige Länder	0,04	0,02	0,02	0,02	0,46

	1986	1987	1988	1989	1990
Alle Länder	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
Industrialisierte Länder	99,96	90,91	97,69	95,71	97,06
EU-Länder	38,64	27,47	35,74	61,08	66,53
Andere europ. Industrieländer	5,12	6,98	9,83	6,59	9,58
Außereurop. Industrieländer	56,21	56,46	52,12	28,04	20,94
Entwicklungsländer einschließlich OPEC-Länder	−0,06	8,92	1,87	3,81	2,26
Reformländer und sonstige Länder	0,10	0,17	0,44	0,47	0,69

Tabelle 2.3: Entwicklung deutscher Direktinvestitionen im Ausland nach Ländergruppen (in Prozentpunkten) im Zeitraum von 1981 bis 1985 (obere Tabelle) und von 1986 bis 1990 (untere Tabelle)

	1991	1992	1993	1994	1995
Alle Länder	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
Industrialisierte Länder	91,44	90,27	80,23	77,79	80,44
EU-Länder	66,98	68,25	71,99	52,96	63,05
Andere europ. Industrieländer	8,22	10,67	5,29	6,99	3,89
Außereurop. Industrieländer	16,24	11,35	2,95	17,84	13,49
Entwicklungsländer einschließlich OPEC-Länder	5,01	3,15	9,47	9,08	11,04
Reformländer und sonstige Länder	3,55	6,58	10,30	13,12	8,52

	1996	1997	1998	1999	2000
Alle Länder	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
Industrialisierte Länder	75,76	78,69	87,91	88,88	69,57
EU-Länder	46,01	37,97	29,80	62,06	14,56
Andere europ. Industrieländer	3,43	11,25	3,62	0,36	1,59
Außereurop. Industrieländer	26,32	29,47	54,49	26,46	53,43
Entwicklungsländer einschließlich OPEC-Länder	9,57	9,98	5,62	5,48	21,37
Reformländer und sonstige Länder	14,67	11,33	6,47	5,63	9,06

Tabelle 2.4: Entwicklung deutscher Direktinvestitionen im Ausland nach Ländergruppen (in Prozentpunkten) im Zeitraum von 1991 bis 1995 (obere Tabelle) und von 1996 bis 2000 (untere Tabelle)

folgende Aussagen ableiten. Über den gesamten Betrachtungszeitraum hinweg sind die industrialisierten Länder die mit Abstand wichtigste Gruppe für deutsche Direktinvestitionen [400.798 Millionen EUR oder 84,95 Prozent der gesamten deutschen Direktinvestitionen im Ausland; Minimalwert: 69,57 Prozent (Jahr 2000), Maximalwert: 99,96 Prozent (Jahr 1986)], gefolgt von den Entwicklungsländern einschließlich der OPEC-Länder [40.216 Millionen EUR oder 8,52 Prozent der gesamten deutschen Direktinvestitionen im Ausland; Minimalwert: −0,06 Prozent (Jahr 1986), Maximalwert: 21,37 Prozent (Jahr 2000)] sowie den Reformländern und sonstigen Ländern [30.784 Millionen EUR oder 6,53 Prozent der gesamten deutschen Direktinvestitionen im Ausland; Minimalwert: 0,02 Prozent (Jahre 1982 bis 1984), Maximalwert: 14,67 Prozent (Jahr 1996)]. Innerhalb der industrialisierten Länder nehmen die EU-Länder [214.232 Millionen EUR oder 45,41 Prozent der gesamten deutschen Direktinvestitionen im Ausland; Minimalwert: 14,56 Prozent (Jahr 2000), Maximalwert: 71,99 Prozent (Jahr 1993)] den ersten Platz ein, während die außereuropäischen Industrieländer [164.321 Millionen EUR oder 34,83 Prozent der gesamten deutschen Direktinvestitionen im Ausland; Minimalwert: 2,95 Prozent (Jahr 1993), Maximalwert: 56,46 Prozent (Jahr 1987)] sowie die anderen europäischen Industrieländer [22.245 Millionen EUR oder 4,71 Prozent der gesamten deutschen Direktinvestitionen im Ausland; Minimalwert: 0,36 Prozent (Jahr 1999), Maximalwert: 12,41 Prozent (Jahr 1982)] die Plätze zwei und drei belegen. In diesem Zusammenhang soll noch auf zwei besonders interessante Sachverhalte hingewiesen werden. Zum einen sind die beiden für deutsche Direktinvestitionen wichtigsten industrialisierten Länder keine EWU-Länder, sondern mit den Vereinigten Staaten von Amerika [147.060 Millionen EUR oder 31,17 Prozent der gesamten deutschen Direktinvestitionen im Ausland; Minimalwert: 5,27 Prozent (Jahr 1993), Maximalwert: 53,29 Prozent (Jahr 1985)] und dem Vereinigten Königreich [58.612 Millionen EUR oder 12,42 Prozent der gesamten deutschen Direktinvestitionen im Ausland; Minimalwert: −18,66 Prozent (Jahr 2000), Maximalwert: 38,98 Prozent (Jahr 1999)] ein außereuropäisches Industrieland und ein anderes EU-Land.[18] Zum anderen ist zu beachten, daß die außereuropäischen Industrieländer von 1981 bis 1988 in jedem Jahr mehr deutsche Direktinvestitionen attrahieren konnten als die EU-Länder (27.892 Millionen EUR gegenüber 16.735 Millionen EUR), während sich diese Tendenz von 1989 bis 1997 vollständig umgekehrt hat (35.593 Millionen EUR gegenüber 101.236 Millionen EUR). Seit 1998 sind wieder die außereuropäischen Industrieländer interessanter für deutsche Direktinvestitionen als die EU-Länder (100.836 Millionen EUR gegenüber 96.261 Millionen EUR).

[18]Diese Ergebnisse lassen sich unter Zuhilfenahme der folgenden Zeitreihen ermitteln. (I) Deutsche DI in den Vereinigten Staaten von Amerika (in Millionen EUR), 1981 bis 2000: 1.668, 1.510, 1.593, 1.519, 3.862, 5.276, 4.255, 4.772, 2.892, 2.611, 2.454, 1.197, 649, 2.007, 3.135, 4.856, 9.618, 43.686, 24.579, 24.921. (II) Deutsche DI im Vereinigten Königreich (in Millionen EUR), 1981 bis 2000: 379, 220, 255, 217, 427, 663, 544, 819, 2.584, 2.992, 1.571, 1.827, 927, 2.001, 5.559, 3.443, 2.442, 1.657, 40.171, −10.086.

2.2.2 Ausländische Direktinvestitionen in Deutschland

Spiegelbildlich zu der Diskussion im Kapitel 2.2.1, S. 9 ff., wird nun die Entwicklung der gesamten ausländischen Direktinvestitionen in Deutschland von 1981 bis 2000 auf der Grundlage der Zahlungsbilanzstatistik der Deutschen Bundesbank[19] (vgl. hierzu die Tabellen 2.5 bis 2.8, S. 17 bis 20) aufgezeigt. Ohne die im vorstehenden Kapitel durchgeführten Berechnungen zu wiederholen, läßt sich konstatieren, daß die meisten der dort getroffenen Aussagen auf den vorliegenden Analyserahmen übertragen werden können und zumindest qualitativ ihre Gültigkeit behalten. So haben sich die gesamten ausländischen Direktinvestitionen in Deutschland von 1986 bis 1990 (1991 bis 1995) [1996 bis 2000] um mehr als das 1,6-fache (1,9-fache) [38,4-fache] gegenüber dem Zeitraum von 1981 bis 1985 erhöht. Ferner stellen die industrialisierten Länder [311.468 Millionen EUR oder 95,97 Prozent der gesamten ausländischen Direktinvestitionen in Deutschland; Minimalwert: (108,12) Prozent (Jahr 1996), Maximalwert: 130,24 Prozent (Jahr 1994)] vor den Entwicklungsländern einschließlich der OPEC-Länder [11.954 Millionen EUR oder 3,68 Prozent der gesamten ausländischen Direktinvestitionen in Deutschland; Minimalwert: −20,80 Prozent (Jahr 1994), Maximalwert: 72,91 Prozent (Jahr 1993)] sowie den Reformländern und sonstigen Ländern [1.141 Millionen EUR oder 0,35 Prozent der gesamten ausländischen Direktinvestitionen in Deutschland; Minimalwert: −9,44 Prozent (Jahr 1994), Maximalwert: 129,56 Prozent (Jahr 1993)] die mit Abstand wichtigste Gruppe ausländischer Direktinvestoren in Deutschland dar. Innerhalb der industrialisierten Länder belegen die EU-Länder [290.459 Millionen EUR oder 89,49 Prozent der gesamten ausländischen Direktinvestitionen in Deutschland; Minimalwert: (36,15) Prozent (Jahr 1996), Maximalwert: 455,67 Prozent (Jahr 1993)] wieder den ersten Platz, während die außereuropäischen Industrieländer [15.411 Millionen EUR oder 4,75 Prozent der gesamten ausländischen Direktinvestitionen in Deutschland; Minimalwert: −703,45 Prozent (Jahr 1993), Maximalwert: 71,66 Prozent (Jahr 1992)] und die anderen europäischen Industrieländer [5.598 Millionen EUR oder 1,73 Prozent der gesamten ausländischen Direktinvestitionen in Deutschland; Minimalwert: −31,95 Prozent (Jahr 1992), Maximalwert: 145,32 Prozent (Jahr 1993)] die Plätze zwei und drei einnehmen.

Gegenüber der im Kapitel 2.2.1 praktizierten Analyse können allerdings zwei bedeutende Unterschiede herausgestellt werden. Einerseits sind die Vereinigten Staaten von Amerika [9.985 Millionen EUR oder 3,08 Prozent der gesamten ausländischen Direktinvestitionen in Deutschland; Minimalwert: −710,19 Prozent (Jahr 1993), Maximalwert: 42,98 Prozent (Jahr 1981)] nicht das wichtigste industrialisierte Land, sondern es ist mit Luxemburg [107.820 Millionen EUR oder 33,22 Prozent der gesamten ausländischen Direktinvestitionen in Deutschland; Minimalwert: −20,32 Prozent (Jahr 1990), Maximalwert: 282,52 Prozent (Jahr 1993)] ein EWU-Land. Auf dem zweiten Platz folgt dann wieder das Vereinigte Königreich [78.415 Millionen EUR oder 24,16 Prozent der gesamten ausländischen

[19] Vgl. Kapitel 2.2.1, Fußnote 14, S. 10.

	1981	1982	1983	1984	1985
Alle Länder	1.405	1.329	2.091	1.612	1.097
Industrialisierte Länder	1.447	1.067	1.843	1.377	733
EU-Länder	456	213	943	991	660
Andere europ. Industrieländer	239	250	24	239	287
Außereurop. Industrieländer	752	604	876	147	−214
Entwicklungsländer einschließlich OPEC-Länder	−52	257	248	229	367
Reformländer und sonstige Länder	10	5	0	6	−3

	1986	1987	1988	1989	1990
Alle Länder	1.136	1.775	1.230	6.450	1.911
Industrialisierte Länder	1.282	1.978	532	6.379	815
EU-Länder	1.257	472	1.481	3.599	794
Andere europ. Industrieländer	200	563	723	693	−141
Außereurop. Industrieländer	−175	943	−1.672	2.087	162
Entwicklungsländer einschließlich OPEC-Länder	−165	−216	681	26	1.092
Reformländer und sonstige Länder	19	13	17	45	4

Tabelle 2.5: Entwicklung ausländischer Direktinvestitionen in Deutschland nach Ländergruppen (in Millionen EUR) im Zeitraum von 1981 bis 1985 (obere Tabelle) und von 1986 bis 1990 (untere Tabelle)

	1991	1992	1993	1994	1995
Alle Länder	3.158	1.934	203	572	8.809
Industrialisierte Länder	2.908	2.018	−208	745	7.566
EU-Länder	1.991	1.250	925	1.919	4.320
Andere europ. Industrieländer	14	−618	295	217	1.192
Außereurop. Industrieländer	903	1.386	−1.428	−1.391	2.054
Entwicklungsländer einschließlich OPEC-Länder	240	−146	148	−119	1.188
Reformländer und sonstige Länder	10	62	263	−54	55

	1996	1997	1998	1999	2000
Alle Länder	−2.094	8.516	19.133	52.508	211.788
Industrialisierte Länder	−2.264	7.336	16.385	50.700	208.829
EU-Länder	−757	5.802	16.201	41.840	206.102
Andere europ. Industrieländer	−623	1.055	−2.925	1.175	2.739
Außereurop. Industrieländer	−884	479	3.109	7.685	−12
Entwicklungsländer einschließlich OPEC-Länder	273	1.031	2.640	1.596	2.636
Reformländer und sonstige Länder	−103	149	108	212	323

Tabelle 2.6: Entwicklung ausländischer Direktinvestitionen in Deutschland nach Ländergruppen (in Millionen EUR) im Zeitraum von 1991 bis 1995 (obere Tabelle) und von 1996 bis 2000 (untere Tabelle)

	1981	1982	1983	1984	1985
Alle Länder	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
Industrialisierte Länder	102,99	80,29	88,14	85,42	66,82
EU-Länder	32,46	16,03	45,10	61,48	60,16
Andere europ. Industrieländer	17,01	18,81	1,15	14,83	26,16
Außereurop. Industrieländer	53,52	45,45	41,89	9,12	−19,51
Entwicklungsländer einschließlich OPEC-Länder	−3,70	19,34	11,86	14,21	33,45
Reformländer und sonstige Länder	0,71	0,38	0,00	0,37	−0,27

	1986	1987	1988	1989	1990
Alle Länder	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
Industrialisierte Länder	112,85	111,44	43,25	98,90	42,65
EU-Länder	110,65	26,59	120,41	55,80	41,55
Andere europ. Industrieländer	17,61	31,72	58,78	10,74	−7,38
Außereurop. Industrieländer	−15,40	53,13	−135,93	32,36	8,48
Entwicklungsländer einschließlich OPEC-Länder	−14,52	−12,17	55,37	0,40	57,14
Reformländer und sonstige Länder	1,67	0,73	1,38	0,70	0,21

Tabelle 2.7: Entwicklung ausländischer Direktinvestitionen in Deutschland nach Ländergruppen (in Prozentpunkten) im Zeitraum von 1981 bis 1985 (obere Tabelle) und von 1986 bis 1990 (untere Tabelle)

	1991	1992	1993	1994	1995
Alle Länder	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
Industrialisierte Länder	92,08	104,34	−102,46	130,24	85,89
EU-Länder	63,05	64,63	455,67	335,49	49,04
Andere europ. Industrieländer	0,44	−31,95	145,32	37,94	13,53
Außereurop. Industrieländer	28,59	71,66	−703,45	−243,18	23,32
Entwicklungsländer einschließlich OPEC-Länder	7,60	−7,55	72,91	−20,80	13,49
Reformländer und sonstige Länder	0,32	3,21	129,56	−9,44	0,62

	1996	1997	1998	1999	2000
Alle Länder	(100,00)	100,00	100,00	100,00	100,00
Industrialisierte Länder	(108,12)	86,14	85,64	96,56	98,60
EU-Länder	(36,15)	68,13	84,68	79,68	97,32
Andere europ. Industrieländer	(29,75)	12,39	−15,29	2,24	1,29
Außereurop. Industrieländer	(42,22)	5,62	16,25	14,64	−0,01
Entwicklungsländer einschließlich OPEC-Länder	(−13,04)	12,11	13,80	3,04	1,24
Reformländer und sonstige Länder	(4,92)	1,75	0,56	0,40	0,15

Tabelle 2.8: Entwicklung ausländischer Direktinvestitionen in Deutschland nach Ländergruppen (in Prozentpunkten) im Zeitraum von 1991 bis 1995 (obere Tabelle) und von 1996 bis 2000 (untere Tabelle)

Direktinvestitionen in Deutschland; Minimalwert: (20,73) Prozent (Jahr 1996), Maximalwert: 413,58 Prozent (Jahr 1993)], ein anderes EU-Land.[20] Andererseits, das verdeutlichen die Zahlenwerte in der Fußnote, bleibt das Auslandsengagement der Vereinigten Staaten von Amerika in den Jahren 1984, 1985, 1986, 1988, 1990, 1991, 1993, 1994 und 2000 erheblich hinter den in Deutschland mittels früherer Direktinvestitionen erwirtschafteten und in den vorstehenden Jahren in das Heimatland transferierten Gewinnen zurück (insgesamt 7.055 Millionen EUR).

2.2.3 Gegenüberstellung der Entwicklung deutscher Direktinvestitionen im Ausland und ausländischer Direktinvestitionen in Deutschland

Stellt man die in den Kapiteln 2.2.1 (2.2.2), S. 9 ff. (S. 16 ff.), diskutierten Entwicklungen deutscher (ausländischer) Direktinvestitionen im Ausland (in Deutschland) einander gegenüber, ergeben sich die Tabellen 2.9 bis 2.12, S. 22 bis 25. Auf dieser Grundlage ist ersichtlich, daß die deutschen Direktinvestitionen im Ausland über den gesamten Betrachtungszeitraum hinweg, mit Ausnahme des letzten Jahres, ein höheres Niveau aufweisen als die ausländischen Direktinvestitionen in Deutschland. Da der über die Jahre 1981 bis 2000 addierte Gesamtsaldo in Höhe von 147.235 Millionen EUR positiv ist, kommt Deutschland für diesen Zeitraum die Position eines Nettogläubigers zu. Dieser Gesamtsaldo läßt sich in folgende Teilsalden aufspalten: Industrialisierte Länder [89.330 Millionen EUR oder 60,67 Prozent des gesamten Saldos zwischen deutschen Direktinvestitionen im Ausland und ausländischen Direktinvestitionen in Deutschland; Minimalwert: (108,55) Prozent (Jahr 2000), Maximalwert: 105,21 Prozent (Jahr 1988)], Reformländer und sonstige Länder [29.643 Millionen EUR oder 20,13 Prozent des gesamten Saldos zwischen deutschen Direktinvestitionen im Ausland und ausländischen Direktinvestitionen in Deutschland; Minimalwert: −0,21 Prozent (Jahr 1981), Maximalwert: 14,33 Prozent (Jahr 1997)] sowie Entwicklungsländer einschließlich OPEC-Länder [28.262 Millionen EUR oder 19,20 Prozent des gesamten Saldos zwischen deutschen Direktinvestitionen im Ausland und ausländischen Direktinvestitionen in Deutschland; Minimalwert: −5,53 Prozent (Jahr 1988), Maximalwert: 30,48 Prozent (Jahr 1983)].

Interessant ist darüber hinaus die Verteilung des den industrialisierten Ländern zugeordneten Teilsaldos auf die EU-Länder, die anderen europäischen Industrieländer und

[20] Die vorstehenden Ergebnisse lassen sich unter Zuhilfenahme der folgenden Zeitreihen ermitteln. (I) DI der Vereinigten Staaten von Amerika in Deutschland (in Millionen EUR), 1981 bis 2000: 604, 412, 648, −40, −500, −344, 530, −1.854, 1.326, −558, −176, 761, −1.443, −1.014, 1.542, 182, 455, 3.423, 7.157, −1.126. (II) DI Luxemburgs in Deutschland (in Millionen EUR), 1981 bis 2000: 35, 121, 246, 140, 40, −85, 5, 14, 70, −388, 279, 108, 574, 140, 83, 251, −199, 88, 7.812, 98.486. (III) DI des Vereinigten Königreichs in Deutschland (in Millionen EUR), 1981 bis 2000: 333, 225, 51, 125, 236, 292, 195, 321, 531, −38, −28, 367, 841, 1.222, 1.068, −434, 1.790, 7.613, 8.439, 55.266.

	1981	1982	1983	1984	1985
Alle Länder	3.760	2.771	2.044	3.203	6.150
Industrialisierte Länder	2.642	2.372	1.420	2.643	6.013
EU-Länder	940	841	−13	524	1.267
Andere europ. Industrieländer	301	259	261	328	458
Außereurop. Industrieländer	1.401	1.272	1.172	1.791	4.288
Entwicklungsländer einschließlich OPEC-Länder	1.126	403	623	565	101
Reformländer und sonstige Länder	−8	−4	1	−5	36

	1986	1987	1988	1989	1990
Alle Länder	9.242	6.530	8.903	7.082	17.011
Industrialisierte Länder	9.092	5.572	9.367	6.573	17.550
EU-Länder	2.753	1.809	2.141	4.667	11.795
Andere europ. Industrieländer	331	17	273	199	1.954
Außereurop. Industrieländer	6.008	3.746	6.953	1.707	3.801
Entwicklungsländer einschließlich OPEC-Länder	159	957	−492	490	−665
Reformländer und sonstige Länder	−9	1	28	19	126

Tabelle 2.9: Entwicklung des Saldos zwischen deutschen Direktinvestitionen im Ausland und ausländischen Direktinvestitionen in Deutschland nach Ländergruppen (in Millionen EUR) im Zeitraum von 1981 bis 1985 (obere Tabelle) und von 1986 bis 1990 (untere Tabelle)

	1991	1992	1993	1994	1995
Alle Länder	15.813	12.237	12.128	13.249	19.395
Industrialisierte Länder	14.439	10.774	10.101	10.007	15.121
EU-Länder	10.716	8.421	7.952	5.401	13.464
Andere europ. Industrieländer	1.546	2.130	357	749	−95
Außereurop. Industrieländer	2.177	223	1.792	3.857	1.752
Entwicklungsländer einschließlich OPEC-Länder	710	592	1.020	1.374	1.927
Reformländer und sonstige Länder	664	871	1.007	1.868	2.347

	1996	1997	1998	1999	2000
Alle Länder	24.830	27.202	62.882	50.548	−157.745
Industrialisierte Länder	19.489	20.770	55.717	40.899	−171.231
EU-Länder	11.218	7.759	8.238	22.116	−198.236
Andere europ. Industrieländer	1.402	2.964	5.898	−803	−1.882
Außereurop. Industrieländer	6.869	10.047	41.581	19.586	28.887
Entwicklungsländer einschließlich OPEC-Länder	1.902	2.534	1.969	4.054	8.913
Reformländer und sonstige Länder	3.439	3.898	5.196	5.595	4.573

Tabelle 2.10: Entwicklung des Saldos zwischen deutschen Direktinvestitionen im Ausland und ausländischen Direktinvestitionen in Deutschland nach Ländergruppen (in Millionen EUR) im Zeitraum von 1991 bis 1995 (obere Tabelle) und von 1996 bis 2000 (untere Tabelle)

	1981	1982	1983	1984	1985
Alle Länder	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
Industrialisierte Länder	70,27	85,60	69,47	82,52	97,77
EU-Länder	25,00	30,35	−0,64	16,36	20,60
Andere europ. Industrieländer	8,01	9,35	12,77	10,24	7,45
Außereurop. Industrieländer	37,26	45,90	57,34	55,92	69,72
Entwicklungsländer einschließlich OPEC-Länder	29,95	14,54	30,48	17,64	1,64
Reformländer und sonstige Länder	−0,21	−0,14	0,05	−0,16	0,59

	1986	1987	1988	1989	1990
Alle Länder	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
Industrialisierte Länder	98,38	85,33	105,21	92,81	103,17
EU-Länder	29,79	27,70	24,05	65,90	69,34
Andere europ. Industrieländer	3,58	0,26	3,07	2,81	11,49
Außereurop. Industrieländer	65,01	57,37	78,10	24,10	22,34
Entwicklungsländer einschließlich OPEC-Länder	1,72	14,66	−5,53	6,92	−3,91
Reformländer und sonstige Länder	−0,10	0,02	0,31	0,27	0,74

Tabelle 2.11: Entwicklung des Saldos zwischen deutschen Direktinvestitionen im Ausland und ausländischen Direktinvestitionen in Deutschland nach Ländergruppen (in Prozentpunkten) im Zeitraum von 1981 bis 1985 (obere Tabelle) und von 1986 bis 1990 (untere Tabelle)

	1991	1992	1993	1994	1995
Alle Länder	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
Industrialisierte Länder	91,31	88,04	83,29	75,53	77,96
EU-Länder	67,77	68,82	65,57	40,77	69,42
Andere europ. Industrieländer	9,78	17,41	2,94	5,65	−0,49
Außereurop. Industrieländer	13,77	1,82	14,78	29,11	9,03
Entwicklungsländer einschließlich OPEC-Länder	4,49	4,84	8,41	10,37	9,94
Reformländer und sonstige Länder	4,20	7,12	8,30	14,10	12,10

	1996	1997	1998	1999	2000
Alle Länder	100,00	100,00	100,00	100,00	(100,00)
Industrialisierte Länder	78,49	76,35	88,61	80,91	(108,55)
EU-Länder	45,18	28,52	13,10	43,75	(125,67)
Andere europ. Industrieländer	5,65	10,90	9,38	−1,59	(1,19)
Außereurop. Industrieländer	27,66	36,93	66,13	38,75	(−18,31)
Entwicklungsländer einschließlich OPEC-Länder	7,66	9,32	3,13	8,02	(−5,65)
Reformländer und sonstige Länder	13,85	14,33	8,26	11,07	(−2,90)

Tabelle 2.12: Entwicklung des Saldos zwischen deutschen Direktinvestitionen im Ausland und ausländischen Direktinvestitionen in Deutschland nach Ländergruppen (in Prozentpunkten) im Zeitraum von 1991 bis 1995 (obere Tabelle) und von 1996 bis 2000 (untere Tabelle)

die außereuropäischen Industrieländer. Es läßt sich nämlich feststellen, daß die außereuropäischen Industrieländer [148.910 Millionen EUR oder 101,14 Prozent des gesamten Saldos zwischen deutschen Direktinvestitionen im Ausland und ausländischen Direktinvestitionen in Deutschland; Minimalwert: 1,82 Prozent (Jahr 1992), Maximalwert: 78,10 Prozent (Jahr 1988)], und hier vor allem die Vereinigten Staaten von Amerika [137.080 Millionen EUR oder 93,10 Prozent des gesamten Saldos zwischen deutschen Direktinvestitionen im Ausland und ausländischen Direktinvestitionen in Deutschland; Minimalwert: 3,57 Prozent (Jahr 1992), Maximalwert: 74,43 Prozent (Jahr 1988)], vor den anderen europäischen Industrieländern [16.647 Millionen EUR oder 11,30 Prozent des gesamten Saldos zwischen deutschen Direktinvestitionen im Ausland und ausländischen Direktinvestitionen in Deutschland; Minimalwert: −1,59 Prozent (Jahr 1999), Maximalwert: 17,41 Prozent (Jahr 1992)] und den EU-Ländern [−76.227 Millionen EUR oder −51,77 Prozent des gesamten Saldos zwischen deutschen Direktinvestitionen im Ausland und ausländischen Direktinvestitionen in Deutschland; Minimalwert: (125,67) Prozent (Jahr 2000), Maximalwert: 69,42 Prozent (Jahr 1995)], und hier vor allem Luxemburg [−84.106 Millionen EUR oder −57,12 Prozent des gesamten Saldos zwischen deutschen Direktinvestitionen im Ausland und ausländischen Direktinvestitionen in Deutschland; Minimalwert: (56,53) Prozent (Jahr 2000), Maximalwert: 13,26 Prozent (Jahr 1992)], die mit Abstand wichtigste Ländergruppe repräsentieren.[21]

2.3 Zusammenfassung

Die wichtigsten der in den Kapiteln 2.1 und 2.2, S. 5 ff. und 9 ff., abgeleiteten Ergebnisse lassen sich wie folgt zusammenfassen. In der betriebswirtschaftlichen Literatur werden drei Formen der Internationalisierung unterschieden: Exporte, internationale Technologieverträge und Direktinvestitionen. Dabei stellen letztere das Untersuchungsobjekt der vorliegenden Arbeit dar. Unter den Begriff der Direktinvestition werden alle Kapitalanlagen von Inländern (Ausländern) im Ausland (Inland) subsumiert, wenn sie vor dem Hintergrund erfolgen, die Geschäftstätigkeit des kapitalempfangenden Unternehmens zu beeinflussen respektive einen bereits vorhandenen Einfluß zu verstärken oder, wenn sie getätigt werden, um die Kapitalbasis eines bereits kontrollierten Unternehmens zu erweitern bzw. um ein neues Unternehmen zu gründen. Das in dieser Definition enthaltene Kontrollmotiv wird auf der Grundlage der Zahlungsbilanzstatistik der Deutschen Bun-

[21] Die vorstehenden Ergebnisse für die Vereinigten Staaten von Amerika und Luxemburg lassen sich unter Zuhilfenahme der folgenden Zeitreihen ermitteln. (I) Saldo zwischen deutschen DI in den Vereinigten Staaten von Amerika und den DI der Vereinigten Staaten von Amerika in Deutschland (in Millionen EUR), 1981 bis 2000: 1.065, 1.098, 945, 1.559, 4.362, 5.620, 3.725, 6.626, 1.566, 3.169, 2.630, 437, 2.093, 3.022, 1.594, 4.674, 9.163, 40.263, 17.422, 26.047. (II) Saldo zwischen deutschen DI in Luxemburg und den DI Luxemburgs in Deutschland (in Millionen EUR), 1981 bis 2000: 191, 123, −180, −59, 110, 254, 195, 317, 679, 1.710, 907, 1.622, 92, 603, 516, 205, 1.900, 1.511, −5.636, −89.166.

desbank genau dann als erfüllt angesehen, wenn die Beteiligung an einem ausländischen Unternehmen mindestens 10 Prozent (bis Ende 1989 mindestens 25 Prozent, von 1990 bis 1998 mehr als 20 Prozent) des Nominalkapitals oder der Stimmrechte beträgt.

Im Rahmen der Analyse direkter Auslandsengagements bietet es sich an, eine Unterscheidung zwischen Rechts- und Finanzierungsformen von Direktinvestitionen vorzunehmen. Das läßt sich wie folgt bewerkstelligen. Direktinvestitionen können grundsätzlich in der Rechtsform des internationalen Joint Venture, der Auslandsniederlassung, des ausländischen Produktionsbetriebs sowie der Tochtergesellschaft im Ausland erfolgen. Da sich die Ausführungen in den Kapiteln 3 und 4 auf jene beiden Rechtsformen konzentrieren sollen, die den größten Ressourceneinsatz (Sachkapital, Humankapital) im Ausland hervorrufen und damit auch das höchste unternehmerische Risiko beinhalten, treten das internationale Joint Venture und die Auslandsniederlassung in ihrer Bedeutung hinter den ausländischen Produktionsbetrieb und die Tochtergesellschaft im Ausland zurück. Neben der Wahl einer spezifischen Rechtsform muß sich der im Inland ansässige Investor auch für eine bestimmte Form der Finanzierung seines direkten Auslandsengagements entscheiden. Unter Berücksichtigung der oben genannten Definition des Begriffs der Direktinvestition ist die naheliegendste und im folgenden unterstellte Finanzierungsform der Transfer des von einem inländischen Investor in seinem Heimatland erwirtschafteten oder beschafften Geld- und/oder Realkapitals an den ausländischen Produktionsbetrieb respektive die Tochtergesellschaft im Ausland.

Von mindestens ebenso großer Bedeutung wie die vorstehenden Erläuterungen ist die Würdigung des in der Zahlungsbilanzstatistik der Deutschen Bundesbank niedergelegten Datenmaterials zu den Direktinvestitionen unterschiedlicher Länder bzw. Ländergruppen im Ausland. Betrachtet man zunächst die Entwicklung deutscher Direktinvestitionen im Ausland von 1981 bis 2000, läßt sich folgendes konstatieren. Über den gesamten Betrachtungszeitraum hinweg ist ein deutlicher Anstieg dieser Größe erkennbar. Dabei üben die industrialisierten Länder vor den Entwicklungsländern einschließlich der OPEC-Länder sowie den Reformländern und sonstigen Ländern die größte Anziehungskraft auf deutsche Direktinvestitionen aus. Innerhalb der industrialisierten Länder belegen die EU-Länder den ersten Platz, während die außereuropäischen Industrieländer sowie die anderen europäischen Industrieländer die Plätze zwei und drei einnehmen. Besonders wichtig ist in diesem Zusammenhang allerdings der Hinweis, daß die beiden für deutsche Direktinvestitionen wichtigsten industrialisierten Länder keine EWU-Länder sind, sondern mit den Vereinigten Staaten von Amerika und dem Vereinigten Königreich ein außereuropäisches Industrieland und ein anderes EU-Land. Betrachtet man stattdessen die Entwicklung ausländischer Direktinvestitionen in Deutschland von 1981 bis 2000, behält ein Großteil dieser Aussagen (zumindest qualitativ) seine Gültigkeit. Korrekturbedarf besteht lediglich darin, daß anstelle der Vereinigten Staaten von Amerika nun Luxemburg, ein EWU-Land, das für ausländische Direktinvestitionen in Deutschland wichtigste industrialisierte Land repräsentiert. Stellt man die beiden zuvor diskutierten Entwicklungen einander gegenüber, lassen sich folgende Aussagen ableiten. Mit Ausnahme des letzten Jahres weisen die deutschen Direktinvestitionen im Ausland ein höheres Niveau auf als die ausländischen Direktinvestitionen in Deutschland. Da der durch die Summation der Teilsalden der jeweiligen Jahre ermittelbare Gesamtsaldo einen positiven Wert besitzt, kann Deutschland für diesen Zeitraum als Nettogläubiger bezeichnet werden. Ordnet man diesen Gesamtsaldo den einzelnen Ländergruppen zu, ergibt sich die nachstehende Reihenfolge: Industrialisierte Länder, Reformländer und sonstige Länder sowie Entwicklungsländer einschließlich OPEC-Länder. Innerhalb der industrialisierten Länder üben die außereuropäischen Industrieländer, und hier vor allem die Vereinigten Staaten von Amerika, vor den anderen europäischen Industrieländern und den EU-Ländern, und hier vor allem Luxemburg, den größten Einfluß auf den gesamten Saldo zwischen deutschen Direktinvestitionen im Ausland und ausländischen Direktinvestitionen in Deutschland aus.

Kapitel 3

Grundlagen zur quantitativen Bewertung von Direktinvestitionen

3.1 Vorbemerkungen

In den nachstehenden Kapiteln wird eine Abgrenzung des Untersuchungsobjekts vorgenommen und darauf aufbauend eine systematische Vorgehensweise zur Beurteilung von Direktinvestitionen präsentiert. Zuvor erfolgt allerdings eine Diskussion jener Sachverhalte, die nach der Ansicht des Verfassers zu einem besseren Verständnis der weiteren Argumentation beitragen.

Der im Kapitel 2.1.1, S. 5 ff., erörterte Begriff der Direktinvestition kann sowohl eine Handlung (die Tätigkeit des Investierens) als auch ein Objekt (das Ergebnis des Investierens) bezeichnen. Da sich die Bewertung von Realinvestitionen im Ausland mit Hilfe des dafür geeigneten Instrumentariums und die sich daran anschließende Entscheidung über die Durchführung oder Unterlassung einer bestimmten Direktinvestition immer auf einzelne Aktionen, auch Handlungsalternativen genannt, beziehen, wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit immer eine Beurteilung dieser Handlungsalternativen vorgenommen. Die Bewertung von Vermögensgegenständen, also Investitionsobjekten, ist von der hier gewählten Betrachtungsweise vollständig zu trennen.[1]

Darüber hinaus ist zu beachten, daß das zentrale Anliegen des Verfassers darin besteht, eine theoretisch fundierte und in sich widerspruchsfreie Bewertung von Direktinvestitionen vorzunehmen. Hierzu sind bestimmte (zugegebenermaßen restriktive) Annahmen erforderlich. Diese sollten den Leser allerdings nicht zu der Schlußfolgerung verleiten, die gewählte Vorgehensweise habe für praktische Anwendungen keine oder nur eine sehr geringe Relevanz. Es wird sich nämlich im Verlauf der weiteren Argumentation zeigen, daß die auf der Grundlage empirischer Untersuchungen von ihren Anwendern als besonders praxistauglich eingestufte Kapitalwertmethode einen Spezialfall der hier vorgeschlagenen

[1] Vgl. hierzu Kruschwitz, L. (2003), S. 3.

Bewertungssystematik repräsentiert.[2]

Um das mit dieser Bewertungssystematik verbundene Theoriegebäude, welches in der einschlägigen Literatur zur Investitions- und Finanzierungstheorie[3] unter dem Begriff moderne (entscheidungsorientierte) Sichtweise bekannt geworden ist, bereits an dieser Stelle etwas näher kennenzulernen und es gegenüber der traditionellen (güterwirtschaftlich orientierten) Sichtweise abzugrenzen, werden vier Fragen formuliert, deren Beantwortung das gewünschte Ergebnis liefert:[4] (I) Welche Aufgaben [Sachziele] haben die Unternehmen in der modernen und in der traditionellen Sichtweise zu erfüllen? (II) Welche Personen und/oder Institutionen fungieren in den beiden Theoriezweigen als Zielträger? (III) Welche Zielinhalte [Formalziele] liegen der modernen und der traditionellen Sichtweise zugrunde? (IV) Worin besteht nach der Ansicht der beiden Theoriezweige das zu lösende Hauptproblem? Wendet man sich zunächst der ersten Fragestellung zu, so läßt

---

[2]In den letzten Jahrzehnten ist weltweit, vor allem aber in den Vereinigten Staaten von Amerika, eine Reihe empirischer Untersuchungen durchgeführt worden, die sich mit der Frage beschäftigt haben, inwiefern die von der Theorie für bestimmte Problemstellungen empfohlenen Verfahren zur Beurteilung von realen Investitionshandlungen in der Praxis tatsächlich Anwendung finden. Unter Berücksichtigung aller dem Verfasser bekannten Analyseergebnisse zu diesem Themenkomplex läßt sich ein wenig überraschendes und für die Theorie sicherlich ernüchterndes Resultat formulieren. Unabhängig von der konkreten Bewertungssituation dominieren in der Praxis eindeutig jene Verfahren, für deren Anwendung relativ wenige theoretische Kenntnisse und Fertigkeiten erforderlich sind. So erfreuen sich die statischen Verfahren der Investitionsrechnung (Kosten-, Gewinn-, Rentabilitäts-, Amortisationsvergleichsrechnung) ebenso wie die traditionellen dynamischen Verfahren (Kapitalwert-, Annuitätenmethode, Methode des internen Zinsfußes), teilweise auch in Kombination angewendet und mit relativ willkürlich festgelegten Zu- und/oder Abschlägen versehen, nach wie vor einer großen Beliebtheit. Vgl. hierzu die Arbeiten von Bavishi, V. B. (1979), (1981); Biergans, E. (1973); Bröer, N., Däumler, K.-D. (1986); Budde, A. (1979); Däumler, K.-D. (2002); Gitman, L. J., Forrester, J. R. Jr. (1977); Grabbe, H.-W. (1976); Hammel, R., Wahls, W. (1979); Honko, J., Virtanen, K. (1975); Klammer, T. P., Walker, M. C. (1984); Krist, H. (1983); Küpper, H.-U., Winckler, B., Zhang, S. (1990); Mao, J. C. T. (1970); Melzer, F. (1977); Moore, J. S., Reichert, A. K. (1983); Oblak, D. J., Helm, R. J. Jr. (1980); Petry, G. H. (1975); Pike, R. H. (1983); Rockley, L. E. (1973); Rosenblatt, M. J., Jucker, J. V. (1979); Schall, L. D., Sundem, G. L., Geijsbeek, W. R. Jr. (1978); Schneider, A. (1976); Staehelin, E. (1998); Stanley, M., Block, S. (1983); Wehrle-Streif, U. (1989); Zischg, K. (2002).

[3]Vgl. Adam, D. (2000); Brealey, R. A., Myers, S. C. (2003); Breuer, W. (1998); Copeland, T. E., Weston, J. F. (2003); Dixit, A. K., Pindyck, R. S. (1994); Drukarczyk, J. (1993); Elton, E. J., Gruber, M. J. et al. (2003); Franke, G., Hax, H. (2004); Ingersoll, J. E. Jr. (1987); Kruschwitz, L. (2003), (2004); Nitzsch, R. von (1997a); Perridon, L., Steiner, M. (2004); Rolfes, B. (2003); Ross, S. A., Westerfield, R. W., Jaffe, J. F. (2005); Schäfer, H. (1999); Schmidt, R. H., Terberger, E. (1997); Schneider, D. (1992); Spremann, K. (1996). Schmidt, R. H., Terberger, E. (1997), S. 9-80, unterscheiden auf der ersten Ebene die traditionelle (güterwirtschaftlich orientierte) von der modernen (entscheidungsorientierten) Sichtweise. Konzentriert man sich ausschließlich auf letztere, lassen sich auf der zweiten Ebene die neoklassische (kapitalmarktorientierte) von der neo-institutionalistischen (institutionenorientierten) Betrachtungsweise unterscheiden. Ohne die Ergebnisse der nachstehenden Ausführungen vorwegzunehmen, sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, daß der vorliegenden Arbeit die neoklassische Sichtweise zugrunde liegt.

[4]Vgl. zum Inhalt dieser Fragen und zu deren Beantwortung insbesondere Schmidt, R. H., Terberger, E. (1997), S. 40-55.

sich konstatieren, daß den Unternehmen innerhalb der modernen Sichtweise die Aufgabe zukommt, die subjektiven Bedürfnisse ausgewählter Wirtschaftssubjekte zu befriedigen. Diese Position ist im Lichte der traditionellen Sichtweise zu egoistisch. Jedes Unternehmen habe nicht individuelle, sondern kollektive (Konsum)Bedürfnisse zu befriedigen und sich am Wohle der Bevölkerung zu orientieren.

Zur inhaltlichen Abgrenzung des vorstehenden Terminus „ausgewählte Wirtschaftssubjekte“ wird nun die zweite Fragestellung betrachtet. Investitions- und Finanzierungsentscheidungen tangieren grundsätzlich eine Reihe unterschiedlicher Personen(gruppen) und/oder Institutionen. So lassen sich zunächst die Kapitalgeber (Eigen- und Fremdkapitalgeber) nennen, die ihrerseits in Einzelunternehmer, Personen- und Kapitalgesellschaften aufgespalten werden können. Darüber hinaus fungiert die Unternehmensleitung als Träger von Entscheidungen über Investitionen und deren Finanzierung. Während das Management in kleinen Unternehmen vielfach die Rolle der Eigenkapitalgeber übernimmt, sind diese beiden Funktionen in großen Kapitalgesellschaften bis auf wenige Ausnahmen strikt voneinander getrennt. Ferner besitzen die Arbeitnehmer, zu denen auch das Management großer Kapitalgesellschaften zählt, ein berechtigtes Interesse daran, daß Investitions- und Finanzierungsentscheidungen im Sinne ihrer eigenen Zielsetzungen getroffen werden. Abschließend dürfen auch die Kunden und Lieferanten des Unternehmens sowie der Staat und die Öffentlichkeit als potentielle Zielträger nicht vergessen werden. Sieht man von dem Spezialfall ab, daß alle vorstehenden Personen(gruppen) und Institutionen die gleichen oder zumindest komplementäre Zielsetzungen verfolgen, dürfte die Konkretisierung der noch zu diskutierenden Zielinhalte in Abhängigkeit der je nach Fragestellung zu berücksichtigenden Gruppen (potentieller) Zielträger unterschiedlich ausfallen. Um das zu vermeiden, ist es erforderlich, eine Entscheidung darüber zu treffen, welche Personen(gruppen) und/oder Institutionen in den Mittelpunkt des Interesses gestellt werden sollen. Im Rahmen der modernen Sichtweise wird diese Entscheidung zugunsten der Investoren und Kapitalgeber getroffen, während in der traditionellen Betrachtungsweise das organisatorische Gebilde „Unternehmen“ (das „Unternehmen an sich“) als Zielträger fungiert.

Vor diesem Hintergrund erscheint die Beantwortung der dritten Fragestellung, welche Zielinhalte (Formalziele), im folgenden nur noch Ziele genannt, den beiden Theoriezweigen zugrunde liegen, unproblematisch. Wie die nachstehenden Ausführungen zeigen werden, ist diese Aussage nicht ohne Einschränkungen zutreffend. Die von den Investoren und Kapitalgebern respektive den „Unternehmen an sich“ (potentiell) verfolgten Ziele, die vereinfacht ausgedrückt deren Wünsche widerspiegeln, lassen sich in die beiden Gruppen der nicht-finanziellen und der finanziellen Ziele unterteilen. Dabei sind das Streben nach einer möglichst großen Macht, Selbstverwirklichung, Unabhängigkeit usw. der ersten Gruppe zuzurechnen, während das Streben nach einem möglichst hohen Anlagevermögen, Eigenkapitalstock, Umlaufvermögen usw. der zweiten Gruppe zugeordnet werden können. Auf dieser Grundlage wird bereits ein Problem deutlich sichtbar, das bei der gleichzeitigen Berücksichtigung finanzieller und nicht-finanzieller Zielgrößen immer auftritt: Während finanzielle Zielgrößen in Geldeinheiten meßbar und damit auch operationalisierbar sind, ist das bei nicht-finanziellen Zielgrößen in der Regel nicht gegeben. Eine Ausnahme bilden jene Größen, die entweder durch umfangreiche Befragungen der Zielträger in ihre monetären Äquivalente überführt oder durch die Formulierung einer übergeordneten kardinalen Nutzenfunktion und anschließende Transformation in Geldeinheiten umgerechnet werden können.[5] Da beide Vorgehensweisen neben der Existenz quasi-monetärer Zielgrößen eine Reihe weiterer, hier nicht näher zu betrachtender Annahmen als gegeben voraussetzen und damit nicht auf alle denkbaren nicht-finanziellen Zielgrößen angewendet werden können, bleiben diese im Rahmen der Diskussion von Investitions- und Finanzierungsentscheidungen sowohl in der modernen als auch in der traditionellen Sichtweise zumeist unberücksichtigt. Leider kann auch diese Einschränkung nicht alle Probleme beseitigen. Betrachtet man etwa den Eigenkapitalstock als Zielgröße, so stellt man fest, daß dessen Erhöhung (Verringerung) um eine Geldeinheit ceteris paribus den Grad der Bedürfnisbefriedigung eines rationalen Zielträgers um einen ganz bestimmten absoluten Betrag steigert (senkt). Die gleichzeitige Berücksichtigung mehrerer Zielgrößen hebt diesen eindeutigen Zusammenhang mit Ausnahme des Spezialfalls vollständiger Unabhängigkeit der Zielgrößen (Zielindifferenz) auf und erfordert bei Zielkonkurrenz sowohl die Auswahl als auch die Anwendung bestimmter Verfahren zur Überwindung von Zielkonflikten, weshalb subjektive Elemente nicht vollständig ausgrenzbar sind.[6] Darüber hinaus ist an den vorstehenden Zielgrößen problematisch, daß sie Bestandsgrößen repräsentieren und somit nur auf einen einzigen Bezugszeitpunkt abstellen. Aufgrund der Tatsache, daß Investitionsentscheidungen und die damit verbundenen Finanzierungsentscheidungen langfristiger Natur sind und sich die Wünsche der Zielträger nicht nur auf einen einzigen Zeitpunkt, sondern auf eine Kette unmittelbar aufeinander folgender Zeitpunkte oder Zeiträume beziehen, müssen adäquate Zielgrößen einen Stromgrößencharakter aufweisen. Ferner spielen bei langfristigen Entscheidungen die Sicherheit respektive Unsicherheit der Zielrealisationen eine bedeutende Rolle, da sie eine Dimension des Zielerreichungsgrads darstellen. Auch

[5] Vgl. hierzu etwa Ahlheim, M., Wagenhals, G. (1988), S. 173 ff.; Bamberg, G., Coenenberg, A. G. (2004), S. 35 ff.; Brümmerhoff, D. (2001), S. 202 f.; Johansson, P.-O. (1987), S. 93 ff.; Neumann, J. von, Morgenstern, O. (1953), S. 15 ff.; Sinn, H.-W. (1980), S. 86 f., 89 f.

[6] In der Literatur werden grundsätzlich drei Arten von Zielbeziehungen unterschieden: Zielunabhängigkeit (Zielindifferenz), Zielharmonie (Zielkomplementarität) und Zielkonflikt (Zielkonkurrenz). Stellt man jeweils auf zwei unterschiedliche Ziele ab, liegt Zielindifferenz genau dann vor, wenn die Erhöhung/Verringerung des Niveaus des einen Ziels das Niveau des anderen Ziels unverändert läßt. Demgegenüber spricht man genau dann von (strenger) Zielkomplementarität [(strenger) Zielkonkurrenz], wenn die Erhöhung/Verringerung des Niveaus des einen Ziels stets zu (einer Erhöhung/Verringerung) keiner Verringerung/Erhöhung [(einer Verringerung/Erhöhung) keiner Erhöhung/Verringerung] des Niveaus des anderen Ziels führt. Vgl. hierzu insbesondere Schierenbeck, H. (2003a), S. 91; Wöhe, G. (2000), S. 121 ff. Der zuletzt genannte Autor unterscheidet allerdings vier Arten von Zielbeziehungen, indem er die vorstehenden Arten um den Zielwiderspruch (Zielantinomie) ergänzt. Betrachtet man wieder zwei unterschiedliche Ziele, liegt Zielantinomie genau dann vor, wenn die Verfolgung des einen Ziels die Verfolgung des anderen Ziels ausschließt.

dieses Phänomen sollten geeignete Zielgrößen in der Lage sein zu berücksichtigen. Die bisherige Diskussion legt die Frage nahe, ob das Auffinden einer Zielgröße, die alle vorstehenden Eigenschaften aufweist, überhaupt möglich ist. Glücklicherweise läßt sich diese Frage bejahen. Wenn man davon ausgehen kann, was in den Augen des Verfassers relativ unproblematisch ist, daß der Besitz von Geld keinen unmittelbaren Nutzen[7] stiftet, sondern sich dieser mittelbar aus der Möglichkeit zum Konsum ergibt, so daß Geld lediglich die Funktion eines Tauschmittels zur Beschleunigung von Transaktionen hat, lassen sich alle denkbaren finanziellen Zielgrößen auf eine Zielgröße und somit auch ein Ziel reduzieren: Strebe nach einem möglichst hohen Nutzen des (individuellen) Konsumstroms. Diese Zielsetzung liegt der modernen Sichtweise zugrunde, während die traditionelle Betrachtungsweise auf die Gewinnmaximierung des „Unternehmens an sich" abstellt.[8] Bezüglich des Begriffs des Konsumstroms sind noch einige Anmerkungen erforderlich. Ein Konsumstrom repräsentiert die Abfolge des Konsums zu unterschiedlichen Zeitpunkten (zeitdiskrete Form) oder Zeiträumen (zeitstetige respektive zeitkontinuierliche Form) und läßt sich bei Existenz des Tauschmittels Geld durch den Strom der Konsumausgaben oder, äquivalent hierzu, den Strom der Konsumeinkommen messen. Da das Konsumeinkommen demnach jenen Teil des Einkommens eines Wirtschaftssubjekts bezeichnet, der unmittelbar für den Konsum ausgegeben wird, dürfen weder der für Investitionen reservierte noch der für die Bildung von Ersparnissen vorgesehene Teil des Einkommens als Konsumeinkommen angesehen werden. Diese verlagern nämlich den Konsum auf spätere Zeitpunkte oder in spätere Zeiträume und erhöhen dadurch den für den zukünftigen Konsum zur Verfügung stehenden Anteil des Einkommens. Berücksichtigt man zusätzlich, daß der Strom der Konsumeinkommen seinerseits aus einer Abfolge möglicher Zahlungen für Konsumeinkommen besteht, die mit einer bestimmten (subjektiven) Wahrscheinlichkeit in einer bestimmten Höhe zu einem bestimmten Zeitpunkt (zeitdiskrete Form) oder innerhalb eines bestimmten Zeitraums (zeitstetige respektive zeitkontinuierliche Form) realisiert werden, so erkennt man, daß dieser die Dimensionen Höhe, Zeit und Unsicherheit aufweist.

Auf dieser Basis läßt sich auch die vierte Fragestellung beantworten. Im Rahmen der traditionellen Sichtweise haben die Unternehmen die Aufgabe, die (Konsum)Bedürfnisse der Bevölkerung zu befriedigen, so daß der Leistungsbereich gegenüber dem Finanzbereich eine Vorrangstellung einnimmt. Das zu lösende Hauptproblem besteht in der Beschaffung ausreichender liquider Mittel (Finanzierung), damit eine zweckgebundene Transformation flüssiger Mittel in Produktionsfaktoren (Investition) im erforderlichen Umfang durchgeführt, ein eventuell vorhandener finanzieller Engpaß restlos beseitigt und somit das

[7] Dieser Begriff kann als Grad der Bedürfnisbefriedigung eines Zielträgers interpretiert werden.

[8] Weshalb die in der traditionellen Sichtweise gewählte Zielsetzung der Gewinnmaximierung des „Unternehmens an sich" für langfristige (und mehrperiodige kurzfristige) Entscheidungen ungeeignet ist, und welche Probleme mit der Zielsetzung der Maximierung des Gewinnstroms des „Unternehmens an sich" im Rahmen der modernen Sichtweise verbunden sind, diskutieren Rieper, B. (1989), (1999), (2003), (2005); Schmidt, R. H., Terberger, E. (1997), S. 48 f.

finanzielle Gleichgewicht des Unternehmens erreicht bzw. aufrechterhalten werden kann. Im Gegensatz hierzu stellt für die moderne Sichtweise die Bewertung der Veränderungen von Strömen des Konsumeinkommens das zu lösende Hauptproblem dar, wobei naturgemäß alle diese Veränderungen auslösenden Faktoren innerhalb eines Unternehmens in den Hintergrund treten. Das läßt sich eindrucksvoll anhand der nachstehenden, absichtlich sehr allgemein gehaltenen Definitionen der Begriffe Investition und Finanzierung illustrieren.[9] In der modernen Sichtweise bezeichnet eine Investition eine Zahlungsreihe, die mit sicheren Auszahlungen beginnt, denen unsichere Einzahlungsüberschüsse (Differenz aus Einzahlungen und Auszahlungen) folgen. Dabei spiegeln die Auszahlungen zu Beginn des Zahlungsstroms den von einem Kapitalgeber heute zu leistenden Verzicht auf Konsumeinkommen wider, der zur Erhöhung seines zukünftigen Konsumeinkommens erforderlich ist. Wie die bisherigen Ausführungen verdeutlicht haben, ist diese Steigerung des zukünftigen Konsumeinkommens, ausgedrückt durch die unsicheren Einzahlungsüberschüsse, hinsichtlich der Höhe und der zeitlichen Verteilung unsicher. Demgegenüber versteht man unter einer Finanzierung eine Zahlungsreihe, die mit sicheren Einzahlungen beginnt, denen unsichere Auszahlungsüberschüsse (Differenz aus Auszahlungen und Einzahlungen) folgen. Diese unsicheren Auszahlungsüberschüsse stellen den von einem Kapitalnehmer zukünftig voraussichtlich zu leistenden Verzicht auf Konsumeinkommen dar, der zur Erhöhung seines heutigen Konsumeinkommens, ausgedrückt durch die sicheren Einzahlungen, erforderlich ist. Demnach sind Investition und Finanzierung die beiden Seiten derselben Medaille. Eine Investition (Finanzierung) stellt nur aus der Sicht eines Kapitalgebers (Kapitalnehmers) eine solche dar, während sie aus der Sicht eines Kapitalnehmers (Kapitalgebers) eine Finanzierung (Investition) bezeichnet. Insofern ist es nicht verwunderlich, daß alle zur Beurteilung der Vorteilhaftigkeit einer Investitionshandlung entwickelten Verfahren grundsätzlich auch zur Beurteilung der Vorteilhaftigkeit einer Finanzierungshandlung geeignet sind et vice versa.

Abschließend soll noch darauf hingewiesen werden, daß im Rahmen der Beantwortung der vier Fragestellungen ganz bewußt auf eine inhaltliche Eingrenzung des Begriffs der Investition auf das Untersuchungsobjekt dieser Arbeit, nämlich Direktinvestitionen, verzichtet worden ist. Dafür gibt es zwei Gründe. Zum einen sollten die aus der einschlägigen Literatur zur Investitions- und Finanzierungstheorie bekannten Unterscheidungsmerkmale der traditionellen und der modernen Sichtweise in ihrer allgemeinen Form präsentiert werden. Zum anderen sind alle in diesem Zusammenhang gemachten Aussagen problemlos auf Direktinvestitionen übertragbar, indem der für Investitionen reservierte Anteil des Einkommens wie folgt separiert wird: Direktinvestitionen und sonstige Investitionen. Dadurch läßt sich eine widerspruchsfreie Abgrenzung zwischen inländischen Investitionen und Portfolioinvestitionen auf der einen Seite und Direktinvestitionen auf der anderen Seite gewährleisten.

[9] Vgl. hierzu Schneider, D. (1992), S. 20 f.

3.2 Reale Investitionshandlungen im Ausland als Entscheidungsproblem

3.2.1 Klassifizierung von Entscheidungsproblemen

3.2.1.1 Grad der Strukturiertheit der Problemsituation

Im Kapitel 3.1, S. 29, ist darauf hingewiesen worden, daß sich sowohl die Bewertung von Realinvestitionen im Ausland als auch die Entscheidung über die Durchführung oder Unterlassung einer bestimmten Direktinvestition immer auf einzelne Aktionen, auch Handlungsalternativen genannt, beziehen. Wie die nachstehenden Ausführungen verdeutlichen werden, liegt vor dem Hintergrund des Zielsystems eines Entscheidungsträgers mit jeder Bewertung realer Investitionshandlungen im Ausland eine Rangfolge bezüglich deren Vorteilhaftigkeit fest. Insofern läßt sich die Bewertung von Direktinvestitionen als Entscheidungsproblem begreifen, zu dessen Lösung die Verknüpfung von Entscheidungstheorie und Investitionstheorie ein geeignetes Fundament darstellen kann.[10] Da im Rahmen der vorliegenden Arbeit ein ganz bestimmter Typ von Entscheidungsproblemen detailliert analysiert wird, erscheint es zweckmäßig, diesen aus einem größeren Spektrum möglicher Typen von Entscheidungsproblemen abzuleiten. Hierzu werden fünf Merkmale betrachtet: (I) der Grad der Strukturiertheit der Problemsituation, (II) die Anzahl der zu verfolgenden Zielsetzungen, (III) die Beziehung zwischen den Handlungsalternativen, (IV) die Anzahl der zu beachtenden Umweltzustände und (V) die zeitliche Ausdehnung des endlichen Planungshorizonts.

Wendet man sich zunächst dem ersten Merkmal zu, so läßt sich konstatieren, daß zwischen gut- und schlechtstrukturierten Problemsituationen unterschieden werden kann. Das verdeutlicht auch die Abbildung 3.1, S. 36.[11] Hiernach können gutstrukturierte Problemsituationen nur dann vorliegen, wenn keine Wirkungs-, Bewertungs-, Zielsetzungs- und Lösungsdefekte existieren. In diesen Fällen reduzieren sich die zu bewältigenden Probleme auf die Lösung mehr oder weniger komplizierter Rechenaufgaben.[12] In allen übrigen Fällen spricht man von schlechtstrukturierten Problemsituationen, wobei der Grad der Strukturiertheit in Richtung des linken Rands der Abbildung sinkt.

---

[10] Vgl. zu den Begriffen des Entscheidungsproblems (I), der Entscheidungstheorie (II) und der Investitionstheorie (III) die Ausführungen in Bamberg, G., Coenenberg, A. G. (2004), S. 1 ff. (II); Bretzke, W.-R. (1980), S. 33 f. (I); Busse von Colbe, W., Laßmann, G. (1990), S. 1 f. (III); Delfmann, W. (1993), Sp. 3238 (I); Dinkelbach, W. (1993), Sp. 929 ff. (II); Dinkelbach, W. (1993), Sp. 930 (I); Eisenführ, F., Weber, M. (2003), S. 2 ff. (II); Franke, G. (1989), S. 67 ff. (III); Hering, T. (2003), S. 3 ff. (III); Laux, H. (2005), S. 1 ff., 13 ff. (II); Rieper, B. (1992), S. 19 (I); Rieper, B. (2000), S. 181 ff. (II); Rieper, B., Witte, T. (2005), S. 15 f. (I); Schmidt, R. H. (1993), Sp. 2033 ff. (III); Schmidt, R. H., Terberger, E. (1997), S. 85 ff. (III).

[11] Diese ist aus Rieper, B. (1992), S. 58, entnommen worden.

[12] Vgl. Rieper, B. (1992), S. 56.

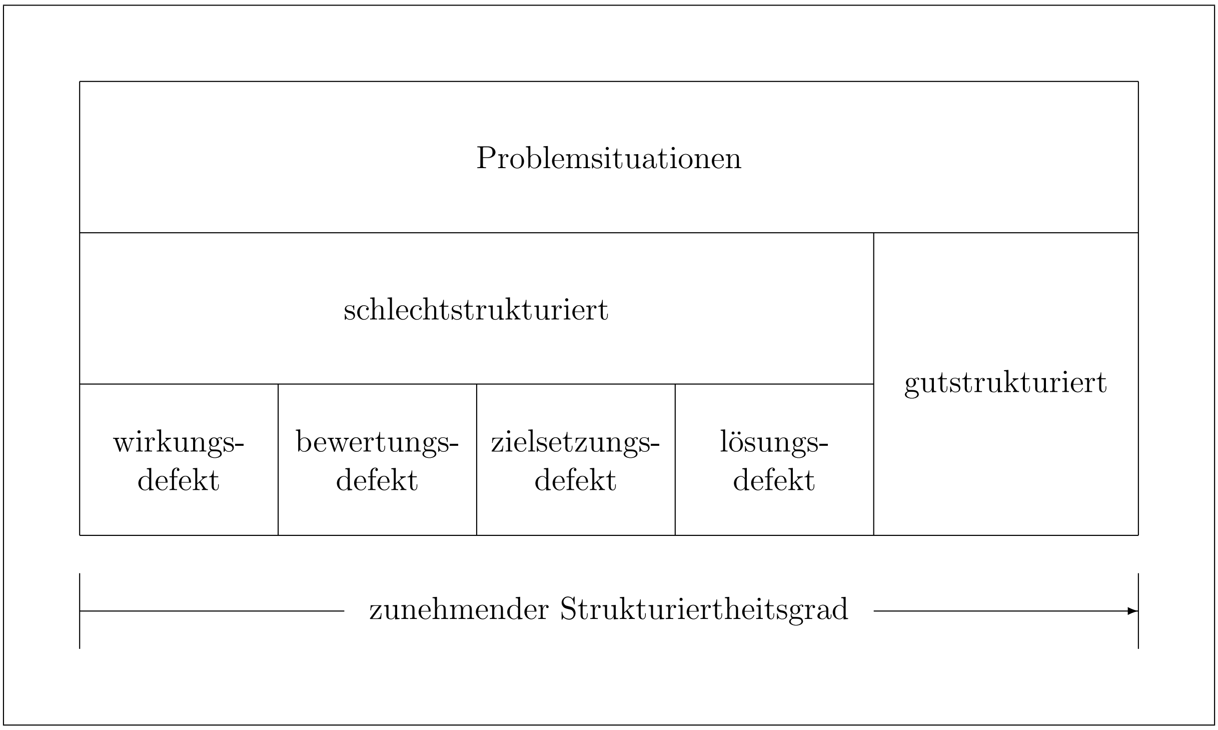

Abbildung 3.1: Differenzierung und Ordnung von Problemsituationen nach dem Grad ihrer Strukturiertheit

Um die Begriffe des Wirkungs-, Bewertungs-, Zielsetzungs- und Lösungsdefekts besser verstehen zu können, werden diese kurz erläutert.[13] Eine Problemsituation wird genau dann als lösungsdefekt angesehen, wenn kein mathematisches oder sonstiges Verfahren existiert, das aus einer Menge von Handlungsalternativen jene auf systematische Art und Weise in einer angemessenen Zeit und mit vertretbarem Aufwand auswählt, die vor dem Hintergrund bekannter Wirkungs-, Bewertungs- und Zielsetzungszusammenhänge für den Entscheidungsträger „optimal“ (im Sinne eines maximalen Nutzenwerts) ist. Demgegenüber läßt sich eine zielsetzungsdefekte Problemsituation dadurch kennzeichnen, daß der Entscheidungsträger, trotz bekannter Wirkungs- und Bewertungszusammenhänge, keine Zielfunktion angeben kann, die jeder Handlungsalternative über

[13] Vgl. hierzu die Arbeiten von Adam, D. (1980a), S. 127 ff. [Bewertungsdefekt], 130 [Zielsetzungsdefekt], 178 ff. [Zielsetzungsdefekt]; Adam, D. (1980b) [Wirkungsdefekt]; Adam, D. (1980c), S. 54 ff. [Wirkungs-, Bewertungs-, Zielsetzungs- und Lösungsdefekt]; Adam, D., Witte, T. (1979), S. 382 ff. [Wirkungs-, Bewertungs-, Zielsetzungs- und Lösungsdefekt]; Rieper, B. (1992), S. 56, 58 ff. [Wirkungs-, Bewertungs-, Zielsetzungs- und Lösungsdefekt]; Simon, H. A. (1980), S. 341 ff. [Wirkungs-, Bewertungs-, Zielsetzungs- und Lösungsdefekt]; Witte, T. (1979a), S. 76 ff. [Wirkungs-, Bewertungs-, Zielsetzungs- und Lösungsdefekt]; Witte, T. (1979b) [Lösungsdefekt], wobei sich die Ausführungen des Verfassers insbesondere an Rieper, B. (1992), S. 56, 58 ff., orientieren. Es ist zu beachten, daß zur Vermeidung von Redundanzen die im folgenden verwendeten Termini wie Handlungsalternativen, Umweltzustände, Handlungsergebnisse, Präferenzrelationen und Zielfunktionen nicht genauer charakterisiert werden. Das erfolgt im Kapitel 3.2.2.2, S. 49 ff.

alle Umweltzustände und Zielbeiträge hinweg einen bestimmten Nutzenwert zuordnet.[14] Auf dieser Basis ist natürlich auch die Auswahl einer „optimalen“ Handlungsalternative unmöglich. Bei einer bewertungsdefekten Problemsituation sind die Wirkungszusammenhänge zwar bekannt, dem Entscheidungsträger mangelt es allerdings an Wertansätzen, mit denen Handlungsergebnisse gewichtet werden müssen, um entsprechende Zielbeiträge zu berechnen. Dadurch läßt sich keine Zielfunktion festlegen, keiner Handlungsalternative ein bestimmter Nutzenwert zuordnen und somit auch keine Handlungsalternative mit maximalem Nutzenwert auswählen. Betrachtet man schließlich den Fall, daß der zwischen den Handlungsalternativen, Umweltzuständen und Handlungsergebnissen bestehende Zusammenhang unbekannt ist, liegt eine wirkungsdefekte Problemsituation vor. Die Bestimmung von Handlungsergebnissen ist damit ebenso ausgeschlossen wie die Berechnung von Zielbeiträgen, so daß keine Zielfunktion formuliert, keiner Handlungsalternative ein bestimmter Nutzenwert zugeordnet und keine Auswahl der „optimalen“ Handlungsalternative vorgenommen werden kann.

Die bisherigen Erläuterungen legen die Schlußfolgerung nahe, daß zur Bewältigung schlechtstrukturierter Problemsituationen die Lösung mehr oder weniger komplizierter Rechenaufgaben nicht mehr ausreicht. Deshalb muß nach Konzepten gesucht werden, die in der Lage sind, existierende Strukturmängel vollständig zu beseitigen. Ein solches stellt zum Beispiel die Heuristische Planung[15] dar. Ohne dieses Konzept detailliert zu erörtern, sei darauf hingewiesen, daß die Heuristische Planung durch den Einsatz einer bestimmten Technik, welche in der Literatur (mehrfache) Problemschachtelung genannt wird, versucht, die im vorstehenden Sinne existierenden (schlechtstrukturierten) Problemsituationen mit Hilfe eines sequentiell ablaufenden Problemlösungsprozesses in gutstrukturierte Problemsituationen zu überführen. Insofern können letztere als Ergebnis eines endlich langen Prozesses der Strukturierung ersterer angesehen werden.[16] Vor diesem Hintergrund läßt sich dann auch die im folgenden praktizierte Einschränkung der Untersuchung auf gutstrukturierte Problemsituationen rechtfertigen.

Abschließend sei allerdings noch der Hinweis gestattet, daß durch die Zerlegung eines komplexen Gesamtproblems in eine bestimmte Anzahl unterschiedlicher Teilprobleme und deren sukzessive Lösung nicht notwendigerweise auch das Gesamtproblem im Sinne der Realisation eines globalen Optimums (globalen Maximums/globalen Minimums) gelöst ist. Das liegt vor allem darin begründet, daß vorhandene wechselseitige Abhängigkeiten zwischen den unterschiedlichen Teilproblemen in aller Regel nur dann adäquat berücksichtigt werden, wenn eine simultane Lösung aller dieser Teilprobleme praktiziert wird.

---

[14] An dieser Stelle werden die Gründe dafür, daß der Entscheidungsträger keine Zielfunktion angeben kann, bewußt auf den nachstehenden Fall beschränkt: Der Entscheidungsträger habe klare Vorstellungen bezüglich seiner Ziele, sei allerdings nicht in der Lage, seine Präferenzrelationen (Höhen-, Arten-, Zeit- und Risikopräferenzen) adäquat zu formulieren.

[15] Vgl. hierzu Witte, T. (1979a).

[16] Vgl. Rieper, B. (1992), S. 63 f.

3.2.1.2 Anzahl der zu verfolgenden Zielsetzungen

Betrachtet man das zweite Merkmal zur Klassifizierung von Entscheidungsproblemen, nämlich die Anzahl der zu verfolgenden Zielsetzungen, läßt sich nachstehendes festhalten. Entscheidungsprobleme im Sinne der rationalen Auswahl einer von mehreren zur Verfügung stehenden Handlungsalternativen können nur dann gelöst werden, wenn das diese Auswahl vornehmende Wirtschaftssubjekt genaue Vorstellungen darüber entwickelt hat, inwiefern die Entscheidung zugunsten einer bestimmten Handlungsalternative ihm einen geringeren oder höheren Grad der Bedürfnisbefriedigung erbringt als die Entscheidung zugunsten einer anderen Handlungsalternative. Mit anderen Worten muß sich dieses Wirtschaftssubjekt über die von ihm zu verfolgenden (Formal)Ziele im klaren sein. Bezüglich deren Anzahl kann eine Unterteilung in Entscheidungsprobleme mit einer Zielsetzung und solche mit mehreren Zielsetzungen vorgenommen werden.

Wie die Ausführungen im Kapitel 3.1, S. 31 ff., verdeutlicht haben, lassen sich innerhalb der modernen (entscheidungsorientierten) Sichtweise alle denkbaren finanziellen Zielgrößen auf eine Zielgröße, nämlich den Nutzen des (individuellen) Konsumstroms, reduzieren. Da im Rahmen der vorliegenden Arbeit genau diese Sichtweise praktiziert wird, erhält man als einzige zu verfolgende Zielsetzung die Maximierung des Nutzens des (individuellen) Konsumstroms, wobei Investoren und Kapitalgeber als Zielträger fungieren. Insofern können alle im Zusammenhang mit der gleichzeitigen Verfolgung mehrerer Zielsetzungen diskutierten Probleme ignoriert werden.

3.2.1.3 Beziehung zwischen den Handlungsalternativen

Durch die Berücksichtigung eines dritten Merkmals, welches auf die Beziehungen zwischen den Handlungsalternativen abstellt, ergibt sich eine weitere Möglichkeit zur Klassifizierung von Entscheidungsproblemen. Diese ist in der Abbildung 3.2, S. 39, graphisch veranschaulicht. Geht man zunächst davon aus, daß sich die einem Entscheidungsträger insgesamt zur Verfügung stehenden Handlungsalternativen gegenseitig ausschließen – damit ist lediglich der linke Ast der Abbildung 3.2 relevant –, sind entweder Wahlentscheidungen oder Investitionsdauerentscheidungen zu treffen. Diese subsumiert man in der Literatur unter den Begriff der Einzelentscheidungen.[17] Charakteristisch hierfür sind Fragestellungen der Art „entweder Durchführung der realen Investitionshandlung 1/(2) im Ausland oder Verwirklichung der Direktinvestition [3]/{4}“ respektive „entweder Durchführung der realen Investitionshandlung 1/(2)/[3]/{4} im Ausland oder Unterlassung der Direktinvestition 1/(2)/[3]/{4}“.[18] Neben dieser Gemeinsamkeit existiert zwischen den beiden vorstehenden

[17] Vgl. Busse von Colbe, W., Laßmann, G. (1990), S. 1 ff., 43 ff., 105 ff., 131 ff., 156 ff.; Götze, U., Bloech, J. (2004), S. 47 f.; Kruschwitz, L. (2003), S. 6; Perridon, L., Steiner, M. (2004), S. 39 ff., 58 ff.

[18] Aus Vereinfachungsgründen wird hier die Anzahl der Handlungsalternativen (HA = Handlungsalternative) auf fünf beschränkt: HA 1 bis HA 4 = Durchführung der realen Investitionshandlung 1 (2) [3] {4} im Ausland, HA 5 = Unterlassungsalternative.

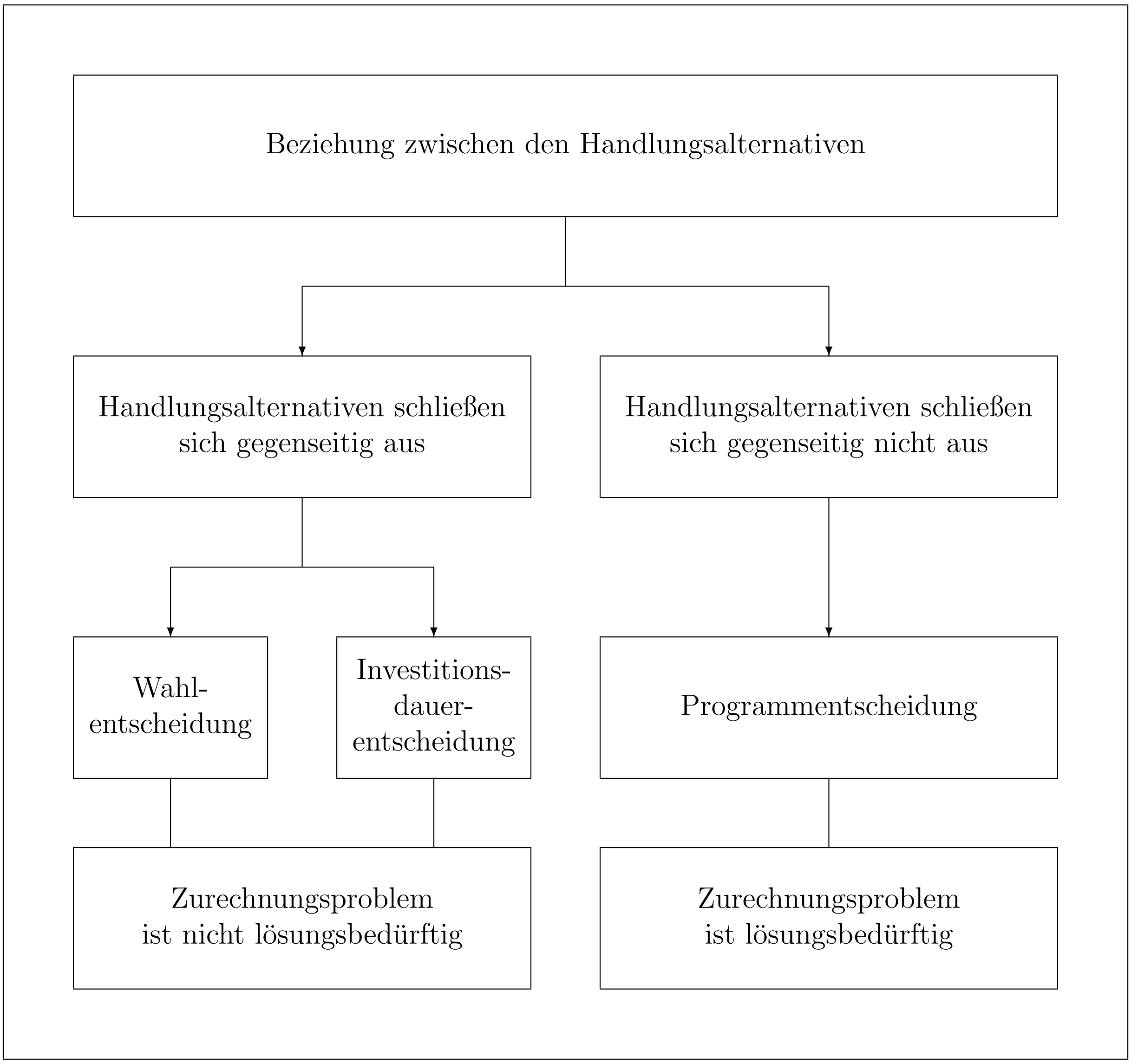

Abbildung 3.2: Klassifizierung von Entscheidungsproblemen nach der Beziehung zwischen den Handlungsalternativen

Typen von Entscheidungen allerdings ein gravierender Unterschied. Während im Rahmen von (reinen) Wahlentscheidungen die Verwendungsdauer[19] jeder Handlungsalternative eine modellexogene Größe bezeichnet, muß sie bei Investitionsdauerentscheidungen modellendogen festgelegt werden und avanciert damit selbst zum Entscheidungsproblem.

[19] Auf der Grundlage dieses Begriffs lassen sich sowohl Nutzungsdauer- als auch Ersatzprobleme diskutieren. Im Rahmen ersterer muß eine Antwort auf die Frage gefunden werden, ob eine bisher noch nicht verwirklichte Handlungsalternative im Falle ihrer Realisation eine bestimmte Anzahl von Zeitperioden genutzt oder ob auf sie gänzlich verzichtet werden soll. Bei letzteren wird eine Antwort auf die Frage gesucht, ob eine bereits realisierte Handlungsalternative noch eine bestimmte Anzahl von Zeitperioden betrieben oder ob deren Nutzung sofort eingestellt werden soll. Vgl. hierzu Kruschwitz, L. (2003), S. 6, 181 ff., 199 ff.

Schließen sich die einem Entscheidungsträger insgesamt zur Verfügung stehenden Handlungsalternativen gegenseitig nicht aus – womit nur der rechte Ast der Abbildung 3.2 bedeutsam ist –, spricht man von Programmentscheidungen. Im Gegensatz zu den Einzelentscheidungen werden hier Fragestellungen der Art „entweder gemeinsame Durchführung der realen Investitionshandlungen 1, 2 und 3 im Ausland oder gemeinsame Verwirklichung der Direktinvestitionen 1, 2, 3 und 4“ beziehungsweise „entweder gemeinsame Durchführung der realen Investitionshandlungen 1, 2 und 3 (1, 2, 3 und 4) im Ausland oder Unterlassung jeglicher Direktinvestitionen“ untersucht.[20] Hierbei ist zu beachten, daß die Aggregation der Zahlungsreihen der in einer Programmalternative befindlichen Handlungsalternativen unterschiedlich kompliziert sein kann. Geht man zunächst von dem einfachsten Fall der Unabhängigkeit der Handlungsalternativen aus, so lassen sich die Zahlungsreihen aller Programmalternativen durch eine zeitdiskrete respektive zeitkontinuierliche Addition der Zahlungsreihen der sie konstituierenden Handlungsalternativen bestimmen. Diese Vorgehensweise führt im Fall der Abhängigkeit der Handlungsalternativen grundsätzlich zu falschen Ergebnissen, da Interdependenzen[21] zwischen deren Zahlungsreihen vollständig ignoriert werden. Zur Lösung dieses Problems ist eine Integration sämtlicher Teilplanungen (Absatzplanung, Produktionsplanung, Finanzplanung usw.) in die Investitionsplanung zwingend erforderlich. Hierzu lassen sich prinzipiell zwei Techniken anwenden: die sukzessive und die simultane Investitionsplanung. Erstere praktiziert eine zweistufige Vorgehensweise. In der ersten Stufe wird zunächst einer der in der vorstehenden Klammer genannten oder nicht genannten Teilpläne favorisiert und unabhängig

[20]Da sich auf der Basis der Handlungsalternativen [HA = Handlungsalternative] 1, 2, 3 und 4 insgesamt $2^4 = 16$ unterschiedliche Programmalternativen [PA = Programmalternative(n)] kreieren lassen, wobei in jeder PA jede HA höchstens einmal berücksichtigt werden darf, spiegeln die obigen Fragestellungen lediglich 3/16 der zur Verfügung stehenden PA wider. Das wird anhand der nachstehenden Aufzählung deutlich:

PA 1	=	HA 1,	PA 9	=	HA 2 und HA 4,
PA 2	=	HA 2,	PA 10	=	HA 3 und HA 4,
PA 3	=	HA 3,	PA 11	=	HA 1 und HA 2 und HA 3,
PA 4	=	HA 4,	PA 12	=	HA 1 und HA 2 und HA 4,
PA 5	=	HA 1 und HA 2,	PA 13	=	HA 1 und HA 3 und HA 4,
PA 6	=	HA 1 und HA 3,	PA 14	=	HA 2 und HA 3 und HA 4,
PA 7	=	HA 1 und HA 4,	PA 15	=	HA 1 und HA 2 und HA 3 und HA 4,
PA 8	=	HA 2 und HA 3,	PA 16	=	Unterlassungsalternative.

[21]„Allgemein besteht zwischen zwei Entscheidungstatbeständen A und B eine interdependente Beziehung, wenn die Entscheidung über A einen Einfluß auf die Entscheidung über B ausübt und umgekehrt. Beziehen sich nun die beiden Entscheidungstatbestände auf denselben Zeitpunkt oder Zeitraum, so sind sie zeitlich-horizontal miteinander verbunden. [...] Weisen die beiden Entscheidungstatbestände dagegen einen unterschiedlichen Zeitbezug auf, wird von einer zeitlich-vertikalen Interdependenz gesprochen.“ Rieper, B. (1992), S. 99.

von allen übrigen Teilplänen fixiert. Auf dieser Grundlage werden dann in der zweiten Stufe nach und nach alle weiteren Teilpläne (einschließlich des Investitionsplans) festgelegt, wobei der bereits fixierte Teilplan inklusive die im Anschluß daran festgelegten Teilpläne als Restriktionen für die noch zu bestimmenden Teilpläne fungieren. Demgegenüber erfolgt bei der simultanen Investitionsplanung insofern eine „harmonischere" Abstimmung der einzelnen Teilpläne, als diese gleichzeitig (und nicht sukzessiv) festgelegt werden. Vor diesem Hintergrund wird bereits deutlich, daß die sukzessive Investitionsplanung niemals zu besseren, in aller Regel jedoch zu schlechteren Resultaten (Entscheidungen) gelangt als die simultane Investitionsplanung.

Die vorstehenden Ausführungen werden nun zum Anlaß genommen, um ein in der Literatur umfangreich diskutiertes Problem näher zu beleuchten: das Zurechnungsproblem.[22] Obwohl es auf der Basis der Abbildung 3.2, S. 39, lediglich bei Programmentscheidungen lösungsbedürftig ist, sind insbesondere Klinger, K. (1964) und Adam, D. (1966) von dessen Relevanz auch bei Einzelentscheidungen überzeugt. Im Kern geht es bei diesem Problem um die Frage, ob sich Ein- und Auszahlungen auf der Ebene des Unternehmens zweifelsfrei einzelnen Investitionsobjekten zurechnen lassen, die in eine bereits vorhandene Ausstattung mit arbeitsfähigen Betriebsmitteln eingefügt werden. Das verneinen die Autoren grundsätzlich. Ohne deren Argumentation aufzunehmen, läßt sich konstatieren, daß diese Aussage zutreffend, aber im Rahmen von Einzelentscheidungen bedeutungslos ist. Das kann wie folgt begründet werden. Gemäß den Ausführungen im Kapitel 3.1, S. 29, beziehen sich sowohl die Bewertung von Direktinvestitionen als auch die sich daran anschließende Entscheidung über deren Durchführung oder Unterlassung immer auf einzelne Handlungsalternativen und die durch diese ausgelösten Veränderungen von Zahlungsreihen (Grenzbetrachtung). Insofern muß ein Entscheidungsträger nicht die für ihn unlösbare Aufgabe bewerkstelligen, die auf der Ebene des Unternehmens anfallenden Ein- und Auszahlungen „verursachungsgerecht" auf einzelne Investitionsobjekte und die bereits vorhandene Ausstattung mit arbeitsfähigen Betriebsmitteln zu verteilen. Anders stellt sich dieser Sachverhalt bei Programmentscheidungen dar. In diesem Rahmen wird nämlich die Auswahl einzelner oder gemeinsam miteinander durchführbarer Handlungsalternativen, die sich gegenseitig nicht ausschließen, vorgenommen, deren Zahlungswirkungen in einer komplementären, konkurrierenden oder indifferenten Beziehung zueinander stehen können.[23] Sieht man von indifferenten Zahlungswirkungen (Fall der Unabhängigkeit der Handlungsalternativen) einmal ab, bei deren Vorliegen das Zurechnungsproblem relativ einfach gelöst werden kann, läßt sich dieses nur durch die Anwendung der Technik der simultanen Investitionsplanung wirksam bekämpfen. Die sukzessive Vorgehensweise führt hingegen nur in ausgewählten Spezialfällen zur Bewältigung des Zurechnungsproblems.

[22]Vgl. hierzu Adam, D. (1966); Blumentrath, U. (1969), S. 319-334; Hilgert, S. (1966); Klinger, K. (1964); Kruschwitz, L. (2003), S. 29 f., 212 f.; Scheffler, H. E. (1965); Schneider, D. (1992), S. 95-101; Swoboda, P. (1996), S. 68-70.

[23]Vgl. Kruschwitz, L. (2003), S. 212 f.

Abschließend soll noch darauf hingewiesen werden, daß sich die nachstehende Untersuchung aus Vereinfachungsgründen mit Einzelentscheidungen – und hier vor allem mit Wahlentscheidungen – beschäftigen wird. Damit bedarf es keiner Lösung des zuvor diskutierten Zurechnungsproblems.

3.2.1.4 Anzahl der zu beachtenden Umweltzustände

Im Kapitel 3.2.1.3, S. 38 ff., ist eine Beschränkung der weiteren Analyse auf Einzelentscheidungen vorgenommen worden. Diese sind dadurch gekennzeichnet, daß sich die einem Entscheidungsträger insgesamt zur Verfügung stehenden Handlungsalternativen gegenseitig ausschließen. Da es grundsätzlich nicht möglich ist, diesen Alternativen unmittelbar ganz bestimmte, im folgenden als sicher erachtete Handlungsergebnisse zuzuordnen, müssen zunächst Informationen über alle diese Ergebnisse beeinflussenden Faktoren, nachstehend Umweltzustände genannt, beschafft werden.[24] Hierbei ist zu beachten, daß diese nicht von den Handlungsalternativen des Entscheidungsträgers abhängig sein dürfen. Da die Anzahl der zu beachtenden Umweltzustände einen erheblichen Einfluß auf die Komplexität von Entscheidungsproblemen ausübt, stellt sie ein weiteres Merkmal zu deren Differenzierung und Ordnung dar. Diese erfolgen auf der Grundlage der Abbildung 3.3, S. 43. Betrachtet man zunächst den durch den linken Ast dieser Abbildung repräsentierten Fall eines Umweltzustands, der auch tatsächlich eintreten wird, liegen Entscheidungsprobleme bei Sicherheit vor. Sie spiegeln deterministische Problemsituationen wider, da alle von dem Entscheidungsträger für eine rationale Auswahl spezifischer Handlungsalternativen benötigten Informationen über den eintretenden (wahren) Umweltzustand vorliegen und mit keinerlei Unsicherheiten behaftet sind.

Wendet man sich dem durch den rechten Ast der Abbildung 3.3 bezeichneten Fall mehrerer Umweltzustände zu, wobei lediglich einer dieser Umweltzustände tatsächlich eintreten kann, spricht man von Entscheidungsproblemen bei Unsicherheit. Diese lassen sich in Abhängigkeit davon, ob den einzelnen Umweltzuständen objektive respektive subjektive Wahrscheinlichkeiten[25] zugeordnet werden können oder nicht, in die beiden Gruppen der Entscheidungsprobleme bei Risiko und bei Ungewißheit aufteilen. Im Gegensatz zu den

[24] An dieser Stelle soll darauf hingewiesen werden, daß die Einführung der Annahme sicher eintretender Handlungsergebnisse ohne Beschränkung der Allgemeingültigkeit möglich ist. Diese These kann wie folgt begründet werden. Angenommen, die Handlungsergebnisse seien unsicher (risikobehaftet oder ungewiß). Dann läßt sich durch eine „geeignete Umdefinition des Zustandsraums“ [Bamberg, G., Coenenberg, A. G. (2004), S. 24] die Unsicherheit (das Risiko oder die Ungewißheit) bezüglich der tatsächlich eintretenden Handlungsergebnisse in eine erhöhte Unsicherheit (in ein erhöhtes Risiko oder in eine erhöhte Ungewißheit) bezüglich des wahren Umweltzustands verlagern. Insofern sind die nachstehenden Ausführungen trotz der oben formulierten Annahme allgemeingültig.

[25] Vgl. zu diesen beiden Begriffen sowie deren Ermittlung die Ausführungen in Bamberg, G., Baur, F. (2002), S. 90 ff.; Blohm, H., Lüder, K. (1995), S. 247; Brose, P., Corsten, H. (1983), S. 329 ff.; Eisenführ, F., Weber, M. (2003), S. 151 ff., 156 ff., 159 ff.; Laux, H. (2005), S. 121 ff., 313 ff.

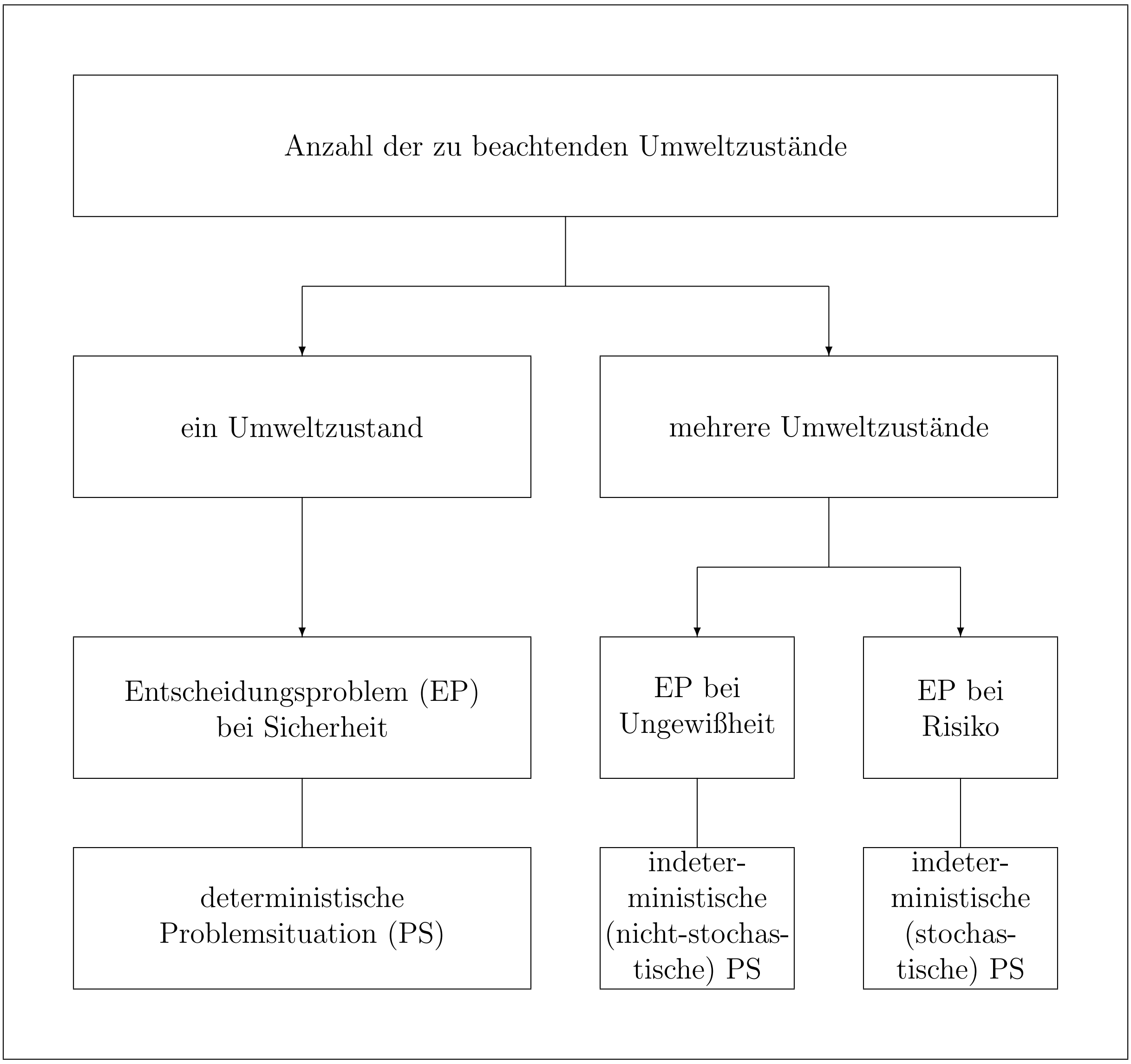

Abbildung 3.3: Differenzierung und Ordnung von Entscheidungsproblemen nach der Anzahl der zu beachtenden Umweltzustände

Entscheidungsproblemen bei Sicherheit repräsentieren erstere beziehungsweise letztere indeterministische (stochastische beziehungsweise nicht-stochastische) Problemsituationen, da die von dem Entscheidungsträger für eine rationale Auswahl spezifischer Handlungsalternativen benötigten Informationen über die wahren Umweltzustände zwar vorliegen, bezüglich des tatsächlich eintretenden Umweltzustands allerdings Unsicherheit herrscht.

Wie die Ausführungen im Kapitel 3.1, S. 31 ff., verdeutlicht haben, sind insbesondere langfristige Entscheidungen – und da Entscheidungen über die Durchführung oder Unterlassung von Direktinvestitionen einen langfristigen Charakter aufweisen auch diese – mit Unsicherheiten behaftet. Deshalb erfolgt nachstehend eine Konzentration auf indeterministische Problemsituationen. Ferner ist es sicherlich nicht unrealistisch anzunehmen, daß ein Großteil der Entscheidungsträger bei der Bewältigung langfristiger Entscheidungsprobleme dazu in der Lage ist, problemrelevante Umweltzustände zu identifizieren und diesen wenigstens subjektive Wahrscheinlichkeiten zuzuordnen. Insofern kommt der Risikosituation nicht nur im Rahmen der vorliegenden Arbeit eine große Bedeutung zu.[26]

3.2.1.5 Zeitliche Ausdehnung des endlichen Planungshorizonts

Betrachtet man schließlich das fünfte Merkmal zur Klassifizierung von Entscheidungsproblemen, nämlich die zeitliche Ausdehnung des endlichen Planungshorizonts, lassen sich einperiodige und mehrperiodige Problemsituationen unterscheiden. Erstere sind dadurch gekennzeichnet, daß sie lediglich zwei Zeitpunkte respektive einen Zeitraum erfassen. Insofern repräsentieren sie nicht zeitablaufbezogene Entscheidungsprobleme. Im Gegensatz hierzu umfassen mehrperiodige Problemsituationen mehr als zwei Zeitpunkte beziehungsweise mehr als einen Zeitraum. Sie lassen sich deshalb als zeitablaufbezogene Entscheidungsprobleme verstehen.[27]

Da im Rahmen der vorliegenden Arbeit mehrfach darauf hingewiesen worden ist, daß Entscheidungen über die Durchführung oder Unterlassung realer Investitionshandlungen im Ausland einen langfristigen Charakter besitzen, sollten ausschließlich mehrperiodige Entscheidungsprobleme den Untersuchungsgegenstand bilden.[28] Diese lassen sich in Abhängigkeit davon, ob zeitlich-horizontale und/oder zeitlich-vertikale Interdependenzen[29] zwischen unterschiedlichen Entscheidungstatbeständen evident sind oder nicht, in die beiden Gruppen der zeitablaufbezogenen Entscheidungsprobleme, bei denen zeitübergreifende Beziehungen berücksichtigt werden müssen und jene, bei denen zeitübergreifende Beziehungen nicht berücksichtigt werden müssen, unterteilen. Letztere stellen insofern einen interessanten Untersuchungsgegenstand dar, als sich deren aus n Perioden bestehender Planungszeitraum (Gesamtproblem) in n voneinander unabhängige einperiodige und damit nicht zeitablaufbezogene Planungszeiträume (Teilprobleme) zerlegen läßt.[30] Dadurch kann die Komplexität im Vergleich zu ersteren, die grundsätzlich nur mit Hilfe der Technik der simultanen Planung zu bewältigen sind, erheblich reduziert werden.

---

[26] Vgl. zu dieser Einschätzung auch Bamberg, G., Coenenberg, A. G. (2004), S. 78; Dixit, A. K., Pindyck, R. S. (1994), S. 3; Laux, H. (2005), S. 121.

[27] Vgl. zu den beiden Begriffen der zeitablaufbezogenen und nicht zeitablaufbezogenen Entscheidungsprobleme insbesondere Rieper, B. (1992), S. 97.

[28] Hiermit soll nicht ausgedrückt werden, daß einperiodige Problemsituationen keinen langfristigen Charakter aufweisen können. Das wäre nämlich falsch. Die Entscheidung zugunsten mehrperiodiger Problemsituationen basiert vielmehr auf der Überzeugung des Verfassers, daß die explizite Berücksichtigung der Zeit und die damit verbundene Flexibilität der Abbildung realer Phänomene zu einem besseren Verständnis langfristiger Entscheidungsprobleme beitragen. Im übrigen können mehrperiodige Problemsituationen durch das Setzen geeigneter Annahmen relativ einfach auf einperiodige Entscheidungsprobleme zurückgeführt werden, da letztere einen Spezialfall ersterer darstellen.

[29] Vgl. zu diesen beiden Begriffen die Ausführungen im Kapitel 3.2.1.3, Fußnote 21, S. 40.

[30] Vgl. Rieper, B. (1992), S. 97.

3.2.2 Grundmodell der praktisch-normativen Entscheidungstheorie als homomorphes Abbild eines gutstrukturierten, eine Zielsetzung umfassenden, mehrperiodigen Einzelentscheidungsproblems bei Risiko

3.2.2.1 Zum Begriff der praktisch-normativen Entscheidungstheorie, des Entscheidungsmodells und der homomorphen Abbildung

Die Ausführungen im Kapitel 3.2.1, S. 35 ff., haben verdeutlicht, daß sich die nachstehende Untersuchung auf gutstrukturierte, eine Zielsetzung umfassende, mehrperiodige Einzelentscheidungsprobleme bei Risiko konzentrieren wird. Da zu deren Lösung die praktisch-normative Entscheidungstheorie eine wichtige Basis darstellt, soll sie im folgenden näher betrachtet werden. „Als Entscheidungstheorie kann man allgemein die logischen und empirischen Analysen des rationalen oder intendiert rationalen Entscheidungsverhaltens bezeichnen.“[31] Insofern lassen sich im Rahmen entscheidungstheoretischer Untersuchungen vorschreibende und beschreibende Aussagen generieren. In Abhängigkeit davon, welcher dieser beiden Aussagentypen in das Blickfeld des Interesses gerückt wird, kann zwischen einer präskriptiven oder normativen und einer deskriptiven oder empirisch-realistischen Entscheidungstheorie differenziert werden.[32] Während sich erstere mit der Frage auseinandersetzt, wie ein rational handelnder Entscheidungsträger auf der Basis gegebener faktischer und wertender Entscheidungsprämissen zu entscheiden hat, geht letztere von einem intendiert rationalen Handeln des Entscheidungsträgers aus und analysiert die Frage, wie die faktischen und wertenden Entscheidungsprämissen überhaupt zustande kommen.[33] Da im Rahmen dieser Arbeit die Gewinnung normativer Aussagen im Vordergrund steht, wird die deskriptive Entscheidungstheorie nicht weiter betrachtet.

Wie die bisherigen Erläuterungen gezeigt haben, kommt bei normativen Fragestellungen der Entscheidungslogik und, damit eng verbunden, dem Begriff der Rationalität eine herausragende Bedeutung zu. Dabei ist zu beachten, daß sich in Abhängigkeit der an die faktischen und wertenden Entscheidungsprämissen gestellten Anforderungen die folgenden Rationalitätsbegriffe unterscheiden lassen: (I) formale oder entscheidungslogische Rationalität, (II) substantielle oder ethische Rationalität, (III) objektive Rationalität oder Richtigkeitsrationalität und (IV) subjektive Rationalität.[34] Im Sinne der formalen

[31] Bamberg, G., Coenenberg, A. G. (2004), S. 1.

[32] Vgl. Bamberg, G., Coenenberg, A. G. (2004), S. 1; Laux, H. (2005), S. 1.

[33] Eine zur letzten Fragestellung äquivalente Formulierung lautet wie folgt: „Die deskriptive Entscheidungstheorie will beschreiben, wie in der Realität Entscheidungen getroffen werden, und erklären, warum sie gerade so und nicht anders zustande kommen.“ Laux, H. (2005), S. 2. Damit wird deutlich, daß sie „nicht von gegebenen Entscheidungsprämissen ausgehen kann, sondern deren Zustandekommen zum Untersuchungsobjekt erheben muß[,] und daß sie empirisch beobachtete Begrenzungen der Rationalität in ihre Aussagen einbeziehen muß“. Bamberg, G., Coenenberg, A. G. (2004), S. 5.

[34] Vgl. zu diesen Begriffen und den damit verbundenen Ausführungen insbesondere die Arbeiten von

oder entscheidungslogischen Rationalität handelt ein Entscheidungsträger genau dann rational, wenn er bewußt und überlegt aus der Menge der ihm zur Verfügung stehenden Handlungsalternativen jene auswählt, die mit seinem bereits existierenden, in sich widerspruchsfrei formulierten Zielsystem am besten in Einklang gebracht werden kann. Auf dieser Basis wird deutlich, daß sich die Anforderungen an das vorliegende Zielsystem lediglich auf dessen Form beziehen, während der substantielle Inhalt der in diesem System enthaltenen Elemente keinerlei Restriktionen unterworfen ist. Demgegenüber handelt ein Entscheidungsträger nur dann substantiell oder ethisch rational, wenn er sein bewußtes und überlegtes Handeln zusätzlich an Zielen ausrichtet, die einem als normal, richtig und wünschenswert angesehenen Wertesystem entspringen. Objektive Rationalität oder Richtigkeitsrationalität setzt voraus, daß ein Entscheidungsträger sein bewußtes und überlegtes Handeln an einem Entscheidungsfeld ausrichtet, welches von einem objektiven Beobachter wie zum Beispiel einem Sachverständigen in genau der gleichen Art und Weise erkannt wird. Das läßt sich allerdings nur dann gewährleisten, wenn das Entscheidungsfeld eine vollständige Informationsbasis aufweist. Demgegenüber verhält sich ein Entscheidungsträger subjektiv rational, wenn er sein bewußtes und überlegtes Handeln an einem Entscheidungsfeld ausrichtet, das mit seinen subjektiv wahrgenommenen und daher unvollständigen Informationen übereinstimmt. In diesem Fall müssen alle zusätzlichen Informationshandlungen, die zu einer Verbreiterung der unvollständigen Informationsbasis führen, explizit in die entscheidungstheoretische Analyse integriert werden. Während sich die unter dem Begriff der praktisch-normativen Entscheidungstheorie bekannte und für die vorliegende Arbeit relevante Ausrichtung der betriebswirtschaftlichen Entscheidungslehre unter dem Postulat objektiver formaler oder entscheidungslogischer Rationalität kennzeichnen läßt, basiert die ethisch-normative Entscheidungstheorie auf einer objektiven substantiellen oder ethischen Rationalität. Letztere wird im folgenden nicht weiter betrachtet.

Der zweite in diesem Kapitel zu erläuternde Begriff ist der des Entscheidungsmodells. Er läßt sich vor dem Hintergrund des nachstehenden Sachverhalts relativ einfach definieren. Nach herrschender Meinung repräsentiert die Betriebswirtschaftslehre der Gegenwart als angewandte Entscheidungslehre eine praktisch-normative Wissenschaft.[35] Insofern hat sie Aussagen darüber zu treffen, welches Entscheidungsverhalten die Individuen innerhalb einer Betriebswirtschaft praktizieren müssen, um bestimmte Ziele bestmöglich zu erreichen. „Das Endziel der Betriebswirtschaftslehre besteht mithin in der Entwicklung normativer Entscheidungsmodelle, die die Ableitung rationaler Problemlösungen für praktische Entscheidungssituationen ermöglichen.“[36] Um diese Gestaltungsaufgabe erfüllen und damit zusammenhängend den Begriff des Entscheidungsmodells adäquat definieren

Bamberg, G., Coenenberg, A. G. (2004), S. 3 f.; Gäfgen, G. (1974), S. 18 ff.; Rieper, B. (1992), S. 77 f.; Schneider, D. (1987), S. 63 ff.

[35] Vgl. Bamberg, G., Coenenberg, A. G. (2004), S. 11.

[36] Bamberg, G., Coenenberg, A. G. (2004), S. 12.

zu können, sind auf vorgelagerten Stufen ebenfalls Modelle zu formulieren und zu definieren, die sich nach dem Einsatzzweck in Beschreibungs-, Erklärungs- und Prognosemodelle differenzieren lassen.[37] Dabei handelt es sich bei den Beschreibungsmodellen um Abbilder einzelner oder mehrerer, durch Ordnungsmuster miteinander verknüpfter betriebswirtschaftlicher Tatbestände, die auch als Erfassungs- oder Ermittlungsmodelle bezeichnet werden können. Betrachtet man demgegenüber Abbilder mehrerer miteinander verknüpfter betriebswirtschaftlicher Tatbestände, die sich in die beiden Gruppen der zu erklärenden Größen und der zur Erklärung herangezogenen Größen aufteilen lassen, wobei durch deren Verknüpfung die formale Struktur des Modells determiniert wird, spricht man von einem Erklärungsmodell. Dieses ist dadurch gekennzeichnet, daß weder die zu erklärenden Größen noch die zur Erklärung herangezogenen Größen Zukunftscharakter besitzen. Diese Aussage verliert bei den nun zu betrachtenden Prognosemodellen ihre Gültigkeit. Hierbei handelt es sich nämlich um Erklärungsmodelle, bei denen die zu erklärenden Größen zwingend auf einen Zeitpunkt oder Zeitraum in der Zukunft gerichtet sein müssen, während die zur Erklärung herangezogenen Größen sowohl Vergangenheits- als auch Zukunftscharakter aufweisen können. Die Zusammenfassung eines Prognosemodells [oder] (mehrerer Prognosemodelle) mit einem [oder] (mehreren) auf die Vergangenheit und auf die Zukunft ausgerichteten Beschreibungsmodell (Beschreibungsmodellen), wobei sich letztere auf die im Augenblick verfügbaren Ressourcen und die in der Zukunft anzustrebenden Zielerreichungsgrade beziehen, führt schließlich zu den Entscheidungsmodellen. Diese umfassen demnach alle vorstehend genannten Modelltypen.

Betrachtet man den letzten in diesem Kapitel zu definierenden Begriff, nämlich jenen der homomorphen Abbildung, läßt sich folgendes konstatieren. Ein im bisherigen Sinne verstandenes Modell repräsentiert „ein homomorphes Abbild eines realen Problems."[38] Dieser zunächst relativ abstrakt klingende Sachverhalt wird auf der Grundlage der nachstehenden Abbildung 3.4, S. 48, erheblich transparenter.[39] Den Ausgangspunkt stellt hiernach ein reales Problem dar, welches vereinfacht ausgedrückt die „von einer Person wahrgenommene Abweichung zwischen dem von ihr tatsächlich Erreichten [(Ist-Zustand)] [...] und dem von ihr Erwünschten [(Soll-Zustand)]"[40] widerspiegelt. Dieses ist auf dem Wege

---

[37]Vgl. zu den nachstehenden Ausführungen, die in enger Anlehnung an Rieper, B. (1992), S. 87-93, erfolgen, auch Adam, D., Witte, T. (1976), S. 2; Bamberg, G., Coenenberg, A. G. (2004), S. 13 ff.; Schwarze, J. (1993), Sp. 2832-2834.

[38]Rieper, B. (1992), S. 19. Neben dem hier verwendeten abbildungsorientierten Modellbegriff lassen sich sowohl ein konstruktionsorientierter als auch ein strukturorientierter Modellbegriff unterscheiden. Diese stellen im Rahmen der vorliegenden Arbeit jedoch keinen Untersuchungsgegenstand dar. Vgl. zu einer ausführlichen Diskussion dieser Begriffe etwa Bretzke, W.-R. (1980); Rieper, B. (1992), S. 18, 23 ff., 29 ff.; Schmidt, R. H., Schor, G. (1987).

[39]Diese Abbildung stimmt weitgehend mit Rieper, B., Witte, T. (2005), S. 16, überein. Vgl. zu den in diesem Zusammenhang gemachten Ausführungen insbesondere Rieper, B. (1992), S. 19-23; Rieper, B., Witte, T. (2005), S. 15 f.

[40]Rieper, B. (1992), S. 19.

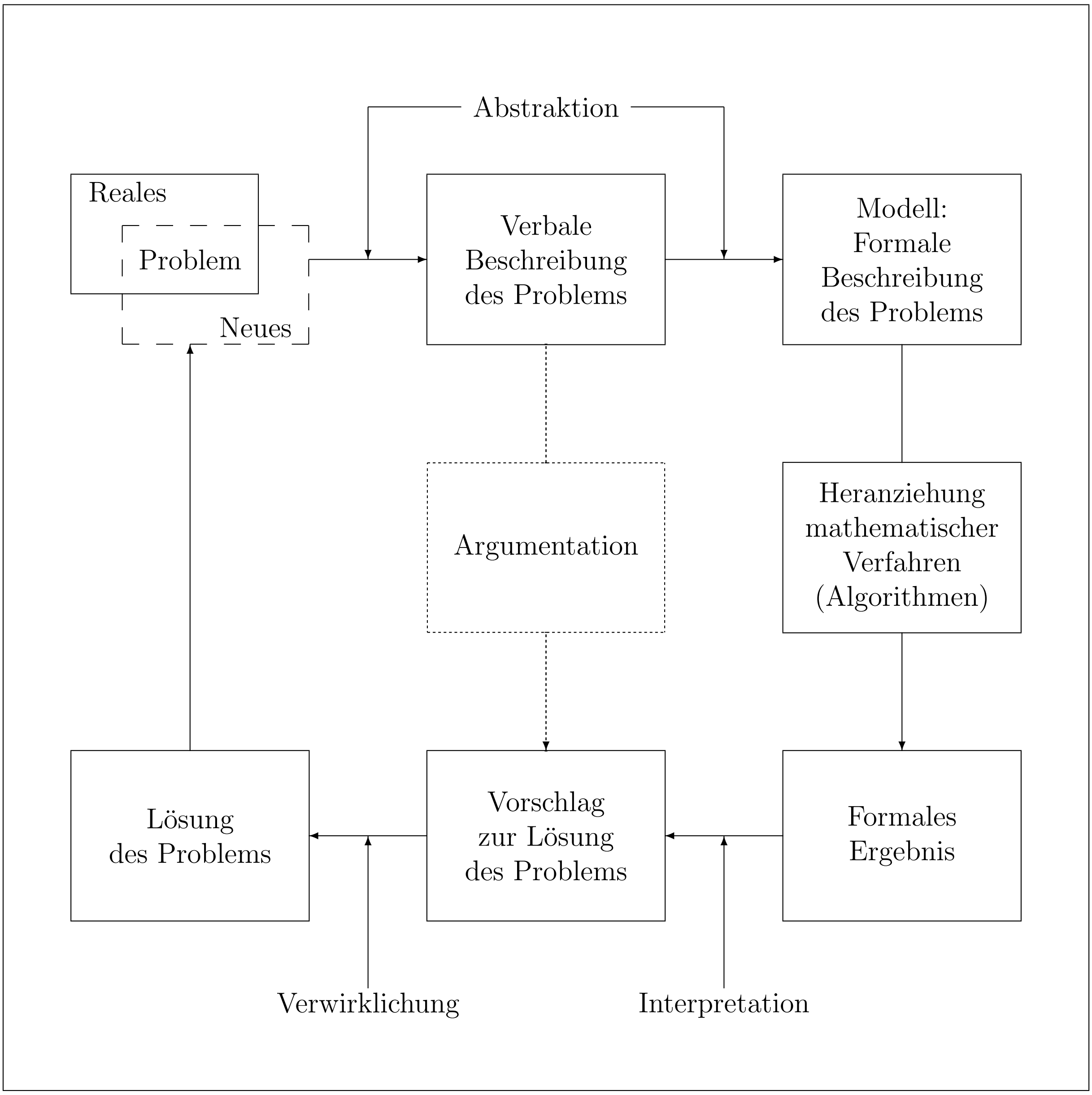

Abbildung 3.4: Grundschema der wissenschaftlichen Problemlösung

der Abstraktion in ein formales Problem zu überführen. Dadurch entsteht das Abbild (Modell) des Urbilds (realen Problems), wobei nach herrschender Meinung zwischen ersterem und letzterem keine eineindeutige (Isomorphie), sondern lediglich eine mehreindeutige und strukturerhaltende Beziehung (Homomorphie) existieren muß.[41] In diesem Zusammenhang nennt man eine Abbildung mehreindeutig, wenn den unterschiedlichen Einzelmerkmalen des realen Problems nur ein Merkmal des Modells zugeordnet wird. Sind die innerhalb des realen Problems zueinander in Beziehung stehenden Einzelmerkmale darüber

[41] Vgl. zu dieser Sichtweise etwa Bamberg, G., Coenenberg, A. G. (2004), S. 13 ff.; Rieper, B. (1992), S. 19 ff.

hinaus auch in dem Modell aufeinander bezogen, liegt eine mehreindeutige und strukturerhaltende Abbildung vor. Aufgrund der damit verbundenen Ähnlichkeit zwischen realem Problem und Modell kann ersteres durch letzteres bewältigt werden. Bezüglich des zuvor erwähnten Vorgangs der Abstraktion läßt sich noch festhalten, daß sich dieser in zwei Stufen vollziehen kann. In der ersten Stufe erfolgt eine detaillierte verbale Beschreibung des realen Problems, indem dieses gedanklich in drei Komponenten zerlegt wird: Ausgangssituation (Ist-Zustand; in der Regel bekannt), Endsituation (Soll-Zustand; in der Regel bekannt) und Transformation (Angabe darüber, wie und womit die Überführung des Ist-Zustands in den Soll-Zustand erreicht werden kann; in der Regel unbekannt). Ist das vorliegende Problem nicht zu komplex, läßt sich auf dieser Grundlage rein argumentativ ein Vorschlag zu dessen Lösung erarbeiten, der anschließend noch umgesetzt werden muß. Eine solche Vorgehensweise ist bei einem realen ökonomischen Problem aufgrund dessen Komplexität grundsätzlich nicht praktizierbar. Stattdessen muß in einer zweiten Stufe die bereits zuvor erfolgte detaillierte verbale Problembeschreibung in eine formale Struktur überführt werden. Für diese läßt sich dann unter Heranziehung leistungsfähiger mathematischer Verfahren und Algorithmen ein formales Ergebnis ableiten, welches nach korrekter Interpretation in einen Vorschlag zur Lösung des realen Problems mündet. Ob dieser Vorschlag tatsächlich eine Lösung des realen Problems ermöglicht oder aber ein neues hervorbringt, welches in der beschriebenen Art und Weise zu bewältigen ist, kann erst nach dessen Implementierung beantwortet werden.

3.2.2.2 Elemente des Grundmodells

Nachdem die für das Verständnis der nachstehenden Ausführungen wichtigsten Begriffe definiert worden sind, wird im folgenden das Grundmodell der praktisch-normativen Entscheidungstheorie präsentiert. Wie die Abbildung 3.5, S. 50, verdeutlicht, setzt sich dieses Entscheidungsmodell aus sieben Elementen zusammen:[42] (I) dem Aktionsraum AR, (II) dem Zustandsraum ZR, (III) der [den] Ergebnisfunktion[en] EGF, (IV) der Ergebnismatrix EGM, (V) der [den] Zielgröße[n] ZG, (VI) der [den] Präferenzrelation[en] PR und (VII) der Entscheidungsmatrix EM. Hierbei ist zu beachten, daß durch die Zusammenfassung von (I), (II) und (III) das Entscheidungsfeld EF respektive das Modell bezüglich der Umwelt des Entscheidungsträgers festgelegt wird, während die Verknüpfung von (V) und (VI) das Zielsystem ZS respektive das Modell bezüglich der Ziele des Entscheidungsträgers determiniert. Sie repräsentieren die faktischen (Entscheidungsfeld) und wertenden (Zielsystem) Entscheidungsprämissen und damit die Datenbasis des Modells. Wendet man sich zunächst dem ersten Element zu, nämlich dem Aktionsraum, läßt sich konstatieren, daß dieser die Menge aller dem Entscheidungsträger (in einem bestimmten Zeitpunkt oder

[42] Vgl. zu dieser Abbildung und den damit verbundenen Ausführungen insbesondere Bamberg, G., Coenenberg, A. G. (2004), S. 15-42; Eisenführ, F., Weber, M. (2003), S. 15-51; Laux, H. (2005), S. 19-42; Rieper, B. (1992), S. 47-49.

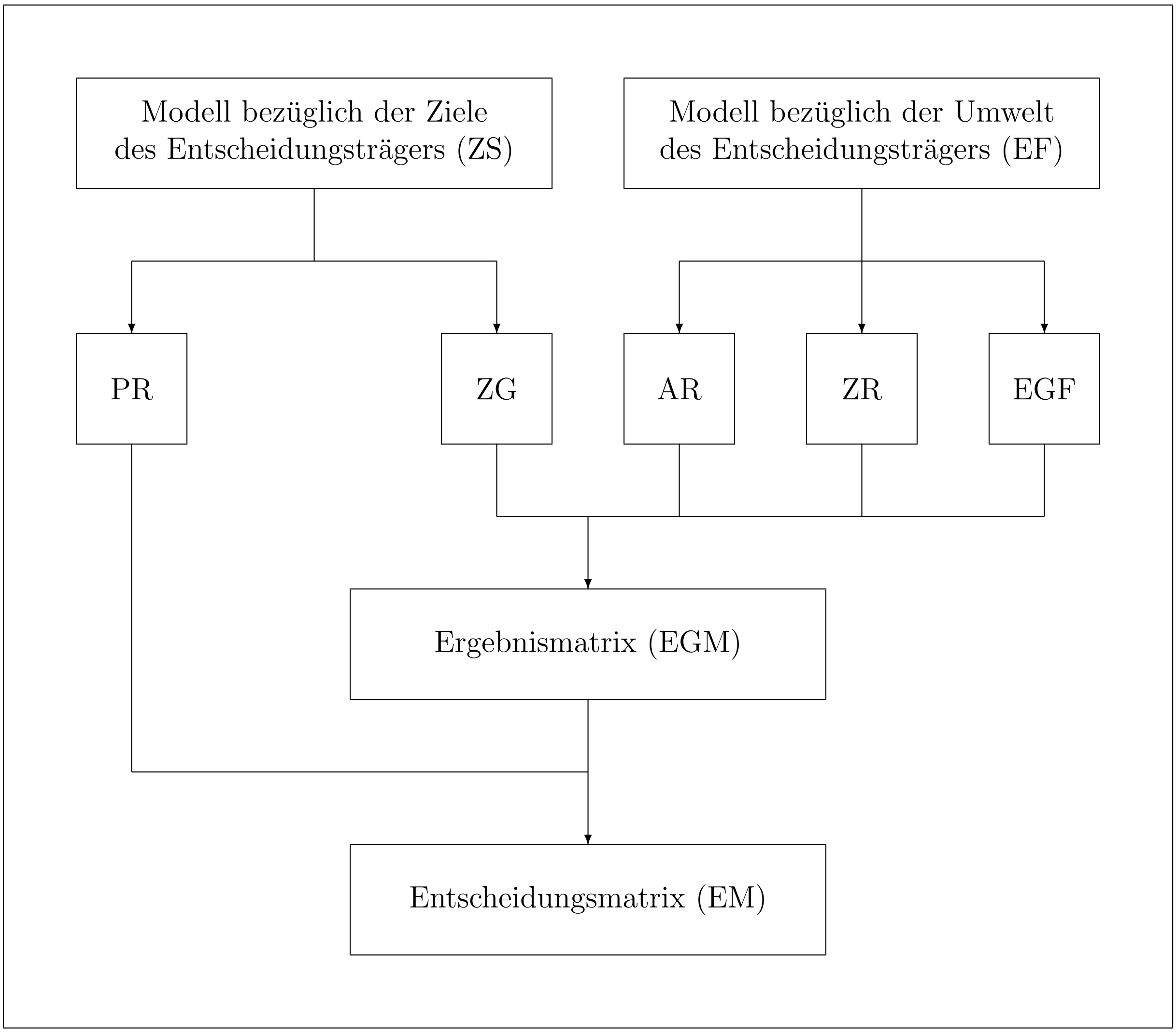

Abbildung 3.5: Grundmodell der praktisch-normativen Entscheidungstheorie

Legende: AR = Aktionsraum, EF = Entscheidungsfeld, EGF = Ergebnisfunktion(en), PR = Präferenzrelation(en), ZG = Zielgröße(n), ZR = Zustandsraum, ZS = Zielsystem.

in einem bestimmten Zeitraum) zur Verfügung stehenden Aktionen, im folgenden auch Handlungsalternativen oder Strategien genannt, umfaßt. Das kann mathematisch wie folgt ausgedrückt werden:

$$A = \{a_1, \ldots, a_I\} = \{a_i \mid i = 1, \ldots, I\}\,. \tag{3.1}$$

Hierbei bezeichnen A den Aktionsraum und a_i, $i = 1, \ldots, I$, die sich gegenseitig ausschließenden Handlungsalternativen, wobei letztere eine endliche Zahl annehmen sollen. Um eine der Zielsetzung entsprechende Lösung des Entscheidungsproblems gewährleisten zu können, sind bei der Formulierung dieser Handlungsalternativen zwei Sachverhalte zu berücksichtigen: Der Entscheidungsträger muß einerseits einen Zwang verspüren, aus der Gesamtheit der zur Verfügung stehenden Handlungsalternativen eine Auswahl zu treffen; dabei ist andererseits jedoch sicherzustellen, daß er nur eine einzige dieser Alternativen realisieren kann und damit Kombinationen ausgeschlossen sind.[43]

Das zweite Element, der Zustandsraum, entsteht durch die Zusammenfassung aller Umweltzustände, mit denen die in der Formel (3.1), S. 50, genannten Handlungsalternativen konfrontiert werden. Analytisch läßt sich dieser wie folgt darstellen:

$$Z = \{z_1, \ldots, z_J\} = \{z_j \mid j = 1, \ldots, J\}\,, \tag{3.2}$$

wobei Z den Zustandsraum und z_j, $j = 1, \ldots, J$, die sich wechselseitig ausschließenden Umweltzustände repräsentieren. Letztere sollen bis auf weiteres eine endliche Zahl annehmen. Dabei versteht man unter einem Umweltzustand eine „[...] denkbare Konstellation der in einer bestimmten Situation relevanten [Umwelt]Faktoren“[44], die das Ergebnis der Handlungsalternativen beeinflussen, ohne selbst von den Handlungen des Entscheidungsträgers beeinflußt werden zu können. Da sich die vorliegende Arbeit gemäß den Ausführungen im Kapitel 3.2.1.4, S. 42 ff., mit Entscheidungsproblemen bei Risiko auseinandersetzt, ist noch zu beachten, daß für den Eintritt jedes Umweltzustands z_j eine objektive respektive subjektive (Zustands)Wahrscheinlichkeit $p_j = p\,(z_j)$, $j = 1, \ldots, J$, angegeben werden muß, wobei gilt: $\sum_{j=1}^{J} p_j = \sum_{j=1}^{J} p\,(z_j) = 1$.

Um jeder möglichen Kombination von Handlungsalternative a_i und Umweltzustand z_j zielwirksame Konsequenzen, im folgenden auch Handlungsergebnisse oder Handlungskonsequenzen e_{ij} genannt, zuzuordnen, benötigt man eine Ergebnisfunktion g.[45] Diese stellt das dritte Element des Grundmodells der praktisch-normativen Entscheidungstheorie dar und läßt sich gemäß den Ausführungen im Kapitel 3.2.1.4, Fußnote 24, S. 42, ohne Beschränkung der Allgemeingültigkeit als deterministische Funktion begreifen. In allgemeiner Form kann sie wie folgt charakterisiert werden:

$$g_{kt}(a_i, z_j) = e_{ij}^{kt}, \quad i = 1, \ldots, I, \quad j = 1, \ldots, J, \quad k = 1, \ldots, K, \quad t = 0, \ldots, T. \tag{3.3}$$

Hiernach ordnet die Funktion g – für jede Zielgröße k und jeden Zeitpunkt beziehungsweise jedes Zeitintervall t – jeder Kombination von Handlungsalternative a_i und Umweltzustand z_j ein spezifisches (reellwertiges) Handlungsergebnis e_{ij}^{kt} zu. Faßt man die so ermittelten Handlungskonsequenzen in einer Übersicht zusammen, ergibt sich die in der Abbildung 3.6, S. 52, dargestellte Struktur. Diese bezeichnet man als Ergebnismatrix.

---

[43] Der erste Sachverhalt setzt voraus, „daß das Entscheidungsmodell den gesamten Möglichkeitenraum des Entscheidungsträgers, so wie er sich aufgrund der gegebenen Informationen darstellt, voll ausschöpfen muß. Unterlassungsalternativen gehören also ebenfalls in die Liste der zu betrachtenden Aktionen.“ Bamberg, G., Coenenberg, A. G. (2004), S. 16. Auf der Basis des zweiten Sachverhalts wird deutlich, daß alle Handlungsalternativen voneinander unabhängig sein und sich gegenseitig ausschließen müssen.

[44] Bamberg, G., Coenenberg, A. G. (2004), S. 18.

[45] Hierbei ist zu beachten, daß die Formulierung einer Ergebnisfunktion g die Kenntnis der von einem Entscheidungsträger angestrebten Zielgröße[n] (fünftes Element) voraussetzt.

<table>
<tr><td colspan="4" rowspan="6"></td><td colspan="3">Umweltzustände</td></tr>
<tr><td>z_1</td><td>$\cdots$</td><td>z_J</td></tr>
<tr><td colspan="3">Eintrittswahrscheinlichkeiten</td></tr>
<tr><td>$p_1 = p\,(z_1)$</td><td>$\cdots$</td><td>$p_J = p\,(z_J)$</td></tr>
<tr><td colspan="3">Zielgrößen</td></tr>
<tr><td>$k_1 \cdots k_K$</td><td>$\cdots$</td><td>$k_1 \cdots k_K$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Handlungsalternativen</td><td>a_1</td><td rowspan="3">Zeitpunkte bzw. Zeitintervalle</td><td>t_0
$\vdots$
t_T</td><td>$e_{11}^{10} \cdots e_{11}^{K0}$
$\vdots \ \ddots \ \vdots$
$e_{11}^{1T} \cdots e_{11}^{KT}$</td><td>$\cdots$
$\vdots \ \ddots \ \vdots$
$\cdots$</td><td>$e_{1J}^{10} \cdots e_{1J}^{K0}$
$\vdots \ \ddots \ \vdots$
$e_{1J}^{1T} \cdots e_{1J}^{KT}$</td></tr>
<tr><td>$\vdots$</td><td>$\vdots$</td><td>$\cdots$
$\vdots \ \ddots \ \vdots$
$\cdots$</td><td>$\cdots$
$\vdots \ \ddots \ \vdots$
$\cdots$</td><td>$\cdots$
$\vdots \ \ddots \ \vdots$
$\cdots$</td></tr>
<tr><td>a_I</td><td>t_0
$\vdots$
t_T</td><td>$e_{I1}^{10} \cdots e_{I1}^{K0}$
$\vdots \ \ddots \ \vdots$
$e_{I1}^{1T} \cdots e_{I1}^{KT}$</td><td>$\cdots$
$\vdots \ \ddots \ \vdots$
$\cdots$</td><td>$e_{IJ}^{10} \cdots e_{IJ}^{K0}$
$\vdots \ \ddots \ \vdots$
$e_{IJ}^{1T} \cdots e_{IJ}^{KT}$</td></tr>
</table>

Abbildung 3.6: Grundsätzlicher Aufbau der Ergebnismatrix

Das vierte Element, die Ergebnismatrix[46], verknüpft demnach insofern das Modell bezüglich der Umwelt des Entscheidungsträgers (Entscheidungsfeld) mit jenem bezüglich der Ziele des Entscheidungsträgers (Zielsystem), als die Ergebnisfunktion lediglich bei Kenntnis der Zielgröße[n] formuliert werden kann. Diese Verknüpfung ist bereits in der

[46] An dieser Stelle muß darauf hingewiesen werden, daß die in der Abbildung 3.6 skizzierte Ergebnismatrix für jede Handlungsalternative eine identische Zustandsverteilung unterstellt. Diese Annahme ist nur deshalb eingeführt worden, um die graphische Darstellung zu vereinfachen. Sie besitzt für die weitere Untersuchung keine Bedeutung. „Wesentlich ist lediglich, daß jeder Aktion eine Wahrscheinlichkeitsverteilung für die [Handlungs]Ergebnisse zugeordnet ist.“ Bamberg, G., Coenenberg, A. G. (2004), S. 81. Insofern kann für jede Handlungsalternative eine spezifische, sich von den übrigen Aktionen unterscheidende Zustandsverteilung festgelegt werden.

Abbildung 3.5, S. 50, deutlich geworden. Betrachtet man die in der Ergebnismatrix notierten Handlungsalternativen, läßt sich festhalten, daß diese in die beiden Klassen der dominierten und der nicht dominierten Aktionen unterteilt werden können. Dabei subsumiert man jene Handlungsalternativen unter die zuerst genannte Klasse, die im Vergleich zu wenigstens einer anderen Aktion hinsichtlich aller Handlungskonsequenzen nicht besser und bezüglich mindestens eines Handlungsergebnisses schlechter zu beurteilen sind. Sie bezeichnen niemals optimale Aktionen und können aus der Ergebnismatrix eliminiert werden. Alle hiervon nicht betroffenen Handlungsalternativen werden demgegenüber als nicht dominiert qualifiziert und repräsentieren potentielle Anwärter für die optimale Aktion.

Die in der Abbildung 3.6, S. 52, enthaltenen Zielgrößen $k_1, \ldots, k_K$ bezeichnen das fünfte Element des Grundmodells der praktisch-normativen Entscheidungstheorie und stellen zusammen mit den Präferenzrelationen, dem sechsten Element, „[...] notwendige Bestandteile jedes operablen Zielsystems“[47] dar. Hierbei geben die Zielgrößen an, welche Handlungsergebnisse der Bewertung der Handlungsalternativen zugrunde gelegt werden sollen. Insofern liefern sie eine Antwort auf die Frage, welche der von einer Handlungsalternative ausgelösten Handlungskonsequenzen der Entscheidungsträger als besonders erstrebenswert ansieht. Damit ist allerdings noch nicht beantwortet, wie der Entscheidungsträger diverse Handlungsergebnisse vergleichen soll, die eine unterschiedliche Höhe, eine unterschiedliche Art, einen unterschiedlichen zeitlichen Bezug und ein unterschiedliches Risiko aufweisen. Um das zu erreichen, müssen in einem Zielsystem neben den Zielgrößen auch Präferenzrelationen in der Form der Höhen-, Arten-, Zeit- und Risikopräferenz verankert werden. Betrachtet man zunächst die Höhenpräferenzrelation, so läßt sich konstatieren, daß diese eine Aussage darüber ermöglicht, wie ein Entscheidungsträger ceteris paribus Handlungskonsequenzen mit unterschiedlichem Niveau respektive mit unterschiedlicher Höhe einschätzen soll. Als Beispiele hierfür können die Maximierungsregel und die Minimierungsregel angeführt werden. Im Gegensatz zur Höhenpräferenzrelation, die bei jedem Entscheidungsproblem erforderlich ist, wird die Artenpräferenzrelation nur dann benötigt, wenn der Entscheidungsträger gleichzeitig mehrere Zielgrößen anstrebt, die zumindest teilweise konfliktär sind. Da im Rahmen der vorliegenden Arbeit lediglich eine Zielgröße verfolgt wird und damit dieser Fall niemals auftreten kann, erübrigt sich eine weitergehende Diskussion dieser Präferenzrelation. Die Zeitpräferenzrelation dokumentiert die von einem Entscheidungsträger empfundene relative Vorziehenswürdigkeit bestimmter Handlungsalternativen, deren zugrunde liegenden Handlungsergebnisse ceteris paribus zu unterschiedlichen Zeitpunkten oder Zeiträumen anfallen. Sie ist demnach

[47] Bamberg, G., Coenenberg, A. G. (2004), S. 28. Diese Autoren nennen und erörtern auf S. 31 ff. der vorstehenden Publikation zudem drei Bedingungen, die jedes Zielsystem als Grundlage für die Lösung betrieblicher Entscheidungsprobleme erfüllen muß: (I) das Zielsystem muß vollständig sein, (II) die Ziele müssen operational sein und (III) die Ziele müssen koordinationsgerecht sein. Ohne diese Forderungen detailliert zu erörtern, sei darauf hingewiesen, daß das für die vorliegende Arbeit relevante Zielsystem alle drei Bedingungen problemlos erfüllt.

immer dann erforderlich, wenn sich die Bezugszeitpunkte oder Bezugszeiträume der den jeweiligen Handlungsalternativen zugeordneten Handlungskonsequenzen voneinander unterscheiden. Als prominentestes Beispiel kann in diesem Zusammenhang die Regel der Diskontierung von Handlungsergebnissen genannt werden, durch die gegenwärtige (zukünftige) positive (negative) Ergebnisse im Verhältnis zu künftigen (gegenwärtigen) positiven (negativen) Ergebnissen präferiert werden. Betrachtet man noch die Risikopräferenzrelation, läßt sich festhalten, daß diese die relative Vorteilhaftigkeit beschreibt, welche unterschiedliche Handlungsalternativen ceteris paribus aufgrund der Unsicherheit des Eintritts der ihnen zugrunde liegenden Handlungskonsequenzen für den Entscheidungsträger haben. Die Festlegung einer Risikopräferenzrelation ist demnach immer dann erforderlich, wenn dem Entscheidungsträger keine vollkommenen Informationen über die tatsächlich eintretenden Handlungsergebnisse der ihm zur Verfügung stehenden Handlungsalternativen vorliegen und damit jede Alternative durch eine Menge potentiell möglicher Ergebnisse gekennzeichnet ist.

Das siebte und damit letzte Element, die Entscheidungsmatrix, erhält man durch die Anwendung der bereits diskutierten Präferenzrelationen (sechstes Element) auf die Ergebnismatrix (viertes Element).[48] Hierzu wird in der Literatur die nachstehende Vorgehensweise empfohlen.[49] Den Ausgangspunkt bildet die in der Abbildung 3.6, S. 52, mit jeder nicht dominierten Handlungsalternative a_i verbundene Wahrscheinlichkeitsverteilung der alternativ möglichen Ergebnissequenzen $\left\{E_{ij}\,;\,p_j = p\left(z_j\right) \mid j = n_i^\sharp, n_i^\sharp + 1, \ldots, n_i\right\}$, wobei $E_{ij} = \left(e_{ij}^0, \ldots, e_{ij}^T\right)$ die bei der Alternative i zum Endzustand j führende Ergebnissequenz und $n_i^\sharp$ bzw. n_i die Nummer des ersten bzw. letzten Endzustands von a_i repräsentieren.[50] Unter Heranziehung einer intertemporalen Präferenzfunktion $\hat{\Theta}$, welche die Zeitpräferenzrelation des Entscheidungsträgers widerspiegelt, kann jeder einzelnen Ergebnissequenz E_{ij} ein bestimmter Präferenzindikator $\hat{\theta}_{ij} = \hat{\Theta}\left(E_{ij}\right)$ zugeordnet werden. Dadurch vereinfacht sich das Entscheidungsproblem erheblich. Jede Handlungsalternative läßt sich nämlich statt durch eine Wahrscheinlichkeitsverteilung ganzer Ergebnissequenzen durch eine Wahrscheinlichkeitsverteilung $\left\{\hat{\theta}_{ij}\,;\,p_j = p\left(z_j\right) \mid j = n_i^\sharp, n_i^\sharp + 1, \ldots, n_i\right\}$ dieses bestimmten Präferenzindikators kennzeichnen. Das Problem, daß sich Handlungsergebnisse auf unterschiedliche Zeitpunkte oder Zeiträume beziehen, existiert damit nicht mehr. Ordnet man schließlich jeder einzelnen Wahrscheinlichkeitsverteilung des Präferenzindikators mittels einer Präferenzfunktion Θ, welche sowohl die Höhen- als auch die Risikopräferenzrelation des Entscheidungsträgers widerspiegelt, eindeutig einen bestimmten Präferenzwert $\theta_i = \theta(a_i) = \Theta\left[\left\{\hat{\theta}_{ij}\,;\,p_j = p\left(z_j\right) \mid j = n_i^\sharp, n_i^\sharp + 1, \ldots, n_i\right\}\right]$ zu, erhält man

[48] Wie die nachstehenden Ausführungen verdeutlichen werden, handelt es sich bei der in Anlehnung an die Literatur zur praktisch-normativen Entscheidungstheorie entwickelten Abbildung 3.7, S. 55, im strengen mathematischen Sinne nicht um eine Entscheidungsmatrix, sondern um einen Entscheidungsvektor.

[49] Vgl. etwa Bitz, M. (1981), S. 315.

[50] Die Erläuterungen zu der Artenpräferenzrelation haben verdeutlicht, daß lediglich eine Zielgröße verfolgt wird. Deshalb werden die Handlungsergebnisse nicht mehr mit der Größe k indiziert.

Handlungsalternativen	Präferenzwerte
a_1	$\theta_1 = \theta(a_1)$
$\vdots$	$\vdots$
a_I	$\theta_I = \theta(a_I)$

Abbildung 3.7: Grundsätzlicher Aufbau der Entscheidungsmatrix

die in der Abbildung 3.7 dargestellte Entscheidungsmatrix. Diese veranschaulicht insofern die Lösung des Entscheidungsproblems, als jene Handlungsalternative mit dem größten Präferenzwert (Maximierungsproblem) respektive kleinsten Präferenzwert (Minimierungsproblem) als optimal angesehen wird.

Abschließend soll noch auf zwei Sachverhalte hingewiesen werden, die für die vorliegende Arbeit weitreichende Konsequenzen haben: (I) das Problem der Ermittlung theoretisch gut begründeter Präferenzfunktionen $\hat{\Theta}$ und Θ sowie (II) die mit jeder Bewertung von Handlungsalternativen mittels der Präferenzfunktionen $\hat{\Theta}$ und Θ verbundene Subjektivität. Wendet man sich zunächst dem ersten Sachverhalt zu, so läßt sich konstatieren, daß die Bestimmung einer axiomatisch fundierten intertemporalen Präferenzfunktion $\hat{\Theta}$ im Rahmen eines Entscheidungsproblems bei Risiko sehr kompliziert und nach derzeitigem Stand der Wissenschaft nicht zufriedenstellend möglich ist.[51] Obwohl mit dem Bernoulli-Prinzip[52] und der damit verbundenen Bernoulli-Befragung ein axiomatisch gut begründe-

[51]Vgl. zu dieser Einschätzung auch Eisenführ, F., Weber, M. (2003), S. 292. Die beim Treffen intertemporaler Entscheidungen zu beachtenden Besonderheiten sowie die mit diesen Entscheidungen in Verbindung stehenden Probleme diskutieren Ainslie, G., Haslam, N. (1992); Dyckhoff, H. (1988); Dyckhoff, H., Weiner, M. (1992); Elster, J. (1992); Frank, R. H. (1992); Loewenstein, G. F. (1987), (1992); Loewenstein, G. F., Prelec, D. (1991), (1992), (1993); Rachlin, H., Raineri, A. (1992).

[52]Im Rahmen der Entscheidungsfindung unter Risiko lassen sich neben dem Bernoulli-Prinzip, welches auf plausiblen Annahmen rationalen Verhaltens von Individuen basiert und axiomatisch am weitesten entwickelt ist, vor allem das Erwartungswert-, das Erwartungswert-Standardabweichung-, das Erwartungswert-Verlustwahrscheinlichkeit- und das Erwartungswert-Verlusterwartung-Prinzip nennen. Diese sind unter bestimmten, hier nicht näher zu erläuternden Annahmen mit dem Bernoulli-Prinzip kompatibel. Dabei ist zu beachten, daß durch die Wahl eines Entscheidungsprinzips, im Gegensatz zu der Wahl einer Entscheidungsregel, grundsätzlich keine eindeutige Lösung des zugrunde liegenden Ent-

tes Konzept zur Ermittlung der Präferenzfunktion Θ existiert, müßte $\hat{\Theta}$ relativ willkürlich festgelegt werden; etwa durch die Verwendung einer additiven Präferenzfunktion und subjektiver Festsetzung der darin enthaltenen Gewichtungsfaktoren für die jeweiligen Handlungsergebnisse. Eine andere Möglichkeit bestünde darin, gemischte Extremierungs- und Satisfizierungskonzepte zu verwenden, um „[...] der expliziten Formulierung einer intertemporalen Präferenzfunktion [...] aus dem Wege zu gehen“[53]. Unabhängig davon, welcher dieser beiden Wege beschritten wird, das Problem der (expliziten oder impliziten) Ableitung theoretisch gut begründeter Präferenzfunktionen bleibt erhalten.

Bezüglich des zweiten Sachverhalts kann nachstehendes festgehalten werden. Selbst wenn es möglich wäre, was realiter aber nicht der Fall ist, beide Präferenzfunktionen aus einem auf plausiblen Annahmen basierenden Axiomensystem zu deduzieren, bliebe das Problem der Subjektivität der Bewertung von Handlungsalternativen virulent. Das liegt zum einen darin begründet, daß zur Ableitung der Präferenzfunktionen $\hat{\Theta}$ respektive Θ die Zeitpräferenzen respektive (Höhen- und) Risikopräferenzen des Entscheidungsträgers benötigt würden, die sich von jenen anderer Entscheidungsträger deutlich unterscheiden könnten.[54] Zum anderen würden durch die Umrechnung der den einzelnen Handlungsalternativen zugrunde liegenden Handlungskonsequenzen in Präferenzwerte beobachtbare und damit objektiv meßbare Größen (Ein- und Auszahlungen) zugunsten nicht beobachtbarer

---

scheidungsproblems erreicht wird. Vielmehr werden durch ein Entscheidungsprinzip jene Anforderungen genannt, die von einer Präferenzfunktion zu erfüllen sind, wodurch sich die Anzahl zulässiger Präferenzfunktionen begrenzen läßt. Durch die Befolgung weiterer Entscheidungsprinzipien kann diese Anzahl sukzessive reduziert werden, bis am Ende lediglich eine Präferenzfunktion verbleibt; die zugrunde liegenden Entscheidungsprinzipien bilden gemeinsam eine Entscheidungsregel. Diese stellt in formaler Hinsicht eine Zielfunktion dar und setzt sich aus einer Präferenzfunktion sowie einem Optimierungskriterium zusammen, wobei letzteres die Richtung (Maximierungs- oder Minimierungsproblem) des von einem Entscheidungsträger angestrebten Präferenzwerts verdeutlicht. Vgl. hierzu Laux, H. (2005), S. 24 ff.

[53]Bitz, M. (1981), S. 305 f. Der vorstehende Autor äußert sich allerdings auf S. 309 ff. nicht weniger kritisch über die gemischten Extremierungs- und Satisfizierungskonzepte als über das Konzept der additiven Präferenzfunktionen.

[54]Obwohl in der vorliegenden Arbeit keine Gruppenentscheidungen (mindestens zwei Individuen bilden eine Gruppe) analysiert werden, da von der Fiktion eines rational handelnden Entscheidungsträgers innerhalb eines Unternehmens ausgegangen wird, soll auf ein damit in Verbindung stehendes Problem kurz eingegangen werden. Es läßt sich nämlich zeigen, daß die in der betrieblichen Praxis fast ausnahmslos praktizierte einfache oder qualifizierte Mehrheitsentscheidung ab einer Größe des Aktionsraums von drei Handlungsalternativen zu einem Paradoxon führen kann, welches der Marquis de Condorcet bereits im Jahre 1785 beschrieben hat: Obwohl jedes stimmberechtigte Mitglied des Entscheidungsgremiums eine transitive Rangordnung bezüglich der Handlungsalternativen besitzt, kann eine intransitive Rangordnung des Entscheidungsgremiums bezüglich dieser Alternativen resultieren. Noch allgemeiner läßt sich formulieren, daß bei Gruppenentscheidungen ab einer Größe des Aktionsraums von drei, höchstens aber endlich vielen Handlungsalternativen grundsätzlich kein gerechter Aggregationsmechanismus existiert, der unterschiedliche individuelle Präferenzordnungen zu einer kollektiven Präferenzordnung zusammenfaßt (Unmöglichkeitstheorem von Arrow). Vgl. hierzu Bamberg, G., Coenenberg, A. G. (2004), S. 251 ff.; Laux, H. (2005), S. 421 f., 449 ff.

und damit subjektiv meßbarer Größen (Nutzenwerte) aufgegeben. Da im folgenden allerdings eine von den subjektiven Zeit- und Risikopräferenzen eines Entscheidungsträgers unabhängige Bewertung der Handlungsalternativen angestrebt wird, die zudem auf beobachtbare und damit objektiv meßbare Größen abstellt, ist die Implementierung einer kapitalmarkttheoretisch fundierten Zielfunktion in das Fundament der praktisch-normativen Entscheidungstheorie unumgänglich.

3.2.3 Phasen des Entscheidungsprozesses

Die Ausführungen im Kapitel 3.2.2.2, S. 49 ff., haben verdeutlicht, daß sich alle im Rahmen der vorliegenden Arbeit noch zu entwickelnden Entscheidungsmodelle aus insgesamt sieben Elementen zusammensetzen werden: (I) dem Aktionsraum AR, (II) dem Zustandsraum ZR, (III) der Ergebnisfunktion EGF, (IV) der Ergebnismatrix EGM, (V) der Zielgröße ZG, (VI) den Präferenzrelationen PR und (VII) der Entscheidungsmatrix EM. Da diese Elemente in einer bestimmten zeitlichen Abfolge festgelegt beziehungsweise ermittelt werden müssen, repräsentieren sie Bezugspunkte innerhalb eines noch genauer zu betrachtenden Entscheidungsprozesses. Dieser läßt sich stark vereinfacht in vier (Haupt)Phasen einteilen, nämlich die Planungs-, Durchsetzungs-, Realisations- sowie Kontrollphase, und idealtypisch wie folgt visualisieren (vgl. Abbildung 3.8, S. 58).[55]

Betrachtet man zunächst die Planungsphase, so erkennt man, daß sich diese in Anlehnung an einen weit gefaßten Planungsbegriff aus den nachstehenden Subphasen zusammensetzt: Problemstellungs-, Such-, Bewertungs- und Entscheidungsphase.[56] Dabei bildet die Problemstellungsphase den Ausgangspunkt. In ihr erfolgen die Analyse des vorliegenden Entscheidungsproblems und die Festlegung des Zielsystems des Entscheidungsträgers (ZG, PR). Anschließend kann der Übergang in die Suchphase vollzogen werden. Diese ist dadurch gekennzeichnet, daß sowohl eine Zusammenfassung der dem Entscheidungsträger offenstehenden Handlungsalternativen (AR) als auch die Prognose der mit diesen Alternativen verbundenen Konsequenzen (ZR, EGF) erfolgen. Nach Abschluß dieser Phase ist die gesamte Datenbasis des Entscheidungsmodells festgelegt [Modell bezüglich der Ziele des Entscheidungsträgers ZS (ZG, PR), Modell bezüglich der Umwelt des Entscheidungs-

[55]Vgl. Kruschwitz, L. (2003), S. 8; Wild, J. (1974), S. 37.

[56]Vgl. zum Begriff und den Merkmalen der Planung etwa Wild, J. (1974), S. 12 ff., 38 f. Dieser verwendet auf S. 39 einen enger gefaßten Planungsbegriff, indem er unter die Planungsphase lediglich die Problemstellungs-, Such- und Bewertungsphase subsumiert. Dadurch unterscheidet er explizit zwischen Planung und Entscheidung. Dieser Abgrenzung wird hier deshalb nicht gefolgt, da der Entscheidungsphase im Rahmen der vorliegenden Arbeit eine derart geringe Bedeutung zukommt, daß eine gleichberechtigte Würdigung mit der Planungs-, Durchsetzungs-, Realisations- und Kontrollphase nicht zu gewährleisten ist. Wie die nachstehenden Ausführungen verdeutlichen werden, beinhaltet sie nämlich die endgültige Wahl einer von mehreren zur Verfügung stehenden und sich gegenseitig ausschließenden Handlungsalternativen durch den Entscheidungsträger, wobei diese Alternativen von einem Bewertenden bereits in eine Rangfolge gebracht worden sind.

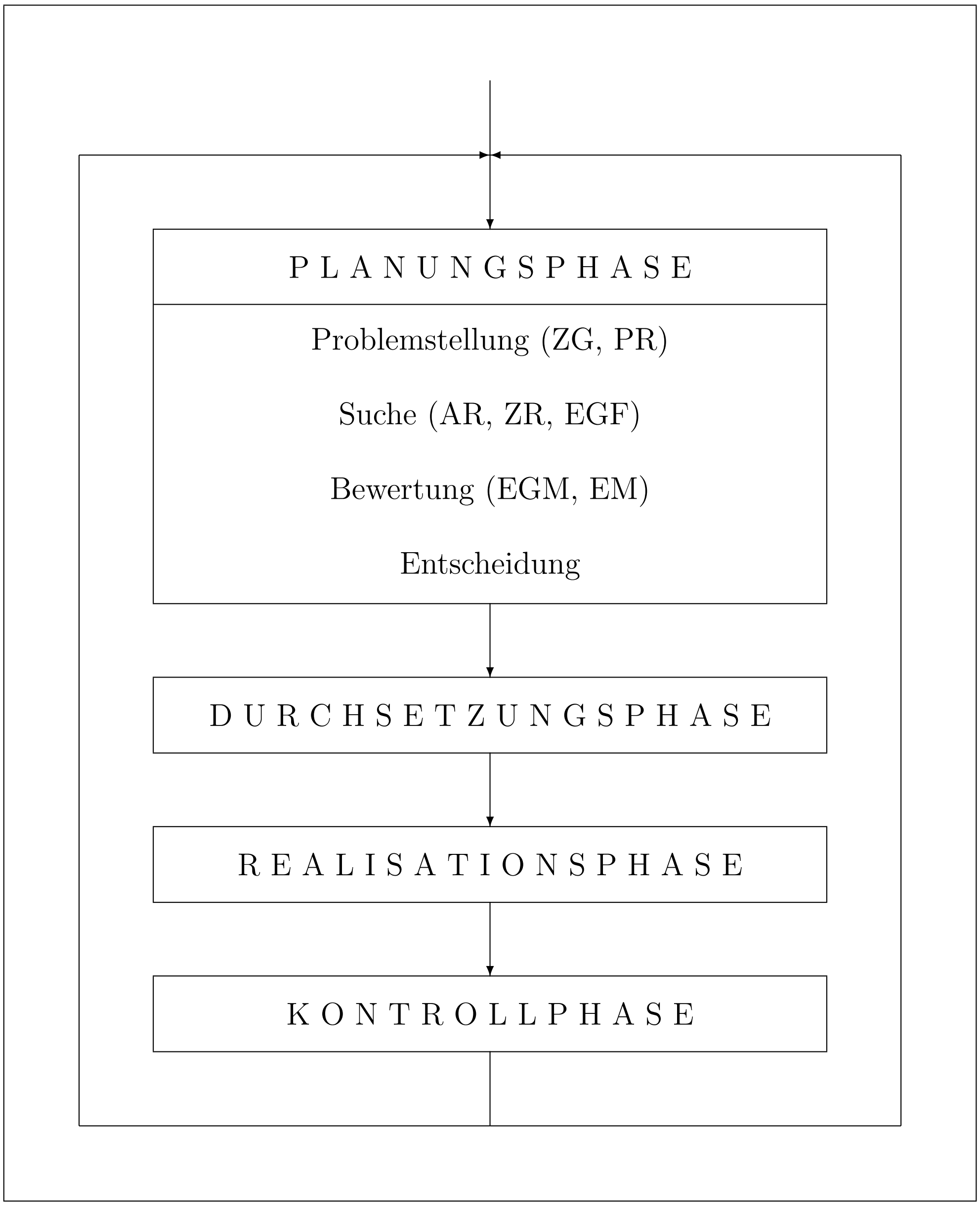

Abbildung 3.8: Phasen des Entscheidungsprozesses

trägers EF (AR, ZR, EGF)] und der Übergang in die Bewertungsphase möglich. Diese stellt in der vorliegenden Arbeit nicht nur das Herzstück der Planungsphase, sondern des gesamten Entscheidungsprozesses dar und wird demzufolge sowohl im Kapitel 3 (Kapitel 3.5, S. 65 ff.) als auch im Kapitel 4 (Kapitel 4.3 [4.4], S. 126 ff. [168 ff.]) ausführlich erörtert. Im Kern geht es in dieser Phase darum, die mit den Handlungsalternativen verbundenen Konsequenzen vor dem Hintergrund des Zielsystems des Entscheidungsträgers zu evaluieren (EGM, EM). Hierbei kommen Instrumente aus der praktisch-normativen Entscheidungstheorie sowie der neoklassischen Investitions- und Finanzierungstheorie zum Einsatz. Am Ende dieser Phase hat der Bewertende eine Rangfolge aller nicht dominierten Handlungsalternativen erarbeitet und damit den Übergang zur Entscheidungsphase eingeleitet. Die dann noch endgültig zu treffende Festlegung über die zu realisierende Handlungsalternative stellt insofern keine Herausforderung mehr dar, als ein streng rational handelnder Entscheidungsträger, der alle mit der Modellformulierung verbundenen Prämissen akzeptiert, für den von dem Bewertenden favorisierten Vorschlag zur Lösung des zugrunde liegenden Entscheidungsproblems votiert und damit die Entscheidungsphase beendet.

Nachdem sich der Entscheidungsträger endgültig für eine bestimmte Handlungsalternative entschieden und damit die Planungsphase abgeschlossen hat, muß diese Alternative verwirklicht werden. Hierzu sind zunächst die Durchsetzungsphase und im Anschluß daran die Realisationsphase zu durchlaufen. In diesem Zusammenhang läßt sich festhalten, daß zwischen die Entscheidungsphase und die Realisationsphase als dem technischen Vollzug der Entscheidung immer dann eine Durchsetzungsphase einzufügen ist, wenn (I) eine personelle Trennung zwischen der Entscheidungsphase und der Realisationsphase existiert und/oder (II) bei Gruppenentscheidungen eine personelle Arbeitsteilung zwischen den Entscheidungsträgern besteht und gleichzeitig funktionsbereichsübergreifende Entscheidungsinterdependenzen zu beachten sind und/oder (III) der [die] Entscheidungsträger nicht identisch ist [sind] mit jener [jenen] unternehmensexternen Person[en] und Institution[en], die das Realisationsergebnis beeinflussen kann [können].[57] Da in großen Kapitalgesellschaften in aller Regel mindestens eine der vorstehenden Bedingungen erfüllt ist und sich die Ausführungen im Rahmen der vorliegenden Arbeit zumindest implizit auf solche Gesellschaften beziehen, muß der in der Abbildung 3.8, S. 58, enthaltenen Realisationsphase demnach eine Durchsetzungsphase vorangestellt werden.

In der Kontrollphase werden schließlich zu bestimmten Zeitpunkten oder innerhalb bestimmter Zeiträume die mit der realisierten Handlungsalternative tatsächlich in Verbindung stehenden Konsequenzen (Ist-Situation) den im Rahmen der Suchphase für diese Alternative prognostizierten Konsequenzen (Soll-Situation) gegenübergestellt. Dadurch ist es möglich, auftretende Diskrepanzen zwischen diesen beiden Entwicklungen frühzeitig zu erkennen und geeignete Anpassungsmaßnahmen vorzunehmen. Darüber hinaus wird auch eine Abweichungsanalyse durchgeführt, aus der die Gründe für ein etwaiges Auseinanderfallen zwischen Ist- und Sollwerten ersichtlich sind.

Abschließend sei noch der Hinweis gestattet, daß in praxi die einzelnen Phasen des idealisierten Entscheidungsprozesses nicht immer so problemlos durchlaufen werden können, wie das bisher geschildert worden ist. Das liegt vor allem darin begründet, daß sowohl innerhalb als auch zwischen den jeweiligen Phasen Vor- und/oder Rückkopplungen stattfinden, die der zusätzlichen Informationsgewinnung und/oder Informationsspeicherung dienen. Dadurch kommt es zu vorwärts- und/oder rückwärtsgerichteten Sprüngen innerhalb des Entscheidungsprozesses, die aus Gründen einer übersichtlicheren Darstellung nicht in die Abbildung 3.8, S. 58, aufgenommen worden sind.

---

[57] Vgl. Schierenbeck, H. (2003a), S. 102.

3.3 Problemstellungsphase: Analyse der Problemsituation und Festlegung des Zielsystems des Entscheidungsträgers

3.3.1 Analyse der Problemsituation

Betrachtet man die im Kapitel 3.2.3, Abbildung 3.8, S. 58, dargestellten Phasen eines idealtypischen Entscheidungsprozesses, läßt sich konstatieren, daß die Entwicklung und Lösung von Entscheidungsmodellen innerhalb der Planungsphase erfolgen.[58] Deshalb werden in der weiteren Diskussion alle mit der Durchsetzungs-, Realisations- und Kontrollphase verbundenen Aspekte vernachlässigt. Wendet man sich zunächst der ersten Subphase innerhalb der Planungsphase zu, der Problemstellungsphase, ergeben sich die nachstehenden zu erfüllenden Aufgaben: (I) Analyse der Problemsituation und (II) Festlegung des Zielsystems des Entscheidungsträgers. Während erstere im Rahmen dieses Kapitels erörtert wird, diskutiert Kapitel 3.3.2, S. 61 ff., letztere.

Den Ausgangspunkt bildet ein in praxi bedeutsames Entscheidungsproblem, nämlich die endgültige Auswahl einer von mehreren sich gegenseitig ausschließenden realen Investitionshandlungen im Ausland, im folgenden zumeist nur Handlungsalternativen genannt. Diese lassen sich jeweils durch eine Zahlungsreihe kennzeichnen, die mit einer (sicheren nominalen) Anschaffungsauszahlung beginnt, der (unsichere nominale) Ein- und Auszahlungen folgen. Unsicherheit hinsichtlich der Ein- und Auszahlungen bestehe insofern, als der Entscheidungsträger zwar objektive oder subjektive (Zustands)Wahrscheinlichkeiten für die Realisation alternativer Umweltzustände angeben kann, bezüglich des Eintritts der Umweltzustände allerdings eine unvollständige Informationsbasis gegeben ist. Demnach erfolgen die weiteren Überlegungen vor dem Hintergrund der aus der praktisch-normativen Entscheidungstheorie bekannten Risikosituation.[59] Diese Festlegung wird aus Vereinfachungsgründen getroffen, um die primäre Zielsetzung der vorliegenden Arbeit, nämlich die Durchführung einer quantitativen Bewertung von Direktinvestitionen, in den Mittelpunkt der Diskussion zu stellen. Insofern liegt den nachstehenden Ausführungen die Fiktion zugrunde, daß sich die mit den jeweiligen Handlungsalternativen verbundenen „Risikoarten"[60], mit Ausnahme des Wechselkursrisikos, bereits in deren Zahlungsreihen

[58]Dem Verfasser der vorliegenden Arbeit ist durchaus bewußt, daß sowohl die innerhalb und/oder zwischen den jeweiligen Phasen stattfindenden Vor- und/oder Rückkopplungen als auch die damit im Zusammenhang stehenden vorwärts- und/oder rückwärts gerichteten Sprünge innerhalb des Entscheidungsprozesses grundsätzlich eine isolierte Betrachtung der jeweiligen Phasen und Subphasen unmöglich machen. Aus didaktischen Gründen wird dieser Weg dennoch beschritten.

[59]Vgl. hierzu die Ausführungen im Kapitel 3.1 (3.2.1.4) [3.2.2], S. 31 (42) [45] ff.

[60]Vgl. zu den unterschiedlichen Risikoarten, die bei realen Investitionshandlungen im Ausland von Bedeutung sein können, etwa Büschgen, H. E. (1997), S. 283 ff.; Kersch, A. (1987), S. 13 ff.; Mrotzek, R. (1989), S. 74 ff.; Schierenbeck, H. (2003b), S. 3 ff.; Stein, I. (1998), S. 577 ff.

widerspiegeln. Zunächst wird davon ausgegangen, daß alle Zahlungen jeweils am Ende einer Periode, zum Beispiel einem Jahr, anfallen und der Betrachtungszeitraum $t = 0, \ldots, T$ Perioden umfaßt. Ferner seien sowohl die Anschaffungsauszahlung als auch die sich daran anschließenden Ein- und Auszahlungen entweder in der Währung des Stammlands der Direktinvestition oder in jener des Ziellands der realen Investitionshandlung im Ausland denominiert. Abschließend verfüge das betrachtete Unternehmen, einschließlich dessen Eigen- und Fremdkapitalgeber, über einen unreglementierten Zugang zu einem vollkommenen, arbitragefreien, vollständigen internationalen Kapitalmarkt.[61]

3.3.2 Festlegung des Zielsystems des Entscheidungsträgers

Auf der Basis des im Kapitel 3.2.2.2, Abbildung 3.5, S. 50, dargestellten Grundmodells der praktisch-normativen Entscheidungstheorie wird deutlich, daß sich das Zielsystem des Entscheidungsträgers aus zwei Elementen zusammensetzt: der (den) Zielgröße(n) und der (den) Präferenzrelation(en). Diese lassen sich in einer Zielfunktion bündeln, die als formaler Ausdruck einer Entscheidungsregel zu verstehen ist.[62] Wie die Diskussion in den Kapiteln 3.1 und 3.2.1.2, S. 31 ff. und 38, verdeutlicht hat, stellt im Rahmen der vorliegenden Arbeit die Maximierung des (erwarteten) Nutzens des individuellen Konsumstroms die von allen Wirtschaftssubjekten angestrebte Zielsetzung und somit auch Zielfunktion dar. Da das betrachtete Unternehmen, einschließlich dessen Eigen- und Fremdkapitalgeber, einen unreglementierten Zugang zu einem vollkommenen, arbitragefreien, vollständigen internationalen Kapitalmarkt besitzt, kann dieses Formalziel auch zugunsten der Maximierung des Marktwerts des Unternehmens aufgegeben werden.[63] Damit sind weitreichende Konsequenzen verbunden. Zum einen läßt sich unter Heranziehung der

[61] Vgl. zum Begriff des (vollkommenen, arbitragefreien,) vollständigen (internationalen) Kapitalmarkts die Diskussion im Anhang A.1, S. 271 f., und im Anhang A.2, S. 273 ff. Die Ausführungen im Anhang A.3, S. 277 ff. [A.4, S. 279 ff.], haben darüber hinaus verdeutlicht, daß die weitere Analyse unter bestimmten Voraussetzungen auch vor dem Hintergrund eines (vollkommenen, arbitragefreien,) übervollständigen (internationalen) Kapitalmarkts erfolgen könnte, während das für einen (vollkommenen, arbitragefreien,) unvollständigen (internationalen) Kapitalmarkt nicht der Fall ist. Aus Vereinfachungsgründen wird im folgenden allerdings immer ein vollständiger Kapitalmarkt betrachtet.

[62] Vgl. zu diesem Sachverhalt die Ausführungen im Kapitel 3.2.2.2, Fußnote 52, S. 55 f.

[63] Franke, G., Hax, H. (2004), S. 332, formulieren diesen Sachverhalt wie folgt: „Die Orientierung am Marktwertkriterium steht [...] in Einklang mit der subjektiven Nutzenmaximierung. Voraussetzung dafür ist, daß auf dem [Kapital]Markt beliebige zustandsbedingte Zahlungsansprüche zu unveränderlichen Preisen gekauft und verkauft werden können. Nur unter dieser Voraussetzung löst sich der Widerspruch zwischen Marktwert- und Nutzenmaximierung auf.“ An dieser Stelle sei noch eine Anmerkung gestattet. Im strengen mathematischen Sinne lassen sich die Maximierung des (erwarteten) Nutzens des individuellen Konsumstroms und die Marktwertmaximierung schon dadurch in Einklang bringen, daß das betrachtete Unternehmen einen unreglementierten Zugang zu einem vollkommenen, arbitragefreien internationalen Kapitalmarkt besitzt, auf dem zusätzlich die Spanning-Property gilt. Vgl. hierzu auch die Erläuterungen im Anhang A.2, Fußnote 5, S. 274, einschließlich der dort gegebenen Literaturhinweise.

im Anhang A.2, S. 274, präsentierten Formel (A.1) bei allen im Kapitel 3.4.1, S. 63, betrachteten Handlungsalternativen eine marktobjektivierte, von den subjektiven Zeit- und Risikopräferenzen des Entscheidungsträgers unabhängige Bewertung durchführen. Zum anderen weist diese Bewertungsfunktion die Eigenschaft der Wertadditivität[64] auf, so daß eine Veränderung der Finanzierungspolitik des Unternehmens weder einen Einfluß auf dessen Marktwert noch auf jenen der zu betrachtenden Handlungsalternativen hat. Diese Aussage spiegelt sich im verallgemeinerten Theorem von der Irrelevanz der Finanzierung wider: „Wird das Investitionsprogramm eines Unternehmens so festgelegt, daß sein Marktwert maximiert wird, dann beeinflußt eine Änderung seiner Finanzierungsweise bei vollkommenem Kapitalmarkt weder sein Investitionsprogramm noch seinen Marktwert noch den finanziellen Nutzen eines Kapitalgebers.“[65] Mit anderen Worten können unter den vorstehenden Annahmen die Entscheidungen über Investition und Finanzierung sowohl in bezug auf ganze Bündel sich gegenseitig ausschließender Handlungsalternativen (Investitionsprogramme) als auch in bezug auf einzelne, sich gegenseitig ausschließende Handlungsalternativen voneinander getrennt (separiert) werden.[66]

---

[64] Vgl. zum Begriff (zu den Voraussetzungen) der (für) Wertadditivität sowie deren Bedeutung für die betriebliche Investitionsplanung die Diskussion im Anhang A.3, Fußnote 11, S. 278, und in Franke, G., Hax, H. (2004), S. 333-346. Die vorstehenden Autoren erläutern auf S. 346 f., 351 ff., zwei weitere Bewertungsfunktionen, die diese Eigenschaft aufweisen: (I) den erwarteten Nettokapitalwert und (II) die beiden aus dem einperiodigen Capital Asset Pricing Model bekannten Varianten. Ersterer läßt sich wie folgt darstellen:

$$NKW_0 = -a_0 + BKW_0 = -a_0 + \sum_{t=1}^{T} \sum_{j=1}^{J_t} x_{t,j} \cdot \frac{p_{0,t,j}}{(1+r_s)^t} = -a_0 + \sum_{t=1}^{T} \frac{\mathcal{E}[X_t]}{(1+r_s)^t},$$

wobei NKW_0 $[BKW_0]$ den (erwarteten) Nettokapitalwert [Bruttokapitalwert], $-a_0$ die Anschaffungsauszahlung, $x_{t,j}$ die zeit- und zustandsabhängigen Einzahlungsüberschüsse, $p_{0,t,j}$ die (Zustands)Wahrscheinlichkeiten, $\mathcal{E}[X_t]$ den Erwartungswert der zeit- und zustandsabhängigen Einzahlungsüberschüsse am Ende der Periode t und r_s den (nominalen) Zinssatz pro Periode einer sicheren Anlage bezeichnen. Die beiden aus dem einperiodigen Capital Asset Pricing Model bekannten Varianten haben die Form:

$$\begin{aligned} NKW_0^1 &= -a_0 + BKW_0^1 = -a_0 + \frac{\mathcal{E}[X_1]}{1 + (r_s + \lambda \cdot \mathcal{COV}[R_{X_1}, R_M])} = -a_0 + \frac{\mathcal{E}[X_1]}{1+r_a}, \\ &= -a_0 + BKW_0^2 = -a_0 + \frac{\mathcal{E}[X_1] - \lambda \cdot \mathcal{COV}[X_1, R_M]}{1+r_s} = -a_0 + \frac{SAE}{1+r_s} = NKW_0^2. \end{aligned}$$

Hierbei repräsentieren NKW_0^1 (NKW_0^2) $[BKW_0^1$ $(BKW_0^2)]$ den Nettokapitalwert [Bruttokapitalwert] der Variante 1 (2) [1 (2)], $-a_0$ die Anschaffungsauszahlung, r_s den (nominalen) Zinssatz der Periode 1 einer sicheren Anlage, $\lambda = (\mathcal{E}[R_M] - r_s) / (\mathcal{V}[R_M])$ den Marktpreis des Risikos, $\mathcal{E}[X_1]$ den Erwartungswert des unsicheren Einzahlungsüberschusses am Ende der Periode 1, $\mathcal{E}[R_M]$ $(\mathcal{V}[R_M])$ den Erwartungswert (die Varianz) der Rendite des Marktportefeuilles, $\mathcal{COV}[R_{X_1}, R_M]$ die Kovarianz zwischen der Rendite des unsicheren Einzahlungsüberschusses am Ende der Periode 1 und der Rendite des Marktportefeuilles, $\mathcal{COV}[X_1, R_M]$ die Kovarianz zwischen dem unsicheren Einzahlungsüberschuß am Ende der Periode 1 und der Rendite des Marktportefeuilles, r_a den (nominalen) risikoadjustierten Kalkulationszinsfuß und SAE das Sicherheitsäquivalent des unsicheren Einzahlungsüberschusses am Ende der Periode 1.

[65] Franke, G., Hax, H. (2004), S. 343.

[66] Vgl. zum Begriff der Separation und zur Bedeutung unterschiedlicher Separationstheoreme für die betriebliche Investitionsplanung vor allem Black, F. (1972a), (1972b); Brennan, M. J., Kraus, A. (1976);

3.4 Suchphase: Zusammenfassung der dem Entscheidungsträger offenstehenden Handlungsalternativen und Prognose der hiermit verbundenen Konsequenzen

3.4.1 Zusammenfassung der dem Entscheidungsträger offenstehenden Handlungsalternativen

In der zweiten Subphase innerhalb der Planungsphase, der Suchphase, sind die beiden nachstehenden Aufgaben zu bewältigen: (I) Zusammenfassung der dem Entscheidungsträger offenstehenden Handlungsalternativen und (II) Prognose der mit den Handlungsalternativen verbundenen Konsequenzen. Erstere wird in diesem Kapitel, letztere im Kapitel 3.4.2, S. 63 f., diskutiert.

Nachdem das Zielsystem des Entscheidungsträgers im Rahmen der Problemstellungsphase festgelegt worden ist, müssen in einem nächsten Schritt alle zur Verfügung stehenden Handlungsalternativen identifiziert werden. Um das zu bewältigende Entscheidungsproblem möglichst einfach zu gestalten, soll der aus dem Kapitel 3.2.2.2, Formel (3.1), S. 50, bekannte Aktionsraum ohne Beschränkung der Allgemeingültigkeit lediglich zwei Aktionen enthalten, von denen eine zu realisieren ist: (I) Durchführung einer nicht näher bezeichneten realen Investitionshandlung im Ausland, (II) Unterlassung der in (I) nicht näher bezeichneten Direktinvestition und laufzeitäquivalente Anlage der für die Durchführung vorstehender Handlungsalternative erforderlichen Anschaffungsauszahlung am vollkommenen, arbitragefreien, vollständigen internationalen Kapitalmarkt zum dort geltenden Zinssatz für sichere Anlagen. Auf der Grundlage dieser Festlegungen wird deutlich, daß alle im Kapitel 3.2.2.2, S. 49 ff., genannten Forderungen bezüglich der Ausgestaltung des Aktionsraums erfüllt sind.

3.4.2 Prognose der mit den Handlungsalternativen verbundenen Konsequenzen

Um die mit den vorstehenden Handlungsalternativen verbundenen Konsequenzen prognostizieren zu können, ist zunächst eine Aussage darüber erforderlich, mit welchen Umweltzuständen diese Aktionen im Betrachtungszeitraum konfrontiert werden. Mit anderen Worten muß also für jede Handlungsalternative eine Festlegung der konkreten Gestalt des im Kapitel 3.2.2.2, Formel (3.2), S. 51, definierten Zustandsraums erfolgen. Das ist insbe-

---

Cass, D., Stiglitz, J. E. (1970); DeAngelo, H. (1981); Fisher, I. (1930); Franke, G. (1983); Hakansson, N. H. (1969); Hart, O. D., Jaffee, D. M. (1974); Lintner, J. (1965); Milne, F. (1974); Nielsen, N. C. (1977); Nitzsch, R. von (1997b); Ross, S. A. (1978); Rudolph, B. (1983); Sharpe, W. F. (1981); Tobin, J. (1958).

sondere dann ein ziemlich schwieriges Unterfangen, wenn der Anspruch formuliert wird, alle in der Zukunft denkbaren Konstellationen der in einer bestimmten Situation relevanten Umweltfaktoren zu benennen, die das Ergebnis der Aktionen beeinflussen, ohne selbst von den Handlungen des Entscheidungsträgers beeinflußt werden zu können. Da empirisch gehaltvolle Aussagen über die Zukunft, vor allem wenn sie keine Naturgesetze widerspiegeln und sich über einen Betrachtungszeitraum von mehreren Monaten oder gar Jahren erstrecken, immer mit erheblicher Unsicherheit behaftet sind, wird man sich mit mehr oder weniger plausiblen Szenarien[67] begnügen müssen. Diese spannen den für jede Handlungsalternative getrennt zu eruierenden Zustandsraum auf und sind im folgenden so zu handhaben, als spiegelten sie innerhalb des gewählten Betrachtungszeitraums die Zukunft in ihrer gesamten Komplexität wider. Ferner dürfte es nicht unrealistisch sein anzunehmen, daß für den Eintritt alternativer Umweltzustände zumindest subjektive (Zustands)Wahrscheinlichkeiten angegeben werden können.

Vor diesem Hintergrund sind für jede Kombination von Aktion und Umweltzustand zielwirksame Konsequenzen (Handlungsergebnisse, Handlungskonsequenzen) gemäß der im Kapitel 3.2.2.2, Formel (3.3), S. 51, präsentierten Ergebnisfunktion zu bestimmen. Das läßt sich im Rahmen der vorliegenden Arbeit, in der stets beobachtbare und damit objektiv meßbare Größen (Ein- und Auszahlungen) den Diskussionsgegenstand bilden, wie folgt bewerkstelligen. Aufgrund der Tatsache, daß die weiter oben erwähnten plausiblen Szenarien den für jede Handlungsalternative getrennt zu eruierenden Zustandsraum aufspannen und so interpretiert werden, als spiegelten sie innerhalb des gewählten Betrachtungszeitraums die Zukunft in ihrer gesamten Komplexität wider, sind alle denkbaren Konstellationen der in einer bestimmten Situation relevanten Umweltfaktoren bekannt. Die von diesen Faktoren unmittelbar abhängigen Handlungskonsequenzen, nämlich die in der Währung des Stammlands oder des Ziellands jeder Investitionshandlung denominierten Einzahlungsüberschüsse als Differenz zwischen entsprechenden Einzahlungen und Auszahlungen, lassen sich dadurch den unterschiedlichen Zeit-Zustands-Kombinationen jeder Aktion eindeutig zuordnen. Diese Vorgehensweise hat gegenüber der in der Literatur zumeist empfohlenen Abschätzung der mit den jeweiligen Handlungsalternativen verbundenen quantitativen Konsequenzen durch die Heranziehung „traditioneller“ univariater Prognoseverfahren (zum Beispiel einfache, gleitende, gewogene gleitende Mittelwertbildung; exponentielle Glättung erster Ordnung ohne/mit Trend; exponentielle Glättung zweiter und höherer Ordnung usw.) mindestens einen bedeutenden Vorteil: Sie benötigt keine historischen Daten, die sich im Rahmen vergleichbarer Problemsituationen ergeben haben. Erstere können nach der Überzeugung des Verfassers dieser Arbeit ohnehin nur in Ausnahmefällen sowohl in der benötigten Qualität als auch in der erforderlichen Quantität beschafft werden.

[67] Vgl. zu den Begriffen des Szenarios und der Szenario-Technik (Szenario-Analyse) etwa Fahey, L., Randall, R. M. (1998), S. 6 ff.; Godet, M. (1987), S. 19 ff.; Götze, U. (1993), S. 36 ff., 71 ff.; Jungermann, H. (1985), S. 321 f.; Mißler-Behr, M. (1993), S. 1 ff.; Scholz, R. W., Tietje, O. (2002), S. 79 ff.

3.5 Bewertungsphase: Evaluation der mit den Handlungsalternativen verbundenen Konsequenzen vor dem Hintergrund des Zielsystems des Entscheidungsträgers

3.5.1 Fixe Wechselkurse und integrierte Kapitalmärkte

Die Bewertungsphase repräsentiert die dritte Subphase innerhalb der Planungsphase. In ihr werden die mit den jeweiligen Handlungsalternativen (vgl. Kapitel 3.4.1, S. 63) verbundenen Konsequenzen (vgl. Kapitel 3.4.2, S. 63 f.) vor dem Hintergrund des Zielsystems des Entscheidungsträgers (vgl. Kapitel 3.3.2, S. 61 ff.) – und damit auch die jeweiligen Handlungsalternativen selbst – evaluiert. Bevor diese Aufgabe systematisch erledigt wird, ist jedoch auf einige Sachverhalte hinzuweisen.

Wie die Ausführungen im Kapitel 2.2, S. 9 ff., verdeutlicht haben, gewinnen reale Investitionshandlungen im Ausland immer mehr an Bedeutung. Dabei üben die industrialisierten Länder, und hier vor allem die Vereinigten Staaten von Amerika und das Vereinigte Königreich (Luxemburg und das Vereinigte Königreich), die mit Abstand größte Anziehungskraft auf deutsche (ausländische) Direktinvestitionen aus. Insofern ist bei der Bewertung realer Investitionshandlungen im Ausland grundsätzlich der Tatsache Rechnung zu tragen, daß Zahlungen zwischen unterschiedlichen Währungsräumen durch die Verwendung geeigneter (nominaler) Wechselkurse[68] in eine einheitliche Währung transformiert und damit vergleichbar gemacht werden können. Vor diesem Hintergrund würde es sich durchaus anbieten, die nachstehenden Überlegungen wie folgt zu gliedern: Direktinvestitionen innerhalb des Euro-Währungsraums, Direktinvestitionen außerhalb des Euro-Währungsraums. Da realiter unterschiedliche Wechselkurssysteme (System fixer Wechselkurse, System flexibler Wechselkurse, Mischformen zwischen den beiden vorstehenden Systemen) existieren, wobei für diese Arbeit aus Vereinfachungsgründen lediglich das System fixer Wechselkurse und jenes flexibler Wechselkurse relevant sind, müßte bei der Bewertung realer Investitionshandlungen außerhalb des Euro-Währungsraums dieser Aspekt explizit berücksichtigt werden. Das ist jedoch insofern nicht ratsam, als die Diskussion der Bewertung von Direktinvestitionen innerhalb des Euro-Währungsraums einerseits und außerhalb des Euro-Währungsraums vor dem Hintergrund eines Systems fixer Wechselkurse

[68]Der (nominale) Wechselkurs bezeichnet in dieser Arbeit jenen aus der Sichtweise des Inlands am Devisenmarkt beobachtbaren Preis, der für den Erwerb von einer Mengeneinheit Auslandswährung in Inlandswährung zu entrichten ist [Preisnotierung: Inlandswährung je Mengeneinheit Auslandswährung]. Demgegenüber spiegelt die Mengennotierung jenen Betrag in Auslandswährung wider, den man für eine Mengeneinheit Inlandswährung erhält [Mengennotierung: Auslandswährung je Mengeneinheit Inlandswährung]. Daher ist letztere (erstere) mit der Preisnotierung (Mengennotierung) aus der Sichtweise des Auslands identisch. Vgl. Gandolfo, G. (1995), S. 3 f.; Siebert, H. (2000), S. 18; Willms, M. (1995), S. 17.

andererseits Gleichungen impliziert, die zumindest inhaltlich den gleichen Sachverhalt widerspiegeln.[69] Mit anderen Worten ausgedrückt würden bei einer derartigen Gliederung alle innerhalb des Euro-Währungsraums präsentierten Formeln durch die außerhalb des Euro-Währungsraums für ein System fixer Wechselkurse diskutierten Bewertungsgleichungen überflüssig. Diese Aussage läßt sich relativ einfach begründen. Da ein System fixer Wechselkurse durch die unwiderrufliche Fixierung der Wechselkurse aller beteiligten Nationalstaaten an einem bestimmten Stichtag gekennzeichnet ist und damit die Paritäten zwischen den Währungen grundsätzlich nicht mehr verändert werden können, existieren die einzelnen Währungen nur noch in formaler Hinsicht. Damit stellt das System fixer Wechselkurse die Vorstufe eines einheitlichen Währungsraums dar. Ob dieser tatsächlich entsteht oder nicht, hat keinen Einfluß auf die Art der Bewertung.

Neben dem Wechselkurssystem ist von Bedeutung, ob die den jeweiligen Ländern zuzuordnenden vollkommenen, arbitragefreien und vollständigen Kapitalmärkte integriert oder segmentiert sind. Erstere lassen sich dadurch kennzeichnen, daß eine Art internationaler Kapitalmarkt entsteht, auf dem alle Wirtschaftssubjekte – sowohl Unternehmen als auch Eigen- und Fremdkapitalgeber – die von ihnen erwünschten Transaktionen wie auf dem heimischen Markt vornehmen können. Ist das nicht gegeben, weil zum Beispiel der grenzüberschreitende Kapitalverkehr sowie die eigentumsbezogenen Verfügungsrechte beschränkt und alle Marktteilnehmer bei länderübergreifenden Aktivitäten mit Transaktionskosten belegt werden, spricht man von segmentierten Kapitalmärkten. Da vor diesem Hintergrund die im Kapitel 3.3.2, S. 61 ff., formulierten Aussagen grundsätzlich keine Gültigkeit mehr besitzen, und die Entscheidung über die Durchführung oder Unterlassung realer Investitionshandlungen im Ausland damit nicht mehr unabhängig von deren Finanzierung getroffen werden kann, muß sich die nachstehende Untersuchung auf den Fall des integrierten Kapitalmarkts konzentrieren.

Faßt man die Aussagen der beiden zuvor diskutierten Themenkomplexe zusammen und berücksichtigt zudem, daß im Rahmen der in der vorliegenden Arbeit praktizierten Zwei-Länder-Betrachtung die Bewertung von Direktinvestitionen prinzipiell aus der Sichtweise des Inlands in inländischer Währung (n, n) [Fälle 1/5], des Auslands in ausländischer Währung (f, f) [Fälle 2/6], des Inlands in ausländischer Währung (n, f) [Fälle 3/7] und des Auslands in inländischer Währung (f, n) [Fälle 4/8] erfolgen kann, ergibt sich die Abbildung 3.9, S. 67. Während in diesem Kapitel eine Beschränkung der Analyse auf die Fälle 1 bis 4 erfolgt, diskutiert Kapitel 3.5.2, S. 86 ff., die Fälle 5 bis 8.

Betrachtet man zunächst Fall 1, läßt sich konstatieren, daß der Nettomarktwert einer Handlungsalternative arbitragefrei (vgl. hierzu die Ausführungen im Anhang A, S. 271 ff.) wie folgt ermittelt werden kann:

$$NMW_0^{i,n,n} = -a_0^{i,n,n} + BMW_0^{i,n,n} = -a_0^{i,n,n} + \sum_{t=1}^{T} \sum_{j=1}^{J_t} x_{t,j}^{i,n,n} \cdot \pi_{0,t,j}^{IKM,n} \quad \forall\, i. \tag{3.4}$$

[69]Vgl. hierzu die Ausführungen in den Fußnoten 70, 71, 72 und 74, S. 67 ff.

<table>
<tr><td>Kapitalmärkte

Wechselkurse</td><td colspan="2">integriert</td><td>segmentiert</td></tr>
<tr><td rowspan="2">fix</td><td>Fall 1:
(n, n)</td><td>Fall 2:
(f, f)</td><td rowspan="2">Kein Untersuchungsobjekt im Rahmen der vorliegenden Arbeit!</td></tr>
<tr><td>Fall 3:
(n, f)</td><td>Fall 4:
(f, n)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">flexibel</td><td>Fall 5:
(n, n)</td><td>Fall 6:
(f, f)</td><td rowspan="2">Kein Untersuchungsobjekt im Rahmen der vorliegenden Arbeit!</td></tr>
<tr><td>Fall 7:
(n, f)</td><td>Fall 8:
(f, n)</td></tr>
</table>

Abbildung 3.9: Differenzierung von Bewertungssituationen in Abhängigkeit des Wechselkurssystems, der Kapitalmarktintegration und der Betrachtungsperspektive (Sichtweise: n = Inland; f = Ausland, Währung: n = Inland; f = Ausland) realer Investitionshandlungen im Ausland

Hierbei repräsentieren $NMW_0^{i,n,n}$ ($BMW_0^{i,n,n}$) den Nettomarktwert (Bruttomarktwert), $-a_0^{i,n,n}$ die Anschaffungsauszahlung und $x_{t,j}^{i,n,n}$ die zeit- und zustandsabhängigen Einzahlungsüberschüsse der Handlungsalternative i, $i = 1, \ldots, I$, aus der Sichtweise des Inlands n in inländischer Währung n. Die arbitragefreien Preise reiner Wertpapiere $\pi_{0,t,j}^{IKM,n}$ lassen sich aus den heute beobachtbaren Marktpreisen jener Wertpapiere ableiten, die Ansprüche auf indeterministische inländische Zahlungen n in der Zukunft verbriefen und auf einem (vollkommenen, arbitragefreien, vollständigen,) integrierten Kapitalmarkt *IKM* gehandelt werden.[70] In diesem Zusammenhang ist jedoch von Bedeutung, daß die Formel (3.4), S. 66, nur dann zur Evaluation realer Investitionshandlungen im Ausland geeignet ist, wenn alle monetären Konsequenzen in der Währung des Inlands anfallen. Kann hiervon nicht ausgegangen werden, sind also zum Beispiel alle mit einer Direktinvestition verbundenen Zahlungen in ausländischer Währung zu fakturieren und legt man eine ausländische

[70] Für diesen Fall erhält man innerhalb des Euro-Währungsraums *EWR* die nachstehende Gleichung:

$$\underline{NMW}_0^{i,n,n} = -a_0^{i,n,n} + \underline{BMW}_0^{i,n,n} = -a_0^{i,n,n} + \sum_{t=1}^{T} \sum_{j=1}^{J_t} x_{t,j}^{i,n,n} \cdot \pi_{0,t,j}^{EWR,n} \quad \forall i.$$

Diese unterscheidet sich von der Formel (3.4), S. 66, lediglich darin, daß die Ableitung der Preise reiner Wertpapiere auf zwei unterschiedlichen (integrierten) Kapitalmärkten erfolgt. Da im Rahmen der vorliegenden Arbeit jedoch die Bewertungssystematik im Vordergrund steht, und diese stimmt bei den beiden Varianten überein, kann auf eine weitergehende Diskussion der in dieser Fußnote angegebenen Formel verzichtet werden.

Sichtweise zugrunde (Fall 2), ergibt sich der nachstehende Ausdruck:

$$NMW_0^{i,f,f} = -a_0^{i,f,f} + BMW_0^{i,f,f} = -a_0^{i,f,f} + \sum_{t=1}^{T} \sum_{j=1}^{J_t} x_{t,j}^{i,f,f} \cdot \pi_{0,t,j}^{IKM,f} \quad \forall\, i. \tag{3.5}$$

Dieser läßt sich dadurch charakterisieren, daß $NMW_0^{i,f,f}$ ($BMW_0^{i,f,f}$) den Nettomarktwert (Bruttomarktwert), $-a_0^{i,f,f}$ die Anschaffungsauszahlung und $x_{t,j}^{i,f,f}$ die zeit- und zustandsabhängigen Einzahlungsüberschüsse der Handlungsalternative i, $i = 1, \ldots, I$, aus der Sichtweise des Auslands f in ausländischer Währung f bezeichnen. Die arbitragefreien Preise reiner Wertpapiere $\pi_{0,t,j}^{IKM,f}$ sind aus den heute beobachtbaren Marktpreisen jener Wertpapiere ableitbar, die Ansprüche auf indeterministische ausländische Zahlungen f in der Zukunft verbriefen und auf einem (vollkommenen, arbitragefreien, vollständigen,) integrierten Kapitalmarkt *IKM* gehandelt werden.[71] Ein Vergleich der beiden zuvor diskutierten Fälle zeigt, daß sich die Quantifizierung des Nettomarktwerts der Handlungsalternativen aus der Sichtweise des Inlands [vgl. Formel (3.4), S. 66, und Fußnote 70, S. 67] beziehungsweise jener des Auslands [vgl. Formel (3.5) und Fußnote 71] nicht von einer ausschließlich national orientierten Bewertung unterscheidet. Diese Aussage kann für die nachstehend zu erläuternden Fälle 3 und 4 nicht mehr aufrechterhalten werden. Betrachtet man etwa Fall 3, berechnet sich der Nettomarktwert einer Direktinvestition arbitragefrei wie folgt:

$$\begin{aligned} NMW_0^{i,n,f} &= -a_0^{i,n,f} + BMW_0^{i,n,f} \\ &= -a_0^{i,n,n} \cdot \bar{w}_0^{-1} + \sum_{t=1}^{T} \sum_{j=1}^{J_t} \left(x_{t,j}^{i,n,n} \cdot \bar{w}_{t,j}^{-1} \right) \cdot \pi_{0,t,j}^{IKM,f} \\ &= -a_0^{i,n,n} \cdot \bar{w}_0^{-1} + \sum_{t=1}^{T} \sum_{j=1}^{J_t} \left(x_{t,j}^{i,n,n} \cdot \pi_{0,t,j}^{IKM,n} \right) \cdot \bar{w}_0^{-1} \\ &= \left[NMW_0^{i,n,n} \text{ aus Formel (3.4), S. 66} \right] \cdot \bar{w}^{-1} \quad \forall\, i, \end{aligned} \tag{3.6}$$

wobei $NMW_0^{i,n,f}$ ($BMW_0^{i,n,f}$) den Nettomarktwert (Bruttomarktwert) sowie $-a_0^{i,n,f}$ die Anschaffungsauszahlung der Handlungsalternative i, $i = 1, \ldots, I$, aus der Sichtweise des Inlands n in ausländischer Währung f und $\bar{w}_{t,j}^{-1} = \bar{w}_0^{-1} = \bar{w}^{-1}$ den reziproken Wert des fixen Wechselkurses $\bar{w}$ repräsentieren.[72] Demnach ist im Vergleich zu einer ausschließlich national orientierten Bewertung die Information bezüglich der Höhe des fixen Wechselkurses zusätzlich erforderlich. Wie die Formel (3.6) [Fußnote 72] verdeutlicht, liegt es dabei

[71] Innerhalb des Euro-Währungsraums *EWR* kann dieser Fall wie folgt dargestellt werden:

$$\underline{NMW}_0^{i,f,f} = -a_0^{i,f,f} + \underline{BMW}_0^{i,f,f} = -a_0^{i,f,f} + \sum_{t=1}^{T} \sum_{j=1}^{J_t} x_{t,j}^{i,f,f} \cdot \pi_{0,t,j}^{EWR,f} \quad \forall\, i.$$

Bezüglich des Verhältnisses zwischen dieser Gleichung und der Formel (3.5) gelten die Aussagen in der Fußnote 70, S. 67, analog.

[72] Für diesen Fall ergibt sich innerhalb des Euro-Währungsraums *EWR* der folgende Ausdruck:

$$\underline{NMW}_0^{i,n,f} = -a_0^{i,n,f} + \underline{BMW}_0^{i,n,f} = \ldots = \left[\underline{NMW}_0^{i,n,n} \text{ aus Fußnote 70, S. 67} \right] \cdot \bar{w}^{-1} \quad \forall\, i.$$

Bezüglich dessen Verhältnis zu der Formel (3.6) gelten die Aussagen in der Fußnote 70, S. 67, analog.

im Ermessen des Bewertenden, ob dieser den Nettomarktwert $NMW_0^{i,n,f}$ [$\underline{NMW}_0^{i,n,f}$] entweder durch Multiplikation von $NMW_0^{i,n,n}$ [$\underline{NMW}_0^{i,n,n}$] gemäß Formel (3.4) [Fußnote 70], S. 66 [67], mit $\bar{w}^{-1}$ ermittelt oder dadurch, daß die in der Währung des Inlands denominierten zeit- und zustandsabhängigen Einzahlungsüberschüsse $x_{t,j}^{i,n,n}$ unter Verwendung von $\bar{w}_{t,j}^{-1}$ in jeder Zeit-Zustands-Kombination zunächst in ausländische Währungseinheiten $x_{t,j}^{i,n,f}$ transformiert, diese in einem nächsten Schritt mittels zugehöriger Preise reiner Wertpapiere $\pi_{0,t,j}^{IKM,f}$ [$\pi_{0,t,j}^{EWR,f}$] auf das Ende der Periode $t = 0$ diskontiert werden und die mit dem reziproken Wert des fixen Wechselkurses multiplizierte Anschaffungsauszahlung $-a_0^{i,n,n} \cdot \bar{w}_0^{-1}$ schließlich addiert wird.[73] Der letzte in diesem Kapitel zu behandelnde Fall 4 stellt sich wie folgt dar:

$$\begin{aligned} NMW_0^{i,f,n} &= -a_0^{i,f,n} + BMW_0^{i,f,n} \\ &= -a_0^{i,f,f} \cdot \bar{w}_0 + \sum_{t=1}^{T} \sum_{j=1}^{J_t} \left(x_{t,j}^{i,f,f} \cdot \bar{w}_{t,j} \right) \cdot \pi_{0,t,j}^{IKM,n} \\ &= -a_0^{i,f,f} \cdot \bar{w}_0 + \sum_{t=1}^{T} \sum_{j=1}^{J_t} \left(x_{t,j}^{i,f,f} \cdot \pi_{0,t,j}^{IKM,f} \right) \cdot \bar{w}_0 \\ &= \left[NMW_0^{i,f,f} \text{ aus Formel (3.5), S. 68} \right] \cdot \bar{w} \quad \forall\, i. \end{aligned} \tag{3.7}$$

In dieser Formel bezeichnen $NMW_0^{i,f,n}$ ($BMW_0^{i,f,n}$) den Nettomarktwert (Bruttomarktwert) und $-a_0^{i,f,n}$ die Anschaffungsauszahlung der Handlungsalternative i, $i = 1, \ldots, I$, aus der Sichtweise des Auslands f in inländischer Währung n, während $\bar{w}_{t,j} = \bar{w}_0 = \bar{w}$ den fixen Wechselkurs repräsentiert.[74] Übereinstimmend mit den Ausführungen zum Fall 3 gilt auch hier, daß im Vergleich zu einer ausschließlich national orientierten Bewertung die Information bezüglich der Höhe des fixen Wechselkurses zusätzlich beschafft werden muß. Formel (3.7) [Fußnote 74] und Fußnote 73 verdeutlichen darüber hinaus, daß die Quantifizierung des Nettomarktwerts $NMW_0^{i,f,n}$ [$\underline{NMW}_0^{i,f,n}$] wieder auf zwei unterschiedliche Arten erfolgen kann: Entweder Multiplikation von $NMW_0^{i,f,f}$ [$\underline{NMW}_0^{i,f,f}$] gemäß Formel (3.5) [Fußnote 71], S. 68, mit $\bar{w}$ oder Transformation der in der Währung des Auslands denominierten zeit- und zustandsabhängigen Einzahlungsüberschüsse $x_{t,j}^{i,f,f}$ unter Verwendung von $\bar{w}_{t,j}$ in jeder Zeit-Zustands-Kombination in inländische Währungseinheiten $x_{t,j}^{i,f,n}$, Diskontierung dieser Währungseinheiten mittels zugehöriger Preise reiner Wertpapiere $\pi_{0,t,j}^{IKM,n}$ [$\pi_{0,t,j}^{EWR,n}$] auf das Ende der Periode $t = 0$ und Addition der mit dem fixen Wechselkurs multiplizierten Anschaffungsauszahlung $-a_0^{i,f,f} \cdot \bar{w}_0$ zu diesem Ergebnis.

---

[73] Auf der Basis der diesem Kapitel zugrunde liegenden Prämissen lassen sich internationale Arbitragemöglichkeiten nur dann ausschließen, wenn gilt:

$$\pi_{0,t,j}^{IKM[EWR],n} = \pi_{0,t,j}^{IKM[EWR],f} \implies r_{0,t,j}^{IKM[EWR],n} = r_{0,t,j}^{IKM[EWR],f}, \quad t = 1, \ldots, T, \quad j = 1, \ldots, J_t.$$

Vgl. hierzu auch die Ausführungen zur Formel (3.14), S. 79.

[74] Innerhalb des Euro-Währungsraums erhält man für diesen Fall nachstehende Bewertungsgleichung:

$$\underline{NMW}_0^{i,f,n} = -a_0^{i,f,n} + \underline{BMW}_0^{i,f,n} = \ldots = \left[\underline{NMW}_0^{i,f,f} \text{ aus Fußnote 71, S. 68} \right] \cdot \bar{w} \quad \forall\, i.$$

Bezüglich deren Verhältnis zu der Formel (3.7) gelten die Aussagen in der Fußnote 70, S. 67, analog.

Nachdem die Fälle 1 bis 4 erläutert worden sind, stellt sich die Frage, welche der hiermit verbundenen Bewertungsgleichungen (3.4), (3.5), (3.6) und (3.7), S. 66, 68 f., einer genaueren Analyse unterzogen werden soll. Da nach der Meinung des Verfassers im Inland ansässige potentielle Investoren grundsätzlich in nationaler Währung denominierte Entscheidungswerte bevorzugen und sich die Formeln (3.5) und (3.6) strukturell nicht von den Bewertungsgleichungen (3.4) und (3.7) unterscheiden, ist eine Beschränkung der weiteren Untersuchung auf die beiden zuletzt genannten Formeln problemlos zu rechtfertigen. Aufgrund der Tatsache, daß mit dem Fall 1 und der damit im Zusammenhang stehenden Gleichung (3.4) eine ausschließlich national orientierte Bewertung realer Investitionshandlungen im Ausland verbunden ist, konzentrieren sich die nachstehenden Ausführungen lediglich auf den Fall 4 und somit auf die Formel (3.7). Diese läßt sich ohne Beschränkung der Allgemeingültigkeit durch die Abbildungen 3.10 und 3.11, S. 71 f., visualisieren. Im Zusammenhang mit diesen Abbildungen ist jedoch zu beachten, daß aus Vereinfachungsgründen lediglich die den Bruttomarktwert $BMW_0^{i,f,n}$ beeinflussenden Größen dargestellt werden. Zur Berechnung des Nettomarktwerts $NMW_0^{i,f,n}$ müßte demnach eine Addition der mit dem fixen Wechselkurs multiplizierten Anschaffungsauszahlung $-a_0^{i,f,f} \cdot \bar{w}_0$ zum Bruttomarktwert $BMW_0^{i,f,n}$ erfolgen. Darüber hinaus wird unterstellt, daß jeder Zeit-Zustands-Kombination am Ende der Periode t unmittelbar zwei weitere Zeit-Zustands-Kombinationen am Ende der Periode $t+1$ folgen (Binomialstruktur) und der Betrachtungszeitraum sechs Perioden $t = 0, \ldots, 5$ umfaßt. Auf dieser Basis lassen sich 62 zukünftige Umweltzustände identifizieren, so daß zur Ermittlung des Bruttomarktwerts $BMW_0^{i,f,n}$ auch 62 Einzahlungsüberschüsse $x_{t,j}^{i,f,f}$ (62 Preise reiner Wertpapiere $\pi_{0,t,j}^{IKM,n}$) mit $t = 1, \ldots, 5$ und $j = 1, \ldots, J_t$ prognostiziert (berechnet) werden müssen. Letztere erhält man durch die Lösung eines linearen, inhomogenen Gleichungssystems, welches aus 62 linear unabhängigen Gleichungen und 62 Variablen besteht.[75] Ferner wird eine Information bezüglich der Höhe des fixen Wechselkurses $\bar{w}_{t,j} = \bar{w}_0 = \bar{w}$ benötigt, der – ebenfalls ohne Beschränkung der Allgemeingültigkeit – den Wert eins annehmen soll. Daraus folgt unmittelbar, daß die Anschaffungsauszahlung (zeit- und zustandsabhängigen Einzahlungsüberschüsse) aus der Sichtweise des Auslands in inländischer Währung $[-a_0^{i,f,n}$ $(x_{t,j}^{i,f,n})]$ einerseits und die Anschaffungsauszahlung (zeit- und zustandsabhängigen Einzahlungsüberschüsse) aus der Sichtweise des Auslands in ausländischer Währung $[-a_0^{i,f,f}$ $(x_{t,j}^{i,f,f})]$ andererseits identisch sind.[76] Berücksichtigt man diesen Sachverhalt und legt die in den Abbildungen 3.12 und 3.13, S. 73 f., präsentierte Datensituation den weiteren Ausführungen zugrunde, läßt sich der Bruttomarktwert einer nicht näher bezeichneten Handlungsalternative aus der Sichtweise des Auslands in inländischer Währung $BMW_0^{i,f,n}$

[75] Vgl. hierzu die Ausführungen im Anhang A.2, S. 273 ff.

[76] Die zu dieser Schlußfolgerung führende Annahme wird nur deshalb eingeführt, damit zwischen den in den Abbildungen 3.10 und 3.11, S. 71 f., notierten zeit- und zustandsabhängigen Einzahlungsüberschüssen $x_{t,j}^{i,f,f}$ sowie den mit dem fixen Wechselkurs multiplizierten zeit- und zustandsabhängigen Einzahlungsüberschüssen $x_{t,j}^{i,f,f} \cdot \bar{w}_{t,j}$ keine Unterscheidung vorgenommen werden muß.

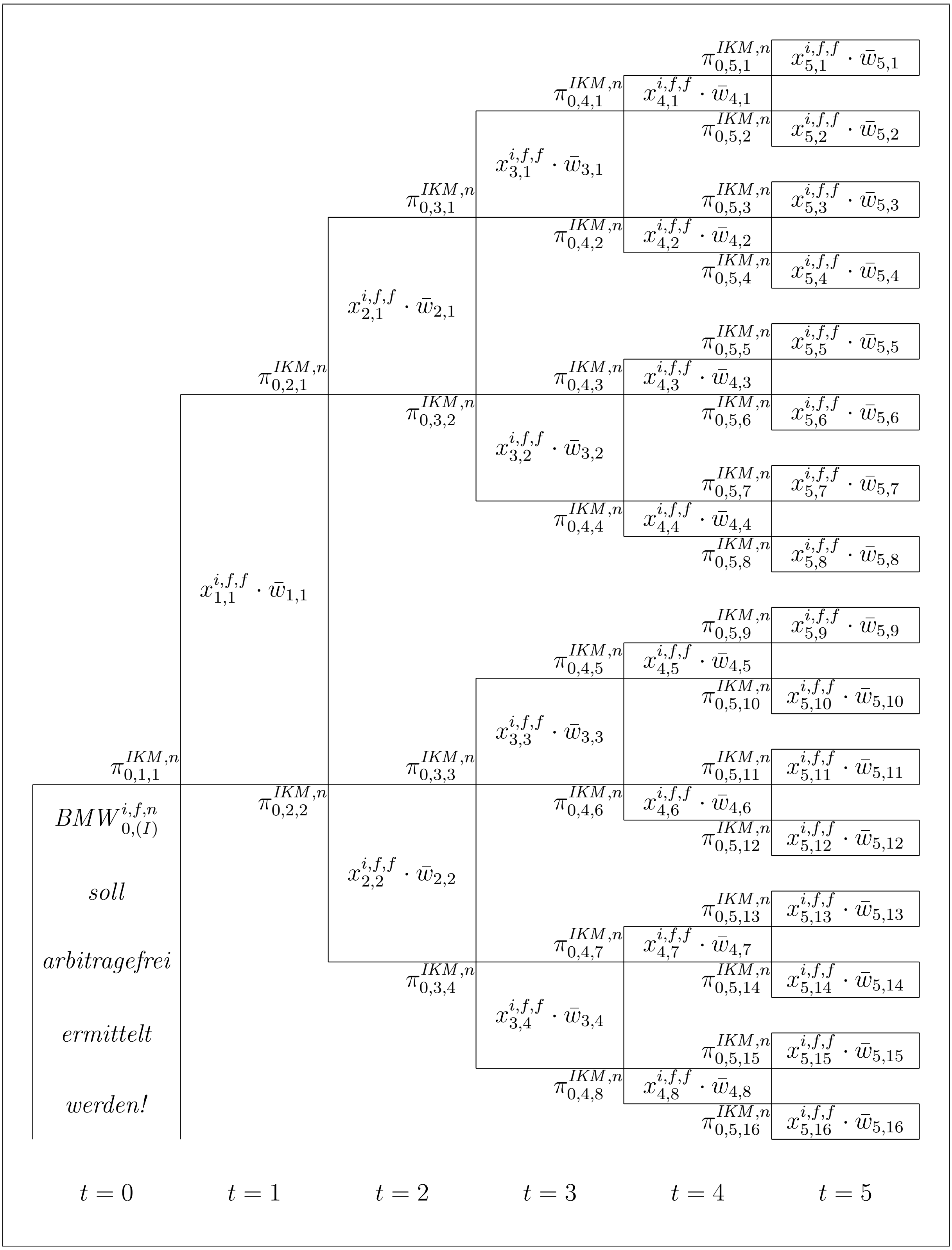

Abbildung 3.10: Entwicklung der zustandsabhängigen Einzahlungsüberschüsse und Preise reiner Wertpapiere einer nicht näher bezeichneten Handlungsalternative einschließlich des fixen Wechselkurses im Betrachtungszeitraum von sechs Perioden (Teil I)

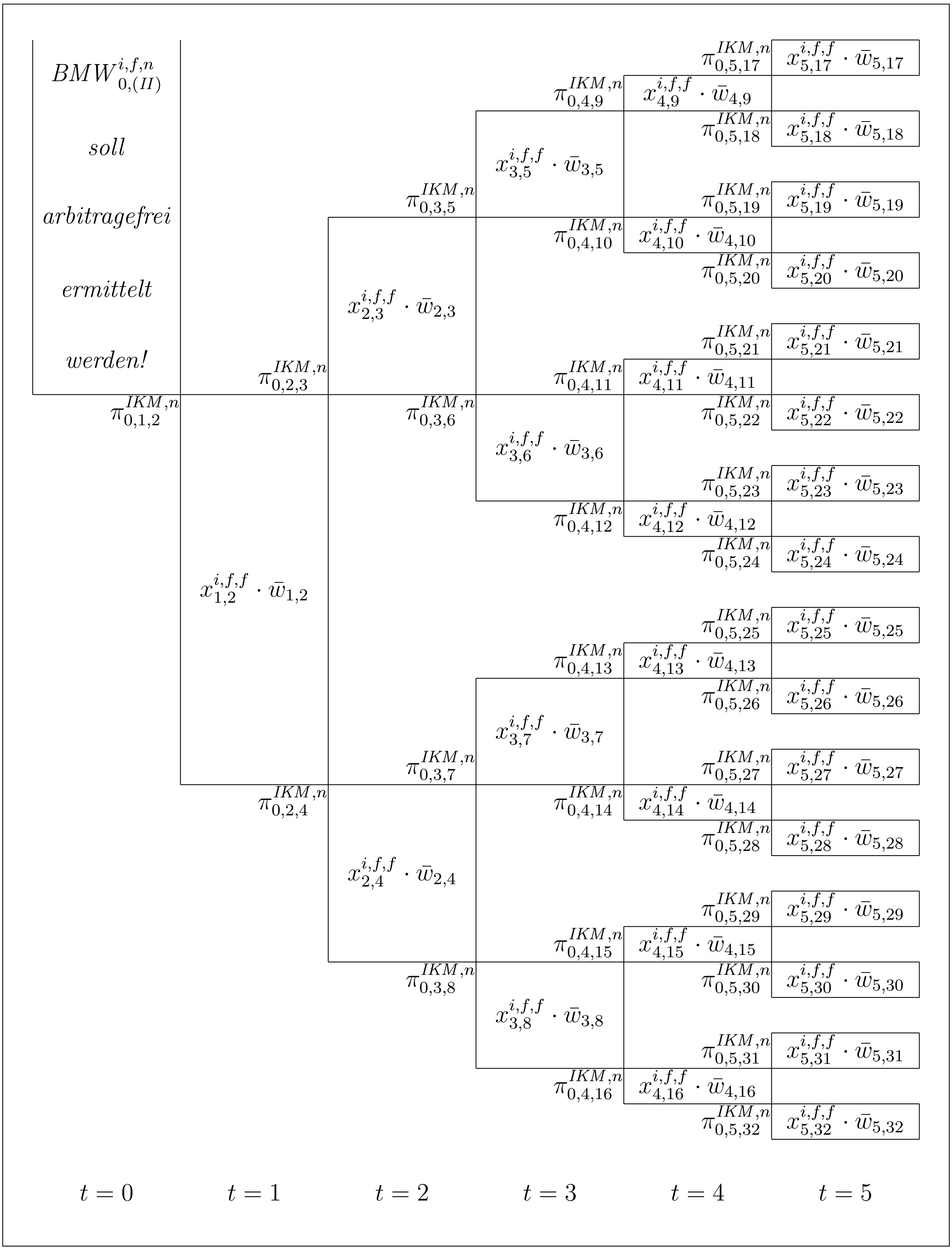

Abbildung 3.11: Entwicklung der zustandsabhängigen Einzahlungsüberschüsse und Preise reiner Wertpapiere einer nicht näher bezeichneten Handlungsalternative einschließlich des fixen Wechselkurses im Betrachtungszeitraum von sechs Perioden (Teil II)

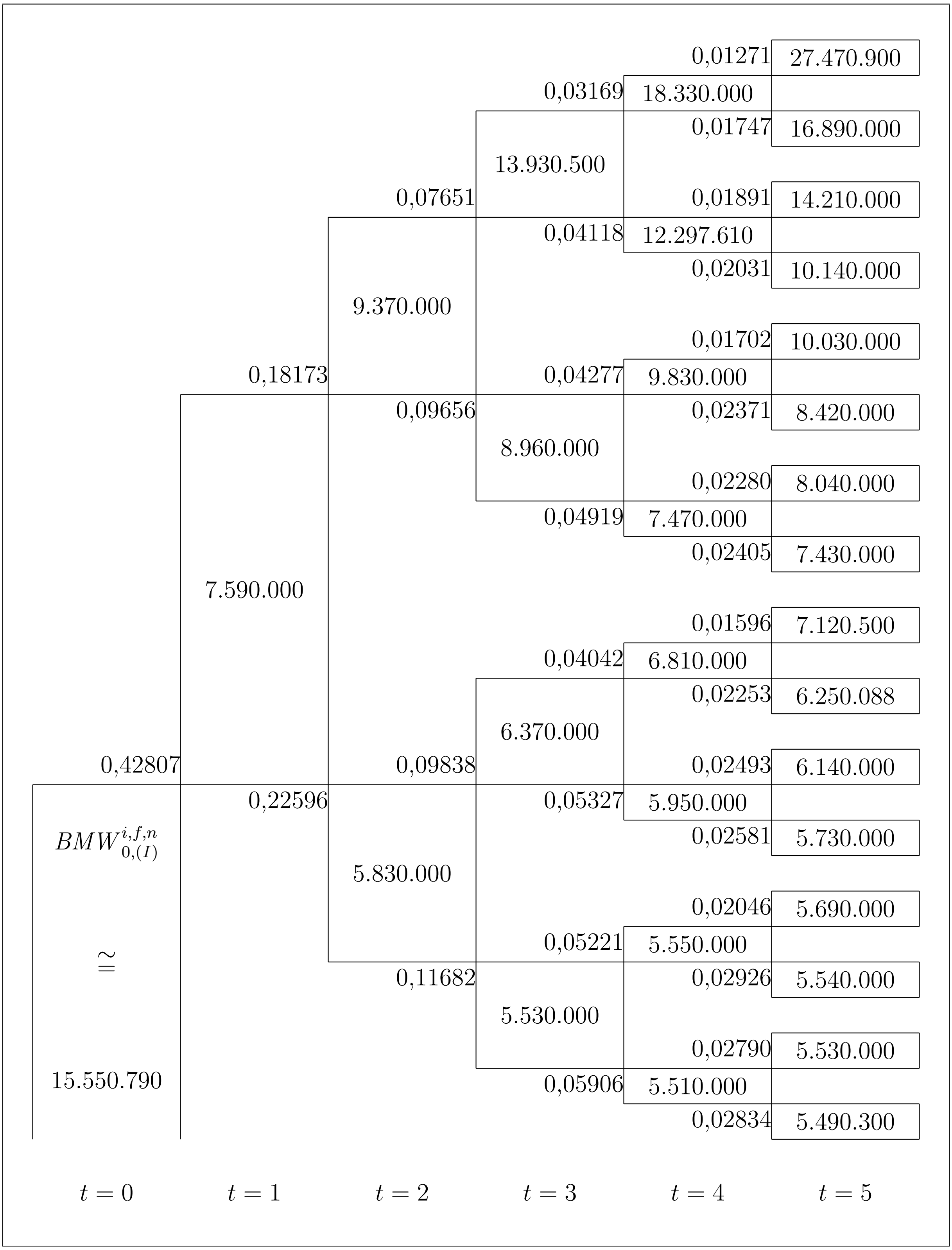

Abbildung 3.12: Beispielhafte Darstellung der Entwicklung zustandsabhängiger Einzahlungsüberschüsse und Preise reiner Wertpapiere einer nicht näher bezeichneten Handlungsalternative einschließlich des fixen Wechselkurses im Betrachtungszeitraum von sechs Perioden (in Geldeinheiten) (Teil I)

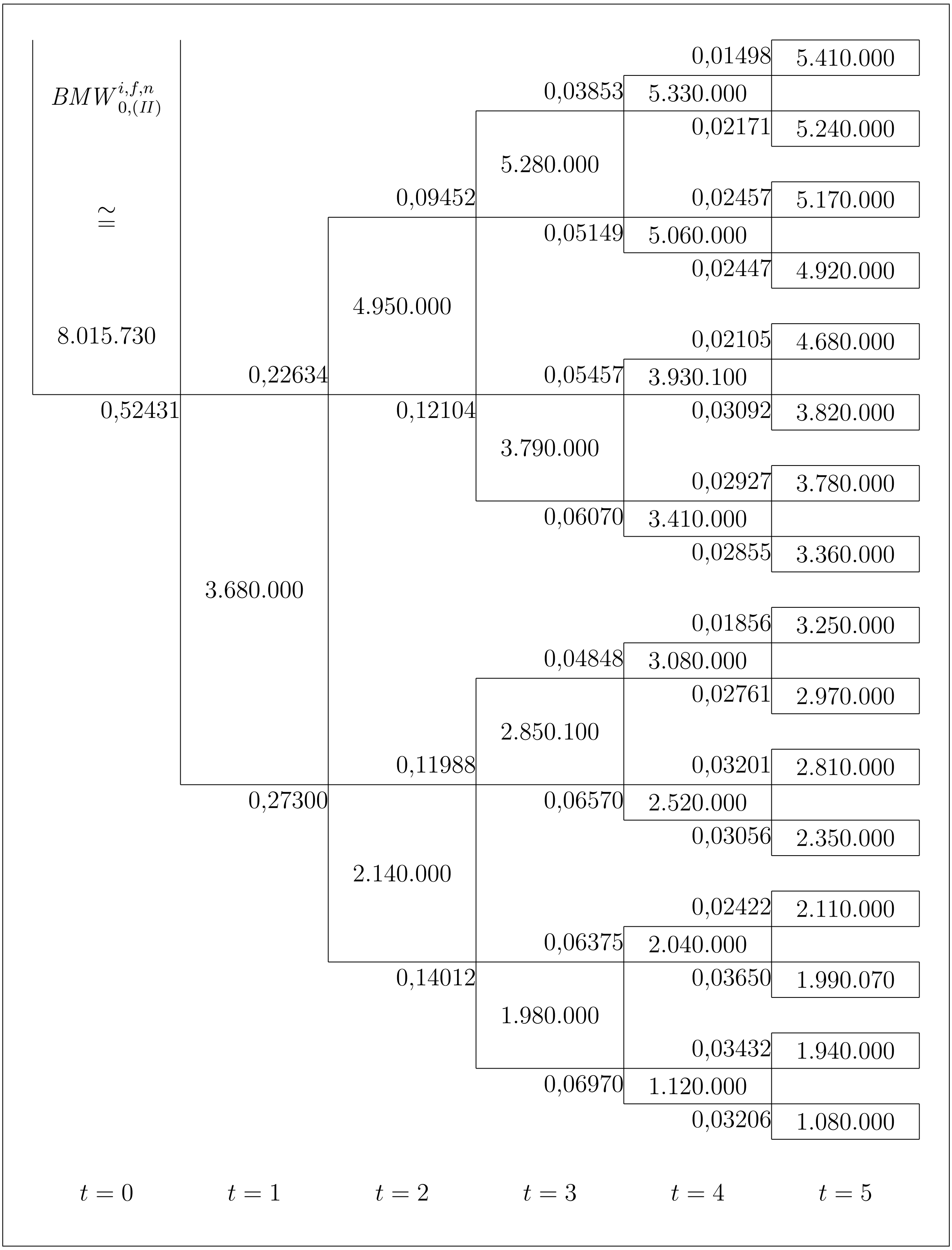

Abbildung 3.13: Beispielhafte Darstellung der Entwicklung zustandsabhängiger Einzahlungsüberschüsse und Preise reiner Wertpapiere einer nicht näher bezeichneten Handlungsalternative einschließlich des fixen Wechselkurses im Betrachtungszeitraum von sechs Perioden (in Geldeinheiten) (Teil II)

arbitragefrei (und damit ohne Rückgriff auf die subjektiven Zeit- und Risikopräferenzen eines Entscheidungsträgers) wie folgt kalkulieren:[77]

$$\begin{aligned}
BMW_0^{i,f,n} &= \sum_{t=1}^{5}\sum_{j=1}^{J_t}\left(x_{t,j}^{i,f,f}\cdot \bar{w}_{t,j}\right)\cdot \pi_{0,t,j}^{IKM,n}\\
&= \left(x_{1,1}^{i,f,f}\cdot \bar{w}_{1,1}\right)\cdot \pi_{0,1,1}^{IKM,n} \quad + \quad \left(x_{1,2}^{i,f,f}\cdot \bar{w}_{1,2}\right)\cdot \pi_{0,1,2}^{IKM,n} +\\
&\quad \left(x_{2,1}^{i,f,f}\cdot \bar{w}_{2,1}\right)\cdot \pi_{0,2,1}^{IKM,n} + \ldots + \left(x_{2,4}^{i,f,f}\cdot \bar{w}_{2,4}\right)\cdot \pi_{0,2,4}^{IKM,n} +\\
&\quad \left(x_{3,1}^{i,f,f}\cdot \bar{w}_{3,1}\right)\cdot \pi_{0,3,1}^{IKM,n} + \ldots + \left(x_{3,8}^{i,f,f}\cdot \bar{w}_{3,8}\right)\cdot \pi_{0,3,8}^{IKM,n} +\\
&\quad \left(x_{4,1}^{i,f,f}\cdot \bar{w}_{4,1}\right)\cdot \pi_{0,4,1}^{IKM,n} + \ldots + \left(x_{4,16}^{i,f,f}\cdot \bar{w}_{4,16}\right)\cdot \pi_{0,4,16}^{IKM,n} +\\
&\quad \left(x_{5,1}^{i,f,f}\cdot \bar{w}_{5,1}\right)\cdot \pi_{0,5,1}^{IKM,n} + \ldots + \left(x_{5,32}^{i,f,f}\cdot \bar{w}_{5,32}\right)\cdot \pi_{0,5,32}^{IKM,n}\\
&= \sum_{t=1}^{5}\sum_{j=1}^{J_t}\left(x_{t,j}^{i,f,f}\cdot \pi_{0,t,j}^{IKM,f}\right)\cdot \bar{w}_0\\
&= \left(x_{1,1}^{i,f,f}\cdot \pi_{0,1,1}^{IKM,f}\right)\cdot \bar{w}_0 \quad + \quad \left(x_{1,2}^{i,f,f}\cdot \pi_{0,1,2}^{IKM,f}\right)\cdot \bar{w}_0 +\\
&\quad \left(x_{2,1}^{i,f,f}\cdot \pi_{0,2,1}^{IKM,f}\right)\cdot \bar{w}_0 + \ldots + \left(x_{2,4}^{i,f,f}\cdot \pi_{0,2,4}^{IKM,f}\right)\cdot \bar{w}_0 +\\
&\quad \left(x_{3,1}^{i,f,f}\cdot \pi_{0,3,1}^{IKM,f}\right)\cdot \bar{w}_0 + \ldots + \left(x_{3,8}^{i,f,f}\cdot \pi_{0,3,8}^{IKM,f}\right)\cdot \bar{w}_0 +\\
&\quad \left(x_{4,1}^{i,f,f}\cdot \pi_{0,4,1}^{IKM,f}\right)\cdot \bar{w}_0 + \ldots + \left(x_{4,16}^{i,f,f}\cdot \pi_{0,4,16}^{IKM,f}\right)\cdot \bar{w}_0 +\\
&\quad \left(x_{5,1}^{i,f,f}\cdot \pi_{0,5,1}^{IKM,f}\right)\cdot \bar{w}_0 + \ldots + \left(x_{5,32}^{i,f,f}\cdot \pi_{0,5,32}^{IKM,f}\right)\cdot \bar{w}_0\\
&\cong 07.590.000{,}00000\cdot 0{,}42807 \quad + \quad 03.680.000{,}00000\cdot 0{,}52431 +\\
&\quad 09.370.000{,}00000\cdot 0{,}18173 + \ldots + 02.140.000{,}00000\cdot 0{,}27300 +\\
&\quad 13.930.500{,}00000\cdot 0{,}07651 + \ldots + 01.980.000{,}00000\cdot 0{,}14012 +\\
&\quad 18.330.000{,}00000\cdot 0{,}03169 + \ldots + 01.120.000{,}00000\cdot 0{,}06970 +\\
&\quad 27.470.900{,}00000\cdot 0{,}01271 + \ldots + 01.080.000{,}00000\cdot 0{,}03206\\
&= BMW_{0,(I)}^{i,f,n} + BMW_{0,(II)}^{i,f,n}\\
&= 15.550.789{,}94803 + 8.015.729{,}82837\\
&= 23.566.519{,}77639 \text{ [Geldeinheiten].}
\end{aligned} \tag{3.8}$$

[77]An dieser Stelle wird einmalig darauf hingewiesen, daß alle Berechnungen innerhalb der Kapitel 3 und 4 mit Hilfe eines Computers vorgenommen worden sind. Das erklärt auch die im folgenden immer wieder auftretenden Wechsel zwischen dem Gleichheitszeichen (=) und dem Zeichen für approximative Lösungen ($\cong$). Vgl. hierzu die Ausführungen im Anhang A.2, Fußnote 9, S. 277.

Zur Berechnung des Nettomarktwerts dieser Handlungsalternative aus der Sichtweise des Auslands in inländischer Währung $NMW_0^{i,f,n}$ muß lediglich das Produkt aus Anschaffungsauszahlung dieser Handlungsalternative aus der Sichtweise des Auslands in ausländischer Währung und fixem Wechselkurs [$-a_0^{i,f,f} \cdot \bar{w}_0$ mit $a_0^{i,f,f} = 20.000.000{,}00000$] gebildet und dem in der Formel (3.8), S. 75, kalkulierten Bruttomarktwert aus der Sichtweise des Auslands in inländischer Währung $BMW_0^{i,f,n}$ zugeschlagen werden. Diese Vorgehensweise führt zu einem Entscheidungswert in Höhe von

$$\begin{aligned} NMW_0^{i,f,n} &= -a_0^{i,f,f} \cdot \bar{w}_0 + BMW_0^{i,f,n} \\ &= -20.000.000{,}00000 + 23.566.519{,}77639 \\ &= 3.566.519{,}77639 \text{ [Geldeinheiten].} \end{aligned} \tag{3.9}$$

Da dieser positiv ist, ergibt sich eine Empfehlung zugunsten der realen Investitionshandlung im Ausland.[78] Ohne die Berechnungen im einzelnen durchzuführen, sei noch darauf hingewiesen, daß eine zu der vorstehenden Bewertungssystematik äquivalente Technik darin besteht, aus den Preisen reiner Wertpapiere $\pi_{0,t,j}^{IKM,n}$ [$\pi_{0,t,j}^{IKM,f}$] zunächst die einperiodigen (bedingten) Preise $\pi_{t-1,t,j}^{IKM,n}$ [$\pi_{t-1,t,j}^{IKM,f}$] für alle $t = 1, \ldots, 5$ sowie $j = 1, \ldots, J_t$ abzuleiten und anschließend den in den Abbildungen 3.12 und 3.13, S. 73 f., dargestellten Zustandsbaum von hinten aufzurollen. Diese Vorgehensweise läßt sich treffend als rekursive Ermittlung des Bruttomarktwerts $BMW_0^{i,f,n}$ kennzeichnen.

Abschließend wird noch ein Sachverhalt diskutiert, der mit den im Kapitel 3.3.2, Fußnote 64, S. 62, genannten Bewertungsfunktionen verbunden ist. Diese repräsentieren nämlich Spezialfälle der in den Formeln (3.4) und (3.5), S. 66 und 68 [Fußnoten 70 und 71, S. 67 f.], notierten Bewertungsgleichungen. Das läßt sich wie folgt begründen. Die zuletzt erwähnten Gleichungen basieren auf den schwächsten Annahmen, nämlich dem Prinzip arbitragefreier Märkte.[79] Mit dessen Hilfe läßt sich die Quantifizierung des Brutto- respektive Nettomarktwerts einer Handlungsalternative ohne Rückgriff auf die subjektiven Zeit- und Risikopräferenzen des Entscheidungsträgers vornehmen, da die zu dieser Kalkulation benötigten Preise reiner Wertpapiere aus den beobachtbaren Preisen jener Finanzierungstitel abgeleitet werden, die Ansprüche auf indeterministische Zahlungen in der Zukunft verbriefen und auf einem vollkommenen, arbitragefreien, vollständigen, integrierten Kapitalmarkt gehandelt werden. Damit sind in diesen Preisen die subjektiven

[78]Zum gleichen Ergebnis gelangt man, wenn der Bruttomarktwert der Handlungsalternative i aus der Sichtweise des Auslands in inländischer Währung $BMW_0^{i,f,n} = 23.566.519{,}77639$ [Geldeinheiten] und der Bruttomarktwert der Unterlassungsalternative aus der Sichtweise des Auslands in inländischer Währung $BMW_0^{UA,f,n} = a_0^{i,f,f} \cdot \bar{w}_0 = 20.000.000{,}00000$ [Geldeinheiten] der Höhe nach in absteigender Reihenfolge geordnet werden und eine Empfehlung zugunsten des größeren dieser beiden Werte ausgesprochen wird.

[79]Es muß beachtet werden, daß das Prinzip arbitragefreier Märkte auch bei den zuerst genannten Bewertungsfunktionen erfüllt ist. Diese setzen nämlich ein Gleichgewicht auf dem Kapitalmarkt voraus. Wie die Ausführungen im Anhang A.1, S. 272, verdeutlichen, ist die Existenz eines Kapitalmarktgleichgewichts eine hinreichende Bedingung für die Nichtexistenz von Arbitragemöglichkeiten.

Zeit- und Risikopräferenzen aller sich am Kapitalmarkt engagierenden Wirtschaftssubjekte – und somit auch jene des vorstehenden Entscheidungsträgers – bereits enthalten. Betrachtet man demgegenüber den erwarteten Nettokapitalwert einer realen Investitionshandlung im Ausland, so läßt sich konstatieren, daß zu dessen Ermittlung zusätzliche Informationen über die subjektiven (Zustands)Wahrscheinlichkeiten $p_{0,t,j}$ sowie den Zinssatz pro Periode für sichere Anlagen r_s, der für jede Periode die gleiche Höhe aufweist, erforderlich sind. Darüber hinaus ist mit dieser Formel implizit eine Reduktion aller sich am Kapitalmarkt engagierenden Wirtschaftssubjekte auf einen das Bernoulli-Prinzip anwendenden repräsentativen Entscheidungsträger mit risikoneutraler Einstellung (lineare Risikonutzenfunktion) verbunden. Letzteres erkennt man daran, daß die am Ende jeder Periode t, $t = 1, \ldots, T$, anfallenden zustandsabhängigen Einzahlungsüberschüsse $x_{t,j}$ durch die Multiplikation mit den entsprechenden (Zustands)Wahrscheinlichkeiten $p_{0,t,j}$ und anschließender Summation in Erwartungswerte $\mathcal{E}[X_t]$ transformiert und diese mit dem um den Wert 1 erhöhten risikolosen Zinssatz r_s um t Perioden auf das Ende von $t = 0$ diskontiert werden.[80] Bei den beiden aus dem einperiodigen Capital Asset Pricing Model bekannten Varianten wird unter anderem davon ausgegangen, daß alle am Kapitalmarkt tätigen Wirtschaftssubjekte nicht das Bernoulli-Prinzip, sondern das Erwartungswert-Standardabweichung-Prinzip verfolgen, homogene Erwartungen besitzen und risikoavers sind.[81] Damit ist die Existenz eines repräsentativen Investors mit risikoaverser Einstellung verbunden. Letzteres wird daran deutlich, daß die bereits auf den Erwartungswert verdichteten zustandsabhängigen Einzahlungsüberschüsse am Ende der Periode $t = 1$ entweder unter Heranziehung eines um den Wert eins erhöhten risikoadjustierten Kalkulationszinsfußes ($\lambda \cdot \mathcal{COV}[R_{X_1}, R_M] > 0$) auf das Ende von $t = 0$ diskontiert oder um

[80] Schrumpfen die verschiedenen Umweltzustände am Ende jeder Periode t, $t = 1, \ldots, T$, auf jeweils einen Umweltzustand zusammen, der dann mit Wahrscheinlichkeit eins auch realisiert wird, liegt eine Entscheidungssituation bei Sicherheit vor. In diesem Fall erhält man folgende Marktbewertungsfunktion:

$$NKW_0 = -a_0 + BKW_0 = -a_0 + \sum_{t=1}^{T} X_t \cdot (1 + r_s)^{-t}.$$

Insofern stellt auch die Kapitalwertmethode einen Spezialfall des Prinzips arbitragefreier Märkte dar.

[81] Vgl. zu einer ausführlichen Diskussion des Capital Asset Pricing Model, das in der wirtschaftswissenschaftlichen Forschung und in der Unternehmenspraxis auch heute noch eine breite Anwendung findet, Brealey, R. A., Myers, S. C. (2003), S. 194 ff.; Copeland, T. E., Weston, J. F. (2003), S. 193 ff.; Franke, G., Hax, H. (2004), S. 351 ff.; Kruschwitz, L. (2004), S. 169 ff.; Kruschwitz, L., Schöbel, R. (1987), S. 67 ff.; Laux, H. (1999), S. 227 ff.; Lintner, J. (1965), S. 13 ff.; Mehra, R. (1978), S. 227 ff.; Mossin, J. (1966), S. 768 ff.; Ross, S. A. (1977), S. 177 ff.; Ross, S. A., Westerfield, R. W., Jaffe, J. F. (2005), S. 255 ff.; Rudolph, B. (1979), S. 1038 ff.; Schmidt, R. H., Terberger, E. (1997), S. 341 ff.; Sharpe, W. F. (1964), S. 425 ff.; Steiner, M., Bruns, C. (2002), S. 21 ff.; Stulz, R. M. (1984), S. 55 ff.; Wilhelm, J. (1981), S. 894 ff. Da dieses Modell nur durch die Einführung heroischer Annahmen zur Lösung mehrperiodiger Entscheidungsprobleme beitragen kann, existieren Versuche zur Ableitung eines intertemporalen Capital Asset Pricing Model. Vgl. hierzu insbesondere Breeden, D. T. (1979), S. 265 ff.; Constantinides, G. M. (1980), S. 71 ff.; Cox, J. C., Ingersoll, J. E. Jr., Ross, S. A. (1985a), S. 363 ff.; Merton, R. C. (1973a), S. 867 ff. Deren Verwendbarkeit zur Lösung praxisrelevanter Fragestellungen ist jedoch aufgrund der Qualität und der Quantität benötigter Informationen stark eingeschränkt.

einen Risikoaufschlag $(\lambda \cdot \mathcal{COV}[X_1, R_M] > 0)$ vermindert und mit dem um den Wert eins erhöhten risikolosen Zinssatz auf das Ende von $t = 0$ abgezinst werden.[82] Da auch der repräsentative Investor (Entscheidungsträger) das Erwartungswert-Standardabweichung-Prinzip verfolgt, wenn das alle am Kapitalmarkt tätigen Wirtschaftssubjekte tun, läßt sich folgende Aussage treffen: Unterstellt man eine quadratische Risikonutzenfunktion des Entscheidungsträgers (notwendige und hinreichende Bedingung) oder eine Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zielgröße, die durch das erste Moment um Null und durch die Wurzel des zweiten zentralen Moments, also Erwartungswert und Standardabweichung, eindeutig charakterisiert werden kann (hinreichende Bedingung), ist das Bernoulli-Prinzip mit dem Erwartungswert-Standardabweichung-Prinzip kompatibel.[83] Vor diesem Hintergrund lassen sich die Bewertungsfunktionen (3.4), (3.5), (3.6) und (3.7), S. 66, 68 f., in etwas veränderter, aber äquivalenter Art und Weise gemäß nachstehenden Formeln darstellen:

$$\begin{aligned} NMW_0^{i,n,n} &= -a_0^{i,n,n} + BMW_0^{i,n,n} \\ &= -a_0^{i,n,n} + \sum_{t=1}^{T} \sum_{j=1}^{J_t} x_{t,j}^{i,n,n} \cdot p_{0,t,j} \cdot \left(1 + r_{0,t,j}^{IKM,n}\right)^{-t} \quad \forall\, i, \end{aligned} \tag{3.10}$$

$$\begin{aligned} NMW_0^{i,f,f} &= -a_0^{i,f,f} + BMW_0^{i,f,f} \\ &= -a_0^{i,f,f} + \sum_{t=1}^{T} \sum_{j=1}^{J_t} x_{t,j}^{i,f,f} \cdot p_{0,t,j} \cdot \left(1 + r_{0,t,j}^{IKM,f}\right)^{-t} \quad \forall\, i, \end{aligned} \tag{3.11}$$

$$\begin{aligned} NMW_0^{i,n,f} &= -a_0^{i,n,f} + BMW_0^{i,n,f} \\ &= -a_0^{i,n,n} \cdot \bar{w}_0^{-1} + \sum_{t=1}^{T} \sum_{j=1}^{J_t} \left(x_{t,j}^{i,n,n} \cdot \bar{w}_{t,j}^{-1}\right) \cdot p_{0,t,j} \cdot \left(1 + r_{0,t,j}^{IKM,f}\right)^{-t} \\ &= -a_0^{i,n,n} \cdot \bar{w}_0^{-1} + \sum_{t=1}^{T} \sum_{j=1}^{J_t} \left[x_{t,j}^{i,n,n} \cdot p_{0,t,j} \cdot \left(1 + r_{0,t,j}^{IKM,n}\right)^{-t}\right] \cdot \bar{w}_0^{-1} \\ &= \left[NMW_0^{i,n,n} \text{ aus Formel (3.10)}\right] \cdot \bar{w}^{-1} \quad \forall\, i, \end{aligned} \tag{3.12}$$

$$\begin{aligned} NMW_0^{i,f,n} &= -a_0^{i,f,n} + BMW_0^{i,f,n} \\ &= -a_0^{i,f,f} \cdot \bar{w}_0 + \sum_{t=1}^{T} \sum_{j=1}^{J_t} \left(x_{t,j}^{i,f,f} \cdot \bar{w}_{t,j}\right) \cdot p_{0,t,j} \cdot \left(1 + r_{0,t,j}^{IKM,n}\right)^{-t} \\ &= -a_0^{i,f,f} \cdot \bar{w}_0 + \sum_{t=1}^{T} \sum_{j=1}^{J_t} \left[x_{t,j}^{i,f,f} \cdot p_{0,t,j} \cdot \left(1 + r_{0,t,j}^{IKM,f}\right)^{-t}\right] \cdot \bar{w}_0 \\ &= \left[NMW_0^{i,f,f} \text{ aus Formel (3.11)}\right] \cdot \bar{w} \quad \forall\, i, \end{aligned} \tag{3.13}$$

[82] Die erste Variante berücksichtigt das mit den zustandsabhängigen Einzahlungsüberschüssen verbundene Risiko demnach im Nenner (Methode der risikoadjustierten Kalkulationszinsfüße), während dieses bei der zweiten Variante im Zähler seinen Niederschlag findet (Methode der Sicherheitsäquivalente).

[83] Vgl. hierzu etwa Laux, H. (2005), S. 202 ff.

wobei $r_{0,t,j}^{IKM,n}$ ($r_{0,t,j}^{IKM,f}$) die sich auf dem integrierten Kapitalmarkt *IKM* bildenden zeit- und zustandsabhängigen [nominalen] risikoadjustierten Kalkulationszinsfüße bezeichnen, mit denen in der Währung des Inlands n (Auslands f) denominierte zeit- und zustandsabhängige Einzahlungsüberschüsse $x_{t,j}^{i,n,n}$, $x_{t,j}^{i,f,n}$ ($x_{t,j}^{i,f,f}$, $x_{t,j}^{i,n,f}$) auf das Ende der Periode $t = 0$ diskontiert werden.[84] Damit die Quantifizierung realer Investitionshandlungen im Ausland von den beiden durch die Formeln (3.4), (3.5), (3.6) und (3.7), S. 66, 68 f., beziehungsweise (3.10), (3.11), (3.12) und (3.13), S. 78, präsentierten Bewertungstechniken unabhängig ist, sind zwei Bedingungen zu erfüllen. Es muß nämlich erstens gelten:

$$\pi_{0,t,j}^{IKM,n(f)} = p_{0,t,j} \cdot \left(1 + r_{0,t,j}^{IKM,n(f)}\right)^{-t}, \quad t = 1, \ldots, T, \quad j = 1, \ldots, J_t. \tag{3.14}$$

Hierdurch läßt sich gewährleisten, daß beliebige, vorab festgelegte zeit- und zustandsabhängige Einzahlungsüberschüsse zu einem identischen Bruttomarktwert führen, unabhängig davon, ob zu dessen Berechnung zeit- und zustandsabhängige (marktobjektivierte) Preise reiner Wertpapiere oder eine Kombination aus (subjektiv) festgelegten Zustandswahrscheinlichkeiten und von den (subjektiven) Zeit- und Risikopräferenzen des Entscheidungsträgers abhängige risikoadjustierte Kalkulationszinsfüße verwendet werden. Um auch nationale Arbitragemöglichkeiten explizit auszuschließen, muß zweitens gelten:

$$\sum_{j=1}^{J_t} \pi_{0,t,j}^{IKM,n(f)} = \sum_{j=1}^{J_t} p_{0,t,j} \cdot \left(1 + r_{0,t,j}^{IKM,n(f)}\right)^{-t} \stackrel{!}{=} \left(1 + r_t^{IKM,n(f)}\right)^{-t}, \quad t = 1, \ldots, T, \tag{3.15}$$

wobei $r_t^{IKM,n(f)}$ die sich auf dem integrierten Kapitalmarkt *IKM* bildenden [nominalen] Zinssätze der Periode t repräsentieren, mit denen sichere Zahlungen in der Währung des Inlands n (Auslands f) auf der Zeitachse verschoben werden können, ohne daß sich deren Marktwerte ändern. Lediglich aus Vereinfachungsgründen seien diese Zinssätze nachstehend als im Zeitablauf konstant unterstellt. Obwohl die Gültigkeit von (3.14) auch die Gültigkeit des erstes Teils der Formel (3.15) impliziert, kann damit noch nicht ausgeschlossen werden, daß Arbitrageure an den jeweiligen nationalen Kapitalmärkten risikolose Gewinne erwirtschaften. Diese lassen sich nur dann unterbinden, wenn ein am Ende der Periode t, $t = 1, \ldots, T$, realisierbarer sicherer Einzahlungsüberschuß in Höhe von

[84]Diese Formeln sind innerhalb des Euro-Währungsraums *EWR* wie folgt darstellbar:

$$\begin{aligned}
\underline{NMW}_0^{i,n,n} &= -a_0^{i,n,n} + \underline{BMW}_0^{i,n,n} &&= -a_0^{i,n,n} + \textstyle\sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{J_t} x_{t,j}^{i,n,n} \cdot p_{0,t,j} \cdot \left(1 + r_{0,t,j}^{EWR,n}\right)^{-t} && \forall\, i,\\
\underline{NMW}_0^{i,f,f} &= -a_0^{i,f,f} + \underline{BMW}_0^{i,f,f} &&= -a_0^{i,f,f} + \textstyle\sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{J_t} x_{t,j}^{i,f,f} \cdot p_{0,t,j} \cdot \left(1 + r_{0,t,j}^{EWR,f}\right)^{-t} && \forall\, i,\\
\underline{NMW}_0^{i,n,f} &= -a_0^{i,n,f} + \underline{BMW}_0^{i,n,f} &&= \ldots = \left[\underline{NMW}_0^{i,n,n} \text{ aus dieser Fußnote}\right] \cdot \bar{w}^{-1} && \forall\, i,\\
\underline{NMW}_0^{i,f,n} &= -a_0^{i,f,n} + \underline{BMW}_0^{i,f,n} &&= \ldots = \left[\underline{NMW}_0^{i,f,f} \text{ aus dieser Fußnote}\right] \cdot \bar{w} && \forall\, i.
\end{aligned}$$

Sie unterscheiden sich von den Bewertungsgleichungen (3.10), (3.11), (3.12) und (3.13), S. 78, lediglich darin, daß sich die zeit- und zustandsabhängigen risikoadjustierten Kalkulationszinsfüße auf zwei unterschiedlichen (integrierten) Kapitalmärkten bilden. Da im Rahmen der vorliegenden Arbeit jedoch die Bewertungssystematik im Vordergrund steht, und diese stimmt bei den dargestellten Varianten überein, kann auf eine weitergehende Diskussion der in dieser Fußnote angegebenen Formeln verzichtet werden.

einer Geldeinheit den gleichen Marktwert besitzt wie ein Portefeuille zustandsbedingter und damit unsicherer Zahlungsansprüche, das am Ende dieser Periode t, $t = 1, \ldots, T$, unabhängig vom tatsächlich eintretenden Umweltzustand einen Einzahlungsüberschuß in Höhe von ebenfalls einer Geldeinheit erbringt. Diese Überlegung ist für die weitere Analyse insofern von erheblicher Bedeutung, als auf der Grundlage der gegebenen Informationsstruktur [vgl. hierzu etwa die Abbildungen 3.10 (3.12) und 3.11 (3.13), S. 71 f. (73 f.)] keine Umweltzustände existieren können, die der Entscheidungsträger nicht in seinen Bewertungskalkül integriert hat. Damit verfügt dieser über eine vollständige Informationsbasis. Konzentriert man sich wieder auf den Fall 4 und die nunmehr damit im Zusammenhang stehende Gleichung (3.13), S. 78, läßt sich deren Struktur in Anlehnung an die Abbildungen 3.10 und 3.11, S. 71 f., wie folgt skizzieren (vgl. hierzu die Abbildungen 3.14 und 3.15, S. 81 f.). Hierbei ist zu beachten, daß aus Gründen einer übersichtlicheren Darstellung $(1 + r_{0,t,j}^{IKM,n})^{-t} = (\chi_{0,t,j}^{IKM,n})^{-t}$ gesetzt worden ist. Legt man ferner die in den Abbildungen 3.12 und 3.13, S. 73 f., gegebene Datensituation sowie die einem potentiellen Investor im Rahmen einer Entscheidungssituation bei Risiko stets bekannte Verteilung der Übergangswahrscheinlichkeiten, nämlich

$$
\begin{array}{llllllll}
p_{0,1,1} = 0{,}80, & p_{0,1,2} = 0{,}20, & & \\
p_{1,2,1} = 0{,}70, & p_{1,2,2} = 0{,}30, & p_{1,2,3} = 0{,}40, & p_{1,2,4} = 0{,}60, \\
p_{2,3,1} = 0{,}10, & p_{2,3,2} = 0{,}90, & p_{2,3,3} = 0{,}40, & p_{2,3,4} = 0{,}60, \\
p_{2,3,5} = 0{,}20, & p_{2,3,6} = 0{,}80, & p_{2,3,7} = 0{,}95, & p_{2,3,8} = 0{,}05, \\
p_{3,4,1} = 0{,}50, & p_{3,4,2} = 0{,}50, & p_{3,4,3} = 0{,}70, & p_{3,4,4} = 0{,}30, \\
p_{3,4,5} = 0{,}20, & p_{3,4,6} = 0{,}80, & p_{3,4,7} = 0{,}90, & p_{3,4,8} = 0{,}10, \\
p_{3,4,9} = 0{,}70, & p_{3,4,10} = 0{,}30, & p_{3,4,11} = 0{,}10, & p_{3,4,12} = 0{,}90, \\
p_{3,4,13} = 0{,}40, & p_{3,4,14} = 0{,}60, & p_{3,4,15} = 0{,}70, & p_{3,4,16} = 0{,}30, \\
p_{4,5,1} = 0{,}30, & p_{4,5,2} = 0{,}70, & p_{4,5,3} = 0{,}80, & p_{4,5,4} = 0{,}20, \\
p_{4,5,5} = 0{,}70, & p_{4,5,6} = 0{,}30, & p_{4,5,7} = 0{,}60, & p_{4,5,8} = 0{,}40, \\
p_{4,5,9} = 0{,}50, & p_{4,5,10} = 0{,}50, & p_{4,5,11} = 0{,}05, & p_{4,5,12} = 0{,}95, \\
p_{4,5,13} = 0{,}50, & p_{4,5,14} = 0{,}50, & p_{4,5,15} = 0{,}80, & p_{4,5,16} = 0{,}20, \\
p_{4,5,17} = 0{,}40, & p_{4,5,18} = 0{,}60, & p_{4,5,19} = 0{,}20, & p_{4,5,20} = 0{,}80, \\
p_{4,5,21} = 0{,}50, & p_{4,5,22} = 0{,}50, & p_{4,5,23} = 0{,}30, & p_{4,5,24} = 0{,}70, \\
p_{4,5,25} = 0{,}95, & p_{4,5,26} = 0{,}05, & p_{4,5,27} = 0{,}90, & p_{4,5,28} = 0{,}10, \\
p_{4,5,29} = 0{,}60, & p_{4,5,30} = 0{,}40, & p_{4,5,31} = 0{,}10, & p_{4,5,32} = 0{,}90,
\end{array}
\tag{3.16}
$$

zugrunde und berücksichtigt den durch die Formeln (3.14) und (3.15), S. 79, ausgedrückten Sachverhalt, resultieren die Abbildungen 3.16 und 3.17, S. 83 f. In Übereinstimmung mit der Formel (3.8), S. 75, kann auf dieser Grundlage der Bruttomarktwert einer nicht näher bezeichneten Handlungsalternative aus der Sichtweise des Auslands in inländischer

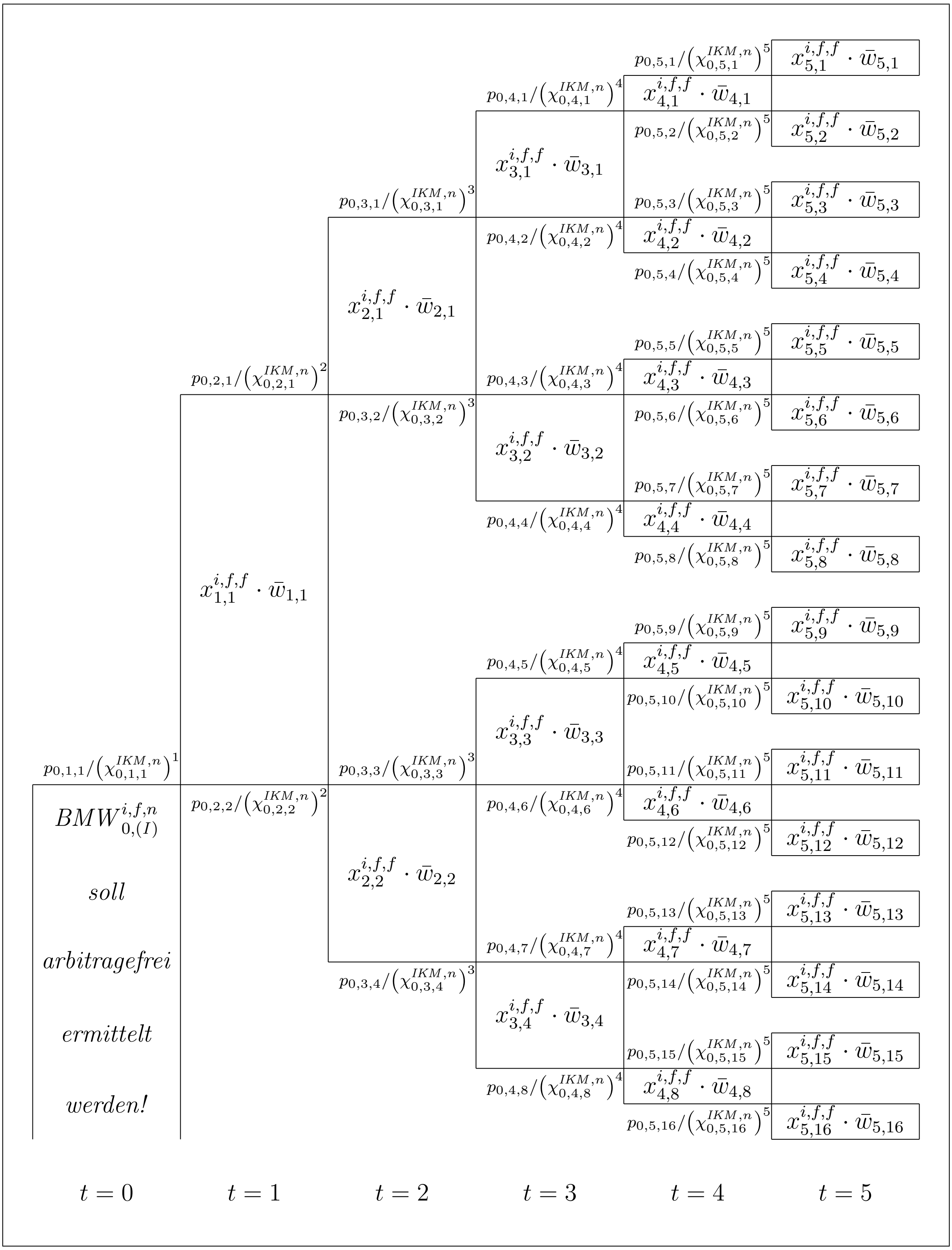

Abbildung 3.14: Entwicklung der zustandsabhängigen Einzahlungsüberschüsse, risikoadjustierten Kalkulationszinsfüße und (Zustands)Wahrscheinlichkeiten einer nicht näher bezeichneten Handlungsalternative einschließlich des fixen Wechselkurses im Betrachtungszeitraum von sechs Perioden (Teil I)

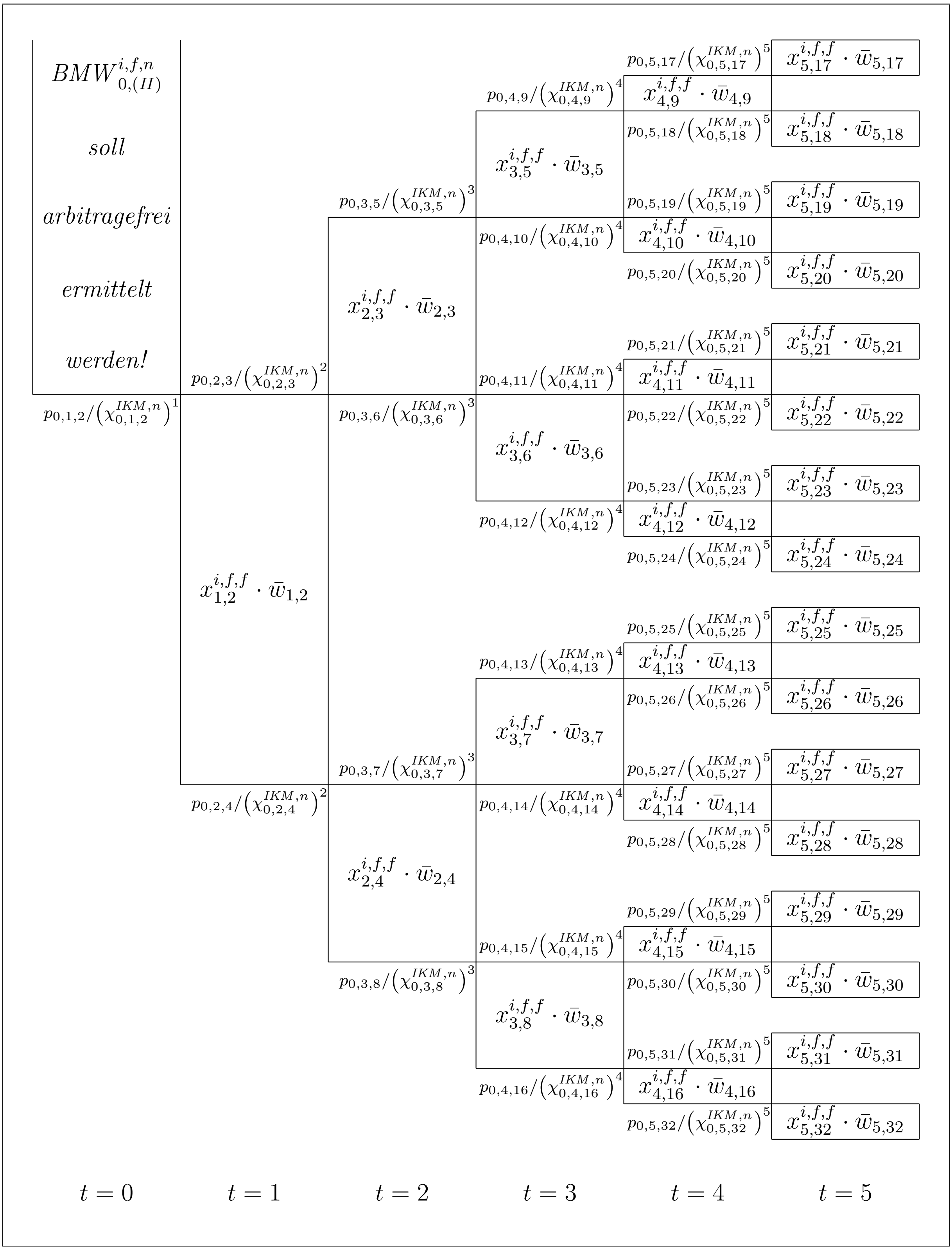

Abbildung 3.15: Entwicklung der zustandsabhängigen Einzahlungsüberschüsse, risikoadjustierten Kalkulationszinsfüße und (Zustands)Wahrscheinlichkeiten einer nicht näher bezeichneten Handlungsalternative einschließlich des fixen Wechselkurses im Betrachtungszeitraum von sechs Perioden (Teil II)

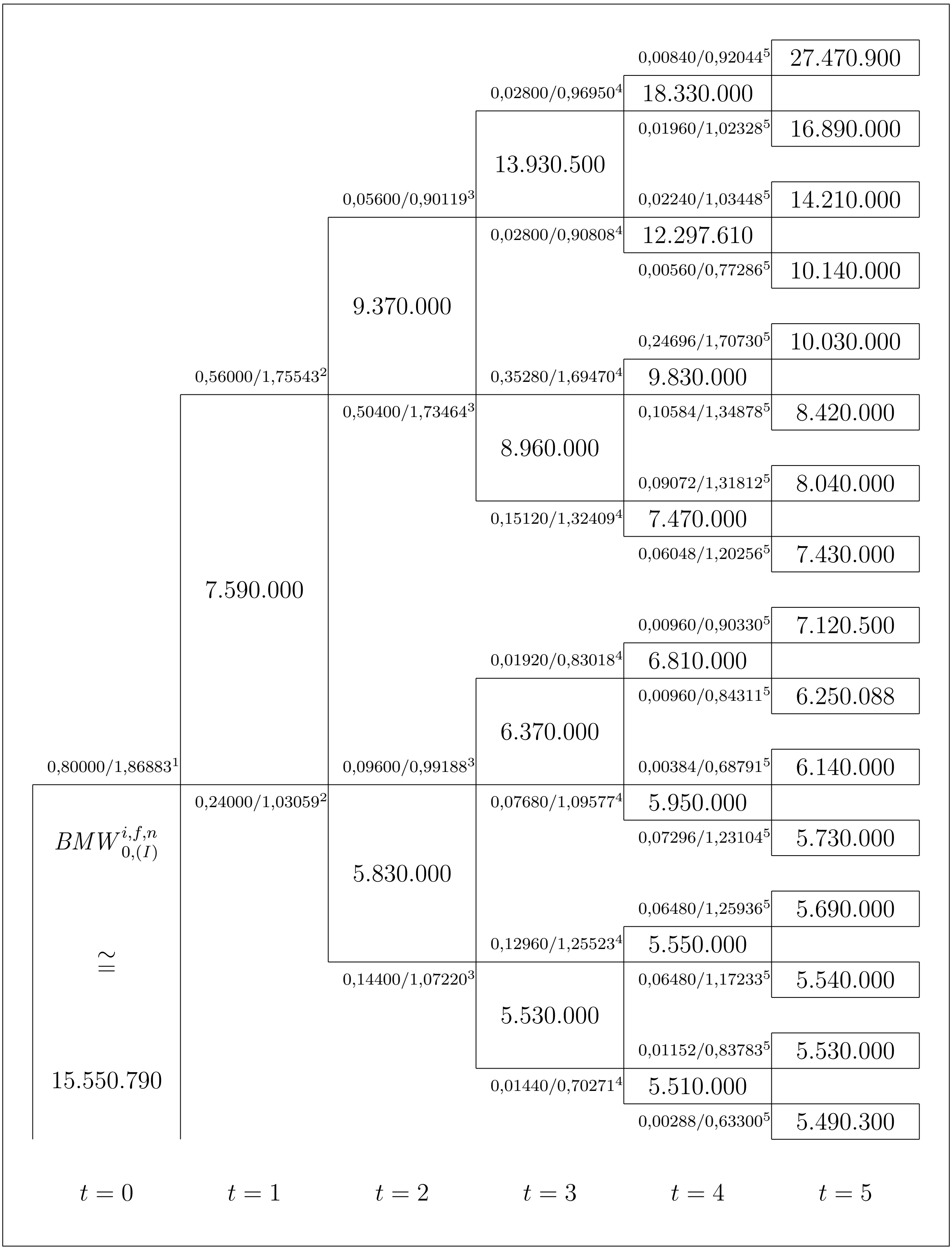

Abbildung 3.16: Beispielhafte Darstellung der Entwicklung zustandsabhängiger Einzahlungsüberschüsse, risikoadjustierter Kalkulationszinsfüße und (Zustands) Wahrscheinlichkeiten einer nicht näher bezeichneten Handlungsalternative einschließlich des fixen Wechselkurses im Betrachtungszeitraum von sechs Perioden (in Geldeinheiten) (Teil I)

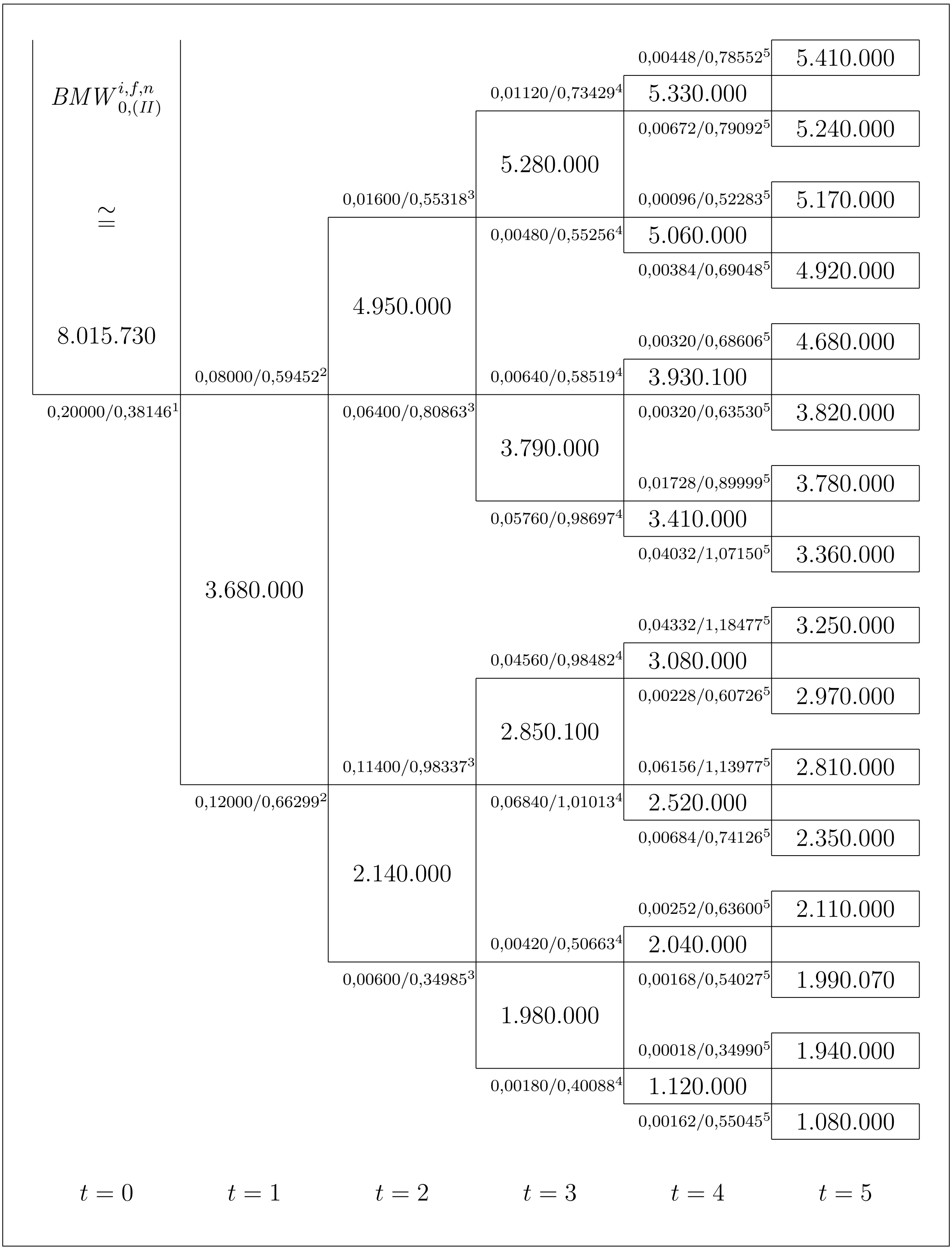

Abbildung 3.17: Beispielhafte Darstellung der Entwicklung zustandsabhängiger Einzahlungsüberschüsse, risikoadjustierter Kalkulationszinsfüße und (Zustands) Wahrscheinlichkeiten einer nicht näher bezeichneten Handlungsalternative einschließlich des fixen Wechselkurses im Betrachtungszeitraum von sechs Perioden (in Geldeinheiten) (Teil II)

Währung $BMW_0^{i,f,n}$ arbitragefrei (und damit ohne Rückgriff auf die subjektiven Zeit- und Risikopräferenzen eines Entscheidungsträgers) wie folgt kalkuliert werden:

$$\begin{aligned}
BMW_0^{i,f,n} &= \sum_{t=1}^{5}\sum_{j=1}^{J_t}\left(x_{t,j}^{i,f,f}\cdot \bar{w}_{t,j}\right)\cdot p_{0,t,j}\cdot\left(1+r_{0,t,j}^{IKM,n}\right)^{-t} \\
&= \frac{\left(x_{1,1}^{i,f,f}\cdot \bar{w}_{1,1}\right)\cdot p_{0,1,1}}{\left(1+r_{0,1,1}^{IKM,n}\right)^{1}} + \frac{\left(x_{1,2}^{i,f,f}\cdot \bar{w}_{1,2}\right)\cdot p_{0,1,2}}{\left(1+r_{0,1,2}^{IKM,n}\right)^{1}} + \\
&\quad \frac{\left(x_{2,1}^{i,f,f}\cdot \bar{w}_{2,1}\right)\cdot p_{0,2,1}}{\left(1+r_{0,2,1}^{IKM,n}\right)^{2}} + \ldots + \frac{\left(x_{2,4}^{i,f,f}\cdot \bar{w}_{2,4}\right)\cdot p_{0,2,4}}{\left(1+r_{0,2,4}^{IKM,n}\right)^{2}} + \\
&\quad \frac{\left(x_{3,1}^{i,f,f}\cdot \bar{w}_{3,1}\right)\cdot p_{0,3,1}}{\left(1+r_{0,3,1}^{IKM,n}\right)^{3}} + \ldots + \frac{\left(x_{3,8}^{i,f,f}\cdot \bar{w}_{3,8}\right)\cdot p_{0,3,8}}{\left(1+r_{0,3,8}^{IKM,n}\right)^{3}} + \\
&\quad \frac{\left(x_{4,1}^{i,f,f}\cdot \bar{w}_{4,1}\right)\cdot p_{0,4,1}}{\left(1+r_{0,4,1}^{IKM,n}\right)^{4}} + \ldots + \frac{\left(x_{4,16}^{i,f,f}\cdot \bar{w}_{4,16}\right)\cdot p_{0,4,16}}{\left(1+r_{0,4,16}^{IKM,n}\right)^{4}} + \\
&\quad \frac{\left(x_{5,1}^{i,f,f}\cdot \bar{w}_{5,1}\right)\cdot p_{0,5,1}}{\left(1+r_{0,5,1}^{IKM,n}\right)^{5}} + \ldots + \frac{\left(x_{5,32}^{i,f,f}\cdot \bar{w}_{5,32}\right)\cdot p_{0,5,32}}{\left(1+r_{0,5,32}^{IKM,n}\right)^{5}} \\
&= \sum_{t=1}^{5}\sum_{j=1}^{J_t}\left[x_{t,j}^{i,f,f}\cdot p_{0,t,j}\cdot\left(1+r_{0,t,j}^{IKM,f}\right)^{-t}\right]\cdot \bar{w}_0 \\
&= \left[\frac{x_{1,1}^{i,f,f}\cdot p_{0,1,1}}{\left(1+r_{0,1,1}^{IKM,f}\right)^{1}}\right]\cdot \bar{w}_0 + \left[\frac{x_{1,2}^{i,f,f}\cdot p_{0,1,2}}{\left(1+r_{0,1,2}^{IKM,f}\right)^{1}}\right]\cdot \bar{w}_0 + \\
&\quad \left[\frac{x_{2,1}^{i,f,f}\cdot p_{0,2,1}}{\left(1+r_{0,2,1}^{IKM,f}\right)^{2}}\right]\cdot \bar{w}_0 + \ldots + \left[\frac{x_{2,4}^{i,f,f}\cdot p_{0,2,4}}{\left(1+r_{0,2,4}^{IKM,f}\right)^{2}}\right]\cdot \bar{w}_0 + \\
&\quad \left[\frac{x_{3,1}^{i,f,f}\cdot p_{0,3,1}}{\left(1+r_{0,3,1}^{IKM,f}\right)^{3}}\right]\cdot \bar{w}_0 + \ldots + \left[\frac{x_{3,8}^{i,f,f}\cdot p_{0,3,8}}{\left(1+r_{0,3,8}^{IKM,f}\right)^{3}}\right]\cdot \bar{w}_0 + \\
&\quad \left[\frac{x_{4,1}^{i,f,f}\cdot p_{0,4,1}}{\left(1+r_{0,4,1}^{IKM,f}\right)^{4}}\right]\cdot \bar{w}_0 + \ldots + \left[\frac{x_{4,16}^{i,f,f}\cdot p_{0,4,16}}{\left(1+r_{0,4,16}^{IKM,f}\right)^{4}}\right]\cdot \bar{w}_0 + \\
&\quad \left[\frac{x_{5,1}^{i,f,f}\cdot p_{0,5,1}}{\left(1+r_{0,5,1}^{IKM,f}\right)^{5}}\right]\cdot \bar{w}_0 + \ldots + \left[\frac{x_{5,32}^{i,f,f}\cdot p_{0,5,32}}{\left(1+r_{0,5,32}^{IKM,f}\right)^{5}}\right]\cdot \bar{w}_0
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&\cong \frac{07.590.000{,}00000 \cdot 0{,}80000}{1{,}86883^1} + \frac{03.680.000{,}00000 \cdot 0{,}20000}{0{,}38146^1} + \\
&\quad \frac{09.370.000{,}00000 \cdot 0{,}56000}{1{,}75543^2} + \ldots + \frac{02.140.000{,}00000 \cdot 0{,}12000}{0{,}66299^2} + \\
&\quad \frac{13.930.500{,}00000 \cdot 0{,}05600}{0{,}90119^3} + \ldots + \frac{01.980.000{,}00000 \cdot 0{,}00600}{0{,}34985^3} + \\
&\quad \frac{18.330.000{,}00000 \cdot 0{,}02800}{0{,}96950^4} + \ldots + \frac{01.120.000{,}00000 \cdot 0{,}00180}{0{,}40088^4} + \\
&\quad \frac{27.470.900{,}00000 \cdot 0{,}00840}{0{,}92044^5} + \ldots + \frac{01.080.000{,}00000 \cdot 0{,}00162}{0{,}55045^5} \\
&= BMW_{0,(I)}^{i,f,n} + BMW_{0,(II)}^{i,f,n} \\
&= 15.550.789{,}94803 + 8.015.729{,}82837 \\
&= 23.566.519{,}77639 \text{ [Geldeinheiten].} \qquad (3.17)
\end{aligned}
$$

Zur Berechnung des Nettomarktwerts dieser Handlungsalternative aus der Sichtweise des Auslands in inländischer Währung $NMW_0^{i,f,n}$ muß wieder das Produkt aus Anschaffungsauszahlung dieser Handlungsalternative aus der Sichtweise des Auslands in ausländischer Währung und fixem Wechselkurs $[-a_0^{i,f,f} \cdot \bar{w}_0]$ gebildet und dem in der Formel (3.17) kalkulierten Bruttomarktwert aus der Sichtweise des Auslands in inländischer Währung $BMW_0^{i,f,n}$ zugeschlagen werden. Diese Vorgehensweise führt zu dem in der Formel (3.9), S. 76, dargestellten Entscheidungswert und den damit verbundenen Schlußfolgerungen. Ohne die Berechnungen im einzelnen durchzuführen, sei auch hier darauf hingewiesen, daß eine zur vorstehenden Bewertungssystematik äquivalente Technik darin besteht, aus den Zustandswahrscheinlichkeiten $p_{0,t,j}$ [unbedingten risikoadjustierten Kalkulationszinsfüßen $r_{0,t,j}^{IKM,n}$ ($r_{0,t,j}^{IKM,f}$)] zunächst die in der Formel (3.16), S. 80, notierten Übergangswahrscheinlichkeiten $p_{t-1,t,j}$ [bedingten risikoadjustierten Kalkulationszinsfüße $r_{t-1,t,j}^{IKM,n}$ ($r_{t-1,t,j}^{IKM,f}$)] für alle $t = 1, \ldots, 5$ sowie $j = 1, \ldots, J_t$ abzuleiten und anschließend den in den Abbildungen 3.16 und 3.17, S. 83 f., visualisierten Zustandsbaum von hinten aufzurollen.

3.5.2 Flexible Wechselkurse und integrierte Kapitalmärkte

Die im Kapitel 3.5.1, S. 66 ff., durchgeführte Analyse wird teilweise komplizierter, wenn die Annahme fixer Wechselkurse zugunsten der Prämisse flexibler Wechselkurse aufgehoben wird. Das verdeutlichen die nachstehenden Ausführungen zu den Fällen 7 und 8. Betrachtet man jedoch Fall 5 [6], so läßt sich festhalten, daß dieser mit dem im Kapitel 3.5.1, S. 66 f. [67 f.], diskutierten Fall 1 [2] vollständig übereinstimmt. Deshalb muß die arbitragefreie Quantifizierung des Nettomarktwerts einer Handlungsalternative aus der Sichtweise des Inlands [Auslands] in inländischer [ausländischer] Währung gemäß Formel (3.4) [(3.5)], S. 66 [68], erfolgen. Das ist insofern nicht verwunderlich, als bei einer ausschließlich national orientierten Bewertung realer Investitionshandlungen im Ausland weder ein fixer noch ein flexibler Wechselkurs benötigt wird. Diese Aussage verliert allerdings im folgenden ihre Gültigkeit. Wendet man sich etwa Fall 7 zu, läßt sich der Nettomarktwert einer Direktinvestition arbitragefrei wie folgt ermitteln:

$$\begin{aligned} NMW_0^{i,n,f} &= -a_0^{i,n,f} + BMW_0^{i,n,f} \\ &= -a_0^{i,n,n} \cdot w_0^{-1} + \sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{J_t} \left(x_{t,j}^{i,n,n} \cdot w_{t,j}^{-1}\right) \cdot \pi_{0,t,j}^{IKM,f} \\ &= -a_0^{i,n,n} \cdot w_0^{-1} + \sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{J_t} \left(x_{t,j}^{i,n,n} \cdot \pi_{0,t,j}^{IKM,n}\right) \cdot w_0^{-1} \\ &= \left[NMW_0^{i,n,n} \text{ aus Formel (3.4), S. 66}\right] \cdot w_0^{-1} \quad \forall\, i \end{aligned} \tag{3.18}$$

mit w_0^{-1} $(w_{t,j}^{-1})$ als reziprokem Wert des flexiblen Wechselkurses w am Ende der Periode $t = 0$ (am Ende der zukünftigen Periode t, $t = 1, \ldots, T$, im Umweltzustand j, $j = 1, \ldots, J_t$). Analog zum Fall 3 aus dem Kapitel 3.5.1, S. 68 f., liegt es dabei im Ermessen des Bewertenden, ob dieser den Nettomarktwert $NMW_0^{i,n,f}$ entweder durch Multiplikation von $NMW_0^{i,n,n}$ gemäß Formel (3.4), S. 66, mit w_0^{-1} ermittelt oder dadurch, daß die in der Währung des Inlands denominierten zeit- und zustandsabhängigen Einzahlungsüberschüsse $x_{t,j}^{i,n,n}$ unter Heranziehung von $w_{t,j}^{-1}$ in jeder Zeit-Zustands-Kombination zunächst in ausländische Währungseinheiten $x_{t,j}^{i,n,f}$ transformiert, diese in einem nächsten Schritt mittels zugehöriger Preise reiner Wertpapiere $\pi_{0,t,j}^{IKM,f}$ auf das Ende der Periode $t = 0$ diskontiert werden und die mit dem reziproken Wert des flexiblen Wechselkurses am Ende der Periode $t = 0$ multiplizierte Anschaffungsauszahlung $-a_0^{i,n,n} \cdot w_0^{-1}$ schließlich addiert wird.[85] Im Vergleich zu einer rein national orientierten Bewertung ist demnach die Information bezüglich der Höhe des flexiblen Wechselkurses am Ende der Periode $t = 0$ [am Ende der zukünftigen Periode t, $t = 1, \ldots, T$, im Umweltzustand j, $j = 1, \ldots, J_t$] zusätzlich erforderlich. Bevor hierauf näher eingegangen wird, soll allerdings Fall 8 diskutiert werden. Dieser läßt sich wie folgt darstellen:

$$\begin{aligned} NMW_0^{i,f,n} &= -a_0^{i,f,n} + BMW_0^{i,f,n} \\ &= -a_0^{i,f,f} \cdot w_0 + \sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{J_t} \left(x_{t,j}^{i,f,f} \cdot w_{t,j}\right) \cdot \pi_{0,t,j}^{IKM,n} \\ &= -a_0^{i,f,f} \cdot w_0 + \sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{J_t} \left(x_{t,j}^{i,f,f} \cdot \pi_{0,t,j}^{IKM,f}\right) \cdot w_0 \\ &= \left[NMW_0^{i,f,f} \text{ aus Formel (3.5), S. 68}\right] \cdot w_0 \quad \forall\, i. \end{aligned} \tag{3.19}$$

[85] An dieser Stelle ist darauf hinzuweisen, daß innerhalb des vorliegenden Kapitels internationale Arbitragemöglichkeiten grundsätzlich nicht mehr durch die im Kapitel 3.5.1, Fußnote 73, S. 69, genannten Bedingungen unterbunden werden können. Das verdeutlichen die Ausführungen zu den Formeln (3.20) und (3.25), S. 91 und 97.

Hierbei bezeichnet w_0 ($w_{t,j}$) die Höhe des flexiblen Wechselkurses w am Ende der Periode $t = 0$ (am Ende der zukünftigen Periode t, $t = 1, \ldots, T$, im Umweltzustand j, $j = 1, \ldots, J_t$). Analog zum Fall 4 aus dem Kapitel 3.5.1, S. 69, läßt sich unter Berücksichtigung des in der Fußnote 85, S. 87, diskutierten Sachverhalts die Kalkulation des Nettomarktwerts $NMW_0^{i,f,n}$ wieder auf zwei unterschiedliche Arten vornehmen: Entweder Multiplikation von $NMW_0^{i,f,f}$ gemäß Formel (3.5), S. 68, mit w_0 oder Transformation der in der Währung des Auslands denominierten zeit- und zustandsabhängigen Einzahlungsüberschüsse $x_{t,j}^{i,f,f}$ unter Heranziehung von $w_{t,j}$ in jeder Zeit-Zustands-Kombination in inländische Währungseinheiten $x_{t,j}^{i,f,n}$, Diskontierung dieser Währungseinheiten mittels zugehöriger Preise reiner Wertpapiere $\pi_{0,t,j}^{IKM,n}$ auf das Ende der Periode $t = 0$ und Addition der mit dem flexiblen Wechselkurs am Ende der Periode $t = 0$ multiplizierten Anschaffungsauszahlung $-a_0^{i,f,f} \cdot w_0$ zu diesem Ergebnis. In Übereinstimmung mit den Ausführungen zum Fall 7 gilt auch hier, daß im Vergleich zu einer ausschließlich national orientierten Bewertung die Information bezüglich der Höhe des flexiblen Wechselkurses am Ende der Periode $t = 0$ [am Ende der zukünftigen Periode t, $t = 1, \ldots, T$, im Umweltzustand j, $j = 1, \ldots, J_t$] zusätzlich beschafft werden muß. Überträgt man die im Kapitel 3.5.1, S. 70, bezüglich der Bewertungsgleichungen (3.4), (3.5), (3.6) und (3.7), S. 66, 68 f., gemachten Aussagen auf die Fälle 5 bis 8, läßt sich eine Konzentration der weiteren Analyse auf den zuletzt genannten Fall und somit auf die Formel (3.19), S. 87, rechtfertigen. Diese wird ohne Beschränkung der Allgemeingültigkeit durch die Abbildungen 3.18 und 3.19, S. 89 f., veranschaulicht. In diesem Zusammenhang ist wieder die auf S. 70 mit den Abbildungen 3.10 und 3.11, S. 71 f., verbundene Argumentation zu beachten, wobei sich hier folgende Änderungen ergeben: (I) Zur Berechnung des Nettomarktwerts $NMW_0^{i,f,n}$ muß eine Addition der mit dem flexiblen Wechselkurs am Ende der Periode $t = 0$ multiplizierten Anschaffungsauszahlung $-a_0^{i,f,f} \cdot w_0$ zum Bruttomarktwert $BMW_0^{i,f,n}$ erfolgen; (II) die Ermittlung des Bruttomarktwerts $BMW_0^{i,f,n}$ erfordert zusätzlich die Prognose von 62 zukünftigen Werten des flexiblen Wechselkurses $w_{t,j}$; (III) es wird eine Information bezüglich der Höhe des am Ende der Periode $t = 0$ beobachtbaren flexiblen Wechselkurses w_0 benötigt, der – ebenfalls ohne Beschränkung der Allgemeingültigkeit – den Wert eins annehmen soll. Im Gegensatz zu den Ausführungen auf S. 70 folgt daraus lediglich, daß die Anschaffungsauszahlung aus der Sichtweise des Auslands in inländischer Währung ($-a_0^{i,f,n}$) und die Anschaffungsauszahlung aus der Sichtweise des Auslands in ausländischer Währung ($-a_0^{i,f,f}$) identisch sind. Welche Beziehung zwischen den zeit- und zustandsabhängigen Einzahlungsüberschüssen ($x_{t,j}^{i,f,n}$, $x_{t,j}^{i,f,f}$), dem zeit- und zustandsabhängigen flexiblen Wechselkurs ($w_{t,j}$), der Höhe des am Ende der Periode $t = 0$ beobachtbaren flexiblen Wechselkurses (w_0) sowie den zeit- und zustandsabhängigen Preisen reiner Wertpapiere ($\pi_{0,t,j}^{IKM,n}$, $\pi_{0,t,j}^{IKM,f}$) vor dem Hintergrund eines vollkommenen, arbitragefreien, vollständigen, integrierten Kapitalmarkts gelten muß, wird nun diskutiert. Notiert man hierzu die zweite und dritte Zeile der Formel (3.19), S. 87, in Anlehnung an die Abbildungen 3.18 und 3.19, S. 89 f., etwas ausführlicher, ergibt sich

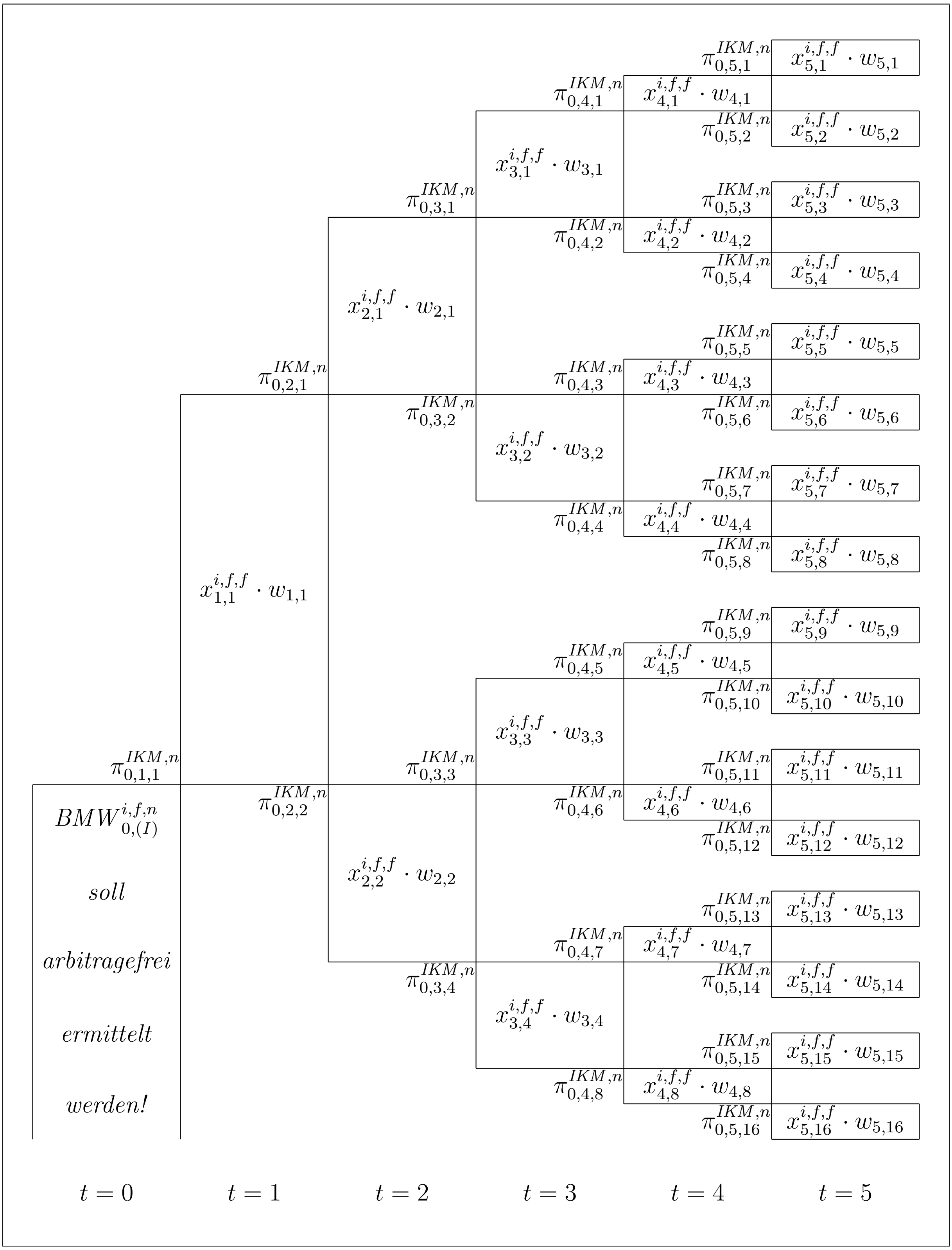

Abbildung 3.18: Entwicklung der zustandsabhängigen Einzahlungsüberschüsse und Preise reiner Wertpapiere einer nicht näher bezeichneten Handlungsalternative einschließlich des flexiblen Wechselkurses im Betrachtungszeitraum von sechs Perioden (Teil I)

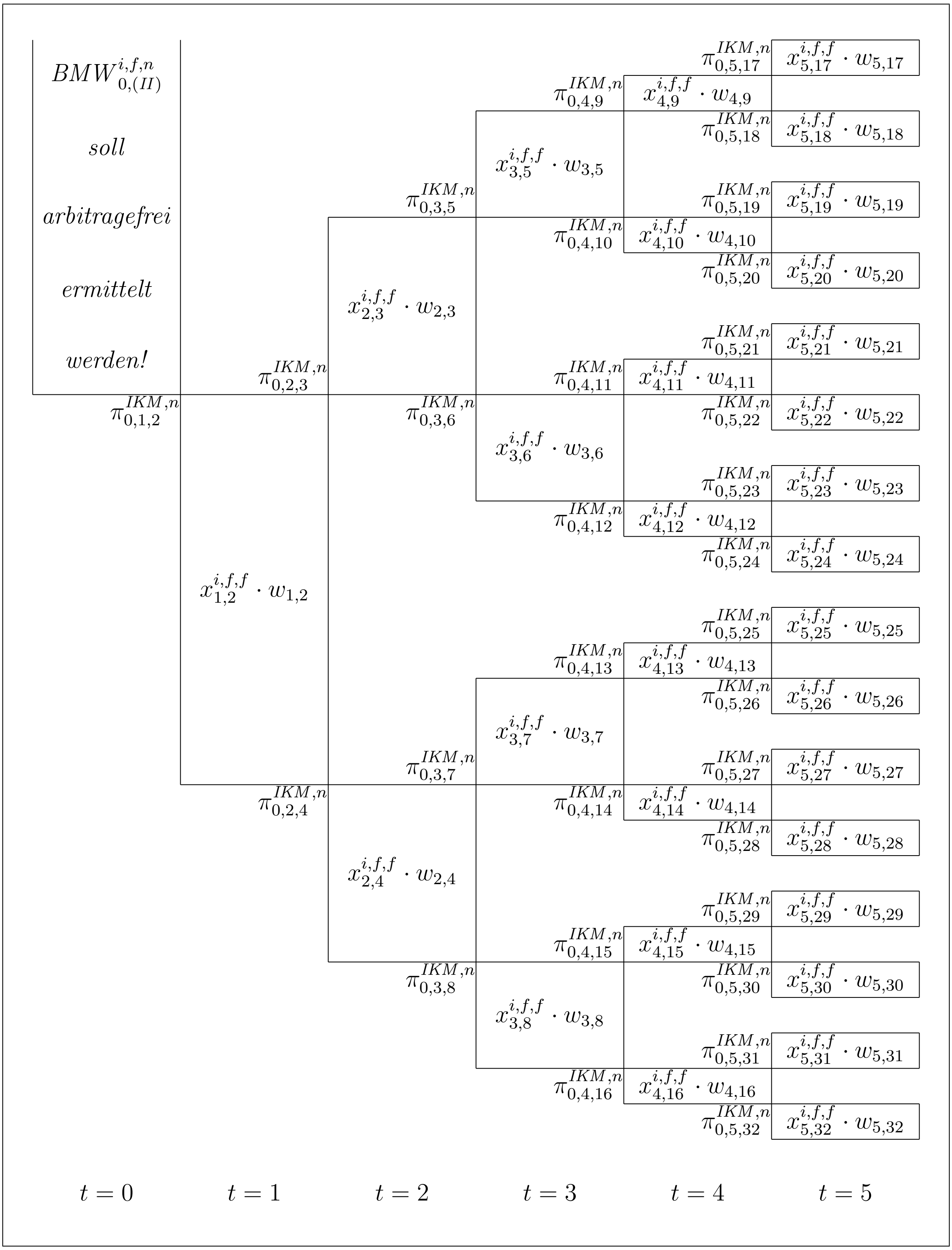

Abbildung 3.19: Entwicklung der zustandsabhängigen Einzahlungsüberschüsse und Preise reiner Wertpapiere einer nicht näher bezeichneten Handlungsalternative einschließlich des flexiblen Wechselkurses im Betrachtungszeitraum von sechs Perioden (Teil II)

der nachstehende Ausdruck:

$$\begin{array}{ccccccc}
-a_0^{i,f,f} \cdot w_0 & & + & & & & \\
\left(x_{1,1}^{i,f,f} \cdot w_{1,1}\right) \cdot \pi_{0,1,1}^{IKM,n} & & + & & \left(x_{1,2}^{i,f,f} \cdot w_{1,2}\right) \cdot \pi_{0,1,2}^{IKM,n} & + \\
\left(x_{2,1}^{i,f,f} \cdot w_{2,1}\right) \cdot \pi_{0,2,1}^{IKM,n} & + & \ldots & + & \left(x_{2,4}^{i,f,f} \cdot w_{2,4}\right) \cdot \pi_{0,2,4}^{IKM,n} & + \\
\vdots & & \ddots & & \vdots & \\
\left(x_{T,1}^{i,f,f} \cdot w_{T,1}\right) \cdot \pi_{0,T,1}^{IKM,n} & + & \ldots & + & \left(x_{T,2^T}^{i,f,f} \cdot w_{T,2^T}\right) \cdot \pi_{0,T,2^T}^{IKM,n} & \stackrel{!}{=} \\
-a_0^{i,f,f} \cdot w_0 & & + & & & \\
\left(x_{1,1}^{i,f,f} \cdot \pi_{0,1,1}^{IKM,f}\right) \cdot w_0 & & + & & \left(x_{1,2}^{i,f,f} \cdot \pi_{0,1,2}^{IKM,f}\right) \cdot w_0 & + \\
\left(x_{2,1}^{i,f,f} \cdot \pi_{0,2,1}^{IKM,f}\right) \cdot w_0 & + & \ldots & + & \left(x_{2,4}^{i,f,f} \cdot \pi_{0,2,4}^{IKM,f}\right) \cdot w_0 & + \\
\vdots & & \ddots & & \vdots & \\
\left(x_{T,1}^{i,f,f} \cdot \pi_{0,T,1}^{IKM,f}\right) \cdot w_0 & + & \ldots & + & \left(x_{T,2^T}^{i,f,f} \cdot \pi_{0,T,2^T}^{IKM,f}\right) \cdot w_0 & \forall\ i,
\end{array}$$

wobei für $-a_0^{i,f,f} \cdot w_0$ $(x_{t,j}^{i,f,f} \cdot w_{t,j})$ auch $-a_0^{i,f,n}$ $(x_{t,j}^{i,f,n})$ geschrieben werden kann. Um sicherzustellen, daß Wirtschaftssubjekte keine Möglichkeiten zur gewinnbringenden Nutzung internationaler Preisdifferenzen durch simultanen Kauf und Verkauf von „Gütern“, also zur internationalen Arbitrage, besitzen, muß für den vorstehenden Ausdruck gelten:

$$w_{t,j} = w_0 \cdot \frac{\pi_{0,t,j}^{IKM,f}}{\pi_{0,t,j}^{IKM,n}}, \quad t = 1, \ldots, T, \quad j = 1, \ldots, J_t. \tag{3.20}$$

Wie die nachstehenden Ausführungen zeigen werden, handelt es sich dabei inhaltlich um die aus der Literatur für eine Entscheidungssituation bei Sicherheit bekannte und auf die hier implizit vorliegende Entscheidungssituation bei Risiko übertragene (gedeckte) Zinsparität.[86] Berücksichtigt man diesen Sachverhalt und legt die in den Abbildungen 3.20 und 3.21, S. 92 f., präsentierte Datensituation den weiteren Ausführungen zugrunde,

[86]Vgl. zu der im Rahmen von Arbitragefreiheitsüberlegungen für eine Entscheidungssituation bei Sicherheit theoretisch begründbaren (gedeckten) Zinsparität und deren empirischer Relevanz die Arbeiten von Aliber, R. Z. (1973); Bahmani-Oskooee, M., Das, S. P. (1985); Balke, N. S., Wohar, M. E. (1998); Blenman, L. P. (1991); Branson, W. H. (1969); Büschgen, H. E. (1997), S. 125 f., 127 f.; Callier, P. (1981); Clinton, K. (1988); Cosandier, P.-A., Lang, B. R. (1981); Deardorff, A. V. (1979); Dieckheuer, G. (1995), S. 356 ff.; Frenkel, J. A., Levich, R. M. (1975), (1977), (1979); Gandolfo, G. (1995), S. 30 ff.; Ghosh, D. K. (1998); Maasoumi, E., Pippenger, J. (1989); Marston, R. C. (1976); McCormick, F. (1979); Officer, L. H., Willett, T. D. (1970); Peel, D. A., Taylor, M. P. (2002); Rivera-Batiz, F. L., Rivera-Batiz, L. A. (1994), S. 101 ff.; Rose, K., Sauernheimer, K. (1999), S. 189 ff.; Siebert, H. (2000), S. 280 f.; Stehle, R. (1995a), (1995b); Taylor, M. P. (1987), (1989); Taylor, M. P., Branson, E. T. (2004); Willms, M. (1995), S. 20 f., 144.

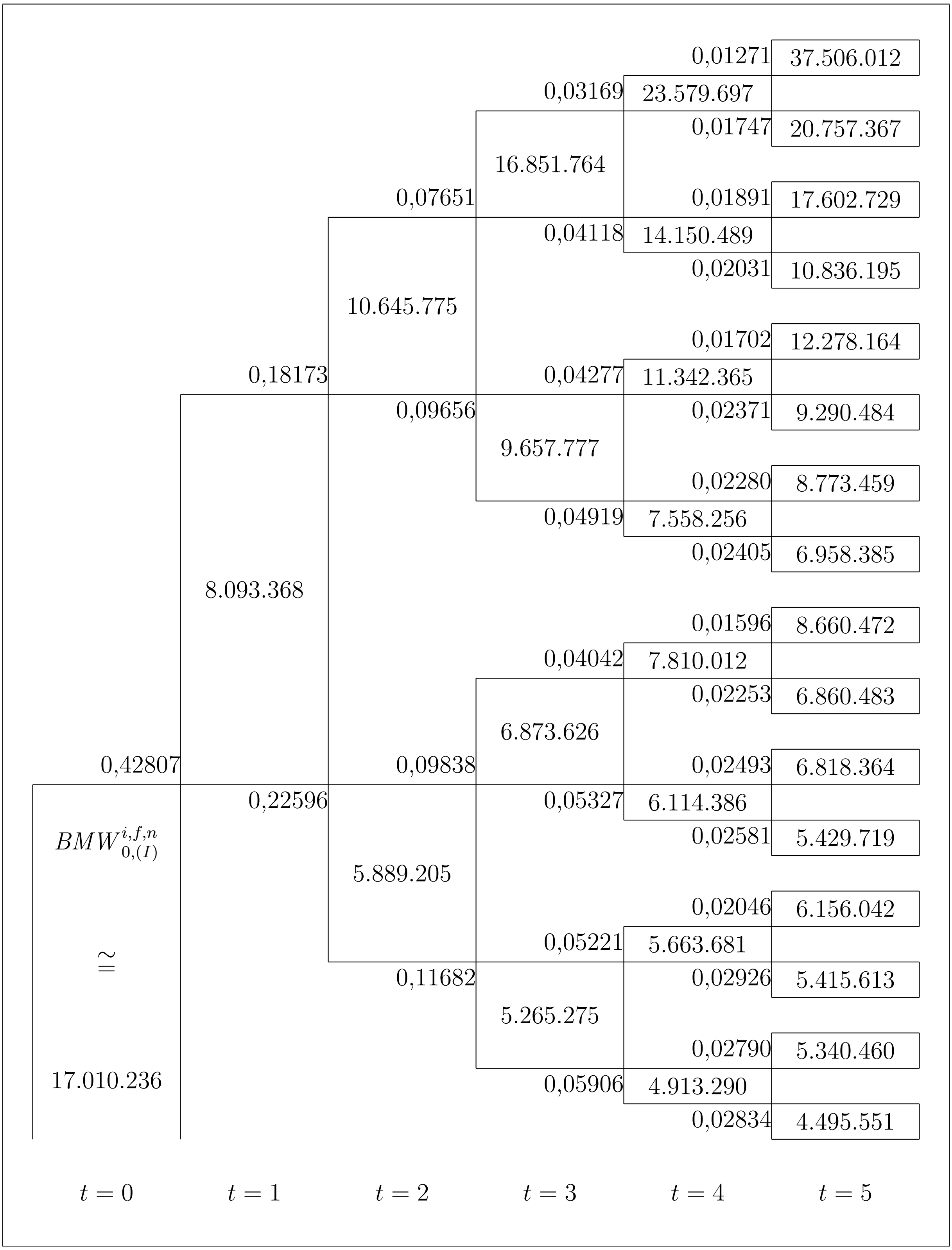

Abbildung 3.20: Beispielhafte Darstellung der Entwicklung zustandsabhängiger Einzahlungsüberschüsse und Preise reiner Wertpapiere einer nicht näher bezeichneten Handlungsalternative einschließlich des flexiblen Wechselkurses im Betrachtungszeitraum von sechs Perioden (in Geldeinheiten) (Teil I)

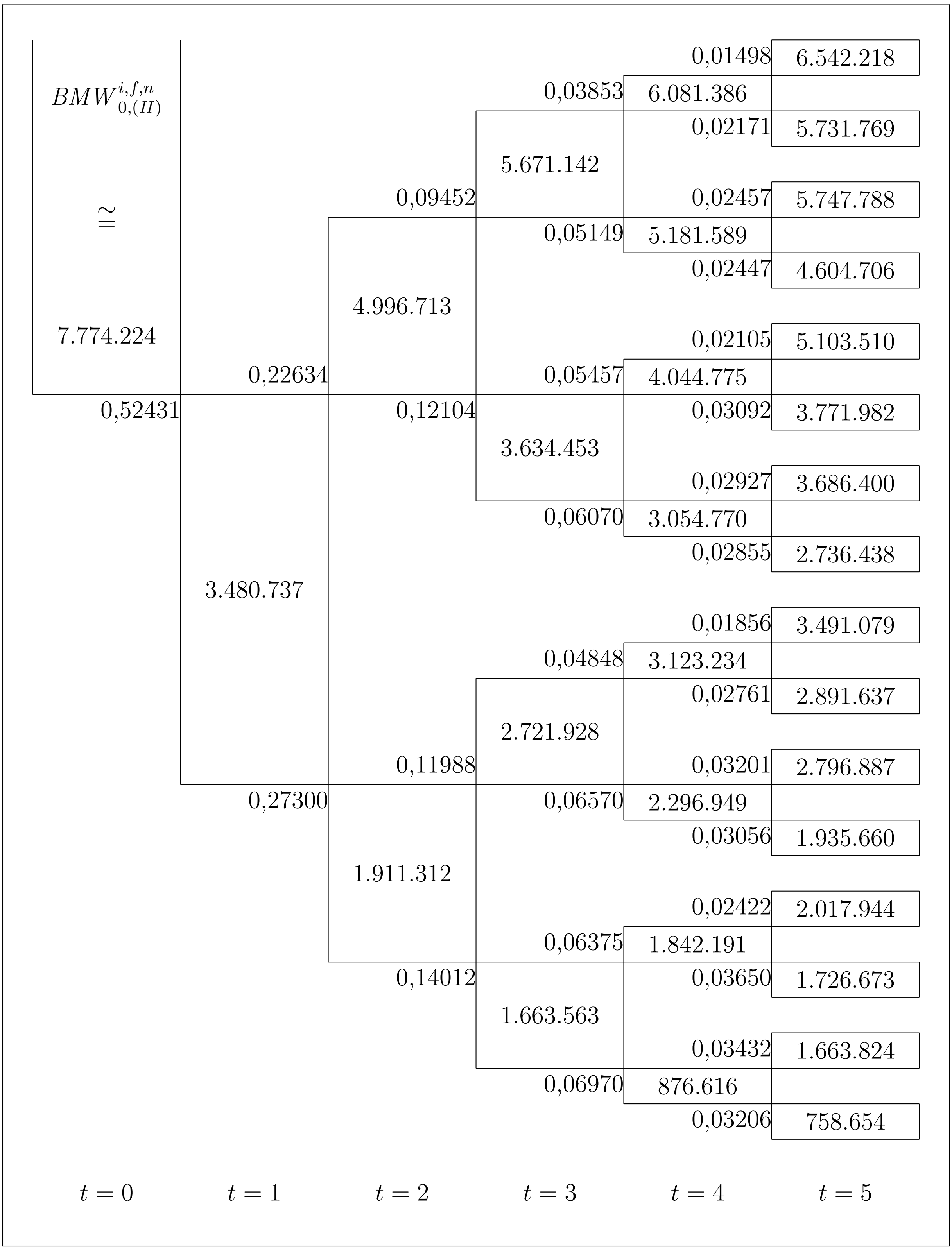

Abbildung 3.21: Beispielhafte Darstellung der Entwicklung zustandsabhängiger Einzahlungsüberschüsse und Preise reiner Wertpapiere einer nicht näher bezeichneten Handlungsalternative einschließlich des flexiblen Wechselkurses im Betrachtungszeitraum von sechs Perioden (in Geldeinheiten) (Teil II)

läßt sich der Bruttomarktwert einer nicht näher bezeichneten Handlungsalternative aus der Sichtweise des Auslands in inländischer Währung $BMW_0^{i,f,n}$ gemäß Formel (3.19), Zeile 2 und Zeile 3, S. 87, arbitragefrei (und damit ohne Rückgriff auf die subjektiven Zeit- und Risikopräferenzen eines Entscheidungsträgers) wie folgt kalkulieren:[87]

$$\begin{aligned}
BMW_0^{i,f,n} &= \sum_{t=1}^{5}\sum_{j=1}^{J_t}\left(x_{t,j}^{i,f,f}\cdot w_{t,j}\right)\cdot \pi_{0,t,j}^{IKM,n} \\
&= \left(x_{1,1}^{i,f,f}\cdot w_{1,1}\right)\cdot \pi_{0,1,1}^{IKM,n} \quad + \quad \left(x_{1,2}^{i,f,f}\cdot w_{1,2}\right)\cdot \pi_{0,1,2}^{IKM,n} + \\
&\quad \left(x_{2,1}^{i,f,f}\cdot w_{2,1}\right)\cdot \pi_{0,2,1}^{IKM,n} + \ldots + \left(x_{2,4}^{i,f,f}\cdot w_{2,4}\right)\cdot \pi_{0,2,4}^{IKM,n} + \\
&\quad \left(x_{3,1}^{i,f,f}\cdot w_{3,1}\right)\cdot \pi_{0,3,1}^{IKM,n} + \ldots + \left(x_{3,8}^{i,f,f}\cdot w_{3,8}\right)\cdot \pi_{0,3,8}^{IKM,n} + \\
&\quad \left(x_{4,1}^{i,f,f}\cdot w_{4,1}\right)\cdot \pi_{0,4,1}^{IKM,n} + \ldots + \left(x_{4,16}^{i,f,f}\cdot w_{4,16}\right)\cdot \pi_{0,4,16}^{IKM,n} + \\
&\quad \left(x_{5,1}^{i,f,f}\cdot w_{5,1}\right)\cdot \pi_{0,5,1}^{IKM,n} + \ldots + \left(x_{5,32}^{i,f,f}\cdot w_{5,32}\right)\cdot \pi_{0,5,32}^{IKM,n}
\end{aligned}$$

[87]Nachstehend sind zwei Aspekte zu beachten. Zum einen ist darauf hinzuweisen, daß bei der Berechnung von $BMW_0^{i,f,n}$ im Kapitel 3.5.1, Formel (3.8), S. 75, die vorstehende Unterscheidung nicht erforderlich gewesen und insofern auch nicht praktiziert worden ist. Das läßt sich wie folgt begründen. Betrachtet man die Gleichung (3.20), S. 91, vor dem Hintergrund eines Systems fixer Wechselkurse, so erkennt man, daß $w_{t,j} = w_0$ und somit $\pi_{0,t,j}^{IKM,n} = \pi_{0,t,j}^{IKM,f}$ für alle $t = 1, \ldots, T$ und $j = 1, \ldots, J_t$ gilt (vgl. Kapitel 3.5.1, Fußnote 73, S. 69). Daher stimmen die den Parametern im Kapitel 3.5.1, Formel (3.7), Zeile 2 und Zeile 3, S. 69, zugeordneten Werte vollständig überein. Zum anderen muß festgehalten werden, daß sich aus Vereinfachungsgründen die Datenbasis der Abbildungen 3.12 und 3.13, S. 73 f., von jener der Abbildungen 3.20 und 3.21, S. 92 f., lediglich in einem Punkt unterscheidet. Die zuvor mit dem fixen Wechselkurs ($\bar{w}_{t,j} = \bar{w}_0 = \bar{w} = 1{,}00000$) gewichteten zeit- und zustandsabhängigen Einzahlungsüberschüsse ($x_{t,j}^{i,f,f}$) werden nun mit folgenden Werten des flexiblen Wechselkurses ($w_{t,j}$) multipliziert:

$$\begin{array}{llllllllllll}
w_{1,1} &=& 1{,}06632, & w_{1,2} &=& 0{,}94585, & & & & & & \\
w_{2,1} &=& 1{,}13616, & w_{2,2} &=& 1{,}01016, & w_{2,3} &=& 1{,}00944, & w_{2,4} &=& 0{,}89314, \\
w_{3,1} &=& 1{,}20970, & w_{3,2} &=& 1{,}07788, & w_{3,3} &=& 1{,}07906, & w_{3,4} &=& 0{,}95213, \\
w_{3,5} &=& 1{,}07408, & w_{3,6} &=& 0{,}95896, & w_{3,7} &=& 0{,}95503, & w_{3,8} &=& 0{,}84018, \\
w_{4,1} &=& 1{,}28640, & w_{4,2} &=& 1{,}15067, & w_{4,3} &=& 1{,}15385, & w_{4,4} &=& 1{,}01181, \\
w_{4,5} &=& 1{,}14684, & w_{4,6} &=& 1{,}02763, & w_{4,7} &=& 1{,}02048, & w_{4,8} &=& 0{,}89170, \\
w_{4,9} &=& 1{,}14097, & w_{4,10} &=& 1{,}02403, & w_{4,11} &=& 1{,}02918, & w_{4,12} &=& 0{,}89583, \\
w_{4,13} &=& 1{,}01404, & w_{4,14} &=& 0{,}91149, & w_{4,15} &=& 0{,}90303, & w_{4,16} &=& 0{,}78269, \\
w_{5,1} &=& 1{,}36530, & w_{5,2} &=& 1{,}22897, & w_{5,3} &=& 1{,}23876, & w_{5,4} &=& 1{,}06866, \\
w_{5,5} &=& 1{,}22414, & w_{5,6} &=& 1{,}10338, & w_{5,7} &=& 1{,}09123, & w_{5,8} &=& 0{,}93653, \\
w_{5,9} &=& 1{,}21627, & w_{5,10} &=& 1{,}09766, & w_{5,11} &=& 1{,}11048, & w_{5,12} &=& 0{,}94759, \\
w_{5,13} &=& 1{,}08191, & w_{5,14} &=& 0{,}97755, & w_{5,15} &=& 0{,}96573, & w_{5,16} &=& 0{,}81882, \\
w_{5,17} &=& 1{,}20928, & w_{5,18} &=& 1{,}09385, & w_{5,19} &=& 1{,}11176, & w_{5,20} &=& 0{,}93592, \\
w_{5,21} &=& 1{,}09049, & w_{5,22} &=& 0{,}98743, & w_{5,23} &=& 0{,}97524, & w_{5,24} &=& 0{,}81442, \\
w_{5,25} &=& 1{,}07418, & w_{5,26} &=& 0{,}97362, & w_{5,27} &=& 0{,}99533, & w_{5,28} &=& 0{,}82369, \\
w_{5,29} &=& 0{,}95637, & w_{5,30} &=& 0{,}86764, & w_{5,31} &=& 0{,}85764, & w_{5,32} &=& 0{,}70246.
\end{array}$$

$$
\begin{aligned}
&\cong 08.093.367{,}98988 \cdot 0{,}42807 \quad + \quad 03.480.737{,}12177 \cdot 0{,}52431 + \\
&\quad 10.645.774{,}93375 \cdot 0{,}18173 + \ldots + 01.911.312{,}36919 \cdot 0{,}27300 + \\
&\quad 16.851.763{,}79640 \cdot 0{,}07651 + \ldots + 01.663.563{,}41789 \cdot 0{,}14012 + \\
&\quad 23.579.696{,}56569 \cdot 0{,}03169 + \ldots + 00.876.616{,}10953 \cdot 0{,}06970 + \\
&\quad 37.506.011{,}60075 \cdot 0{,}01271 + \ldots + 00.758.654{,}04636 \cdot 0{,}03206 \\
&= \sum_{t=1}^{5} \sum_{j=1}^{J_t} \left(x_{t,j}^{i,f,f} \cdot \pi_{0,t,j}^{IKM,f} \right) \cdot w_0 \\
&= \left(x_{1,1}^{i,f,f} \cdot \pi_{0,1,1}^{IKM,f} \right) \cdot w_0 \quad + \quad \left(x_{1,2}^{i,f,f} \cdot \pi_{0,1,2}^{IKM,f} \right) \cdot w_0 + \\
&\quad \left(x_{2,1}^{i,f,f} \cdot \pi_{0,2,1}^{IKM,f} \right) \cdot w_0 + \ldots + \left(x_{2,4}^{i,f,f} \cdot \pi_{0,2,4}^{IKM,f} \right) \cdot w_0 + \\
&\quad \left(x_{3,1}^{i,f,f} \cdot \pi_{0,3,1}^{IKM,f} \right) \cdot w_0 + \ldots + \left(x_{3,8}^{i,f,f} \cdot \pi_{0,3,8}^{IKM,f} \right) \cdot w_0 + \\
&\quad \left(x_{4,1}^{i,f,f} \cdot \pi_{0,4,1}^{IKM,f} \right) \cdot w_0 + \ldots + \left(x_{4,16}^{i,f,f} \cdot \pi_{0,4,16}^{IKM,f} \right) \cdot w_0 + \\
&\quad \left(x_{5,1}^{i,f,f} \cdot \pi_{0,5,1}^{IKM,f} \right) \cdot w_0 + \ldots + \left(x_{5,32}^{i,f,f} \cdot \pi_{0,5,32}^{IKM,f} \right) \cdot w_0 \\
&\cong 07.590.000{,}00000 \cdot 0{,}45646 \quad + \quad 03.680.000{,}00000 \cdot 0{,}49592 + \\
&\quad 09.370.000{,}00000 \cdot 0{,}20647 + \ldots + 02.140.000{,}00000 \cdot 0{,}24383 + \\
&\quad 13.930.500{,}00000 \cdot 0{,}09256 + \ldots + 01.980.000{,}00000 \cdot 0{,}11773 + \\
&\quad 18.330.000{,}00000 \cdot 0{,}04077 + \ldots + 01.120.000{,}00000 \cdot 0{,}05455 + \\
&\quad 27.470.900{,}00000 \cdot 0{,}01736 + \ldots + 01.080.000{,}00000 \cdot 0{,}02252 \\
&= BMW_{0,(I)}^{i,f,n} + BMW_{0,(II)}^{i,f,n} \\
&= 17.010.236{,}32254 + 7.774.224{,}41230 \\
&= 24.784.460{,}73483 \text{ [Geldeinheiten].} \qquad (3.21)
\end{aligned}
$$

Zur Berechnung des Nettomarktwerts dieser Handlungsalternative aus der Sichtweise des Auslands in inländischer Währung $NMW_0^{i,f,n}$ muß analog zum Kapitel 3.5.1, Formel (3.9), S. 76, das Produkt aus Anschaffungsauszahlung dieser Handlungsalternative aus der Sichtweise des Auslands in ausländischer Währung und flexiblem Wechselkurs am Ende der Periode $t = 0$ $[-a_0^{i,f,f} \cdot w_0]$ gebildet und dem in der Formel (3.21) kalkulierten Bruttomarktwert aus der Sichtweise des Auslands in inländischer Währung $BMW_0^{i,f,n}$ zugeschlagen werden. Diese Vorgehensweise führt zu nachstehendem Entscheidungswert:

$$
\begin{aligned}
NMW_0^{i,f,n} &= -a_0^{i,f,f} \cdot w_0 + BMW_0^{i,f,n} \\
&= -20.000.000{,}00000 + 24.784.460{,}73483 \\
&= 4.784.460{,}73483 \text{ [Geldeinheiten].} \qquad (3.22)
\end{aligned}
$$

Da dieser positiv ist, ergibt sich wieder eine Empfehlung zugunsten der realen Investitionshandlung im Ausland.[88] Ohne die Berechnungen im einzelnen durchzuführen, sei noch darauf hingewiesen, daß eine zu der vorstehenden Bewertungssystematik äquivalente Technik darin besteht, aus den Preisen reiner Wertpapiere $\pi_{0,t,j}^{IKM,n}$ $[\pi_{0,t,j}^{IKM,f}]$ zunächst die einperiodigen (bedingten) Preise $\pi_{t-1,t,j}^{IKM,n}$ $[\pi_{t-1,t,j}^{IKM,f}]$ für alle $t = 1, \ldots, 5$ sowie $j = 1, \ldots, J_t$ abzuleiten und anschließend den in den Abbildungen 3.20 und 3.21, S. 92 f., dargestellten Zustandsbaum von hinten aufzurollen.

Übereinstimmend mit der Argumentation im Kapitel 3.5.1, S. 76 ff., lassen sich innerhalb eines Systems flexibler Wechselkurse die Bewertungsfunktionen [(3.4), (3.5),] (3.18) und (3.19), S. [66, 68,] 87, in etwas veränderter, aber äquivalenter Art und Weise gemäß nachstehenden Formeln darstellen:[89]

$$\begin{aligned}
NMW_0^{i,n,f} &= -a_0^{i,n,f} + BMW_0^{i,n,f} \\
&= -a_0^{i,n,n} \cdot w_0^{-1} + \sum_{t=1}^{T} \sum_{j=1}^{J_t} \left(x_{t,j}^{i,n,n} \cdot w_{t,j}^{-1}\right) \cdot p_{0,t,j} \cdot \left(1 + r_{0,t,j}^{IKM,f}\right)^{-t} \\
&= -a_0^{i,n,n} \cdot w_0^{-1} + \sum_{t=1}^{T} \sum_{j=1}^{J_t} \left[x_{t,j}^{i,n,n} \cdot p_{0,t,j} \cdot \left(1 + r_{0,t,j}^{IKM,n}\right)^{-t}\right] \cdot w_0^{-1} \\
&= \left[NMW_0^{i,n,n} \text{ aus Formel (3.10), S. 78}\right] \cdot w_0^{-1} \quad \forall\, i, \qquad (3.23) \\
NMW_0^{i,f,n} &= -a_0^{i,f,n} + BMW_0^{i,f,n} \\
&= -a_0^{i,f,f} \cdot w_0 + \sum_{t=1}^{T} \sum_{j=1}^{J_t} \left(x_{t,j}^{i,f,f} \cdot w_{t,j}\right) \cdot p_{0,t,j} \cdot \left(1 + r_{0,t,j}^{IKM,n}\right)^{-t} \\
&= -a_0^{i,f,f} \cdot w_0 + \sum_{t=1}^{T} \sum_{j=1}^{J_t} \left[x_{t,j}^{i,f,f} \cdot p_{0,t,j} \cdot \left(1 + r_{0,t,j}^{IKM,f}\right)^{-t}\right] \cdot w_0 \\
&= \left[NMW_0^{i,f,f} \text{ aus Formel (3.11), S. 78}\right] \cdot w_0 \quad \forall\, i. \qquad (3.24)
\end{aligned}$$

Damit die Evaluation realer Investitionshandlungen im Ausland nicht von den beiden durch die Formeln (3.18) und (3.19), S. 87, respektive (3.23) und (3.24) präsentierten Bewertungstechniken abhängig ist, sind einerseits die Bedingungen (3.14) und (3.15), S. 79, und andererseits die Bedingung (3.20), S. 91, zu erfüllen. Letztere kann hier wie

[88] Zum gleichen Ergebnis gelangt man, wenn der Bruttomarktwert der Handlungsalternative i aus der Sichtweise des Auslands in inländischer Währung $BMW_0^{i,f,n} = 24.784.460{,}73483$ [Geldeinheiten] und der Bruttomarktwert der Unterlassungsalternative aus der Sichtweise des Auslands in inländischer Währung $BMW_0^{UA,f,n} = a_0^{i,f,f} \cdot w_0 = 20.000.000{,}00000$ [Geldeinheiten] der Höhe nach in absteigender Reihenfolge geordnet werden und eine Empfehlung zugunsten des größeren dieser beiden Werte ausgesprochen wird.

[89] Den im Kapitel 3.5.1, Abbildung 3.9, S. 67, genannten Fällen 1 und 5 sowie 2 und 6 liegen jeweils äquivalente Bewertungsgleichungen zugrunde [vgl. hierzu auch die Ausführungen auf S. 86 f.]. Insofern können die nachstehenden Überlegungen auf die Formeln (3.18) und (3.19), S. 87, beschränkt werden [vgl. zu den Bewertungsfunktionen (3.4) und (3.5) sowie den damit verbundenen Gleichungen (3.10) und (3.11) die Ausführungen im Kapitel 3.5.1, S. 66 ff., 78 ff.].

folgt umgeschrieben werden:

$$
\begin{aligned}
w_{t,j} = w_0 \cdot \frac{\pi_{0,t,j}^{IKM,f}}{\pi_{0,t,j}^{IKM,n}} = w_0 \cdot \frac{p_{0,t,j} \cdot \left(1 + r_{0,t,j}^{IKM,f}\right)^{-t}}{p_{0,t,j} \cdot \left(1 + r_{0,t,j}^{IKM,n}\right)^{-t}} \quad \Longleftrightarrow \\
w_{t,j} \cdot w_0^{-1} \cdot \left(1 + r_{0,t,j}^{IKM,f}\right)^{t} = \left(1 + r_{0,t,j}^{IKM,n}\right)^{t}, \quad t = 1, \ldots, T, \quad j = 1, \ldots, J_t.
\end{aligned}
\tag{3.25}
$$

Auf der Grundlage der in dieser Arbeit unterstellten Informationsstruktur ist mit der letzten Zeile der Formel (3.25) der nachstehende Sachverhalt verbunden. Angenommen, der in einem bestimmten Unternehmen über die Durchführung von Investitionen befindende Entscheidungsträger erwirbt am Ende der Periode $t = 0$ ein auf dem (vollkommenen, arbitragefreien, vollständigen,) integrierten Kapitalmarkt gehandeltes und in der Währung des Inlands denominiertes risikobehaftetes Wertpapier, das lediglich beim Eintritt einer bestimmten Zeit-Zustands-Kombination ${}^{o}_{o}(t,j)^{o}_{o} \in \{(t,j) \mid t = 1, \ldots, T \text{ und } j = 1, \ldots, J_t\}$ eine Einzahlung in der Währung des Inlands in Höhe von $(1 + r_{0,t,j}^{IKM,n})^t$ Geldeinheiten verspricht, während mit dem Eintritt aller übrigen Zeit-Zustands-Kombinationen eine Einzahlung in der Währung des Inlands in Höhe von null Geldeinheiten verbunden ist. Wenn dieser Kapitalmarkt tatsächlich die oben genannten Eigenschaften aufweist und von effizienten Devisenmärkten ausgegangen werden kann, muß sich durch die simultane Abwicklung der nachstehenden Transaktionen das zuvor realisierte Ergebnis in äquivalenter Form einstellen: (I) Umrechnung der für den Kauf des vorstehenden Wertpapiers benötigten Anschaffungsauszahlung in ausländische Geldeinheiten unter Heranziehung des reziproken Werts des [heutigen Devisenkassakurses respektive] flexiblen Wechselkurses am Ende der Periode $t = 0$ [w_0^{-1}]; (II) Erwerb eines am (vollkommenen, arbitragefreien, vollständigen,) integrierten Kapitalmarkt gehandelten und in der Währung des Auslands denominierten Wertpapiers gleicher Risikoklasse, das lediglich beim Eintritt der Zeit-Zustands-Kombination ${}^{o}_{o}(t,j)^{o}_{o} \in \{(t,j) \mid t = 1, \ldots, T \text{ und } j = 1, \ldots, J_t\}$ eine Einzahlung in der Währung des Auslands in Höhe von $(1 + r_{0,t,j}^{IKM,f})^t$ Geldeinheiten liefert, während mit dem Eintritt aller übrigen Zeit-Zustands-Kombinationen eine Einzahlung in der Währung des Auslands in Höhe von null Geldeinheiten verbunden ist; (III) Leerverkauf der beim Eintritt der Zeit-Zustands-Kombination ${}^{o}_{o}(t,j)^{o}_{o} \in \{(t,j) \mid t = 1, \ldots, T \text{ und } j = 1, \ldots, J_t\}$ unter (II) realisierten Einzahlung in der Währung des Auslands auf dem Devisenterminmarkt. Bei einem für diese Zeit-Zustands-Kombination geltenden [heutigen Devisenterminkurs beziehungsweise] zukünftigen flexiblen Wechselkurs $w_{t,j}$ erhält man für jede ausländische Geldeinheit, die man per Termin leerverkauft hat, $w_{t,j}$ inländische Geldeinheiten. Da über den gesamten Betrachtungszeitraum lediglich $w_0^{-1} \cdot (1 + r_{0,t,j}^{IKM,f})^t$ ausländische Geldeinheiten mit positivem Vorzeichen zum Transfer in inländische Geldeinheiten bereitstehen, verfügt man über einen inländischen Geldbetrag in Höhe von $w_{t,j} \cdot w_0^{-1} \cdot (1 + r_{0,t,j}^{IKM,f})^t$ Geldeinheiten. Dieser muß auf der Grundlage von Arbitragefreiheitsüberlegungen mit dem Betrag $(1 + r_{0,t,j}^{IKM,n})^t$ übereinstimmen. Konzentriert man sich wieder auf den Fall 8 und die nunmehr damit im Zusammenhang stehende Gleichung (3.24), S. 96, läßt sich deren Struktur in Anlehnung an die Abbildungen 3.18 und 3.19, S. 89 f., wie folgt skizzieren (vgl. hierzu die Abbildungen 3.22 und 3.23, S. 99 f.). Hierbei ist wieder aus Gründen einer übersichtlicheren Darstellung $(1 + r_{0,t,j}^{IKM,n})^{-t} = (\chi_{0,t,j}^{IKM,n})^{-t}$ gesetzt worden. Legt man ferner die in den Abbildungen 3.20 und 3.21, S. 92 f., sowie die in der Formel (3.16), S. 80, gegebene Datensituation zugrunde und berücksichtigt die Bedingungen (3.14) und (3.15), S. 79, resultieren die Abbildungen 3.24 und 3.25, S. 101 f. In Übereinstimmung mit der Formel (3.21), S. 95, kann auf dieser Grundlage – unter Wahrung des in den Gleichungen (3.20) und (3.25), S. 91 und 97, niedergelegten Sachverhalts – der Bruttomarktwert einer nicht näher bezeichneten Handlungsalternative aus der Sichtweise des Auslands in inländischer Währung $BMW_0^{i,f,n}$ arbitragefrei (und damit ohne Rückgriff auf die subjektiven Zeit- und Risikopräferenzen eines Entscheidungsträgers) wie folgt berechnet werden:

$$
\begin{aligned}
BMW_0^{i,f,n} &= \sum_{t=1}^{5}\sum_{j=1}^{J_t}\left(x_{t,j}^{i,f,f}\cdot w_{t,j}\right)\cdot p_{0,t,j}\cdot\left(1+r_{0,t,j}^{IKM,n}\right)^{-t}\\
&= \frac{\left(x_{1,1}^{i,f,f}\cdot w_{1,1}\right)\cdot p_{0,1,1}}{\left(1+r_{0,1,1}^{IKM,n}\right)^{1}} + \frac{\left(x_{1,2}^{i,f,f}\cdot w_{1,2}\right)\cdot p_{0,1,2}}{\left(1+r_{0,1,2}^{IKM,n}\right)^{1}} +\\
&\quad \frac{\left(x_{2,1}^{i,f,f}\cdot w_{2,1}\right)\cdot p_{0,2,1}}{\left(1+r_{0,2,1}^{IKM,n}\right)^{2}} + \ldots + \frac{\left(x_{2,4}^{i,f,f}\cdot w_{2,4}\right)\cdot p_{0,2,4}}{\left(1+r_{0,2,4}^{IKM,n}\right)^{2}} +\\
&\quad \frac{\left(x_{3,1}^{i,f,f}\cdot w_{3,1}\right)\cdot p_{0,3,1}}{\left(1+r_{0,3,1}^{IKM,n}\right)^{3}} + \ldots + \frac{\left(x_{3,8}^{i,f,f}\cdot w_{3,8}\right)\cdot p_{0,3,8}}{\left(1+r_{0,3,8}^{IKM,n}\right)^{3}} +\\
&\quad \frac{\left(x_{4,1}^{i,f,f}\cdot w_{4,1}\right)\cdot p_{0,4,1}}{\left(1+r_{0,4,1}^{IKM,n}\right)^{4}} + \ldots + \frac{\left(x_{4,16}^{i,f,f}\cdot w_{4,16}\right)\cdot p_{0,4,16}}{\left(1+r_{0,4,16}^{IKM,n}\right)^{4}} +\\
&\quad \frac{\left(x_{5,1}^{i,f,f}\cdot w_{5,1}\right)\cdot p_{0,5,1}}{\left(1+r_{0,5,1}^{IKM,n}\right)^{5}} + \ldots + \frac{\left(x_{5,32}^{i,f,f}\cdot w_{5,32}\right)\cdot p_{0,5,32}}{\left(1+r_{0,5,32}^{IKM,n}\right)^{5}}\\
&\simeq \frac{08.093.367{,}98988\cdot 0{,}80000}{1{,}86883^{1}} + \frac{03.480.737{,}12177\cdot 0{,}20000}{0{,}38146^{1}} +\\
&\quad \frac{10.645.774{,}93375\cdot 0{,}56000}{1{,}75543^{2}} + \ldots + \frac{01.911.312{,}36919\cdot 0{,}12000}{0{,}66299^{2}} +\\
&\quad \frac{16.851.763{,}79640\cdot 0{,}05600}{0{,}90119^{3}} + \ldots + \frac{01.663.563{,}41789\cdot 0{,}00600}{0{,}34985^{3}} +\\
&\quad \frac{23.579.696{,}56569\cdot 0{,}02800}{0{,}96950^{4}} + \ldots + \frac{00.876.616{,}10953\cdot 0{,}00180}{0{,}40088^{4}} +\\
&\quad \frac{37.506.011{,}60075\cdot 0{,}00840}{0{,}92044^{5}} + \ldots + \frac{00.758.654{,}04636\cdot 0{,}00162}{0{,}55045^{5}}
\end{aligned}
$$

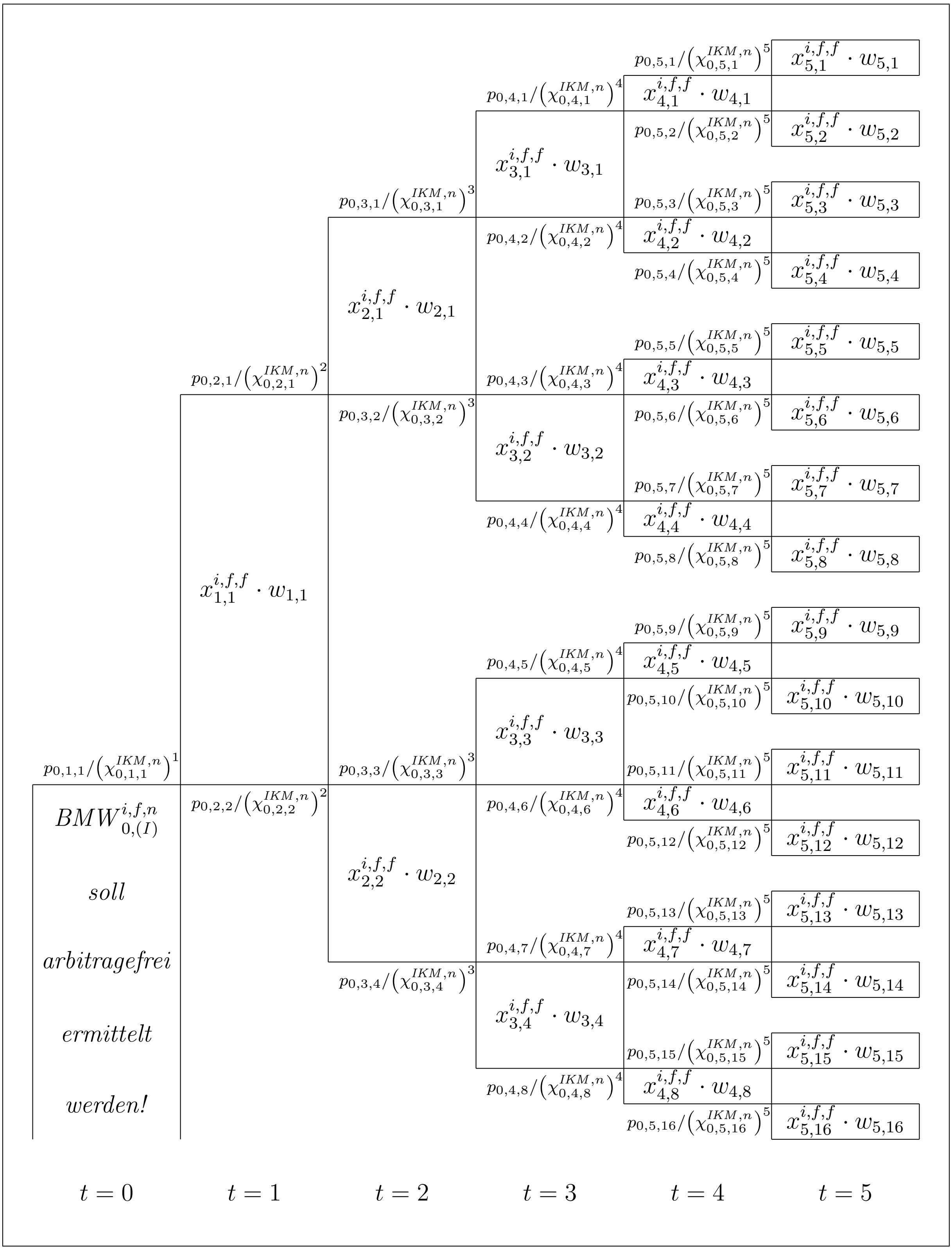

Abbildung 3.22: Entwicklung der zustandsabhängigen Einzahlungsüberschüsse, risikoadjustierten Kalkulationszinsfüße und (Zustands)Wahrscheinlichkeiten einer nicht näher bezeichneten Handlungsalternative einschließlich des flexiblen Wechselkurses im Betrachtungszeitraum von sechs Perioden (Teil I)

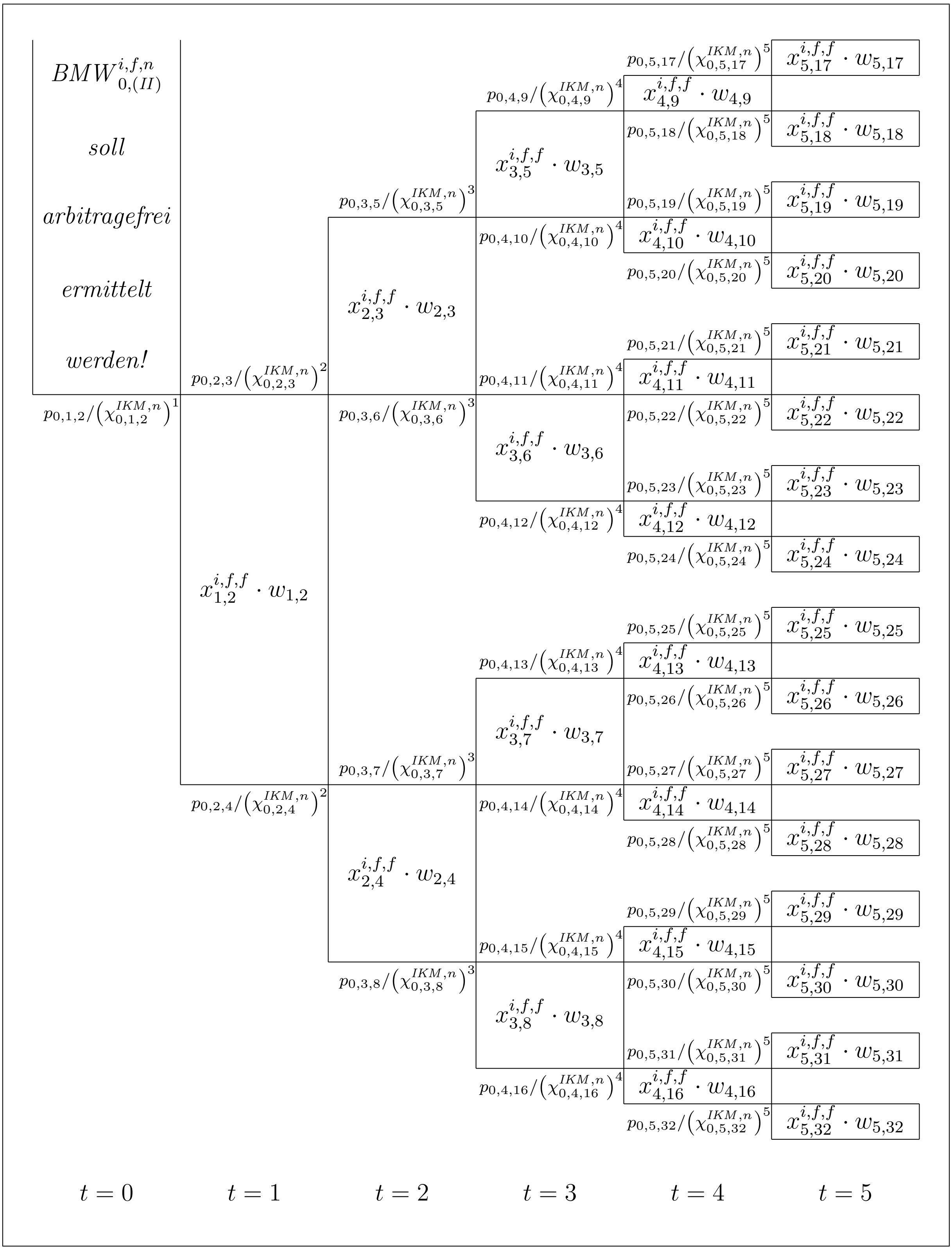

Abbildung 3.23: Entwicklung der zustandsabhängigen Einzahlungsüberschüsse, risikoadjustierten Kalkulationszinsfüße und (Zustands)Wahrscheinlichkeiten einer nicht näher bezeichneten Handlungsalternative einschließlich des flexiblen Wechselkurses im Betrachtungszeitraum von sechs Perioden (Teil II)

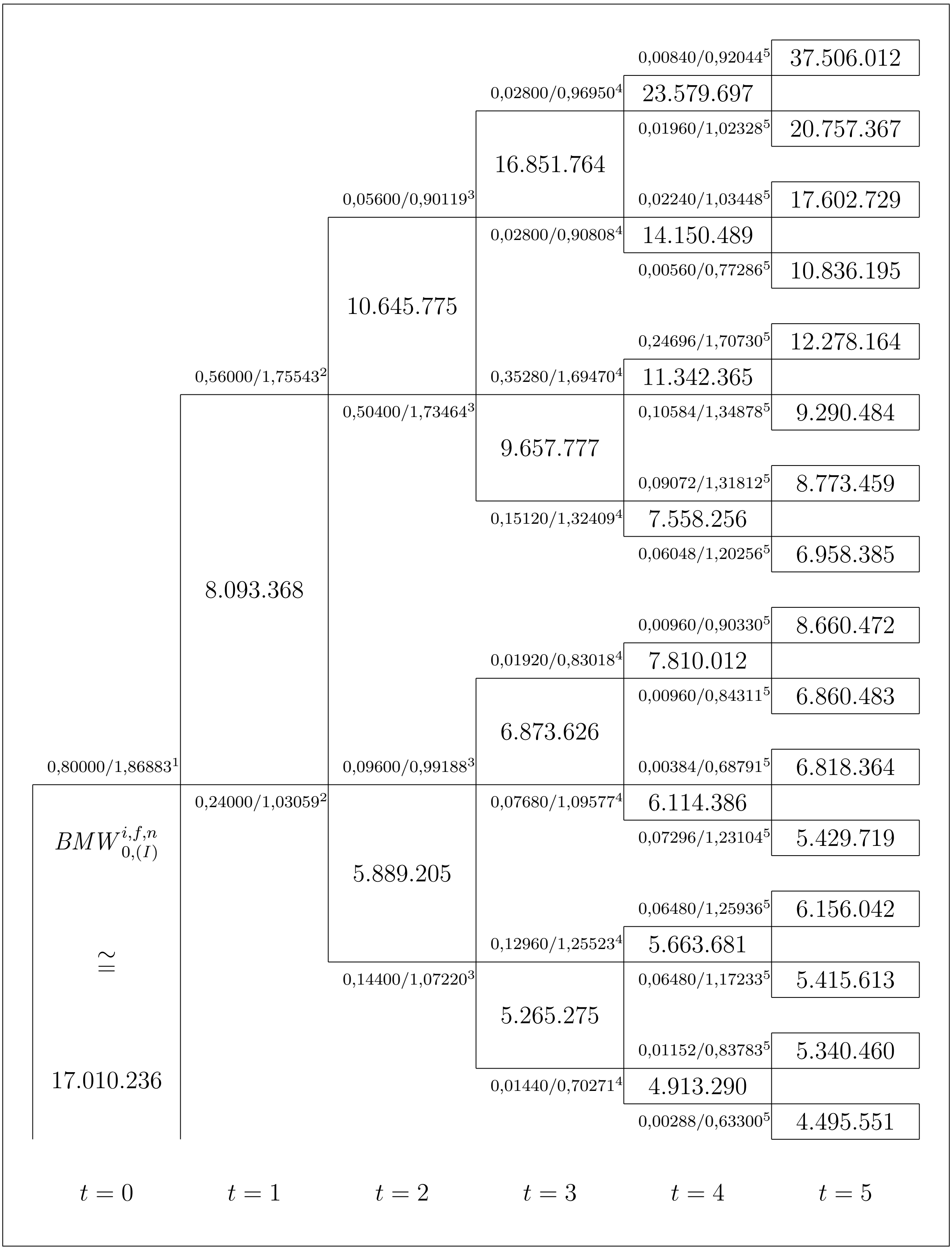

Abbildung 3.24: Beispielhafte Darstellung der Entwicklung zustandsabhängiger Einzahlungsüberschüsse, risikoadjustierter Kalkulationszinsfüße und (Zustands) Wahrscheinlichkeiten einer nicht näher bezeichneten Handlungsalternative einschließlich des flexiblen Wechselkurses im Betrachtungszeitraum von sechs Perioden (in Geldeinheiten) (Teil I)

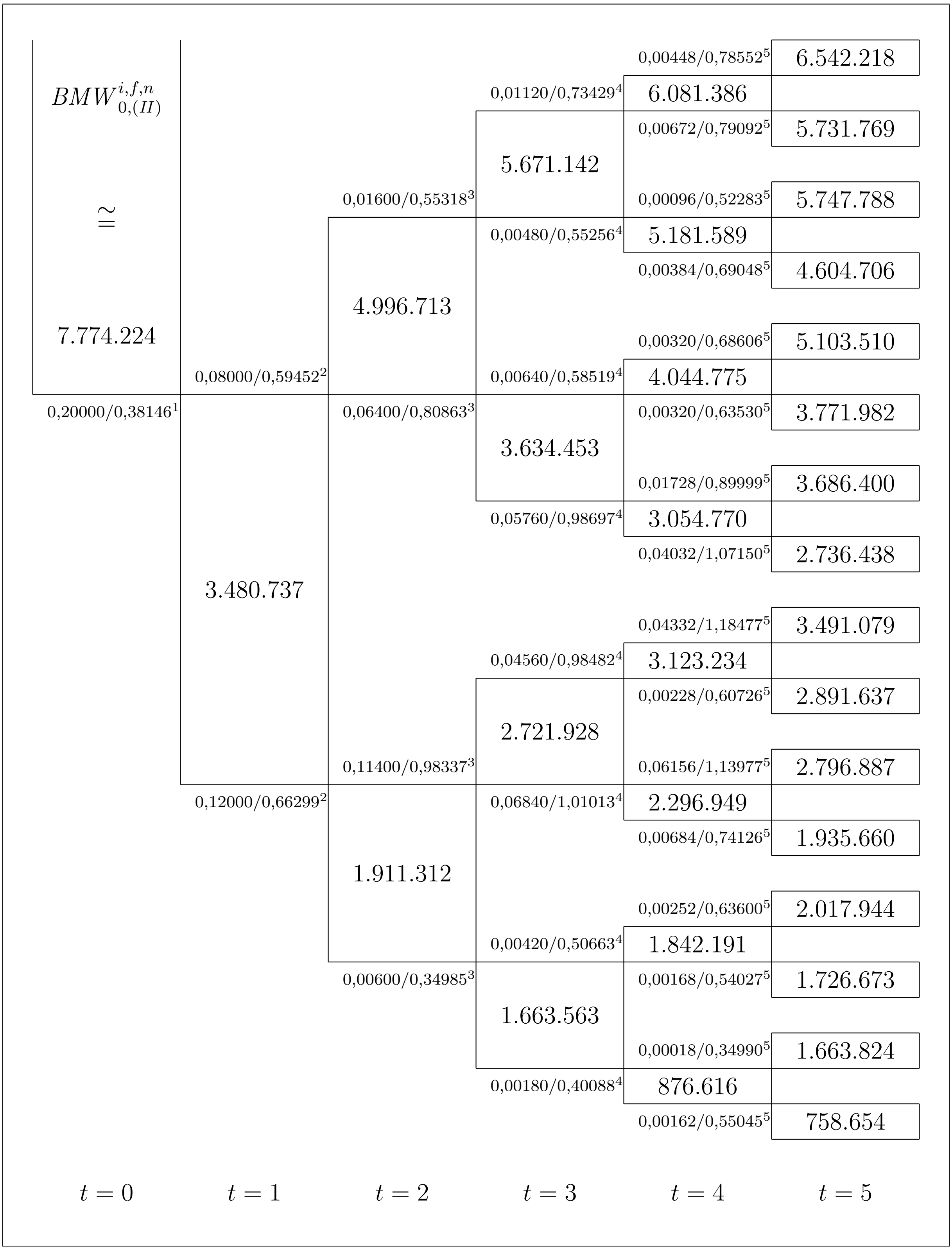

Abbildung 3.25: Beispielhafte Darstellung der Entwicklung zustandsabhängiger Einzahlungsüberschüsse, risikoadjustierter Kalkulationszinsfüße und (Zustands) Wahrscheinlichkeiten einer nicht näher bezeichneten Handlungsalternative einschließlich des flexiblen Wechselkurses im Betrachtungszeitraum von sechs Perioden (in Geldeinheiten) (Teil II)

$$
\begin{aligned}
&= \sum_{t=1}^{5}\sum_{j=1}^{J_t}\left[x_{t,j}^{i,f,f}\cdot p_{0,t,j}\cdot\left(1+r_{0,t,j}^{IKM,f}\right)^{-t}\right]\cdot w_0\\
&= \left[\frac{x_{1,1}^{i,f,f}\cdot p_{0,1,1}}{\left(1+r_{0,1,1}^{IKM,f}\right)^{1}}\right]\cdot w_0 \quad + \quad \left[\frac{x_{1,2}^{i,f,f}\cdot p_{0,1,2}}{\left(1+r_{0,1,2}^{IKM,f}\right)^{1}}\right]\cdot w_0 +\\
&\quad \left[\frac{x_{2,1}^{i,f,f}\cdot p_{0,2,1}}{\left(1+r_{0,2,1}^{IKM,f}\right)^{2}}\right]\cdot w_0 + \ldots + \left[\frac{x_{2,4}^{i,f,f}\cdot p_{0,2,4}}{\left(1+r_{0,2,4}^{IKM,f}\right)^{2}}\right]\cdot w_0 +\\
&\quad \left[\frac{x_{3,1}^{i,f,f}\cdot p_{0,3,1}}{\left(1+r_{0,3,1}^{IKM,f}\right)^{3}}\right]\cdot w_0 + \ldots + \left[\frac{x_{3,8}^{i,f,f}\cdot p_{0,3,8}}{\left(1+r_{0,3,8}^{IKM,f}\right)^{3}}\right]\cdot w_0 +\\
&\quad \left[\frac{x_{4,1}^{i,f,f}\cdot p_{0,4,1}}{\left(1+r_{0,4,1}^{IKM,f}\right)^{4}}\right]\cdot w_0 + \ldots + \left[\frac{x_{4,16}^{i,f,f}\cdot p_{0,4,16}}{\left(1+r_{0,4,16}^{IKM,f}\right)^{4}}\right]\cdot w_0 +\\
&\quad \left[\frac{x_{5,1}^{i,f,f}\cdot p_{0,5,1}}{\left(1+r_{0,5,1}^{IKM,f}\right)^{5}}\right]\cdot w_0 + \ldots + \left[\frac{x_{5,32}^{i,f,f}\cdot p_{0,5,32}}{\left(1+r_{0,5,32}^{IKM,f}\right)^{5}}\right]\cdot w_0\\
&\cong \frac{07.590.000{,}00000\cdot 0{,}80000}{1{,}75260^{1}} \quad + \quad \frac{03.680.000{,}00000\cdot 0{,}20000}{0{,}40329^{1}} +\\
&\quad \frac{09.370.000{,}00000\cdot 0{,}56000}{1{,}64689^{2}} + \ldots + \frac{02.140.000{,}00000\cdot 0{,}12000}{0{,}70153^{2}} +\\
&\quad \frac{13.930.500{,}00000\cdot 0{,}05600}{0{,}84578^{3}} + \ldots + \frac{01.980.000{,}00000\cdot 0{,}00600}{0{,}37076^{3}} +\\
&\quad \frac{18.330.000{,}00000\cdot 0{,}02800}{0{,}91034^{4}} + \ldots + \frac{01.120.000{,}00000\cdot 0{,}00180}{0{,}42620^{4}} +\\
&\quad \frac{27.470.900{,}00000\cdot 0{,}00840}{0{,}86487^{5}} + \ldots + \frac{01.080.000{,}00000\cdot 0{,}00162}{0{,}59073^{5}}\\
&= BMW_{0,(I)}^{i,f,n} + BMW_{0,(II)}^{i,f,n}\\
&= 17.010.236{,}32254 + 7.774.224{,}41230\\
&= 24.784.460{,}73483 \text{ [Geldeinheiten].}
\end{aligned} \tag{3.26}
$$

Zur Quantifizierung des Nettomarktwerts dieser Handlungsalternative aus der Sichtweise des Auslands in inländischer Währung $NMW_0^{i,f,n}$ muß wieder das Produkt aus Anschaffungsauszahlung dieser Handlungsalternative aus der Sichtweise des Auslands in ausländischer Währung und flexiblem Wechselkurs am Ende der Periode $t = 0$ $[-a_0^{i,f,f}\cdot w_0]$ gebildet und dem in der Formel (3.26) kalkulierten Bruttomarktwert aus der Sichtweise des Auslands in inländischer Währung $BMW_0^{i,f,n}$ zugeschlagen werden. Diese Vorgehensweise führt zu dem in der Formel (3.22), S. 95, dargestellten Entscheidungswert und den damit im Zusammenhang stehenden Schlußfolgerungen. Ohne die Berechnungen im einzelnen durchzuführen, sei auch hier darauf hingewiesen, daß eine zur vorstehenden Bewertungssystematik äquivalente Technik darin besteht, aus den Zustandswahrscheinlichkeiten $p_{0,t,j}$ [unbedingten risikoadjustierten Kalkulationszinsfüßen $r_{0,t,j}^{IKM,n}$ ($r_{0,t,j}^{IKM,f}$)] zunächst die in der Formel (3.16), S. 80, notierten Übergangswahrscheinlichkeiten $p_{t-1,t,j}$ [bedingten risikoadjustierten Kalkulationszinsfüße $r_{t-1,t,j}^{IKM,n}$ ($r_{t-1,t,j}^{IKM,f}$)] für alle $t = 1, \ldots, 5$ sowie $j = 1, \ldots, J_t$ abzuleiten und anschließend den in den Abbildungen 3.24 und 3.25, S. 101 f., visualisierten Zustandsbaum von hinten aufzurollen.

3.6 Entscheidungsphase: Endgültige Festlegung der zu realisierenden Handlungsalternative

In der letzten Subphase innerhalb der Planungsphase, der Entscheidungsphase, wird die zu realisierende Handlungsalternative endgültig festgelegt. Diesbezüglich sind keine Schwierigkeiten zu erwarten, da ein streng rational handelnder Entscheidungsträger, der sowohl alle in der Problemstellungs-, Such- und Bewertungsphase formulierten Prämissen als auch die in diesen Phasen beschafften respektive verarbeiteten Informationen seinen Überlegungen zugrunde legt, für den von dem Bewertenden favorisierten Vorschlag zur Lösung des zur Diskussion stehenden Entscheidungsproblems votiert und damit die Entscheidungsphase beendet. Betrachtet man die im Kapitel 3.5.1 (3.5.2), Fußnote 78 (88), S. 76 (96), implizit aufgestellte Entscheidungsmatrix vor dem Hintergrund der vorstehenden Aussage, läßt sich konstatieren, daß die von dem Entscheidungsträger mit der Durchführung der quantitativen Bewertung realer Investitionshandlungen im Ausland beauftragte Person eine Empfehlung zugunsten der Verwirklichung der Direktinvestition aussprechen wird, da diese einen um 3.566.519,77639 (4.784.460,73483) [Geldeinheiten] höheren Bruttomarktwert aus der Sichtweise des Auslands in inländischer Währung aufweist als die Unterlassungsalternative. Kann der Entscheidungsträger davon ausgehen, daß der Bewertende alle für die Ableitung dieser Empfehlung relevanten Informationen beschafft, diese in ein adäquat formuliertes Entscheidungsmodell integriert und bei der Kalkulation des Entscheidungswerts keine Rechenfehler begangen hat, was im folgenden stets unterstellt wird, muß er sich dieser Empfehlung anschließen und die entsprechende reale Investitionshandlung im Ausland durchführen. Insofern kommt der Entscheidungsphase im Rahmen der vorliegenden Arbeit eine äußerst geringe Bedeutung zu. Es soll jedoch nicht verschwiegen werden, daß andere Autoren gerade dieser Phase eine bedeutende Rolle innerhalb des im Kapitel 3.2.3, Abbildung 3.8, S. 58, dargestellten Entscheidungsprozesses zuweisen.[90] Das ist nach der Meinung des Verfassers schon deshalb nicht gerechtfertigt, weil sowohl in der Theorie als auch in der Praxis der überwiegende Teil der die finale Entscheidung

[90] Vgl. hierzu etwa Wild, J. (1974), S. 11, 39, 42, 150.

determinierenden Einflußgrößen in vorgelagerten Phasen festgelegt wird. Dadurch beeinflußt die Qualität der in der Problemstellungs-, Such- und Bewertungsphase erbrachten „Serviceleistungen" maßgeblich die Güte der Entscheidung(en).

3.7 Zusammenfassung

Die wichtigsten der in den Kapiteln 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5 und 3.6, S. 29 ff., 35 ff., 60 ff., 63 f., 65 ff. und 104 f., abgeleiteten Ergebnisse lassen sich wie folgt zusammenfassen. In der vorliegenden Arbeit repräsentiert der Begriff der Direktinvestition eine Handlung (die Tätigkeit des Investierens) und kein Objekt (das Ergebnis des Investierens). Vor diesem Hintergrund ist unmittelbar einsichtig, daß sowohl die Bewertung von Realinvestitionen im Ausland mit Hilfe des dafür geeigneten Instrumentariums als auch die Entscheidung über die Durchführung oder Unterlassung einer bestimmten Direktinvestition immer auf einzelne Aktionen, auch Handlungsalternativen genannt, bezogen sind. Mit der Bewertung von Vermögensgegenständen, also Investitionsobjekten, läßt sich diese Sichtweise nicht vereinbaren. Um das mit der vorstehenden Bewertungssystematik verbundene Theoriegebäude, welches in der einschlägigen Literatur zur Investitions- und Finanzierungstheorie unter dem Begriff moderne (entscheidungsorientierte) Sichtweise bekannt geworden ist, besser kennenzulernen und es gegenüber der traditionellen (güterwirtschaftlich orientierten) Sichtweise abzugrenzen, werden in der Abbildung 3.26, S. 106, zunächst vier Fragen formuliert und anschließend beantwortet.

Die bisherigen Ausführungen sind allerdings insofern unvollständig, als mit ihnen die Frage, wie sich konkrete Entscheidungsprobleme (Durchführung oder Unterlassung spezifischer Direktinvestitionen) bewältigen lassen, nicht beantwortet werden kann. Da im Rahmen der vorliegenden Arbeit ein bestimmter Typ von Entscheidungsproblemen analysiert wird, ist es zunächst sinnvoll, diesen aus einem größeren Spektrum möglicher Typen von Entscheidungsproblemen abzuleiten. Hierzu leistet die Abbildung 3.27, S. 107, einen wichtigen Beitrag: Sie verdeutlicht nämlich, daß im folgenden gutstrukturierte, eine Zielsetzung umfassende, mehrperiodige Einzelentscheidungsprobleme bei Risiko diskutiert werden. Diese lassen sich nach der Ansicht des Verfassers nur durch eine Verknüpfung von praktisch-normativer Entscheidungstheorie und Investitionstheorie adäquat bewältigen. Auf welche Art und Weise diese Verknüpfung vorgenommen wird, zeigen die nachstehenden Ausführungen. Betrachtet man hierzu das an den vorliegenden Typ von Entscheidungsproblemen angepaßte Grundmodell der praktisch-normativen Entscheidungstheorie, im folgenden Grundmodell 1 genannt, so läßt sich konstatieren, daß dieses aus sieben Elementen besteht: (I) dem Aktionsraum, (II) dem Zustandsraum, (III) der [den] Ergebnisfunktion[en], (IV) der Ergebnismatrix, (V) der Zielgröße, (VI) den Präferenzrelationen und (VII) der Entscheidungsmatrix. Da allen in dieser Arbeit diskutierten Entscheidungsproblemen beobachtbare und damit objektiv meßbare [Ziel]Größen (Ein- und Auszah-

	traditionelle Sichtweise	moderne Sichtweise
Frage I: Welche Aufgaben haben die Unternehmen zu erfüllen?	Befriedigung kollektiver (Konsum)Bedürfnisse und Orientierung am Wohle der Bevölkerung	Befriedigung der subjektiven Bedürfnisse „ausgewählter Wirtschaftssubjekte“
Frage II: Welche Personen und/oder Institutionen fungieren als Zielträger?	„Unternehmen an sich“	Investoren und Kapitalgeber
Frage III: Welche Zielinhalte liegen zugrunde?	Gewinnmaximierung des „Unternehmens an sich“	Nutzenmaximierung des (individuellen) Konsumstroms
Frage IV: Worin besteht das zu lösende Hauptproblem?	Beschaffung des betriebsnotwendigen Kapitals und Bewahrung des finanziellen Gleichgewichts	Bewertung der Veränderungen der Ströme des Konsumeinkommens

Abbildung 3.26: Gegenüberstellung der wichtigsten Merkmale der traditionellen und der modernen Investitions- und Finanzierungstheorie

lungen) zugrunde liegen, die nicht zugunsten nicht beobachtbarer und damit subjektiv meßbarer [Ziel]Größen (Nutzenwerte) aufgegeben werden sollen, und eine von den subjektiven Zeit- und Risikopräferenzen eines Entscheidungsträgers unabhängige Bewertung der Handlungsalternativen angestrebt wird, ist die Implementierung einer kapitalmarkttheoretisch fundierten Zielfunktion in das Fundament der praktisch-normativen Entscheidungstheorie unumgänglich. Diese ersetzt die vorstehend genannten Elemente (V) und (VI) [Modell bezüglich der Ziele des Entscheidungsträgers beziehungsweise Zielsystem] des Grundmodells 1, wodurch Grundmodell 2 entsteht. Da sowohl die das Grundmodell 1 als auch die das Grundmodell 2 determinierenden Elemente in einer bestimmten zeitlichen Abfolge festgelegt respektive ermittelt werden müssen, bezeichnen letztere Referenz-

Merkmale zur Klassifizierung von Entscheidungsproblemen	Ausprägungen der Merkmale zur Klassifizierung von Entscheidungsproblemen	
Grad der Strukturiertheit der Problemsituation	gutstrukturiert kein Wirkungs-, Bewertungs-, Zielsetzungs- und Lösungsdefekt	schlechtstrukturiert
Anzahl der zu verfolgenden Zielsetzungen	eine Zielsetzung Maximierung des Nutzens des (individuellen) Konsumstroms	mehrere Zielsetzungen
Beziehung zwischen den Handlungsalternativen	Handlungsalternativen schließen sich gegenseitig aus Wahlentscheidung · Investitionsdauerentscheidung	Handlungsalternativen schließen sich gegenseitig nicht aus
Anzahl der zu beachtenden Umweltzustände	ein Umweltzustand	mehrere Umweltzustände EP bei Ungewißheit · EP bei Risiko
zeitliche Ausdehnung des endlichen Planungshorizonts	einperiodige Problemsituation	mehrperiodige Problemsituation zeitlich-horizontale Interdep. · zeitlich-vertikale Interdep.

Abbildung 3.27: Zusammenstellung der für diese Arbeit relevanten Merkmale und Merkmalsausprägungen zur Klassifizierung von Entscheidungsproblemen

punkte innerhalb eines noch genauer zu betrachtenden Entscheidungsprozesses. Dieser läßt sich vereinfacht in die (Haupt)phasen der Planung, Durchsetzung, Realisation und Kontrolle einteilen. Aufgrund der Tatsache, daß die Entwicklung und Lösung von Entscheidungsmodellen innerhalb der Planungsphase – diese enthält ihrerseits die Subphasen der Problemstellung, Suche, Bewertung und Entscheidung – erfolgen, werden alle mit der Durchsetzungs-, Realisations- und Kontrollphase verbundenen Aspekte vernachlässigt.

Wendet man sich zunächst der ersten Subphase innerhalb der Planungsphase zu, der Problemstellungsphase, ergeben sich die nachstehenden zu erfüllenden Aufgaben: (I) Analyse der Problemsituation und (II) Festlegung des Zielsystems des Entscheidungsträgers [Zielgröße, Präferenzrelationen]. Diesbezüglich sind folgende Erläuterungen wichtig. Betrachtet wird ein in der Unternehmenspraxis bedeutsames Entscheidungsproblem, nämlich die endgültige Auswahl einer von mehreren sich gegenseitig ausschließenden realen Investitionshandlungen im Ausland. Diese können jeweils durch eine Zahlungsreihe gekennzeichnet werden, die am Ende der Periode $t = 0$ mit einer (sicheren nominalen) Anschaffungsauszahlung beginnt, der am Ende der Perioden $t = 1$ bis $t = T$ (unsichere nominale) Ein- und Auszahlungen folgen. In diesem Zusammenhang sind zwei Aspekte zu betonen. Zum einen muß sichergestellt werden, daß sowohl die Anschaffungsauszahlung als auch die sich daran anschließenden Ein- und Auszahlungen entweder in der Währung des Stammlands der Direktinvestition oder in jener des Ziellands der realen Investitionshandlung im Ausland denominiert sind. Zum anderen ist darauf hinzuweisen, daß die Ein- und Auszahlungen insofern unsicher sind, als der Entscheidungsträger zwar objektive oder subjektive (Zustands)Wahrscheinlichkeiten für die Realisation alternativer Umweltzustände angeben kann, bezüglich des Eintritts der Umweltzustände allerdings eine unvollständige Informationsbasis gegeben ist. Besitzen sowohl das Unternehmen als auch dessen Eigen- und Fremdkapitalgeber einen unreglementierten Zugang zu einem vollkommenen, arbitragefreien, vollständigen internationalen Kapitalmarkt, lassen sich die das Modell bezüglich der Ziele des Entscheidungsträgers determinierenden Elemente durch nachstehende kapitalmarkttheoretisch fundierte Zielfunktion ersetzen: Maximierung des Marktwerts des Unternehmens. Vor diesem Hintergrund ist es nunmehr möglich, sowohl eine marktobjektivierte, von den subjektiven Zeit- und Risikopräferenzen des Entscheidungsträgers unabhängige Bewertung der betrachteten Handlungsalternativen vorzunehmen als auch die Entscheidungen über Investition und Finanzierung in bezug auf diese Handlungsalternativen zu separieren.

In der zweiten Subphase innerhalb der Planungsphase, der Suchphase, sind folgende Aufgaben zu bewältigen: (I) Zusammenfassung der dem Entscheidungsträger offenstehenden Handlungsalternativen [Aktionsraum] und (II) Prognose der mit den Handlungsalternativen verbundenen Konsequenzen [Zustandsraum, Ergebnisfunktion(en)]. Betrachtet man zunächst die erste Aufgabe, so läßt sich konstatieren, daß ohne Beschränkung der Allgemeingültigkeit lediglich zwei Aktionen zur Verfügung stehen, von denen eine realisiert werden muß: Durchführung einer nicht näher bezeichneten Direktinvestition;

Unterlassung der nicht näher bezeichneten realen Investitionshandlung im Ausland und laufzeitäquivalente Anlage der für die Durchführung vorstehender Direktinvestition erforderlichen Anschaffungsauszahlung am vollkommenen, arbitragefreien, vollständigen internationalen Kapitalmarkt zum dort geltenden (nominalen) Zinssatz für sichere Anlagen. Um die zweite Aufgabe bewältigen zu können, ist für jede der vorstehenden Handlungsalternativen festzulegen, mit welchen Umweltzuständen diese im Betrachtungszeitraum konfrontiert wird. Hierdurch sind alle denkbaren Konstellationen der in einer bestimmten Situation relevanten Umweltfaktoren bekannt, so daß die von diesen Faktoren unmittelbar abhängigen Handlungskonsequenzen (die in der Währung des Stammlands oder des Ziellands der Investitionshandlung denominierten Einzahlungsüberschüsse als Differenz zwischen entsprechenden Einzahlungen und Auszahlungen) den unterschiedlichen Zeit-Zustands-Kombinationen jeder Aktion eindeutig zugeordnet werden können.

Die Bewertungsphase repräsentiert die dritte Subphase innerhalb der Planungsphase. In ihr werden die mit den jeweiligen Handlungsalternativen verbundenen Konsequenzen [Ergebnismatrix] vor dem Hintergrund des Zielsystems des Entscheidungsträgers – und damit auch die jeweiligen Handlungsalternativen selbst – evaluiert [Entscheidungsmatrix]. Beachtet man in diesem Zusammenhang, daß Direktinvestitionen innerhalb eines Systems fixer/flexibler (nominaler) Wechselkurse bei integrierten/segmentierten (nationalen) Kapitalmärkten analysierbar sind, ergeben sich vier mögliche Untersuchungsfelder: (A) Wechselkurse: fix; Kapitalmärkte: integriert, (B) Wechselkurse flexibel; Kapitalmärkte: integriert, (C) Wechselkurse: fix; Kapitalmärkte: segmentiert und (D) Wechselkurse: flexibel; Kapitalmärkte: segmentiert. Da nur auf integrierten Kapitalmärkten sowohl Unternehmen als auch Eigen- und Fremdkapitalgeber die von ihnen erwünschten Transaktionen wie auf dem heimischen Markt vornehmen können, während auf segmentierten Kapitalmärkten zum Beispiel der grenzüberschreitende Kapitalverkehr sowie die eigentumsbezogenen Verfügungsrechte beschränkt und alle Marktteilnehmer bei länderübergreifenden Aktivitäten mit Transaktionskosten belegt werden, muß auf der Basis der Abbildung 3.27, S. 107, und der vorstehenden Ausführungen zur Problemstellungsphase eine Konzentration auf die Untersuchungsfelder (A) und (B) erfolgen. Diese lassen sich in Abhängigkeit der Betrachtungsperspektive jeweils durch vier Fälle charakterisieren: [(AI),(BV)] Sichtweise: Inland; Währung: Inland, [(AII),(BVI)] Sichtweise: Ausland; Währung: Ausland, [(AIII),(BVII)] Sichtweise: Inland; Währung: Ausland und [(AIV),(BVIII)] Sichtweise: Ausland; Währung: Inland. Da nach der Meinung des Verfassers im Inland ansässige potentielle Investoren in nationaler Währung denominierte Entscheidungswerte bevorzugen und sich darüber hinaus die Bewertungssituationen [(AI),(BV)]/[(AIV),(BVIII)] und [(AII),(BVI)]/[(AIII),(BVII)] strukturell nicht voneinander unterscheiden, ist eine Beschränkung der weiteren Untersuchung auf die Fälle [(AI),(BV)] und [(AIV),(BVIII)] problemlos möglich. Aufgrund der Tatsache, daß mit ersteren eine ausschließlich national orientierte Bewertung realer Investitionshandlungen im Ausland verbunden ist, konzentrieren sich die nachstehenden Ausführungen lediglich auf die Fälle [(AIV),(BVIII)].

Unterstellt man zunächst ein System fixer Wechselkurse, integrierte Kapitalmärkte und eine Sichtweise des Auslands in inländischer Währung, also den Fall (AIV), muß gegenüber einer rein national orientierten Bewertung die Information bezüglich der Höhe des fixen Wechselkurses zusätzlich beschafft werden. In diesem Zusammenhang ist durchaus erwähnenswert, daß die Quantifizierung des Nettomarktwerts einer spezifischen Handlungsalternative auf zwei unterschiedliche, im Ergebnis jedoch übereinstimmende Arten erfolgen kann: Entweder Multiplikation des Nettomarktwerts dieser Handlungsalternative aus der Sichtweise des Auslands in ausländischer Währung mit dem fixen Wechselkurs oder Transformation der aus der Sichtweise des Auslands in ausländischer Währung denominierten zeit- und zustandsabhängigen Einzahlungsüberschüsse unter Heranziehung des fixen Wechselkurses in jeder Zeit-Zustands-Kombination in inländische Währungseinheiten, Diskontierung dieser Währungseinheiten mittels zugehöriger Preise reiner Wertpapiere auf das Ende der Periode $t = 0$ und Addition der mit dem fixen Wechselkurs multiplizierten Anschaffungsauszahlung aus der Sichtweise des Auslands in ausländischer Währung zu diesem Ergebnis. Hat der Bewertende die für die vorstehende Berechnung erforderlichen zeit- und zustandsabhängigen Preise reiner Wertpapiere, die implizit die Zeit- und Risikopräferenzen aller sich am vollkommenen, arbitragefreien, vollständigen, integrierten Kapitalmarkt engagierenden Wirtschaftssubjekte enthalten, kalkuliert, läßt sich die Quantifizierung des Nettomarktwerts einer bestimmten Handlungsalternative auch wie folgt durchführen. Der Bewertende leitet aus diesen Preisen unter Wahrung bestimmter Restriktionen, die das Auftreten nationaler und internationaler Arbitragemöglichkeiten verhindern, zeit- und zustandsabhängige (bedingte nominale) risikoadjustierte Kalkulationszinsfüße ab. Hierzu benötigt er lediglich die ihm in einer Entscheidungssituation bei Risiko stets vorliegende Information, mit welcher objektiven oder subjektiven (bedingten) Wahrscheinlichkeit jede der zu beachtenden Zeit-Zustands-Kombinationen eintreten wird. Auf dieser Grundlage lassen sich dann die beiden oben erläuterten Berechnungsweisen analog durchführen. Betrachtet man hingegen ein System flexibler Wechselkurse, integrierte Kapitalmärkte und eine Sichtweise des Auslands in inländischer Währung, also den Fall (BVIII), wird die Analyse komplizierter. Das liegt vor allem darin begründet, daß die innerhalb eines Systems fixer Wechselkurse [Fall (AIV)] genannten (einfachen) Bedingungen zum Ausschluß internationaler Arbitragemöglichkeiten hier grundsätzlich keine Gültigkeit mehr besitzen. Sind die zur Gewährleistung internationaler Arbitragefreiheit in einem System flexibler Wechselkurse erforderlichen (umfangreicheren) Restriktionen erfüllt, muß gegenüber einer rein national orientierten Bewertung die Information bezüglich der Höhe des flexiblen Wechselkurses am Ende der Periode $t = 0$ [am Ende der zukünftigen Periode t, $t = 1, \ldots, T$, im Umweltzustand j, $j = 1, \ldots, J_t$] zusätzlich beschafft werden. In diesem Zusammenhang ist wieder darauf hinzuweisen, daß die Kalkulation des Nettomarktwerts einer bestimmten Handlungsalternative auf zwei unterschiedliche, im Ergebnis jedoch übereinstimmende Arten erfolgen kann: Entweder Multiplikation des Nettomarktwerts dieser Handlungsalternative aus der Sichtweise des Auslands in ausländischer Währung mit dem flexiblen Wechselkurs am Ende der Periode $t = 0$ oder Transformation der aus der Sichtweise des Auslands in ausländischer Währung denominierten zeit- und zustandsabhängigen Einzahlungsüberschüsse unter Heranziehung des flexiblen Wechselkurses in jeder Zeit-Zustands-Kombination in inländische Währungseinheiten, Diskontierung dieser Währungseinheiten mittels zugehöriger Preise reiner Wertpapiere auf das Ende der Periode $t = 0$ und Addition der mit dem flexiblen Wechselkurs am Ende der Periode $t = 0$ multiplizierten Anschaffungsauszahlung aus der Sichtweise des Auslands in ausländischer Währung zu diesem Ergebnis. Hat der Bewertende die für die vorstehende Berechnung erforderlichen zeit- und zustandsabhängigen Preise reiner Wertpapiere, die implizit die Zeit- und Risikopräferenzen aller sich am vollkommenen, arbitragefreien, vollständigen, integrierten Kapitalmarkt engagierenden Wirtschaftssubjekte enthalten und grundsätzlich nicht mit den innerhalb eines Systems fixer Wechselkurse abgeleiteten Preisen reiner Wertpapiere übereinstimmen müssen, kalkuliert, läßt sich die Quantifizierung des Nettomarktwerts einer bestimmten Handlungsalternative auch wie folgt durchführen. Der Bewertende leitet aus diesen Preisen unter Wahrung bestimmter Restriktionen, die das Auftreten nationaler und internationaler Arbitragemöglichkeiten verhindern, zeit- und zustandsabhängige (bedingte nominale) risikoadjustierte Kalkulationszinsfüße ab. Hierzu benötigt er lediglich die ihm in einer Entscheidungssituation bei Risiko stets vorliegende Information, mit welcher objektiven oder subjektiven (bedingten) Wahrscheinlichkeit jede der zu beachtenden Zeit-Zustands-Kombinationen eintreten wird. Auf dieser Grundlage lassen sich dann die beiden oben erläuterten Berechnungsweisen analog durchführen.

In der letzten Subphase innerhalb der Planungsphase, der Entscheidungsphase, wird die zu realisierende Handlungsalternative endgültig festgelegt. Diesbezüglich sind keine Probleme zu erwarten. Das liegt vor allem darin begründet, daß ein streng rational handelnder Entscheidungsträger, der alle in den vorstehenden Subphasen explizit oder implizit formulierten Annahmen akzeptiert und die in diesen Phasen beschafften respektive verarbeiteten Informationen seinen weiteren Überlegungen zugrunde legt, aus der Gesamtheit der ihm zur Verfügung stehenden Handlungsalternativen jene auswählt, die der Bewertende favorisiert hat. Insofern kommt der Entscheidungsphase im Rahmen der vorliegenden Arbeit eine sehr geringe Bedeutung zu.

Kapitel 4

Quantitative Bewertung von Direktinvestitionen unter Berücksichtigung zusätzlicher Wahl- und Handlungsmöglichkeiten im Sinne von Realoptionen

4.1 Notwendigkeit der Erweiterung bisher praktizierter Bewertungstechniken um optionstheoretische Überlegungen

Die Ausführungen im Kapitel 3.5, S. 65 ff., haben verdeutlicht, wie Direktinvestitionen als gutstrukturierte, eine Zielsetzung umfassende, mehrperiodige Einzelentscheidungsprobleme bei Unsicherheit marktobjektiviert und damit ohne Rückgriff auf die subjektiven Zeit- und Risikopräferenzen eines Entscheidungsträgers bewertet werden können. Im Zusammenhang mit dieser Bewertung ist jedoch darauf hinzuweisen, daß als Entscheidungszeitpunkt stillschweigend das Ende der Periode $t = 0$ gewählt wurde (Jetzt-Oder-Nie-Entscheidung). Das muß insofern als problematisch angesehen werden, als in der Unternehmenspraxis mit einer Vielzahl realer Investitionshandlungen im Ausland bestimmte Flexibilitäten, auch zusätzliche Wahl- und Handlungsmöglichkeiten genannt, verbunden sind, die, obwohl sie für die jeweilige Direktinvestition einen zusätzlichen Wert darstellen, bei einer Festsetzung des Entscheidungszeitpunkts auf das Ende der Periode $t = 0$ in der Kalkulation des relevanten Entscheidungswerts dieser Handlungsalternative keine Berücksichtigung finden. Damit ist im schlimmsten Fall die Konsequenz verbunden, daß Direktinvestitionen aufgrund der Höhe ihrer „Nettomarktwerte ohne Flexibilitäten“ nicht durchgeführt werden, obwohl sie auf der Basis ihrer „Nettomarktwerte mit Flexibilitäten" unternommen würden. Wie die nachstehende Diskussion zeigen wird, führt die Berücksichtigung zusätzlicher Wahl- und Handlungsmöglichkeiten bei einzelnen Aktionen dazu, daß zeitlich-vertikale Interdependenzen zwischen den in jeder Periode zu treffenden Entscheidungen auftreten. Deren Quantifizierung erfordert grundsätzlich die Lösung stochastischer dynamischer Optimierungsprobleme und insofern die Verwendung eines mathematisch relativ anspruchsvollen Instrumentariums [Analyse bedingter Ansprüche (englisch: Contingent Claims Analysis), stochastische Kontrolltheorie (englisch: Stochastic Control Theory), stochastische dynamische Programmierung (englisch: Stochastic Dynamic Programming)].

4.2 Begriff der Realoption und Klassifizierungsmöglichkeiten von Realoptionen

4.2.1 Zum Begriff der Realoption und die Analogie zu Finanzoptionen

Mit einer Option verbindet man im allgemeinen „die rechtlich begründete Anwartschaft, ein Recht durch eigene einseitige Erklärung zu erwerben."[1] Das wird auf der Grundlage des aus der finanzwirtschaftlichen Literatur bekannten Begriffs der Finanzoption besonders deutlich. Mit dieser ist nämlich das Recht, aber nicht die Verpflichtung, eines Optionskäufers – des sogenannten Optionsinhabers – verbunden, ein bestimmtes Gut (zum Beispiel Aktien, festverzinsliche Wertpapiere, Devisen, Edelmetalle usw.) zu einem festgelegten Preis, den man auch Basis- oder Ausübungspreis nennt, am Ende der Laufzeit (europäische Option) oder zu einem beliebigen Zeitpunkt während der Laufzeit (amerikanische Option) des Optionskontrakts von dem Optionsverkäufer – dem sogenannten Stillhalter – zu beziehen (Kaufoption, englisch: Call Option) oder an diesen abzugeben (Verkaufsoption, englisch: Put Option).[2] Den von dem Optionskäufer für den Erwerb des Optionsrechts an den Optionsverkäufer zu zahlenden Preis nennt man die Optionsprämie.

[1] Woll, A. (2000), S. 568.

[2] Vgl. Brealey, R. A., Myers, S. C. (2003), S. 564 ff.; Copeland, T. E., Weston, J. F. (2003), S. 241; Elton, E. J., Gruber, M. J. et al. (2003), S. 560; Franke, G., Hax, H. (2004), S. 367, 375; Hull, J. C. (2000), S. 5 f.; Ingersoll, J. E. Jr. (1987), S. 298; Kruschwitz, L. (2004), S. 307; Perridon, L., Steiner, M. (2004), S. 314 f.; Ross, S. A., Westerfield, R. W., Jaffe, J. F. (2005), S. 618 f.; Wöhe, G. (2000), S. 748 f.; Woll, A. (2000), S. 568. In diesem Zusammenhang soll noch darauf hingewiesen werden, daß im folgenden ohne Beschränkung der Allgemeingültigkeit unter einer Finanzoption eine Option auf Aktien verstanden wird. Mit dieser Aussage ist letztlich die Konsequenz verbunden, daß sich die Ergebnisse der nachstehenden Analyse grundsätzlich nicht verändern, wenn statt einer Option auf Aktien eine Option auf festverzinsliche Wertpapiere, Devisen, Edelmetalle usw. evaluiert werden muß.

Vor diesem Hintergrund kann nun der von Myers[3] geprägte Terminus der „Realoption (englisch: Real Option)“ betrachtet werden. Während dieser lediglich die einem Unternehmen, repräsentiert durch einen Entscheidungsträger wie zum Beispiel den Vorsitzenden des Vorstands einer Aktiengesellschaft oder den Geschäftsführer einer Gesellschaft mit beschränkter Haftung, zur Verfügung stehenden Wachstumsmöglichkeiten in den Vordergrund der Untersuchung stellt, subsumiert man heute alle (nationalen und internationalen) Wahl- und Handlungsmöglichkeiten eines Entscheidungsträgers im Zusammenhang mit einer [mehreren] spezifischen realen Investitionshandlung[en] unter diesen Begriff.[4] Damit sind sowohl Wachstumsmöglichkeiten (Wachstumsoptionen, englisch: Growth Options) als auch Möglichkeiten der Flexibilisierung (Flexibilitätsoptionen, englisch: Flexibility Options) verbunden.[5] Ein in der Literatur oft genanntes Beispiel zur Veranschaulichung solcher Handlungsspielräume ist in der Möglichkeit eines Entscheidungsträgers zu sehen, die Entscheidung über die Realisierung eines geplanten Investitionsprojekts und damit die Bereitstellung der hierfür erforderlichen (sicheren) Anschaffungsauszahlung in die Zukunft zu verschieben, um weitere bewertungsrelevante Informationen zu bekommen. Es wird sich im Verlauf der nachstehenden Ausführungen zeigen, daß die Berücksichtigung derartiger Optionen bei der Bewertung realer Investitionshandlungen im Ausland einerseits ein neuartiges Verständnis bezüglich der die Investitionsentscheidung beeinflussenden Größen voraussetzt und andererseits für die Ableitung aussagekräftiger Handlungsempfehlungen unabdingbar ist.

Zur Demonstration der Analogie zwischen Finanz- und Realoptionen müssen zunächst die Determinanten des Preises einer Finanzoption genannt werden, die für Kaufoptionen und Verkaufsoptionen gleichermaßen gelten.[6] Traditionell sind das der Kurs des Basiswerts [Aktien(kassa)kurs], der Basispreis, die Restlaufzeit des Optionskontrakts, die Volatilität des Basiswerts [Volatilität des Aktien(kassa)kurses] und der risikolose Zinssatz. Ferner ist noch die zu erwartende Dividendenzahlung auf das Bezugsgut der Option [Dividendenzahlung auf die Aktie] zu nennen, die dem Besitzer dieses Guts zusteht. Da durch deren Berücksichtigung die nachstehende Analyse erheblich komplizierter würde, ohne zu einem wesentlichen Erkenntnisgewinn beizutragen, wird hiervon aus Vereinfachungsgründen ab-

---

[3] Vgl. Myers, S. C. (1977), S. 147 ff.

[4] Vgl. Amram, M., Kulatilaka, N. (1999), S. 3 ff.; Brealey, R. A., Myers, S. C. (2003), S. 617 ff.; Buckley, A. (1998), S. 61 f.; Copeland, T. E., Antikarov, V. (2001), S. 5 ff.; Trigeorgis, L. (2002), S. 1 ff.

[5] Vgl. hierzu die Ausführungen im Kapitel 4.2.2, S. 116 ff.

[6] Vgl. Brealey, R. A., Myers, S. C. (2003), S. 577 ff.; Copeland, T. E., Weston, J. F. (2003), S. 241 ff.; Elton, E. J., Gruber, M. J. et al. (2003), S. 560 ff.; Hull, J. C. (2000), S. 168; Ingersoll, J. E. Jr. (1987), S. 298 ff.; Perridon, L., Steiner, M. (2004), S. 333; Ross, S. A., Westerfield, R. W., Jaffe, J. F. (2005), S. 627 ff. An dieser Stelle soll ausdrücklich darauf hingewiesen werden, daß unter der Annahme existierender Unvollkommenheiten des Kapitalmarkts eine Reihe weiterer Faktoren den Preis einer Finanzoption beeinflussen kann. Da im Rahmen der vorliegenden Arbeit jedoch die Existenz eines vollkommenen, arbitragefreien, vollständigen internationalen Kapitalmarkts unterstellt wird, spiegeln sich alle für die Bewertung von Finanzoptionen relevanten Daten in den hier genannten Einflußgrößen wider.

Call Option auf eine Aktie	Option to Defer Investment
Aktien(kassa)kurs	Bruttomarktwert der DI
Basispreis	(sichere,) auf das Ende des Betrachtungszeitraums aufgezinste Anschaffungsauszahlung der DI
Restlaufzeit des Optionskontrakts	Zeitspanne, bis die Möglichkeit zur Realisierung der DI verfällt
Volatilität des Aktien(kassa)kurses	Volatilität des Bruttomarktwerts der DI
risikoloser Zinssatz	risikoloser Zinssatz

Abbildung 4.1: Analogie zwischen einer Kaufoption (englisch: Call Option) auf eine Aktie und einer Aufschuboption (englisch: Option to Defer Investment)

strahiert. Auf der Basis dieser Überlegungen kann die grundsätzliche Übertragbarkeit des finanzwirtschaftlichen Gedankenguts der Optionspreistheorie (Kaufoption auf eine Aktie) auf realwirtschaftliche Sachverhalte (Aufschuboption) in der Abbildung 4.1 zusammengefaßt werden.[7] Es ist jedoch zu beachten, daß sich diese Übertragbarkeit nicht auf den hier dargestellten Beispielfall beschränkt, sondern für alle im Kapitel 4.2.2 (4.2.3), S. 116 ff. (124 f.), diskutierten Realoptionen gegeben ist. Daher liegt die Vermutung nahe, die für die Bewertung von Finanzoptionen entwickelten Modelle auch für die Bewertung von Realoptionen zu verwenden. Unter welchen Voraussetzungen das möglich ist, wird im Kapitel 4.3.1 (4.3.3) [4.3.4], S. 126 ff. (131 ff.) [154 ff.], detailliert erläutert.

4.2.2 Unterscheidung zwischen Flexibilitäts- und Wachstumsoptionen als erste Möglichkeit der Klassifizierung von Realoptionen

4.2.2.1 Flexibilitätsoptionen

In der Literatur existiert keine allgemein anerkannte Systematisierung von Realoptionen. Das liegt vor allem darin begründet, daß sich durch die Vielzahl der in der Unternehmenspraxis mit in- und ausländischen Investitionen verbundenen Wahl- und Handlungsmöglichkeiten noch keine widerspruchsfreie Abgrenzung durchgesetzt hat. Die im

[7]Vgl. Leslie, K. J., Michaels, M. P. (1997), S. 9; Trigeorgis, L. (2002), S. 125.

Rahmen dieses Kapitels gewählte Systematisierung orientiert sich an Trigeorgis[8] und unterscheidet zwei Gruppen von Realoptionen: Flexibilitäts- und Wachstumsoptionen.

Flexibilitätsoptionen, auch Intraprojekt Optionen genannt, umfassen alle Wahl- und Handlungsmöglichkeiten eines Entscheidungsträgers, die mit einer bestimmten realen Investitionshandlung im Inland bzw. Ausland, nachstehend zumeist nur mit dem Begriff des Investitionsprojekts umschrieben, verbunden sind. Wichtige Beispiele für diese Kategorie von Realoptionen sind die Aufschuboption (englisch: Option to Defer Investment), die Abbruchoption (englisch: Option to Abandon for Salvage Value), die Option zur Verzögerung der Durchführung der Investition (englisch: Option to Default During Construction, auch Time-to-Build Option genannt), die Option zur Veränderung des Umfangs der Geschäftstätigkeit (englisch: Option to Alter Operating Scale) und die Option zur Variation des Input oder des Output (englisch: Option to Switch Use). Diese werden im folgenden etwas genauer betrachtet.[9]

A. Aufschuboption (englisch: Option to Defer Investment)

Wie bereits im Kapitel 4.2.1, S. 115, erläutert worden ist, besitzt ein Entscheidungsträger bei einer Aufschuboption die Möglichkeit, die Entscheidung über die Durchführung einer geplanten Realinvestition und damit die Bereitstellung der hierfür benötigten (sicheren) Anschaffungsauszahlung in die Zukunft zu verschieben. Dadurch kann er sich weitere für die Bewertung dieses Investitionsprojekts nützliche Informationen beschaffen und die Entscheidung über die Durchführung oder die Unterlassung dieses Projekts maßgeblich beeinflussen. Der Handlungsspielraum, innerhalb eines bestimmten Zeitraums die Anschaffungsauszahlung zu leisten und damit die Realinvestition durchzuführen, ist mit einer Call Option auf eine Aktie vergleichbar, wobei die Determinanten des Optionspreises gemäß den Ausführungen im Kapitel 4.2.1, S. 115, auf die Aufschuboption zu übertragen sind (vgl. hierzu die Abbildung 4.1, S. 116). Diese Optionsart ist vor allem in jenen Wirtschaftszweigen von großer Bedeutung, deren Tätigkeitsfeld im Abbau natürlicher Ressourcen (zum Beispiel dem Bergbau, der Gold-, der Silber- und der Kupferindustrie) oder der Erschließung und Weiterentwicklung von Industriegebieten liegt. Darüber hinaus besitzt sie in Branchen mit langen Projektlaufzeiten und hoher Unsicherheit sowie bei der Verwertung von Lizenzen und Patenten eine nicht zu vernachlässigende Relevanz.

B. Abbruchoption (englisch: Option to Abandon for Salvage Value)

Kann der Entscheidungsträger bei sich verschlechternden Marktbedingungen das Recht zur Aufgabe eines Investitionsprojekts geltend machen und das Projekt veräußern, ist er im Besitz einer Abbruchoption. Diese stellt eine Put Option auf den Bruttomarktwert der Realinvestition dar und ist vor allem in kapitalintensiven Wirtschaftszweigen, wie

[8]Vgl. Trigeorgis, L. (1993b), S. 204; Trigeorgis, L. (1995), S. 3 f.; Trigeorgis, L. (2002), S. 2 f.

[9]Vgl. hierzu insbesondere die Arbeiten von Kilka, M. (1995), S. 37 ff.; Trigeorgis, L. (1993b), S. 204; Trigeorgis, L. (1995), S. 3 f.; Trigeorgis, L. (2002), S. 2 f.

Put Option auf eine Aktie	Option to Abandon for Salvage Value
Aktien(kassa)kurs	Bruttomarktwert der DI
Basispreis	(sichere) Liquidationseinzahlung der DI
Restlaufzeit des Optionskontrakts	Zeitspanne, bis die Möglichkeit zur Aufgabe der DI verfällt
Volatilität des Aktien(kassa)kurses	Volatilität des Bruttomarktwerts der DI
risikoloser Zinssatz	risikoloser Zinssatz

Abbildung 4.2: Analogie zwischen einer Verkaufsoption (englisch: Put Option) auf eine Aktie und einer Abbruchoption (englisch: Option to Abandon for Salvage Value)

zum Beispiel dem Flugzeug- und Straßenbau, dem Finanzsektor und bei der Einführung neuer Produkte in unsicheren Märkten, bedeutsam. Analog zu den Ausführungen im Kapitel 4.2.1, Abbildung 4.1, S. 116, läßt sich die Übertragbarkeit des finanzwirtschaftlichen Gedankenguts der Optionspreistheorie (Verkaufsoption auf eine Aktie) auf realwirtschaftliche Sachverhalte (Abbruchoption) gemäß Abbildung 4.2 darstellen.

C. Option zur Verzögerung der Durchführung der Investition (englisch: Option to Default During Construction, Time-to-Build Option)

In vielen praxisrelevanten Fällen ist die Durchführung einer Realinvestition nicht mit einer einzigen Anschaffungsauszahlung zu Beginn des Betrachtungszeitraums verbunden, sondern mit einer Folge von nacheinander zu entrichtenden Teilanschaffungsauszahlungen. Diese Auszahlungen sind grundsätzlich ihrer Höhe nach bekannt und an a priori festgelegten Zeitpunkten fällig, um die nächste Stufe des insgesamt n Stufen umfassenden Investitionsprojekts zu erreichen. Aufgrund der zeitlichen Verteilung der Anschaffungsauszahlung besitzt der Entscheidungsträger folgenden Handlungsspielraum. Einerseits kann er zu jedem der vorstehend genannten Zeitpunkte den Entschluß fassen, das Investitionsprojekt nicht weiter zu verfolgen und somit alle künftig zu entrichtenden Teilbeträge einsparen. Dieses Recht ist bei isolierter Betrachtungsweise als Put Option auf den die jeweilige Stufe des Investitionsprojekts betreffenden Teilbruttomarktwert interpretierbar. Andererseits besteht in Abhängigkeit der den Entscheidungsträger im Zeitablauf erreichenden Informationen die Möglichkeit, zu den a priori festgelegten Zeitpunkten die vereinbarte Teilanschaffungsauszahlung zu entrichten und damit sowohl den dieser Zahlung entsprechenden Anteil des Investitionsprojekts als auch die Option auf den nächsten Teil des Projekts zu erwerben. Dieser Handlungsspielraum stellt demnach eine Option auf eine Option (englisch: Compound Option) dar. Darüber hinaus soll noch darauf hingewiesen werden, daß die Option zur Verzögerung der Durchführung der Investition in allen forschungs- und entwicklungsintensiven Wirtschaftszweigen, wie zum Beispiel der pharmazeutischen Industrie, der Energiewirtschaft und der Telekommunikationsindustrie, von großer Bedeutung ist. Wesentliche Gründe hierfür sind in einem in diesen Bereichen zumeist langfristigen Planungshorizont von 10 bis 25 Jahren einschließlich der damit verbundenen Unsicherheit bezüglich der in der Zukunft vorherrschenden Marktgegebenheiten sowie den über diesen Zeitraum hinweg aufzubringenden erheblichen Finanzmitteln zur Entrichtung der Teilanschaffungsauszahlungen in den jeweiligen Stufen des Investitionsprojekts zu sehen. Ferner kommt dieser Optionsart auch im Zusammenhang mit der Bewertung von Start-Up Unternehmen eine immer größere Bedeutung zu.

D. Option zur Veränderung des Umfangs der Geschäftstätigkeit (englisch: Option to Alter Operating Scale)

Mit der Option zur Veränderung des Umfangs der Geschäftstätigkeit sind für einen Entscheidungsträger grundsätzlich drei Wahl- und Handlungsmöglichkeiten verbunden: [I] die Erweiterungsoption (englisch: Option to Expand), [II] die Einschränkungsoption (englisch: Option to Contract) sowie [III] die Option vorübergehend zu schließen und wiederzueröffnen (englisch: Option to Shut Down and Restart Operations). Wendet man sich zunächst der Erweiterungsoption zu, läßt sich konstatieren, daß diese immer dann gegeben ist, wenn der Umfang eines sich positiv entwickelnden Investitionsprojekts durch die Entrichtung einer zusätzlichen Teilanschaffungsauszahlung erweitert werden kann. In diesem Fall besitzt der Entscheidungsträger ein als Call Option auf den diese zusätzliche Teilanschaffungsauszahlung betreffenden Bruttomarktwert des Investitionsprojekts interpretierbares Recht. So ist es zum Beispiel denkbar, daß sich ein auf die Herstellung von Konsumgütern spezialisiertes Unternehmen aufgrund steigender Nachfragezahlen zu einer Ausdehnung seiner Produktionskapazitäten entschließt. Da die Kapazitäten der zur Verfügung stehenden Produktionsanlagen durch Entrichtung eines im Verhältnis zur ursprünglichen Anschaffungsauszahlung geringen Geldbetrags um bis zu 20 Prozent erhöht werden können, möchte die Geschäftsleitung weder eine multiple noch eine mutative Variation der Betriebsgröße durchführen. Sie entscheidet sich statt dessen für eine intensitätsmäßige und/oder zeitliche Anpassung, die je eingesetzter Anlage bestimmte zusätzliche Auszahlungen erfordern.[10] Im Gegensatz zur Erweiterungsoption verschafft die Einschränkungsoption dem Entscheidungsträger das Recht, bei einem bestehenden Investitionsprojekt auf geplante zukünftige Investitionen zu verzichten respektive bereits installierte Teile dieses Projekts

[10] Vgl. zu den Begriffen der multiplen und mutativen Variation der Betriebsgröße sowie zur intensitätsmäßigen und zeitlichen Anpassung etwa Adam, D. (1998), S. 341 ff., 375 ff., 460 ff.; Laßmann, G. (1996), Sp. 949 ff.; Wöhe, G. (2000), S. 414 ff.

zu veräußern. Diese Möglichkeit kann als Put Option auf einen bestimmten Anteil der ursprünglichen Anschaffungsauszahlung interpretiert werden. Betrachtet man die Option vorübergehend zu schließen und wiederzueröffnen, läßt sich festhalten, daß diese dem Entscheidungsträger den Handlungsspielraum eröffnet, ein laufendes Investitionsprojekt aufgrund erheblich verschlechterter Marktbedingungen vorübergehend stillzulegen. Dieser Spielraum entspricht isoliert betrachtet einer Put Option mit den eingesparten variablen Kosten des Projekts als Basispreis. Durch die Inanspruchnahme der vorstehenden Möglichkeit erwirbt der Entscheidungsträger das Recht zur Wiedereröffnung des Investitionsprojekts, wenn sich die Marktsituation positiv entwickelt hat. Der hiermit verbundene Handlungsspielraum läßt sich im Rahmen einer isolierten Betrachtungsweise als Call Option interpretieren. Mit der Ausübung dieser Option ist wiederum das Recht zur vorübergehenden Stillegung des Projekts verbunden usw. Insofern handelt es sich dabei um eine Compound Option. Abschließend ist bei den drei unter D. erläuterten Realoptionen noch anzumerken, daß diese in zyklischen Wirtschaftszweigen wie dem Anlagenbau und -management besondere Relevanz besitzen. Daneben kommt ihnen aber beim Abbau natürlicher Ressourcen, in der Konsumgüter- und Modeindustrie sowie bei der Landerschließung eine immer größere Bedeutung zu.

E. Option zur Variation des Input oder des Output (englisch: Option to Switch Use)

Charakteristisch für diese Optionsart ist die mit einem Investitionsprojekt verbundene Flexibilität, zwischen unterschiedlichen Faktoreinsatzmengen oder Endprodukten zu wechseln, wenn es die Marktgegebenheiten erfordern. Steigt zum Beispiel die Nachfrage nach bestimmten Endprodukten und/oder sind höhere Preise für bestimmte Enderzeugnisse am Absatzmarkt durchsetzbar, könnte es – ceteris paribus – im Interesse des Entscheidungsträgers liegen, auf den zur Verfügung stehenden Produktionsanlagen vornehmlich diese Güter herzustellen und die Produktion der übrigen Erzeugnisse einzustellen respektive einzuschränken. Dieser Handlungsspielraum wird Produktflexibilität genannt. Im Gegensatz hierzu beschreibt der Begriff der Prozeßflexibilität eine Situation, in der mit einem Investitionsprojekt bei einem Anstieg der Beschaffungspreise bestimmter, für die Produktion eines Enderzeugnisses benötigter Faktoreinsatzmengen – ceteris paribus – das Recht verbunden ist, dieses Endprodukt mit billigeren Faktoreinsatzmengen beziehungsweise mit kostengünstigeren Kombinationen unterschiedlicher Faktoreinsatzmengen herzustellen. Während die Option zur Variation des Input vor allem in jenen Wirtschaftszweigen relevant ist, die einen hohen variablen Faktoreinsatz aufweisen, wie zum Beispiel die chemische Industrie, die Energiewirtschaft und die Ölindustrie, kommt der Option zur Variation des Output insbesondere in solchen Wirtschaftszweigen eine große Bedeutung zu, die ihre Erzeugnisse in Kleinserienfertigung produzieren oder sich einem sehr volatilen Nachfrageverhalten gegenübersehen. Beispiele hierfür sind die Automobilindustrie, die Konsumentenelektronik sowie die Spielwaren- und Papierindustrie.

Nachdem die wichtigsten Flexibilitätsoptionen erläutert worden sind, werden in den Abbildungen 4.3 und 4.4, S. 122 f., aus der Gesamtzahl der dem Verfasser bekannten Literaturbeiträge zu den vorstehenden Arten von Realoptionen jene in chronologischer Reihenfolge genannt, die nach dessen Überzeugung als einschlägig zu bezeichnen sind und deren Lektüre sinnvoll erscheint. Dadurch soll der interessierte Leser in die Lage versetzt werden, sich einen guten Überblick über die Möglichkeiten und Grenzen der Bewertung von Flexibilitätsoptionen zu verschaffen.

4.2.2.2 Wachstumsoptionen

Von den Flexibilitätsoptionen, auch Intraprojekt Optionen genannt, sind die Wachstumsoptionen zu unterscheiden, die Interprojekt Optionen darstellen.[11] Letztere umfassen alle Wahl- und Handlungsmöglichkeiten eines Entscheidungsträgers, die mit einer dem ursprünglichen realen Investitionsprojekt nachfolgenden Reihe von eigenständigen Investitionsprojekten verbunden sind. Insofern handelt es sich bei Wachstumsoptionen stets um Compound Options. Zur Veranschaulichung dieses Sachverhalts kann das folgende Beispiel dienen. Der Vorstand einer Aktiengesellschaft hat sich durch die feindliche Übernahme eines ausländischen Konkurrenten (ursprüngliches reales Investitionsprojekt) die Möglichkeit geschaffen, den ausländischen Gütermarkt zu erschließen (eigenständiges Folgeprojekt). Isoliert betrachtet stellen sowohl das Recht zur Investition in das ursprüngliche Projekt als auch jenes zur Investition in das eigenständige Folgeprojekt eine Call Option auf den mit diesen Investitionsprojekten jeweils verbundenen Bruttomarktwert dar. Da die beiden Optionen allerdings nicht unabhängig voneinander sind, sondern die Investition in das ursprüngliche Projekt erst den Handlungsspielraum zur Investition in das eigenständige Folgeprojekt schafft, handelt es sich hierbei um eine Call Option auf eine Call Option. Die damit zum Ausdruck kommende Verbundenheit zwischen mindestens zwei Optionen nennt man im Rahmen der Diskussion von Wachstumsoptionen auch Interproject Compound Option. Diese Optionsart besitzt vor allem in kapitalintensiven und innovativen Wirtschaftszweigen, wie zum Beispiel der pharmazeutischen Industrie, der Telekommunikation und der High-Tech Industrie, eine besondere Bedeutung. Darüber hinaus findet sie in Branchen mit multiplen Produktgenerationen und hoher Volatilität sowie bei strategischen Akquisitionen immer häufiger Verwendung.

Analog zu der Vorgehensweise im Kapitel 4.2.2.1, S. 116 ff., werden in der Abbildung 4.5, S. 123, aus der Gesamtzahl der dem Verfasser bekannten Literaturbeiträge zu den Wachstumsoptionen jene in chronologischer Reihenfolge genannt, die nach dessen Überzeugung als einschlägig zu bezeichnen sind und deren Lektüre sinnvoll erscheint. Dadurch wird der engagierte Leser in die Lage versetzt, sich einen guten Überblick über die Möglichkeiten und Grenzen der Bewertung von Wachstumsoptionen zu verschaffen.

---

[11] Vgl. zu den in diesem Rahmen gemachten Ausführungen insbesondere die Arbeiten von Kilka, M. (1995), S. 40; Trigeorgis, L. (1993b), S. 204; Trigeorgis, L. (1995), S. 4; Trigeorgis, L. (2002), S. 3.

Art der Flexibilitätsoption	Diskussion in der Literatur durch
Option to Defer Investment	Rao, R. K. S., Martin, J. D. (1981); Titman, S. (1985); McDonald, R. L., Siegel, D. R. (1986); Trigeorgis, L., Mason, S. P. (1987); Kulatilaka, N., Marcus, A. J. (1988); Paddock, J. L., Siegel, D. R., Smith, J. L. (1988); Trigeorgis, L. (1991a); Ingersoll, J. E. Jr., Ross, S. A. (1992); Quigg, L. (1993); Smit, H. T. J., Ankum, L. A. (1993); Trigeorgis, L. (1993a); Kulatilaka, N., Trigeorgis, L. (1994); Park, C. S., Herath, H. S. B. (2000); Sarkar, S. (2000); Kawaguchi, Y., Tsubokawa, K. (2001).
Option to Abandon for Salvage Value	Robichek, A. A., Van Horne, J. C. (1967), (1969); Bonini, C. P. (1977); Kensinger, J. W. (1987); Trigeorgis, L., Mason, S. P. (1987); Kulatilaka, N., Marcus, A. J. (1988); Myers, S. C., Majd, S. (1990); Kemna, A. G. Z. (1993); Trigeorgis, L. (1993a), (1993b); Kulatilaka, N., Trigeorgis, L. (1994); Berger, P. G., Ofek, E., Swary, I. (1996); Davis, G. A. (1998); Park, C. S., Herath, H. S. B. (2000).
Option to Default During Construction, Time-to-Build Option	Majd, S., Pindyck, R. S. (1987); Trigeorgis, L., Mason, S. P. (1987); Carr, P. (1988); Kulatilaka, N., Marcus, A. J. (1988); Kemna, A. G. Z. (1993); Laughton, D. G., Jacoby, H. D. (1993); Trigeorgis, L. (1993a), (1993b); Kulatilaka, N., Trigeorgis, L. (1994).

Abbildung 4.3: Unterschiedliche Arten von Flexibilitätsoptionen und deren Diskussion in der Literatur (Teil 1)

Art der Flexibilitätsoption	Diskussion in der Literatur durch
Option to Alter Operating Scale	Brennan, M. J., Schwartz, E. S. (1985a), (1985b); McDonald, R. L., Siegel, D. R. (1985); Kensinger, J. W. (1987); Trigeorgis, L., Mason, S. P. (1987); Kulatilaka, N., Marcus, A. J. (1988); Pindyck, R. S. (1988); Kogut, B. (1991); Trigeorgis, L. (1993a), (1993b); Kulatilaka, N., Trigeorgis, L. (1994); Huchzermeier, A., Cohen, M. A. (1996); Huchzermeier, A., Loch, C. H. (2001).
Option to Switch Use	Margrabe, W. (1978); Kensinger, J. W. (1987); Trigeorgis, L., Mason, S. P. (1987); Kulatilaka, N. (1988); Kulatilaka, N., Marks, S. G. (1988); Triantis, A. J., Hodder, J. E. (1990); Trigeorgis, L. (1993a), (1993b); Kogut, B., Kulatilaka, N. (1994); Kulatilaka, N., Trigeorgis, L. (1994); Kamrad, B., Ernst, R. (1995).

Abbildung 4.4: Unterschiedliche Arten von Flexibilitätsoptionen und deren Diskussion in der Literatur (Teil 2)

	Diskussion in der Literatur durch
Wachstumsoptionen	Myers, S. C. (1977); Broyles, J. E., Cooper, I. A. (1981); Kester, W. C. (1984); Trigeorgis, L., Mason, S. P. (1987); Pindyck, R. S. (1988); Chung, K. H., Charoenwong, C. (1991); Kemna, A. G. Z. (1993); Kester, W. C. (1993); Trigeorgis, L. (1993b); Willner, R. (1995); Howell, S. D., Jägle, A. J. (1997); Kulatilaka, N., Perotti, E. C. (1998); Berk, J. B., Green, R. C., Naik, V. (1999); Schäfer, H., Schässburger, B. (2000), (2001a), (2001b).

Abbildung 4.5: Wachstumsoptionen und deren Diskussion in der Literatur

4.2.3 Weitere Klassifizierungsmöglichkeiten von Realoptionen

Der im Kapitel 4.2.2, S. 116 ff., präsentierte Vorschlag zur Klassifizierung von Realoptionen (Intra- versus Interprojekt Optionen) läßt sich durchaus mit dem Terminus gelungen umschreiben, muß jedoch um einige Aspekte erweitert werden. Ein erster Ansatzpunkt stellt die Berücksichtigung des Grads der Exklusivität von Wahl- und Handlungsmöglichkeiten dar. Besitzt in Übereinstimmung mit den Finanzoptionen lediglich ein Investor das Recht zur Ausübung der mit einem spezifischen Investitionsprojekt im Zusammenhang stehenden Realoption, handelt es sich um eine exklusive Option. Können mehrere Investoren das Recht zur Ausübung der mit einem bestimmten Investitionsprojekt im Zusammenhang stehenden Realoption geltend machen, spricht man von einer nicht exklusiven Option. Neben dem Grad der Exklusivität bietet sich das Ausmaß der Verbundenheit von Wahl- und Handlungsmöglichkeiten und damit die Unterscheidung zwischen verbundenen und nicht verbundenen Optionen als weiteres Abgrenzungskriterium an. Diesbezüglich wird auf die Erläuterungen im Kapitel 4.2.2, S. 116 ff., verwiesen. Ein weiterer Punkt, der im Rahmen einer Klassifizierung von Realoptionen berücksichtigt werden sollte, bezieht sich auf die Dringlichkeit der Investitionsentscheidung. Muß der Vorstand einer Aktiengesellschaft (die Geschäftsleitung einer Gesellschaft mit beschränkter Haftung) seine (ihre) Entscheidung über die Durchführung oder Unterlassung eines Investitionsprojekts und damit verbunden seine (ihre) Entscheidung über die Ausübung oder den Verfall der mit diesem Projekt im Zusammenhang stehenden Wahl- und Handlungsmöglichkeiten sehr schnell treffen, spricht man von nicht aufschiebbaren Realoptionen. Kann der Vorstand einer Aktiengesellschaft (die Geschäftsleitung einer Gesellschaft mit beschränkter Haftung) seine (ihre) Entscheidung in die Zukunft verlagern, handelt es sich um aufschiebbare Realoptionen. Faßt man die drei genannten Kriterien zusammen, ergibt sich nach einem Vorschlag von Trigeorgis[12] die Abbildung 4.6, S. 125.

Neben den bisher diskutierten Möglichkeiten der Klassifizierung von Realoptionen wird abschließend kurz auf eine weitere Abgrenzung eingegangen, die nach der Überzeugung einiger Autoren insbesondere den Anforderungen und Interessen der Unternehmenspraxis gerecht wird. Diese Autoren unterteilen Realoptionen hinsichtlich des zugrunde liegenden ökonomischen Investitionsmotivs in Lern-, Wachstums- und Versicherungsoptionen.[13] Lernoptionen sind dadurch gekennzeichnet, daß sie den Vorstand einer Aktiengesellschaft (die Geschäftsleitung einer Gesellschaft mit beschränkter Haftung) mit dem Recht ausstatten, die Entscheidung über die Durchführung oder die Unterlassung einer geplanten Realinvestition von der Markt- und Unternehmensentwicklung abhängig zu machen. Damit stehen sie diesem Gremium vor der Phase der Investition zur Verfügung. Typische

---

[12] Vgl. Trigeorgis, L. (1988), S. 157; Trigeorgis, L. (2002), S. 145.

[13] Vgl. hierzu und im folgenden Copeland, T. E., Keenan, P. T. (1998), S. 47 f.; Hommel, U. (1999), S. 23; Hommel, U., Müller, J. (1999), S. 179; Hommel, U., Pritsch, G. (1998), S. 4 ff.; Hommel, U., Pritsch, G. (1999a), S. 125 ff.; Hommel, U., Pritsch, G. (1999b), S. 13 f.

	Realoption			
	exklusiv		nicht exklusiv	
	verbunden	nicht verbunden	verbunden	nicht verbunden
aufschiebbar	Fall 1: Wird in dieser Arbeit nicht diskutiert.	Fall 3: Wird in dieser Arbeit diskutiert.	Fall 5: Wird in dieser Arbeit nicht diskutiert.	Fall 7: Wird in dieser Arbeit nicht diskutiert.
nicht aufschiebbar	Fall 2: Wird in dieser Arbeit nicht diskutiert.	Fall 4: Wird in dieser Arbeit nicht diskutiert.	Fall 6: Wird in dieser Arbeit nicht diskutiert.	Fall 8: Wird in dieser Arbeit nicht diskutiert.

Abbildung 4.6: Klassifizierung von Realoptionen in Abhängigkeit des Grads der Exklusivität und des Ausmaßes der Verbundenheit von Wahl- und Handlungsmöglichkeiten sowie der Dringlichkeit der Investitionsentscheidung

Beispiele hierfür sind die Aufschuboption und die Option zur Verzögerung der Investitionsdurchführung. Wachstumsoptionen bieten sich einem Unternehmen sowohl während als auch nach der Phase der Investition und umfassen alle Möglichkeiten zum Ausbau der wirtschaftlichen Aktivitäten, wenn die ökonomischen Rahmenbedingungen das als vorteilhaft erscheinen lassen. Damit wird deutlich, daß im Gegensatz zu den im Kapitel 4.2.2.2, S. 121, erfolgten Ausführungen mit dem Begriff der Wachstumsoption in diesem Kontext nicht nur Inter-, sondern auch Intraprojekt Optionen wie zum Beispiel die Erweiterungsoption verbunden sind. Versicherungsoptionen ermöglichen dem Entscheidungsträger, auf ungünstige Marktentwicklungen mit operativen Anpassungsmaßnahmen zu reagieren, um das künftigen Zahlungsströmen inhärente Risiko zu beeinflussen. Sie stellen damit ein Instrument des Risikomanagement dar und bieten sich einem Unternehmen sowohl während als auch nach der Phase der Investition. Typische Beispiele sind die Abbruchoption, die Einschränkungsoption, die Option vorübergehend zu schließen und wiederzueröffnen sowie die Option Input oder Output zu variieren. Da der Verfasser dieser Arbeit nicht erkennen kann, inwiefern die vorstehende Klassifizierung den Anforderungen und Interessen der Unternehmenspraxis besonders Rechnung trägt und darüber hinaus keine systematische Trennung von Intra- und Interprojekt Optionen erfolgt, die spätestens bei der Bewertung von Wahl- und Handlungsmöglichkeiten von großer Bedeutung ist, basiert die nachstehende Analyse auf einer Zusammenführung der beiden erstgenannten Möglichkeiten der Systematisierung von Realoptionen und kommt explizit in der Gliederung der Kapitel 4.3 und 4.4 zum Ausdruck.

4.3 Grundlagen zur quantitativen Bewertung exklusiver, nicht verbundener, aufschiebbarer Intraprojekt Optionen mit finanzwirtschaftlichen Optionspreismodellen

4.3.1 Allgemeine Voraussetzungen zur Anwendung finanzwirtschaftlicher Optionsbewertungsmodelle auf Realoptionen

Wie bereits im Kapitel 4.2.1, S. 114 ff., verdeutlicht worden ist, besteht zwischen den Einflußfaktoren auf den Preis einer Finanzoption und den in dieser Arbeit besonders zu beachtenden Determinanten des Preises von Realoptionen eine grundsätzliche Analogie. Daher liegt der Gedanke nahe, die für die Bewertung von Finanzoptionen entwickelten Modelle auch für die Bewertung von Realoptionen zu verwenden. Das ist allerdings nur möglich, wenn neben den für die jeweiligen Modelle geltenden speziellen Annahmen, welche in den Kapiteln 4.3.3 und 4.3.4, S. 131 ff. und 154 ff., ausführlich erläutert werden, die nachstehenden, für Finanzoptionen relevanten Merkmale auch für Realoptionen gegeben sind: (I) Flexibilität, (II) Unsicherheit und (III) Irreversibilität.[14] Wendet man sich zunächst dem Begriff der Flexibilität zu, läßt sich konstatieren, daß dieser das Recht, nicht aber die Verpflichtung, eines Optionskäufers (Käufers oder Verkäufers eines realen Investitionsprojekts) widerspiegelt, ein bestimmtes Gut (reales Investitionsprojekt) zu einem festgelegten Preis von einem Optionsverkäufer (Verkäufer oder Käufer eines realen Investitionsprojekts) zu beziehen oder an diesen abzugeben. Eine Aussage darüber, ob dieses Recht an jedem beliebigen oder nur an einem bereits bei Geschäftsabschluß genau festgelegten künftigen Zeitpunkt ausgeübt werden darf, kann an dieser Stelle unterbleiben. Das läßt sich damit begründen, daß die Festlegung des Zeitpunkts der Optionsausübung in einer konkreten Problemsituation keinen Einfluß auf die Frage hat, ob das Merkmal der Flexibilität gegeben ist oder nicht.

Die Ausnutzung des im vorstehenden Absatz diskutierten Handlungsspielraums ist von der Preisentwicklung des der Option unterliegenden Guts {der Entwicklung des (nominalen) Bruttomarktwerts des Investitionsprojekts aus der Sichtweise des Auslands in inländischer Währung bei Konzentration auf den im Kapitel 3.5.1 [3.5.2], Formeln (3.7) und (3.13) [(3.19) und (3.24)], S. 69 und 78 [87 und 96] diskutierten Fall 4 [8]} im Zeitablauf abhängig. Da Aussagen über den Eintritt alternativer, künftiger Umweltzustände realiter niemals mit Sicherheit möglich sind, erfüllen sowohl die Finanzoptionen als auch die Realoptionen unterliegenden Wertveränderungen das Kriterium der Unsicherheit.

[14] Vgl. etwa Beißinger, T., Möller, J. (1994), S. 270; Dixit, A. K., Pindyck, R. S. (1994), S. 3; Hommel, U., Lehmann, H. (2001), S. 118 ff.; Hommel, U., Pritsch, G. (1998), S. 2 f.; Hommel, U., Pritsch, G. (1999b), S. 9.

Betrachtet man schließlich den Terminus der Irreversibilität[15], läßt sich festhalten, daß mit diesem im Rahmen der vorliegenden Arbeit der Gedanke verbunden ist, die Ausübung einer Finanzoption (die Durchführung einer geplanten Investition oder Desinvestition im Ausland) verursache sogenannte versunkene Kosten (englisch: Sunk Costs)[16]. Das kann wie folgt begründet werden. Durch die Ausübung einer Finanzoption wird das einem Optionskäufer bis zu diesem Zeitpunkt von einem Optionsverkäufer gewährte Recht zum Kauf oder Verkauf eines bestimmten Guts zu einem festgelegten Preis aufgehoben. Ein bei amerikanischen Optionen eventuell noch vorhandener Zeitwert wird ebenfalls vernichtet.[17] In bezug auf Realoptionen ist darüber hinaus zu beachten, daß die Durchführung eines geplanten Investitionsprojekts und damit die Ausübung eines als Call Option auf den Bruttomarktwert dieses Projekts interpretierbaren Rechts mit einer Anschaffungsauszahlung verbunden ist, die zumindest teilweise Sunk Costs darstellt, da die durch einen eventuellen Verkauf dieses Projekts realisierbare Liquidationseinzahlung grundsätzlich kleiner ist als der ursprüngliche Investitionsbetrag. Die Erfüllung dieser Voraussetzung ist wichtig, da sich ansonsten das einem Investitionsprojekt inhärente Risiko des unwirtschaftlichen Betriebs erheblich reduzieren und die Realoption wertlos würde. Nach Dixit/Pindyck[18] und Pindyck[19] stellt die gesamte Anschaffungsauszahlung versunkene Kosten dar, wenn das reale Investitionsprojekt unternehmens- oder industriespezifisch ist. Selbst wenn das nicht gegeben ist, sehen die beiden Autoren zumindest einen Teil der Anschaffungsauszahlung infolge des sogenannten “Lemons Problem“[20] als unwiderbringlich an.

---

[15] Können die mit einer getroffenen Entscheidung verbundenen Konsequenzen nicht vollständig zurückgenommen werden (irreversibel := nicht umkehrbar), und löst sich durch eine verbesserte Informationsbasis die Unsicherheit über alternativ mögliche Umweltzustände im Zeitablauf (mindestens teilweise) auf, empfiehlt sich ein eher abwartendes Verhalten und somit die Nichtausübung einer zur Verfügung stehenden Option. Dadurch erhält der Entscheidungsträger die Chance, in der Zukunft eine bessere Entscheidung zu treffen, da er auf eine breitere Informationsbasis zurückgreifen kann. Dieser Sachverhalt wird in der Literatur als Irreversibilitätseffekt bezeichnet. Vgl. hierzu die Arbeiten von Henry, C. (1974), S. 1006; Hubbard, R. G. (1994), S. 1819 f.; Pindyck, R. S. (1988), S. 969; Pindyck, R. S. (1991), S. 1110 ff., 1133 ff.; Wagener, A. (1999), S. 379.

[16] Unter Sunk Costs versteht man im allgemeinen temporär auftretende fixe Kosten eines dauerhaften Kapitalguts, für das keine alternative Verwendung besteht. Vgl. Woll, A. (2000), S. 443.

[17] Bezüglich des Begriffs des Zeitwerts soll an dieser Stelle darauf hingewiesen werden, daß sich der Preis einer Finanzoption aus zwei Komponenten zusammensetzt: (I) dem inneren Wert und (II) dem Zeitwert. Bei Optionen europäischen Typs nimmt letzterer im Zeitpunkt der Ausübung immer den Wert null an, während er bei der Ausübung amerikanischer Optionen vor dem Ende der Restlaufzeit des Kontrakts immer positiv ist.

[18] Vgl. Dixit, A. K., Pindyck, R. S. (1994), S. 8.

[19] Vgl. Pindyck, R. S. (1988), S. 969; Pindyck, R. S. (1991), S. 1110 ff.

[20] Akerlof argumentiert in seinem im Jahre 1970 mit dem Titel The Market for “Lemons“ veröffentlichten Aufsatz, daß rational handelnde, potentielle Käufer eines gebrauchten Guts – im vorstehenden Aufsatz werden Gebrauchtwagen betrachtet –, dessen Qualität sie im einzelnen nicht zweifelsfrei einschätzen können, lediglich einen Verkaufspreis akzeptieren, der dem eines gebrauchten Erzeugnisses mit durchschnittlicher Qualität entspricht. Ein auf der anderen Marktseite agierender und ebenfalls rational han-

4.3.2 Klassifizierung der zur quantitativen Bewertung von Realoptionen prinzipiell anwendbaren Optionspreismodelle

Wie die Ausführungen im Kapitel 4.3.1, S. 126 ff., gezeigt haben, weisen Realoptionen die gleichen charakteristischen Merkmale auf wie Finanzoptionen, nämlich Flexibilität, Unsicherheit und Irreversibilität. Daraus folgt, daß bezüglich der quantitativen Bewertung realer Wahl- und Handlungsmöglichkeiten mit den in der Abbildung 4.7, S. 129, dargestellten und für die Evaluation von Finanzoptionen entwickelten Modelltypen vor diesem Hintergrund keine Probleme zu erwarten sind.[21] Betrachtet man zunächst die statistischen oder ökonometrischen Bewertungsmodelle[22] – damit ist lediglich der linke Ast der Abbildung 4.7 relevant –, läßt sich feststellen, daß diese nach quantitativen Zusammenhängen zwischen den aus der Vergangenheit beobachtbaren Optionspreisen sowie deren vermuteten Einflußfaktoren fragen und diese in die Zukunft projizieren. Für die Bewertung von Realoptionen ist diese Vorgehensweise aus mindestens zwei Gründen problematisch. Um die Repräsentativität der Ergebnisse sicherzustellen, muß eine relativ große Anzahl historischer Daten zur Verfügung stehen, die sich im Rahmen einer mit der aktuellen Problemstellung vergleichbaren Bewertungssituation ergeben hat. Davon kann bei vielen realen Wahl- und Handlungsmöglichkeiten nicht ausgegangen werden, da diese in Verbindung mit den jeweiligen Investitionsprojekten zumeist einen individuellen Charakter besitzen. Darüber hinaus verfolgen statistische oder ökonometrische Bewertungsmodelle nicht das Ziel, einen theoretisch exakten Optionspreis aus einem zu diesem Zweck konzipierten Modell zu deduzieren. Das ist jedoch das Anliegen des Verfassers dieser Arbeit.

Gleichgewichtsorientierte Bewertungsmodelle – und damit der rechte Ast der Abbildung 4.7 – unterstellen einen arbitragefreien nationalen und/oder internationalen Kapitalmarkt bei Unsicherheit und leiten auf dieser Basis eine Gleichgewichtsbeziehung zwischen dem Bezugsgut und der Option her. Sie lassen sich danach unterscheiden, ob Annahmen über die individuellen Präferenzen des Entscheidungsträgers in der Form von Zeit- und Risikopräferenzen berücksichtigt werden oder nicht. Ist ersteres (letzteres) der Fall, spricht man von präferenzabhängigen (präferenzfreien) Ansätzen. In Abhängigkeit davon, ob für diese beiden Ansätze jeweils eine Hypothese über die künftige Entwicklung des Werts des

---

delnder Verkäufer, der die Qualität seiner Produkte im einzelnen sehr genau kennt, wird in Kenntnis des Verhaltens der potentiellen Käufer niemals Güter anbieten, deren Qualität oberhalb des durchschnittlichen Niveaus des betrachteten Markts liegt. Als logische Konsequenz dieser Verhaltensweisen läßt sich konstatieren, daß die durchschnittliche Qualität der auf diesem Markt gehandelten Produkte und damit einhergehend auch die Verkaufspreise sinken werden. Vgl. Akerlof, G. A. (1970), S. 489 ff.

[21] Vgl. zu dieser Abbildung vor allem Bös, M. (1991), S. 33 ff.; Geske, R., Trautmann, S. (1986), S. 81 ff.; Hauck, W. (1991), S. 161 ff.; Perridon, L., Steiner, M. (2004), S. 335 f.; Schäfer, K. (1994), S. 25 ff.; Smith, C. W. Jr. (1976), S. 15 ff.; Terstege, U. (1995), S. 30 ff.; Tomaszewski, C. (2000), S. 86 ff.

[22] Vgl. zu den statistischen oder ökonometrischen Bewertungsmodellen etwa Bös, M. (1991), S. 34 ff.; Giguère, G. (1958), S. 17 ff.; Ingersoll, J. E. Jr. (1989), S. 203; Kassouf, S. T. (1969), S. 685 ff.; Shelton, J. P. (1967), S. 88 ff., 143 ff.

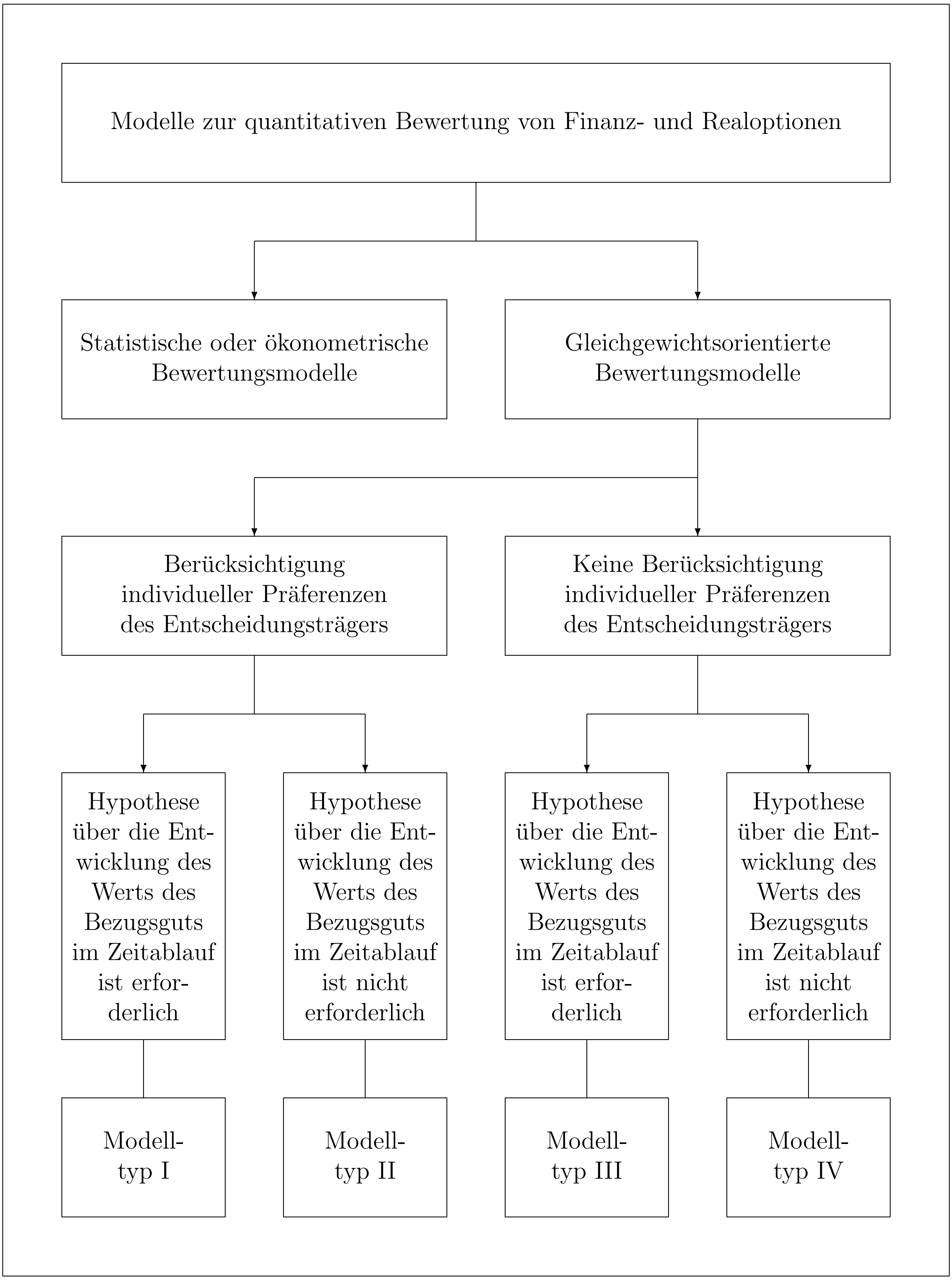

Abbildung 4.7: Differenzierung und Ordnung der Modelle zur quantitativen Bewertung von Finanz- und Realoptionen

Bezugsguts formuliert wird oder nicht, lassen sich vier Modelltypen unterscheiden, die im folgenden kurz charakterisiert werden. Modelltyp I[23] zeichnet sich durch die Berücksichtigung individueller Präferenzen des Entscheidungsträgers und die Formulierung einer Hypothese über die künftige Entwicklung des Werts des Bezugsguts aus. Vor diesem Hintergrund stehen zur Bestimmung des Preises einer europäischen Option geschlossene Bewertungsgleichungen zur Verfügung, die auf der Basis spezifischer Annahmen eine exakte Preisermittlung sicherstellen. Das ist für amerikanische Optionen im allgemeinen nicht gegeben. Da diese zu jedem Zeitpunkt innerhalb der Restlaufzeit des Optionskontrakts ausgeübt werden können, sind nur für eine geringe Anzahl denkbarer Problemsituationen geschlossene Bewertungsgleichungen verfügbar, während in der überwiegenden Zahl der Fälle auf approximative Verfahren zur Optionspreisbestimmung zurückgegriffen werden muß. Das Hauptproblem bei diesem Modelltyp liegt jedoch weniger darin begründet, daß nach der Überzeugung des Verfassers reale Wahl- und Handlungsmöglichkeiten zumeist mit amerikanischen Optionen vergleichbar sind und deshalb in vielen Fällen nur eine approximative Bewertung dieser Handlungsspielräume erfolgen kann, sondern ist vielmehr in der Abhängigkeit der Modellergebnisse von den individuellen Präferenzen des Entscheidungsträgers zu sehen. Deshalb findet dieser Modelltyp nachstehend keine Beachtung. Wird keine Hypothese über die künftige Entwicklung des Werts des Bezugsguts formuliert, während individuelle Präferenzen des Entscheidungsträgers weiterhin Berücksichtigung finden, können lediglich Arbitragerelationen zwischen der Option und dem Bezugsgut abgeleitet werden. Das ist symptomatisch für den Modelltyp II[24]. Da dieser weder die Bestimmung exakter noch approximativer Optionspreise ermöglicht und zudem individuelle Präferenzen des Entscheidungsträgers voraussetzt, wird er im folgenden nicht näher betrachtet. Bei Modelltyp III[25] werden individuelle Präferenzen des Entscheidungsträgers nicht berücksichtigt, und es wird eine Hypothese über die künftige Entwicklung des Werts des Bezugsguts formuliert. Obwohl die bezüglich der Bewertung europäischer und amerikanischer Optionen für den Modelltyp I gemachten Aussagen hier analog gelten, stellt sich die Frage, weshalb Modelltyp III ohne die Formulierung individueller Präferenzen

[23]Vgl. zu Modelltyp I insbesondere Bates, D. S. (1991), S. 1023 ff.; Boness, A. J. (1964), S. 167 ff.; Cox, J. C., Ingersoll, J. E. Jr., Ross, S. A. (1985a), S. 364 ff.; Cox, J. C., Ingersoll, J. E. Jr., Ross, S. A. (1985b), S. 387 ff.; Ingersoll, J. E. Jr. (1989), S. 203 f.; Naik, V., Lee, M. (1990), S. 495 ff.; Rubinstein, M. (1976), S. 408 ff.; Samuelson, P. A. (1965), S. 14 ff.; Smith, C. W. Jr. (1976), S. 16 ff.; Sprenkle, C. M. (1961), S. 189 ff.

[24]Vgl. zu Modelltyp II etwa Levy, H. (1985), S. 1198 ff.; Lo, A. W. (1987), S. 374 ff.; Perrakis, S. (1986), S. 121 ff.; Perrakis, S., Ryan, P. J. (1984), S. 520 ff.; Ritchken, P. H. (1985), S. 1226 ff.; Ritchken, P. H., Kuo, S. (1988), S. 306 ff.; Ritchken, P. H., Kuo, S. (1989), S. 52 ff.; Sachdeva, K. (1986), S. 235 ff.

[25]Vgl. zu Modelltyp III insbesondere Black, F., Scholes, M. (1973), S. 640 ff.; Boyle, P. P. (1977), S. 327 ff.; Brennan, M. J., Schwartz, E. S. (1977), S. 449 ff.; Cox, J. C., Ross, S. A. (1976a), S. 389 ff.; Cox, J. C., Ross, S. A. (1976b), S. 151 ff.; Cox, J. C., Ross, S. A., Rubinstein, M. (1979), S. 232 ff.; Ingersoll, J. E. Jr. (1989), S. 204 ff.; MacMillan, L. W. (1986), S. 120 ff.; Merton, R. C. (1973b), S. 160 ff.; Merton, R. C. (1976), S. 132 ff.; Smith, C. W. Jr. (1976), S. 20 ff.

auskommt. Die Antwort auf diese Frage wird detailliert in den Kapiteln 4.3.3 und 4.3.4, S. 131 ff. und 154 ff., erarbeitet. An dieser Stelle soll lediglich darauf hingewiesen werden, daß durch die Annahme eines rational handelnden Entscheidungsträgers sowie durch die Möglichkeit der Konstruktion eines Duplikations-, Hedge- oder Arbitrageportfolios die Formulierung individueller Präferenzen in der Form von Zeit- und Risikopräferenzen des Entscheidungsträgers obsolet ist. Dieser Modelltyp eignet sich besonders gut für die quantitative Bewertung von Finanz- und Realoptionen, da er eine von den individuellen Präferenzen des Entscheidungsträgers unabhängige Bewertung von Handlungsspielräumen ermöglicht und zudem einen theoretisch exakten Optionspreis aus einem zu diesem Zweck konzipierten Modell deduziert (gilt für europäische Optionen sowie eine geringe Anzahl amerikanischer Optionen) respektive ein Intervall möglicher Optionspreise auf der Grundlage approximativer Bewertungsverfahren ermittelt (gilt für die Mehrzahl amerikanischer Optionen). Werden schließlich weder individuelle Präferenzen des Entscheidungsträgers berücksichtigt noch Hypothesen über die künftige Entwicklung des Werts des Bezugsguts formuliert, lassen sich analog zu Modelltyp II lediglich Arbitragerelationen zwischen der Option und dem Bezugsgut ableiten. Der durch diese Merkmale gekennzeichnete Modelltyp IV[26] ist ebenso wie Modelltyp II nicht dazu geeignet, exakte oder approximative Optionspreise zu bestimmen, und wird deshalb zur quantitativen Bewertung unterschiedlicher Wahl- und Handlungsmöglichkeiten nicht herangezogen.

Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß die statistischen oder ökonometrischen Bewertungsmodelle nicht dazu geeignet sind, eine möglichst exakte und von den individuellen Präferenzen des Entscheidungsträgers unabhängige Bewertung von Finanz- und Realoptionen vorzunehmen. Diese Aussage behält auch für die Modelltypen I, II und IV der gleichgewichtsorientierten Bewertungsmodelle ihre Gültigkeit. Wie die bisherigen Ausführungen deutlich gemacht haben, ist somit lediglich der Modelltyp III der gleichgewichtsorientierten Ansätze in der Lage, eine quantitative Bewertung von Finanz- und Realoptionen vor dem Hintergrund der genannten Kriterien zu unterstützen. Deshalb wird sich die weitere Analyse auf diesen Modelltyp beschränken.

4.3.3 Binomialmodell als zeit- und zustandsdiskreter Bewertungsansatz

4.3.3.1 Entwicklung des Grundmodells

Im Kapitel 4.3.1, S. 126, ist bereits darauf hingewiesen worden, daß die Bewertung von Realoptionen mit Hilfe der für die Quantifizierung des Preises von Finanzoptionen entwickelten Modelle die Einführung zusätzlicher, diesen Modellen zugrunde liegenden An-

[26]Vgl. zu Modelltyp IV etwa Cox, J. C., Ross, S. A. (1976a), S. 384 ff.; Cox, J. C., Rubinstein, M. (1985), S. 127 ff.; Merton, R. C. (1973b), S. 142 ff.; Smith, C. W. Jr. (1976), S. 6 ff.; Terstege, U. (1995), S. 91 ff.

nahmen notwendig macht. Auf der Basis des nun zu diskutierenden Grundmodells läßt sich diese Aussage leicht nachvollziehen, da von folgenden Prämissen ausgegangen wird. (I) Es existiert ein vollkommener, vollständiger, arbitragefreier internationaler [integrierter] Kapitalmarkt[27], auf dem Finanzierungstitel [mindestens Aktien, Anleihen und Optionen] beziehungsweise reale Vermögensgegenstände gehandelt werden, die einzeln oder in Kombination vollständig positiv mit der Wertentwicklung des der Realoption unterliegenden Bezugsguts korreliert sind.[28] (II) Gemäß der Überschrift des Kapitels 4.3, S. 126, werden exklusive, nicht verbundene, aufschiebbare Intraprojekt Optionen betrachtet, wobei die im Kapitel 4.2.2.1, S. 116 ff., unter diese Kategorie fallenden Realoptionen (Aufschuboption, Abbruchoption, Erweiterungsoption, Einschränkungsoption) entweder als Call Option C oder als Put Option P interpretierbar sind. Insofern lassen sich alle vorstehend genannten Realoptionen aus Vereinfachungsgründen unter diese beiden Termini subsumieren. (III) Während der Restlaufzeit der Call und/oder Put Option sind für das Bezugsgut [Bruttomarktwert der Direktinvestition aus der Sichtweise des Auslands in inländischer Währung $BMW_0^{i,f,n}$] weder Dividendenzahlungen [zusätzliche Projekteinzahlungen] noch Zahlungen für Bezugsrechte zu berücksichtigen. (IV) Für alle am vorstehenden Kapitalmarkt agierenden Entscheidungsträger besteht die Möglichkeit, zu einem bekannten, sich im Zeitablauf verändernden positiven bedingten einperiodigen Zinssatz $r_{t-1,t/\kappa}^{IKM,n} > 0$ liquide Mittel risikolos anzulegen oder aufzunehmen. (V) Betrachtet wird eine europäische Option. Diese besitzt die Eigenschaft, daß sie nur zum Fälligkeitstermin ausgeübt werden kann. (VI) Der stochastische Prozeß des Bezugsguts der Call Option respektive Put Option $BMW^{i,f,n} = \{BMW_t^{i,f,n}; t = 0, \ldots, T\}$ folgt dem in den Abbildungen 4.8 und 4.9, S. 133 f., dargestellten zeitdiskreten, zustandsdiskreten, nicht-stationären allgemeinen Binomialprozeß, der am Ende der Periode $t = 0$ $(t = 1)$ $[t = 2]$ $\{t = T\}$ 2^0 (2^1) $[2^2]$ $\{2^T\}$ Werte annimmt. Bezüglich der in diesen Abbildungen enthaltenen bedingten Veränderungsraten des Bruttomarktwerts $1 + z_{t-1,t,j}$ mit $t = 1, \ldots, T$ und $j = 1, \ldots, J_t$ sind noch drei Sachverhalte zu beachten. Erstens müssen diese im Zeitablauf bekannt, mithin also deterministisch sein. Die einzige in dem vorliegenden Modell existierende Unsicherheit läßt sich darauf zurückführen, daß der Entscheidungsträger heute (Ende der Periode $t = 0$) nicht weiß, welche Zeit-Zustands-Kombinationen (t, j) in der Zukunft $(t = 1, \ldots, T,\ j = 1, \ldots, J_t)$ eintreten werden. Zweitens wird davon ausgegangen, daß die bedingten Renditen des Bruttomarktwerts $z_{t-1,t,j}$ über den gesamten Betrachtungszeitraum für ungerades (gerades) j positiv (negativ) sind. Dadurch kommt es, ausgehend von einer bestimmten Zeit-Zustands-Kombination (t, j) mit $t < T$, immer zu einer Vergrößerung (Verkleinerung) des Bruttomarktwerts in der Periode $t + 1$, falls das zu-

[27]Vgl. zu diesen Begriffen die Diskussion in den Anhängen A.1 und A.2, S. 271 f. und 273 ff.

[28]Mit anderen Worten ist sicherzustellen, daß der Korrelationskoeffizient zwischen der Entwicklung des Bruttomarktwerts der Direktinvestition aus der Sichtweise des Auslands in inländischer Währung und einem (Zwillings)Portfolio, welches einzelne oder alle auf dem vorstehend genannten Kapitalmarkt angebotene Finanzierungstitel und/oder realen Vermögensgegenstände enthält, den Wert eins annimmt.

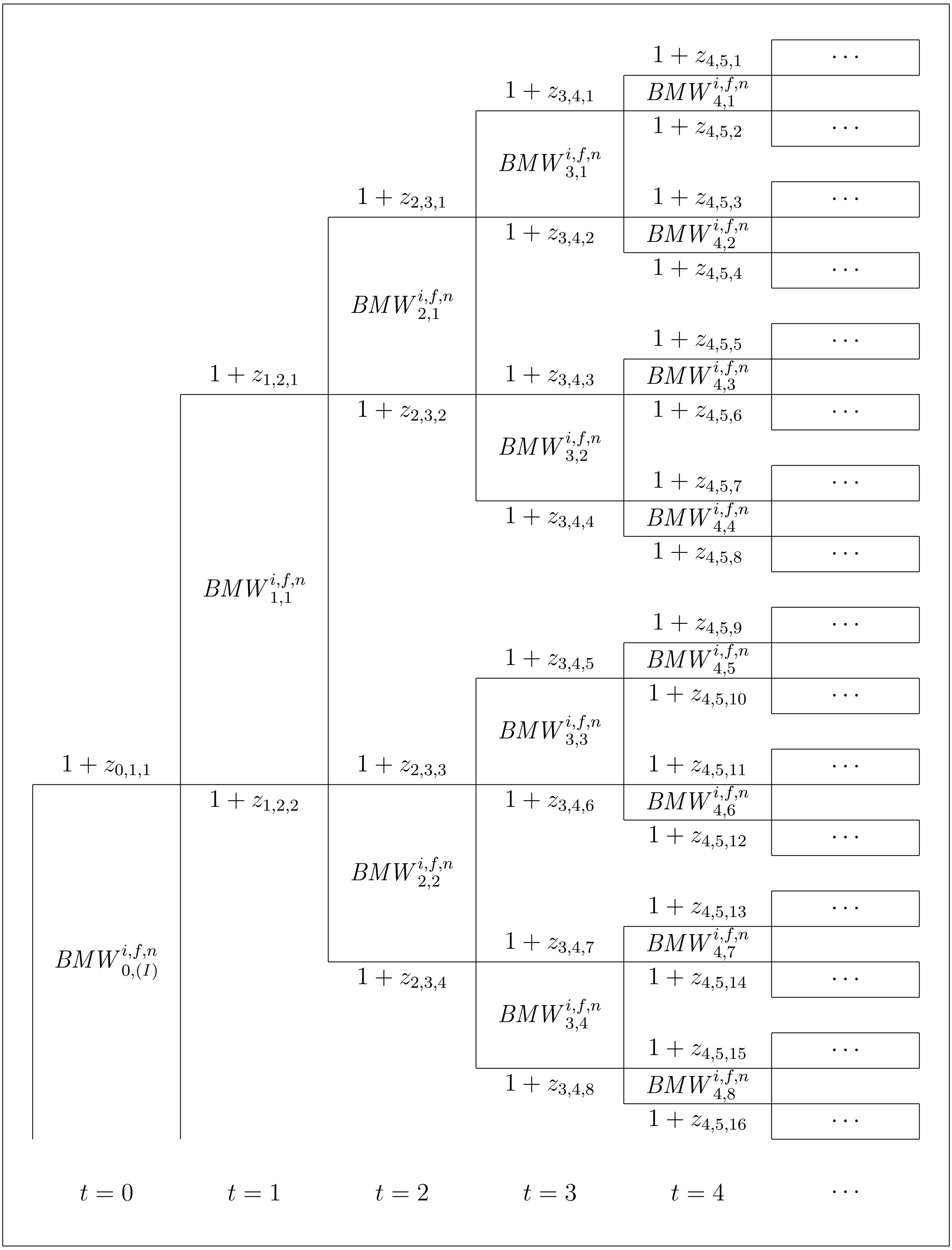

Abbildung 4.8: Entwicklung der zeit- und zustandsabhängigen Bruttomarktwerte einer nicht näher bezeichneten Direktinvestition aus der Sichtweise des Auslands in inländischer Währung (Grundmodell, Teil I)

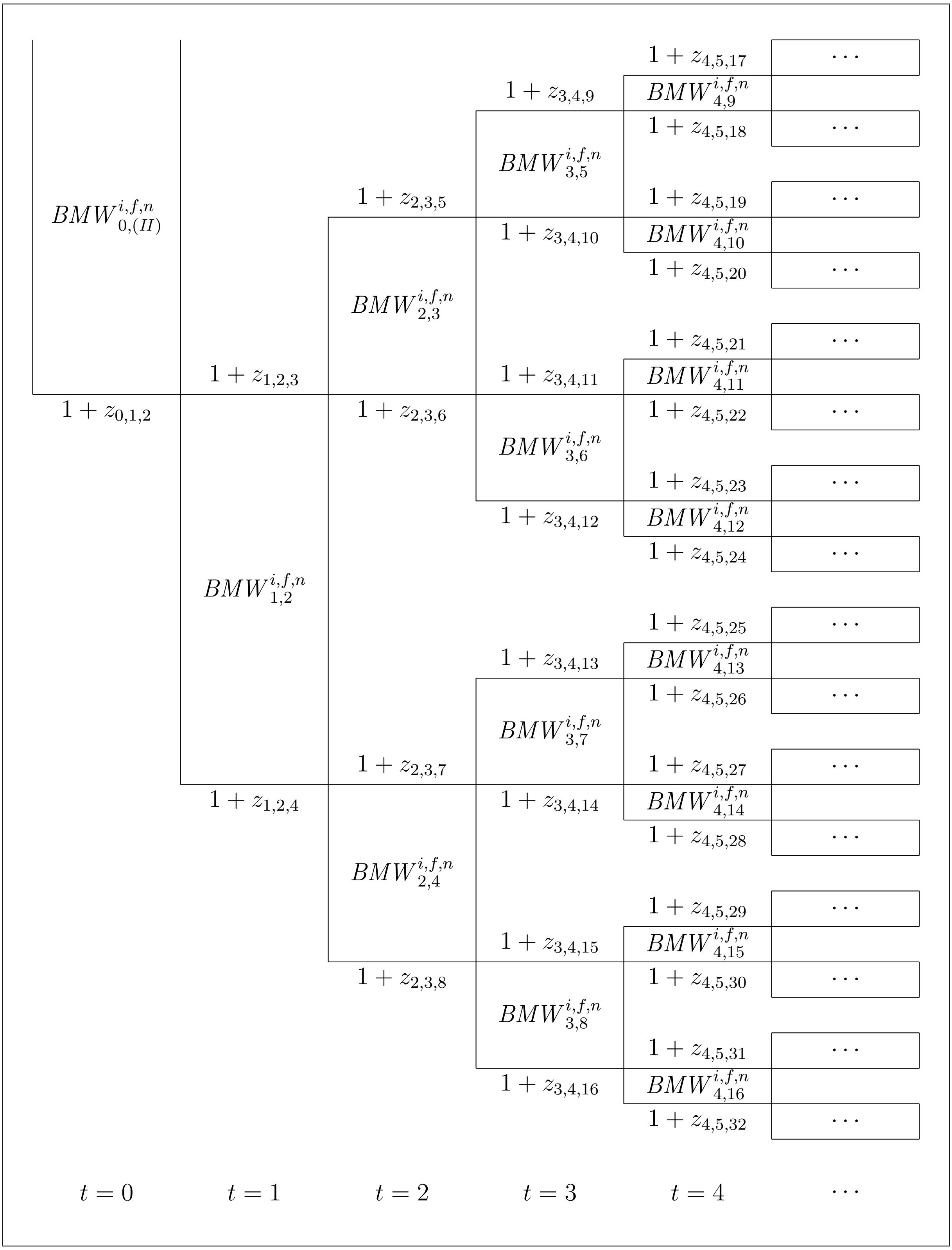

Abbildung 4.9: Entwicklung der zeit- und zustandsabhängigen Bruttomarktwerte einer nicht näher bezeichneten Direktinvestition aus der Sichtweise des Auslands in inländischer Währung (Grundmodell, Teil II)

gehörige j ungerade (gerade) ist. Drittens müssen die bedingten Veränderungsraten des Bruttomarktwerts $1 + z_{t-1,t,j}$ und die um den Wert eins erhöhten bedingten einperiodigen Zinssätze für sichere Kapitalanlagen respektive Kapitalaufnahmen $1 + r^{IKM,n}_{t-1,t/\kappa}$ in einem bestimmten Zusammenhang stehen, damit der betrachtete Kapitalmarkt arbitragefrei ist. Dieser läßt sich durch die nachstehende Formel illustrieren:

$$\begin{gathered}1 + z_{t-1,t,j} > 1 + r^{IKM,n}_{t-1,t/\kappa} > 1 + z_{t-1,t,j+1} \quad \text{für} \quad t = 1, \ldots, T, \\ j \in \mathbb{N}^{ungerade}_{t/+} \quad \left(\mathbb{N}^{ungerade}_{t/+} \cup \mathbb{N}^{gerade}_{t/+} = \mathbb{N}_{t/+} = \{1, \ldots, J_t\}\right) \quad \text{und} \\ \kappa = 1 \ (2) \ \cdots \ [2^{t-1}] \iff j = 1 \ (3) \ \cdots \ [2^t - 1].\end{gathered}$$

Demnach muß, ausgehend von einer beliebigen Zeit-Zustands-Kombination (t, j) mit $t < T$, die bedingte Rendite für eine Aufwärtsbewegung des Bruttomarktwerts in der Periode $t + 1$ größer als die bedingte einperiodige Rendite eines risikolosen Kapitalmarktgeschäfts und diese wiederum größer als die bedingte Rendite für eine Abwärtsbewegung des Bruttomarktwerts in der Periode $t + 1$ sein.

Nachdem die Annahmen des Grundmodells präsentiert worden sind, ist die Frage zu beantworten, wie sich die mit einer bestimmten Direktinvestition verbundene zusätzliche Wahl- und Handlungsmöglichkeit im Sinne einer als Call oder als Put Option zu interpretierenden Intraprojekt Option während ihrer Restlaufzeit ohne Rückgriff auf die subjektiven Zeit- und Risikopräferenzen des Entscheidungsträgers quantifizieren läßt. Bevor diese Frage vor dem Hintergrund eines Betrachtungszeitraums von $t = 0, \ldots, T$ mit $T > 2$ beantwortet wird, kann eine erheblich vereinfachte und die Allgemeingültigkeit nicht beschränkende Diskussion für $T = 2$ geführt werden. Hierzu stelle man sich vor, daß der Definitionsbereich des in den Abbildungen 4.8 und 4.9, S. 133 f., visualisierten zeitdiskreten, zustandsdiskreten, nicht-stationären allgemeinen Binomialprozesses lediglich die Perioden $t = 0$, $t = 1$ und $t = 2 = T$ umfaßt. Mit Hilfe einer kombinierten Anwendung der Analyse bedingter Zahlungsansprüche [englisch: Contingent Claims Analysis[29]] sowie der aus der (Stochastischen) Dynamischen Programmierung [englisch: (Stochastic) Dynamic Programming[30]] bekannten retrograden Bewertungstechnik gelingt eine von den subjektiven Zeit- und Risikopräferenzen des Entscheidungsträgers unabhängige Bewertung sowohl der Call Option als auch der Put Option. Wendet man sich zunächst der Analyse bedingter Zahlungsansprüche zu, läßt sich konstatieren, daß diese alternativ auf der Grundlage von Duplikations-, Hedge- oder Arbitrageportfolios durchgeführt werden kann, wobei im Rahmen der vorliegenden Arbeit lediglich der Duplikationsansatz betrachtet wird.[31] Mit

[29]Vgl. hierzu etwa Banz, R. W., Miller, M. H. (1978); Bjerksund, P., Ekern, S. (1995); Breeden, D. T., Litzenberger, R. H. (1978); Brennan, M. J. (1979); Kieschnick, R. L. (1990); Knudsen, T. S., Meister, B., Zervos, M. (1999); Mason, S. P., Merton, R. C. (1985); Stapleton, R. C., Subrahmanyam, M. G. (1984).

[30]Vgl. hierzu insbesondere Bellman, R. (1972); Dixit, A. K., Pindyck, R. S. (1994); Knudsen, T. S., Meister, B., Zervos, M. (1999); Samuelson, P. A. (1969); Winter, J. (1998).

[31]Vgl. zu den Begriffen des Duplikations-, Hedge- und Arbitrageportfolios die Ausführungen in Loistl, O. (1994), S. 187; Steiner, M., Bruns, C. (2002), S. 31, 325, 328 f.; Tomaszewski, C. (2000), S. 99 ff.

diesem ist folgende Überlegung verbunden: Wenn es gelingt, ein (Zwillings)Portfolio aus Finanzierungstiteln und/oder realen Vermögensgegenständen derart zusammenzustellen, daß dieses über die gesamte Restlaufzeit der Option deren mögliche Wertveränderungen exakt nachbildet (dupliziert), dann muß dieses Portfolio den gleichen Wert besitzen wie die Option. Ein solches Portfolio wird durch den Kauf (Verkauf) von Finanzierungstiteln und/oder realen Vermögensgegenständen des Typs, auf den die Call (Put) Option ausgestellt ist, und eine gleichzeitige Kreditaufnahme (Kapitalanlage) gebildet und ist damit selbstfinanzierend. Konzentriert man sich zunächst auf den Fall einer Call Option und beginnt mit seinen Überlegungen gemäß der retrograden Bewertungstechnik am Ende der Periode $t = 2 = T$ (vgl. hierzu die Abbildungen 4.10 und 4.11, S. 137 f.), läßt sich das vorstehende Problem in drei Schritten bewältigen. In einem ersten Schritt ist für die Zeit-Zustands-Kombinationen (1,1), (2,1) und (2,2) [vgl. das in der Abbildung 4.10, S. 137, mit kleinen Punkten versehene Rechteck] ein Gleichungssystem zu formulieren, welches aus den drei nachstehend präsentierten und voneinander linear unabhängigen Gleichungen mit den Variablen $C_{1,1}^{i,f,n}$, $Q_{BMW_{1,1}^{i,f,n}}$ und $M_{1/1}^{i,f,n}$ besteht:

$$C_{1,1}^{i,f,n} = Q_{BMW_{1,1}^{i,f,n}} \cdot BMW_{1,1}^{i,f,n} + M_{1/1}^{i,f,n} \quad \forall\, i, \tag{4.1}$$

$$\begin{aligned} C_{2,1}^{i,f,n} &= Q_{BMW_{1,1}^{i,f,n}} \cdot BMW_{2,1}^{i,f,n} + M_{2/1}^{i,f,n} \\ &= Q_{BMW_{1,1}^{i,f,n}} \cdot \left(1 + \frac{BMW_{2,1}^{i,f,n} - BMW_{1,1}^{i,f,n}}{BMW_{1,1}^{i,f,n}}\right) \cdot BMW_{1,1}^{i,f,n} + M_{1/1}^{i,f,n} \cdot \left(1 + r_{1,2/1}^{IKM,n}\right) \\ &= Q_{BMW_{1,1}^{i,f,n}} \cdot (1 + z_{1,2,1}) \cdot BMW_{1,1}^{i,f,n} + M_{1/1}^{i,f,n} \cdot \left(1 + r_{1,2/1}^{IKM,n}\right) \quad \forall\, i, \end{aligned} \tag{4.2}$$

$$\begin{aligned} C_{2,2}^{i,f,n} &= Q_{BMW_{1,1}^{i,f,n}} \cdot BMW_{2,2}^{i,f,n} + M_{2/1}^{i,f,n} \\ &= Q_{BMW_{1,1}^{i,f,n}} \cdot \left(1 + \frac{BMW_{2,2}^{i,f,n} - BMW_{1,1}^{i,f,n}}{BMW_{1,1}^{i,f,n}}\right) \cdot BMW_{1,1}^{i,f,n} + M_{1/1}^{i,f,n} \cdot \left(1 + r_{1,2/1}^{IKM,n}\right) \\ &= Q_{BMW_{1,1}^{i,f,n}} \cdot (1 + z_{1,2,2}) \cdot BMW_{1,1}^{i,f,n} + M_{1/1}^{i,f,n} \cdot \left(1 + r_{1,2/1}^{IKM,n}\right) \quad \forall\, i. \end{aligned} \tag{4.3}$$

Hierbei bezeichnen $C_{1,1}^{i,f,n}$ [$C_{2,1}^{i,f,n}$] {$C_{2,2}^{i,f,n}$} ($BMW_{1,1}^{i,f,n}$ [$BMW_{2,1}^{i,f,n}$] {$BMW_{2,2}^{i,f,n}$}) den mit der Direktinvestition i verbundenen Wert der Call Option (den Bruttomarktwert der Direktinvestition i) aus der Sichtweise des Auslands f in inländischer Währung n bei Eintritt der Zeit-Zustands-Kombination (1,1) [(2,1)] {(2,2)}, $Q_{BMW_{1,1}^{i,f,n}}$ den bei Eintritt der Zeit-Zustands-Kombination (1,1) zu kaufenden Anteil von $BMW_{1,1}^{i,f,n}$, $M_{1/1}^{i,f,n}$ [$M_{2/1}^{i,f,n}$] den bei Eintritt der Zeit-Zustands-Kombinationen (1,1) oder (1,2) [(2,1) oder (2,2)] aufzunehmenden risikolosen Kreditbetrag aus der Sichtweise des Auslands f in inländischer Währung n, $(1+r_{1,2/1}^{IKM,n}) = \chi_{1,2/1}^{IKM,n}$ den um den Wert eins erhöhten bedingten einperiodigen Zinssatz für sichere Kapitalaufnahmen bei Eintritt der Zeit-Zustands-Kombinationen (2,1) oder (2,2) aus der Perspektive von (1,1) sowie $z_{1,2,1}$ [$z_{1,2,2}$] die bedingte Rendite zwischen $BMW_{2,1}^{i,f,n}$

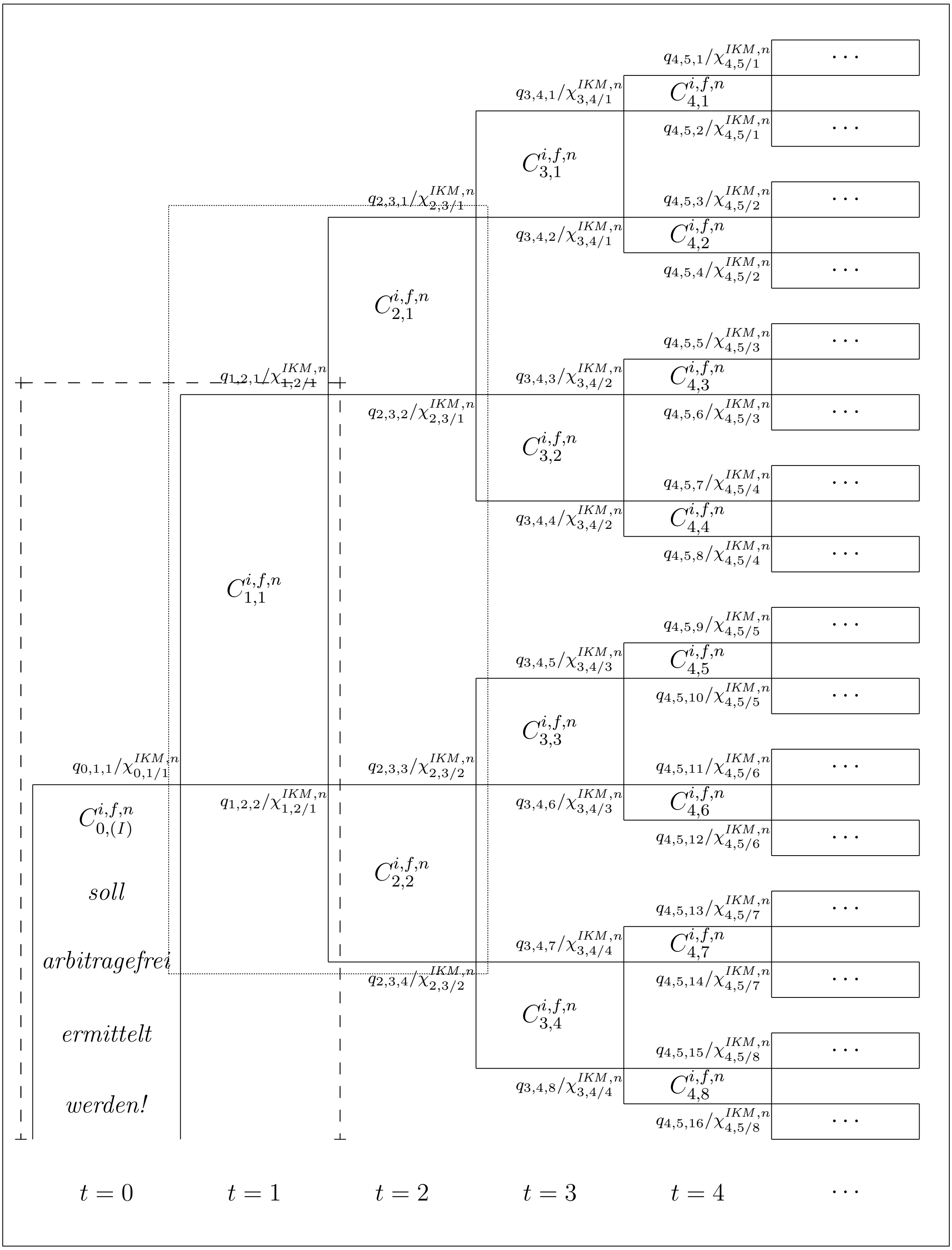

Abbildung 4.10: Entwicklung der zustandsabhängigen Werte einer europäischen Call Option, der um den Wert eins erhöhten bedingten einperiodigen Zinssätze für sichere Kapitalanlagen respektive Kapitalaufnahmen und der bedingten (Pseudo)Wahrscheinlichkeiten im Zeitablauf (Grundmodell, Teil I)

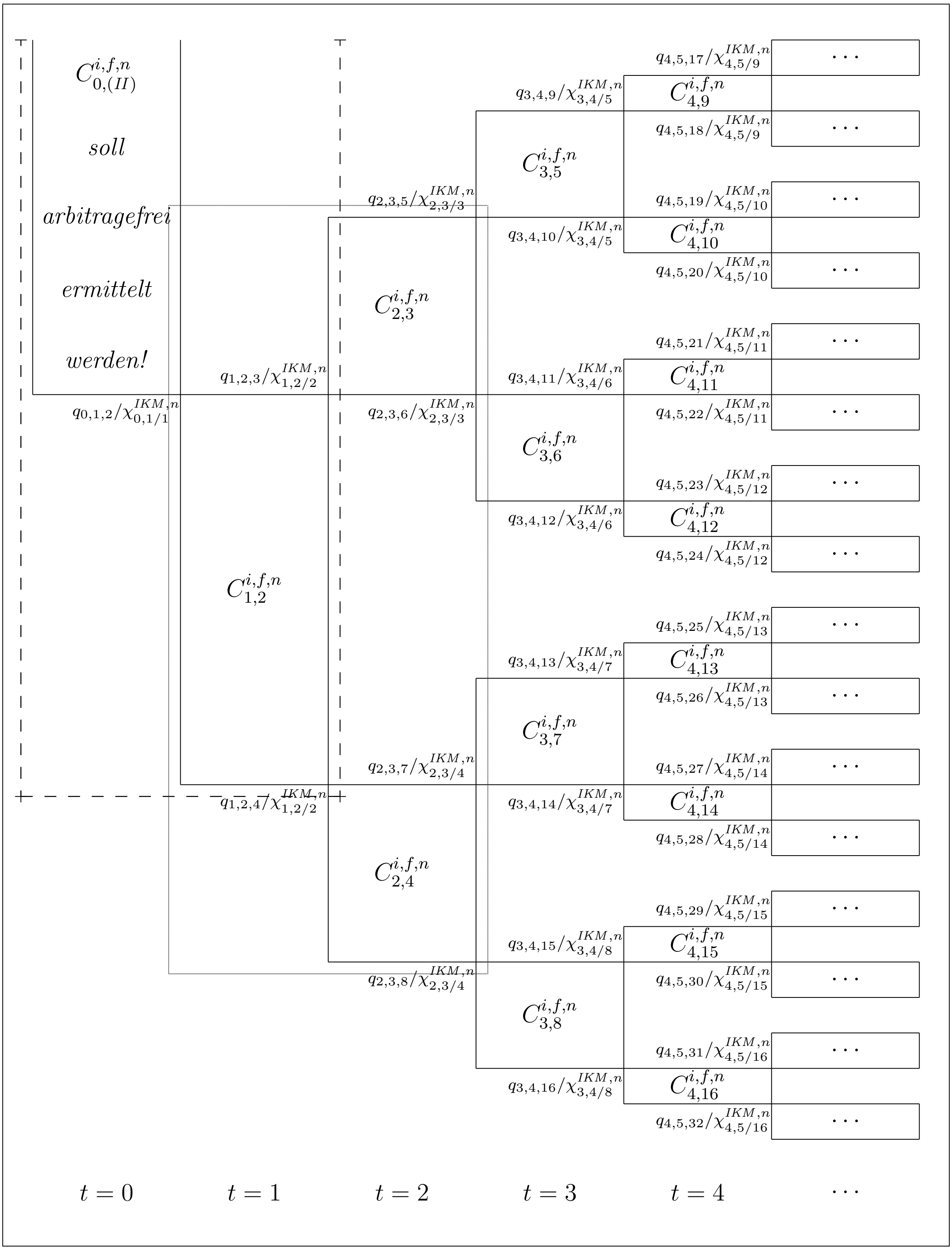

Abbildung 4.11: Entwicklung der zustandsabhängigen Werte einer europäischen Call Option, der um den Wert eins erhöhten bedingten einperiodigen Zinssätze für sichere Kapitalanlagen respektive Kapitalaufnahmen und der bedingten (Pseudo)Wahrscheinlichkeiten im Zeitablauf (Grundmodell, Teil II)

$[BMW_{2,2}^{i,f,n}]$ und $BMW_{1,1}^{i,f,n}$. Durch Umstellung der Formeln (4.2) und (4.3), S. 136, erhält man:

$$M_{1/1}^{i,f,n} = \frac{C_{2,1}^{i,f,n} - Q_{BMW_{1,1}^{i,f,n}} \cdot (1+z_{1,2,1}) \cdot BMW_{1,1}^{i,f,n}}{1+r_{1,2/1}^{IKM,n}} \quad \forall i \quad \text{und} \tag{4.4}$$

$$Q_{BMW_{1,1}^{i,f,n}} = \frac{C_{2,2}^{i,f,n} - M_{1/1}^{i,f,n} \cdot \left(1+r_{1,2/1}^{IKM,n}\right)}{(1+z_{1,2,2}) \cdot BMW_{1,1}^{i,f,n}} \quad \forall i. \tag{4.5}$$

Einsetzen von (4.4) in (4.5) liefert:

$$\begin{aligned} & Q_{BMW_{1,1}^{i,f,n}} \cdot (1+z_{1,2,2}) \cdot BMW_{1,1}^{i,f,n} = \\ & C_{2,2}^{i,f,n} - \left[\frac{C_{2,1}^{i,f,n} - Q_{BMW_{1,1}^{i,f,n}} \cdot (1+z_{1,2,1}) \cdot BMW_{1,1}^{i,f,n}}{1+r_{1,2/1}^{IKM,n}}\right] \cdot \left(1+r_{1,2/1}^{IKM,n}\right) \\ \Longleftrightarrow \quad & Q_{BMW_{1,1}^{i,f,n}} = \frac{C_{2,1}^{i,f,n} - C_{2,2}^{i,f,n}}{(z_{1,2,1}-z_{1,2,2}) \cdot BMW_{1,1}^{i,f,n}} \quad \forall i. \end{aligned} \tag{4.6}$$

Auf dieser Basis ergibt sich für (4.4) der nachstehende Ausdruck:

$$\begin{aligned} M_{1/1}^{i,f,n} \cdot \left(1+r_{1,2/1}^{IKM,n}\right) &= C_{2,1}^{i,f,n} - \left[\frac{C_{2,1}^{i,f,n} - C_{2,2}^{i,f,n}}{(z_{1,2,1}-z_{1,2,2}) \cdot BMW_{1,1}^{i,f,n}}\right] \cdot (1+z_{1,2,1}) \cdot BMW_{1,1}^{i,f,n} \\ \Longleftrightarrow \quad M_{1/1}^{i,f,n} &= \frac{(1+z_{1,2,1}) \cdot C_{2,2}^{i,f,n} - (1+z_{1,2,2}) \cdot C_{2,1}^{i,f,n}}{(z_{1,2,1}-z_{1,2,2}) \cdot \left(1+r_{1,2/1}^{IKM,n}\right)} \quad \forall i. \end{aligned} \tag{4.7}$$

Durch Einsetzen von (4.6) und (4.7) in (4.1), S. 136, erhält man:

$$\begin{aligned} C_{1,1}^{i,f,n} &= \frac{\left(C_{2,1}^{i,f,n} - C_{2,2}^{i,f,n}\right) \cdot BMW_{1,1}^{i,f,n}}{(z_{1,2,1}-z_{1,2,2}) \cdot BMW_{1,1}^{i,f,n}} + \frac{(1+z_{1,2,1}) \cdot C_{2,2}^{i,f,n} - (1+z_{1,2,2}) \cdot C_{2,1}^{i,f,n}}{(z_{1,2,1}-z_{1,2,2}) \cdot \left(1+r_{1,2/1}^{IKM,n}\right)} \\ &= \frac{\left(r_{1,2/1}^{IKM,n} - z_{1,2,2}\right) \cdot C_{2,1}^{i,f,n} + \left(z_{1,2,1} - r_{1,2/1}^{IKM,n}\right) \cdot C_{2,2}^{i,f,n}}{(z_{1,2,1}-z_{1,2,2}) \cdot \left(1+r_{1,2/1}^{IKM,n}\right)} \\ &= \frac{q_{1,2,1} \cdot C_{2,1}^{i,f,n} + q_{1,2,2} \cdot C_{2,2}^{i,f,n}}{1+r_{1,2/1}^{IKM,n}} \quad \forall i \quad \text{mit} \end{aligned} \tag{4.8}$$

$$q_{1,2,1} = \frac{r_{1,2/1}^{IKM,n} - z_{1,2,2}}{z_{1,2,1}-z_{1,2,2}}, \quad q_{1,2,2} = \frac{z_{1,2,1} - r_{1,2/1}^{IKM,n}}{z_{1,2,1}-z_{1,2,2}} = 1 - q_{1,2,1},$$

$$C_{2,1}^{i,f,n} = \max\left\{BMW_{2,1}^{i,f,n} - a_{2/1}^{i,f,n}, 0\right\},$$

$$C_{2,2}^{i,f,n} = \max\left\{BMW_{2,2}^{i,f,n} - a_{2/1}^{i,f,n}, 0\right\}.$$

An dieser Stelle soll darauf hingewiesen werden, daß am Ende des Betrachtungszeitraums die Bruttomarktwerte [Anschaffungsauszahlung] der Direktinvestition aus der Sichtweise des Auslands in inländischer Währung der Zeit-Zustands-Kombinationen (2,1) und (2,2), nämlich $BMW_{2,1}^{i,f,n} = (1+z_{1,2,1}) \cdot BMW_{1,1}^{i,f,n}$ und $BMW_{2,2}^{i,f,n} = (1+z_{1,2,2}) \cdot BMW_{1,1}^{i,f,n}$ $[-a_{2/1}^{i,f,n} = -a_{1/1}^{i,f,n} \cdot (1+r_{1,2/1}^{IKM,n})]$, und insofern auch $C_{2,1}^{i,f,n}$ sowie $C_{2,2}^{i,f,n}$ problemlos kalkulierbar sind. Das ist deshalb der Fall, da $z_{1,2,1}$, $z_{1,2,2}$ und $BMW_{1,1}^{i,f,n}$ aufgrund des verwendeten stochastischen Prozesses sowie $r_{1,2/1}^{IKM,n}$ und $a_{1/1}^{i,f,n}$ aufgrund der auf dem vollkommenen, vollständigen, arbitragefreien internationalen Kapitalmarkt verfügbaren Informationen deterministische Größen repräsentieren.

Analog zu der bisherigen Vorgehensweise ist in einem zweiten Schritt für die Zeit-Zustands-Kombinationen (1,2), (2,3) und (2,4) [vgl. das in der Abbildung 4.11, S. 138, mit durchgezogenen Linien versehene Rechteck] ein Gleichungssystem zu formulieren, welches sich aus den drei nachstehenden und voneinander linear unabhängigen Gleichungen mit den Variablen $C_{1,2}^{i,f,n}$, $Q_{BMW_{1,2}^{i,f,n}}$ und $M_{1/1}^{i,f,n}$ zusammensetzt:

$$C_{1,2}^{i,f,n} = Q_{BMW_{1,2}^{i,f,n}} \cdot BMW_{1,2}^{i,f,n} + M_{1/1}^{i,f,n} \quad \forall i, \tag{4.9}$$

$$\begin{aligned} C_{2,3}^{i,f,n} &= Q_{BMW_{1,2}^{i,f,n}} \cdot BMW_{2,3}^{i,f,n} + M_{2/2}^{i,f,n} \\ &= Q_{BMW_{1,2}^{i,f,n}} \cdot \left(1 + \frac{BMW_{2,3}^{i,f,n} - BMW_{1,2}^{i,f,n}}{BMW_{1,2}^{i,f,n}}\right) \cdot BMW_{1,2}^{i,f,n} + M_{1/1}^{i,f,n} \cdot \left(1 + r_{1,2/2}^{IKM,n}\right) \\ &= Q_{BMW_{1,2}^{i,f,n}} \cdot (1 + z_{1,2,3}) \cdot BMW_{1,2}^{i,f,n} + M_{1/1}^{i,f,n} \cdot \left(1 + r_{1,2/2}^{IKM,n}\right) \quad \forall i, \end{aligned} \tag{4.10}$$

$$\begin{aligned} C_{2,4}^{i,f,n} &= Q_{BMW_{1,2}^{i,f,n}} \cdot BMW_{2,4}^{i,f,n} + M_{2/2}^{i,f,n} \\ &= Q_{BMW_{1,2}^{i,f,n}} \cdot \left(1 + \frac{BMW_{2,4}^{i,f,n} - BMW_{1,2}^{i,f,n}}{BMW_{1,2}^{i,f,n}}\right) \cdot BMW_{1,2}^{i,f,n} + M_{1/1}^{i,f,n} \cdot \left(1 + r_{1,2/2}^{IKM,n}\right) \\ &= Q_{BMW_{1,2}^{i,f,n}} \cdot (1 + z_{1,2,4}) \cdot BMW_{1,2}^{i,f,n} + M_{1/1}^{i,f,n} \cdot \left(1 + r_{1,2/2}^{IKM,n}\right) \quad \forall i, \end{aligned} \tag{4.11}$$

wobei $C_{1,2}^{i,f,n}$ $[C_{2,3}^{i,f,n}]$ $\{C_{2,4}^{i,f,n}\}$ $(BMW_{1,2}^{i,f,n}$ $[BMW_{2,3}^{i,f,n}]$ $\{BMW_{2,4}^{i,f,n}\})$ den mit der Direktinvestition i verbundenen Wert der Call Option (den Bruttomarktwert der Direktinvestition i) aus der Sichtweise des Auslands f in inländischer Währung n bei Eintritt der Zeit-Zustands-Kombination (1,2) [(2,3)] {(2,4)}, $Q_{BMW_{1,2}^{i,f,n}}$ den bei Eintritt der Zeit-Zustands-Kombination (1,2) zu kaufenden Anteil von $BMW_{1,2}^{i,f,n}$, $M_{1/1}^{i,f,n}$ $[M_{2/2}^{i,f,n}]$ den bei Eintritt der Zeit-Zustands-Kombinationen (1,1) oder (1,2) [(2,3) oder (2,4)] aufzunehmenden risikolosen Kreditbetrag aus der Sichtweise des Auslands f in inländischer Währung n, $(1+r_{1,2/2}^{IKM,n}) = \chi_{1,2/2}^{IKM,n}$ den um den Wert eins erhöhten bedingten einperiodigen Zinssatz für sichere Kapitalaufnahmen bei Eintritt der Zeit-Zustands-Kombinationen (2,3) oder (2,4) aus der Perspektive von (1,2) sowie $z_{1,2,3}$ $[z_{1,2,4}]$ die bedingte Rendite zwischen $BMW_{2,3}^{i,f,n}$ $[BMW_{2,4}^{i,f,n}]$ und $BMW_{1,2}^{i,f,n}$ bezeichnen. Leitet man nach dem zuvor beschriebenen Muster aus (4.10) sowie (4.11), S. 140, die Bestimmungsgleichungen der beiden Variablen $Q_{BMW_{1,2}^{i,f,n}}$ sowie $M_{1/1}^{i,f,n}$ ab und setzt diese in (4.9), S. 140, ein, ergibt sich das nachstehende Resultat:

$$
\begin{aligned}
C_{1,2}^{i,f,n} &= \frac{\left(C_{2,3}^{i,f,n} - C_{2,4}^{i,f,n}\right) \cdot BMW_{1,2}^{i,f,n}}{(z_{1,2,3} - z_{1,2,4}) \cdot BMW_{1,2}^{i,f,n}} + \frac{(1 + z_{1,2,3}) \cdot C_{2,4}^{i,f,n} - (1 + z_{1,2,4}) \cdot C_{2,3}^{i,f,n}}{(z_{1,2,3} - z_{1,2,4}) \cdot \left(1 + r_{1,2/2}^{IKM,n}\right)} \\
&= \frac{\left(r_{1,2/2}^{IKM,n} - z_{1,2,4}\right) \cdot C_{2,3}^{i,f,n} + \left(z_{1,2,3} - r_{1,2/2}^{IKM,n}\right) \cdot C_{2,4}^{i,f,n}}{(z_{1,2,3} - z_{1,2,4}) \cdot \left(1 + r_{1,2/2}^{IKM,n}\right)} \\
&= \frac{q_{1,2,3} \cdot C_{2,3}^{i,f,n} + q_{1,2,4} \cdot C_{2,4}^{i,f,n}}{1 + r_{1,2/2}^{IKM,n}} \quad \forall\, i \quad \text{mit} \qquad (4.12)
\end{aligned}
$$

$$
q_{1,2,3} = \frac{r_{1,2/2}^{IKM,n} - z_{1,2,4}}{z_{1,2,3} - z_{1,2,4}}, \quad q_{1,2,4} = \frac{z_{1,2,3} - r_{1,2/2}^{IKM,n}}{z_{1,2,3} - z_{1,2,4}} = 1 - q_{1,2,3},
$$

$$
C_{2,3}^{i,f,n} = \max\left\{BMW_{2,3}^{i,f,n} - a_{2/2}^{i,f,n}, 0\right\},
$$

$$
C_{2,4}^{i,f,n} = \max\left\{BMW_{2,4}^{i,f,n} - a_{2/2}^{i,f,n}, 0\right\}.
$$

In völliger Übereinstimmung mit der Argumentation zu der Formel (4.8), S. 139, können am Ende des Betrachtungszeitraums auch $BMW_{2,3}^{i,f,n} = (1+z_{1,2,3}) \cdot BMW_{1,2}^{i,f,n}$, $BMW_{2,4}^{i,f,n} = (1 + z_{1,2,4}) \cdot BMW_{1,2}^{i,f,n}$ sowie $-a_{2/2}^{i,f,n} = -a_{1/1}^{i,f,n} \cdot (1 + r_{1,2/2}^{IKM,n})$ und insofern auch $C_{2,3}^{i,f,n}$ und $C_{2,4}^{i,f,n}$ problemlos berechnet werden.

Nachdem $C_{1,j}^{i,f,n}$ ($C_{2,j}^{i,f,n}$) mit $j = 1, 2$ ($j = 1, \ldots, 4$) determiniert sind, läßt sich in einem letzten Schritt der Entscheidungswert $C_0^{i,f,n}$ kalkulieren [vgl. das in den Abbildungen 4.10 und 4.11, S. 137 f., mit kleinen Strichen versehene Rechteck]. Hierzu wird ein Gleichungssystem benötigt, welches aus den drei nachstehend formulierten und voneinander linear unabhängigen Gleichungen mit den Variablen $C_0^{i,f,n}$, $Q_{BMW_0^{i,f,n}}$ und $M_0^{i,f,n}$ besteht:

$$
C_0^{i,f,n} = Q_{BMW_0^{i,f,n}} \cdot BMW_0^{i,f,n} + M_0^{i,f,n} \quad \forall\, i, \qquad (4.13)
$$

$$
\begin{aligned}
C_{1,1}^{i,f,n} &= Q_{BMW_0^{i,f,n}} \cdot BMW_{1,1}^{i,f,n} + M_{1/1}^{i,f,n} \\
&= Q_{BMW_0^{i,f,n}} \cdot \left(1 + \frac{BMW_{1,1}^{i,f,n} - BMW_0^{i,f,n}}{BMW_0^{i,f,n}}\right) \cdot BMW_0^{i,f,n} + M_0^{i,f,n} \cdot \left(1 + r_{0,1/1}^{IKM,n}\right) \\
&= Q_{BMW_0^{i,f,n}} \cdot (1 + z_{0,1,1}) \cdot BMW_0^{i,f,n} + M_0^{i,f,n} \cdot \left(1 + r_{0,1/1}^{IKM,n}\right) \quad \forall\, i, \qquad (4.14)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
C_{1,2}^{i,f,n} &= Q_{BMW_0^{i,f,n}} \cdot BMW_{1,2}^{i,f,n} + M_{1/1}^{i,f,n} \\
&= Q_{BMW_0^{i,f,n}} \cdot \left(1 + \frac{BMW_{1,2}^{i,f,n} - BMW_0^{i,f,n}}{BMW_0^{i,f,n}}\right) \cdot BMW_0^{i,f,n} + M_0^{i,f,n} \cdot \left(1 + r_{0,1/1}^{IKM,n}\right) \\
&= Q_{BMW_0^{i,f,n}} \cdot (1 + z_{0,1,2}) \cdot BMW_0^{i,f,n} + M_0^{i,f,n} \cdot \left(1 + r_{0,1/1}^{IKM,n}\right) \quad \forall\, i. \qquad (4.15)
\end{aligned}
$$

Durch die Ableitung der Bestimmungsgleichungen der beiden Variablen $Q_{BMW_0^{i,f,n}}$ sowie $M_0^{i,f,n}$ aus (4.14) sowie (4.15), S. 141, nach dem weiter oben beschriebenen Muster und deren anschließendem Einsetzen in (4.13), S. 141, erhält man das folgende Ergebnis:

$$
\begin{aligned}
C_0^{i,f,n} &= \frac{\left(C_{1,1}^{i,f,n} - C_{1,2}^{i,f,n}\right) \cdot BMW_0^{i,f,n}}{(z_{0,1,1} - z_{0,1,2}) \cdot BMW_0^{i,f,n}} + \frac{(1+z_{0,1,1}) \cdot C_{1,2}^{i,f,n} - (1+z_{0,1,2}) \cdot C_{1,1}^{i,f,n}}{(z_{0,1,1} - z_{0,1,2}) \cdot \left(1 + r_{0,1/1}^{IKM,n}\right)} \\
&= \frac{\left(r_{0,1/1}^{IKM,n} - z_{0,1,2}\right) \cdot C_{1,1}^{i,f,n} + \left(z_{0,1,1} - r_{0,1/1}^{IKM,n}\right) \cdot C_{1,2}^{i,f,n}}{(z_{0,1,1} - z_{0,1,2}) \cdot \left(1 + r_{0,1/1}^{IKM,n}\right)} \\
&= \frac{q_{0,1,1} \cdot C_{1,1}^{i,f,n} + q_{0,1,2} \cdot C_{1,2}^{i,f,n}}{1 + r_{0,1/1}^{IKM,n}} \quad \forall i \quad \text{mit} \qquad (4.16) \\
& \quad q_{0,1,1} = \frac{r_{0,1/1}^{IKM,n} - z_{0,1,2}}{z_{0,1,1} - z_{0,1,2}}, \quad q_{0,1,2} = \frac{z_{0,1,1} - r_{0,1/1}^{IKM,n}}{z_{0,1,1} - z_{0,1,2}} = 1 - q_{0,1,1}, \\
& \quad C_{1,1}^{i,f,n} \text{ aus Formel (4.8), S. 139,} \\
& \quad C_{1,2}^{i,f,n} \text{ aus Formel (4.12), S. 141.}
\end{aligned}
$$

In diesem Zusammenhang läßt sich konstatieren, daß $q_{0,1,1}$ [$q_{1,2,1}$] {$q_{1,2,3}$} und $q_{0,1,2}$ [$q_{1,2,2}$] {$q_{1,2,4}$} jene bedingten (Pseudo)Wahrscheinlichkeiten bezeichnen, mit denen die in den Zeit-Zustands-Kombinationen (1,1) [(2,1)] {(2,3)} und (1,2) [(2,2)] {(2,4)} anfallenden Zahlungen $C_{1,1}^{i,f,n}$ [$C_{2,1}^{i,f,n}$] {$C_{2,3}^{i,f,n}$} und $C_{1,2}^{i,f,n}$ [$C_{2,2}^{i,f,n}$] {$C_{2,4}^{i,f,n}$} gewichtet werden müssen, um nach deren Diskontierung mit dem für diese Zeit-Zustands-Kombinationen geltenden und um den Wert eins erhöhten bedingten einperiodigen Zinssatz für sichere Kapitalaufnahmen $(1+r_{0,1/1}^{IKM,n})$ [$(1+r_{1,2/1}^{IKM,n})$] {$(1+r_{1,2/2}^{IKM,n})$} sowie anschließender Summation $C_0^{i,f,n}$ [$C_{1,1}^{i,f,n}$] {$C_{1,2}^{i,f,n}$} zu berechnen. Da in dieser Formel bei oberflächlicher Betrachtung zunächst der Erwartungswert der zeit- und zustandsabhängigen Zahlungen $C_{1,1}^{i,f,n}$ [$C_{2,1}^{i,f,n}$] {$C_{2,3}^{i,f,n}$} und $C_{1,2}^{i,f,n}$ [$C_{2,2}^{i,f,n}$] {$C_{2,4}^{i,f,n}$}, nämlich $q_{0,1,1} \cdot C_{1,1}^{i,f,n} + q_{0,1,2} \cdot C_{1,2}^{i,f,n}$ [$q_{1,2,1} \cdot C_{2,1}^{i,f,n} + q_{1,2,2} \cdot C_{2,2}^{i,f,n}$] {$q_{1,2,3} \cdot C_{2,3}^{i,f,n} + q_{1,2,4} \cdot C_{2,4}^{i,f,n}$}, berechnet und dieser anschließend mit dem um den Wert eins erhöhten bedingten einperiodigen Zinssatz für sichere Kapitalaufnahmen $r_{0,1/1}^{IKM,n}$ [$r_{1,2/1}^{IKM,n}$] {$r_{1,2/2}^{IKM,n}$} diskontiert wird, spricht man von einer risikoneutralisierten Bewertungstechnik. Diese Aussage sollte den Leser jedoch nicht zu der Schlußfolgerung verleiten, ein diese Bewertungssystematik anwendender Entscheidungsträger sei risikoneutral. Tatsächlich werden nämlich, wie die bisherigen Ausführungen verdeutlicht haben, weder dessen Zeit- noch dessen Risikopräferenzen benötigt. Insofern läßt sich die risikoneutralisierte Bewertungstechnik, ebenso wie die im Kapitel 3.5, S. 65 ff., sowie die im Anhang A, S. 271 ff., auf der Grundlage der Preise reiner Wertpapiere (Arrow/Debreu-Preise) präsentierte Bewertungssystematik, als präferenzfrei bezeichnen. Welcher Zusammenhang grundsätzlich zwischen den bedingten (Pseudo)Wahrscheinlichkeiten $q_{t-1,t,j}$ sowie den (bedingten) einperiodigen Preisen $\pi_{t-1,t,j}^{IKM,n}$ und damit auch den Übergangswahrscheinlichkeiten $p_{t-1,t,j}$ für

$t = 1, \ldots, T$ und $j = 1, \ldots, J_t$ gelten muß, damit der Entscheidungswert unabhängig von der gewählten, allerdings auf dem Prinzip der Arbitragefreiheit beruhenden Rechentechnik ist, verdeutlicht die nachstehende Formel:[32]

$$
\begin{aligned}
q_{t-1,t,j} &= \pi^{IKM,n}_{t-1,t,j} \cdot \left(1 + r^{IKM,n}_{t-1,t/\kappa}\right), \\
&= \frac{p_{t-1,t,j} \cdot \left(1 + r^{IKM,n}_{t-1,t/\kappa}\right)}{1 + r^{IKM,n}_{t-1,t,j}}, \quad t = 1, \ldots, T, \quad j = 1, \ldots, J_t \quad \text{und} \\
&\quad\ \kappa = 1\ (2)\ \cdots\ [2^{t-1}] \iff j = 1, 2\ (3, 4)\ \cdots\ [2^t - 1, 2^t], \\
q_{t-1,t,j} + q_{t-1,t,j+1} &= \left(\pi^{IKM,n}_{t-1,t,j} + \pi^{IKM,n}_{t-1,t,j+1}\right) \cdot \left(1 + r^{IKM,n}_{t-1,t/\kappa}\right), \qquad (4.17) \\
&= \left(\frac{p_{t-1,t,j}}{1 + r^{IKM,n}_{t-1,t,j}} + \frac{p_{t-1,t,j+1}}{1 + r^{IKM,n}_{t-1,t,j+1}}\right) \cdot \left(1 + r^{IKM,n}_{t-1,t/\kappa}\right), \\
&= 1, \quad t = 1, \ldots, T, \\
&\quad\ j \in \mathbb{N}^{ungerade}_{t/+} \quad \left(\mathbb{N}^{ungerade}_{t/+} \cup \mathbb{N}^{gerade}_{t/+} = \mathbb{N}_{t/+} = \{1, \ldots, J_t\}\right) \quad \text{und} \\
&\quad\ \kappa = 1\ (2)\ \cdots\ [2^{t-1}] \iff j = 1\ (3)\ \cdots\ [2^t - 1].
\end{aligned}
$$

Auf dieser Basis läßt sich $C^{i,f,n}_0$ auch wie folgt kalkulieren:

$$
\begin{aligned}
C^{i,f,n}_0 &= \pi^{IKM,n}_{0,1,1} \cdot C^{i,f,n}_{1,1} + \pi^{IKM,n}_{0,1,2} \cdot C^{i,f,n}_{1,2} \qquad (4.18) \\
&= \pi^{IKM,n}_{0,1,1} \cdot \left(\pi^{IKM,n}_{1,2,1} \cdot C^{i,f,n}_{2,1} + \pi^{IKM,n}_{1,2,2} \cdot C^{i,f,n}_{2,2}\right) + \\
&\quad\ \pi^{IKM,n}_{0,1,2} \cdot \left(\pi^{IKM,n}_{1,2,3} \cdot C^{i,f,n}_{2,3} + \pi^{IKM,n}_{1,2,4} \cdot C^{i,f,n}_{2,4}\right) \quad \forall\, i,
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
C^{i,f,n}_0 &= \frac{p_{0,1,1} \cdot C^{i,f,n}_{1,1}}{1 + r^{IKM,n}_{0,1,1}} + \frac{p_{0,1,2} \cdot C^{i,f,n}_{1,2}}{1 + r^{IKM,n}_{0,1,2}} \qquad (4.19) \\
&= \frac{p_{0,1,1} \cdot \left(p_{1,2,1} \cdot C^{i,f,n}_{2,1}\right)}{\left(1 + r^{IKM,n}_{0,1,1}\right) \cdot \left(1 + r^{IKM,n}_{1,2,1}\right)} + \frac{p_{0,1,1} \cdot \left(p_{1,2,2} \cdot C^{i,f,n}_{2,2}\right)}{\left(1 + r^{IKM,n}_{0,1,1}\right) \cdot \left(1 + r^{IKM,n}_{1,2,2}\right)} + \\
&\quad\ \frac{p_{0,1,2} \cdot \left(p_{1,2,3} \cdot C^{i,f,n}_{2,3}\right)}{\left(1 + r^{IKM,n}_{0,1,2}\right) \cdot \left(1 + r^{IKM,n}_{1,2,3}\right)} + \frac{p_{0,1,2} \cdot \left(p_{1,2,4} \cdot C^{i,f,n}_{2,4}\right)}{\left(1 + r^{IKM,n}_{0,1,2}\right) \cdot \left(1 + r^{IKM,n}_{1,2,4}\right)} \quad \forall\, i,
\end{aligned}
$$

$\pi^{IKM,n}_{t-1,t,j}$ und $p_{t-1,t,j}$ gemäß Formel (4.17),

$C^{i,f,n}_{2,1}$ und $C^{i,f,n}_{2,2}$ aus Formel (4.8), S. 139,

$C^{i,f,n}_{2,3}$ und $C^{i,f,n}_{2,4}$ aus Formel (4.12), S. 141.

---

[32] Vgl. zur Beziehung zwischen den Preisen reiner Wertpapiere $\pi^{IKM,n}_{0,t,j}$ – und damit auch den einperiodigen (bedingten) Preisen $\pi^{IKM,n}_{t-1,t,j}$ – sowie den (Zustands)Wahrscheinlichkeiten $p_{0,t,j}$ – und damit auch den Übergangswahrscheinlichkeiten $p_{t-1,t,j}$ – für $t = 1, \ldots, T$ und $j = 1, \ldots, J_t$ insbesondere die Ausführungen in den Kapiteln 3.5.1 und 3.5.2, Formeln (3.14), (3.15) und (3.25), S. 79 und 97.

Wendet man erstens das für den Zwei-Perioden-Fall illustrierte retrograde Bewertungskonzept auf den T-Perioden-Fall an, berücksichtigt zweitens den in (4.17), S. 143, dargestellten Sachverhalt und gibt drittens die bisher in diesem Kapitel verwendete Notation bedingter Größen zugunsten der aus dem Kapitel 3.5, S. 65 ff., bekannten Schreibweise unbedingter Größen auf, lassen sich die nachstehenden allgemeinen Formeln zur Bewertung europäischer Call Optionen ableiten:

$$\begin{aligned} C_0^{i,f,n} &= \sum_{j=1}^{J_T} q_{0,T,j} \cdot C_{T,j}^{i,f,n} \cdot \left(1 + r_{0,T/\kappa}^{IKM,n}\right)^{-T} \\ &= \sum_{j=1}^{J_T} q_{0,T,j} \cdot \max\{BMW_{T,j}^{i,f,n} - a_{T/\kappa}^{i,f,n}, 0\} \cdot \left(1 + r_{0,T/\kappa}^{IKM,n}\right)^{-T} \quad \forall\, i, \qquad (4.20) \\ C_0^{i,f,n} &= \sum_{j=1}^{J_T} \pi_{0,T,j}^{IKM,n} \cdot C_{T,j}^{i,f,n} \\ &= \sum_{j=1}^{J_T} \pi_{0,T,j}^{IKM,n} \cdot \max\{BMW_{T,j}^{i,f,n} - a_{T/\kappa}^{i,f,n}, 0\} \quad \forall\, i, \qquad (4.21) \\ C_0^{i,f,n} &= \sum_{j=1}^{J_T} p_{0,T,j} \cdot C_{T,j}^{i,f,n} \cdot \left(1 + r_{0,T,j}^{IKM,n}\right)^{-T} \\ &= \sum_{j=1}^{J_T} p_{0,T,j} \cdot \max\{BMW_{T,j}^{i,f,n} - a_{T/\kappa}^{i,f,n}, 0\} \cdot \left(1 + r_{0,T,j}^{IKM,n}\right)^{-T} \quad \forall\, i, \qquad (4.22) \\ & \kappa = 1\ (2)\ \cdots\ [2^{T-1}] \iff j = 1, 2\ (3, 4)\ \cdots\ [2^T - 1, 2^T]. \end{aligned}$$

Diese sind alternativ einsetzbar, müssen also bei korrekter Anwendung einen identischen Entscheidungswert liefern. Da auf der Grundlage von (4.21) und (4.22) allerdings der Zusammenhang zwischen der in diesem Kapitel praktizierten zeitdiskreten, zustandsdiskreten Betrachtung und der im Kapitel 4.3.4, S. 154 ff., relevanten zeitstetigen, zustandsstetigen Sichtweise erheblich schwieriger aufzuzeigen ist als auf der Basis von (4.20), werden sich die nachstehenden Ausführungen auf die Formel (4.20) und die damit implizit verbundene risikoneutralisierte Bewertungstechnik konzentrieren.

Abschließend soll noch darauf hingewiesen werden, daß die Ableitung einer allgemeinen Formel zur Bewertung europäischer Put Optionen auf die gleiche Art und Weise erfolgt, wie das bei Call Optionen der Fall war. Es sind lediglich zwei Modifikationen vorzunehmen. (I) Das den Begriff der Call Option repräsentierende Symbol C muß durch das den Begriff der Put Option bezeichnende Symbol P ersetzt werden. (II) Alle in den Maximumfunktionen enthaltenen Differenzen sind mit (-1) zu multiplizieren oder, äquivalent hierzu, alle Maximumfunktionen sind durch $-$Minimumfunktionen zu ersetzen. Entscheidet man sich für ersteres, läßt sich die nachstehende allgemeine Formel zur Bewertung europäischer Put Optionen ableiten [vgl. hierzu die Formel (4.20), S. 144]:

$$
\begin{aligned}
P_0^{i,f,n} &= \sum_{j=1}^{J_T} q_{0,T,j} \cdot P_{T,j}^{i,f,n} \cdot \left(1 + r_{0,T/\kappa}^{IKM,n}\right)^{-T} \\
&= \sum_{j=1}^{J_T} q_{0,T,j} \cdot \max\left\{a_{T/\kappa}^{i,f,n} - BMW_{T,j}^{i,f,n}, 0\right\} \cdot \left(1 + r_{0,T/\kappa}^{IKM,n}\right)^{-T} \quad \forall\, i, \qquad (4.23) \\
&\quad \kappa = 1\ (2)\ \cdots\ [2^{T-1}] \iff j = 1, 2\ (3, 4)\ \cdots\ [2^T - 1, 2^T].
\end{aligned}
$$

4.3.3.2 Modifiziertes Cox/Ross/Rubinstein-Modell als Spezialfall des Grundmodells

Modifiziert man die Annahmen (IV) und (VI) des im Kapitel 4.3.3.1, S. 131 ff., präsentierten Grundmodells dahingehend, daß über den gesamten Betrachtungszeitraum einerseits die bedingten einperiodigen Zinssätze für sichere Kapitalanlagen respektive Kapitalaufnahmen immer den gleichen Wert aufweisen, mithin also

$$
\begin{gathered}
r_{t-1,t/\kappa}^{IKM,n} = r_s^{IKM,n} > 0 \quad \text{für} \quad t = 1, \ldots, T \quad \text{und} \\
\kappa = 1\ (2)\ \cdots\ [2^{t-1}] \iff j = 1, 2\ (3, 4)\ \cdots\ [2^t - 1, 2^t]
\end{gathered}
$$

gilt, und andererseits die bedingten Veränderungsraten des Bruttomarktwerts konstant sind, woraus

$$
\begin{gathered}
(1 + z_{t-1,t,j}) = u \quad \text{sowie} \quad (1 + z_{t-1,t,j+1}) = d \quad \text{für} \quad t = 1, \ldots, T \quad \text{und} \\
j \in \mathbb{N}_{t/+}^{ungerade} \quad \left(\mathbb{N}_{t/+}^{ungerade} \cup \mathbb{N}_{t/+}^{gerade} = \mathbb{N}_{t/+} = \{1, \ldots, J_t\}\right)
\end{gathered}
$$

resultiert, vereinfacht sich das Problem der Bewertung europäischer Call und/oder Put Optionen erheblich. Von den bislang $\sum_{t=1}^{T} 2^t$ künftigen und sich grundsätzlich unterscheidenden Zeit-Zustands-Kombinationen verbleiben nunmehr $\sum_{t=1}^{T} \binom{t+1}{t}$. Das wird aus der Abbildung 4.12, S. 146, deutlich. Geht man beispielsweise von einem Betrachtungszeitraum in Höhe von $T = 5$ ($T = 10$) [$T = 20$] Perioden aus, reduziert sich die Gesamtzahl unterschiedlicher künftiger Zeit-Zustands-Kombinationen von 62 (2.046) [2.097.150] auf 20 (65) [230]. Darüber hinaus sinkt die Anzahl zu fixierender bedingter Veränderungsraten des Bruttomarktwerts von $\sum_{t=1}^{T} 2^t$ auf 2, nämlich einen Aufwärtsfaktor (Up-Faktor) u sowie einen Abwärtsfaktor (Down-Faktor) d. Ferner lassen sich mindestens zwei weitere Konsequenzen aus der Einführung vorstehender Prämissen nennen, die für die nachstehende Analyse förderlich sind. Zum einen ermöglichen sie die Deduktion von Bewertungsgleichungen aus dem im Kapitel 4.3.3.1, S. 131 ff., entwickelten Grundmodell, mit denen auch die im nachstehenden Kapitel 4.3.3.3, S. 150 ff., diskutierten Realoptionen amerikanischen Typs sehr übersichtlich bewertet werden können. Zum anderen läßt sich auf deren Basis der Übergang von einer im Rahmen des gesamten Kapitels 4.3.3, S. 131 ff., unter-

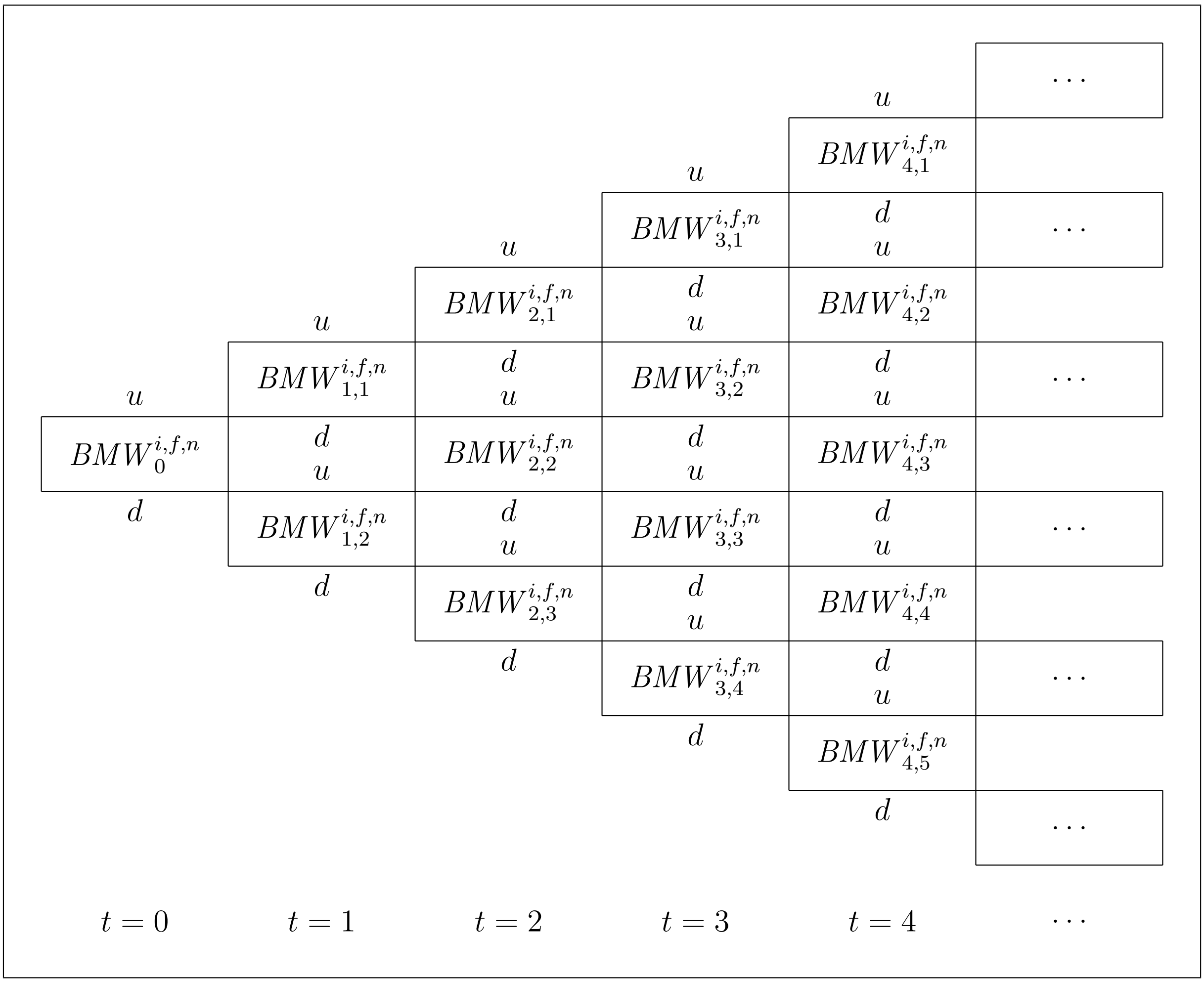

Abbildung 4.12: Entwicklung der zeit- und zustandsabhängigen Bruttomarktwerte einer nicht näher bezeichneten Direktinvestition aus der Sichtweise des Auslands in inländischer Währung (MCRR-Modell)

stellten zeitdiskreten, zustandsdiskreten Ökonomie zu einer im Kapitel 4.3.4, S. 154 ff., betrachteten zeitstetigen, zustandsstetigen Modellwelt erheblich transparenter gestalten. Das ist letztlich auch der Grund dafür, daß die im Kapitel 4.4.2, S. 237 ff., diskutierten Bewertungsprobleme auf der Basis der in den Kapiteln 4.3.3.2, 4.3.3.3 und 4.3.4, S. 145 ff., 150 ff. und 154 ff., erörterten Bewertungsfunktionen gelöst werden.

Vor dem Hintergrund dieser Ausführungen läßt sich für $t = 1, \dots, T$ und $j \in \mathbb{N}_{t/+}^{ungerade}$ ($\mathbb{N}_{t/+}^{ungerade} \cup \mathbb{N}_{t/+}^{gerade} = \mathbb{N}_{t/+} = \{1, \dots, J_t\}$) das nachstehende Resultat ableiten [vgl. hierzu die Formeln (4.8), (4.12) und (4.16), S. 139, 141 und 142]:

$$\begin{aligned} q_{t-1,t,j} &= q &&= \frac{r_s^{IKM,n} - (d-1)}{(u-1)-(d-1)} &&= \frac{\left(1 + r_s^{IKM,n}\right) - d}{u-d}, \\ q_{t-1,t,j+1} &= 1-q &&= \frac{(u-1) - r_s^{IKM,n}}{(u-1)-(d-1)} &&= \frac{u - \left(1 + r_s^{IKM,n}\right)}{u-d}. \end{aligned} \tag{4.24}$$

Die bedingten (Pseudo)Wahrscheinlichkeiten q und $1-q$ sind demnach im Zeitablauf ebenfalls konstant. Das verdeutlicht auch die Abbildung 4.13, S. 148, in der aus Gründen einer übersichtlicheren Darstellung $(1+r_s^{IKM,n}) = \chi_s^{IKM,n}$ gesetzt worden ist. Darüber hinaus ist zu beachten, daß sich für den im Kapitel 4.3.3.1, S. 131 ff., präsentierten Zwei-Perioden-Fall die Gleichungen zur Bewertung europäischer Call Optionen wie folgt verändern [vgl. hierzu wieder die Formeln (4.8), (4.12) und (4.16), S. 139, 141 und 142]:

$$\begin{aligned}
C_0^{i,f,n} &= \frac{q \cdot C_{1,1}^{i,f,n} + (1-q) \cdot C_{1,2}^{i,f,n}}{1 + r_s^{IKM,n}} \quad \forall\, i \quad \text{mit} \\
&\quad q \text{ und } (1-q) \text{ aus Formel (4.24), S. 146,} \\
&\quad C_{1,1}^{i,f,n} = \frac{q \cdot C_{2,1}^{i,f,n} + (1-q) \cdot C_{2,2}^{i,f,n}}{1 + r_s^{IKM,n}}, \\
&\quad C_{1,2}^{i,f,n} = \frac{q \cdot C_{2,3}^{i,f,n} + (1-q) \cdot C_{2,4}^{i,f,n}}{1 + r_s^{IKM,n}}, \\
&\quad C_{2,1}^{i,f,n} = \max\left\{u^2 \cdot BMW_0^{i,f,n} - a_0^{i,f,n} \cdot \left(1 + r_s^{IKM,n}\right)^2, 0\right\}, \\
&\quad C_{2,2}^{i,f,n} = \max\left\{u \cdot d \cdot BMW_0^{i,f,n} - a_0^{i,f,n} \cdot \left(1 + r_s^{IKM,n}\right)^2, 0\right\}, \\
&\quad C_{2,3}^{i,f,n} = \max\left\{d \cdot u \cdot BMW_0^{i,f,n} - a_0^{i,f,n} \cdot \left(1 + r_s^{IKM,n}\right)^2, 0\right\}, \\
&\quad C_{2,4}^{i,f,n} = \max\left\{d^2 \cdot BMW_0^{i,f,n} - a_0^{i,f,n} \cdot \left(1 + r_s^{IKM,n}\right)^2, 0\right\}.
\end{aligned} \tag{4.25}$$

Auf der Basis der bisherigen Ausführungen innerhalb dieses Kapitels verwundert es nicht, daß $C_{2,2}^{i,f,n}$ und $C_{2,3}^{i,f,n}$ einen identischen Wert besitzen. Insofern läßt sich $C_{2,3}^{i,f,n}$ problemlos eliminieren und $C_{2,4}^{i,f,n}$ in $C_{2,3}^{i,f,n}$ umbenennen (vgl. zu diesem Aspekt die Abbildung 4.13, S. 148). Möchte man auch hier eine auf der risikoneutralisierten Bewertungstechnik beruhende allgemeine Formel zur Evaluation europäischer Call Optionen ableiten, bedarf es folgender Überlegungen.[33] Bezeichne ℓ die Anzahl der Aufwärtsbewegungen von $BMW_0^{i,f,n}$ während der Restlaufzeit des Optionskontrakts, dann nimmt dieser nach T Perioden den nachstehenden Wert an:

$$\begin{aligned}
\left(BMW_T^{i,f,n}\right)^\ell &= u^\ell \cdot d^{T-\ell} \cdot BMW_0^{i,f,n} = BMW_{T,j}^{i,f,n} \quad \forall\, i \quad \text{mit} \\
j = 1\ (2)\ \cdots\ \left[\binom{T+1}{T}\right] &\iff \ell = T\ (T-1)\ \cdots\ [T-T=0].
\end{aligned} \tag{4.26}$$

Daraus folgt für den Wert der europäischen Call Option am Ende der Restlaufzeit:

$$\begin{aligned}
C_T^{i,f,n} = \max\left\{u^\ell \cdot d^{T-\ell} \cdot BMW_0^{i,f,n} - a_0^{i,f,n} \cdot \left(1 + r_s^{IKM,n}\right)^T, 0\right\} &= C_{T,j}^{i,f,n} \;\; \forall\, i \;\; \text{mit} \\
j = 1\ (2)\ \cdots\ \left[\binom{T+1}{T}\right] \iff \ell = T\ (T-1)\ \cdots\ [T-T=0].&
\end{aligned} \tag{4.27}$$

[33] Vgl. hierzu insbesondere Cox, J. C., Ross, S. A., Rubinstein, M. (1979), S. 238 ff.; Kesting, H., Schulte-Mattler, H. (1992b), S. 212 f.; Kruschwitz, L. (2004), S. 333 ff.; Kruschwitz, L., Schöbel, R. (1984a), S. 116 ff.; Kruschwitz, L., Schöbel, R. (1984b), S. 378 ff.; Steiner, M., Bruns, C. (2002), S. 334 f.

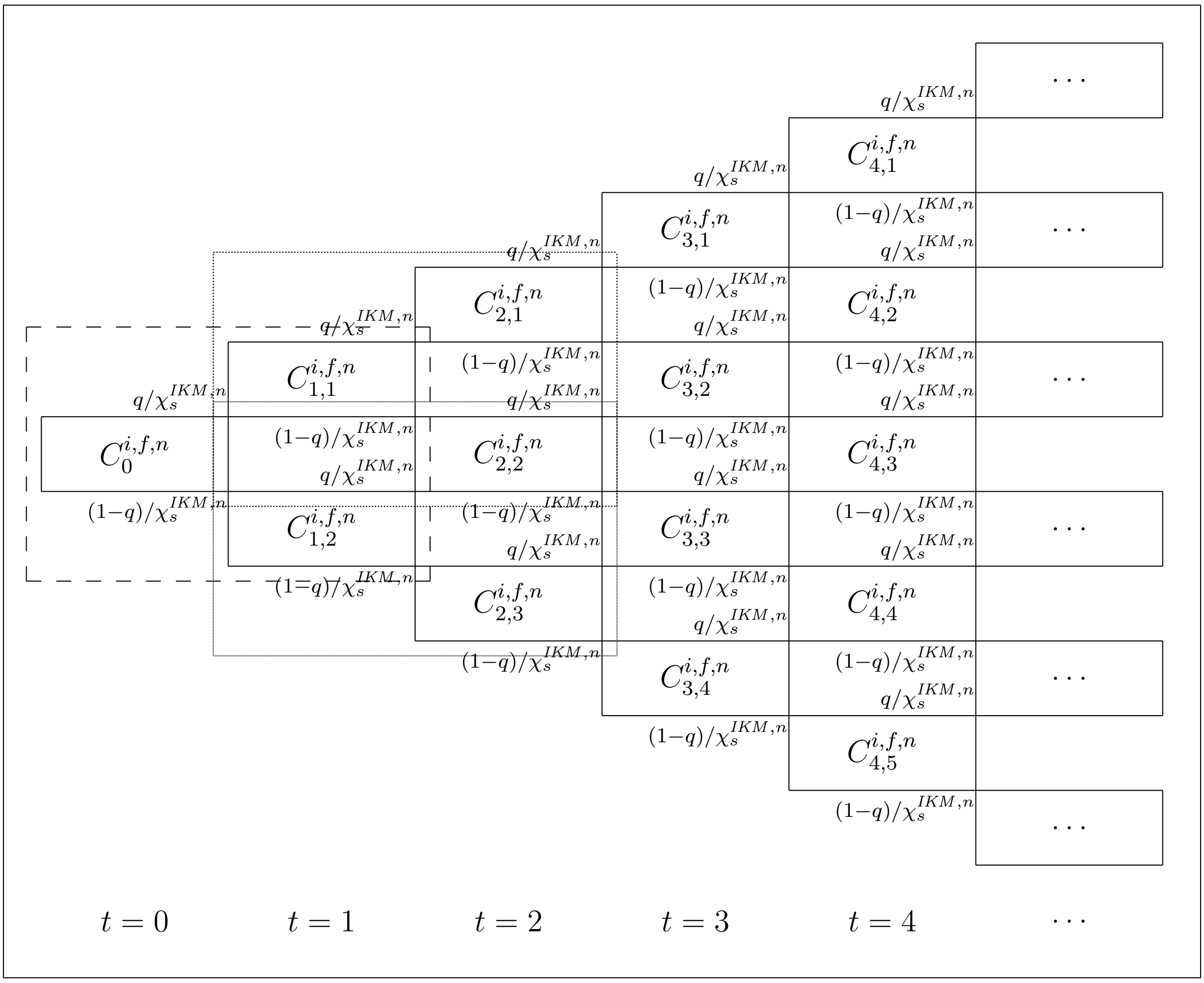

Abbildung 4.13: Entwicklung der zustandsabhängigen Werte einer europäischen Call Option, der um den Wert eins erhöhten bedingten einperiodigen Zinssätze für sichere Kapitalanlagen respektive Kapitalaufnahmen und der bedingten (Pseudo)Wahrscheinlichkeiten im Zeitablauf (MCRR-Modell)

Unter Verwendung von (4.26) und (4.27), S. 147, erhält man für den Wert der europäischen Call Option zu Beginn der Restlaufzeit:

$$C_0^{i,f,n} = \sum_{\ell=0}^{T} \binom{T}{\ell} \cdot q^\ell \cdot (1-q)^{T-\ell} \cdot$$
$$\cdot \max\left\{u^\ell \cdot d^{T-\ell} \cdot BMW_0^{i,f,n} - a_0^{i,f,n} \cdot \left(1 + r_s^{IKM,n}\right)^T, 0\right\} \cdot \left(1 + r_s^{IKM,n}\right)^{-T} \quad \forall\, i. \tag{4.28}$$

Da sich $BMW_0^{i,f,n}$ in jeder Periode um u oder d verändert, existiert ein ℓ, bei dem $u^\ell \cdot d^{T-\ell} \cdot BMW_0^{i,f,n}$ gerade den Wert $a_0^{i,f,n} \cdot \left(1 + r_s^{IKM,n}\right)^T$ erreicht oder erstmals überschreitet. Dieses ℓ wird nachstehend $\wp$ genannt. $BMW_0^{i,f,n}$ muß also mindestens $\wp$-mal steigen beziehungsweise darf höchstens $(T - \wp)$-mal sinken, damit sich die Ausübung der europäischen Call Option lohnt. Um dieses $\wp$ zu bestimmen, wird im folgenden die

Hilfsvariable $\wp_*$ eingeführt, welche sich anhand der nachstehenden Formel berechnen läßt:

$$\begin{aligned} u^{\wp_*} \cdot d^{T-\wp_*} \cdot BMW_0^{i,f,n} &= a_0^{i,f,n} \cdot \left(1 + r_s^{IKM,n}\right)^T \\ \Longleftrightarrow \quad \left(\frac{u}{d}\right)^{\wp_*} &= \frac{a_0^{i,f,n} \cdot \left(1 + r_s^{IKM,n}\right)^T}{d^T \cdot BMW_0^{i,f,n}} \\ \Longrightarrow \quad \wp_* &= \frac{\ln\left[\dfrac{a_0^{i,f,n} \cdot \left(1 + r_s^{IKM,n}\right)^T}{d^T \cdot BMW_0^{i,f,n}}\right]}{\ln\left(\dfrac{u}{d}\right)} \quad \forall\, i. \end{aligned} \tag{4.29}$$

Da $\wp_*$ im allgemeinen keinen ganzzahligen Wert annimmt, wird im folgenden als Untergrenze für ℓ die kleinste ganze Zahl $\wp \geq \wp_*$ verwendet. Daraus folgt:

$$\begin{aligned} C_0^{i,f,n} &= \sum_{\ell=\wp}^{T} \binom{T}{\ell} \cdot q^\ell \cdot (1-q)^{T-\ell} \cdot \\ &\quad \cdot \left[u^\ell \cdot d^{T-\ell} \cdot BMW_0^{i,f,n} - a_0^{i,f,n} \cdot \left(1 + r_s^{IKM,n}\right)^T\right] \cdot \left(1 + r_s^{IKM,n}\right)^{-T} \\ &= BMW_0^{i,f,n} \cdot \left[\sum_{\ell=\wp}^{T} \binom{T}{\ell} \cdot q^\ell \cdot (1-q)^{T-\ell} \cdot u^\ell \cdot d^{T-\ell} \cdot \left(1 + r_s^{IKM,n}\right)^{-T}\right] \\ &\quad - a_0^{i,f,n} \cdot \left[\sum_{\ell=\wp}^{T} \binom{T}{\ell} \cdot q^\ell \cdot (1-q)^{T-\ell}\right] \\ &= BMW_0^{i,f,n} \cdot \left[\sum_{\ell=\wp}^{T} \binom{T}{\ell} \cdot (\breve{q})^\ell \cdot (1-\breve{q})^{T-\ell}\right] \\ &\quad - a_0^{i,f,n} \cdot \left[\sum_{\ell=\wp}^{T} \binom{T}{\ell} \cdot q^\ell \cdot (1-q)^{T-\ell}\right] \\ &= BMW_0^{i,f,n} \cdot B\left(\wp/T, \breve{q}\right) - a_0^{i,f,n} \cdot B\left(\wp/T, q\right) \quad \forall\, i \quad \text{mit} \qquad (4.30) \\ &\quad \breve{q} = (q \cdot u) \cdot \left(1 + r_s^{IKM,n}\right)^{-1} \ \text{ und } \ (1-\breve{q}) = [(1-q) \cdot d] \cdot \left(1 + r_s^{IKM,n}\right)^{-1}. \end{aligned}$$

Hierbei repräsentiert $B\left(\wp/T, q\right)$ die im Anhang B.2, Fußnote 19, S. 291 f., hergeleitete Verteilungsfunktion der Binomialverteilung. Diese ermittelt in diesem Zusammenhang die Summe der bedingten (Pseudo)Wahrscheinlichkeiten, mit der $BMW_0^{i,f,n}$ nach T Perioden (Ende der Restlaufzeit des Optionskontrakts) mindestens die Höhe $a_0^{i,f,n} \cdot (1 + r_s^{IKM,n})^T$ aufweist, sich die Ausübung der europäischen Call Option mithin vorteilhaft gestaltet. $B\left(\wp/T, \breve{q}\right)$ kann ebenfalls als Verteilungsfunktion der Binomialverteilung interpretiert werden und bezeichnet die Sensitivität von $C_0^{i,f,n}$ bei einer Veränderung von $BMW_0^{i,f,n}$.

Abschließend ist wieder darauf hinzuweisen, daß die Ableitung einer allgemeinen Formel zur Bewertung europäischer Put Optionen nach dem gleichen Muster wie bei Call

Optionen erfolgt. Es sind lediglich zwei Modifikationen vorzunehmen. (I) Das die Call Option bezeichnende Symbol C ist durch das die Put Option repräsentierende Symbol P zu ersetzen. (II) Alle in den Maximumfunktionen enthaltenen Differenzen sind mit (-1) zu multiplizieren oder, äquivalent hierzu, alle Maximumfunktionen sind durch $-$Minimumfunktionen zu ersetzen. Entscheidet man sich für ersteres, ergibt sich unter Verwendung von (4.26) und (4.27), S. 147, die nachstehende allgemeine Formel zur Bewertung europäischer Put Optionen zu Beginn der Restlaufzeit:

$$P_0^{i,f,n} = \sum_{\ell=0}^{T} \binom{T}{\ell} \cdot q^{\ell} \cdot (1-q)^{T-\ell} \cdot \\ \cdot \max\left\{a_0^{i,f,n} \cdot \left(1 + r_s^{IKM,n}\right)^T - u^{\ell} \cdot d^{T-\ell} \cdot BMW_0^{i,f,n}, 0\right\} \cdot \left(1 + r_s^{IKM,n}\right)^{-T} \quad \forall\, i. \tag{4.31}$$

Nach der Eliminierung der Maximumfunktion gemäß S. 148 f. mit $\wp' < \wp_*$ als Obergrenze (größter ganzer Zahl) für ℓ erhält man [vgl. hierzu die Formel (4.30), S. 149]:

$$\begin{aligned} P_0^{i,f,n} &= \sum_{\ell=0}^{\wp'} \binom{T}{\ell} \cdot q^{\ell} \cdot (1-q)^{T-\ell} \cdot \\ &\quad \cdot \left[a_0^{i,f,n} \cdot \left(1 + r_s^{IKM,n}\right)^T - u^{\ell} \cdot d^{T-\ell} \cdot BMW_0^{i,f,n}\right] \cdot \left(1 + r_s^{IKM,n}\right)^{-T} \\ &= a_0^{i,f,n} \cdot \left[\sum_{\ell=0}^{\wp'} \binom{T}{\ell} \cdot q^{\ell} \cdot (1-q)^{T-\ell}\right] \\ &\quad - BMW_0^{i,f,n} \cdot \left[\sum_{\ell=0}^{\wp'} \binom{T}{\ell} \cdot q^{\ell} \cdot (1-q)^{T-\ell} \cdot u^{\ell} \cdot d^{T-\ell} \cdot \left(1 + r_s^{IKM,n}\right)^{-T}\right] \\ &= a_0^{i,f,n} \cdot \left[1 - \sum_{\ell=\wp}^{T} \binom{T}{\ell} \cdot q^{\ell} \cdot (1-q)^{T-\ell}\right] \\ &\quad - BMW_0^{i,f,n} \cdot \left[1 - \sum_{\ell=\wp}^{T} \binom{T}{\ell} \cdot (\breve{q})^{\ell} \cdot (1-\breve{q})^{T-\ell}\right] \\ &= a_0^{i,f,n} \cdot \left[1 - B\left(\wp/T, q\right)\right] - BMW_0^{i,f,n} \cdot \left[1 - B\left(\wp/T, \breve{q}\right)\right] \quad \forall\, i \quad \text{mit} \\ &\quad \breve{q} = (q \cdot u) \cdot \left(1 + r_s^{IKM,n}\right)^{-1} \ \text{ und } \ (1-\breve{q}) = [(1-q) \cdot d] \cdot \left(1 + r_s^{IKM,n}\right)^{-1}. \end{aligned} \tag{4.32}$$

4.3.3.3 Modellerweiterung

Die im Rahmen der Diskussion des Grundmodells und des hieraus abgeleiteten MCRR-Modells präsentierten Überlegungen sollen nun um einen wichtigen Aspekt erweitert werden, nämlich die Betrachtung einer amerikanischen Option. Hierzu ist die im Kapitel 4.3.3.1, S. 132, formulierte Annahme (V) entsprechend zu modifizieren. Damit sind zwei bedeutende Konsequenzen verbunden. Erstens wird sich herausstellen, daß der Wert einer amerikanischen Option niemals geringer als jener einer vergleichbaren europäischen

Option sein kann. Zweitens ist zu konstatieren, daß keine in Anlehnung an die in den Kapiteln 4.3.3.1 und 4.3.3.2, Formeln (4.23) und (4.32), S. 145 und 150, notierten allgemeinen Bewertungsgleichungen existieren, mit denen der Wert einer amerikanischen Put Option analytisch bestimmt werden kann. Diese Ergebnisse sind im folgenden zu erarbeiten, wobei es aus Vereinfachungsgründen sinnvoll ist, alle damit in Verbindung stehenden Ausführungen explizit auf das im Kapitel 4.3.3.2, S. 145 ff., dargestellte MCRR-Modell zu beziehen.[34] Wendet man sich zunächst der ersten Konsequenz zu, kann festgehalten werden, daß mit einer amerikanischen Option sowohl alle Rechte einer vergleichbaren europäischen Option verbunden sind als auch das (zusätzliche) Recht der vorzeitigen Optionsausübung. Letzteres wird ein rational handelnder Entscheidungsträger nur dann in Anspruch nehmen, wenn es ihm einen monetären Vorteil erbringt. Mit anderen Worten wird der Inhaber einer amerikanischen Option nur dann von seinem Recht der vorzeitigen Optionsausübung Gebrauch machen, wenn gilt:

$$\begin{gathered}\tilde{C}^{i,f,n}_{t,j/A} > \tilde{C}^{i,f,n}_{t,j/N} \quad \text{respektive} \quad \tilde{P}^{i,f,n}_{t,j/A} > \tilde{P}^{i,f,n}_{t,j/N} \quad \text{für} \\ i = 1, \ldots, I, \quad t = 0, \ldots, T-1 \quad \text{und} \quad j = 1, \ldots, J_t. \end{gathered} \tag{4.33}$$

Hierbei repräsentieren $\tilde{C}^{i,f,n}_{t,j/A}$ $(\tilde{P}^{i,f,n}_{t,j/A})$ beziehungsweise $\tilde{C}^{i,f,n}_{t,j/N}$ $(\tilde{P}^{i,f,n}_{t,j/N})$ die mit der Direktinvestition i verbundenen Werte einer amerikanischen Call $\tilde{C}$ (Put $\tilde{P}$) Option aus der Sichtweise des Auslands f in inländischer Währung n bei Eintritt der Zeit-Zustands-Kombination (t, j) und Ausübung A beziehungsweise Nichtausübung N des Optionsrechts. Sie lassen sich für $i = 1, \ldots, I$, $t = 0, \ldots, T-1$ und $j = 1, \ldots, J_t$ wie folgt bestimmen [(4.34) und (4.36)] respektive abschätzen [(4.35) und (4.37)]:[35]

$$\tilde{C}^{i,f,n}_{t,j/A} = \max\left\{BMW^{i,f,n}_{t,j} - a^{i,f,n}_{T}, 0\right\}, \tag{4.34}$$

$$\tilde{C}^{i,f,n}_{t,j/N} \geq \max\left\{BMW^{i,f,n}_{t,j} - a^{i,f,n}_{T} \cdot \left(1 + r^{IKM,n}_{s}\right)^{-(T-t)}, 0\right\}, \tag{4.35}$$

$$\tilde{P}^{i,f,n}_{t,j/A} = \max\left\{a^{i,f,n}_{T} - BMW^{i,f,n}_{t,j}, 0\right\}, \tag{4.36}$$

$$\tilde{P}^{i,f,n}_{t,j/N} \geq \max\left\{a^{i,f,n}_{T} \cdot \left(1 + r^{IKM,n}_{s}\right)^{-(T-t)} - BMW^{i,f,n}_{t,j}, 0\right\}. \tag{4.37}$$

Vor dem Hintergrund der Formeln (4.33), (4.34) und (4.35) ist unmittelbar einsichtig, daß eine amerikanische Call Option niemals vorzeitig ausgeübt wird. Die Wertuntergrenze

[34] An dieser Stelle soll ausdrücklich darauf hingewiesen werden, daß man die nachstehenden Überlegungen auch im Rahmen des Grundmodells durchführen kann, ohne daß sich dadurch die weiter oben formulierten Ergebnisse verändern. Aus didaktischen, vor allem aber aus darstellungstechnischen Gründen bietet sich nach der Überzeugung des Verfassers jedoch der Weg über das MCRR-Modell in besonderer Weise an.

[35] Vgl. zu diesen grundlegenden Formeln etwa Hull, J. C. (2000), S. 175 ff.; Kruschwitz, L., Schöbel, R. (1984b), S. 380 ff.; Pflüger, M., Ulrich, J. (1997), S. 64; Shreve, S. E. (2004a), S. 89 ff.; Steiner, M., Bruns, C. (2002), S. 321 ff.; Steiner, P., Uhlir, H. (2001), S. 216 ff.

von $\tilde{C}^{i,f,n}_{t,j/N}$ ist nämlich für jede Zeit-Zustands-Kombination (t,j) mit $t = 0,\ldots,T-1$ und $j = 1,\ldots,J_t$ größer als $\tilde{C}^{i,f,n}_{t,j/A}$. Insofern muß der Wert einer amerikanischen Call Option über alle Zeit-Zustands-Kombinationen mit jenem einer ansonsten gleichen europäischen Call Option übereinstimmen [$\tilde{C}^{i,f,n}_{t,j} = C^{i,f,n}_{t,j}$ für $t = 0,\ldots,T$ und $j = 1,\ldots,J_t$]. Damit ist letztlich die Schlußfolgerung verbunden, daß sich eine amerikanische Call Option problemlos mit Hilfe der in den Kapiteln 4.3.3.1 und 4.3.3.2, Formeln (4.20) und (4.30), S. 144 und 149, präsentierten Bewertungsgleichungen evaluieren läßt. Etwas komplizierter fällt die Analyse der Formeln (4.33), (4.36) und (4.37), S. 151, aus. Die Wertuntergrenze von $\tilde{P}^{i,f,n}_{t,j/N}$ muß hier nämlich augenscheinlich nicht für jede Zeit-Zustands-Kombination (t,j) mit $t = 0,\ldots,T-1$ und $j = 1,\ldots,J_t$ mindestens die gleiche Höhe aufweisen wie $\tilde{P}^{i,f,n}_{t,j/A}$. Es sind also durchaus Zeit-Zustands-Kombinationen denkbar, in denen es sich als vorteilhaft erweist, eine amerikanische Put Option vorzeitig auszuüben. Insofern muß der Wert einer amerikanischen Put Option über alle Zeit-Zustands-Kombinationen mindestens so groß sein wie jener einer vergleichbaren europäischen Put Option [$\tilde{P}^{i,f,n}_{t,j} \geq P^{i,f,n}_{t,j}$ für $t = 0,\ldots,T$ und $j = 1,\ldots,J_t$]. Um ersteren zu bestimmen, ist jedoch eine geringfügige Modifikation der in den Kapiteln 4.3.3.1 sowie 4.3.3.2, Formeln (4.8), (4.12) und (4.16) sowie (4.25), S. 139, 141 und 142 sowie 147, dargestellten retrograden Bewertungstechnik erforderlich. Diese läßt sich auf der Grundlage der Abbildung 4.14, S. 153, anschaulich erläutern. Man beginnt mit seinen Überlegungen am Ende der Restlaufzeit des Optionskontrakts ($t = 5 = T$) und berechnet für jeden dort existierenden Umweltzustand ($j = 1,\ldots,6 = 1,\ldots,J_T$) den Wert der amerikanischen Put Option gemäß

$$\tilde{P}^{i,f,n}_{5,j} = \max\left\{a^{i,f,n}_5 - BMW^{i,f,n}_{5,j}, 0\right\} \quad \text{für} \quad i = 1,\ldots,I \quad \text{und} \quad j = 1,\ldots,6. \tag{4.38}$$

Anschließend ist der Wert der amerikanischen Put Option eine Periode vor dem Ende der Restlaufzeit ($t = 4 = T-1, j = 1,\ldots,5 = 1,\ldots,J_{T-1}$) auf der Grundlage nachstehender Formel zu kalkulieren:

$$\begin{gathered}\tilde{P}^{i,f,n}_{4,j} = \max\left\{\tilde{P}^{i,f,n}_{4,j/N}, \tilde{P}^{i,f,n}_{4,j/A}\right\} \quad \text{für} \quad i = 1,\ldots,I \quad \text{und} \quad j = 1,\ldots,5, \quad \text{wobei} \\ \tilde{P}^{i,f,n}_{4,j/N} = \frac{q \cdot \tilde{P}^{i,f,n}_{5,j} + (1-q) \cdot \tilde{P}^{i,f,n}_{5,j+1}}{1 + r^{IKM,n}_s} \quad \text{und} \quad \tilde{P}^{i,f,n}_{4,j/A} = \max\left\{a^{i,f,n}_5 - BMW^{i,f,n}_{4,j}, 0\right\}.\end{gathered} \tag{4.39}$$

Hierin kommt insofern der gleiche rekursive Charakter zum Vorschein wie in den Kapiteln 4.3.3.1 sowie 4.3.3.2, Formeln (4.8), (4.12) und (4.16) sowie (4.25), S. 139, 141 und 142 sowie 147, als zur Evaluation von $\tilde{P}^{i,f,n}_{4,j/N}$ auf die in (4.38) berechneten Werte zurückgegriffen wird. Führt man dieses Prozedere [vgl. Formel (4.39)] analog am Ende der Periode $t = 3 = T-2$, $t = 2 = T-3$, $t = 1 = T-(T-1)$ und $t = 0 = T-T$ durch, resultiert der Entscheidungswert einer amerikanischen Put Option $\tilde{P}^{i,f,n}_0$. Damit ist dann auch die auf S. 151 formulierte zweite Konsequenz bewiesen, wonach keine in Anlehnung an die in den Kapiteln 4.3.3.1 und 4.3.3.2, Formeln (4.23) und (4.32), S. 145 und 150, notierten allgemeinen Bewertungsgleichungen existieren, mit denen der Wert einer amerikanischen Put Option analytisch bestimmt werden kann.

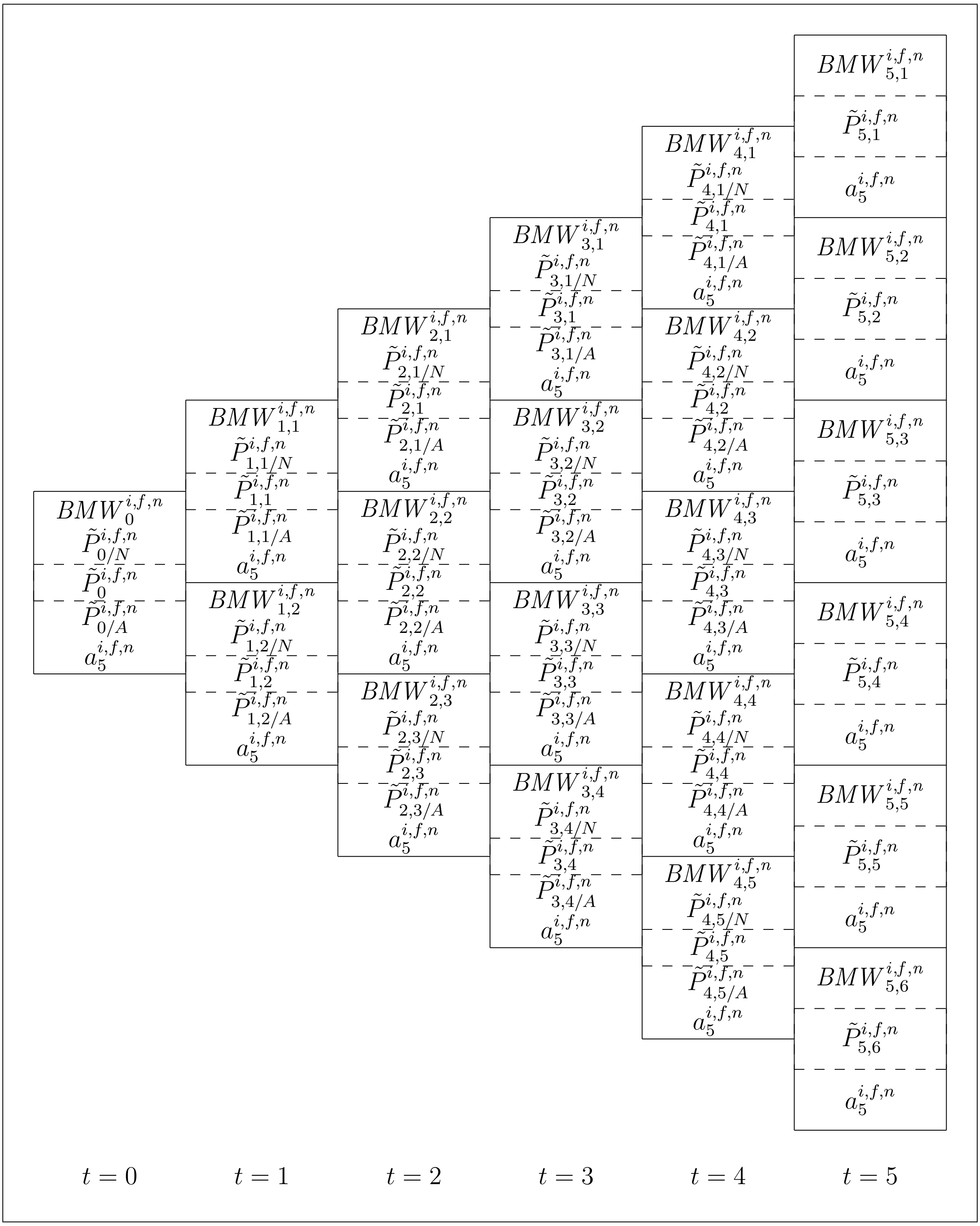

Abbildung 4.14: Entwicklung der zustandsabhängigen Bruttomarktwerte, der zustandsabhängigen Werte einer amerikanischen Put Option bei Nichtausübung, optimaler Gestaltung und Ausübung des Optionsrechts sowie des Basispreises (bezogen auf eine nicht näher bezeichnete Direktinvestition aus der Sichtweise des Auslands in inländischer Währung) im Betrachtungszeitraum von sechs Perioden (MCRR-Modell)

4.3.4 Modifiziertes Black/Scholes-Modell als zeit- und zustandsstetiger Bewertungsansatz

4.3.4.1 Entwicklung des Basismodells

Die in den vorstehenden Kapiteln diskutierten Modelle unterscheiden sich von jenen innerhalb dieses Kapitels insbesondere hinsichtlich der Annahme (VI). Während nämlich das Grundmodell (vgl. Kapitel 4.3.3.1, S. 131 ff.) und das aus diesem deduzierte MCRR-Modell (vgl. Kapitel 4.3.3.2, S. 145 ff.) sowie deren Erweiterung (vgl. Kapitel 4.3.3.3, S. 150 ff.) von einem zeitdiskreten, zustandsdiskreten, nicht stationären Zufallsprozeß[36] ausgehen, wird in dem nun zu erläuternden Modifizierten Black/Scholes-Modell, nachstehend zumeist nur MBSC-Modell genannt, ein zeitstetiger, zustandsstetiger, nicht stationärer stochastischer Prozeß[37] unterstellt. Das erscheint vor dem Hintergrund einer höheren Abbildungsgenauigkeit bestimmter realer Phänomene aus mindestens zwei Gründen auch gerechtfertigt. Einerseits wird $BMW_{t,j}^{i,f,n}$ für $i = 1, \ldots, I$, $t = 1, \ldots, T$ und $j = 1, \ldots, J_t$ am Ende einer Periode t häufig sehr viele, auf jeden Fall jedoch erheblich mehr als zwei unterschiedliche Ausprägungen je Zeit-Zustands-Kombination der Periode $t-1$ annehmen. Deren adäquate Berücksichtigung läßt sich durch eine zustandsstetige Modellierung erreichen. Andererseits besteht bei amerikanischen Optionen die Möglichkeit, diese nicht nur am Ende einer bestimmten Periode, sondern zu jedem beliebigen Zeitpunkt und damit praktisch kontinuierlich auszuüben. Das erfordert grundsätzlich eine zeitstetige Modellbetrachtung.

Nachdem auf die Notwendigkeit einer zeit- und zustandsstetigen Analyse hingewiesen worden ist, soll nun das Basismodell einer Modifizierten Black/Scholes-Bewertung entwickelt werden. In diesem Zusammenhang läßt sich konstatieren, daß das MBSC-Modell auf den im Kapitel 4.3.3.1, S. 131 ff., genannten Annahmen (I) bis (VI) basiert. Es sind lediglich zwei Anpassungen vorzunehmen. Zum einen ist die Prämisse (IV) dahingehend zu modifizieren, daß über den gesamten Betrachtungszeitraum für jedes infinitesimal klein wählbare Zeitintervall dt ein konstanter Zinssatz für sichere Kapitalanlagen respektive Kapitalaufnahmen $R_s^{IKM,n} > 0$ existiert. Zum anderen muß die Annahme (VI) insofern verändert werden, als $BMW^{i,f,n} = \{BMW^{i,f,n}(t); t \in [t_0, T]\}$ der nachstehenden geometrischen Brownschen Bewegung mit Trendkomponente[38] folgt:

$$dBMW^{i,f,n}(t) = \alpha \cdot BMW^{i,f,n}(t) \cdot dt + \sigma \cdot BMW^{i,f,n}(t) \cdot d\bar{W}(t)$$
$$\text{bzw.} \quad \frac{dBMW^{i,f,n}(t)}{BMW^{i,f,n}(t)} = \alpha \cdot dt + \sigma \cdot d\bar{W}(t) \tag{4.40}$$

mit $d\bar{W}(t)$ gemäß Anhang B.3, Formel (B.9), S. 303, $\forall i$ und $\forall t \in [t_0, T]$.

---

[36]Vgl. zu diesem Begriff die Ausführungen im Anhang B.2, S. 289 ff.

[37]Vgl. hierzu die Ausführungen im Anhang B.3, S. 298 ff.

[38]Vgl. zu diesem Begriff und der nachstehenden Formel die Ausführungen im Anhang B.3, S. 310 ff.

Diese unterstellt demnach normalverteilte relative und insofern lognormalverteilte absolute Veränderungen von $BMW^{i,f,n}(t)$ innerhalb eines infinitesimal kleinen Zeitintervalls dt. Geht man nun davon aus, daß eine Option $F^{i,f,n}$[39] lediglich von den Variablen t und $BMW^{i,f,n}(t)$ abhängig ist, mithin also $F^{i,f,n}(t, BMW^{i,f,n}(t)) = F^{i,f,n}(\cdot)$ gilt, läßt sich deren Wertänderung $dF^{i,f,n}(\cdot)$ auf der Grundlage von (4.40), S. 154, durch Anwendung von Itô's Lemma [vgl. Anhang B.3, Formel (B.16), S. 308 f.] problemlos kalkulieren:

$$\begin{aligned}
dF^{i,f,n}(\cdot) \quad = \quad & \Bigg\{ \frac{\partial F^{i,f,n}(\cdot)}{\partial t} + \alpha \cdot BMW^{i,f,n}(t) \cdot \frac{\partial F^{i,f,n}(\cdot)}{\partial BMW^{i,f,n}(t)} \\
& + \frac{1}{2} \cdot \left[\sigma \cdot BMW^{i,f,n}(t)\right]^2 \cdot \frac{\partial^2 F^{i,f,n}(\cdot)}{\partial \left[BMW^{i,f,n}(t)\right]^2} \Bigg\} \cdot dt \\
& + \sigma \cdot BMW^{i,f,n}(t) \cdot \frac{\partial F^{i,f,n}(\cdot)}{\partial BMW^{i,f,n}(t)} \cdot d\bar{W}(t) \quad \forall\, i, \quad \forall\, t \in [t_0, T]\,.
\end{aligned} \tag{4.41}$$

Die Option $F^{i,f,n}(\cdot)$ folgt also diesem in der Gestalt einer linearen stochastischen Differentialgleichung 2. Ordnung notierten Zufallsprozeß. Um deren absoluten Wert zu berechnen, wird in völliger Übereinstimmung mit den Ausführungen im Grundmodell (vgl. Kapitel 4.3.3.1, S. 136 ff.) der Duplikationsansatz verwendet. Dieser lautet hier wie folgt:

$$\begin{aligned}
F^{i,f,n}(\cdot) \quad &= \quad Q_{BMW^{i,f,n}(t)} \cdot BMW^{i,f,n}(t) + M^{i,f,n}(t) \qquad \forall\, i, \quad \forall\, t \in [t_0, T]\,, \\
dF^{i,f,n}(\cdot) \quad &= \quad Q_{BMW^{i,f,n}(t)} \cdot dBMW^{i,f,n}(t) + dM^{i,f,n}(t) \quad \forall\, i, \quad \forall\, t \in [t_0, T]\,.
\end{aligned} \tag{4.42}$$

Durch Einsetzen der Formeln (4.40), S. 154, und (4.41) in die zweite Zeile von (4.42) kann ermittelt werden, wie sich die Kapitalaufnahme beziehungsweise Kapitalanlage $M^{i,f,n}(t)$ verändern muß, damit das vorstehende Portfolio [vgl. die Terme rechts des Gleichheitszeichens der Formel (4.42)] alle Wertänderungen der Option $F^{i,f,n}(\cdot)$ im Zeitablauf exakt dupliziert:

$$\begin{aligned}
dM^{i,f,n}(t) \quad = \quad & \Bigg\{ \frac{\partial F^{i,f,n}(\cdot)}{\partial t} + \alpha \cdot BMW^{i,f,n}(t) \cdot \left[\frac{\partial F^{i,f,n}(\cdot)}{\partial BMW^{i,f,n}(t)} - Q_{BMW^{i,f,n}(t)} \right] \\
& + \frac{1}{2} \cdot \left[\sigma \cdot BMW^{i,f,n}(t)\right]^2 \cdot \frac{\partial^2 F^{i,f,n}(\cdot)}{\partial \left[BMW^{i,f,n}(t)\right]^2} \Bigg\} \cdot dt \\
& + \sigma \cdot BMW^{i,f,n}(t) \cdot \left[\frac{\partial F^{i,f,n}(\cdot)}{\partial BMW^{i,f,n}(t)} - Q_{BMW^{i,f,n}(t)} \right] \cdot d\bar{W}(t) \\
& \forall\, i, \quad \forall\, t \in [t_0, T]\,.
\end{aligned} \tag{4.43}$$

[39] Zur Vermeidung von Redundanzen sind die nachstehenden Ausführungen ganz bewußt so angelegt, daß die Spezifikation, ob es sich bei der Option $F^{i,f,n}$ um eine Call oder Put Option handelt, erst an späterer Stelle erfolgen muß.

Dieses Resultat verwundert insofern, als es die Tatsache widerspiegelt, daß eine von den subjektiven Zeit- und Risikopräferenzen des Entscheidungsträgers unabhängige und damit präferenzfreie Bewertung der Option $F^{i,f,n}(\cdot)$ auf dieser Basis offenkundig nicht möglich ist. Das läßt sich wie folgt begründen. Einerseits werden zur Festlegung des Trendparameters α die subjektiven Zeit(- und implizit auch Risiko)präferenzen des Entscheidungsträgers benötigt. Andererseits sorgt der stochastische Term in der dritten Zeile von (4.43), S. 155, der durch den standardisierten Wiener-Prozeß „angetrieben“ wird, dafür, daß die Höhe der Kapitalaufnahme respektive Kapitalanlage in jedem infinitesimal kleinen Zeitintervall nur bei der Kenntnis der subjektiven Risikopräferenzen des Entscheidungsträgers festgelegt werden kann. Glücklicherweise existiert jedoch eine Möglichkeit, wie man den vorstehenden Ausdruck von diesen beiden Einflüssen befreien und damit das erklärte Ziel des Verfassers, eine von den subjektiven Zeit- und Risikopräferenzen des Entscheidungsträgers unabhängige Bewertung der Option sicherzustellen, erreichen kann. Setzt man nämlich

$$Q_{BMW^{i,f,n}(t)} = \frac{\partial F^{i,f,n}(\cdot)}{\partial BMW^{i,f,n}(t)} \quad \forall\, i, \quad \forall\, t \in [t_0, T]\,, \tag{4.44}$$

wodurch mit jeder infinitesimal kleinen Veränderung von $BMW^{i,f,n}(t)$, die natürlich unmittelbare Auswirkungen auf den Wert der Option $F^{i,f,n}(\cdot)$ hat, eine gemäß (4.44) zu kalkulierende Anpassung von $Q_{BMW^{i,f,n}(t)}$ vorgenommen werden muß, verändert sich die Formel (4.43), S. 155, wie folgt:

$$\begin{gathered} dM^{i,f,n}(t) = \left\{ \frac{\partial F^{i,f,n}(\cdot)}{\partial t} + \frac{1}{2} \cdot \left[\sigma \cdot BMW^{i,f,n}(t)\right]^2 \cdot \frac{\partial^2 F^{i,f,n}(\cdot)}{\partial \left[BMW^{i,f,n}(t)\right]^2} \right\} \cdot dt \\ \forall\, i, \quad \forall\, t \in [t_0, T]\,. \end{gathered} \tag{4.45}$$

Sie enthält weder den Trendparameter α noch den stochastischen Term $d\bar{W}(t)$. Insofern muß für die Rendite einer Einheit $M^{i,f,n}(t)$ im Zeitablauf vor dem Hintergrund eines vollkommenen, arbitragefreien, vollständigen, integrierten Kapitalmarkts gelten:

$$\frac{dM^{i,f,n}(t)}{M^{i,f,n}(t)} = R_s^{IKM,n} \cdot dt \quad \Longleftrightarrow$$

$$\Longleftrightarrow \quad dM^{i,f,n}(t) = R_s^{IKM,n} \cdot M^{i,f,n}(t) \cdot dt \quad \forall\, i, \quad \forall\, t \in [t_0, T]\,.$$

Nimmt man diesen Aspekt zur Kenntnis, verändert sich die Formel (4.45) wie folgt:

$$\begin{gathered} R_s^{IKM,n} \cdot M^{i,f,n}(t) \cdot dt = \\ = \left\{ \frac{\partial F^{i,f,n}(\cdot)}{\partial t} + \frac{1}{2} \cdot \left[\sigma \cdot BMW^{i,f,n}(t)\right]^2 \cdot \frac{\partial^2 F^{i,f,n}(\cdot)}{\partial \left[BMW^{i,f,n}(t)\right]^2} \right\} \cdot dt \\ \forall\, i, \quad \forall\, t \in [t_0, T]\,. \end{gathered} \tag{4.46}$$

Durch Einsetzen der ersten Zeile von (4.42), S. 155, in die Formel (4.46), S. 156, und Berücksichtigung des in (4.44), S. 156, dargestellten Sachverhalts resultiert:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial F^{i,f,n}(\cdot)}{\partial t} + \frac{1}{2} \cdot \left[\sigma \cdot BMW^{i,f,n}(t)\right]^2 \cdot \frac{\partial^2 F^{i,f,n}(\cdot)}{\partial \left[BMW^{i,f,n}(t)\right]^2} \\ &+R_s^{IKM,n} \cdot BMW^{i,f,n}(t) \cdot \frac{\partial F^{i,f,n}(\cdot)}{\partial BMW^{i,f,n}(t)} - R_s^{IKM,n} \cdot F^{i,f,n}(\cdot) = 0 \qquad (4.47) \\ &\forall\, i, \quad \forall\, t \in [t_0, T]\,. \end{aligned}$$

Hierbei handelt es sich um eine lineare partielle Differentialgleichung 2. Ordnung. Da die Vorzeichen der Differentialquotienten $\partial F^{i,f,n}(\cdot)/\partial t$, $\partial^2 F^{i,f,n}(\cdot)/\partial[BMW^{i,f,n}(t)]^2$ und $\partial F^{i,f,n}(\cdot)/\partial BMW^{i,f,n}(t)$ darüber hinaus alle positiv sind ($1/2 \cdot [\sigma \cdot BMW^{i,f,n}(t)]^2 > 0$, $R_s^{IKM,n} \cdot BMW^{i,f,n}(t) > 0$), spricht man von einer Rückwärtsgleichung (englisch: Backward Equation).[40] Ferner repräsentiert die Formel (4.47) im gesamten Betrachtungsgebiet aufgrund des Vorzeichens ihrer Diskriminante ($\mathcal{DK} = 0 \;\; \forall\, i, \forall\, t \in [t_0, T]$) eine Gleichung vom parabolischen Typ.[41] Bevor diese gelöst wird, sind noch einige Anmerkungen erforderlich. (I) Bei einer Rückwärtsgleichung [Vorwärtsgleichung] werden zu deren Lösung grundsätzlich Randbedingungen (englisch: Boundary Conditions) und eine Endbedingung (englisch: Final Condition) [Anfangsbedingung (englisch: Initial Condition)] benötigt. (II) Bezogen auf die vorstehende Gleichung sind Randbedingungen in t und $BMW^{i,f,n}(t)$ erforderlich. Dann wird für eine gegebene Endbedingung [Anfangsbedingung] für $F^{i,f,n}(\cdot)$ in der Region $t < T$ [$t > 0$], also vom Ende [Beginn] des Planungszeitraums aus betrachtet, eine Lösung von (4.47) gesucht. (III) Jede Rückwärtsgleichung kann problemlos durch die Variablensubstitution $\tau = -t$ in eine äquivalente Vorwärtsgleichung überführt werden et vice versa. Auf dieser Grundlage läßt sich das Problem der Bewertung europäischer Call Optionen

[40] Ist das nicht der Fall, handelt es sich um eine Vorwärtsgleichung (englisch: Forward Equation).

[41] Vgl. zum Begriff der linearen partiellen Differentialgleichung 2. Ordnung vom hyperbolischen, parabolischen, elliptischen oder gemischten Typ sowie den Möglichkeiten zu deren Lösung die Ausführungen in Bronstein, I. N., Semendjajew, K. A. et al. (2001), S. 540 ff. An dieser Stelle soll noch auf einen in der vorstehenden Literatur auf S. 540 f. enthaltenen Gedanken besonders hingewiesen werden, da dieser für das Verständnis der nachfolgenden Diskussion eine große Bedeutung besitzt. Die Aussage, daß (4.47) im gesamten Betrachtungsgebiet vom parabolischen Typ ist, wird in der Mathematik auf der Basis des Vorzeichens der Diskriminante $\mathcal{DK}$ dieser Gleichung nachgewiesen, wobei hier gilt:

$$\mathcal{DK} = \frac{1}{2} \cdot \left[\sigma \cdot BMW^{i,f,n}(t)\right]^2 \cdot \mathcal{C} - \mathcal{D}^2 = 0 \quad \forall\, i, \quad \forall\, t \in [t_0, T],$$

da $\mathcal{C}$ [$\mathcal{D}$] den Koeffizienten von $\partial^2 F^{i,f,n}(\cdot)/\partial t^2$ [$\partial^2 F^{i,f,n}(\cdot)/(\partial BMW^{i,f,n}(t) \cdot \partial t)$] bezeichnet und dieser in der Formel (4.47) den Wert null annimmt. Aus $\mathcal{DK} = 0$ folgt unmittelbar die vorstehende Aussage bezüglich des Typs dieser Gleichung. Da sich das Vorzeichen der Diskriminante durch beliebige Transformationen der unabhängigen Variablen t und $BMW^{i,f,n}(t)$ nicht ändert und damit einhergehend die durch diese Transformationen entstehenden „neuen" Differentialgleichungen keine anderen Charakteristiken besitzen wie die ursprüngliche, ergibt sich für die vom Vorzeichen der Diskriminante abhängige Form der Lösung der „neuen" Differentialgleichungen keine Änderung gegenüber der ursprünglichen.

$C^{i,f,n}(t, BMW^{i,f,n}(t)) = C^{i,f,n}(\cdot)$ für alle i, $i = 1, \ldots, I$, und für alle t, $t \in [t_0, T]$, wie folgt spezifizieren:[42]

$$\frac{\partial C^{i,f,n}(\cdot)}{\partial t} + \frac{1}{2} \cdot \left[\sigma \cdot BMW^{i,f,n}(t)\right]^2 \cdot \frac{\partial^2 C^{i,f,n}(\cdot)}{\partial \left[BMW^{i,f,n}(t)\right]^2}$$
$$+R_s^{IKM,n} \cdot BMW^{i,f,n}(t) \cdot \frac{\partial C^{i,f,n}(\cdot)}{\partial BMW^{i,f,n}(t)} - R_s^{IKM,n} \cdot C^{i,f,n}(\cdot) = 0, \tag{4.48}$$

$$C^{i,f,n}(t, BMW^{i,f,n}(t) = 0) = C^{i,f,n}(t) = 0, \tag{4.49}$$

$$C^{i,f,n}(t, BMW^{i,f,n}(t)) \sim BMW^{i,f,n}(t) \quad \Longleftrightarrow \quad BMW^{i,f,n}(t) \longrightarrow \infty, \tag{4.50}$$

$$C^{i,f,n}(T, BMW^{i,f,n}(T)) = \max\left\{BMW^{i,f,n}(T) - a_0^{i,f,n} \cdot \exp\left[R_s^{IKM,n} \cdot T\right], 0\right\}, \tag{4.51}$$

wobei (4.48) die aus (4.47), S. 157, bekannte, hier allerdings für europäische Call Optionen konkretisierte lineare partielle Differentialgleichung 2. Ordnung repräsentiert, während die Formeln (4.49) und (4.50) die erforderlichen Randbedingungen in t und $BMW^{i,f,n}(t)$ sowie (4.51) die Endbedingung bezeichnen. Zur Vereinfachung dieses Problems bietet es sich an, die nachstehenden Arbeitsschritte durchzuführen: (I) Eliminierung der vor den Differentialquotienten $\partial^2 C^{i,f,n}(\cdot)/\partial[BMW^{i,f,n}(t)]^2$ und $\partial C^{i,f,n}(\cdot)/\partial BMW^{i,f,n}(t)$ notierten Terme $1/2 \cdot [\sigma \cdot BMW^{i,f,n}(t)]^2$ und $R_s^{IKM,n} \cdot BMW^{i,f,n}(t)$; (II) Reduktion der in den Formeln (4.48) bis (4.51) dann noch verbleibenden Anzahl an Variablen; (III) Überführung der in (4.48) angegebenen Rückwärtsgleichung in eine Vorwärtsgleichung inklusive einer entsprechenden Anpassung der Formeln (4.49) bis (4.51). Diese Schritte lassen sich auf der Grundlage der Transformationen[43]

$$\begin{gathered} C^{i,f,n}(\cdot) = a_0^{i,f,n} \cdot \exp\left\{R_s^{IKM,n} \cdot T\right\} \cdot f(\tau, x), \\ t = T - \frac{\tau}{\frac{1}{2} \cdot \sigma^2} \quad \text{sowie} \quad BMW^{i,f,n}(t) = a_0^{i,f,n} \cdot \exp\left\{R_s^{IKM,n} \cdot T\right\} \cdot \exp\{x\} \end{gathered} \tag{4.52}$$

en bloc bewältigen, und man erhält die folgende „neue“ Differentialgleichung:

$$\frac{\partial C^{i,f,n}(\cdot)}{\partial f} \cdot \frac{\partial f(\cdot)}{\partial \tau} \cdot \frac{\partial \tau(\cdot)}{\partial t}$$
$$+\frac{1}{2} \cdot \left[\sigma \cdot BMW^{i,f,n}(t)\right]^2 \cdot \frac{\partial}{\partial BMW^{i,f,n}(t)} \left[\frac{\partial C^{i,f,n}(\cdot)}{\partial f} \cdot \frac{\partial f(\cdot)}{\partial x} \cdot \frac{\partial x(\cdot)}{\partial BMW^{i,f,n}(t)}\right]$$

[42] Vgl. zur grundsätzlichen Formulierung des Problems (4.48) bis (4.51) sowie zu dessen Lösung die Ausführungen in Black, F., Scholes, M. (1973), S. 640 ff.; Bronstein, I. N., Semendjajew, K. A. et al. (2001), S. 543 ff.; Duffie, D. (2001), S. 90 ff.; Franke, J., Härdle, W., Hafner, C. (2004), S. 77 ff.; Hull, J. C. (2000), S. 246 ff.; Kwok, Y.-K. (1999), S. 32 ff.; Merton, R. C. (1973b), S. 160 ff.; Merton, R. C. (1998), S. 326 ff.; Shreve, S. E. (2004b), S. 153 ff.; Steiner, M., Bruns, C. (2002), S. 346 ff.; Sundaresan, S. M. (2000), S. 1574 ff.; Wilmott, P., Howison, S., Dewynne, J. (1995), S. 33 ff.

[43] Vgl. hierzu die Ausführungen in der Fußnote 41, S. 157.

$$+R_s^{IKM,n} \cdot BMW^{i,f,n}(t) \cdot \frac{\partial C^{i,f,n}(\cdot)}{\partial f} \cdot \frac{\partial f(\cdot)}{\partial x} \cdot \frac{\partial x(\cdot)}{\partial BMW^{i,f,n}(t)}$$

$$-R_s^{IKM,n} \cdot a_0^{i,f,n} \cdot \exp\left\{R_s^{IKM,n} \cdot T\right\} \cdot f(\cdot) = 0 \quad \Longleftrightarrow$$

$$\Longleftrightarrow \quad \frac{\partial f(\cdot)}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 f(\cdot)}{\partial x^2} + (c-1) \cdot \frac{\partial f(\cdot)}{\partial x} - c \cdot f(\cdot) \quad \text{mit} \quad c = \frac{R_s^{IKM,n}}{\frac{1}{2} \cdot \sigma^2}, \tag{4.53}$$

wobei zur Gewährleistung der Äquivalenz mit den Formeln (4.48) bis (4.51), S. 158, folgende Anfangsbedingung zu beachten ist:

$$f(\tau = 0, x) = f_0(x) = \max\left\{\exp\left[x\right] - 1, 0\right\}. \tag{4.54}$$

Letztere stellt sicher, daß für $x \longrightarrow \infty$ $[x \longrightarrow 0]$ $\{x \longrightarrow -\infty\}$ gilt: $f_0(x) \longrightarrow \infty$ und $BMW^{i,f,n}(t) \longrightarrow \infty$ $[f_0(x) \longrightarrow 0$ und $BMW^{i,f,n}(t) \longrightarrow a_0^{i,f,n} \cdot \exp\{R_s^{IKM,n} \cdot T\}]$ $\{f_0(x) \longrightarrow 0$ und $BMW^{i,f,n}(t) \longrightarrow 0\}$. Damit ist mit (4.53) eine lineare partielle Differentialgleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten entstanden, die sich durch nachstehende Variablensubstitution weiter vereinfachen läßt:

$$f(\cdot) = \exp\left\{\mathcal{A} \cdot \tau + \mathcal{B} \cdot x\right\} \cdot u(\tau, x) \tag{4.55}$$

mit $\mathcal{A}$ und $\mathcal{B}$ als sinnvoll zu wählenden Konstanten. Führt man die in der Formel (4.53) angegebenen Berechnungen auf der Grundlage von (4.55) durch, resultiert:

$$\mathcal{A} \cdot u(\cdot) + \frac{\partial u(\cdot)}{\partial \tau} = \mathcal{B}^2 \cdot u(\cdot) + 2 \cdot \mathcal{B} \cdot \frac{\partial u(\cdot)}{\partial x} + \frac{\partial^2 u(\cdot)}{\partial x^2} + (c-1) \cdot \left[\mathcal{B} \cdot u(\cdot) + \frac{\partial u(\cdot)}{\partial x}\right] - c \cdot u(\cdot). \tag{4.56}$$

Durch die Wahl $\mathcal{A} = -1/4 \cdot (c+1)^2$ und $\mathcal{B} = -1/2 \cdot (c-1)$ läßt sich (4.55) in der Form

$$f(\cdot) = \exp\left\{-\frac{1}{4} \cdot (c+1)^2 \cdot \tau - \frac{1}{2} \cdot (c-1) \cdot x\right\} \cdot u(\tau, x) \tag{4.57}$$

schreiben, und man erhält auf der Basis von (4.56) eine „neue" Differentialgleichung:

$$\frac{\partial u(\cdot)}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 u(\cdot)}{\partial x^2} \quad \text{mit} \quad -\infty < x < \infty \quad \text{und} \quad \tau > 0. \tag{4.58}$$

Um die Äquivalenz mit den Formeln (4.48) bis (4.51), S. 158, sowie (4.53) und (4.54) sicherzustellen, muß folgende Anfangsbedingung berücksichtigt werden:

$$u(\tau = 0, x) = u_0(x) = \max\left\{\exp\left[\frac{1}{2} \cdot (c+1) \cdot x\right] - \exp\left[\frac{1}{2} \cdot (c-1) \cdot x\right], 0\right\}. \tag{4.59}$$

Mit (4.58) und (4.59) ist man der Lösung des ursprünglichen Problems [vgl. die Formeln (4.48) bis (4.51), S. 158] bereits erheblich näher gerückt. Erstere repräsentiert nämlich die aus der Statistischen Physik bekannte Wärmeleitungsgleichung.[44] Um diese lineare

[44]Die Wärmeleitungsgleichung beschreibt die Ausbreitung von Wärme „in einem homogenen Stab, dessen eines Ende im Unendlichen liegt, während das andere unter konstanter Temperatur gehalten wird". Bronstein, I. N., Semendjajew, K. A. et al. (2001), S. 547.

partielle Differentialgleichung 2. Ordnung vom parabolischen Typ mit konstanten Koeffizienten unter Beachtung der Anfangsbedingung zu lösen, bedient man sich sogenannter Ähnlichkeitslösungen (englisch: Similarity Solutions).[45] Diese ermöglichen zunächst lediglich die Bestimmung der Fundamentallösung von (4.58) und (4.59), S. 159. Auf dieser Basis kann allerdings in einem nächsten Schritt relativ einfach die allgemeine Lösung dieser Formeln ermittelt werden. Wendet man sich zunächst der Bestimmung der Fundamentallösung $u_\delta(\tau, x)$ zu und unterstellt, daß die einzige Kombination zwischen τ und x zur Lösung von (4.58) und (4.59), S. 159, durch $\vartheta = x/\sqrt{\tau}$ gegeben ist[46], wobei den weiteren Betrachtungen der Ausdruck

$$u_\delta(\tau, x) = \frac{U_\delta(\vartheta)}{\sqrt{\tau}} \tag{4.60}$$

zugrunde gelegt wird, ergeben sich für die in der Formel (4.58), S. 159, notierten Differentialquotienten nachstehende Resultate:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_\delta(\cdot)}{\partial \tau} &= -\frac{U_\delta(\vartheta) + \vartheta \cdot U'_\delta(\vartheta)}{2 \cdot \sqrt{\tau^3}}, \\ \frac{\partial^2 u_\delta(\cdot)}{\partial x^2} &= \frac{U''_\delta(\vartheta)}{\sqrt{\tau^3}}. \end{aligned}$$

Hierbei bezeichnen $U'_\delta(\vartheta)$ und $U''_\delta(\vartheta)$ die partiellen Ableitungen 1. und 2. Ordnung der Funktion $U_\delta(\vartheta)$ nach der unabhängigen Veränderlichen ϑ. Damit erhält man für die Formel (4.58), S. 159, das folgende Ergebnis:

$$U''_\delta(\vartheta) + \left[\frac{1}{2} \cdot \vartheta \cdot U_\delta(\vartheta)\right]' = 0.$$

Das ist eine gewöhnliche lineare Differentialgleichung 2. Ordnung, die als einzige unabhängige Variable $\vartheta = x/\sqrt{\tau}$ enthält. Deren grundsätzliche Lösung ergibt sich nach zweifacher Integration wie folgt:

$$U_\delta(\vartheta) = \mathcal{Y} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{4} \cdot \vartheta^2\right\} + \mathcal{Z} \tag{4.61}$$

---

[45] Bezüglich dieser Ähnlichkeitslösungen sind einige Erläuterungen erforderlich. In bestimmten Fällen, die hier allerdings nicht weiter ausgeführt werden sollen, hängt die Lösung $u(\tau, x)$ einer linearen partiellen Differentialgleichung 2. Ordnung unter Beachtung aller Nebenbedingungen [Randbedingungen, Anfangsbedingung(en) respektive Endbedingung(en)] nur von einer bestimmten Kombination der beiden unabhängigen Variablen τ und x ab. Dadurch vereinfacht sich die Problemlösung erheblich; es muß nämlich statt einer partiellen lediglich eine gewöhnliche lineare Differentialgleichung 2. Ordnung gelöst werden, die als einzige unabhängige Variable diese bestimmte Kombination zwischen τ und x enthält. Die Lösung dieser gewöhnlichen Differentialgleichung wird Ähnlichkeitslösung oder Fundamentallösung zu der ursprünglichen partiellen Differentialgleichung genannt. Vor diesem Hintergrund läßt sich die allgemeine Lösung des ursprünglichen Problems relativ einfach finden. Vgl. Wilmott, P., Howison, S., Dewynne, J. (1995), S. 71 f.

[46] Vgl. zu den Formeln $\vartheta = x/\sqrt{\tau}$ und $u_\delta(\tau, x) = U_\delta(\vartheta)/\sqrt{\tau}$ sowie deren Eigenschaften insbesondere die Arbeiten von Logan, J. D. (1998), S. 918; Wilmott, P., Howison, S., Dewynne, J. (1995), S. 73 f.

mit $\mathcal{Y}$ und $\mathcal{Z}$ als sinnvoll zu wählenden Konstanten. Für $\mathcal{Y} = 1/(2 \cdot \sqrt{\pi})$ und $\mathcal{Z} = 0$ erhält man die Fundamentallösung von (4.58), S. 159, vor dem Hintergrund (4.60), S. 160:

$$u_\delta(\tau, x) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot \tau}} \cdot \exp\left\{-\frac{x^2}{2 \cdot 2 \cdot \tau}\right\}, \quad -\infty < x < \infty, \quad \tau > 0, \tag{4.62}$$

wobei nachstehende Anfangsbedingung zu beachten ist:

$$u_\delta(\tau = 0, x) = u_\delta(x). \tag{4.63}$$

Diesbezüglich sind zwei Anmerkungen erforderlich. Zum einen läßt sich konstatieren, daß die Formel (4.62) die Dichtefunktion der Normalverteilung repräsentiert, wobei hier gilt: $\mathcal{E}[X] = 0$ und $\mathcal{V}[X] = 2 \cdot \tau$ [vgl. Anhang B.2, Fußnote 22, S. 296]. Insofern stellt auch

$$u_\delta(\tau, s - x) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot \tau}} \cdot \exp\left\{-\frac{(s-x)^2}{2 \cdot 2 \cdot \tau}\right\}, \quad -\infty < x < \infty, \quad \tau > 0 \tag{4.64}$$

mit der Anfangsbedingung

$$u_\delta(\tau = 0, s - x) = u_\delta(s - x) \tag{4.65}$$

eine Fundamentallösung der Wärmeleitungsgleichung dar, wobei s beliebige Werte aus der Menge der reellen Zahlen annehmen kann. Zum anderen ist zu beachten, daß sowohl (4.62) als auch (4.64) lediglich punktweise Betrachtungen durchführen und immer problematischere Eigenschaften annehmen, je näher sie an den Punkt $\tau = 0$[47] herangeführt werden. Um dieses Dilemma zu beheben und darüber hinaus die allgemeine Lösung des Problems (4.58) und (4.59), S. 159, abzuleiten, stellt man folgende Überlegung an. Für jedes s erfüllt $u_0(s) \cdot u_\delta(\tau, s - x)$ im Sinne einer Fundamentallösung den Ausdruck (4.58), S. 159, und besitzt den Startwert $u_0(s) \cdot u_\delta(\tau = 0, s - x) = u_0(s) \cdot u_\delta(s - x)$. Da es sich bei der Formel (4.58), S. 159, um eine lineare Gleichung handelt, lassen sich die für $s = -\infty$ bis $s = \infty$ ermittelten Fundamentallösungen problemlos addieren, und man erhält:

$$u(\tau, x) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot \tau}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} u_0(s) \cdot \exp\left\{-\frac{(x-s)^2}{2 \cdot 2 \cdot \tau}\right\} ds. \tag{4.66}$$

Die Anfangsbedingung lautet:

$$u(\tau = 0, x) = \int_{-\infty}^{\infty} u_0(s) \cdot u_\delta(\tau = 0, s - x)\, ds = u_0(x) = \int_{-\infty}^{\infty} u_0(s) \cdot u_\delta(s - x)\, ds. \tag{4.67}$$

Damit sind sowohl die allgemeine Lösung des Problems (4.58) und (4.59), S. 159, als auch die allgemeine Lösung des ursprünglichen Problems (4.48) bis (4.51), S. 158, gefunden.

[47] Für $\tau \to 0$ geht (4.62) [(4.64)] in (4.63) [(4.65)] über. Letztere nennt man Diracsche Deltafunktion. Diese beschreibt den Grenzwert jeder einparametrischen Familie von Funktionen $u_\delta(x) = \delta_\tau(x)$ für $\tau \to 0$ und besitzt folgende Eigenschaften: (I) $\delta_\tau(x)$ ist für jedes τ stückweise stetig, (II) $\int_{-\infty}^{\infty} \delta_\tau(x)\, dx = 1$ sowie (III) $\lim_{\tau \to 0} \delta_\tau(x) = 0$ für alle $x \neq 0$. Vgl. Wilmott, P., Howison, S., Dewynne, J. (1995), S. 63 ff.

Um die Formel (4.66), S. 161, explizit berechnen zu können, ist es sinnvoll, die Variablensubstitution $\varphi = (s-x)/\sqrt{2\cdot\tau}$ vorzunehmen. Dadurch ergibt sich mit (4.59), S. 159:

$$\begin{aligned}
u(\tau,x) &= \frac{1}{\sqrt{2\cdot\pi}}\cdot\int_{-\infty}^{\infty} u_0(x+\varphi\cdot\sqrt{2\cdot\tau})\cdot\exp\left\{-\frac{1}{2}\cdot\varphi^2\right\}\,d\varphi \\
&= \frac{1}{\sqrt{2\cdot\pi}}\cdot\int_{-\frac{x}{\sqrt{2\cdot\tau}}}^{\infty} \exp\left\{\frac{1}{2}\cdot(c+1)\cdot\left(x+\varphi\cdot\sqrt{2\cdot\tau}\right)\right\}\cdot\exp\left\{-\frac{1}{2}\cdot\varphi^2\right\}\,d\varphi \\
&\quad -\frac{1}{\sqrt{2\cdot\pi}}\cdot\int_{-\frac{x}{\sqrt{2\cdot\tau}}}^{\infty} \exp\left\{\frac{1}{2}\cdot(c-1)\cdot\left(x+\varphi\cdot\sqrt{2\cdot\tau}\right)\right\}\cdot\exp\left\{-\frac{1}{2}\cdot\varphi^2\right\}\,d\varphi \\
&= \overline{\mathcal{T}_{\mathcal{A}}} - \overline{\mathcal{T}_{\mathcal{B}}}.
\end{aligned} \tag{4.68}$$

Für den Term A ($\overline{\mathcal{T}_{\mathcal{A}}}$) erhält man:

$$\begin{aligned}
\overline{\mathcal{T}_{\mathcal{A}}} &= \frac{1}{\sqrt{2\cdot\pi}}\cdot\int_{-\frac{x}{\sqrt{2\cdot\tau}}}^{\infty} \exp\left\{\frac{1}{2}\cdot(c+1)\cdot\left(x+\varphi\cdot\sqrt{2\cdot\tau}\right)-\frac{1}{2}\cdot\varphi^2\right\}\,d\varphi \\
&= \frac{\exp\left\{\frac{1}{2}\cdot(c+1)\cdot x\right\}}{\sqrt{2\cdot\pi}}\cdot \\
&\quad \cdot\int_{-\frac{x}{\sqrt{2\cdot\tau}}}^{\infty} \exp\left\{\frac{1}{4}\cdot(c+1)^2\cdot\tau\right\}\cdot\exp\left\{-\frac{1}{2}\cdot\left[\varphi-\frac{1}{2}\cdot(c+1)\cdot\sqrt{2\cdot\tau}\right]^2\right\}\,d\varphi \\
&= \frac{\exp\left\{\frac{1}{4}\cdot(c+1)^2\cdot\tau+\frac{1}{2}\cdot(c+1)\cdot x\right\}}{\sqrt{2\cdot\pi}}\cdot\int_{-\frac{x}{\sqrt{2\cdot\tau}}-\frac{1}{2}\cdot(c+1)\cdot\sqrt{2\cdot\tau}}^{\infty} \exp\left\{-\frac{1}{2}\cdot\psi^2\right\}\,d\psi \\
&= \exp\left\{\frac{1}{4}\cdot(c+1)^2\cdot\tau+\frac{1}{2}\cdot(c+1)\cdot x\right\}\cdot N(b_1),
\end{aligned} \tag{4.69}$$

wobei $N(b_1)$ die Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung repräsentiert und sich aufgrund der Symmetrie der Normalverteilung auch wie folgt schreiben läßt:

$$N(b_1) = \frac{1}{\sqrt{2\cdot\pi}}\cdot\int_{-\infty}^{b_1}\exp\left\{-\frac{1}{2}\cdot s^2\right\}\,ds = \frac{1}{\sqrt{2\cdot\pi}}\cdot\int_{-\infty}^{\frac{x}{\sqrt{2\cdot\tau}}+\frac{1}{2}\cdot(c+1)\cdot\sqrt{2\cdot\tau}}\exp\left\{-\frac{1}{2}\cdot s^2\right\}\,ds.$$

Für den Term B ($\overline{\mathcal{T}_{\mathcal{B}}}$) ergibt sich:

$$\begin{aligned}
\overline{\mathcal{T}_{\mathcal{B}}} &= \frac{1}{\sqrt{2\cdot\pi}}\cdot\int_{-\frac{x}{\sqrt{2\cdot\tau}}}^{\infty} \exp\left\{\frac{1}{2}\cdot(c-1)\cdot\left(x+\varphi\cdot\sqrt{2\cdot\tau}\right)-\frac{1}{2}\cdot\varphi^2\right\}\,d\varphi \\
&= \frac{\exp\left\{\frac{1}{2}\cdot(c-1)\cdot x\right\}}{\sqrt{2\cdot\pi}}\cdot \\
&\quad \cdot\int_{-\frac{x}{\sqrt{2\cdot\tau}}}^{\infty} \exp\left\{\frac{1}{4}\cdot(c-1)^2\cdot\tau\right\}\cdot\exp\left\{-\frac{1}{2}\cdot\left[\varphi-\frac{1}{2}\cdot(c-1)\cdot\sqrt{2\cdot\tau}\right]^2\right\}\,d\varphi
\end{aligned}$$

$$= \frac{\exp\left\{\frac{1}{4}\cdot(c-1)^2\cdot\tau+\frac{1}{2}\cdot(c-1)\cdot x\right\}}{\sqrt{2\cdot\pi}}\cdot\int_{-\frac{x}{\sqrt{2\cdot\tau}}-\frac{1}{2}\cdot(c-1)\cdot\sqrt{2\cdot\tau}}^{\infty}\exp\left\{-\frac{1}{2}\cdot\psi^2\right\}d\psi$$

$$= \exp\left\{\frac{1}{4}\cdot(c-1)^2\cdot\tau+\frac{1}{2}\cdot(c-1)\cdot x\right\}\cdot N(b_2). \tag{4.70}$$

Hierbei bezeichnet $N(b_2)$ ebenfalls die Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung und läßt sich infolge der Symmetrie der Normalverteilung wie folgt schreiben:

$$N(b_2)=\frac{1}{\sqrt{2\cdot\pi}}\cdot\int_{-\infty}^{b_2}\exp\left\{-\frac{1}{2}\cdot s^2\right\}ds=\frac{1}{\sqrt{2\cdot\pi}}\cdot\int_{-\infty}^{\frac{x}{\sqrt{2\cdot\tau}}+\frac{1}{2}\cdot(c-1)\cdot\sqrt{2\cdot\tau}}\exp\left\{-\frac{1}{2}\cdot s^2\right\}ds.$$

Macht man alle bislang durchgeführten Variablensubstitutionen auf der Grundlage von

$$C^{i,f,n}(\cdot)=a_0^{i,f,n}\cdot\exp\left\{R_s^{IKM,n}\cdot T\right\}\cdot f(\tau,x),$$
$$\tau=\frac{1}{2}\cdot\sigma^2\cdot(T-t)\quad\text{sowie}\quad x=\ln\left[\frac{BMW^{i,f,n}(t)}{a_0^{i,f,n}\cdot\exp\left\{R_s^{IKM,n}\cdot T\right\}}\right] \tag{4.71}$$

rückgängig, kann der Wert europäischer Call Optionen für alle i, $i=1,\ldots,I$, und für alle t, $t\in[t_0,T-1]$, also $C^{i,f,n}(t,BMW^{i,f,n}(t))=C^{i,f,n}(\cdot)$, gemäß nachstehender allgemeiner Formel kalkuliert werden:

$$C^{i,f,n}(\cdot) = BMW^{i,f,n}(t)\cdot N(b_1)-a_0^{i,f,n}\cdot\exp\left\{R_s^{IKM,n}\cdot t\right\}\cdot N(b_2)\quad\text{mit} \tag{4.72}$$

$$b_1=\frac{\ln\left[\frac{BMW^{i,f,n}(t)}{a_0^{i,f,n}}\right]+\frac{1}{2}\cdot\sigma^2\cdot(T-t)-R_s^{IKM,n}\cdot t}{\sigma\cdot\sqrt{T-t}},$$

$$b_2=\frac{\ln\left[\frac{BMW^{i,f,n}(t)}{a_0^{i,f,n}}\right]-\frac{1}{2}\cdot\sigma^2\cdot(T-t)-R_s^{IKM,n}\cdot t}{\sigma\cdot\sqrt{T-t}}.$$

Soll die Berechnung des Werts europäischer Call Optionen für alle i, $i=1,\ldots,I$, ausschließlich zu Beginn der Restlaufzeit erfolgen $[C^{i,f,n}(t=0,BMW^{i,f,n}(0))=\underline{C}^{i,f,n}(\cdot)]$, also in der Periode $t=0$, vereinfacht sich (4.72). Es resultiert nämlich:

$$\underline{C}^{i,f,n}(\cdot) = BMW^{i,f,n}(0)\cdot\underline{N}(\underline{b}_1)-a_0^{i,f,n}\cdot\underline{N}(\underline{b}_2)\quad\text{mit} \tag{4.73}$$

$$\underline{b}_1=\frac{\ln\left[\frac{BMW^{i,f,n}(0)}{a_0^{i,f,n}}\right]+\frac{1}{2}\cdot\sigma^2\cdot T}{\sigma\cdot\sqrt{T}},$$

$$\underline{b}_2=\frac{\ln\left[\frac{BMW^{i,f,n}(0)}{a_0^{i,f,n}}\right]-\frac{1}{2}\cdot\sigma^2\cdot T}{\sigma\cdot\sqrt{T}}.$$

Analog zu den Ausführungen im Kapitel 4.3.3.2, Formel (4.30), S. 149, repräsentiert $\underline{N}(\underline{b}_2)$ die Wahrscheinlichkeitsdichte, mit der $BMW^{i,f,n}(0)$ nach T Perioden (Ende der Restlaufzeit des Optionskontrakts) mindestens die Höhe $a_0^{i,f,n} \cdot \exp\{R_s^{IKM,n} \cdot T\}$ erreicht, sich die Ausübung der europäischen Call Option mithin als vorteilhaft erweist. $\underline{N}(\underline{b}_1)$ bezeichnet die Sensitivität von $\underline{C}^{i,f,n}(\cdot)$ bei einer infinitesimal kleinen Veränderung von $BMW^{i,f,n}(0)$ [vgl. hierzu (4.44), S. 156]. Da die Formeln (4.30) und (4.73), S. 149 und 163, eine ähnliche Struktur aufweisen, liegt die Vermutung nahe, daß sich diese unter bestimmten Voraussetzungen ineinander überführen lassen. Gibt man vor diesem Hintergrund die zur Herleitung des Ausdrucks (4.30) implizit genannte Prämisse auf, der künftige Planungszeitraum T[Perioden] unterteile sich in eine spezifische Anzahl äquidistanter Subperioden $t = 1, \ldots, T$, wobei t im folgenden durch das Symbol m[Subperioden] ersetzt wird, der Länge h[Perioden/Subperiode] $= 1$, und akzeptiert sehr große (theoretisch unendlich große) Werte für m sowie entsprechend kleine (theoretisch unendlich kleine) Werte für h (die Gleichung $T = h \cdot m$ muß allerdings stets erfüllt sein), kann die nachstehende Aussage formuliert werden:[48] Wird zwischen dem konstanten Zinssatz für sichere Kapitalanlagen respektive Kapitalaufnahmen je Subperiode (je Periode) $\hat{r}_s^{IKM,n}$ ($r_s^{IKM,n}$) [zeitdiskrete Betrachtung] sowie dem konstanten Zinssatz für sichere Kapitalanlagen beziehungsweise Kapitalaufnahmen je infinitesimal klein wählbarem Zeitintervall $R_s^{IKM,n}$ [zeitstetige Betrachtung] der Zusammenhang

$$\begin{gathered}
\left(1 + \hat{r}_s^{IKM,n}\right)^m = \left(1 + r_s^{IKM,n}\right)^T = \exp\left\{R_s^{IKM,n} \cdot T\right\} \quad \Longrightarrow \\
\hat{r}_s^{IKM,n} = \sqrt[m]{\left(1 + r_s^{IKM,n}\right)^T} - 1 = \sqrt[m]{\exp\left\{R_s^{IKM,n} \cdot T\right\}} - 1 \quad \Longleftrightarrow \\
\hat{r}_s^{IKM,n} = \left(1 + r_s^{IKM,n}\right)^h - 1 = \exp\left\{R_s^{IKM,n} \cdot h\right\} - 1
\end{gathered} \tag{4.74}$$

beachtet und gilt zwischen dem konstanten Aufwärtsfaktor (Abwärtsfaktor) u (d) [zeitdiskrete Betrachtung] sowie der konstanten Varianz σ [zeitstetige Betrachtung] die Beziehung

$$\begin{gathered}
u = \exp\left\{\sigma \cdot \sqrt{\frac{T}{m}}\right\} = \exp\left\{\sigma \cdot \sqrt{h}\right\} \quad \Longrightarrow \quad \sigma = \frac{\ln u}{\sqrt{\frac{T}{m}}} = \frac{\ln u}{\sqrt{h}} \quad \text{und} \\
d = \exp\left\{-\sigma \cdot \sqrt{\frac{T}{m}}\right\} = \exp\left\{-\sigma \cdot \sqrt{h}\right\} \quad \Longrightarrow \quad \sigma = -\frac{\ln d}{\sqrt{\frac{T}{m}}} = -\frac{\ln d}{\sqrt{h}},
\end{gathered} \tag{4.75}$$

dann konvergieren die im Kapitel 4.3.3.2, Formel (4.30), S. 149, genannten Verteilungsfunktionen der Binomialverteilung $B\left(\wp/T = h \cdot m, \check{q}\right)$ und $B\left(\wp/T = h \cdot m, q\right)$ für $m \to \infty$

[48] Vgl. zu dieser Aussage und deren Beweis insbesondere Cox, J. C., Ross, S. A., Rubinstein, M. (1979), S. 246 ff.; Hsia, C.-C. (1983), S. 41 ff.; Hull, J. C. (2000), S. 388 ff.; Kesting, H., Schulte-Mattler, H. (1992a), S. 170 f.; Kesting, H., Schulte-Mattler, H. (1992b), S. 213 ff.; Kruschwitz, L., Schöbel, R. (1984a), S. 174 f.; Kruschwitz, L., Schöbel, R. (1984b), S. 385; Steiner, M., Bruns, C. (2002), S. 346 f.

$(h \to 0)$ gegen die in der Formel (4.73), S. 163, genannten Verteilungsfunktionen der Normalverteilung $\underline{N}(\underline{b}_1)$ und $\underline{N}(\underline{b}_2)$. Letzteres läßt sich mathematisch wie folgt ausdrücken:

$$\lim_{\substack{m\to\infty\\ h\to 0}} B\left(\wp/T = h\cdot m, \breve{q}\right) = \underline{N}(\underline{b}_1) \quad \text{und} \quad \lim_{\substack{m\to\infty\\ h\to 0}} B\left(\wp/T = h\cdot m, q\right) = \underline{N}(\underline{b}_2). \tag{4.76}$$

Dieses Ergebnis ist für die nachstehende Analyse aus mindestens zwei Gründen von großem Interesse. Einerseits besteht nun die Möglichkeit, die Resultate aus dem zeit- und zustandsstetigen MBSC-Modell (für europäische Optionen) zumindest näherungsweise auch mit Hilfe des zeit- und zustandsdiskreten MCRR-Modells (für europäische Optionen) zu kalkulieren respektive zu verifizieren. Andererseits, und dieser Sachverhalt läßt sich gar nicht hoch genug einschätzen, werden die Ausführungen in den Kapiteln 4.3.4.2 und 4.4.2.2, S. 167 und 254 ff., zeigen, daß dem vorstehenden Gedanken auch bei der auf einer sinnvollen ökonomischen Argumentation basierenden Evaluierung amerikanischer Optionen eine herausragende Bedeutung zukommt.

Abschließend soll noch darauf hingewiesen werden, daß die Ableitung einer allgemeinen Formel zur Bewertung europäischer Put Optionen nach dem gleichen Muster wie bei Call Optionen erfolgt. Es sind lediglich drei Modifikationen vorzunehmen. (I) Das den Begriff der Call Option repräsentierende Symbol C muß durch das den Begriff der Put Option bezeichnende Symbol P ersetzt werden. (II) Alle in den Maximumfunktionen enthaltenen Differenzen sind mit (-1) zu multiplizieren oder, äquivalent hierzu, alle Maximumfunktionen sind durch $-$Minimumfunktionen zu ersetzen. (III) Die Randbedingungen (4.49) und (4.50), S. 158, müssen dahingehend modifiziert werden, daß $P^{i,f,n}(t, BMW^{i,f,n}(t)) = P^{i,f,n}(\cdot)$ genau dann $a_0^{i,f,n}\cdot\exp\{R_s^{IKM,n}\cdot t\}$ beträgt [gegen null konvergiert], wenn gilt: $BMW^{i,f,n}(t) = 0$ [$BMW^{i,f,n}(t) \longrightarrow \infty$]. Dadurch hat das zu lösende Problem folgende Gestalt:

$$\frac{\partial P^{i,f,n}(\cdot)}{\partial t} + \frac{1}{2}\cdot\left[\sigma\cdot BMW^{i,f,n}(t)\right]^2\cdot\frac{\partial^2 P^{i,f,n}(\cdot)}{\partial\left[BMW^{i,f,n}(t)\right]^2}$$
$$+R_s^{IKM,n}\cdot BMW^{i,f,n}(t)\cdot\frac{\partial P^{i,f,n}(\cdot)}{\partial BMW^{i,f,n}(t)} - R_s^{IKM,n}\cdot P^{i,f,n}(\cdot) = 0, \tag{4.77}$$

$$P^{i,f,n}(t, BMW^{i,f,n}(t) = 0) = P^{i,f,n}(t) = a_0^{i,f,n}\cdot\exp\left\{R_s^{IKM,n}\cdot t\right\}, \tag{4.78}$$

$$P^{i,f,n}(t, BMW^{i,f,n}(t)) \longrightarrow 0 \quad \Longleftrightarrow \quad BMW^{i,f,n}(t) \longrightarrow \infty, \tag{4.79}$$

$$P^{i,f,n}(T, BMW^{i,f,n}(T)) = \max\left\{a_0^{i,f,n}\cdot\exp\left[R_s^{IKM,n}\cdot T\right] - BMW^{i,f,n}(T), 0\right\}. \tag{4.80}$$

Führt man vor diesem Hintergrund die auf den Seiten 158 bis 163 für europäische Call Optionen erläuterten Schritte analog durch, wobei insbesondere die Anfangsbedingung (4.59), S. 159, durch

$$u(\tau = 0, x) = u_0(x) = \max\left\{\exp\left[\frac{1}{2}\cdot(c-1)\cdot x\right] - \exp\left[\frac{1}{2}\cdot(c+1)\cdot x\right], 0\right\} \tag{4.81}$$

und der Ausdruck (4.68), S. 162, durch

$$
\begin{aligned}
u(\tau,x) &= \frac{1}{\sqrt{2\cdot\pi}}\cdot\int_{-\infty}^{\infty} u_0(x+\varphi\cdot\sqrt{2\cdot\tau})\cdot\exp\left\{-\frac{1}{2}\cdot\varphi^2\right\}\,d\varphi \\
&= \frac{1}{\sqrt{2\cdot\pi}}\cdot\int_{-\infty}^{-\frac{x}{\sqrt{2\cdot\tau}}}\exp\left\{\frac{1}{2}\cdot(c-1)\cdot\left(x+\varphi\cdot\sqrt{2\cdot\tau}\right)\right\}\cdot\exp\left\{-\frac{1}{2}\cdot\varphi^2\right\}\,d\varphi \\
&\quad -\frac{1}{\sqrt{2\cdot\pi}}\cdot\int_{-\infty}^{-\frac{x}{\sqrt{2\cdot\tau}}}\exp\left\{\frac{1}{2}\cdot(c+1)\cdot\left(x+\varphi\cdot\sqrt{2\cdot\tau}\right)\right\}\cdot\exp\left\{-\frac{1}{2}\cdot\varphi^2\right\}\,d\varphi \\
&= \underline{\mathcal{I}_{\mathcal{B}}}-\underline{\mathcal{I}_{\mathcal{A}}} \qquad (4.82)
\end{aligned}
$$

ersetzt werden müssen, resultiert der Wert europäischer Put Optionen sowohl für alle i, $i=1,\ldots,I$, als auch für alle t, $t\in[t_0,T-1]$, mithin $P^{i,f,n}(t,BMW^{i,f,n}(t))=P^{i,f,n}(\cdot)$, gemäß nachstehender allgemeiner Formel [vgl. hierzu (4.72), S. 163]:

$$
\begin{aligned}
P^{i,f,n}(\cdot) &= a_0^{i,f,n}\cdot\exp\left\{R_s^{IKM,n}\cdot t\right\}\cdot N(-b_2)-BMW^{i,f,n}(t)\cdot N(-b_1) \\
&= a_0^{i,f,n}\cdot\exp\left\{R_s^{IKM,n}\cdot t\right\}\cdot[1-N(b_2)]-BMW^{i,f,n}(t)\cdot[1-N(b_1)] \quad \text{mit} \qquad (4.83)
\end{aligned}
$$

$$
b_1=\frac{\ln\left[\frac{BMW^{i,f,n}(t)}{a_0^{i,f,n}}\right]+\frac{1}{2}\cdot\sigma^2\cdot(T-t)-R_s^{IKM,n}\cdot t}{\sigma\cdot\sqrt{T-t}},
$$

$$
b_2=\frac{\ln\left[\frac{BMW^{i,f,n}(t)}{a_0^{i,f,n}}\right]-\frac{1}{2}\cdot\sigma^2\cdot(T-t)-R_s^{IKM,n}\cdot t}{\sigma\cdot\sqrt{T-t}}.
$$

Soll die Kalkulation des Werts europäischer Put Optionen für alle i, $i=1,\ldots,I$, ausschließlich zu Beginn der Restlaufzeit erfolgen $[P^{i,f,n}(t=0,BMW^{i,f,n}(0))=\underline{P}^{i,f,n}(\cdot)]$, also in der Periode $t=0$, vereinfacht sich der vorstehende Ausdruck. Man erhält nämlich [vgl. hierzu die Formel (4.73), S. 163]:

$$
\begin{aligned}
\underline{P}^{i,f,n}(\cdot) &= a_0^{i,f,n}\cdot\underline{N}(-\underline{b}_2)-BMW^{i,f,n}(0)\cdot\underline{N}(-\underline{b}_1) \\
&= a_0^{i,f,n}\cdot[1-\underline{N}(\underline{b}_2)]-BMW^{i,f,n}(0)\cdot[1-\underline{N}(\underline{b}_1)] \quad \text{mit} \qquad (4.84)
\end{aligned}
$$

$$
\underline{b}_1=\frac{\ln\left[\frac{BMW^{i,f,n}(0)}{a_0^{i,f,n}}\right]+\frac{1}{2}\cdot\sigma^2\cdot T}{\sigma\cdot\sqrt{T}},
$$

$$
\underline{b}_2=\frac{\ln\left[\frac{BMW^{i,f,n}(0)}{a_0^{i,f,n}}\right]-\frac{1}{2}\cdot\sigma^2\cdot T}{\sigma\cdot\sqrt{T}}.
$$

4.3.4.2 Erweiterung des Basismodells

In Übereinstimmung mit den Ausführungen im Kapitel 4.3.3.3, S. 150 ff., sollen nun die im Rahmen der Diskussion des Basismodells präsentierten Überlegungen um einen wichtigen Aspekt erweitert werden; die Betrachtung einer amerikanischen Option nebst entsprechender Anpassung der in 4.3.3.1, S. 132, formulierten Annahme (V). Damit sind wieder die beiden im erstgenannten Kapitel notierten Konsequenzen verbunden [vgl. hierzu auch die Formeln (4.33) bis (4.39), S. 151 f.]. Das verwundert insofern nicht, als sich die dort auf der Grundlage des MCRR-Modells entwickelte zeit- und zustandsdiskrete Modellökonomie über die Formeln (4.74), (4.75) und (4.76), S. 164 f., problemlos in die durch das MBSC-Modell vorgegebene zeit- und zustandsstetige Modellwelt überführen läßt. Während also der Wert einer amerikanischen Call Option im Rahmen der hier unterstellten zeit- und zustandsstetigen Betrachtungsweise exakt durch die Formeln (4.72) und (4.73), S. 163, kalkulierbar ist, muß der Wert einer amerikanischen Put Option näherungsweise bestimmt werden. Hierzu läßt sich auf eine Vielzahl mehr oder weniger gut geeigneter numerischer Verfahren[49] zurückgreifen, die innerhalb der letzten Jahrzehnte sowohl in den Wirtschafts- als auch den Naturwissenschaften, und hier vor allem der Mathematik, entwickelt worden ist.[50] Da jedoch die Mehrzahl dieser Verfahren nicht mit einer Optionsbewertung vereinbar ist, die vollständig durch Arbitragefreiheitsüberlegungen und damit ausschließlich ökonomisch fundiert gerechtfertigt werden kann, wird nachstehend die im Kapitel 4.3.3.3, Formeln (4.38) und (4.39) sowie Abbildung 4.14, S. 152 f., dargestellte risikoneutralisierte Bewertungstechnik, ergänzt durch die Überlegungen im Kapitel 4.3.4.1, Formeln (4.74), (4.75) und (4.76), S. 164 f., als numerisches Verfahren zur Approximation des Werts amerikanischer (Call und) Put Optionen verwendet. Wie die Ausführungen zu dieser Bewertungstechnik gezeigt haben, erfüllt diese das vorstehend genannte Kriterium problemlos. Darüber hinaus werden die Ergebnisse im Kapitel 4.4.2, S. 237 ff., verdeutlichen, daß sich diesem numerischen Verfahren ein für die vorliegende Dissertation angemessenes Konvergenzverhalten nicht absprechen läßt.

---

[49]Diese können nach einem auf J. C. Hull zurückgehenden Vorschlag den folgenden Klassen zugeordnet werden: (I) Binomialbäume (englisch: Binomial Trees), (II) Monte Carlo Simulationen (englisch: Monte Carlo Simulations), (III) Implizite [Explizite] Finite Differenzen Methoden (englisch: Implicit [Explicit] Finite Difference Methods) und (IV) Analytische Approximationen (englisch: Analytic Approximations). Vgl. Hull, J. C. (2000), S. 388-434.

[50]Vgl. zu einer ausführlichen Diskussion dieser Näherungsverfahren insbesondere die Arbeiten von Amin, K. I. (1991), (1995); Amin, K. I., Khanna, A. (1994); Barone-Adesi, G., Whaley, R. E. (1987); Bjerksund, P., Stensland, G. (1993); Blomeyer, E. C., Johnson, H. E. (1988); Brennan, M. J., Schwartz, E. S. (1977); Broadie, M., Detemple, J. (1996); Bunch, D. S., Johnson, H. E. (1992), (2000); Carr, P. (1995); Carr, P., Jarrow, R., Myneni, R. (1992); Curran, M. (1995); Geske, R., Johnson, H. E. (1984); Geske, R., Shastri, K. (1985); Grinblatt, M., Johnson, H. E. (1988); Hull, J. C., White, A. (1988), (1990); Johnson, H. E. (1983); Jourdain, B., Martini, C. (2002); Kruschwitz, L., Schöbel, R. (1984b); Leisen, D. P. J. (1998); Leisen, D. P. J., Reimer, M. (1996); MacMillan, L. W. (1986); Parkinson, M. (1977); Pflüger, M., Ulrich, J. (1997).

4.4 Direktinvestitionen vor dem Hintergrund fixer und flexibler Wechselkurse sowie integrierter Kapitalmärkte

4.4.1 Zeit- und zustandsdiskrete Betrachtungsweise auf der Basis des Grundmodells und des MCRR-Modells

4.4.1.1 Bewertung von Direktinvestitionen mit einer exklusiven, nicht verbundenen, aufschiebbaren Intraprojekt Option europäischen Typs

Die bisherigen Erläuterungen zur quantitativen Bewertung exklusiver, nicht verbundener, aufschiebbarer Intraprojekt Optionen mit finanzwirtschaftlichen Optionspreismodellen sind insofern unvollständig, als mit ihnen die Frage, wie sich Direktinvestitionen unter Beachtung zusätzlicher Wahl- und Handlungsmöglichkeiten im Sinne von Realoptionen vor dem Hintergrund fixer und flexibler Wechselkurse sowie integrierter Kapitalmärkte evaluieren lassen, nicht beantwortet werden kann. Diesem Versäumnis wird nun auf der Grundlage der im Kapitel 3.5.1 (3.5.2), Abbildungen 3.12 (3.20) und 3.13 (3.21), S. 73 f. (92 f.), sowie 3.16 (3.24) und 3.17 (3.25), S. 83 f. (101 f.), erarbeiteten Datensituation ausführlich Rechnung getragen. Geht man hierzu davon aus, daß eine zeit- und zustandsdiskrete Sichtweise auf der Basis des Grundmodells respektive des MCRR-Modells mit exklusiven, nicht verbundenen, aufschiebbaren Intraprojekt Optionen europäischen Typs die realen Gegebenheiten am besten widerspiegelt, läßt sich nachstehendes festhalten:

$$\begin{aligned} C_{0,y}^{i,f,n} &= NMW_{0,y}^{i,f,n} + P_{0,y}^{i,f,n} \\ &= -a_0^{i,f,n} + BMW_{0,y}^{i,f,n} + P_{0,y}^{i,f,n} \qquad (4.85) \\ & \quad \forall\, i \quad \text{mit} \quad y \in \left\{ \mathit{fix}, \underline{\mathit{flex}}, \underline{\underline{\mathit{flex}}} \right\} \quad \Longleftrightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Longleftrightarrow \quad ENMW_{0,y}^{i,f,n} &= NMW_{0,y}^{i,f,n} + ZFLEX_{0,y}^{i,f,n} \\ &= -a_0^{i,f,n} + BMW_{0,y}^{i,f,n} + ZFLEX_{0,y}^{i,f,n} \qquad (4.86) \\ & \quad \forall\, i \quad \text{mit} \quad y \in \left\{ \mathit{fix}, \underline{\mathit{flex}}, \underline{\underline{\mathit{flex}}} \right\}, \end{aligned}$$

wobei $C_{0,y}^{i,f,n}$ $(P_{0,y}^{i,f,n})$ $[BMW_{0,y}^{i,f,n}]$ $\{NMW_{0,y}^{i,f,n}\}$ $[(ENMW_{0,y}^{i,f,n})]$ $\{(ZFLEX_{0,y}^{i,f,n})\}$ den vom Wechselkurssystem y abhängigen heutigen Call Optionswert (Put Optionswert) [Bruttomarktwert] {Nettomarktwert} [(Erweiterten Nettomarktwert)] {(Zeitlichen Flexibilitätswert)} einer nicht näher bezeichneten Direktinvestition i aus der Sichtweise des Auslands f in inländischer Währung n repräsentiert.[51] Diesbezüglich sind einige Anmerkungen er-

[51] Da die Anschaffungsauszahlung $-a_0^{i,f,n}$ unter Bezugnahme auf die Diskussion im Kapitel 3.5, S. 65 ff., unabhängig vom Wechselkurssystem ist, entfällt deren Indizierung mit y. Ferner soll darauf hingewiesen werden, daß im Rahmen der Interpretation ökonomischer Größen deren Zeitbezug aus Vereinfachungsgründen immer dann unerwähnt bleibt, wenn dadurch keine Mißverständnisse entstehen.

forderlich. Während nämlich (4.85), S. 168, unmittelbar aus Kapitel 4.3.3.1 [4.3.3.2], Formeln (4.20) und (4.23) [(4.30) und (4.32)], S. 144 f. [149 f.], ableitbar ist, stellt (4.86), S. 168, eine auf die quantitative Bewertung von Direktinvestitionen mit inhärenten zeitlichen Flexibilitäten abgestimmte Interpretation von (4.85) dar. Damit wird an dieser Stelle explizit auf die inhaltliche Übereinstimmung zwischen der Durchführung (Unterlassung) einer mit zeitlichen Flexibilitäten ausgestatteten realen Investitionshandlung im Ausland und der Ausübung (Nichtausübung) einer mit vergleichbaren Merkmalen ausgestatteten Call Option hingewiesen. Darüber hinaus verdeutlichen die Formeln (4.85) und (4.86), S. 168, daß der neue und für die nachstehenden Ausführungen relevante Entscheidungswert $ENMW_{0,y}^{i,f,n}$ $\{ZFLEX_{0,y}^{i,f,n}\}$ auf zwei unterschiedliche Arten bestimmt werden kann: Entweder direkt über die Kalkulation von $C_{0,y}^{i,f,n}$ $\{P_{0,y}^{i,f,n}\}$ oder indirekt über die Berechnung von $P_{0,y}^{i,f,n}$ $\{C_{0,y}^{i,f,n}\}$ und Addition {Subtraktion} der bereits aus dem Kapitel 3.5.1 [3.5.2], Formeln (3.7) [(3.19)], (3.9) [(3.22)] und (3.13) [(3.24)], S. 69 [87], 76 [95] und 78 [96], bekannten Größe $NMW_{0,y}^{i,f,n}$. Unter Berücksichtigung dieser Aussagen lassen sich für das Grundmodell und das MCRR-Modell folgende Resultate ableiten.

A. Ergebnisse für das Grundmodell

Betrachtet man zunächst das im Kapitel 4.3.3.1, S. 131 ff., diskutierte Grundmodell vor dem Hintergrund eines Systems fixer Wechselkurse sowie integrierter Kapitalmärkte und legt die mit den Abbildungen 3.12 (3.16) und 3.13 (3.17), S. 73 f. (83 f.), kompatiblen Graphiken 4.15 bis 4.20, S. 170 bis 175, den weiteren Ausführungen zugrunde, ergibt sich:[52]

$$\begin{aligned} ENMW_{0,\mathit{fix}}^{i,f,n}\ \left(C_{0,\mathit{fix}}^{i,f,n}\right) &= NMW_{0,\mathit{fix}}^{i,f,n} + ZFLEX_{0,\mathit{fix}}^{i,f,n}\ \left(P_{0,\mathit{fix}}^{i,f,n}\right) \\ &= 3.566.519{,}77639 + 6.752.026{,}44888 \\ &= 10.318.546{,}22528\ [\text{Geldeinheiten}]. \end{aligned} \tag{4.87}$$

Damit wird deutlich, daß bereits innerhalb eines Systems fixer Wechselkurse die Berücksichtigung der mit einer spezifischen realen Investitionshandlung im Ausland verbundenen

[52] In diesem Zusammenhang soll auf drei Sachverhalte besonders hingewiesen werden. Erstens wird in den Abbildungen 4.17 bis 4.20, S. 172 bis 175, $r_{t-1,t/\kappa}^{IKM,n} = r_s^{IKM,n} = 0,05$ für $t = 1, \ldots, 5$ und $\kappa = 1\ (2)\ \cdots [2^{t-1}] \iff j = 1, 2\ (3, 4)\ \cdots\ [2^t - 1, 2^t]$ gesetzt, um die nachstehenden Resultate besser mit den innerhalb des MCRR-Modells abgeleiteten Ergebnissen vergleichen zu können. Die Variabilität der bedingten Veränderungsraten des Bruttomarktwerts im Zeitablauf als wesentliches Unterscheidungsmerkmal des Grundmodells gegenüber dem MCRR-Modell bleibt aber weiterhin erhalten (vgl. hierzu die Abbildungen 4.15 und 4.16, S. 170 f.). Zweitens erfolgen alle Berechnungen innerhalb des Grundmodells auf der Basis der im Kapitel 4.3.3.1, Abbildungen 4.10 und 4.11, S. 137 f., dargestellten risikoneutralisierten Bewertungstechnik. Es läßt sich jedoch leicht überprüfen, daß die Formeln (4.20) bis (4.23), S. 144 f., äquivalente Resultate liefern. Der Grund, weshalb sie hier nicht verwendet werden, ist darin zu sehen, daß sie bei der Evaluation amerikanischer Optionen grundsätzlich keine Gültigkeit mehr besitzen, während die risikoneutralisierte Bewertungstechnik selbst in diesem Fall anwendbar bleibt. Drittens weisen die in den Abbildungen 4.17 bis 4.20, S. 172 bis 175, kursiv gedruckten Werte auf mögliche Ausübungszeitpunkte der jeweiligen Realoption hin, falls bestimmte Zeit-Zustands-Kombinationen eintreten.

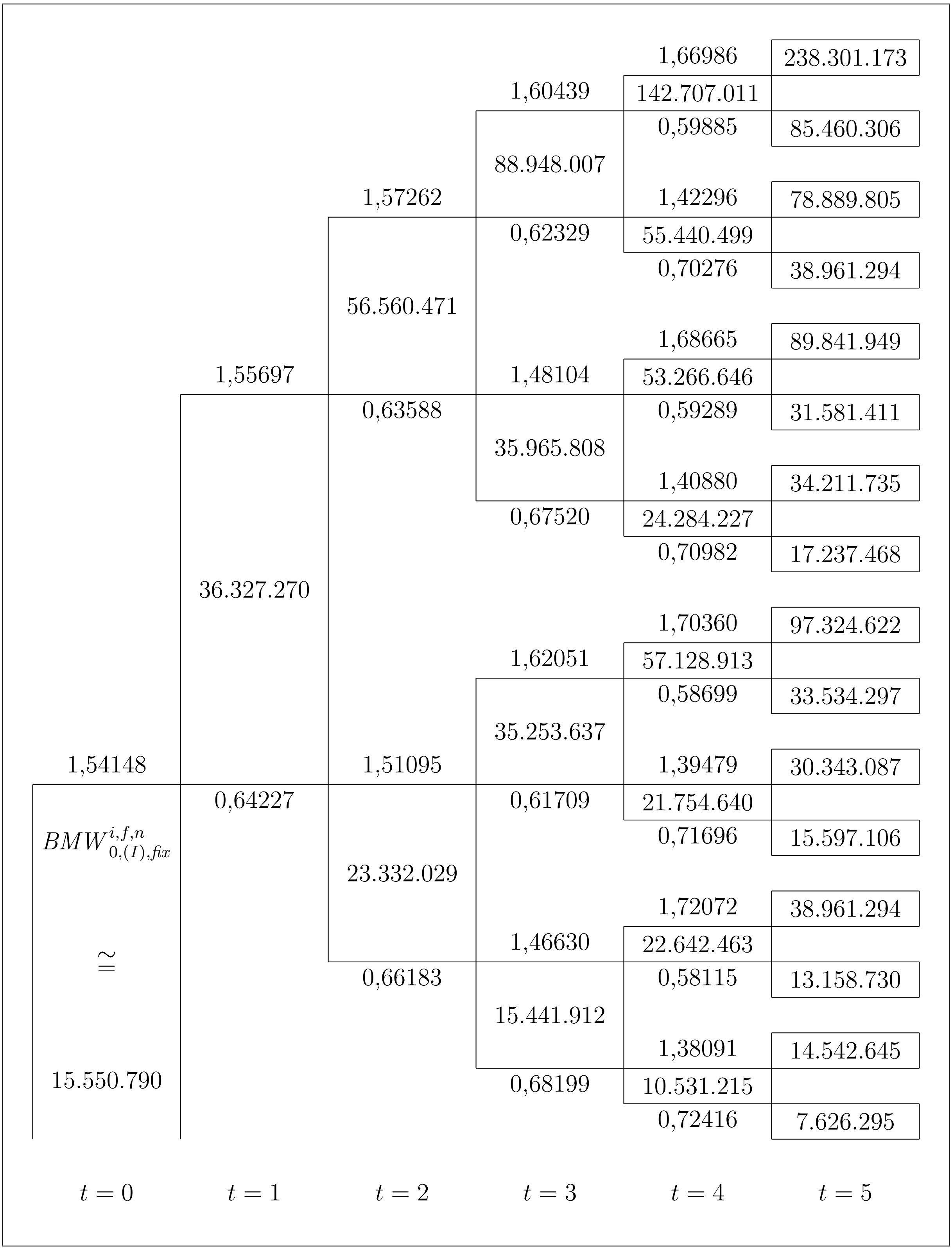

Abbildung 4.15: Entwicklung der zustandsabhängigen Bruttomarktwerte sowie deren bedingten Veränderungsraten im Betrachtungszeitraum von sechs Perioden (Grundmodell, Teil I, System fixer Wechselkurse, Beispiel)

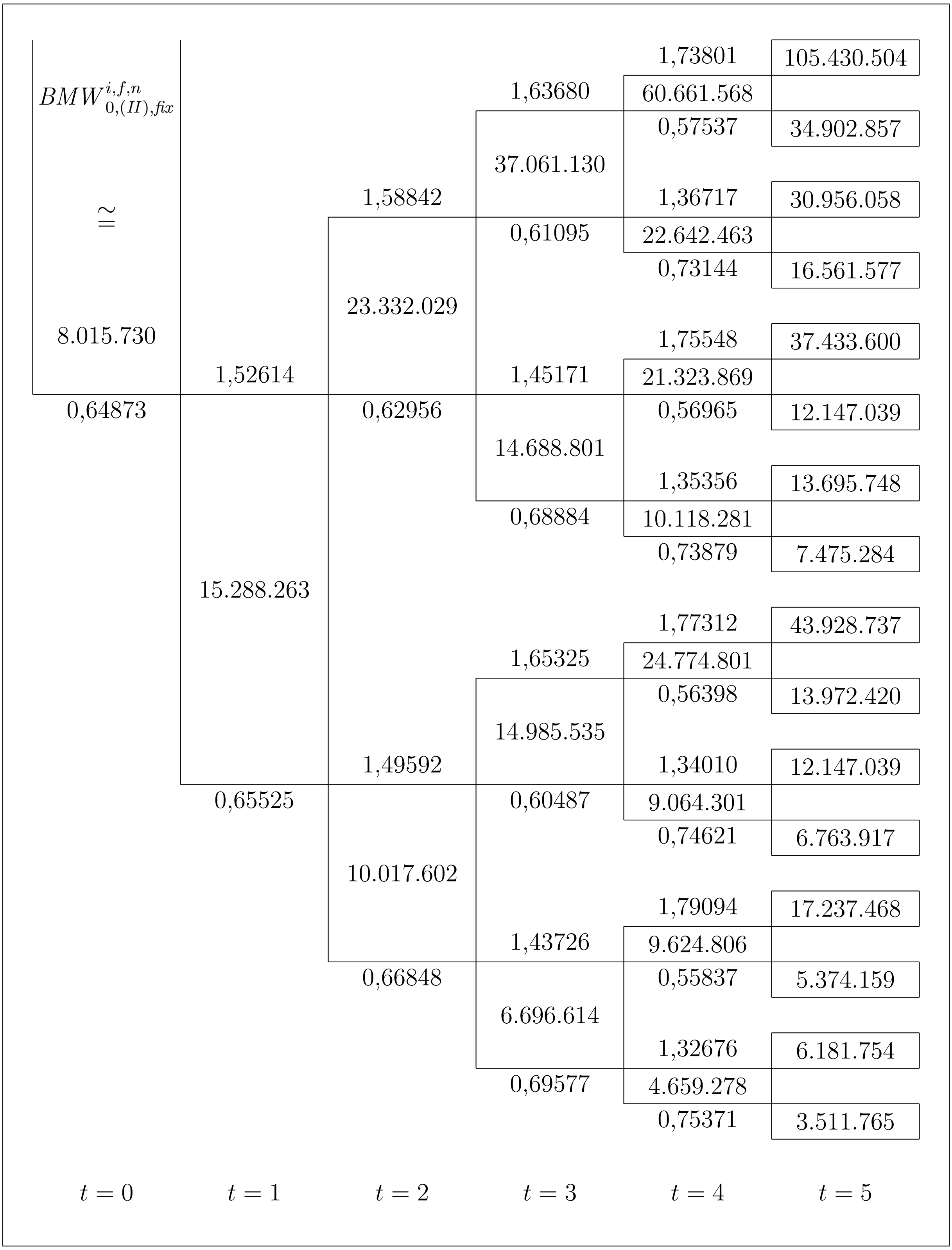

Abbildung 4.16: Entwicklung der zustandsabhängigen Bruttomarktwerte sowie deren bedingten Veränderungsraten im Betrachtungszeitraum von sechs Perioden (Grundmodell, Teil II, System fixer Wechselkurse, Beispiel)

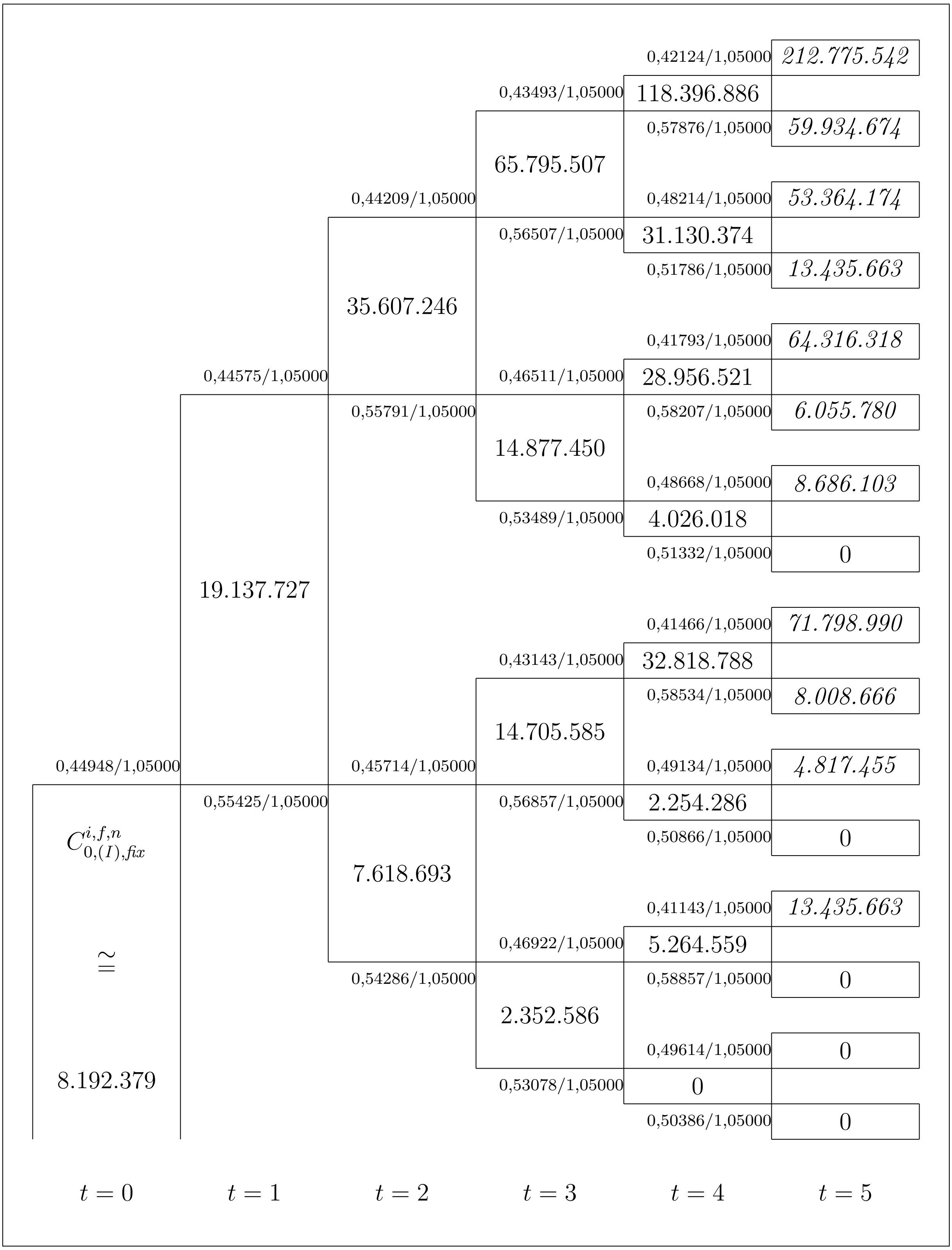

Abbildung 4.17: Entwicklung der zustandsabhängigen Werte einer europäischen Call Option, der um den Wert eins erhöhten bedingten einperiodigen Zinssätze für sichere Kapitalanlagen respektive Kapitalaufnahmen und der bedingten (Pseudo)Wahrscheinlichkeiten im Planungszeitraum von sechs Perioden (Grundmodell, Teil I, System fixer Wechselkurse, Beispiel)

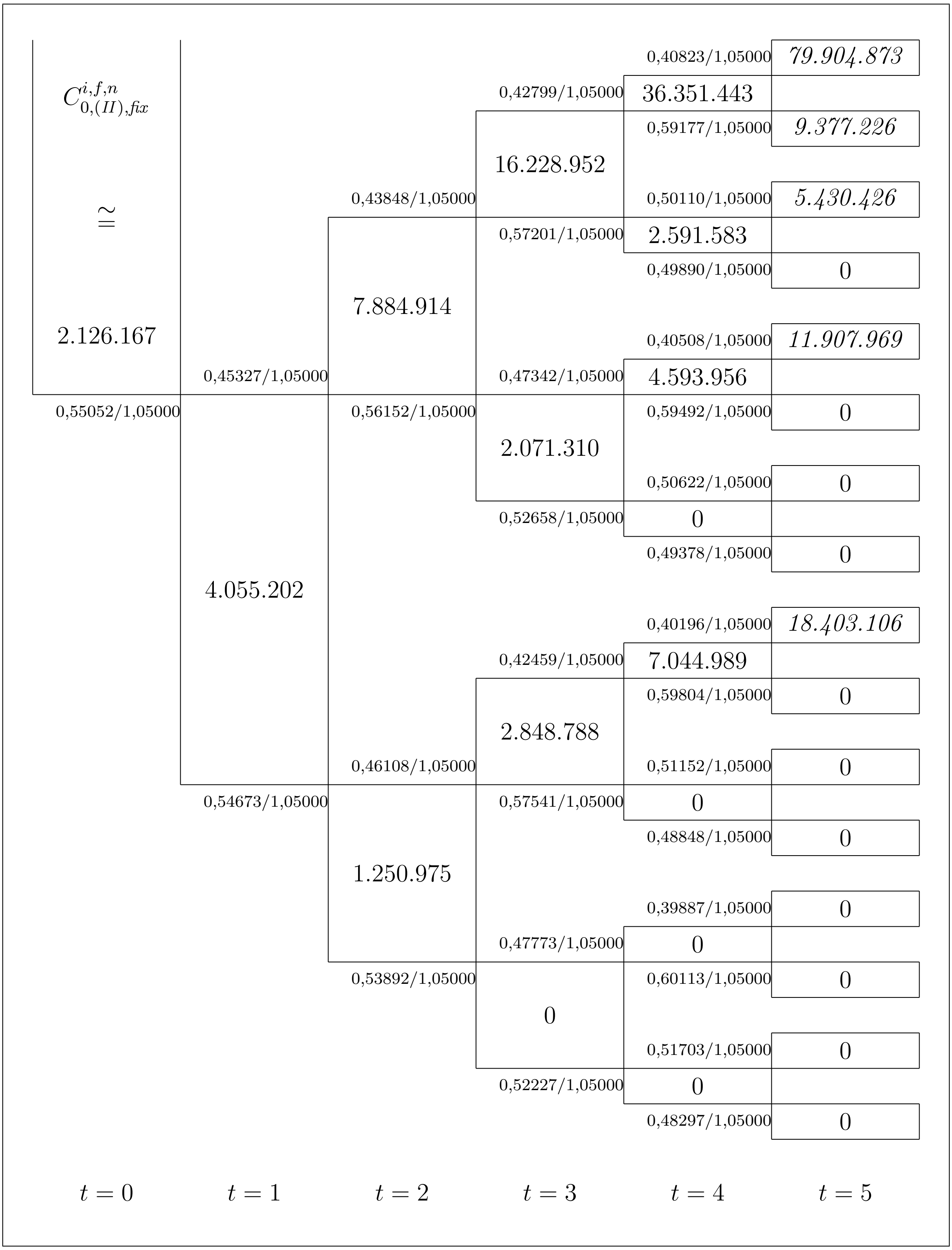

Abbildung 4.18: Entwicklung der zustandsabhängigen Werte einer europäischen Call Option, der um den Wert eins erhöhten bedingten einperiodigen Zinssätze für sichere Kapitalanlagen respektive Kapitalaufnahmen und der bedingten (Pseudo)Wahrscheinlichkeiten im Planungszeitraum von sechs Perioden (Grundmodell, Teil II, System fixer Wechselkurse, Beispiel)

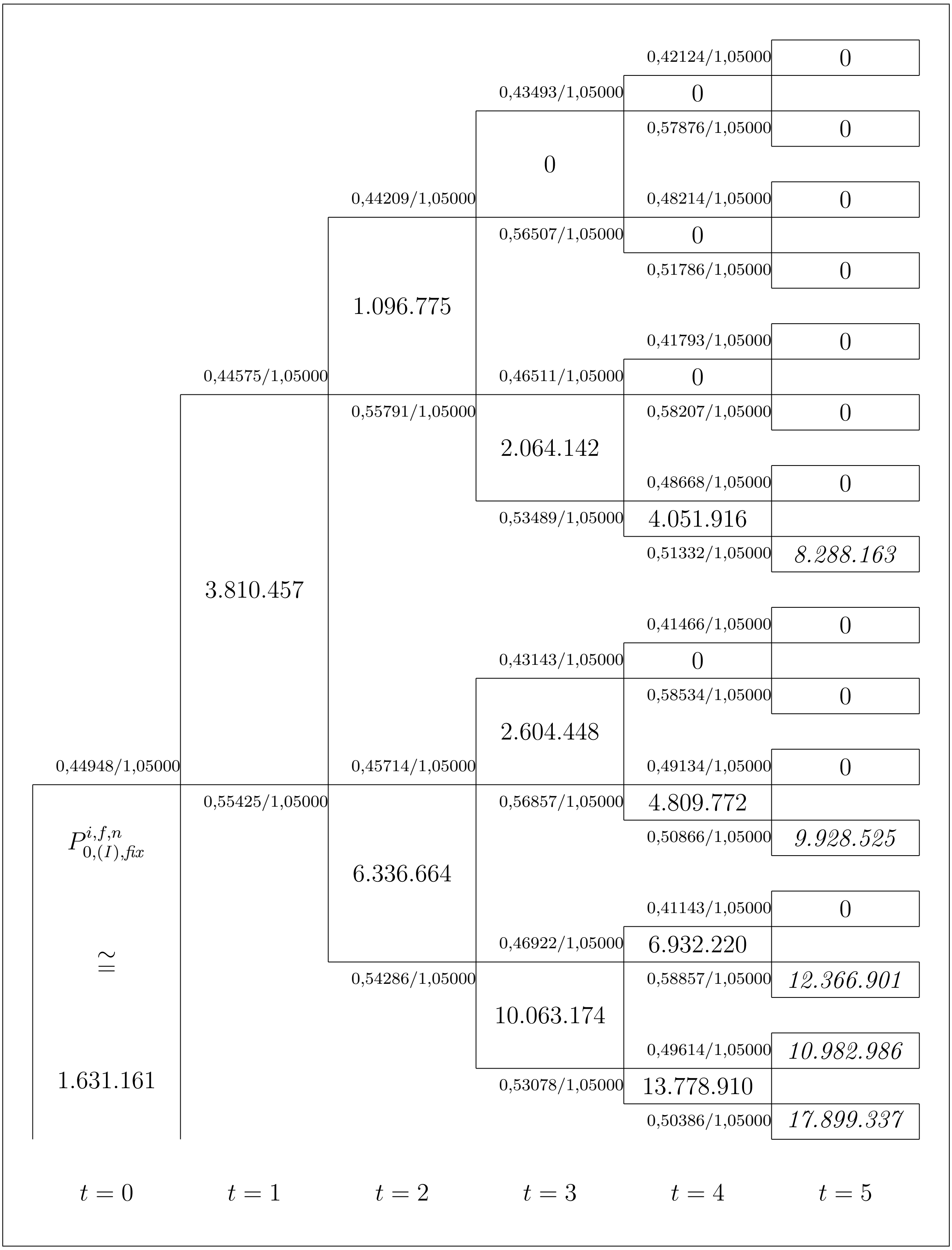

Abbildung 4.19: Entwicklung der zustandsabhängigen Werte einer europäischen Put Option, der um den Wert eins erhöhten bedingten einperiodigen Zinssätze für sichere Kapitalanlagen respektive Kapitalaufnahmen und der bedingten (Pseudo)Wahrscheinlichkeiten im Planungszeitraum von sechs Perioden (Grundmodell, Teil I, System fixer Wechselkurse, Beispiel)

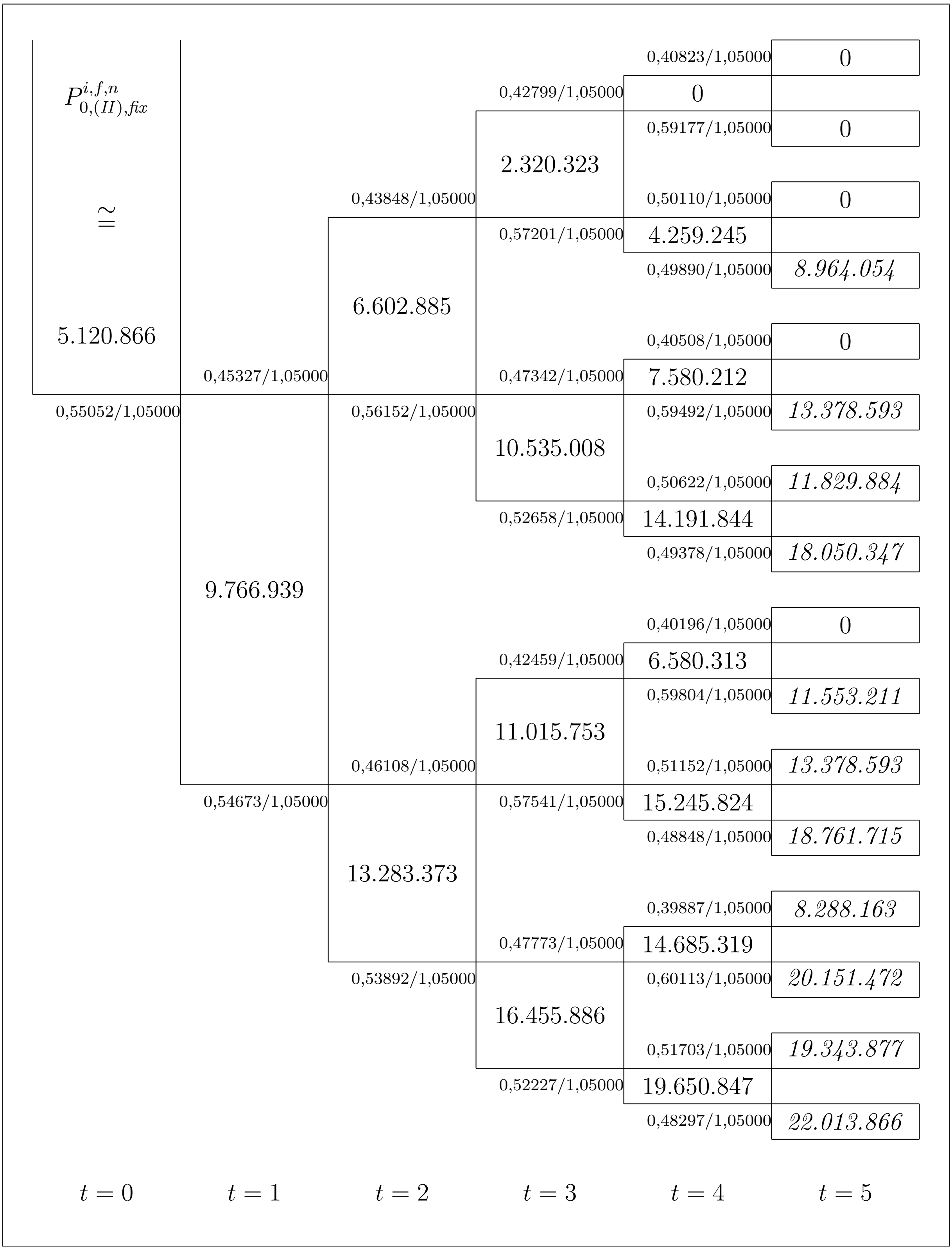

Abbildung 4.20: Entwicklung der zustandsabhängigen Werte einer europäischen Put Option, der um den Wert eins erhöhten bedingten einperiodigen Zinssätze für sichere Kapitalanlagen respektive Kapitalaufnahmen und der bedingten (Pseudo)Wahrscheinlichkeiten im Planungszeitraum von sechs Perioden (Grundmodell, Teil II, System fixer Wechselkurse, Beispiel)

zusätzlichen Wahl- und Handlungsmöglichkeit (Realoption) zu einer erheblichen Vergrößerung des „Nettomarktwerts mit Flexibilitäten (Erweiterten Nettomarktwerts)“ beitragen und damit die Entscheidung bezüglich der Durchführung oder Unterlassung dieses Investitionsprojekts maßgeblich beeinflussen kann.

Mit dem Übergang von einem System fixer Wechselkurse zu einem System flexibler Wechselkurse sind im Rahmen der vorliegenden Arbeit zwei interessante und in der Literatur bislang noch nicht untersuchte Auswirkungen verbunden. Diese werden nachstehend mit den Begriffen des Bruttomarktwerteffekts und des Volatilitätseffekts umschrieben. Obwohl diese beiden Effekte simultan ablaufen, bietet sich deren sequentielle Analyse aus didaktischen Gründen an. Legt man hierzu die mit den Abbildungen 3.20 (3.24) und 3.21 (3.25), S. 92 f. (101 f.), kompatiblen Graphiken 4.21 bis 4.26, S. 177 bis 182, der weiteren Diskussion zugrunde, resultiert:[53]

$$\begin{aligned} ENMW^{i,f,n}_{0,\underline{flex}} \left(C^{i,f,n}_{0,\underline{flex}}\right) &= NMW^{i,f,n}_{0,\underline{flex}} + ZFLEX^{i,f,n}_{0,\underline{flex}} \left(P^{i,f,n}_{0,\underline{flex}}\right) \\ &= 4.784.460{,}73483 + 6.486.455{,}99781 \\ &= 11.270.916{,}73264 \text{ [Geldeinheiten].} \end{aligned} \tag{4.88}$$

In dem hier dargestellten Zahlenbeispiel kommt es durch den Übergang von einem System fixer Wechselkurse zu einem System flexibler Wechselkurse zu einer Erhöhung des Bruttomarktwerts von 23.566.519,77639 auf 24.784.460,73483 [Geldeinheiten] {Veränderung: +1.217.940,95844 [Geldeinheiten]}. Dadurch vergrößert sich ceteris paribus der Erweiterte Nettomarktwert (Call Optionswert) von 10.318.546,22528 auf 11.270.916,73264 [Geldeinheiten] {Veränderung: +952.370,50737 [Geldeinheiten]}, während der Zeitliche Flexibilitätswert (Put Optionswert) von 6.752.026,44888 auf 6.486.455,99781 [Geldeinheiten] sinkt {Veränderung: −265.570,45107 [Geldeinheiten]}. Diese Wirkungskette repräsentiert den Bruttomarktwerteffekt, der bei einer Erhöhung [Verringerung] des Bruttomarktwerts zu einer Erhöhung [Verringerung] des Erweiterten Nettomarktwerts (Call Optionswerts) und einer Verringerung [Erhöhung] des Zeitlichen Flexibilitätswerts (Put Optionswerts) führt {vgl. hierzu Kapitel 4.3.3.1, Formeln (4.16), (4.20) und (4.23), S. 142, 144 und 145}. Da jedoch $BMW^{i,f,n}_{0,(I),\underline{flex}}$ [$BMW^{i,f,n}_{0,(II),\underline{flex}}$] gemäß Abbildung 4.21 [4.22], S. 177 [178], im Vergleich zu den Graphiken 3.20 [3.21] und 3.24 [3.25], S. 92 [93] und 101 [102], zu niedrig [hoch] ist, muß dieses Mißverhältnis durch eine mittels lineare Interpolation herbeigeführte Steigerung der sich in den bedingten Veränderungsraten widerspiegelnden und über alle Zeit-Zustands-Kombinationen hinweg ändernden Volatilität des Bruttomarktwerts aufgehoben werden. Wie die Abbildungen 4.27 bis 4.34, S. 184 bis 191, verdeutlichen, hat diese Maßnahme, obwohl $BMW^{i,f,n}_{0,\underline{flex}} = BMW^{i,f,n}_{0,\underline{\underline{flex}}}$ erfüllt ist, weitreichende Konsequenzen.

[53] Die in der Fußnote 52, S. 169, gemachte Aussage bezüglich der risikoneutralisierten Bewertungstechnik (zweiter Sachverhalt) gilt unverändert, während die Aussagen im Zusammenhang mit den bedingten einperiodigen Zinssätzen für sichere Kapitalanlagen respektive Kapitalaufnahmen (erster Sachverhalt) sowie den kursiv gedruckten Werten (dritter Sachverhalt) analoge Anwendung finden.

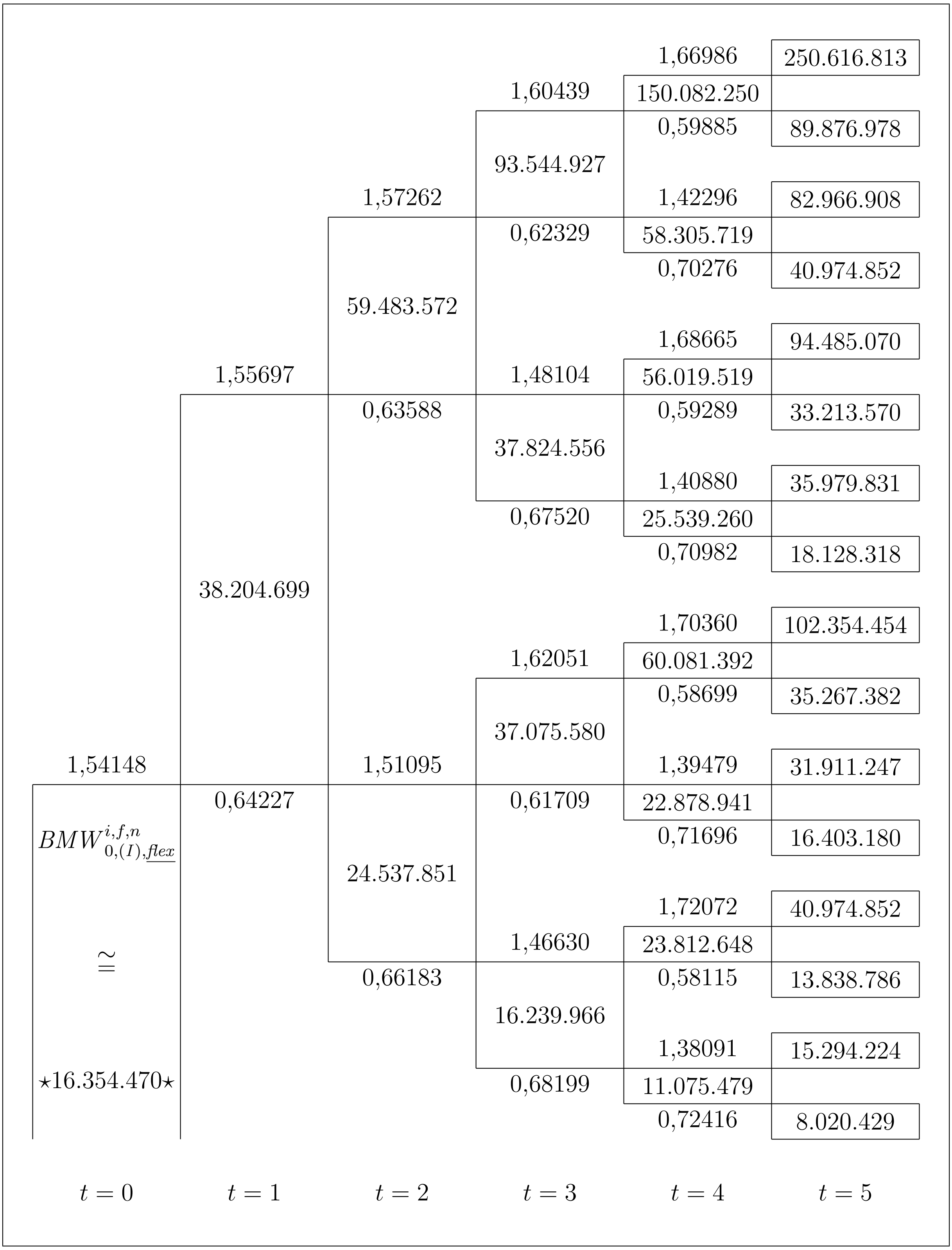

Abbildung 4.21: Entwicklung der zustandsabhängigen Bruttomarktwerte sowie deren bedingten Veränderungsraten im Betrachtungszeitraum von sechs Perioden (Grundmodell, Teil I, System flexibler Wechselkurse 1, Beispiel)

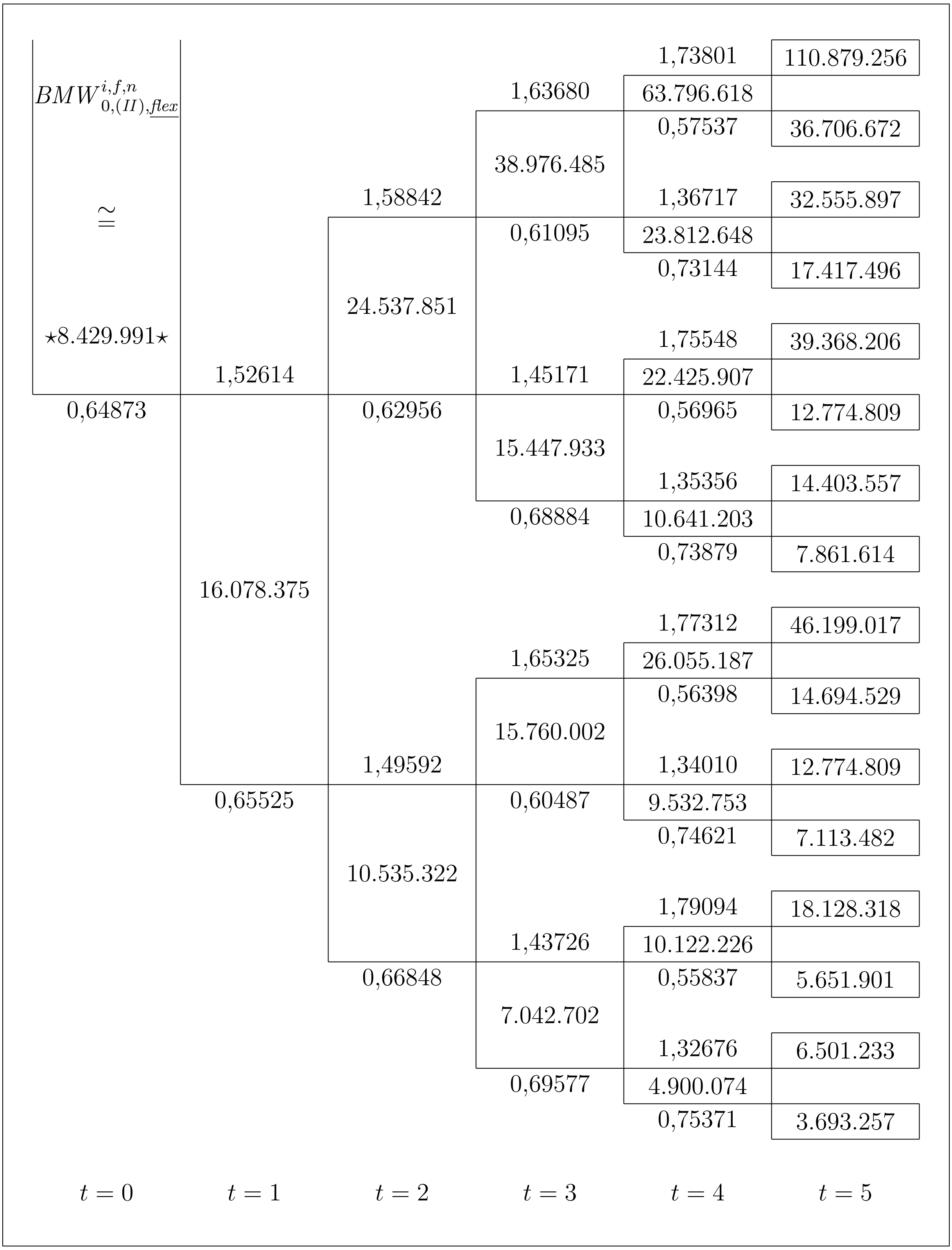

Abbildung 4.22: Entwicklung der zustandsabhängigen Bruttomarktwerte sowie deren bedingten Veränderungsraten im Betrachtungszeitraum von sechs Perioden (Grundmodell, Teil II, System flexibler Wechselkurse 1, Beispiel)

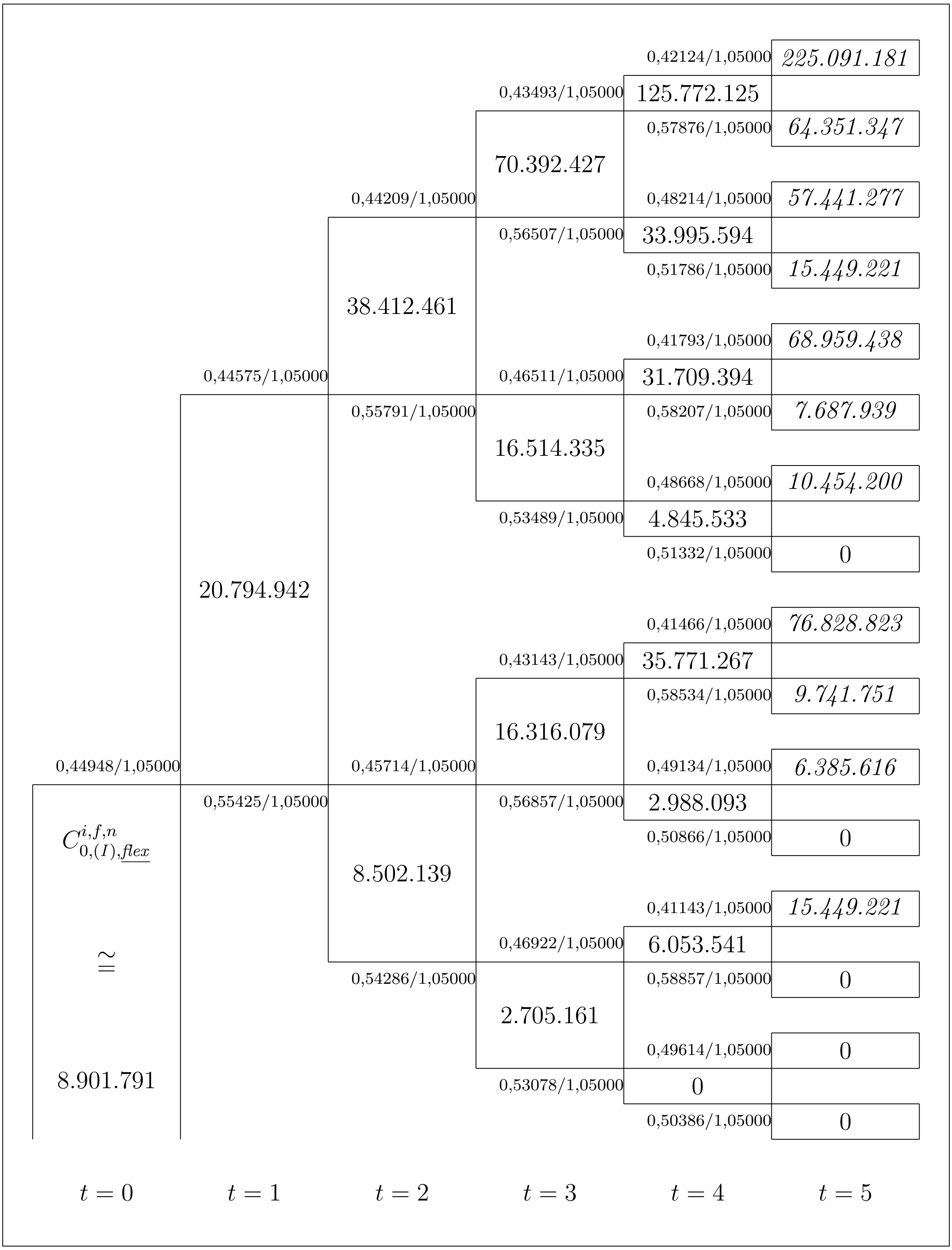

Abbildung 4.23: Entwicklung der zustandsabhängigen Werte einer europäischen Call Option, der um den Wert eins erhöhten bedingten einperiodigen Zinssätze für sichere Kapitalanlagen respektive Kapitalaufnahmen und der bedingten (Pseudo)Wahrscheinlichkeiten im Planungszeitraum von sechs Perioden (Grundmodell, Teil I, System flexibler Wechselkurse 1, Beispiel)

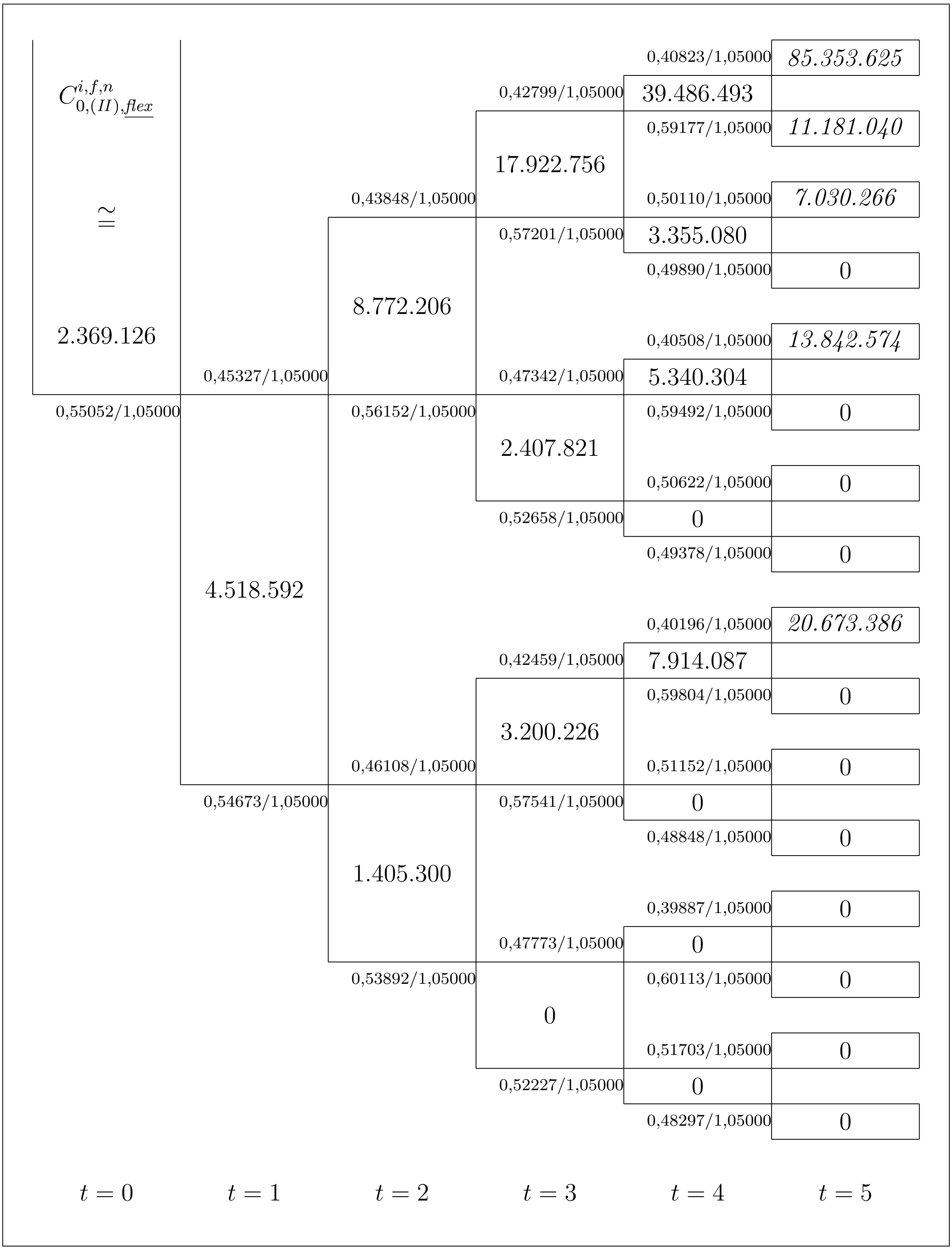

Abbildung 4.24: Entwicklung der zustandsabhängigen Werte einer europäischen Call Option, der um den Wert eins erhöhten bedingten einperiodigen Zinssätze für sichere Kapitalanlagen respektive Kapitalaufnahmen und der bedingten (Pseudo)Wahrscheinlichkeiten im Planungszeitraum von sechs Perioden (Grundmodell, Teil II, System flexibler Wechselkurse 1, Beispiel)

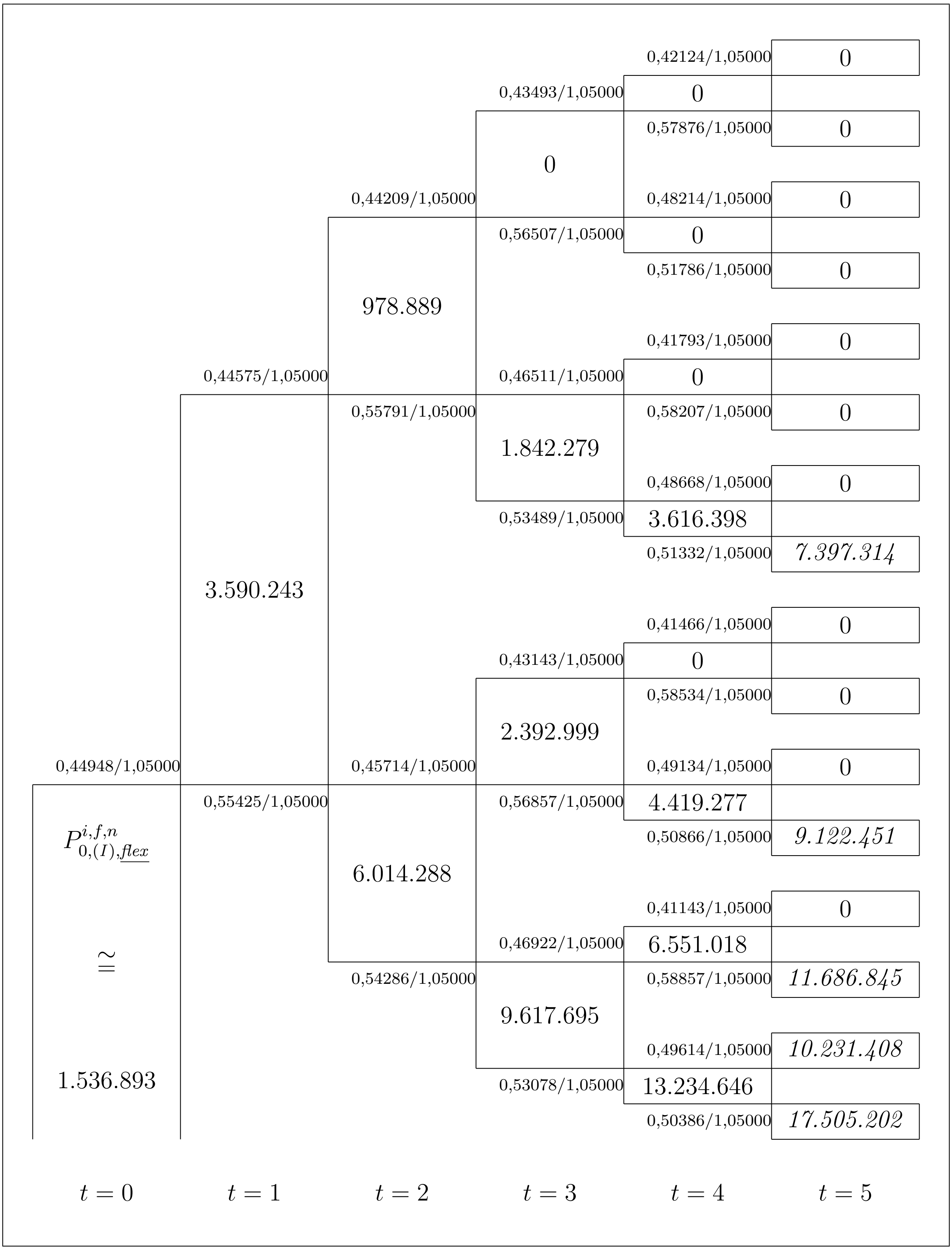

Abbildung 4.25: Entwicklung der zustandsabhängigen Werte einer europäischen Put Option, der um den Wert eins erhöhten bedingten einperiodigen Zinssätze für sichere Kapitalanlagen respektive Kapitalaufnahmen und der bedingten (Pseudo)Wahrscheinlichkeiten im Planungszeitraum von sechs Perioden (Grundmodell, Teil I, System flexibler Wechselkurse 1, Beispiel)

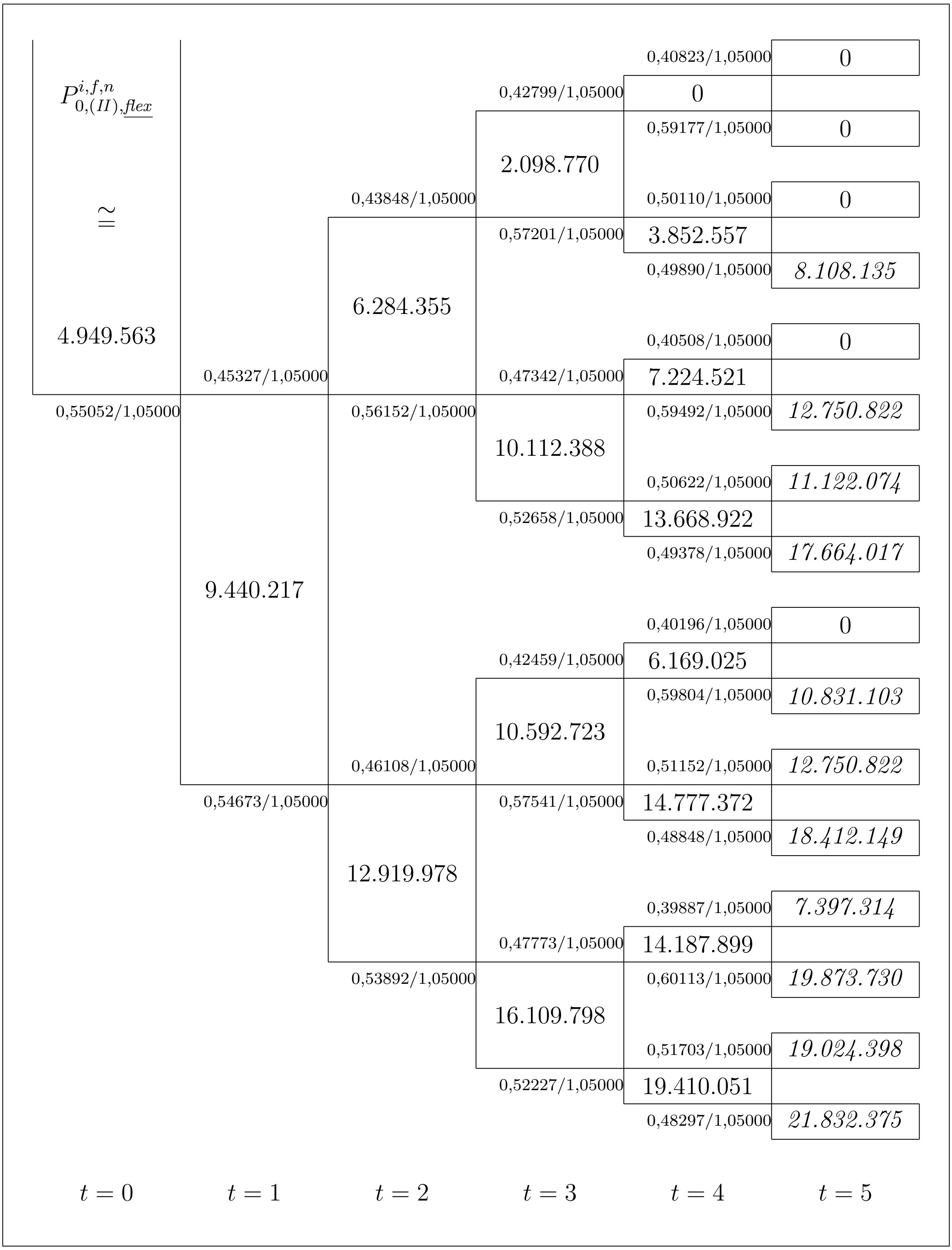

Abbildung 4.26: Entwicklung der zustandsabhängigen Werte einer europäischen Put Option, der um den Wert eins erhöhten bedingten einperiodigen Zinssätze für sichere Kapitalanlagen respektive Kapitalaufnahmen und der bedingten (Pseudo)Wahrscheinlichkeiten im Planungszeitraum von sechs Perioden (Grundmodell, Teil II, System flexibler Wechselkurse 1, Beispiel)

(I) Auf der Basis der in den Kapiteln 4.3.3.1 und 4.3.4.1, Formeln (4.16) und (4.75), S. 142 und 164, gemachten Aussagen führt eine proportionale Erhöhung der sich im Zeitablauf ändernden Volatilität des Bruttomarktwerts ceteris paribus zu einem Anstieg [Absinken] der bedingten Aufwärtsfaktoren [Abwärtsfaktoren] sowie einer Verringerung [Erhöhung] der bedingten (Pseudo)Wahrscheinlichkeiten für eine Aufwärtsbewegung [Abwärtsbewegung] des Bruttomarktwerts in der nachfolgenden Periode. (II) Aus sinkenden [steigenden] bedingten (Pseudo)Wahrscheinlichkeiten für eine Aufwärtsbewegung [Abwärtsbewegung] des Bruttomarktwerts in der nächsten Periode resultieren nach Formel (4.17), S. 143, ceteris paribus niedrigere [höhere] bedingte Preise reiner Wertpapiere, und diese haben natürlich modifizierte (unbedingte) Preise reiner Wertpapiere zur Folge. (III) Letztere sorgen über die im Kapitel 3.5.2, Formel (3.20), S. 91, erläuterte (gedeckte) Zinsparität ceteris paribus für eine Veränderung der Werte des flexiblen Wechselkurses[54] und dadurch auch der zeit- und zustandsabhängigen Einzahlungsüberschüsse. Unter Berücksichtigung der vorstehenden Ausführungen erhält man folgendes Resultat:

$$\begin{aligned} ENMW^{i,f,n}_{0,\underline{\underline{flex}}} \left(C^{i,f,n}_{0,\underline{\underline{flex}}}\right) &= NMW^{i,f,n}_{0,\underline{\underline{flex}}} + ZFLEX^{i,f,n}_{0,\underline{\underline{flex}}} \left(P^{i,f,n}_{0,\underline{\underline{flex}}}\right) \\ &= 4.784.460{,}73483 + 9.626.451{,}61332 \\ &= 14.410.912{,}34816 \text{ [Geldeinheiten].} \qquad (4.89) \end{aligned}$$

Kommt es auf der Basis der in dieser Arbeit unterstellten Datensituation zu dem auf S. 176 als notwendig erachteten proportionalen Anstieg der sich im Zeitablauf ändernden Volatilität des Bruttomarktwerts um 18,76 [Prozent], erhöht sich ceteris paribus sowohl der

[54] Im Vergleich zu den im Kapitel 3.5.2, Fußnote 87, S. 94, genannten Ausprägungen des (nominalen) flexiblen Wechselkurses gilt nun:

$$\begin{array}{llll}
w_{1,1} = 1{,}23680, & w_{1,2} = 0{,}85017, & & \\
w_{2,1} = 1{,}52742, & w_{2,2} = 1{,}05519, & w_{2,3} = 1{,}05319, & w_{2,4} = 0{,}72011, \\
w_{3,1} = 1{,}88380, & w_{3,2} = 1{,}30746, & w_{3,3} = 1{,}30946, & w_{3,4} = 0{,}89022, \\
w_{3,5} = 1{,}29731, & w_{3,6} = 0{,}90435, & w_{3,7} = 0{,}89535, & w_{3,8} = 0{,}60495, \\
w_{4,1} = 2{,}31784, & w_{4,2} = 1{,}62237, & w_{4,3} = 1{,}62907, & w_{4,4} = 1{,}09342, \\
w_{4,5} = 1{,}60952, & w_{4,6} = 1{,}13092, & w_{4,7} = 1{,}11174, & w_{4,8} = 0{,}74087, \\
w_{4,9} = 1{,}59308, & w_{4,10} = 1{,}12343, & w_{4,11} = 1{,}13223, & w_{4,12} = 0{,}74870, \\
w_{4,13} = 1{,}09854, & w_{4,14} = 0{,}77733, & w_{4,15} = 0{,}75949, & w_{4,16} = 0{,}49801, \\
w_{5,1} = 2{,}84161, & w_{5,2} = 2{,}01720, & w_{5,3} = 2{,}04298, & w_{5,4} = 1{,}32743, \\
w_{5,5} = 1{,}99578, & w_{5,6} = 1{,}42107, & w_{5,7} = 1{,}38148, & w_{5,8} = 0{,}88871, \\
w_{5,9} = 1{,}97056, & w_{5,10} = 1{,}40714, & w_{5,11} = 1{,}43410, & w_{5,12} = 0{,}91254, \\
w_{5,13} = 1{,}36034, & w_{5,14} = 0{,}97404, & w_{5,15} = 0{,}94328, & w_{5,16} = 0{,}59308, \\
w_{5,17} = 1{,}94828, & w_{5,18} = 1{,}39861, & w_{5,19} = 1{,}43674, & w_{5,20} = 0{,}89149, \\
w_{5,21} = 1{,}38403, & w_{5,22} = 0{,}99598, & w_{5,23} = 0{,}96222, & w_{5,24} = 0{,}58841, \\
w_{5,25} = 1{,}34227, & w_{5,26} = 0{,}96817, & w_{5,27} = 1{,}00448, & w_{5,28} = 0{,}60437, \\
w_{5,29} = 0{,}92765, & w_{5,30} = 0{,}67058, & w_{5,31} = 0{,}64747, & w_{5,32} = 0{,}38258.
\end{array}$$

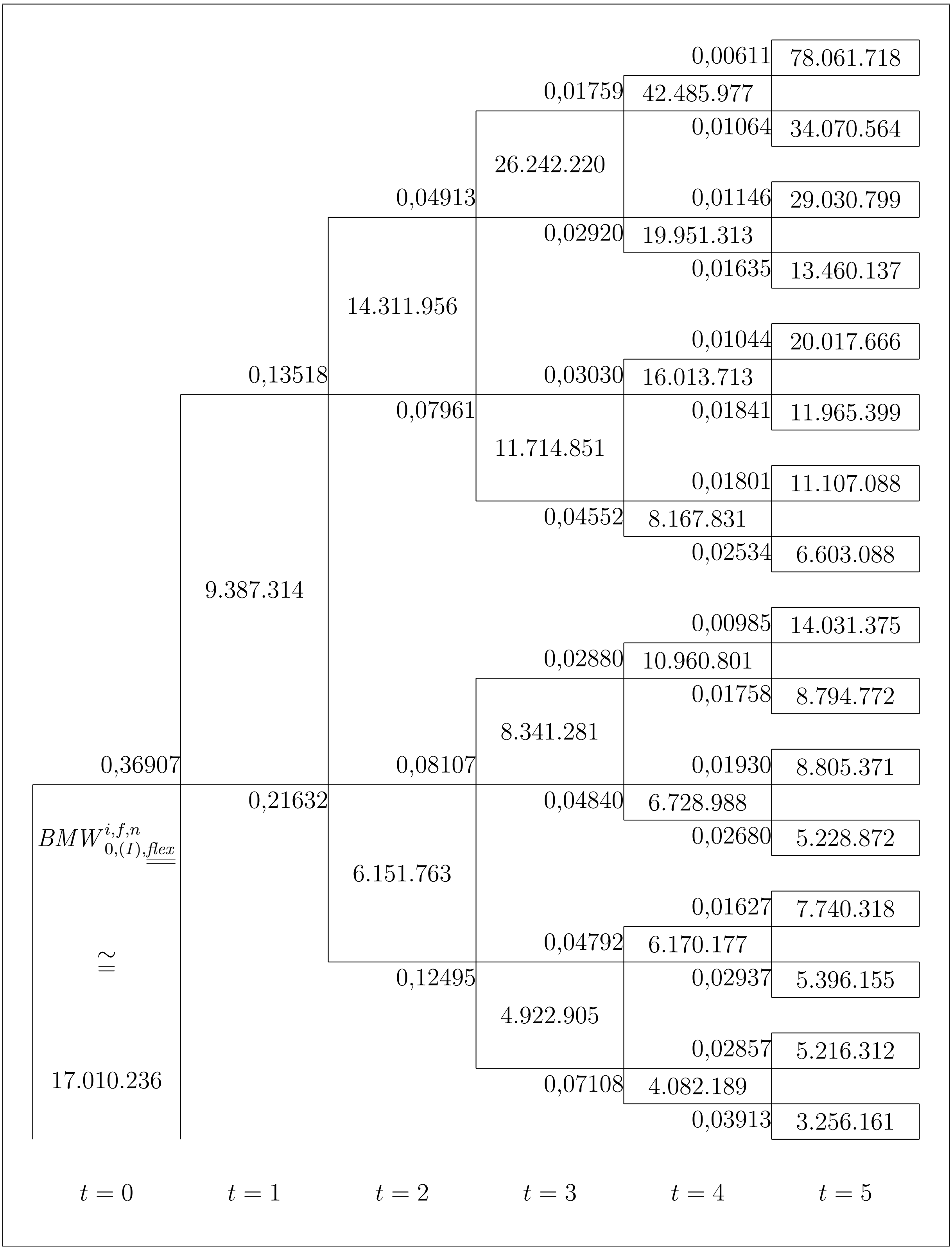

Abbildung 4.27: Entwicklung der zustandsabhängigen Einzahlungsüberschüsse und Preise reiner Wertpapiere einer nicht näher bezeichneten Direktinvestition im Betrachtungszeitraum von sechs Perioden (Grundmodell, Teil I, System flexibler Wechselkurse 2, Beispiel)

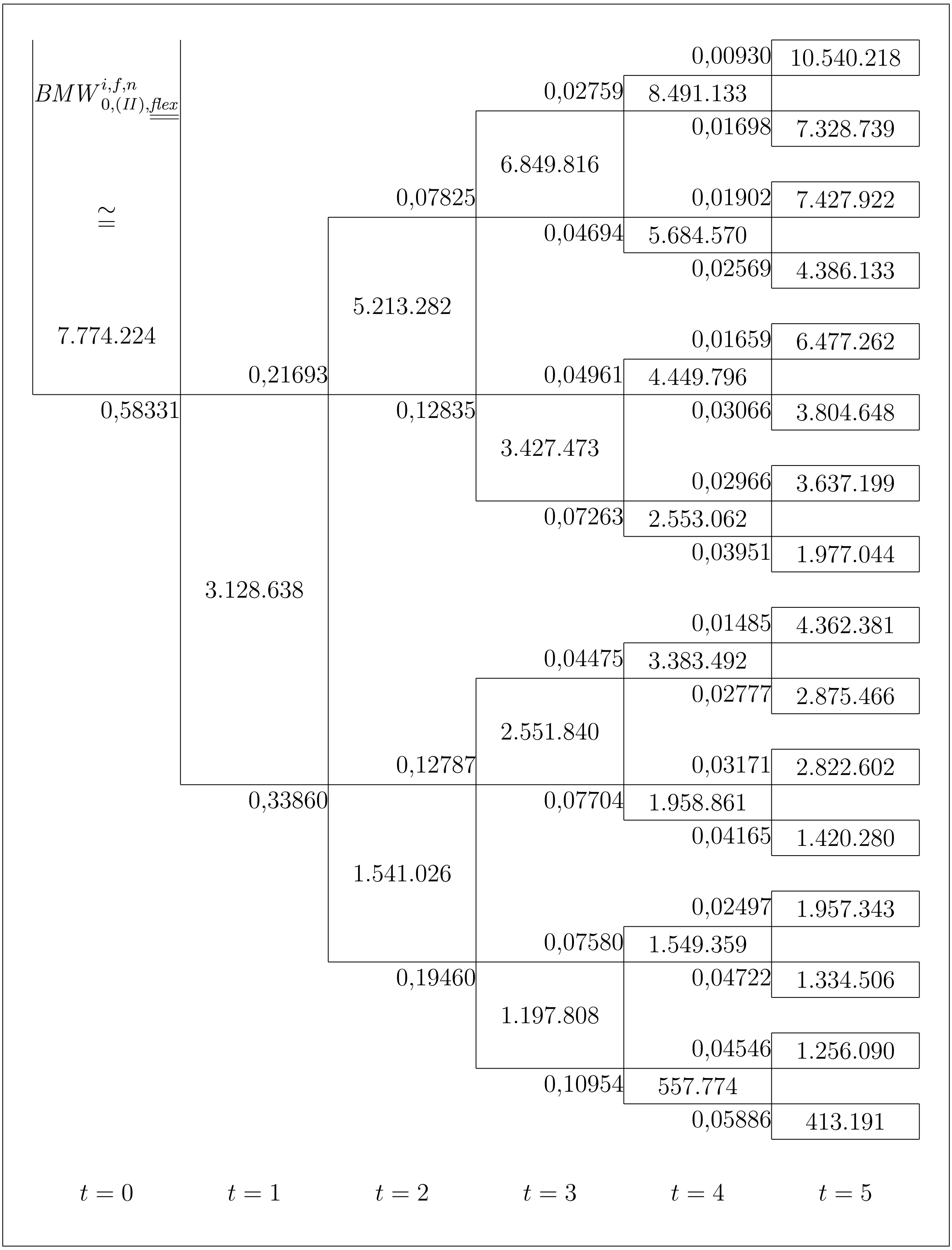

Abbildung 4.28: Entwicklung der zustandsabhängigen Einzahlungsüberschüsse und Preise reiner Wertpapiere einer nicht näher bezeichneten Direktinvestition im Betrachtungszeitraum von sechs Perioden (Grundmodell, Teil II, System flexibler Wechselkurse 2, Beispiel)

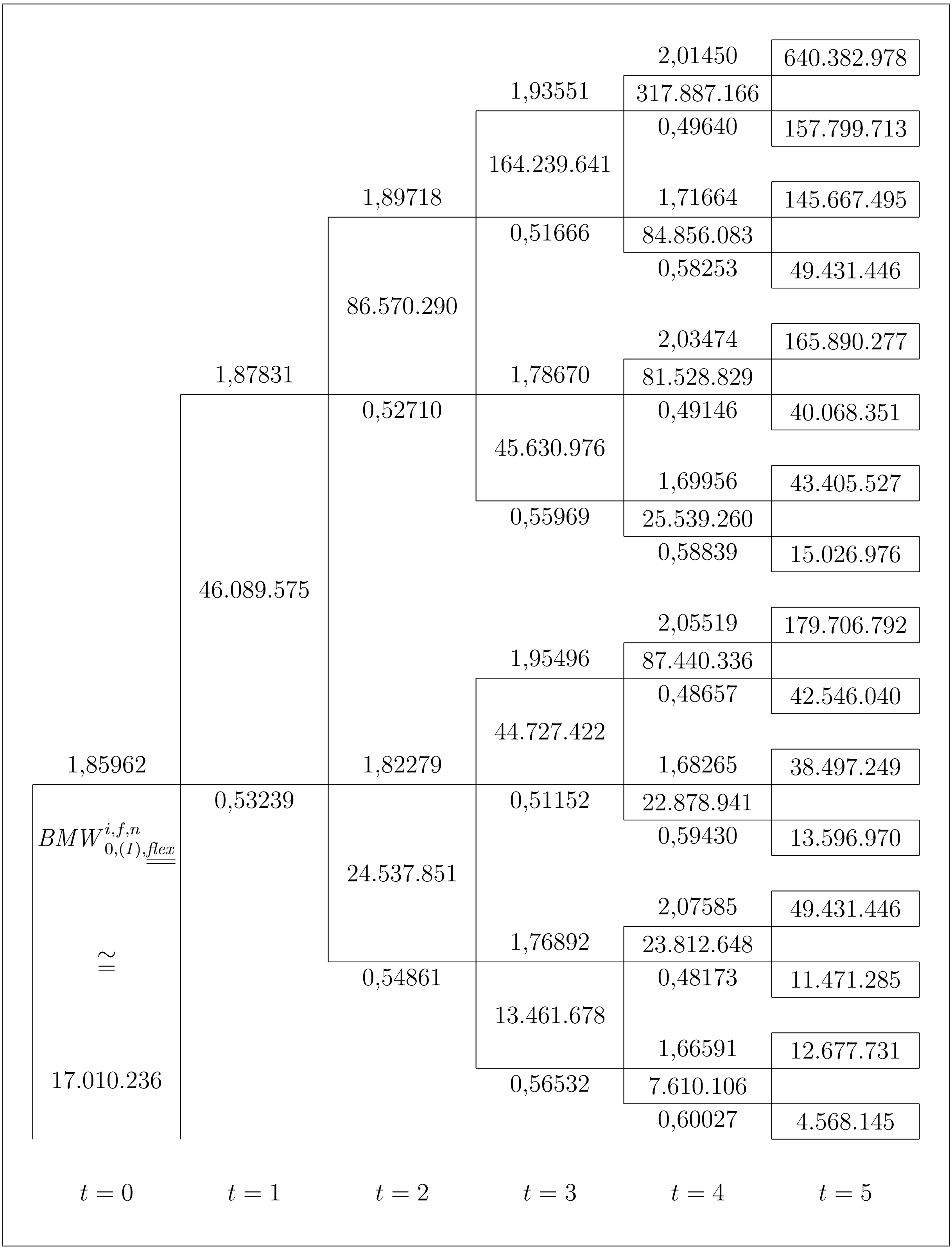

Abbildung 4.29: Entwicklung der zustandsabhängigen Bruttomarktwerte sowie deren bedingten Veränderungsraten im Betrachtungszeitraum von sechs Perioden (Grundmodell, Teil I, System flexibler Wechselkurse 2, Beispiel)

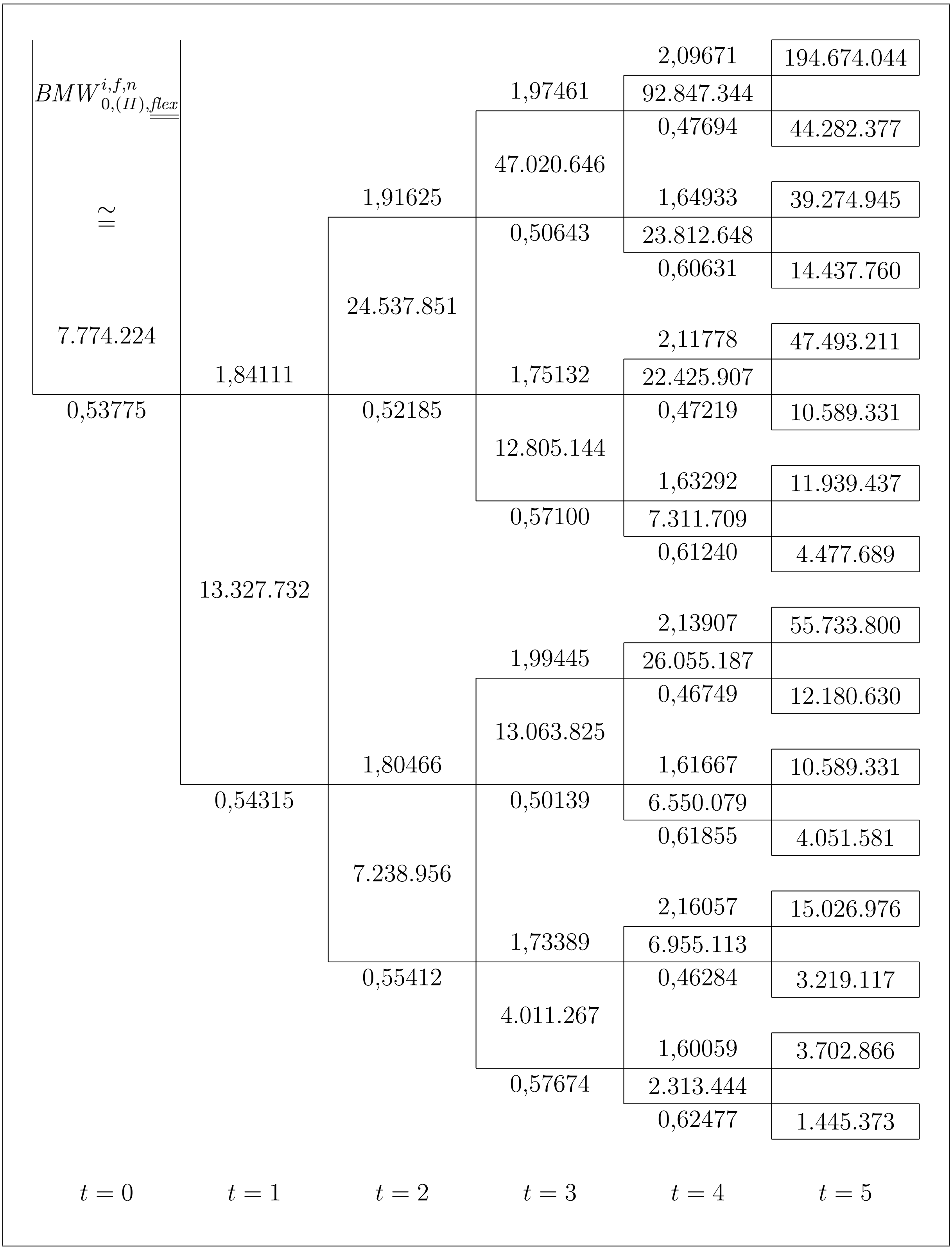

Abbildung 4.30: Entwicklung der zustandsabhängigen Bruttomarktwerte sowie deren bedingten Veränderungsraten im Betrachtungszeitraum von sechs Perioden (Grundmodell, Teil II, System flexibler Wechselkurse 2, Beispiel)

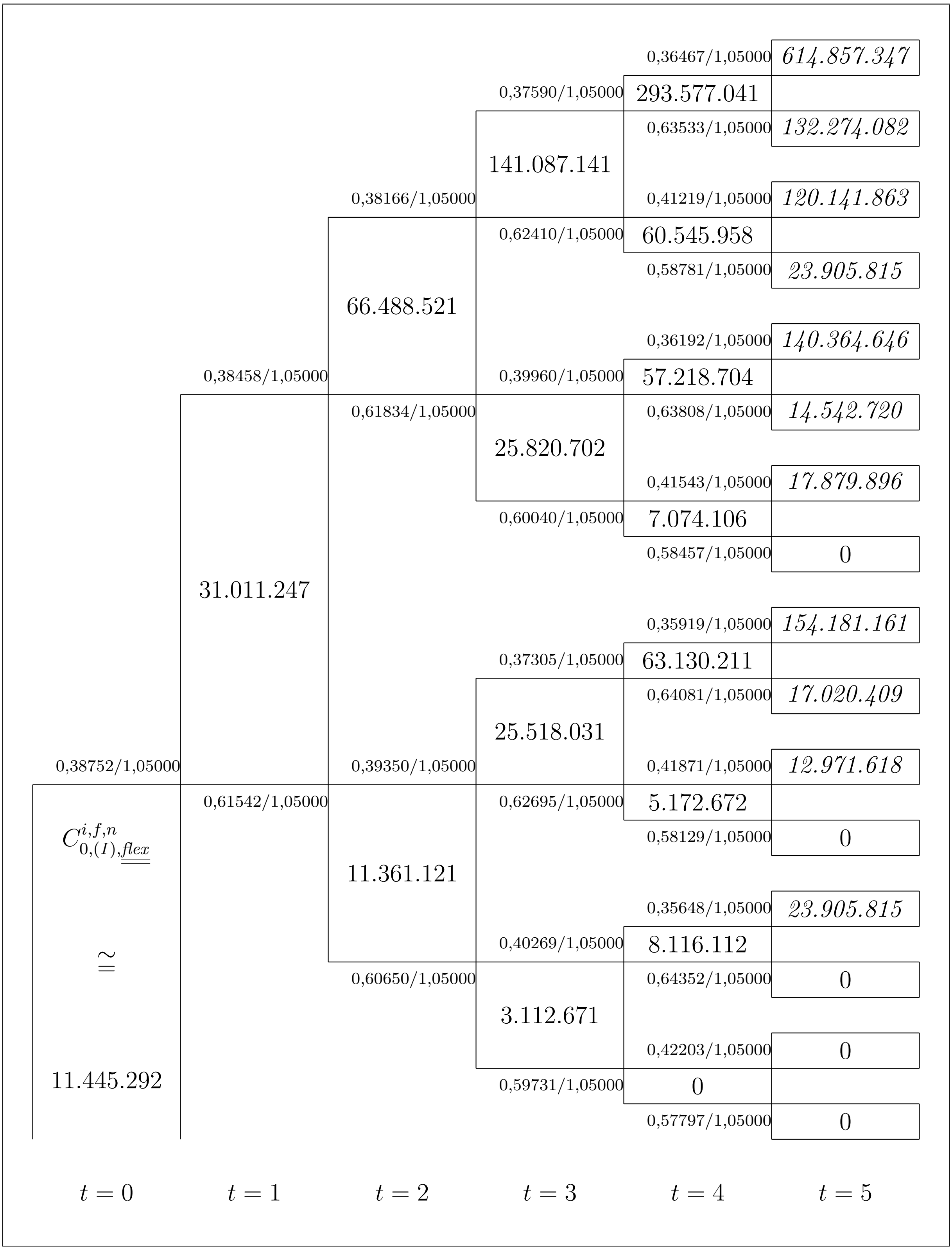

Abbildung 4.31: Entwicklung der zustandsabhängigen Werte einer europäischen Call Option, der um den Wert eins erhöhten bedingten einperiodigen Zinssätze für sichere Kapitalanlagen respektive Kapitalaufnahmen und der bedingten (Pseudo)Wahrscheinlichkeiten im Planungszeitraum von sechs Perioden (Grundmodell, Teil I, System flexibler Wechselkurse 2, Beispiel)

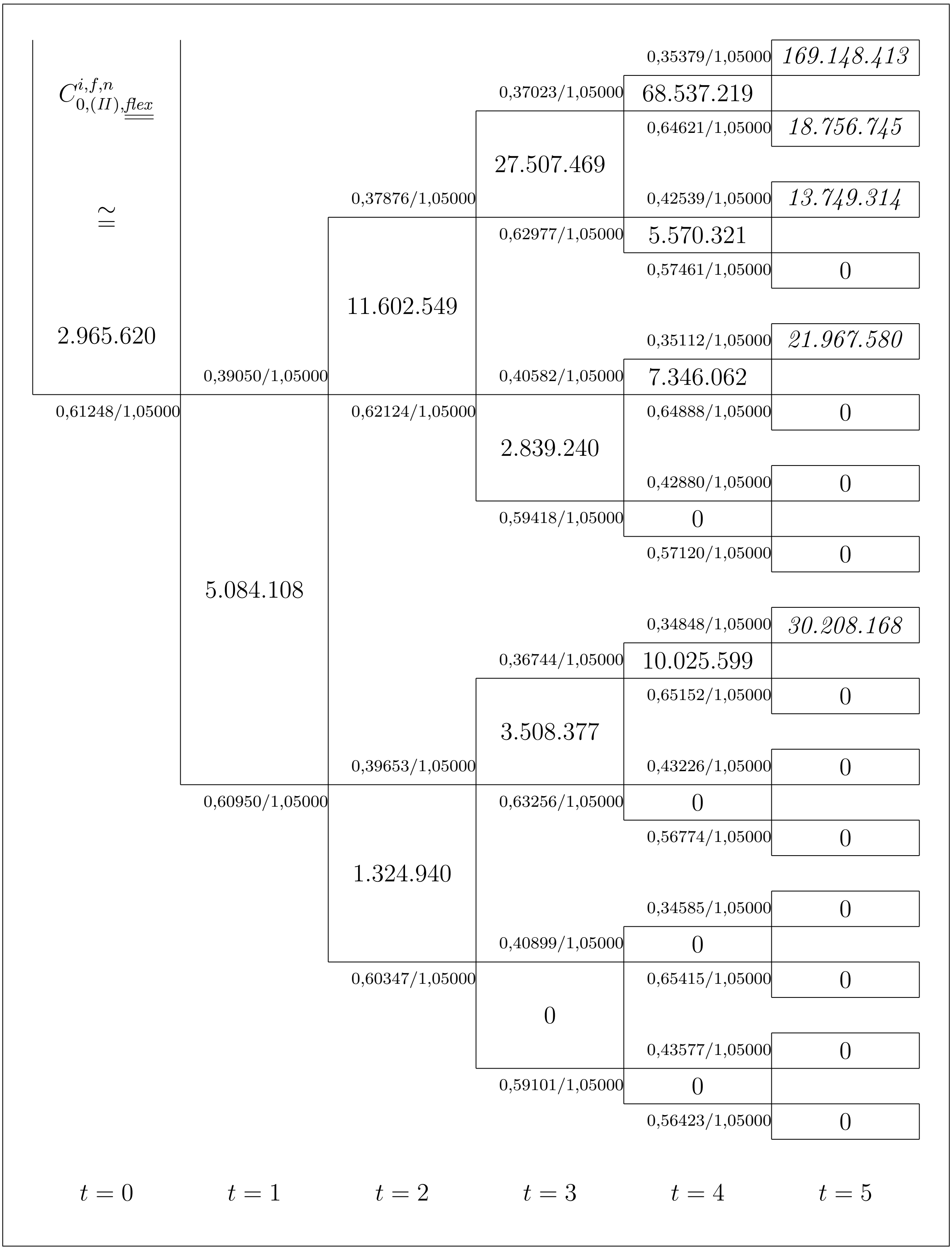

Abbildung 4.32: Entwicklung der zustandsabhängigen Werte einer europäischen Call Option, der um den Wert eins erhöhten bedingten einperiodigen Zinssätze für sichere Kapitalanlagen respektive Kapitalaufnahmen und der bedingten (Pseudo)Wahrscheinlichkeiten im Planungszeitraum von sechs Perioden (Grundmodell, Teil II, System flexibler Wechselkurse 2, Beispiel)

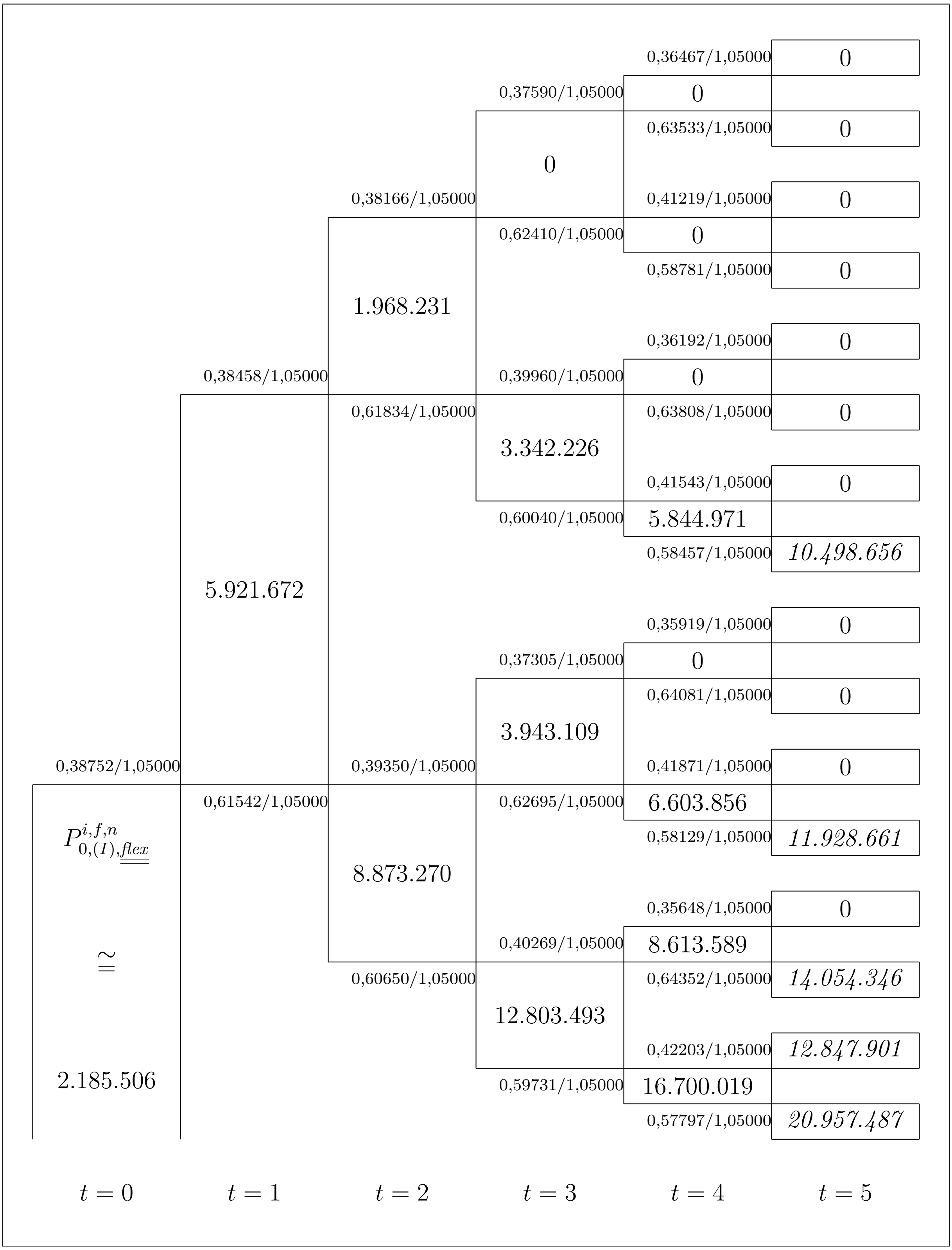

Abbildung 4.33: Entwicklung der zustandsabhängigen Werte einer europäischen Put Option, der um den Wert eins erhöhten bedingten einperiodigen Zinssätze für sichere Kapitalanlagen respektive Kapitalaufnahmen und der bedingten (Pseudo)Wahrscheinlichkeiten im Planungszeitraum von sechs Perioden (Grundmodell, Teil I, System flexibler Wechselkurse 2, Beispiel)

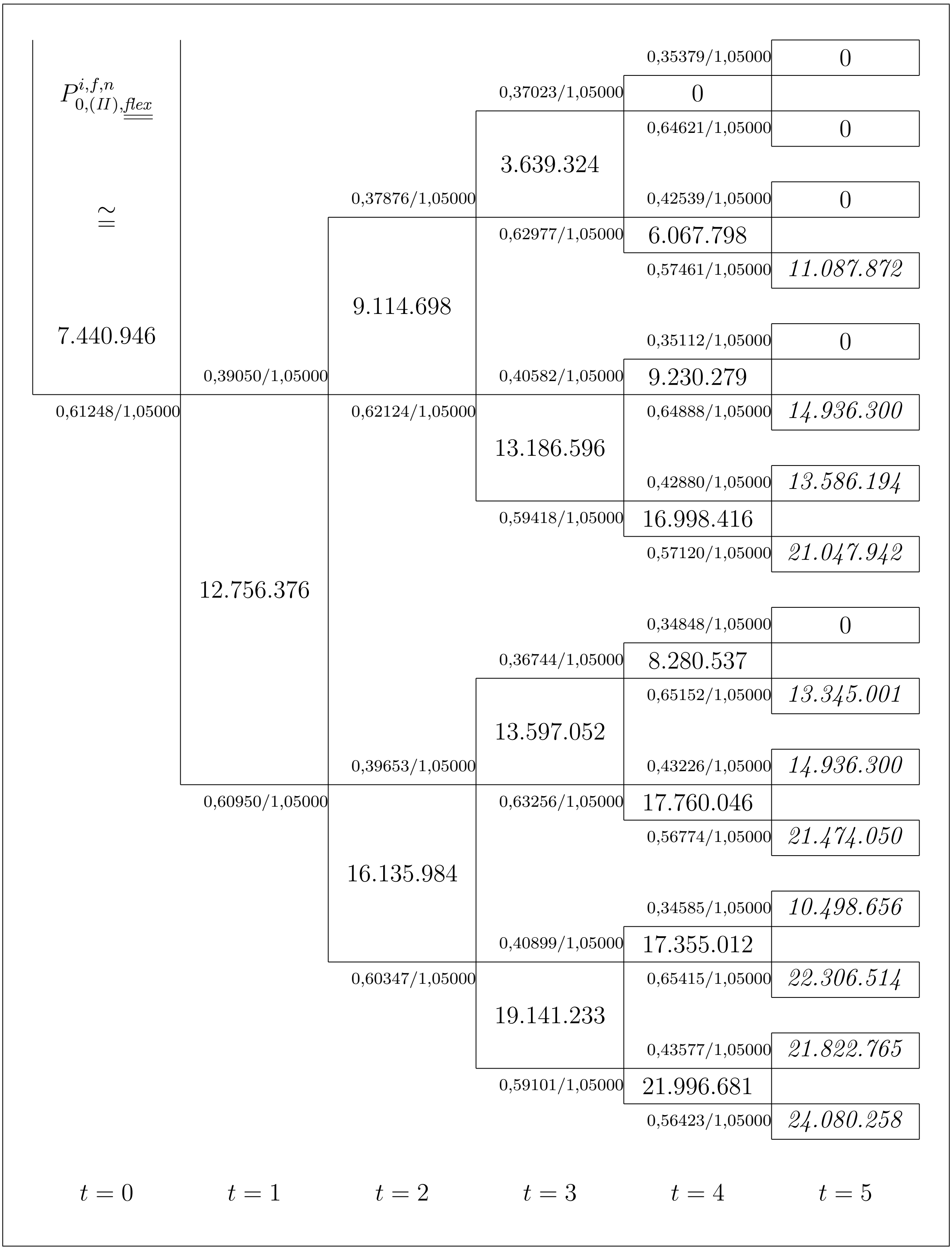

Abbildung 4.34: Entwicklung der zustandsabhängigen Werte einer europäischen Put Option, der um den Wert eins erhöhten bedingten einperiodigen Zinssätze für sichere Kapitalanlagen respektive Kapitalaufnahmen und der bedingten (Pseudo)Wahrscheinlichkeiten im Planungszeitraum von sechs Perioden (Grundmodell, Teil II, System flexibler Wechselkurse 2, Beispiel)

Erweiterte Nettomarktwert (Call Optionswert) von 11.270.916,73264 auf 14.410.912,34816 [Geldeinheiten] {Veränderung: +3.139.995,61551 [Geldeinheiten]} als auch der Zeitliche Flexibilitätswert (Put Optionswert) von 6.486.455,99781 auf 9.626.451,61332 [Geldeinheiten] {Veränderung: +3.139.995,61551 [Geldeinheiten]}. Diese Wirkungskette bezeichnet den Volatilitätseffekt, mit dem bei einer proportionalen Erhöhung [Verringerung] der sich im Zeitablauf ändernden Volatilität des Bruttomarktwerts sowohl eine Erhöhung [Verringerung] des Erweiterten Nettomarktwerts (Call Optionswerts) als auch des Zeitlichen Flexibilitätswerts (Put Optionswerts) verbunden ist {vgl. hierzu die Kapitel 3.5.2, 4.3.3.1 und 4.3.4.1, Formeln (3.20), (4.16), (4.17) und (4.75), S. 91, 142, 143 und 164}.

Faßt man die vorstehenden Ergebnisse zusammen, läßt sich folgender Gesamteffekt beschreiben. Mit dem Übergang von einem System fixer Wechselkurse zu einem System flexibler Wechselkurse sind ein Anstieg des Bruttomarktwerts von 23.566.519,77639 auf 24.784.460,73483 [Geldeinheiten] {Veränderung: +1.217.940,95844 [Geldeinheiten]} sowie eine proportionale Steigerung der sich im Zeitablauf ändernden Volatilität des Bruttomarktwerts um 18,76 [Prozent] verbunden. Dadurch erhöhen sich der Erweiterte Nettomarktwert (Call Optionswert) von 10.318.546,22528 auf 14.410.912,34816 [Geldeinheiten] {Veränderung: +4.092.366,12288 [Geldeinheiten]} und der Zeitliche Flexibilitätswert (Put Optionswert) von 6.752.026,44888 auf 9.626.451,61332 [Geldeinheiten] {Veränderung: +2.874.425,16444 [Geldeinheiten]}. Ferner läßt sich festhalten, daß der Bruttomarktwerteffekt und der Volatilitätseffekt [nur der Volatilitätseffekt] positiv mit dem Erweiterten Nettomarktwert (Call Optionswert) [Zeitlichen Flexibilitätswert (Put Optionswert)] korreliert sind [ist], während der Bruttomarktwerteffekt eine negative Korrelation bezüglich des Zeitlichen Flexibilitätswerts (Put Optionswerts) aufweist. Daraus folgt, daß der Gesamteffekt bezüglich des Erweiterten Nettomarktwerts (Call Optionswerts) stets eindeutig ist, während diese Aussage für den Zeitlichen Flexibilitätswert (Put Optionswert) nur dann ihre Gültigkeit behält, wenn der Volatilitätseffekt, wie im vorstehenden Zahlenbeispiel illustriert, den Bruttomarktwerteffekt überkompensiert et vice versa.

B. Ergebnisse für das MCRR-Modell

Wendet man sich nun dem im Kapitel 4.3.3.2, S. 145 ff., präsentierten MCRR-Modell vor dem Hintergrund fixer und flexibler Wechselkurse sowie integrierter Kapitalmärkte zu, resultieren im Vergleich zu dem Grundmodell qualitativ identische und quantitativ sehr ähnliche Ergebnisse. Das verdeutlichen die mit den Abbildungen [Formeln] 3.12, 3.13, 3.16, 3.17, 3.20, 3.21, 3.24, 3.25, 4.15 bis 4.20, 4.21 bis 4.26 sowie 4.27 bis 4.34 [(4.87), (4.88) sowie (4.89)], S. 73 f., 83 f., 92 f., 101 f., 170 bis 175, 177 bis 182 sowie 184 bis 191 [169, 176 sowie 183], kompatiblen und nachstehend präsentierten Graphiken [Ausdrücke] 4.35 bis 4.49 [(4.90) bis (4.92)], S. 195 bis 209 [193]:[55]

[55] Analog zu den Ausführungen in der Fußnote 52, S. 169, soll an dieser Stelle auf vier Sachverhalte besonders hingewiesen werden. Erstens wird in den Abbildungen 4.39, 4.44 und 4.49, S. 199, 204 und 209, $r_s^{IKM,n} = 0,05$ für $t = 1, \ldots, 5$ gesetzt, um eine bessere Vergleichbarkeit der nachstehenden Ergebnisse

$$
\begin{aligned}
ENMW^{i,f,n}_{0,\mathit{fix}}\ \left(C^{i,f,n}_{0,\mathit{fix}}\right) &= NMW^{i,f,n}_{0,\mathit{fix}} + ZFLEX^{i,f,n}_{0,\mathit{fix}}\ \left(P^{i,f,n}_{0,\mathit{fix}}\right)\\
&= 3.552.453{,}49445 + 6.763.906{,}03426\\
&= 10.316.359{,}52871\ [\text{Geldeinheiten}],
\end{aligned}
\tag{4.90}
$$

$$
\begin{aligned}
ENMW^{i,f,n}_{0,\underline{\mathit{flex}}}\ \left(C^{i,f,n}_{0,\underline{\mathit{flex}}}\right) &= NMW^{i,f,n}_{0,\underline{\mathit{flex}}} + ZFLEX^{i,f,n}_{0,\underline{\mathit{flex}}}\ \left(P^{i,f,n}_{0,\underline{\mathit{flex}}}\right)\\
&= 4.780.997{,}94638 + 6.494.307{,}59508\\
&= 11.275.305{,}54146\ [\text{Geldeinheiten}],
\end{aligned}
\tag{4.91}
$$

$$
\begin{aligned}
ENMW^{i,f,n}_{0,\underline{\underline{\mathit{flex}}}}\ \left(C^{i,f,n}_{0,\underline{\underline{\mathit{flex}}}}\right) &= NMW^{i,f,n}_{0,\underline{\underline{\mathit{flex}}}} + ZFLEX^{i,f,n}_{0,\underline{\underline{\mathit{flex}}}}\ \left(P^{i,f,n}_{0,\underline{\underline{\mathit{flex}}}}\right)\\
&= 4.780.997{,}94638 + 9.620.035{,}62049\\
&= 14.401.033{,}56687\ [\text{Geldeinheiten}].
\end{aligned}
\tag{4.92}
$$

Insofern lassen sich alle hiermit in Verbindung stehenden Erläuterungen auf die von dem Verfasser dieser Arbeit für wesentlich erachteten Unterschiede beschränken. Vor diesem Hintergrund ist einerseits darauf hinzuweisen, daß durch die in der Fußnote 55, S. 192 f., unter erstens und zweitens genannten Sachverhalte [vgl. hierzu auch die Ausführungen im Kapitel 4.3.3.2 auf S. 145] über Kapitel 4.3.3.2, Formel (4.24), S. 146, im Zeitablauf konstante bedingte (Pseudo)Wahrscheinlichkeiten für eine Aufwärtsbewegung beziehungsweise Abwärtsbewegung des Bruttomarktwerts in der nachfolgenden Periode resultieren. Diese führen auf der Grundlage von Kapitel 4.3.3.1, Formel (4.17), S. 143, zu über den gesamten Betrachtungszeitraum konstanten bedingten und damit natürlich auch zu gegenüber der bisherigen Datensituation modifizierten (unbedingten) Preisen reiner Wertpapiere. Daher ist es nicht verwunderlich, daß sich bereits innerhalb eines Systems fixer Wechselkurse trotz identischer Werte der zeit- und zustandsabhängigen Einzahlungsüberschüsse sowie des (nominalen) Wechselkurses der in den Abbildungen 3.12, 3.13, 4.15 und 4.16 [4.17 und 4.18] {4.19 und 4.20}, S. 73 f. und 170 f. [172 f.] {174 f.}, notierte Bruttomarktwert [Erweiterte Nettomarktwert (Call Optionswert)] {Zeitliche Flexibilitätswert

mit den innerhalb des Grundmodells abgeleiteten Resultaten zu erreichen. Zweitens sind die in den Abbildungen 4.37 und 4.38, S. 197 f., notierten und über den gesamten Betrachtungszeitraum konstanten bedingten Veränderungsraten des Bruttomarktwerts (konkret: ein Aufwärtsfaktor und ein Abwärtsfaktor) derart festgelegt worden, daß $BMW^{i,f,n}_{0,(I),\mathit{fix}}$ [$BMW^{i,f,n}_{0,(II),\mathit{fix}}$] in den Abbildungen 4.35 [4.36] und 4.37 [4.38], S. 195 [196] und 197 [198], exakt übereinstimmen. Drittens erfolgen alle Berechnungen innerhalb des MCRR-Modells mit der gleichen Begründung wie in der Fußnote 52, S. 169, auf der Basis der im Kapitel 4.3.3.2, Abbildung 4.13, S. 148, dargestellten risikoneutralisierten Bewertungstechnik. Wie die Ausführungen im Kapitel 4.4.2.1, S. 237 ff., beweisen werden, liefern die Formeln (4.30) und (4.32), S. 149 f., äquivalente Resultate. Viertens deuten die in den Abbildungen 4.39, 4.44 und 4.49, S. 199, 204 und 209, kursiv gedruckten Werte auf mögliche Ausübungszeitpunkte der jeweiligen Realoption hin, sofern bestimmte Zeit-Zustands-Kombinationen eintreten.

(Put Optionswert)} von jenem in den Graphiken 4.35, 4.36, 4.37 und 4.38 [4.39] {4.39}, S. 195 f. und 197 f. [199] {199}, unterscheidet.[56] Andererseits läßt sich konstatieren, daß durch den Übergang von dem Grundmodell zu dem MCRR-Modell schon im Rahmen des hier betrachteten Zahlenbeispiels eine erhebliche Komplexitätsreduktion erreicht wird {vgl. hierzu insbesondere die Abbildungen 4.17 und 4.18 sowie 4.19 und 4.20 (4.23 und 4.24 sowie 4.25 und 4.26) [4.31 und 4.32 sowie 4.33 und 4.34], S. 172 f. sowie 174 f. (179 f. sowie 181 f.) [188 f. sowie 190 f.], mit der Graphik 4.39 (4.44) [4.49], S. 199 (204) [209]}. Wie die Berechnungen im Kapitel 4.4.1.2, S. 210 ff., verdeutlichen werden, stellt sich diese im gleichen Umfang ein, falls Direktinvestitionen mit einer exklusiven, nicht verbundenen, aufschiebbaren Intraprojekt Option amerikanischen Typs zu bewerten sind.

[56] Mit dem Übergang von einem System fixer Wechselkurse zu einem System flexibler Wechselkurse 1 (2) sind im Vergleich zu den im Kapitel 3.5.2 [4.4.1.1], Fußnote 87 [54], S. 94 [183], genannten Ausprägungen des flexiblen Wechselkurses die nachstehenden Werte verbunden:

$w_{1,1}$ = 1,06601, (1,23526),	$w_{1,2}$ = 0,94641, (0,85166),		
$w_{2,1}$ = 1,13637, (1,52587),	$w_{2,2}$ = 1,00888, (1,05203),	$w_{2,3}$ = 1,00888, (1,05203),	$w_{2,4}$ = 0,89569, (0,72533),
$w_{3,1}$ = 1,21138, (1,88485),	$w_{3,2}$ = 1,07547, (1,29953),	$w_{3,3}$ = 1,07547, (1,29953),	$w_{3,4}$ = 0,95481, (0,89597),
$w_{3,5}$ = 1,07547, (1,29953),	$w_{3,6}$ = 0,95481, (0,89597),	$w_{3,7}$ = 0,95481, (0,89597),	$w_{3,8}$ = 0,84769, (0,61773),
$w_{4,1}$ = 1,29134, (2,32829),	$w_{4,2}$ = 1,14646, (1,60526),	$w_{4,3}$ = 1,14646, (1,60526),	$w_{4,4}$ = 1,01783, (1,10676),
$w_{4,5}$ = 1,14646, (1,60526),	$w_{4,6}$ = 1,01783, (1,10676),	$w_{4,7}$ = 1,01783, (1,10676),	$w_{4,8}$ = 0,90364, (0,76306),
$w_{4,9}$ = 1,14646, (1,60526),	$w_{4,10}$ = 1,01783, (1,10676),	$w_{4,11}$ = 1,01783, (1,10676),	$w_{4,12}$ = 0,90364, (0,76306),
$w_{4,13}$ = 1,01783, (1,10676),	$w_{4,14}$ = 0,90364, (0,76306),	$w_{4,15}$ = 0,90364, (0,76306),	$w_{4,16}$ = 0,80226, (0,52610),
$w_{5,1}$ = 1,37657, (2,87605),	$w_{5,2}$ = 1,22213, (1,98291),	$w_{5,3}$ = 1,22213, (1,98291),	$w_{5,4}$ = 1,08502, (1,36714),
$w_{5,5}$ = 1,22213, (1,98291),	$w_{5,6}$ = 1,08502, (1,36714),	$w_{5,7}$ = 1,08502, (1,36714),	$w_{5,8}$ = 0,96329, (0,94258),
$w_{5,9}$ = 1,22213, (1,98291),	$w_{5,10}$ = 1,08502, (1,36714),	$w_{5,11}$ = 1,08502, (1,36714),	$w_{5,12}$ = 0,96329, (0,94258),
$w_{5,13}$ = 1,08502, (1,36714),	$w_{5,14}$ = 0,96329, (0,94258),	$w_{5,15}$ = 0,96329, (0,94258),	$w_{5,16}$ = 0,85521, (0,64987),
$w_{5,17}$ = 1,22213, (1,98291),	$w_{5,18}$ = 1,08502, (1,36714),	$w_{5,19}$ = 1,08502, (1,36714),	$w_{5,20}$ = 0,96329, (0,94258),
$w_{5,21}$ = 1,08502, (1,36714),	$w_{5,22}$ = 0,96329, (0,94258),	$w_{5,23}$ = 0,96329, (0,94258),	$w_{5,24}$ = 0,85521, (0,64987),
$w_{5,25}$ = 1,08502, (1,36714),	$w_{5,26}$ = 0,96329, (0,94258),	$w_{5,27}$ = 0,96329, (0,94258),	$w_{5,28}$ = 0,85521, (0,64987),
$w_{5,29}$ = 0,96329, (0,94258),	$w_{5,30}$ = 0,85521, (0,64987),	$w_{5,31}$ = 0,85521, (0,64987),	$w_{5,32}$ = 0,75926, (0,44806).

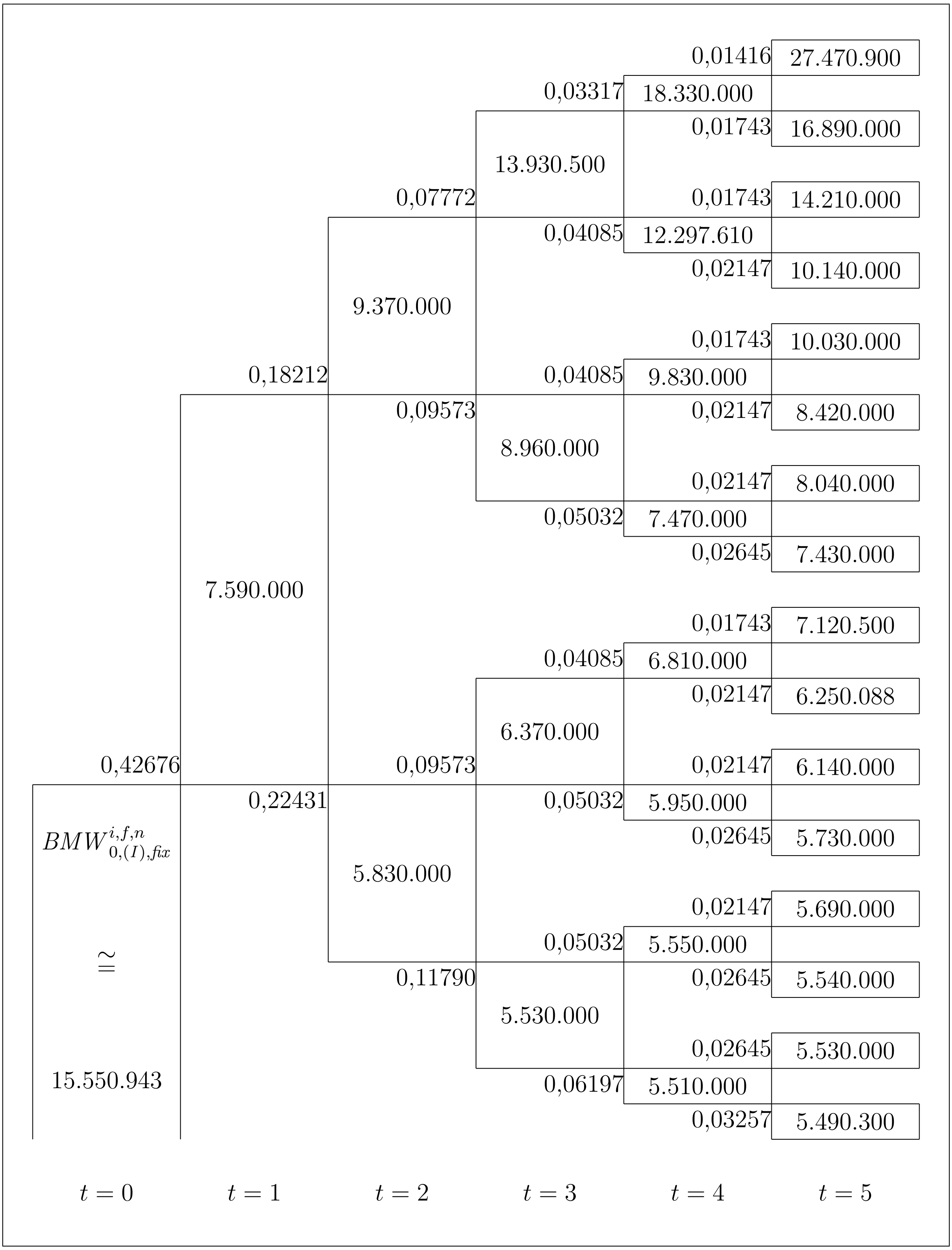

Abbildung 4.35: Entwicklung der zustandsabhängigen Einzahlungsüberschüsse und Preise reiner Wertpapiere einer nicht näher bezeichneten Direktinvestition im Betrachtungszeitraum von sechs Perioden (MCRR-Modell, Teil I, System fixer Wechselkurse, Beispiel)

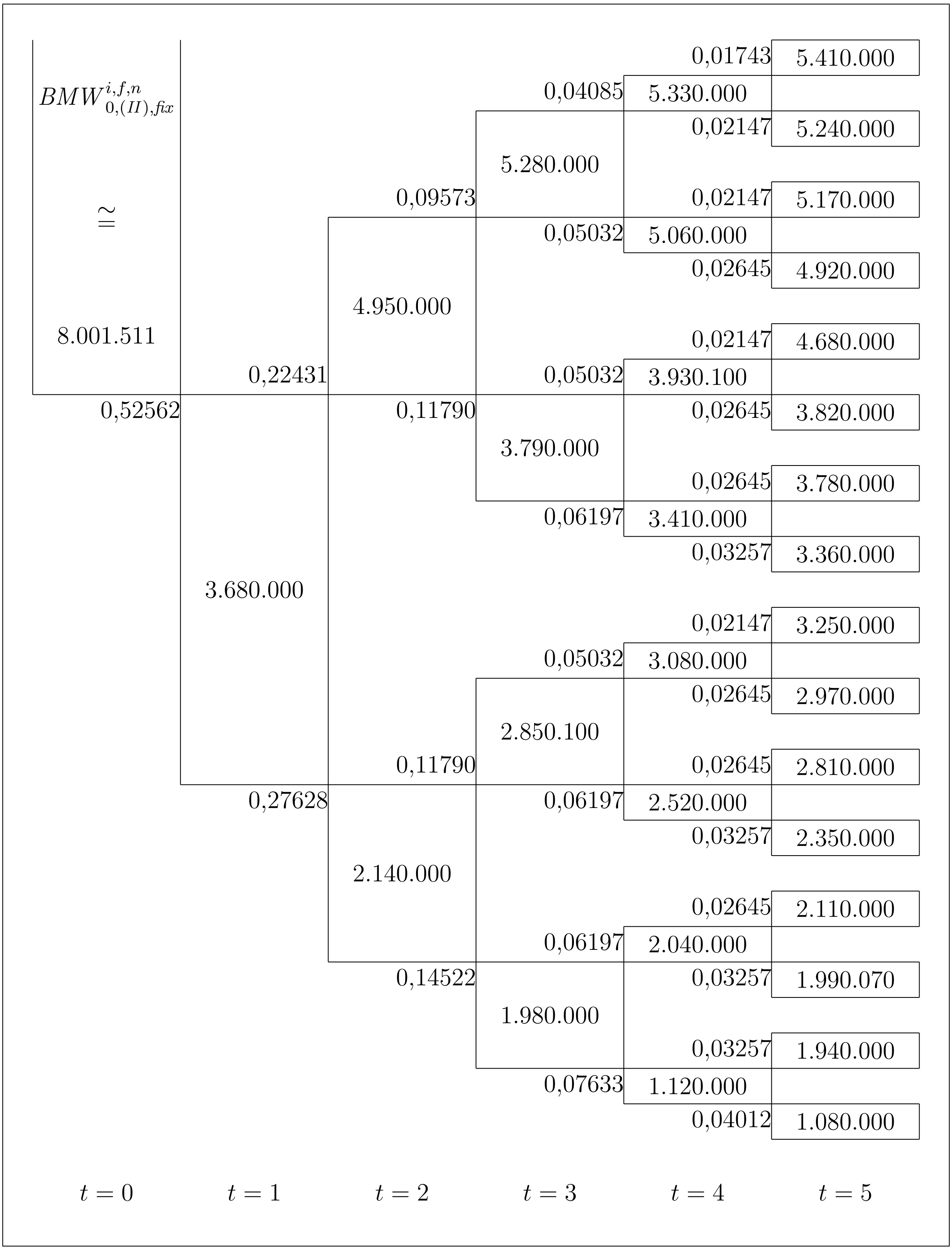

Abbildung 4.36: Entwicklung der zustandsabhängigen Einzahlungsüberschüsse und Preise reiner Wertpapiere einer nicht näher bezeichneten Direktinvestition im Betrachtungszeitraum von sechs Perioden (MCRR-Modell, Teil II, System fixer Wechselkurse, Beispiel)

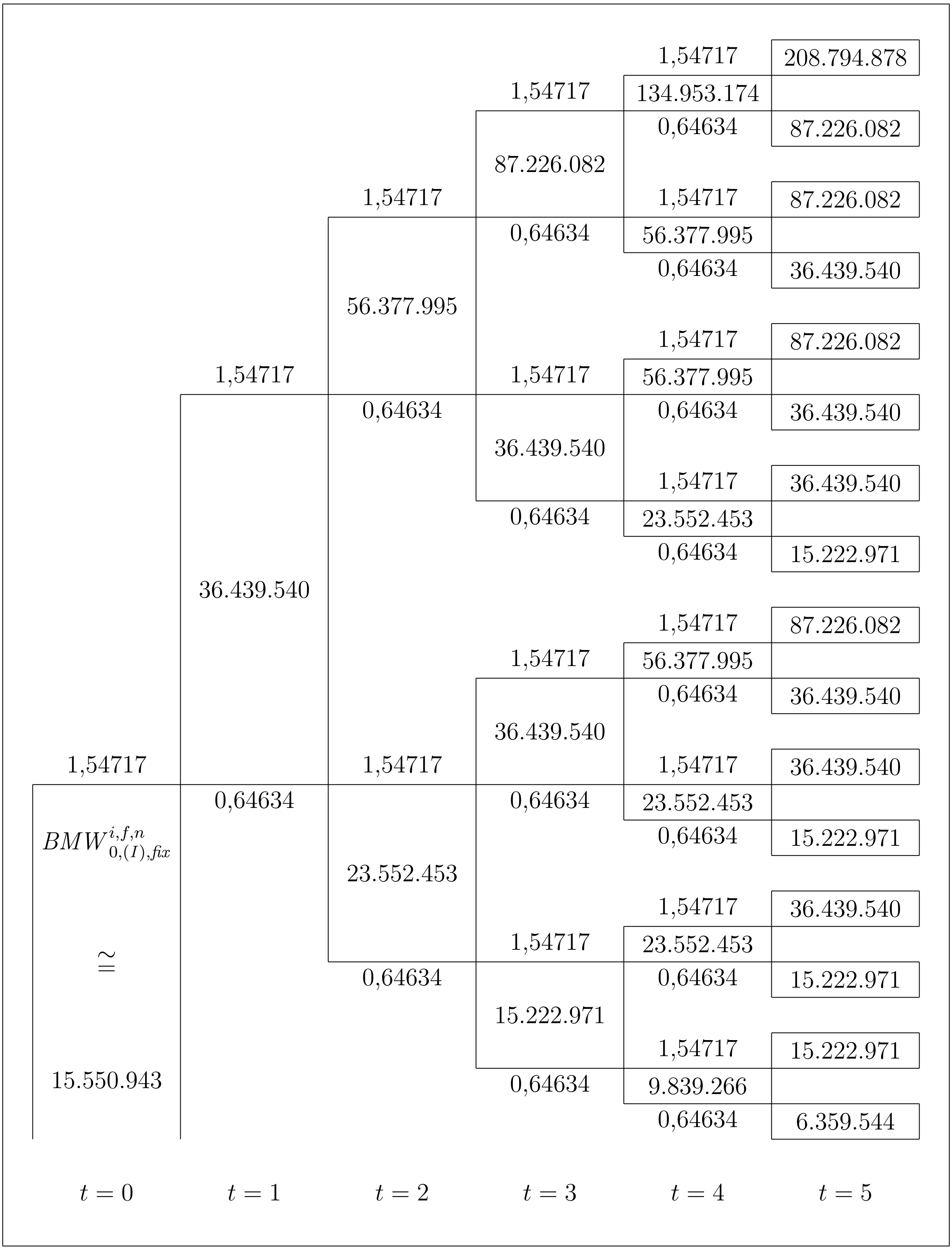

Abbildung 4.37: Entwicklung der zustandsabhängigen Bruttomarktwerte sowie deren bedingten Veränderungsraten im Betrachtungszeitraum von sechs Perioden (MCRR-Modell, Teil I, System fixer Wechselkurse, Beispiel)

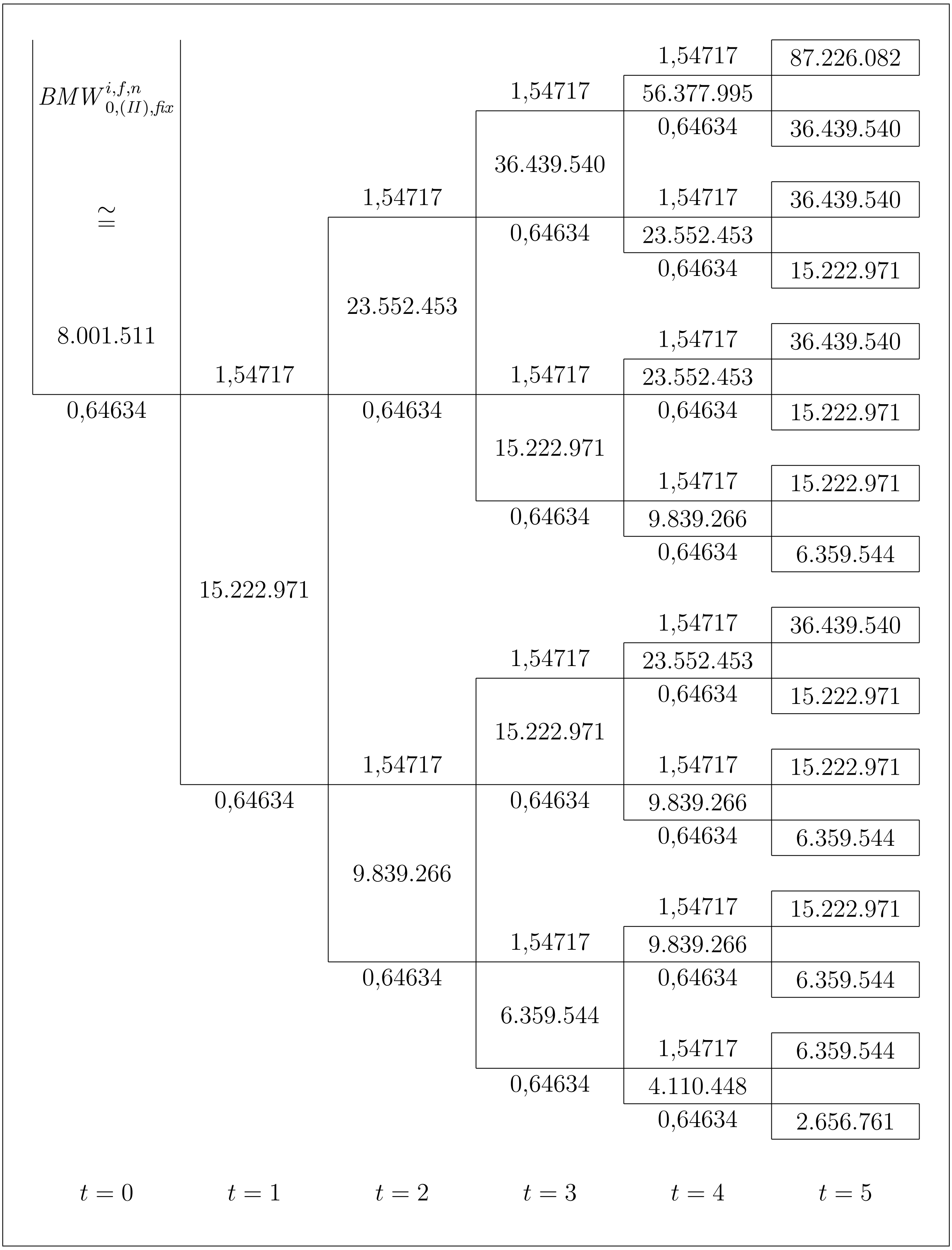

Abbildung 4.38: Entwicklung der zustandsabhängigen Bruttomarktwerte sowie deren bedingten Veränderungsraten im Betrachtungszeitraum von sechs Perioden (MCRR-Modell, Teil II, System fixer Wechselkurse, Beispiel)

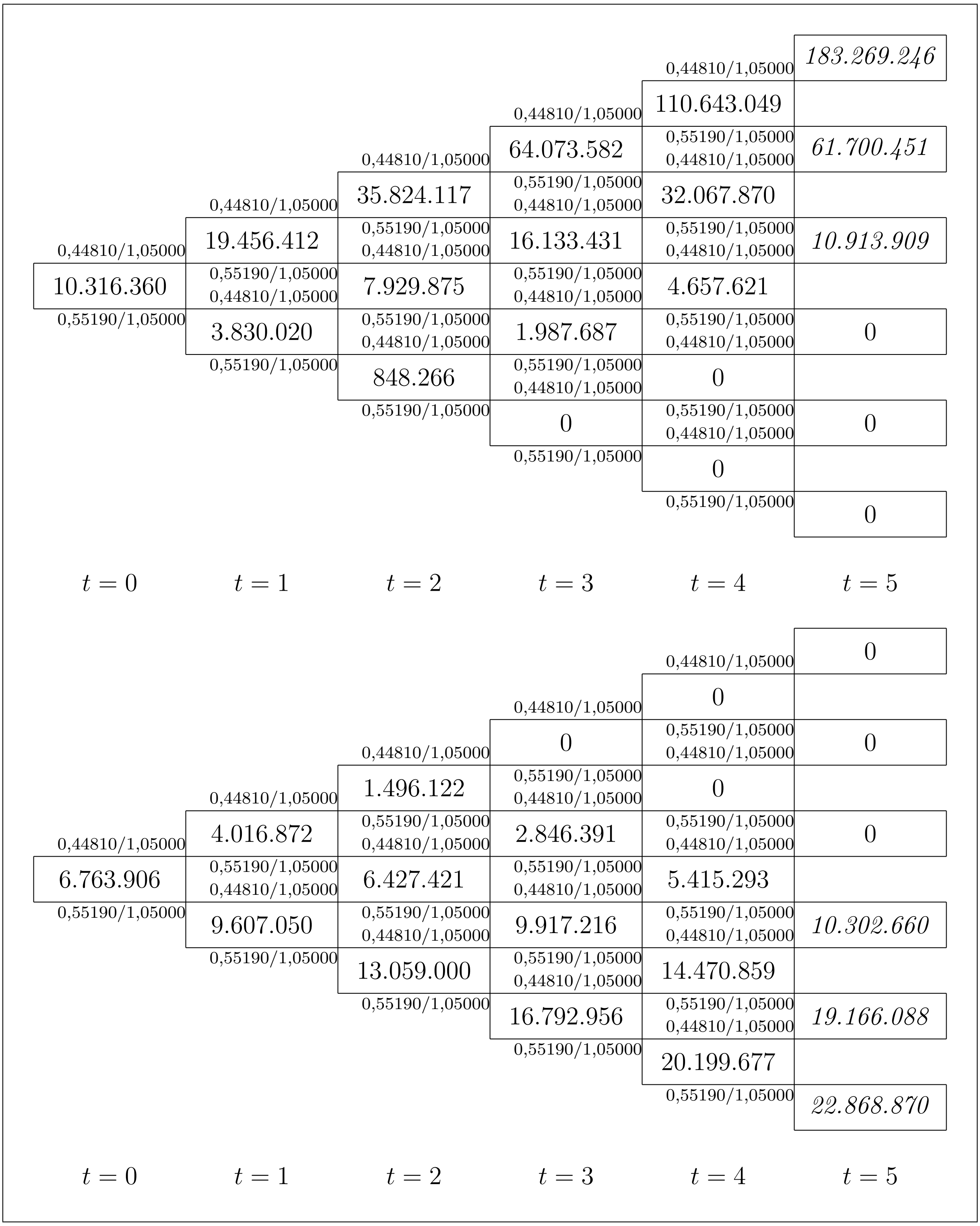

Abbildung 4.39: Entwicklung der zustandsabhängigen Werte einer europäischen Call Option (obere Graphik) und einer europäischen Put Option (untere Graphik), der um den Wert eins erhöhten bedingten einperiodigen Zinssätze für sichere Kapitalanlagen respektive Kapitalaufnahmen sowie der bedingten (Pseudo)Wahrscheinlichkeiten im Planungszeitraum von sechs Perioden (MCRR-Modell, System fixer Wechselkurse, Beispiel)

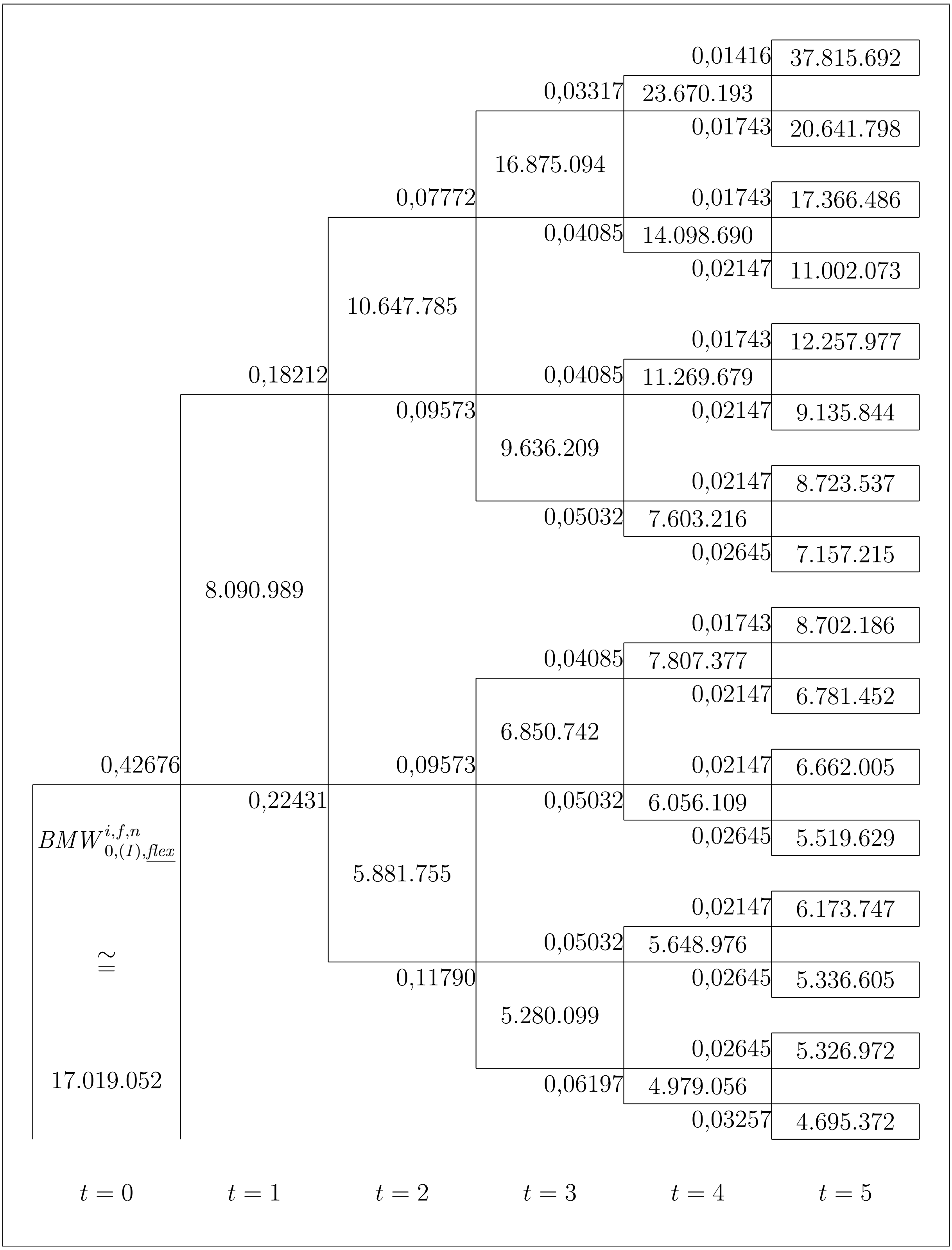

Abbildung 4.40: Entwicklung der zustandsabhängigen Einzahlungsüberschüsse und Preise reiner Wertpapiere einer nicht näher bezeichneten Direktinvestition im Betrachtungszeitraum von sechs Perioden (MCRR-Modell, Teil I, System flexibler Wechselkurse 1, Beispiel)

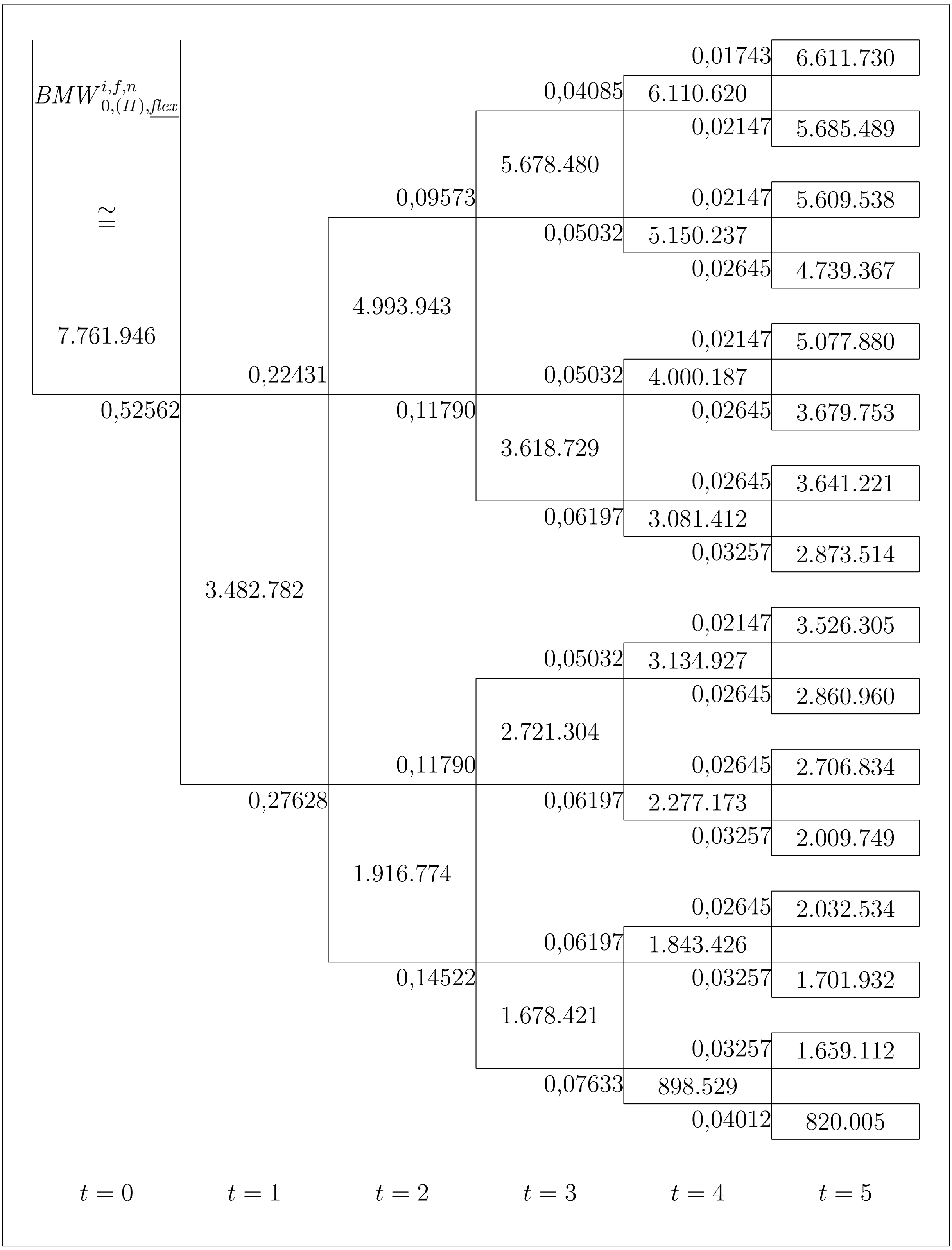

Abbildung 4.41: Entwicklung der zustandsabhängigen Einzahlungsüberschüsse und Preise reiner Wertpapiere einer nicht näher bezeichneten Direktinvestition im Betrachtungszeitraum von sechs Perioden (MCRR-Modell, Teil II, System flexibler Wechselkurse 1, Beispiel)

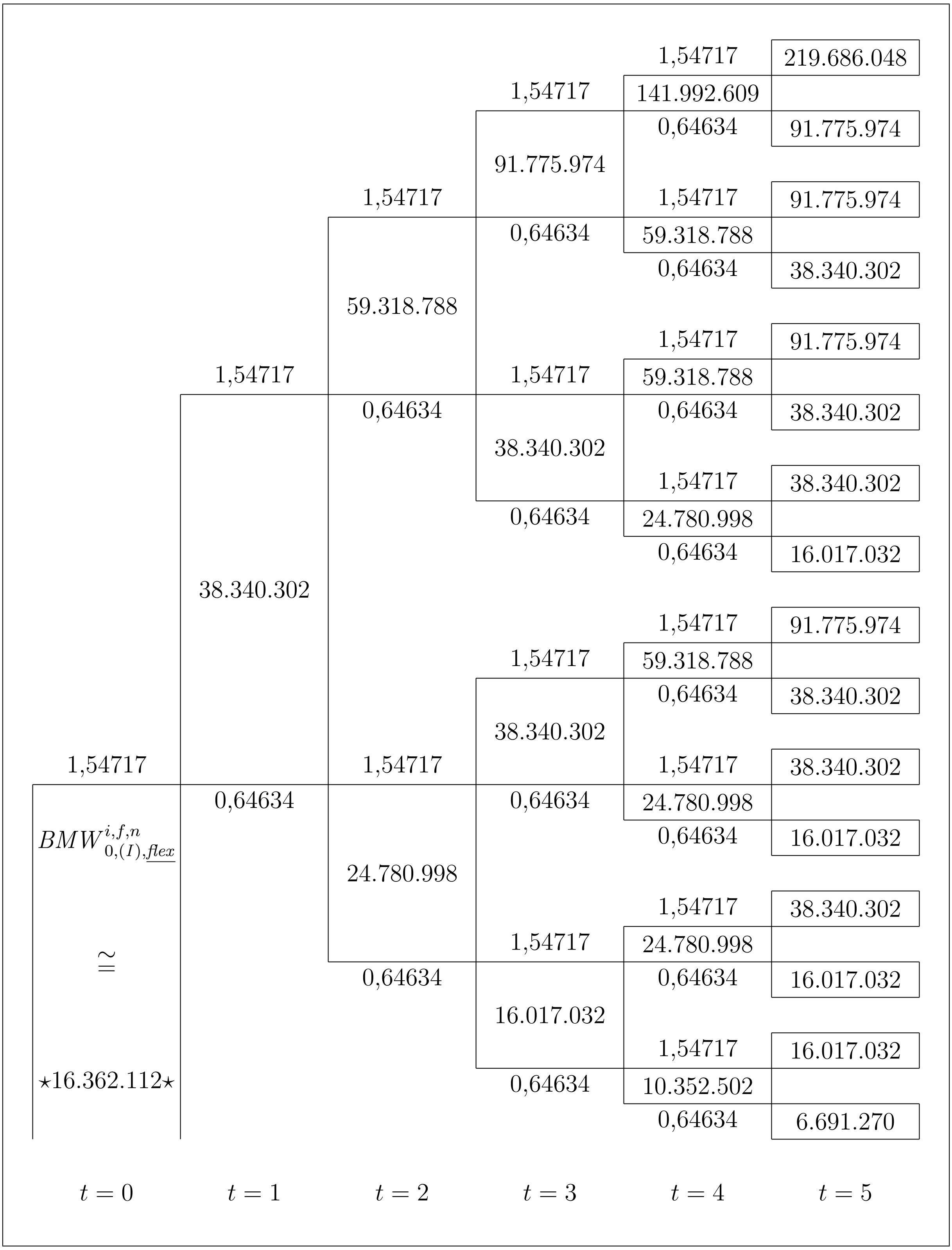

Abbildung 4.42: Entwicklung der zustandsabhängigen Bruttomarktwerte sowie deren bedingten Veränderungsraten im Betrachtungszeitraum von sechs Perioden (MCRR-Modell, Teil I, System flexibler Wechselkurse 1, Beispiel)

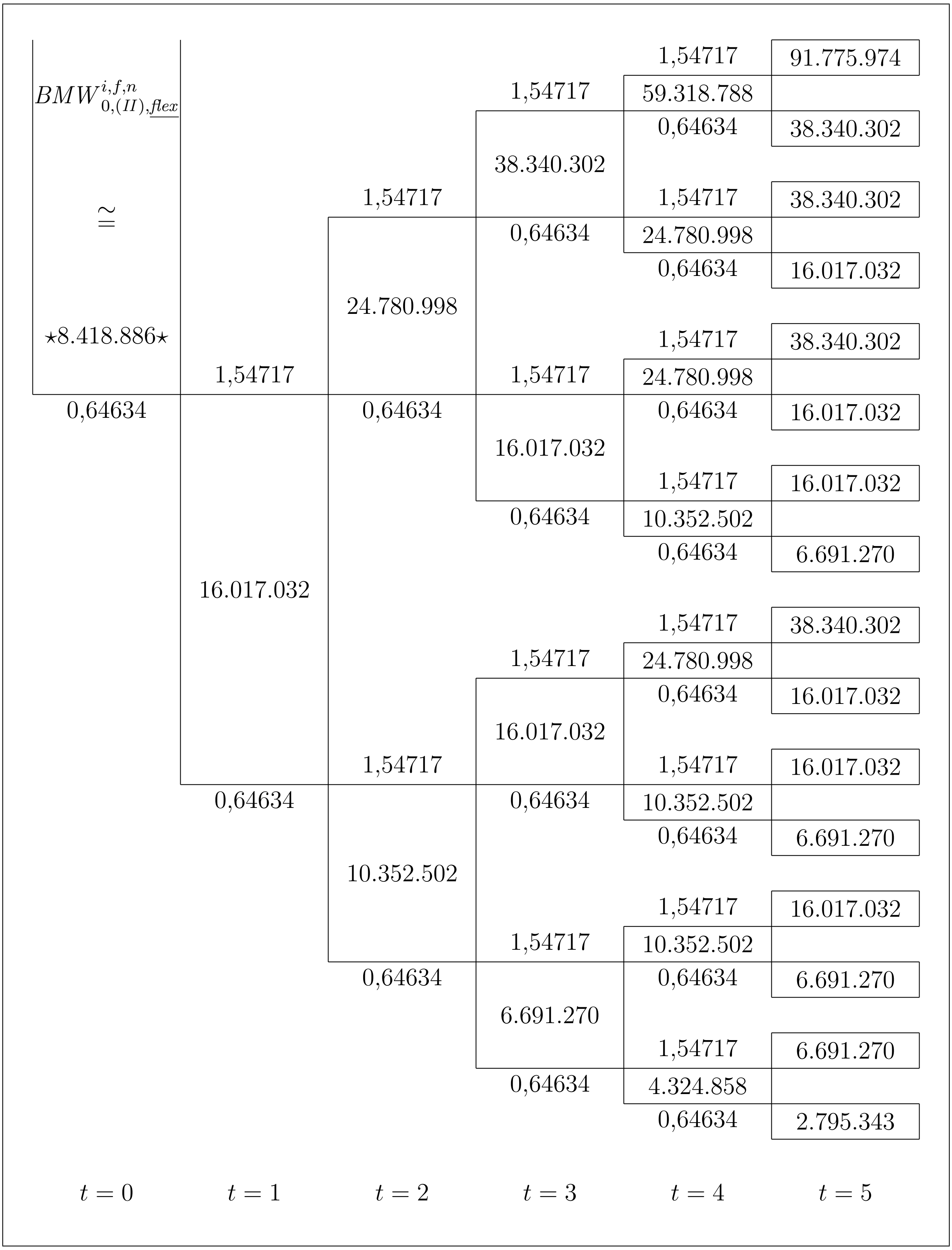

Abbildung 4.43: Entwicklung der zustandsabhängigen Bruttomarktwerte sowie deren bedingten Veränderungsraten im Betrachtungszeitraum von sechs Perioden (MCRR-Modell, Teil II, System flexibler Wechselkurse 1, Beispiel)

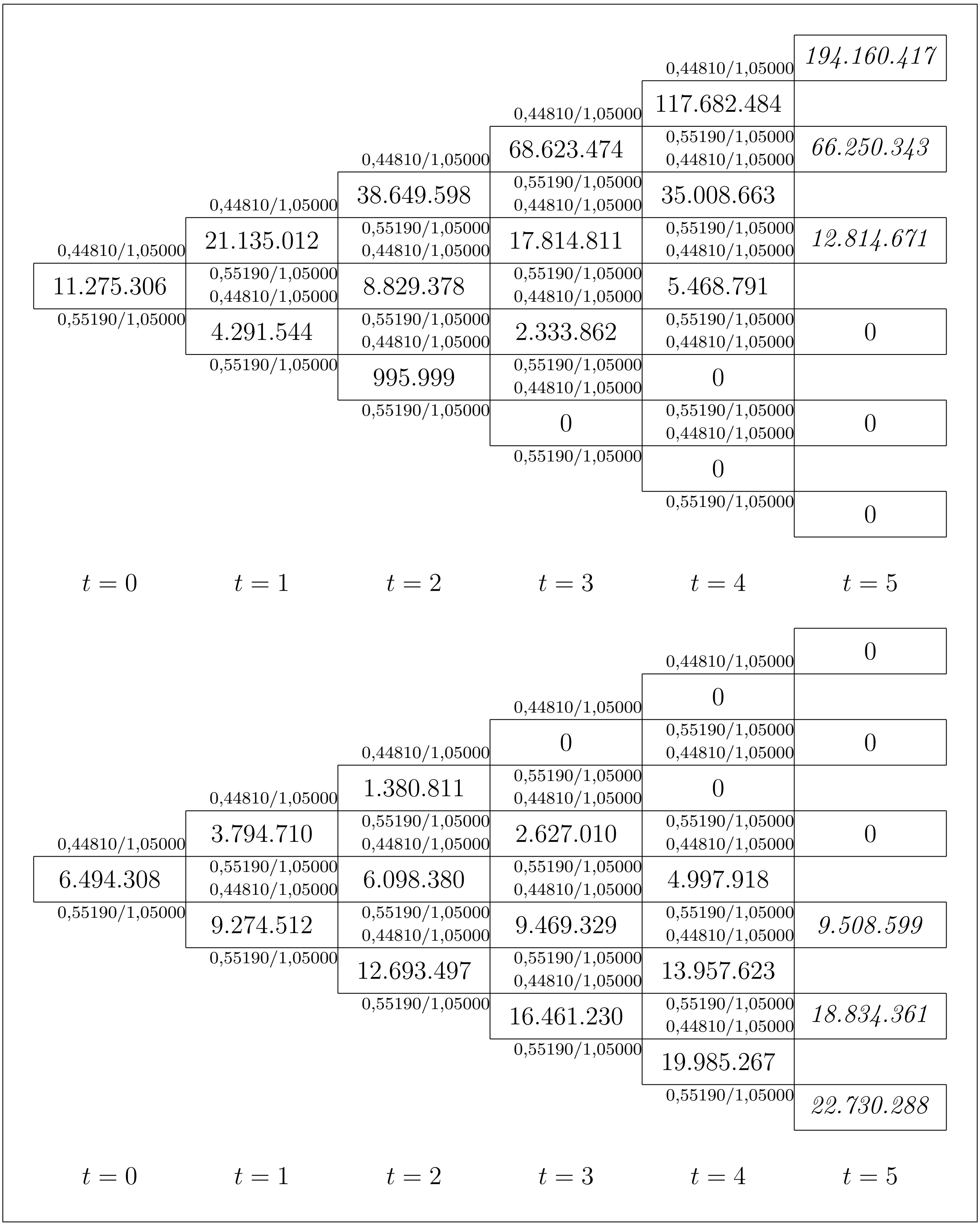

Abbildung 4.44: Entwicklung der zustandsabhängigen Werte einer europäischen Call Option (obere Graphik) und einer europäischen Put Option (untere Graphik), der um den Wert eins erhöhten bedingten einperiodigen Zinssätze für sichere Kapitalanlagen respektive Kapitalaufnahmen sowie der bedingten (Pseudo)Wahrscheinlichkeiten im Planungszeitraum von sechs Perioden (MCRR-Modell, System flexibler Wechselkurse 1, Beispiel)

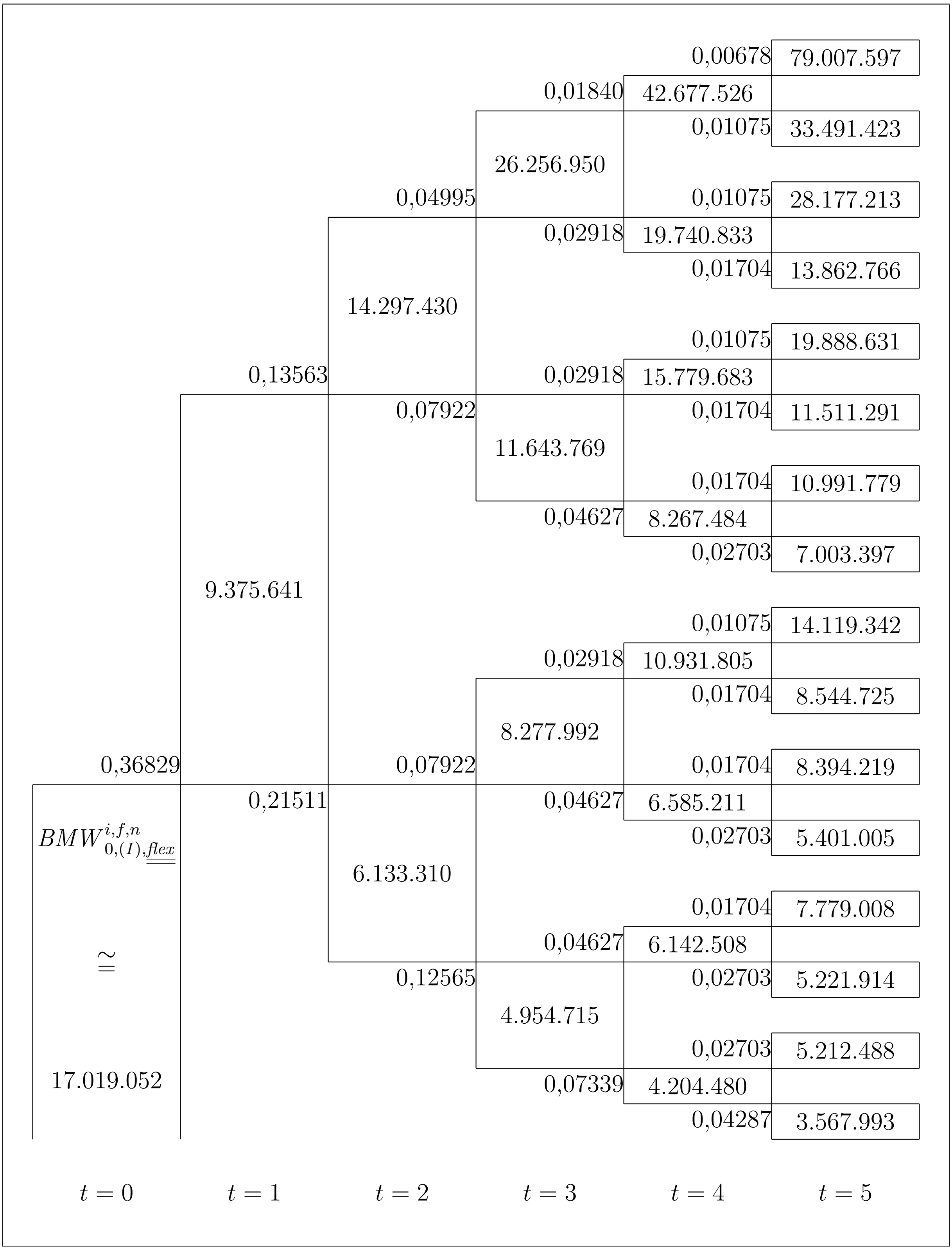

Abbildung 4.45: Entwicklung der zustandsabhängigen Einzahlungsüberschüsse und Preise reiner Wertpapiere einer nicht näher bezeichneten Direktinvestition im Betrachtungszeitraum von sechs Perioden (MCRR-Modell, Teil I, System flexibler Wechselkurse 2, Beispiel)

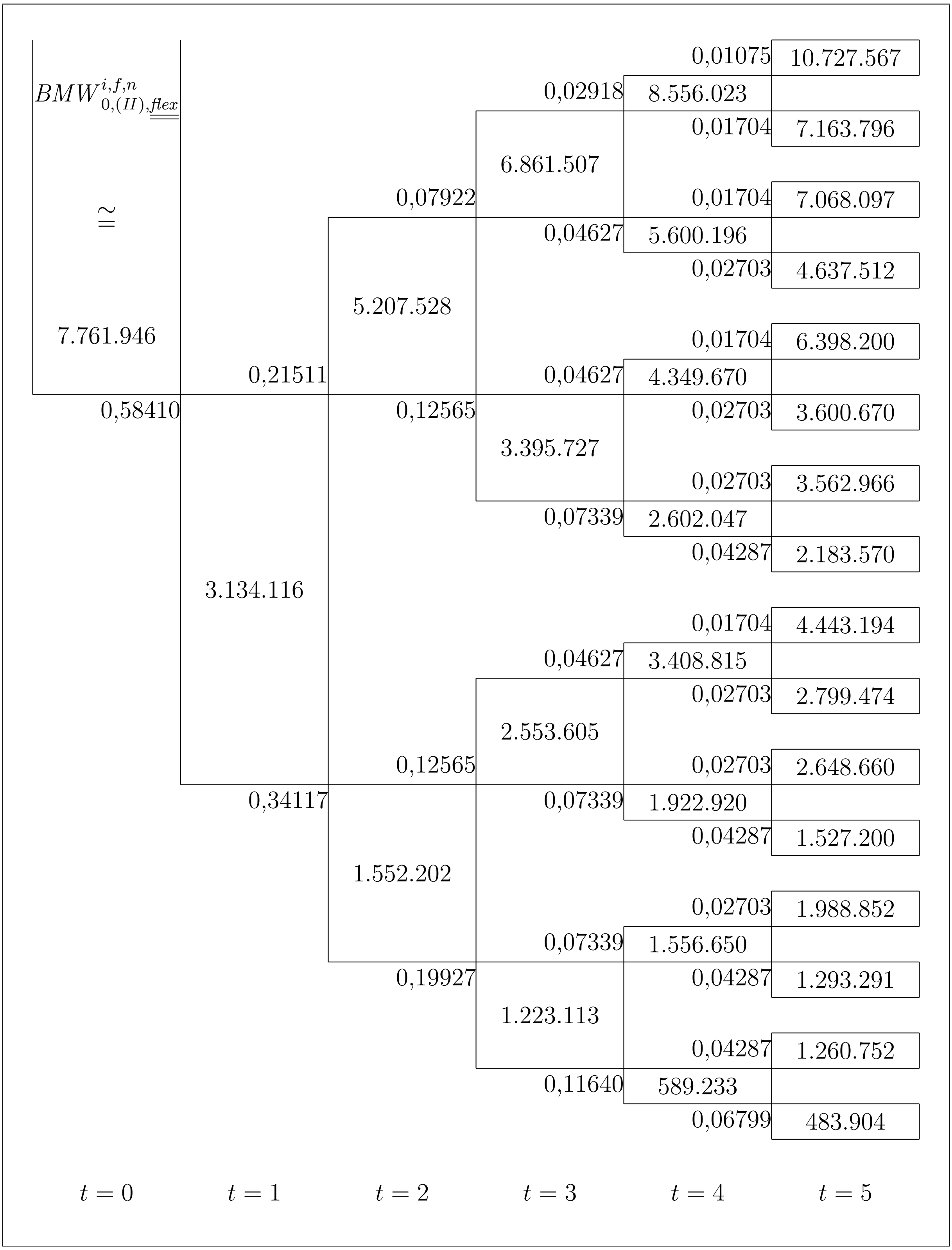

Abbildung 4.46: Entwicklung der zustandsabhängigen Einzahlungsüberschüsse und Preise reiner Wertpapiere einer nicht näher bezeichneten Direktinvestition im Betrachtungszeitraum von sechs Perioden (MCRR-Modell, Teil II, System flexibler Wechselkurse 2, Beispiel)

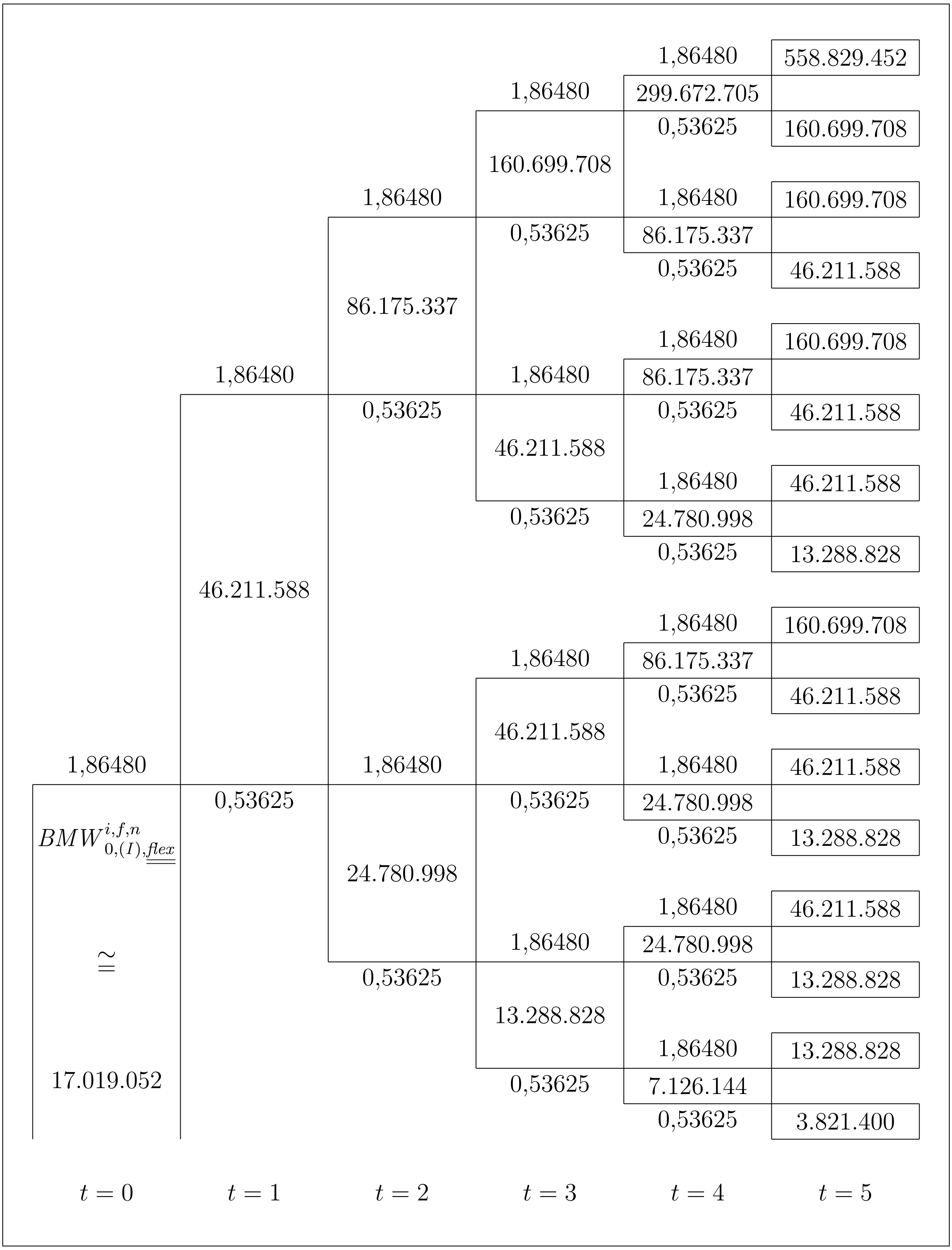

Abbildung 4.47: Entwicklung der zustandsabhängigen Bruttomarktwerte sowie deren bedingten Veränderungsraten im Betrachtungszeitraum von sechs Perioden (MCRR-Modell, Teil I, System flexibler Wechselkurse 2, Beispiel)

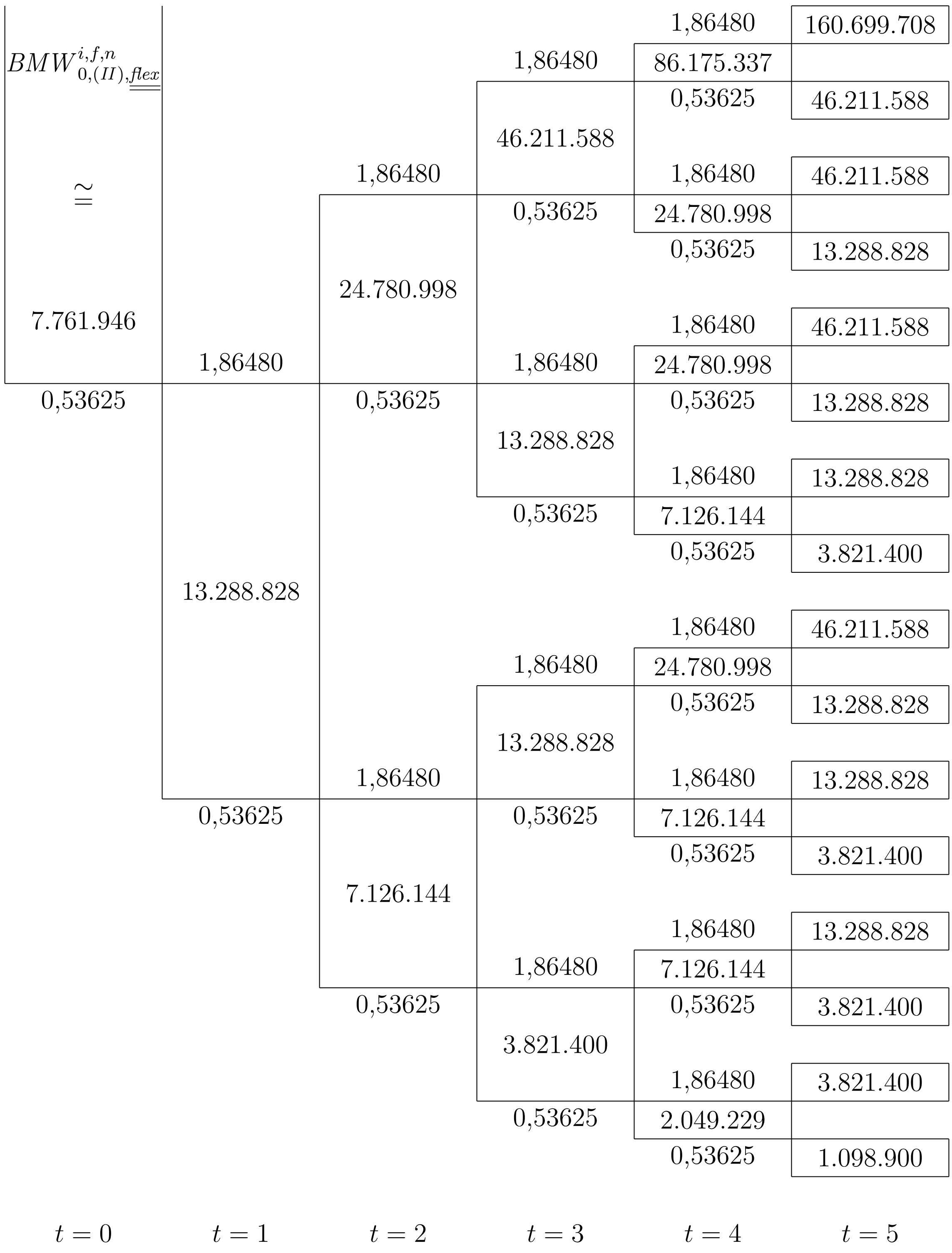

Abbildung 4.48: Entwicklung der zustandsabhängigen Bruttomarktwerte sowie deren bedingten Veränderungsraten im Betrachtungszeitraum von sechs Perioden (MCRR-Modell, Teil II, System flexibler Wechselkurse 2, Beispiel)

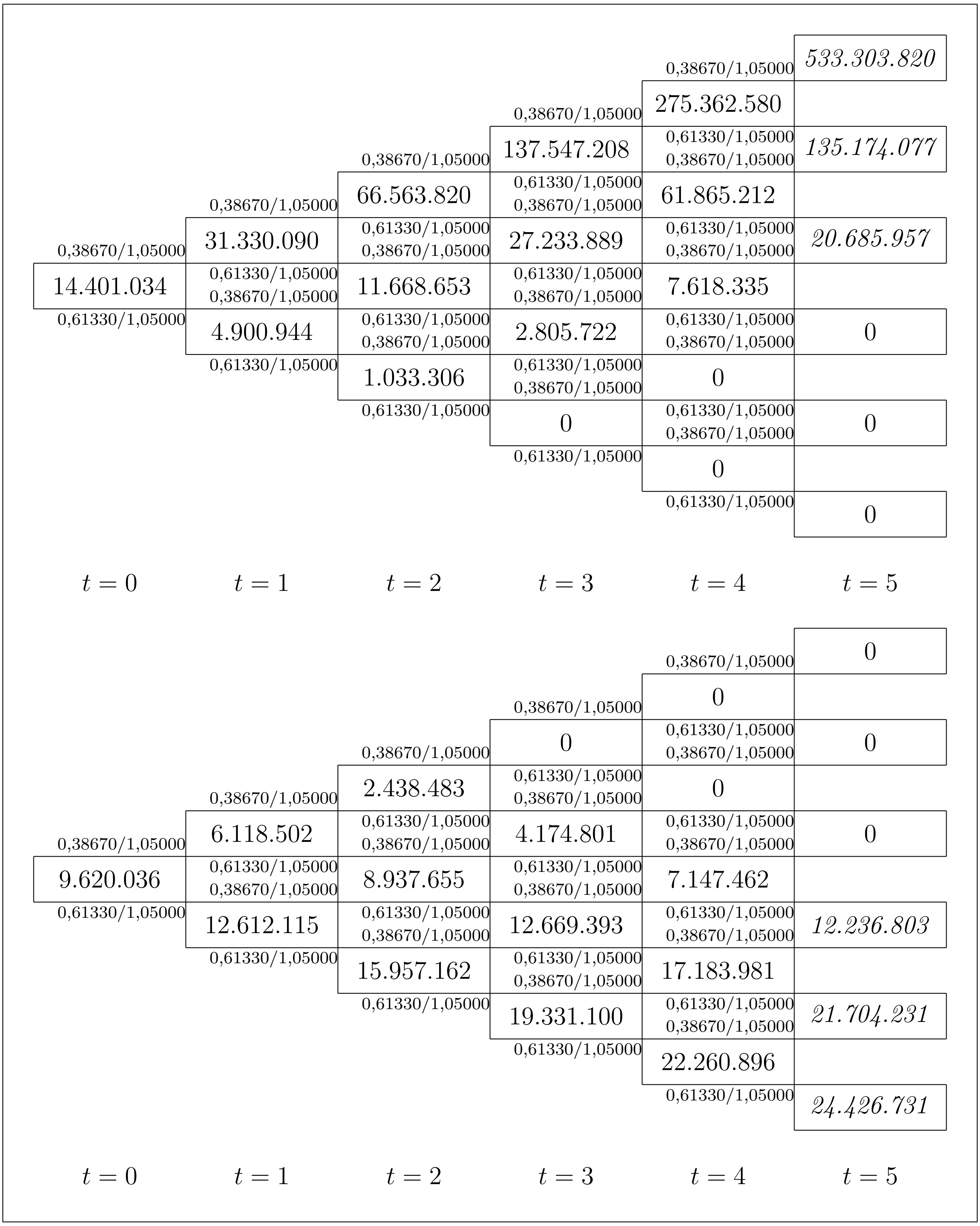

Abbildung 4.49: Entwicklung der zustandsabhängigen Werte einer europäischen Call Option (obere Graphik) und einer europäischen Put Option (untere Graphik), der um den Wert eins erhöhten bedingten einperiodigen Zinssätze für sichere Kapitalanlagen respektive Kapitalaufnahmen sowie der bedingten (Pseudo)Wahrscheinlichkeiten im Planungszeitraum von sechs Perioden (MCRR-Modell, System flexibler Wechselkurse 2, Beispiel)

4.4.1.2 Bewertung von Direktinvestitionen mit einer exklusiven, nicht verbundenen, aufschiebbaren Intraprojekt Option amerikanischen Typs

Können die realen Gegebenheiten in Abänderung der Diskussion innerhalb des Kapitels 4.4.1.1, S. 168 ff., am besten durch eine zeit- und zustandsdiskrete Sichtweise auf der Basis des Grundmodells beziehungsweise des MCRR-Modells mit exklusiven, nicht verbundenen, aufschiebbaren Intraprojekt Optionen amerikanischen Typs wiedergegeben werden, verändern sich die Formeln (4.85) und (4.86), S. 168, wie folgt:

$$\begin{aligned} \tilde{C}^{i,f,n}_{0,y} &\leq NMW^{i,f,n}_{0,y} + \tilde{P}^{i,f,n}_{0,y} \\ &\leq -a^{i,f,n}_{0} + BMW^{i,f,n}_{0,y} + \tilde{P}^{i,f,n}_{0,y} \\ &\quad \forall\, i \quad \text{mit} \quad y \in \left\{ \mathit{fix}, \underline{\mathit{flex}}, \underline{\underline{\mathit{flex}}} \right\} \quad \Longleftrightarrow \end{aligned} \tag{4.93}$$

$$\begin{aligned} \Longleftrightarrow \quad \widetilde{ENMW}^{i,f,n}_{0,y} &\leq NMW^{i,f,n}_{0,y} + \widetilde{ZFLEX}^{i,f,n}_{0,y} \\ &\leq -a^{i,f,n}_{0} + BMW^{i,f,n}_{0,y} + \widetilde{ZFLEX}^{i,f,n}_{0,y} \\ &\quad \forall\, i \quad \text{mit} \quad y \in \left\{ \mathit{fix}, \underline{\mathit{flex}}, \underline{\underline{\mathit{flex}}} \right\}. \end{aligned} \tag{4.94}$$

In diesem Zusammenhang sind drei Aspekte besonders zu beachten. Erstens repräsentiert jedes mit einer Tilde gekennzeichnete Symbol den Wert der diesem Symbol entsprechenden amerikanischen Realoption. Da zweitens eine amerikanische neben allen Rechten einer vergleichbaren europäischen Realoption auch das Recht der vorzeitigen Ausübung beinhaltet und die Ausübung einer Call [Put] Option vor dem Ende der Restlaufzeit im Rahmen dieser Arbeit ökonomisch niemals [durchaus] sinnvoll sein kann, müssen die Terme rechts des Ungleichheitszeichens in der Summe mindestens die Höhe der links des Ungleichheitszeichens notierten Größen aufweisen {vgl. hinsichtlich der unter erstens und zweitens gemachten Aussagen die Diskussion im Kapitel 4.3.3.3, S. 150 ff.}. Vor diesem Hintergrund ist es drittens unmittelbar plausibel, daß sich im Vergleich zu den Ausführungen im Kapitel 4.4.1.1, S. 169, grundsätzlich nur noch der Erweiterte Nettomarktwert sowohl direkt [über $\tilde{C}^{i,f,n}_{0,y} = C^{i,f,n}_{0,y}$] als auch indirekt [über $NMW^{i,f,n}_{0,y} + P^{i,f,n}_{0,y}$] bestimmen läßt, während der Zeitliche Flexibilitätswert ausschließlich direkt [über $\tilde{P}^{i,f,n}_{0,y}$] kalkuliert werden muß. Unter Berücksichtigung dieser Aussagen erhält man für das Grundmodell und das MCRR-Modell die nachstehenden Resultate.

A. Ergebnisse für das Grundmodell

Betrachtet man in Übereinstimmung mit den Ausführungen im Kapitel 4.4.1.1, S. 169 ff., zunächst wieder das Grundmodell vor dem Hintergrund eines Systems fixer Wechselkurse sowie integrierter Kapitalmärkte und legt das dort verwendete Zahlenbeispiel der weiteren Diskussion zugrunde, läßt sich auf der Basis der im Kapitel 4.3.3.3, S. 150 ff., zur Evaluation amerikanischer (Call und) Put Optionen entwickelten risikoneutralisierten Bewertungstechnik das in den Abbildungen 4.50 bis 4.57, S. 211 bis 218, und in der

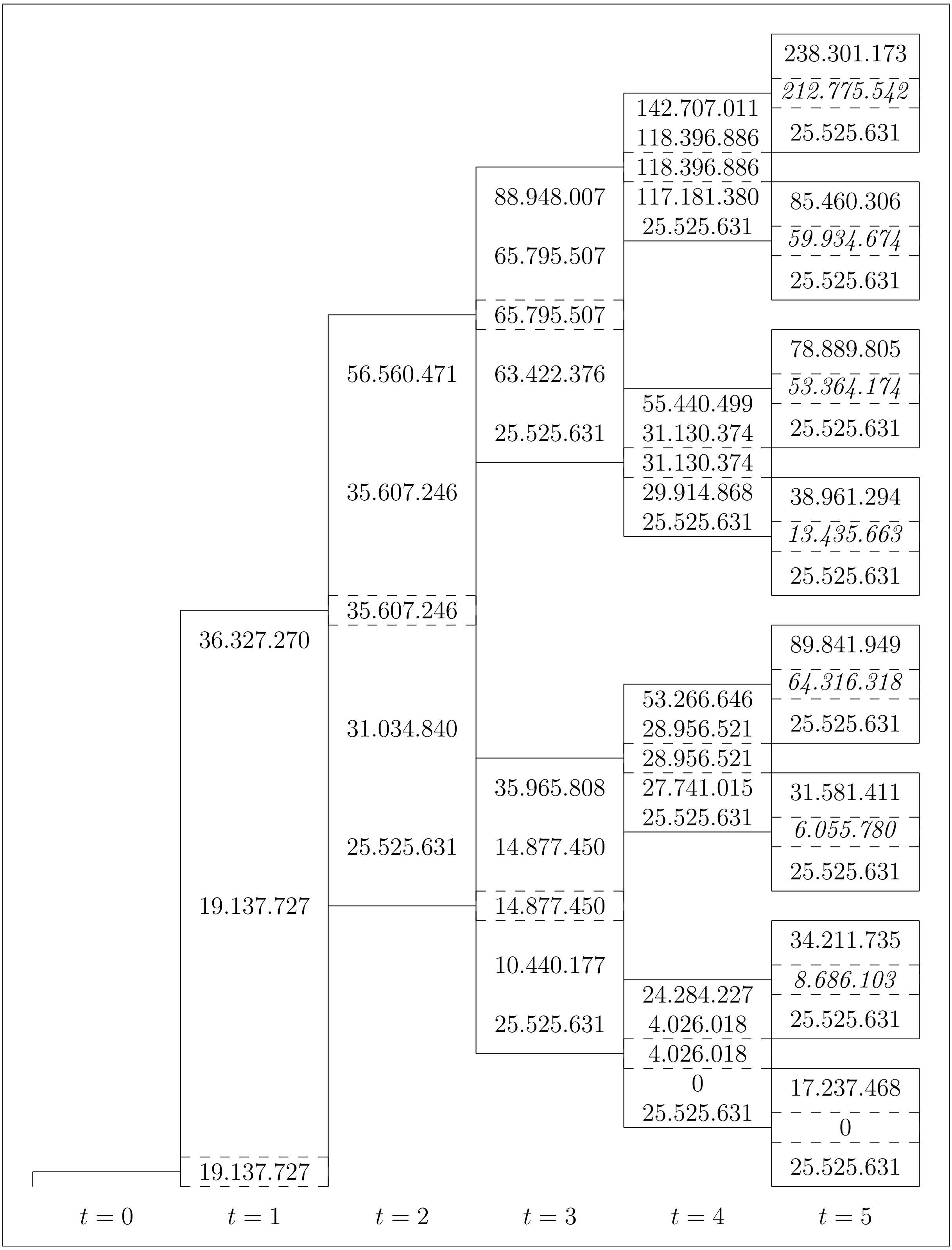

Abbildung 4.50: Entwicklung der zustandsabhängigen Bruttomarktwerte, der zustandsabhängigen Werte einer amerikanischen Call Option bei Nichtausübung, optimaler Gestaltung und Ausübung des Optionsrechts sowie des Basispreises im Planungszeitraum von sechs Perioden (Grundmodell, Teil I, System fixer Wechselkurse, Beispiel)

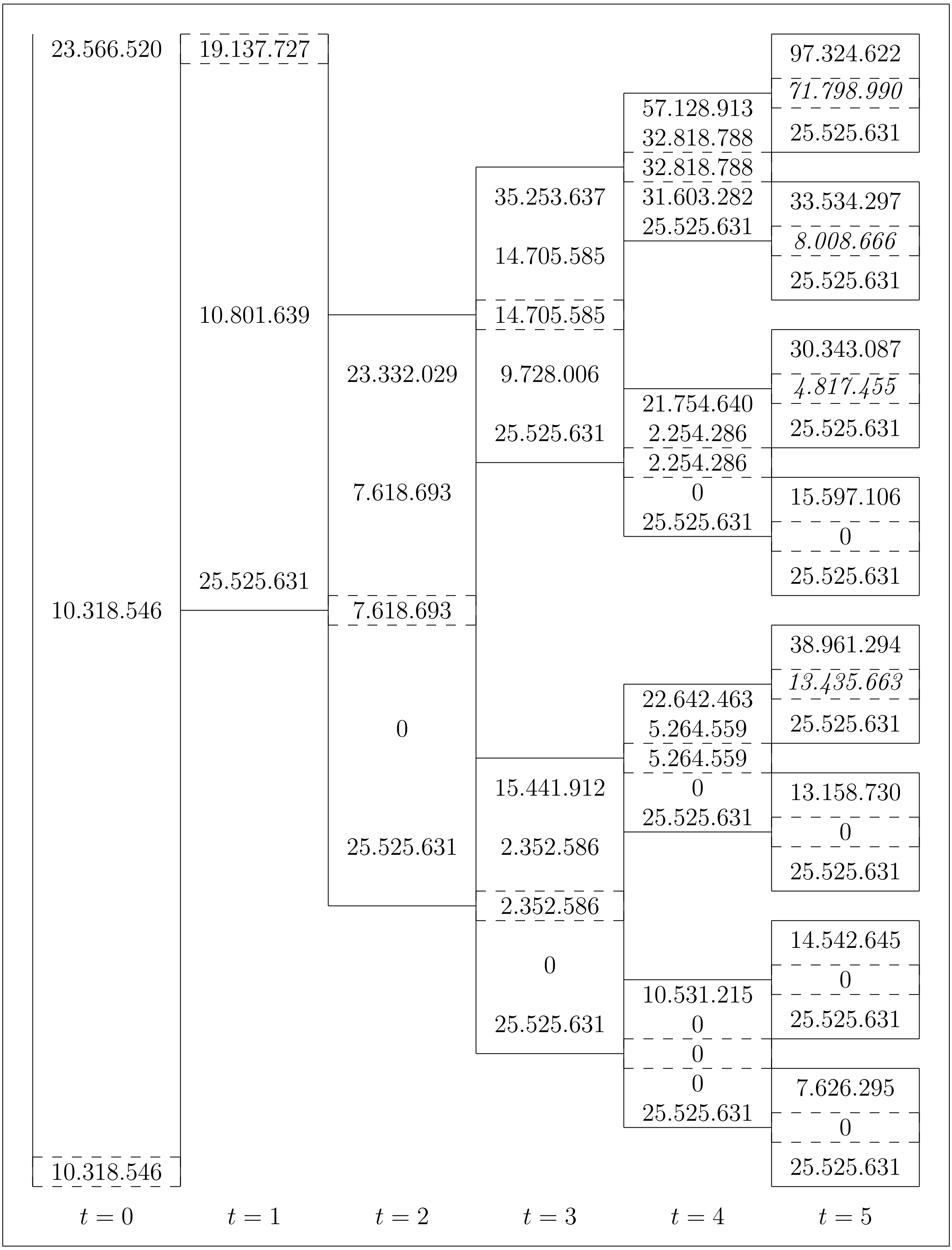

Abbildung 4.51: Entwicklung der zustandsabhängigen Bruttomarktwerte, der zustandsabhängigen Werte einer amerikanischen Call Option bei Nichtausübung, optimaler Gestaltung und Ausübung des Optionsrechts sowie des Basispreises im Planungszeitraum von sechs Perioden (Grundmodell, Teil II, System fixer Wechselkurse, Beispiel)

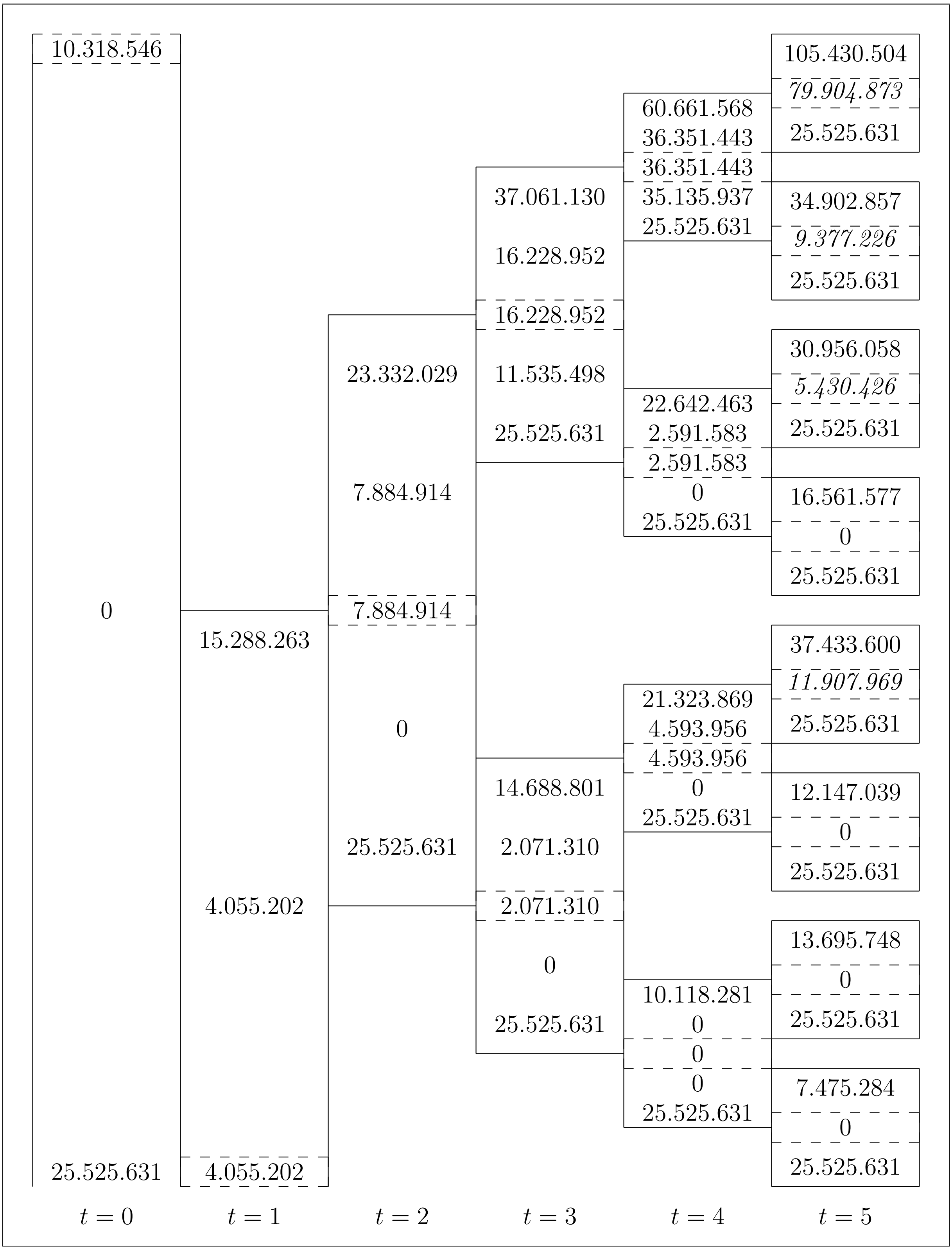

Abbildung 4.52: Entwicklung der zustandsabhängigen Bruttomarktwerte, der zustandsabhängigen Werte einer amerikanischen Call Option bei Nichtausübung, optimaler Gestaltung und Ausübung des Optionsrechts sowie des Basispreises im Planungszeitraum von sechs Perioden (Grundmodell, Teil III, System fixer Wechselkurse, Beispiel)

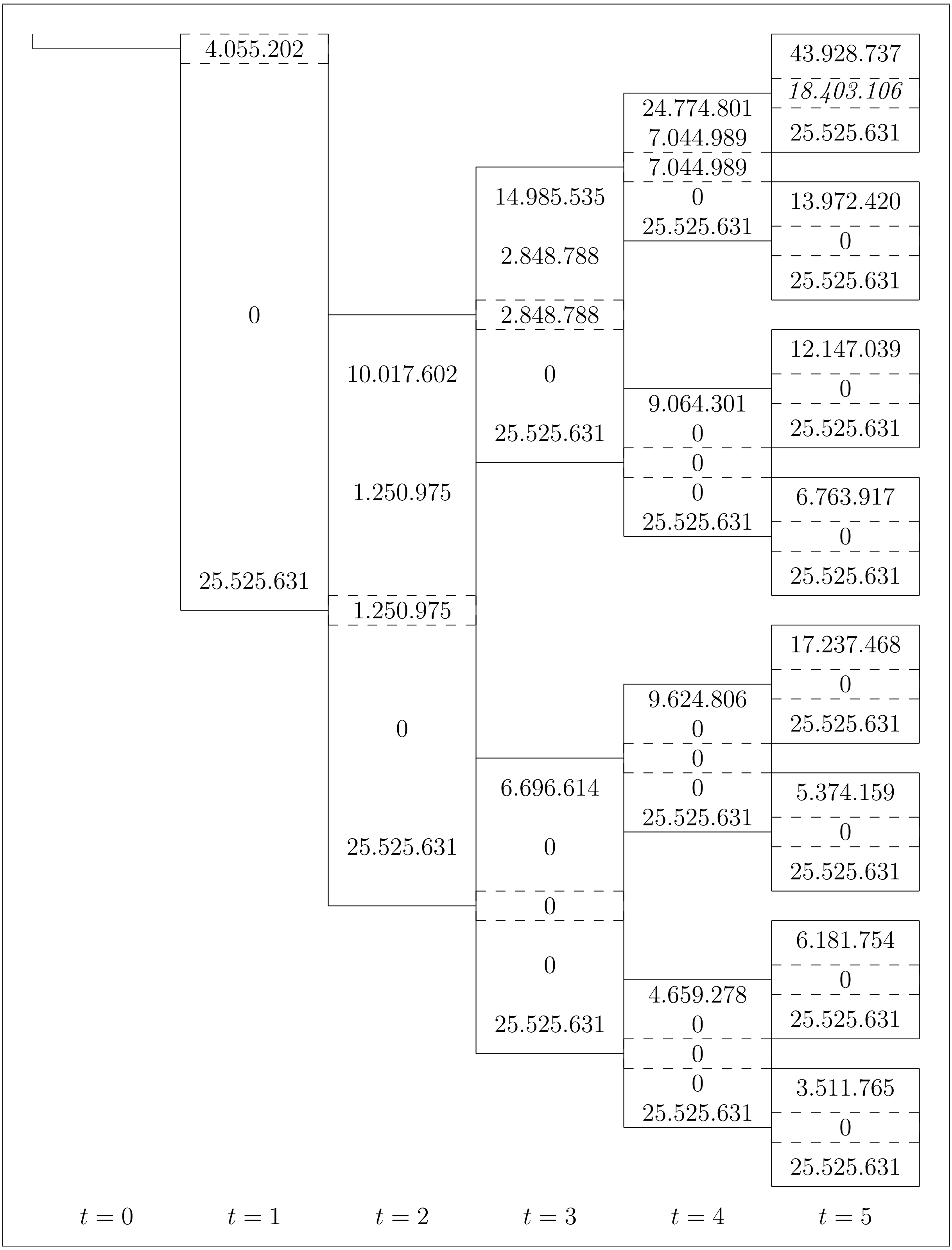

Abbildung 4.53: Entwicklung der zustandsabhängigen Bruttomarktwerte, der zustandsabhängigen Werte einer amerikanischen Call Option bei Nichtausübung, optimaler Gestaltung und Ausübung des Optionsrechts sowie des Basispreises im Planungszeitraum von sechs Perioden (Grundmodell, Teil IV, System fixer Wechselkurse, Beispiel)

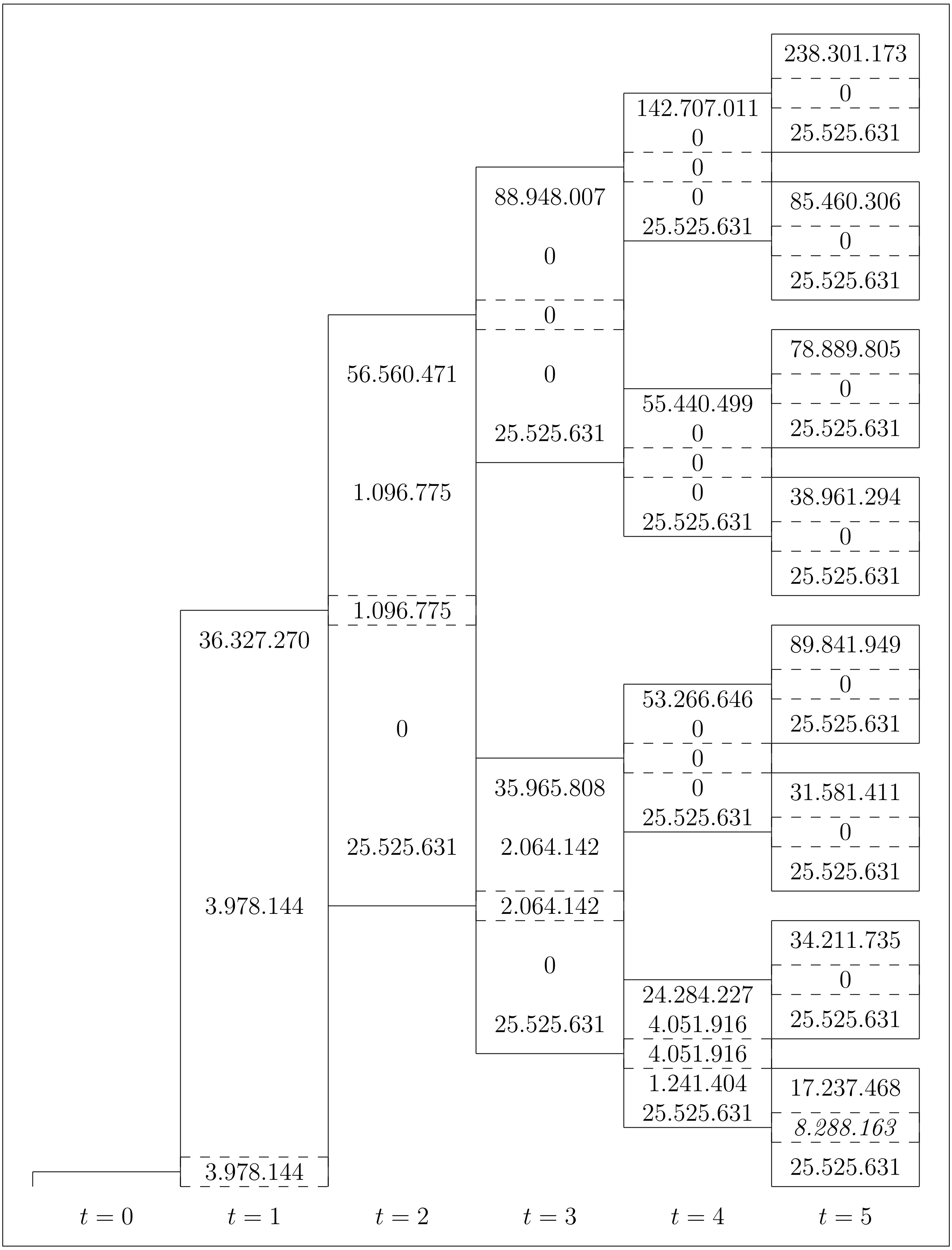

Abbildung 4.54: Entwicklung der zustandsabhängigen Bruttomarktwerte, der zustandsabhängigen Werte einer amerikanischen Put Option bei Nichtausübung, optimaler Gestaltung und Ausübung des Optionsrechts sowie des Basispreises im Planungszeitraum von sechs Perioden (Grundmodell, Teil I, System fixer Wechselkurse, Beispiel)

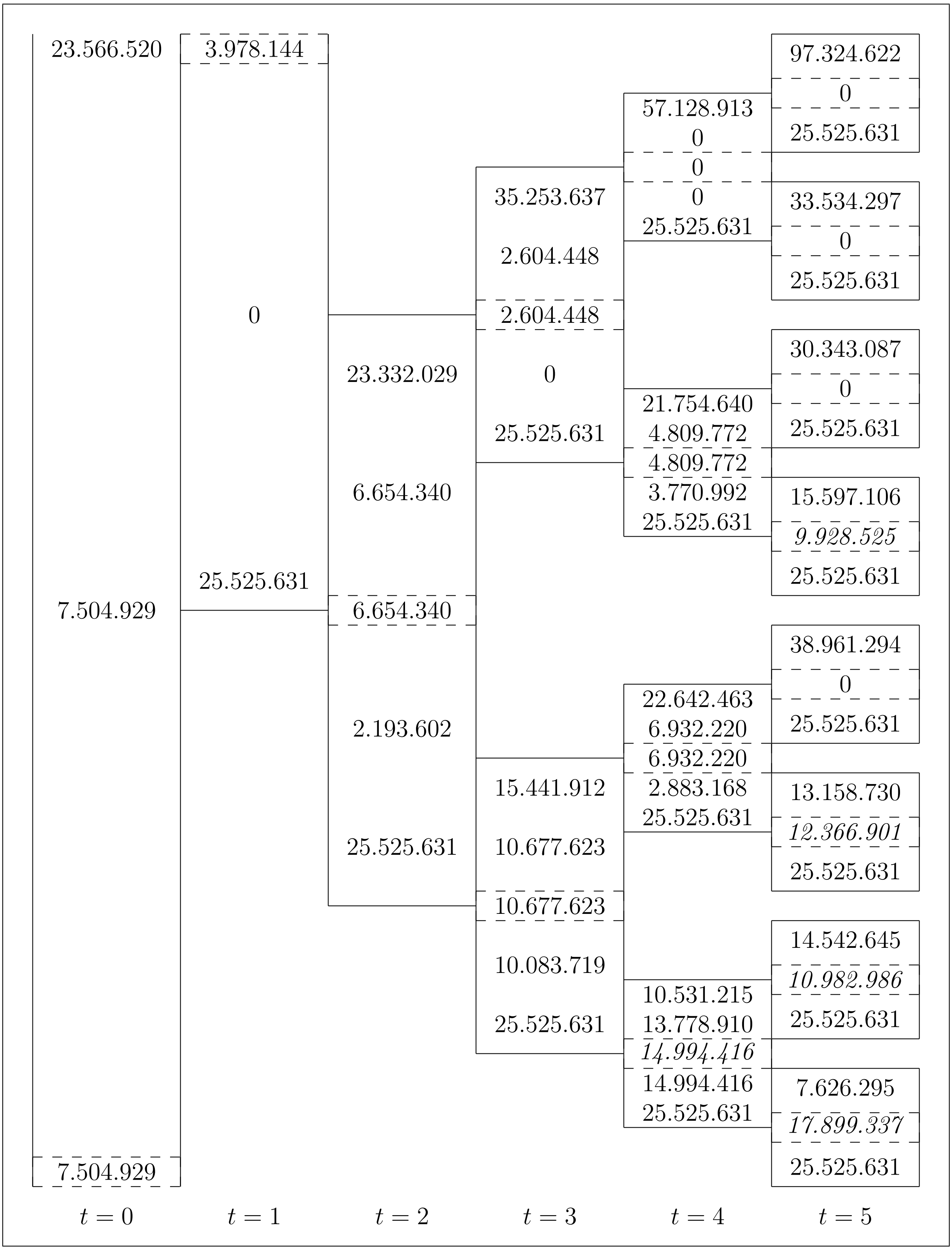

Abbildung 4.55: Entwicklung der zustandsabhängigen Bruttomarktwerte, der zustandsabhängigen Werte einer amerikanischen Put Option bei Nichtausübung, optimaler Gestaltung und Ausübung des Optionsrechts sowie des Basispreises im Planungszeitraum von sechs Perioden (Grundmodell, Teil II, System fixer Wechselkurse, Beispiel)

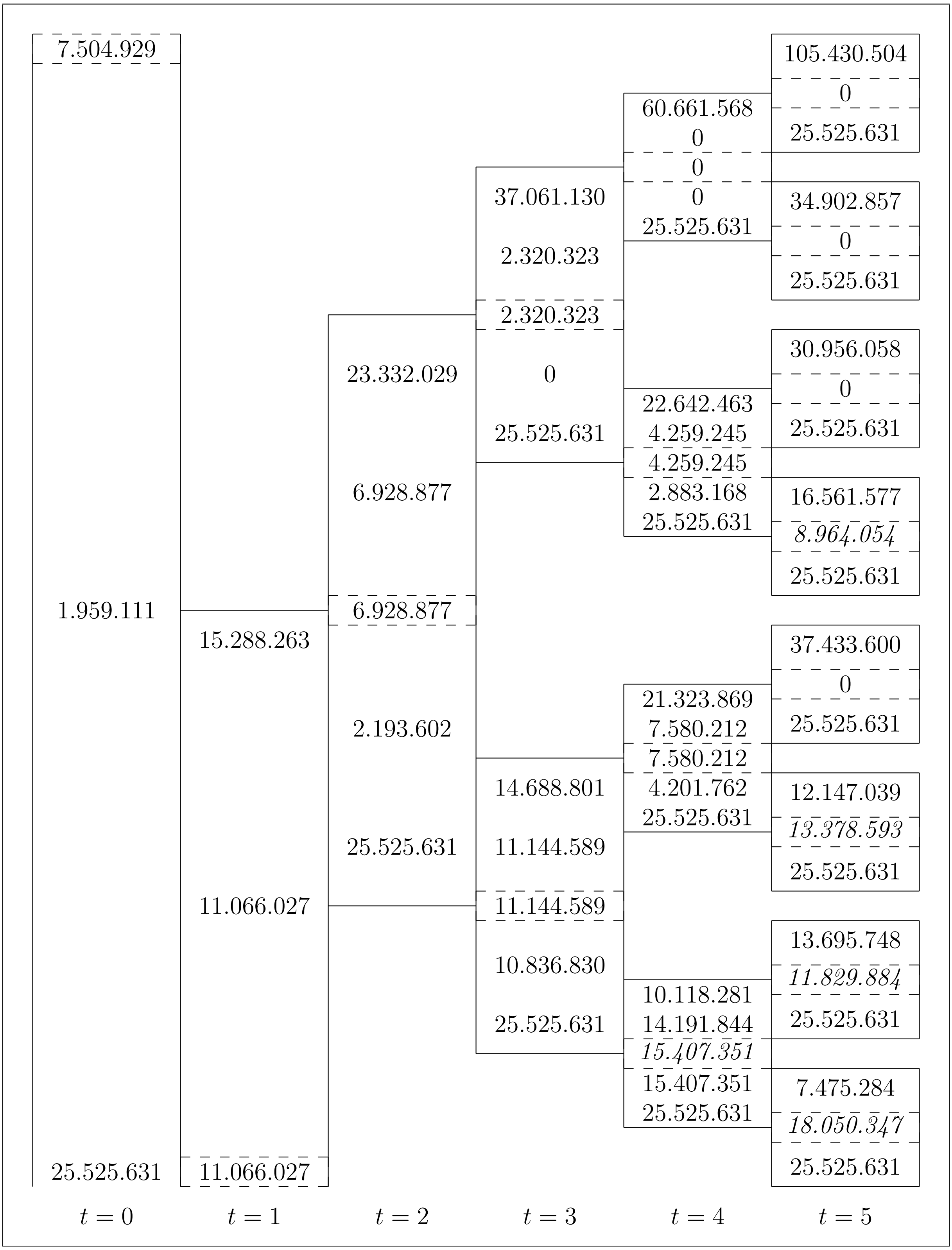

Abbildung 4.56: Entwicklung der zustandsabhängigen Bruttomarktwerte, der zustandsabhängigen Werte einer amerikanischen Put Option bei Nichtausübung, optimaler Gestaltung und Ausübung des Optionsrechts sowie des Basispreises im Planungszeitraum von sechs Perioden (Grundmodell, Teil III, System fixer Wechselkurse, Beispiel)

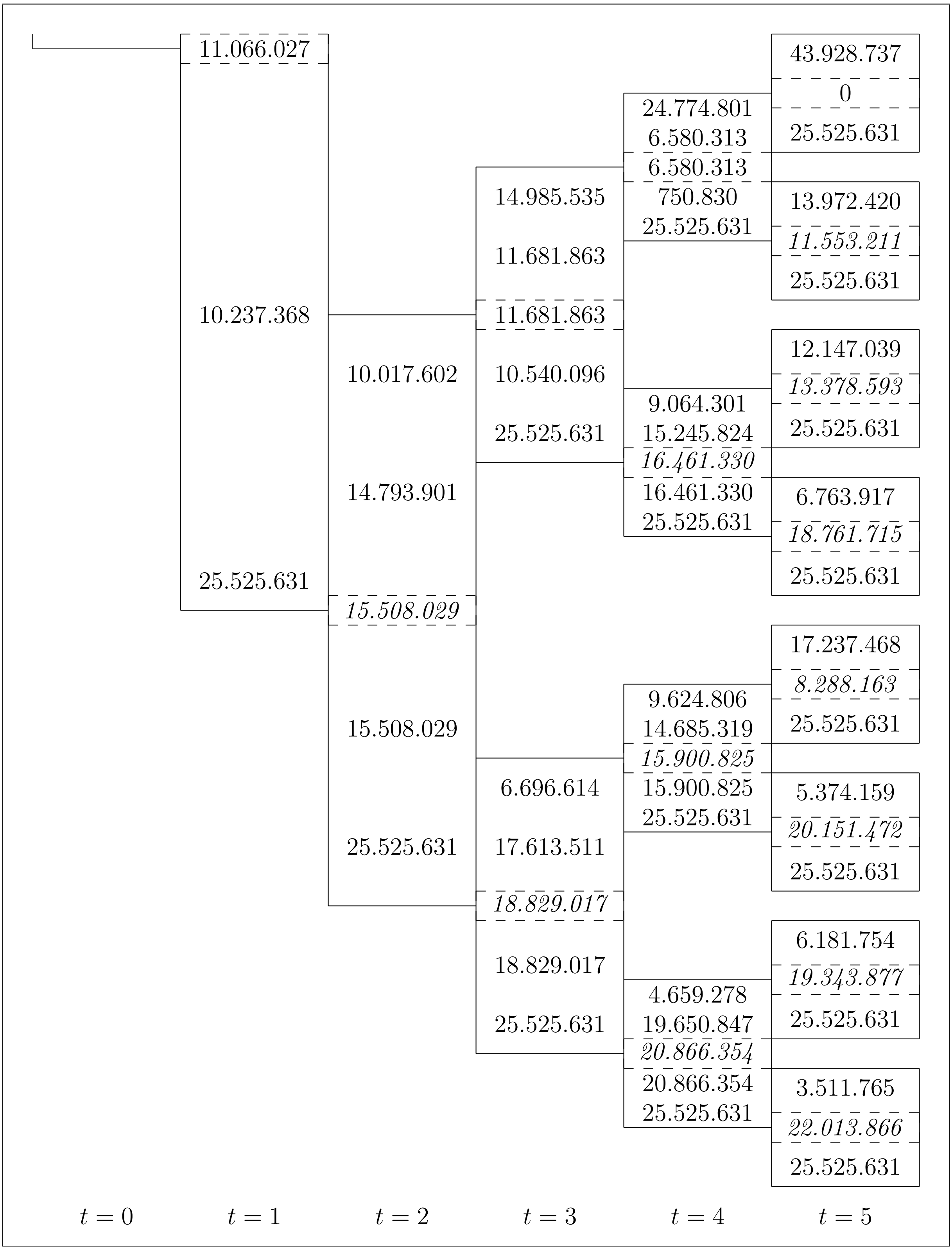

Abbildung 4.57: Entwicklung der zustandsabhängigen Bruttomarktwerte, der zustandsabhängigen Werte einer amerikanischen Put Option bei Nichtausübung, optimaler Gestaltung und Ausübung des Optionsrechts sowie des Basispreises im Planungszeitraum von sechs Perioden (Grundmodell, Teil IV, System fixer Wechselkurse, Beispiel)

nachstehenden Formel präsentierte Ergebnis ableiten:

$$\begin{aligned}
\widetilde{ENMW}^{i,f,n}_{0,fix}\left(\tilde{C}^{i,f,n}_{0,fix}\right) &\leq NMW^{i,f,n}_{0,fix} + \widetilde{ZFLEX}^{i,f,n}_{0,fix}\left(\tilde{P}^{i,f,n}_{0,fix}\right) \\
10.318.546{,}22528 &< 3.566.519{,}77639 + 7.504.929{,}18664 \\
10.318.546{,}22528\ [\text{Geldeinheiten}] &< 11.071.448{,}96303\ [\text{Geldeinheiten}]. \qquad (4.95)
\end{aligned}$$

Damit wird die Richtigkeit der im Kapitel 4.3.3.3, S. 150 ff., erarbeiteten Schlußfolgerung bezüglich des Verhältnisses zwischen europäischem und amerikanischem Call respektive Put Optionswert deutlich. Während nämlich im Rahmen der vorliegenden Arbeit der Wert einer amerikanischen Call Option über alle Zeit-Zustands-Kombinationen mit jenem einer ansonsten gleichen europäischen Call Option übereinstimmt und damit die vorzeitige Ausübung ersterer ökonomisch nicht sinnvoll ist, muß das bei einer amerikanischen Put Option nicht der Fall sein. Das belegen die Abbildungen 4.54 bis 4.57, S. 215 bis 218. Hier kommt es nämlich bei dem Eintritt der Zeit-Zustands-Kombinationen (2,4), (3,8), (4,8), (4,12), (4,14), (4,15) und (4,16) zu einer Ausübung der amerikanischen Put Option vor dem Ende der Restlaufzeit. Insofern ist es nicht verwunderlich, daß der Zeitliche Flexibilitätswert (Put Optionswert) von 6.752.026,44888 auf 7.504.929,18664 [Geldeinheiten] ansteigt {Veränderung: +752.902,73775 [Geldeinheiten]} und sich die rechts des Ungleichheitszeichens notierte Summe aus Nettomarktwert und Zeitlichem Flexibilitätswert (Put Optionswert) um genau diesen Betrag erhöht.

Mit dem Übergang von einem System fixer Wechselkurse zu einem System flexibler Wechselkurse sind wieder die im Kapitel 4.4.1.1, S. 176 ff., detailliert beschriebenen Auswirkungen (Bruttomarktwert-, Volatilitäts- und Gesamteffekt) verbunden. Da sich diese in bezug auf den Erweiterten Nettomarktwert (Call Optionswert) aus den vorstehend genannten Gründen nicht von jenen innerhalb dieses Kapitels unterscheiden [vgl. hierzu die Abbildungen 4.58 bis 4.61 (4.66 bis 4.69), S. 220 bis 223 (228 bis 231), mit den Graphiken 4.21 bis 4.24 (4.29 bis 4.32), S. 177 bis 180 (186 bis 189)], findet eine Beschränkung der weiteren Untersuchung auf den Zeitlichen Flexibilitätswert (Put Optionswert) statt. Legt man hierzu die Abbildungen 4.58 bis 4.73, S. 220 bis 235, der nachstehenden Diskussion zugrunde, resultiert:

$$\begin{aligned}
\widetilde{ENMW}^{i,f,n}_{0,\underline{flex}}\left(\tilde{C}^{i,f,n}_{0,\underline{flex}}\right) &\leq NMW^{i,f,n}_{0,\underline{flex}} + \widetilde{ZFLEX}^{i,f,n}_{0,\underline{flex}}\left(\tilde{P}^{i,f,n}_{0,\underline{flex}}\right) \\
11.270.916{,}73264 &< 4.784.460{,}73483 + 7.197.227{,}63729 \\
11.270.916{,}73264\ [\text{Geldeinheiten}] &< 11.981.688{,}37212\ [\text{Geldeinheiten}], \qquad (4.96)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\widetilde{ENMW}^{i,f,n}_{0,\underline{\underline{flex}}}\left(\tilde{C}^{i,f,n}_{0,\underline{\underline{flex}}}\right) &\leq NMW^{i,f,n}_{0,\underline{\underline{flex}}} + \widetilde{ZFLEX}^{i,f,n}_{0,\underline{\underline{flex}}}\left(\tilde{P}^{i,f,n}_{0,\underline{\underline{flex}}}\right) \\
14.410.912{,}34816 &< 4.784.460{,}73483 + 10.529.357{,}39348 \\
14.410.912{,}34816\ [\text{Geldeinheiten}] &< 15.313.818{,}12831\ [\text{Geldeinheiten}]. \qquad (4.97)
\end{aligned}$$

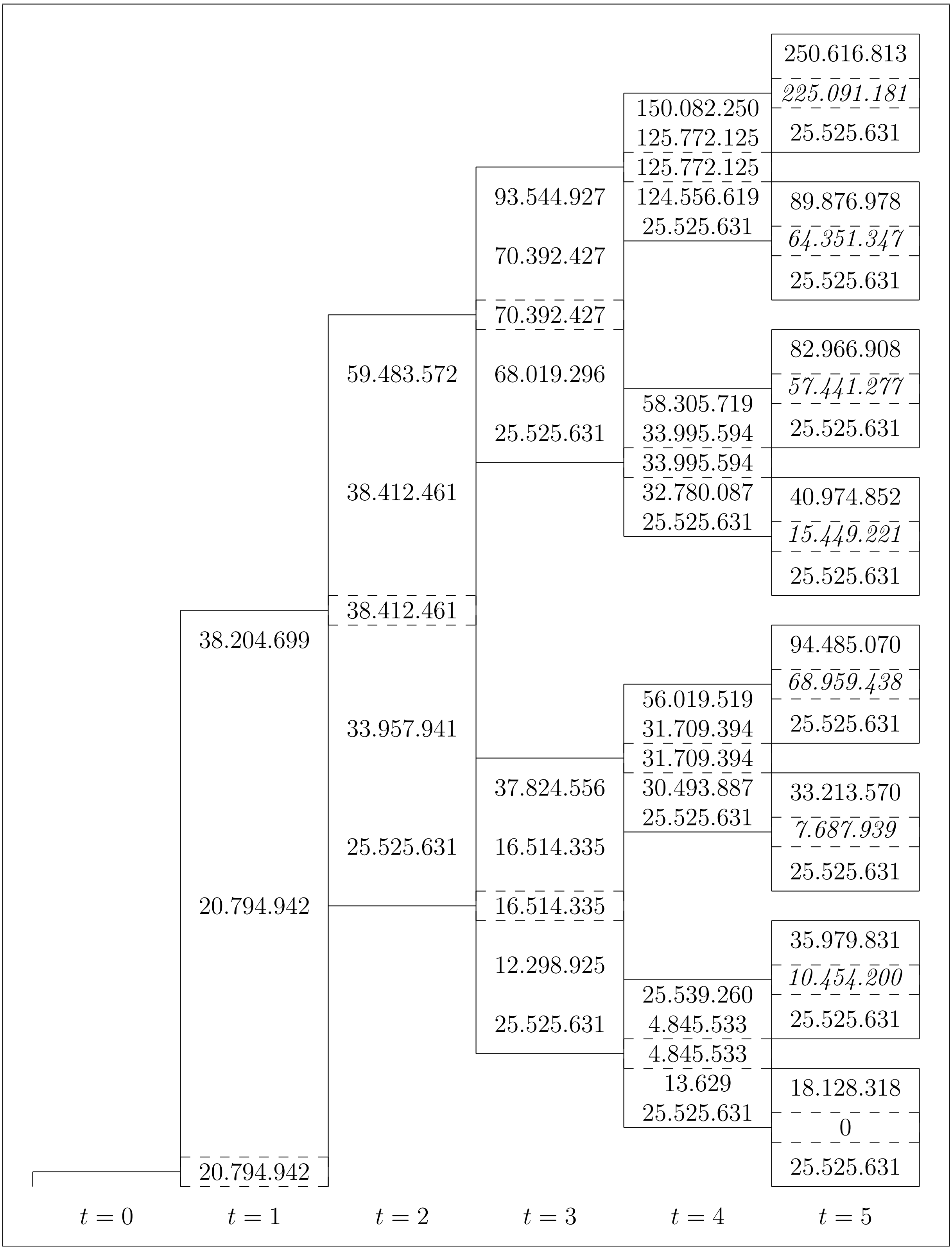

Abbildung 4.58: Entwicklung der zustandsabhängigen Bruttomarktwerte, der zustandsabhängigen Werte einer amerikanischen Call Option bei Nichtausübung, optimaler Gestaltung und Ausübung des Optionsrechts sowie des Basispreises im Planungszeitraum von sechs Perioden (Grundmodell, Teil I, System flexibler Wechselkurse 1, Beispiel)

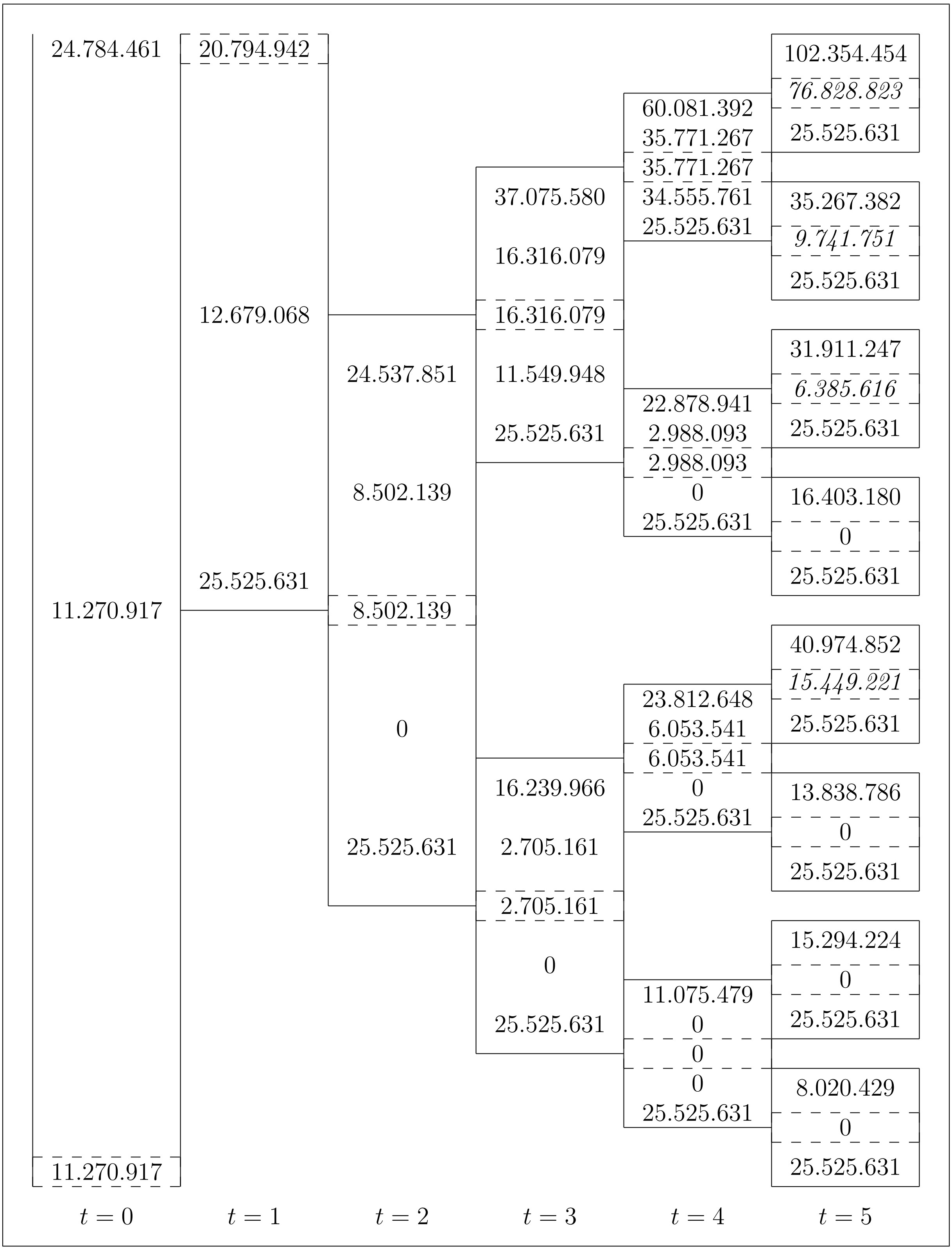

Abbildung 4.59: Entwicklung der zustandsabhängigen Bruttomarktwerte, der zustandsabhängigen Werte einer amerikanischen Call Option bei Nichtausübung, optimaler Gestaltung und Ausübung des Optionsrechts sowie des Basispreises im Planungszeitraum von sechs Perioden (Grundmodell, Teil II, System flexibler Wechselkurse 1, Beispiel)

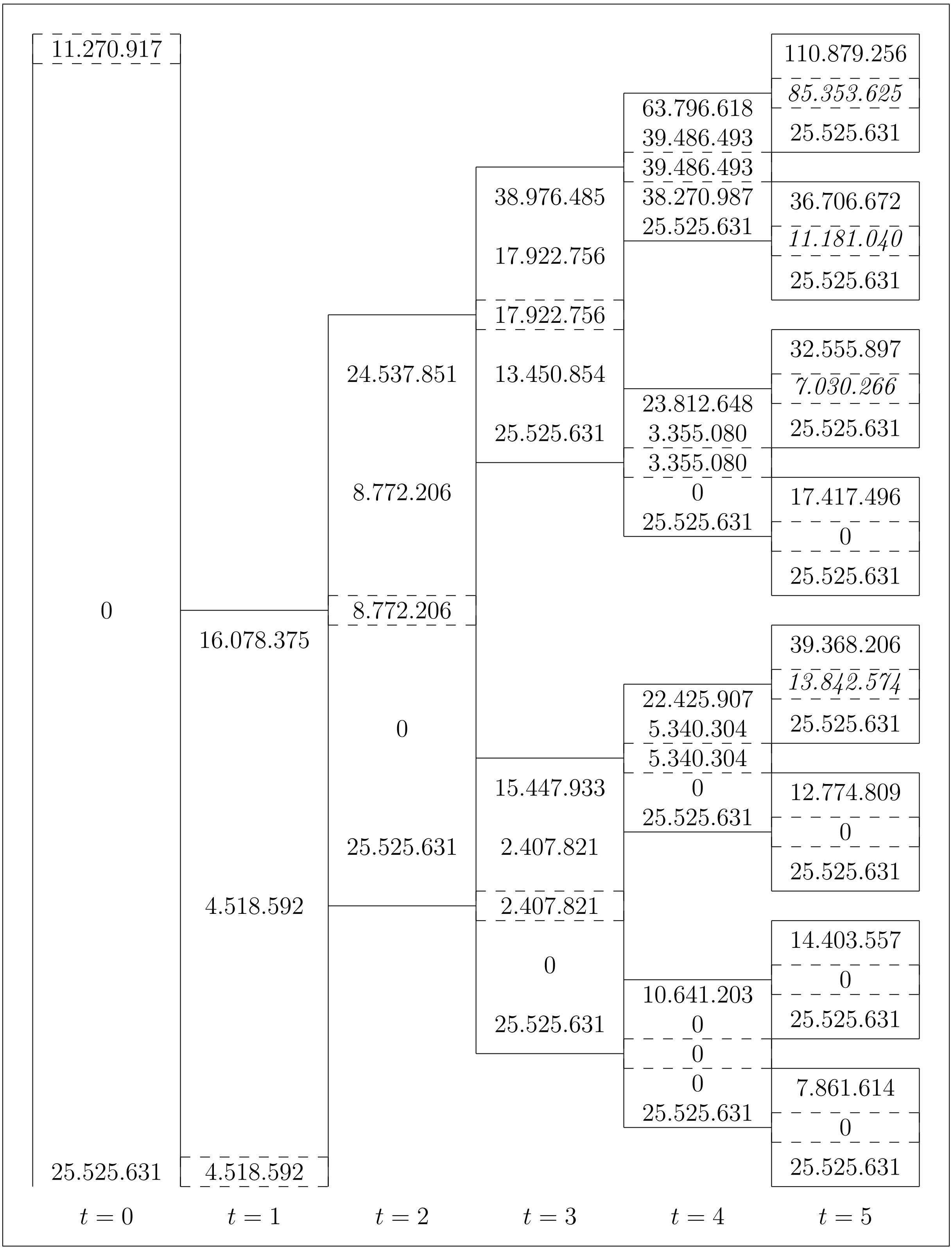

Abbildung 4.60: Entwicklung der zustandsabhängigen Bruttomarktwerte, der zustandsabhängigen Werte einer amerikanischen Call Option bei Nichtausübung, optimaler Gestaltung und Ausübung des Optionsrechts sowie des Basispreises im Planungszeitraum von sechs Perioden (Grundmodell, Teil III, System flexibler Wechselkurse 1, Beispiel)

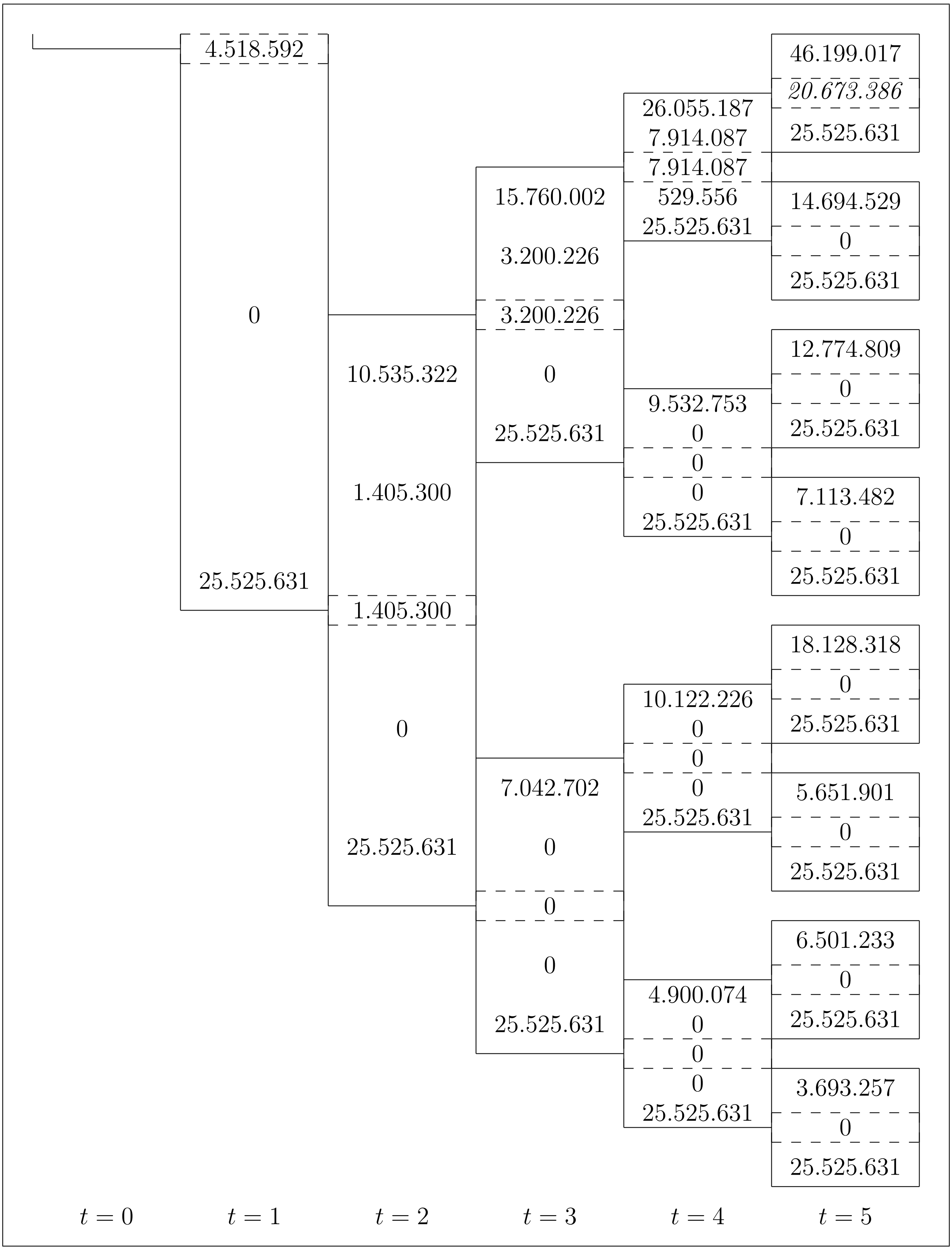

Abbildung 4.61: Entwicklung der zustandsabhängigen Bruttomarktwerte, der zustandsabhängigen Werte einer amerikanischen Call Option bei Nichtausübung, optimaler Gestaltung und Ausübung des Optionsrechts sowie des Basispreises im Planungszeitraum von sechs Perioden (Grundmodell, Teil IV, System flexibler Wechselkurse 1, Beispiel)

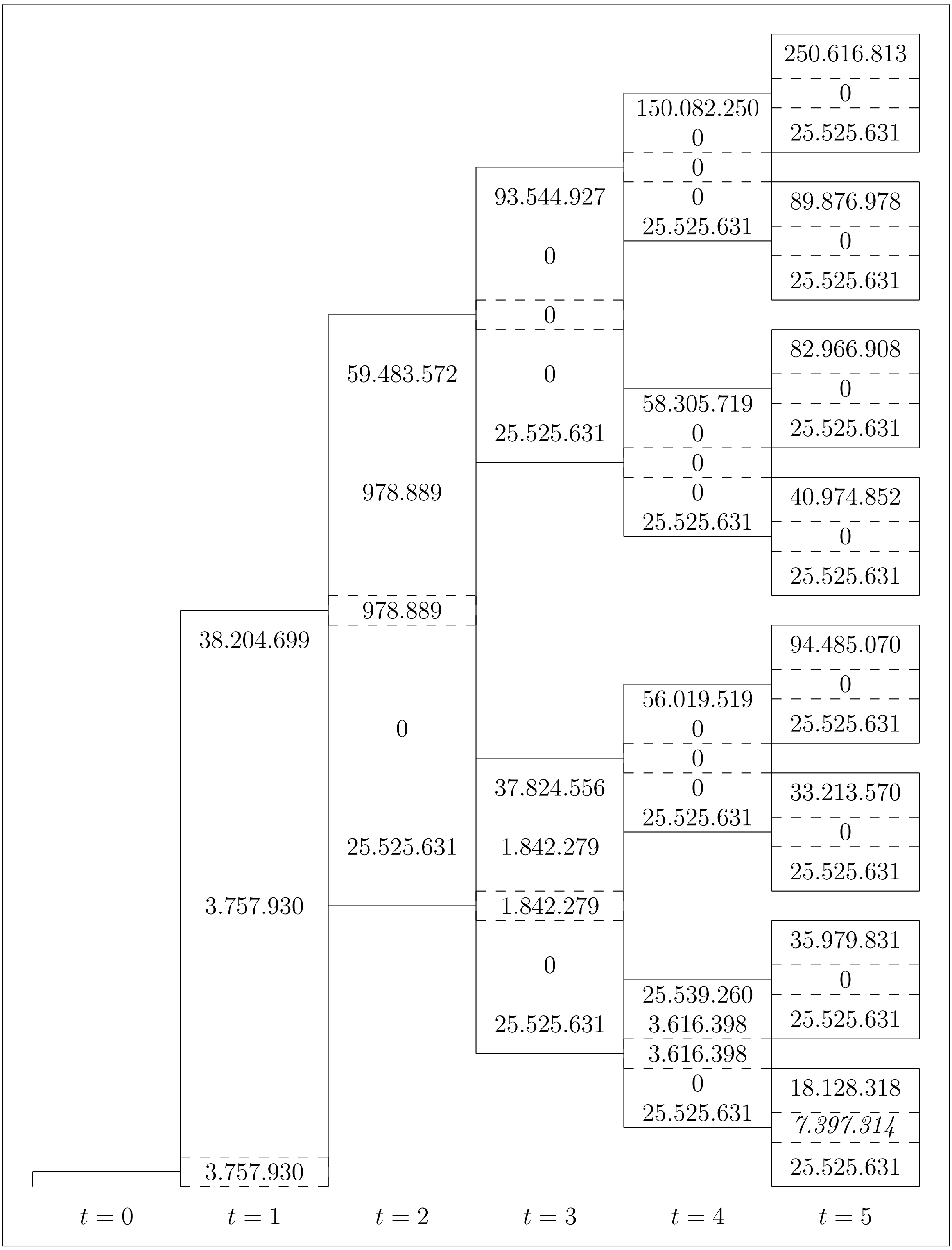

Abbildung 4.62: Entwicklung der zustandsabhängigen Bruttomarktwerte, der zustandsabhängigen Werte einer amerikanischen Put Option bei Nichtausübung, optimaler Gestaltung und Ausübung des Optionsrechts sowie des Basispreises im Planungszeitraum von sechs Perioden (Grundmodell, Teil I, System flexibler Wechselkurse 1, Beispiel)

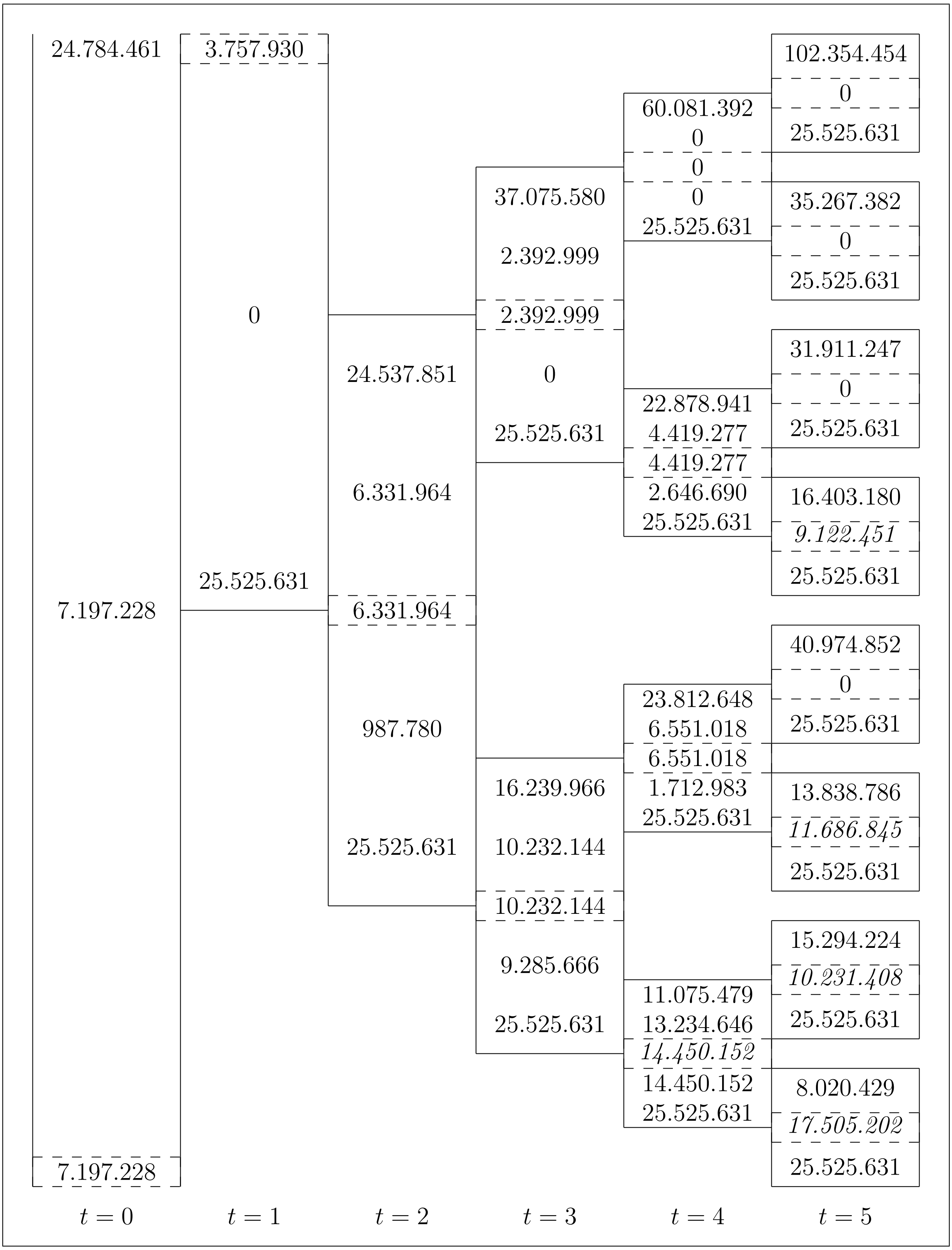

Abbildung 4.63: Entwicklung der zustandsabhängigen Bruttomarktwerte, der zustandsabhängigen Werte einer amerikanischen Put Option bei Nichtausübung, optimaler Gestaltung und Ausübung des Optionsrechts sowie des Basispreises im Planungszeitraum von sechs Perioden (Grundmodell, Teil II, System flexibler Wechselkurse 1, Beispiel)

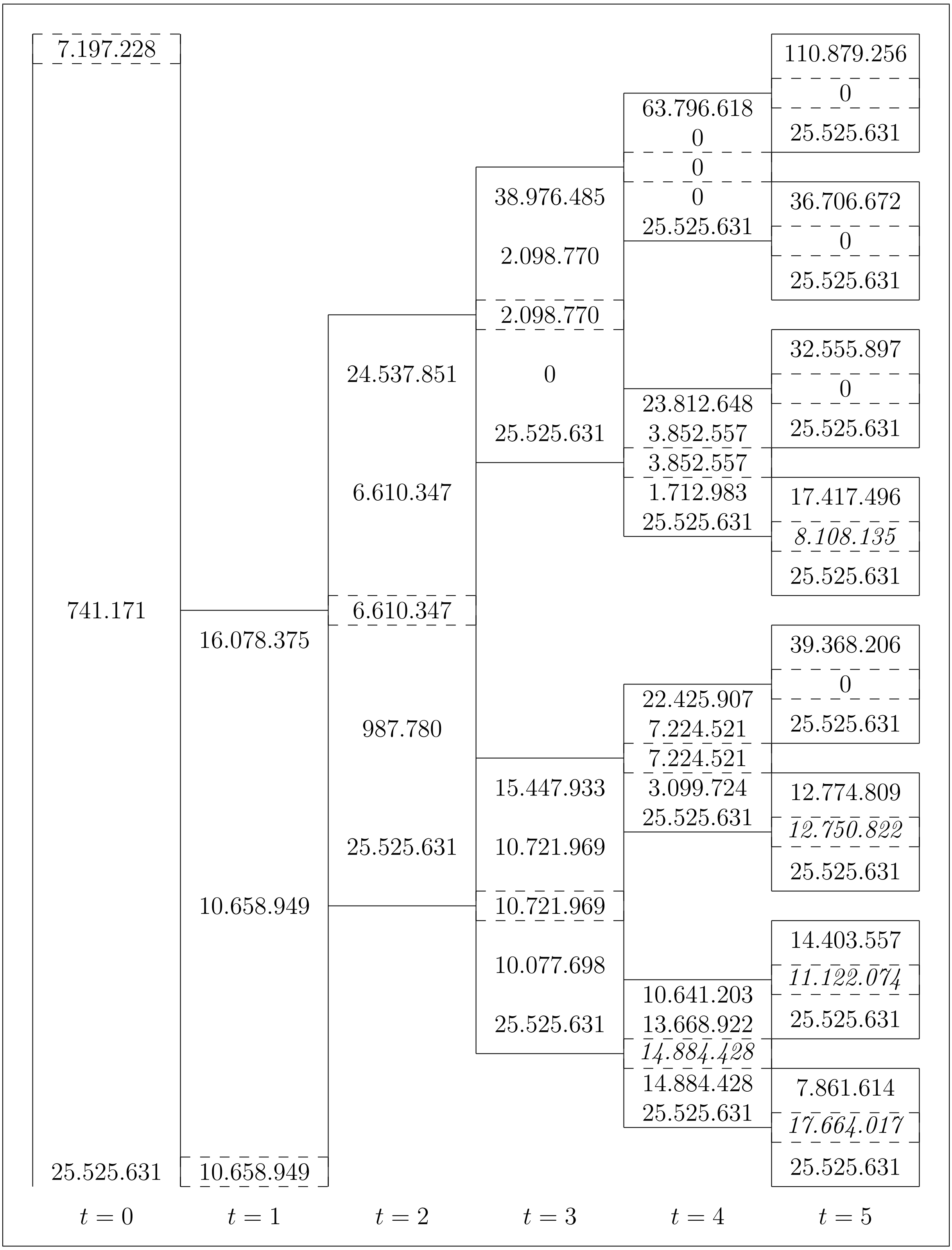

Abbildung 4.64: Entwicklung der zustandsabhängigen Bruttomarktwerte, der zustandsabhängigen Werte einer amerikanischen Put Option bei Nichtausübung, optimaler Gestaltung und Ausübung des Optionsrechts sowie des Basispreises im Planungszeitraum von sechs Perioden (Grundmodell, Teil III, System flexibler Wechselkurse 1, Beispiel)

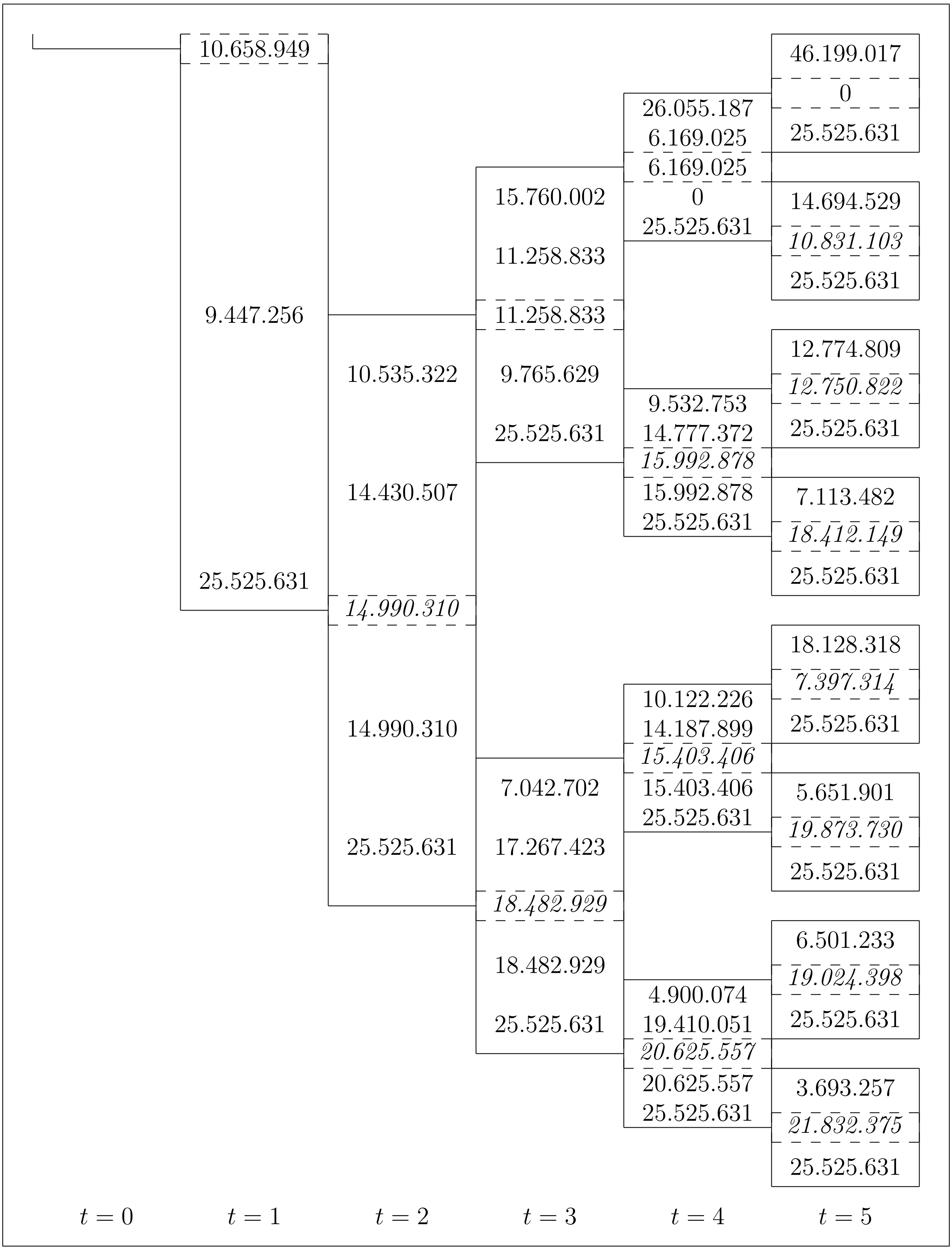

Abbildung 4.65: Entwicklung der zustandsabhängigen Bruttomarktwerte, der zustandsabhängigen Werte einer amerikanischen Put Option bei Nichtausübung, optimaler Gestaltung und Ausübung des Optionsrechts sowie des Basispreises im Planungszeitraum von sechs Perioden (Grundmodell, Teil IV, System flexibler Wechselkurse 1, Beispiel)

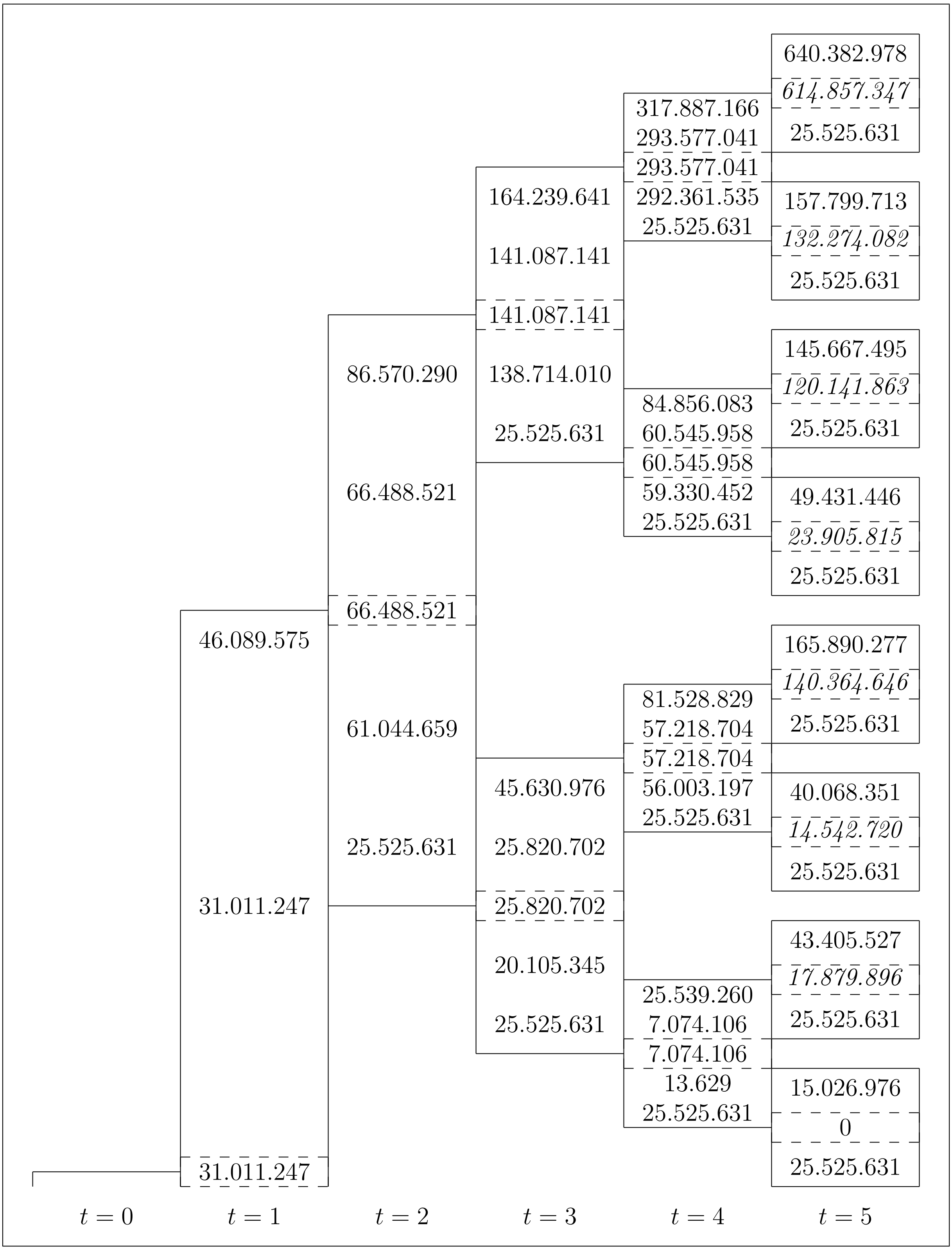

Abbildung 4.66: Entwicklung der zustandsabhängigen Bruttomarktwerte, der zustandsabhängigen Werte einer amerikanischen Call Option bei Nichtausübung, optimaler Gestaltung und Ausübung des Optionsrechts sowie des Basispreises im Planungszeitraum von sechs Perioden (Grundmodell, Teil I, System flexibler Wechselkurse 2, Beispiel)

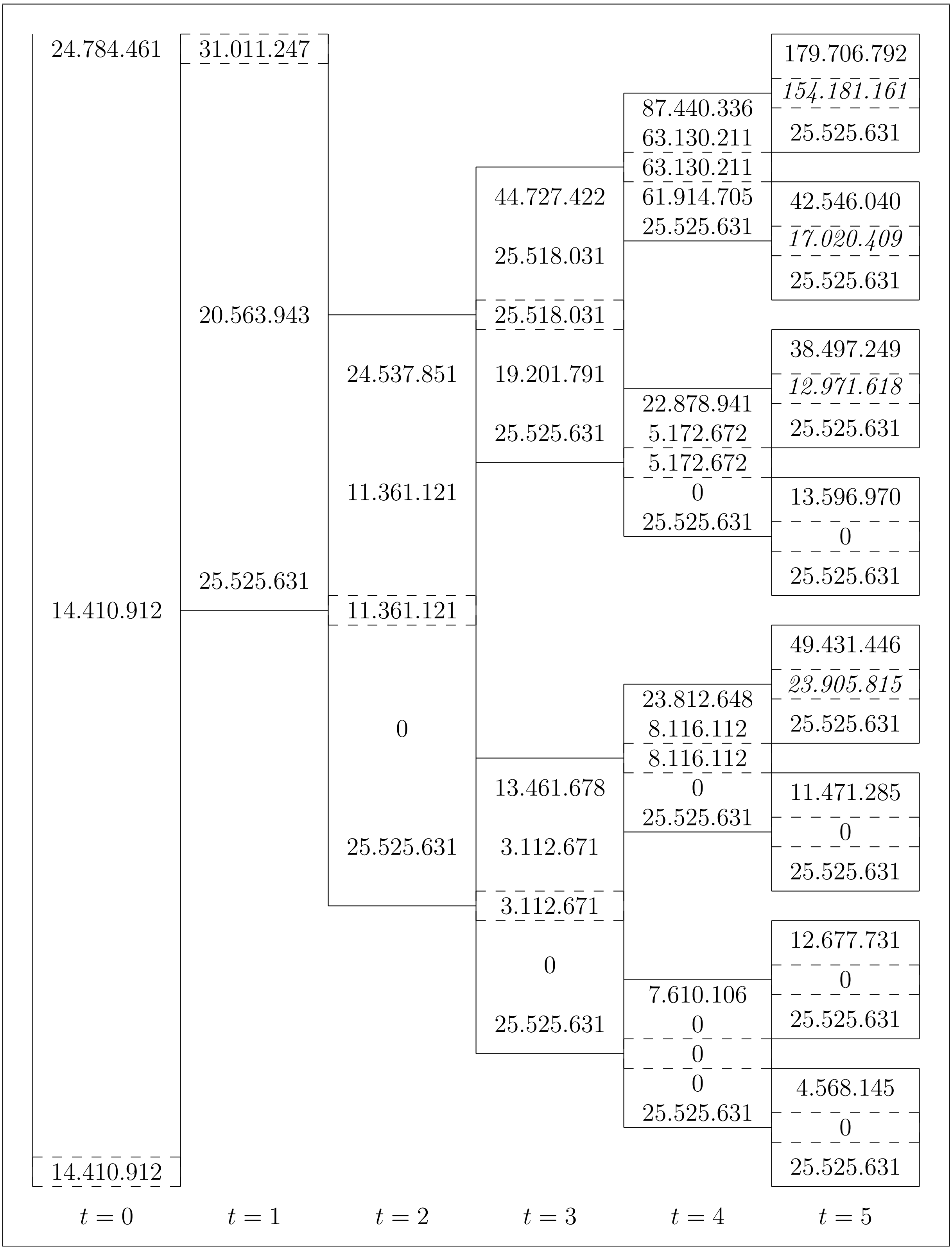

Abbildung 4.67: Entwicklung der zustandsabhängigen Bruttomarktwerte, der zustandsabhängigen Werte einer amerikanischen Call Option bei Nichtausübung, optimaler Gestaltung und Ausübung des Optionsrechts sowie des Basispreises im Planungszeitraum von sechs Perioden (Grundmodell, Teil II, System flexibler Wechselkurse 2, Beispiel)

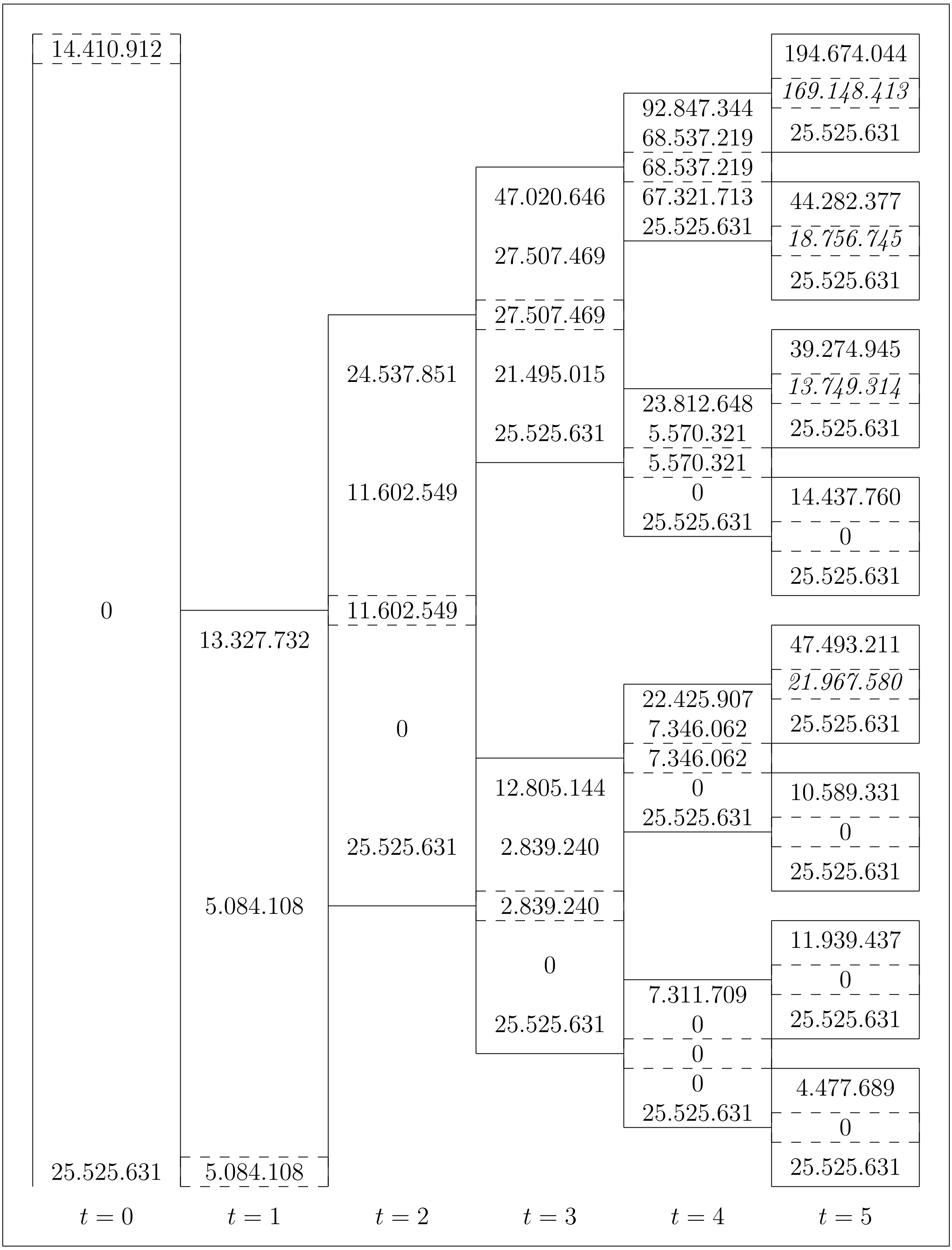

Abbildung 4.68: Entwicklung der zustandsabhängigen Bruttomarktwerte, der zustandsabhängigen Werte einer amerikanischen Call Option bei Nichtausübung, optimaler Gestaltung und Ausübung des Optionsrechts sowie des Basispreises im Planungszeitraum von sechs Perioden (Grundmodell, Teil III, System flexibler Wechselkurse 2, Beispiel)

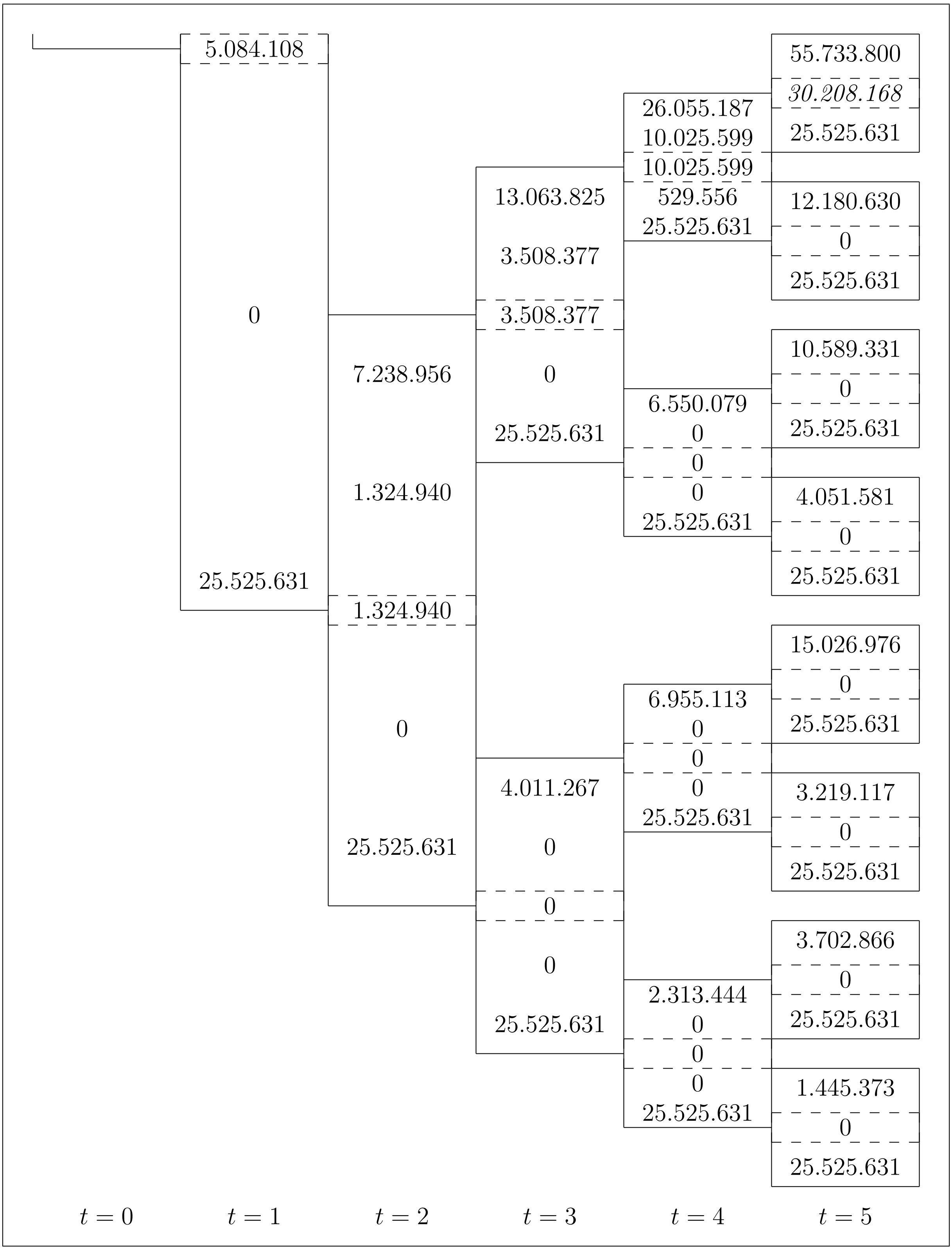

Abbildung 4.69: Entwicklung der zustandsabhängigen Bruttomarktwerte, der zustandsabhängigen Werte einer amerikanischen Call Option bei Nichtausübung, optimaler Gestaltung und Ausübung des Optionsrechts sowie des Basispreises im Planungszeitraum von sechs Perioden (Grundmodell, Teil IV, System flexibler Wechselkurse 2, Beispiel)

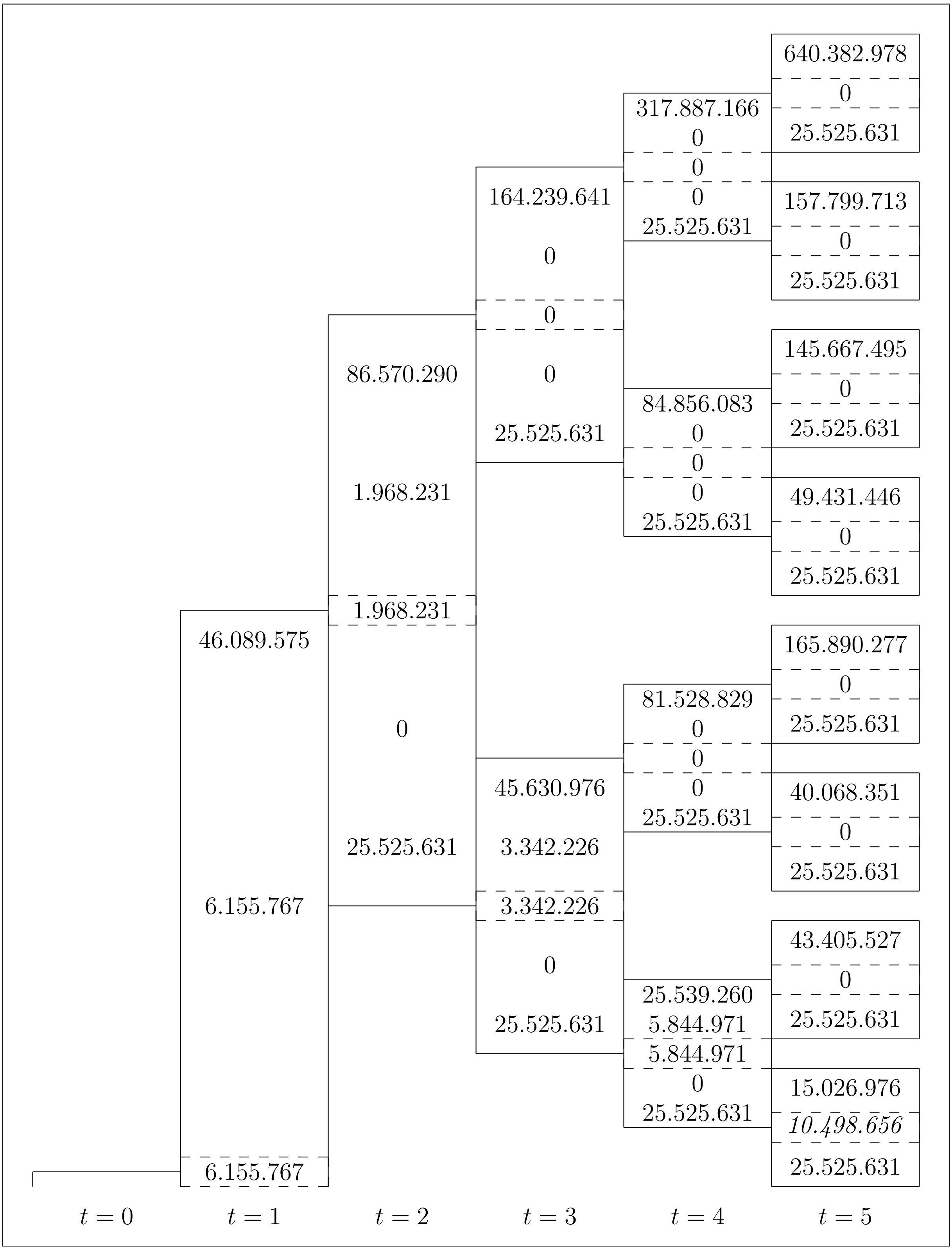

Abbildung 4.70: Entwicklung der zustandsabhängigen Bruttomarktwerte, der zustandsabhängigen Werte einer amerikanischen Put Option bei Nichtausübung, optimaler Gestaltung und Ausübung des Optionsrechts sowie des Basispreises im Planungszeitraum von sechs Perioden (Grundmodell, Teil I, System flexibler Wechselkurse 2, Beispiel)

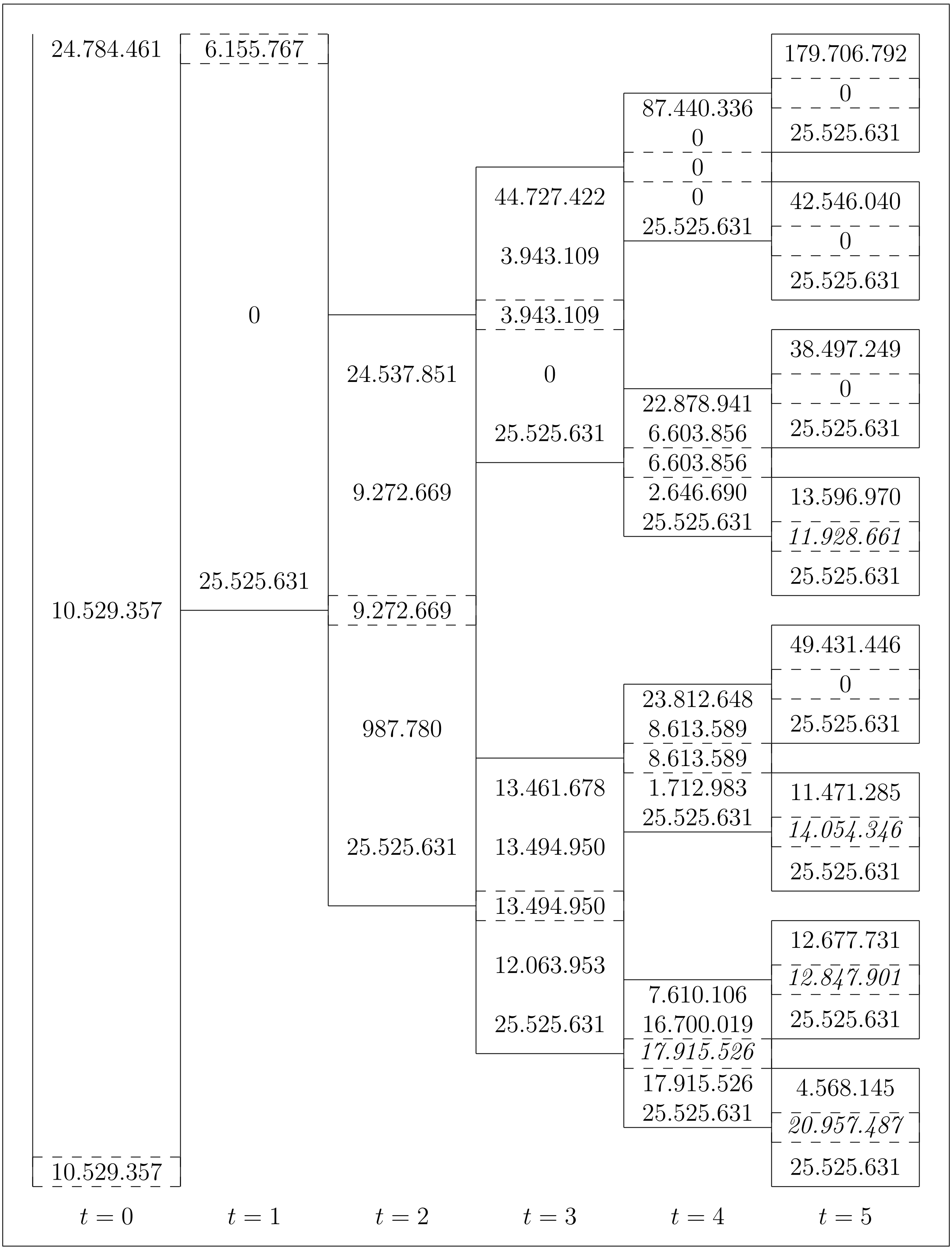

Abbildung 4.71: Entwicklung der zustandsabhängigen Bruttomarktwerte, der zustandsabhängigen Werte einer amerikanischen Put Option bei Nichtausübung, optimaler Gestaltung und Ausübung des Optionsrechts sowie des Basispreises im Planungszeitraum von sechs Perioden (Grundmodell, Teil II, System flexibler Wechselkurse 2, Beispiel)

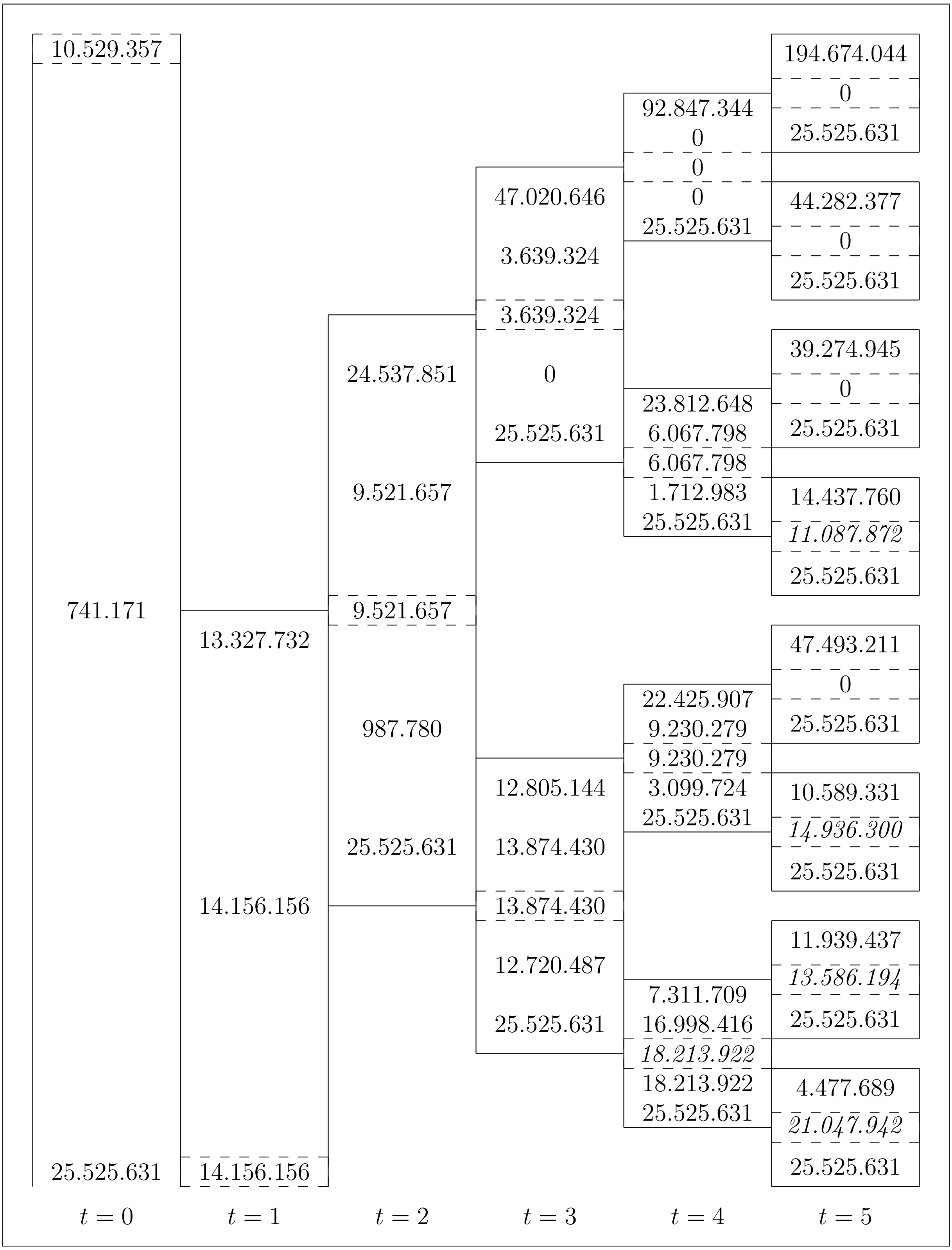

Abbildung 4.72: Entwicklung der zustandsabhängigen Bruttomarktwerte, der zustandsabhängigen Werte einer amerikanischen Put Option bei Nichtausübung, optimaler Gestaltung und Ausübung des Optionsrechts sowie des Basispreises im Planungszeitraum von sechs Perioden (Grundmodell, Teil III, System flexibler Wechselkurse 2, Beispiel)

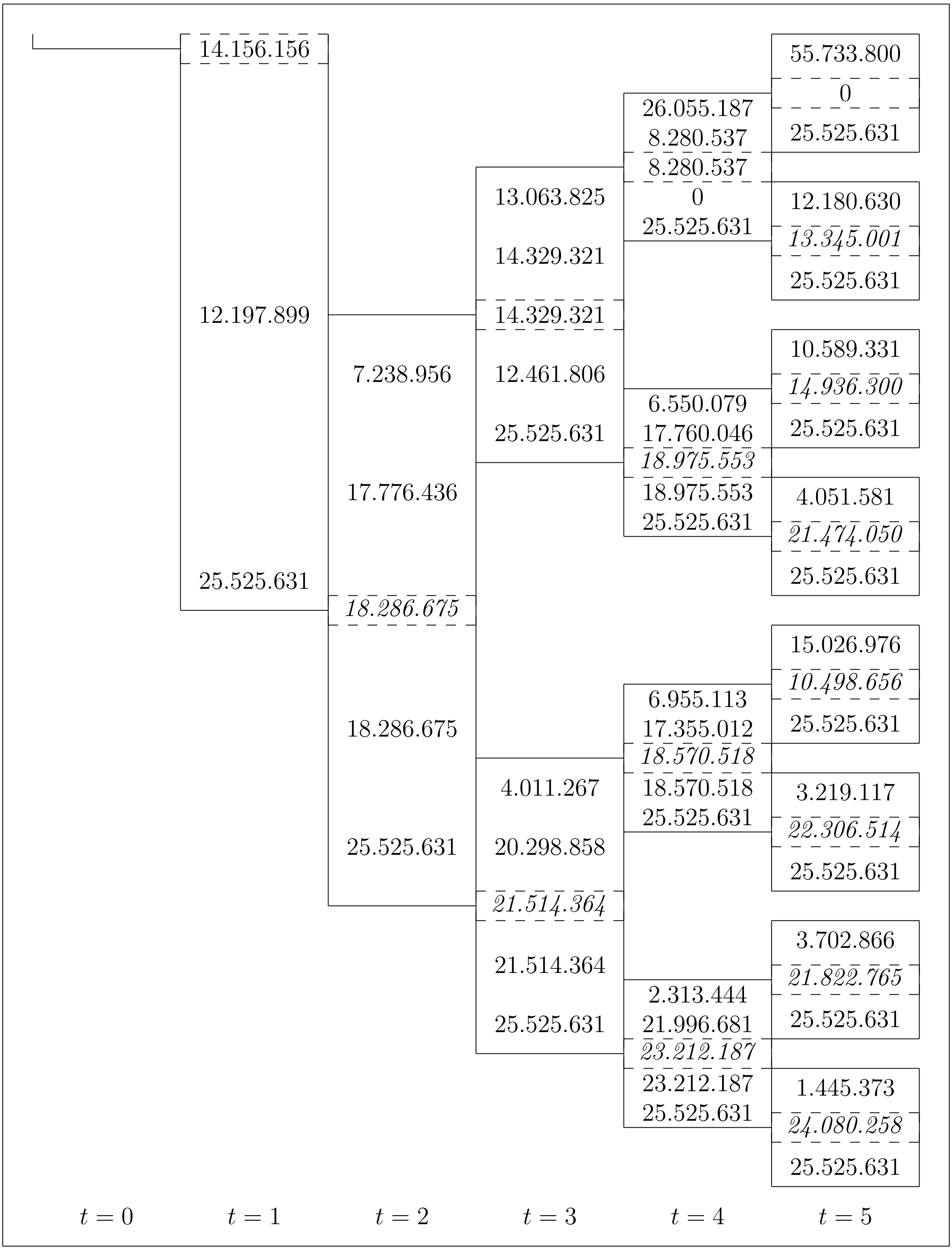

Abbildung 4.73: Entwicklung der zustandsabhängigen Bruttomarktwerte, der zustandsabhängigen Werte einer amerikanischen Put Option bei Nichtausübung, optimaler Gestaltung und Ausübung des Optionsrechts sowie des Basispreises im Planungszeitraum von sechs Perioden (Grundmodell, Teil IV, System flexibler Wechselkurse 2, Beispiel)

Durch den im Kapitel 4.4.1.1, Formeln (4.87) ≪(4.88)≫ und (4.88) ≪(4.89)≫, S. 169 ≪176≫ und 176 ≪183≫, kalkulierten ≪proportionalen≫ Anstieg ≪der Volatilität≫ des Bruttomarktwerts um 1.217.940,95844 [Geldeinheiten] ≪18,76 [Prozent]≫ verringert ≪erhöht≫ sich der Zeitliche Flexibilitätswert (Put Optionswert) gemäß (4.95) ≪(4.96)≫ und (4.96) ≪(4.97)≫, S. 219, von 7.504.929,18664 ≪7.197.227,63729≫ auf 7.197.227,63729 ≪10.529.357,39348≫ [Geldeinheiten] {Veränderung: −307.701,54934 ≪+3.332.129,75619≫ [Geldeinheiten]} und damit um 42.131,09827 ≪192.134,14068≫ [Geldeinheiten] stärker als auf der Grundlage der erstgenannten Formeln. Insofern kann auch im Rahmen der Bewertung von Direktinvestitionen mit einer exklusiven, nicht verbundenen, aufschiebbaren Intraprojekt Option amerikanischen Typs festgehalten werden, daß der Bruttomarktwerteffekt ≪Volatilitätseffekt≫ bei einer Erhöhung [Verringerung] des Bruttomarktwerts ≪proportionalen Erhöhung [Verringerung] der sich im Zeitablauf ändernden Volatilität des Bruttomarktwerts≫ zu einer Erhöhung [Verringerung] des Erweiterten Nettomarktwerts (Call Optionswerts) und einer Verringerung [Erhöhung] ≪Erhöhung [Verringerung]≫ des Zeitlichen Flexibilitätswerts (Put Optionswerts) führt.

Die Zusammenfassung der vorstehenden Ergebnisse liefert wieder den Gesamteffekt. Diesbezüglich kann mit einer Ausnahme auf die Argumentation im Kapitel 4.4.1.1, S. 192, verwiesen werden. Mit dem Übergang von einem System fixer Wechselkurse zu einem System flexibler Wechselkurse erhöht sich nämlich der Zeitliche Flexibilitätswert (Put Optionswert) von 7.504.929,18664 auf 10.529.357,39348 [Geldeinheiten] {Veränderung: +3.024.428,20684 [Geldeinheiten]} und damit um 150.003,04240 [Geldeinheiten] stärker als in dem zurückliegenden Kapitel. Dieser Wertzuwachs resultiert ausschließlich durch die bei dem Eintritt der Zeit-Zustands-Kombinationen (2,4), (3,8), (4,8), (4,12), (4,14), (4,15) sowie (4,16) ökonomisch als sinnvoll zu erachtende und rechtlich durchsetzbare vorzeitige Ausübung der amerikanischen Put Option.

B. Ergebnisse für das MCRR-Modell

Wendet man sich in Übereinstimmung mit den Ausführungen im Kapitel 4.4.1.1, S. 192 ff., dem MCRR-Modell vor dem Hintergrund fixer und flexibler Wechselkurse sowie integrierter Kapitalmärkte zu und legt das dort entwickelte Zahlenbeispiel der folgenden Diskussion zugrunde, resultieren im Vergleich zu dem Grundmodell wieder qualitativ identische und quantitativ sehr ähnliche Ergebnisse. Das verdeutlichen die mit den Abbildungen [Formeln] 4.50 bis 4.57 sowie 4.58 bis 4.73 [(4.95) bis (4.97)], S. 211 bis 218 sowie 220 bis 235 [219], kompatiblen und nachstehend präsentierten Graphiken [Ausdrücke] 4.74 bis 4.79 [(4.98) bis (4.100)], S. 238 bis 243 [236 f.]:

$$\begin{aligned} \widetilde{ENMW}^{i,f,n}_{0,fix}\left(\tilde{C}^{i,f,n}_{0,fix}\right) &\leq NMW^{i,f,n}_{0,fix} + \widetilde{ZFLEX}^{i,f,n}_{0,fix}\left(\tilde{P}^{i,f,n}_{0,fix}\right) \\ 10.316.359{,}52871 &< 3.552.453{,}49445 + 7.640.444{,}19022 \\ 10.316.359{,}52871 \text{ [Geldeinheiten]} &< 11.192.897{,}68467 \text{ [Geldeinheiten]}, \end{aligned} \tag{4.98}$$

$$\begin{aligned}
\widetilde{ENMW}^{i,f,n}_{0,\underline{flex}} \left(\tilde{C}^{i,f,n}_{0,\underline{flex}}\right) &\leq NMW^{i,f,n}_{0,\underline{flex}} + \widetilde{ZFLEX}^{i,f,n}_{0,\underline{flex}} \left(\tilde{P}^{i,f,n}_{0,\underline{flex}}\right) \\
11.275.305{,}54146 &< 4.780.997{,}94638 + 7.330.030{,}33308 \\
11.275.305{,}54146 \text{ [Geldeinheiten]} &< 12.111.028{,}27946 \text{ [Geldeinheiten]}, \qquad (4.99)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\widetilde{ENMW}^{i,f,n}_{0,\underline{\underline{flex}}} \left(\tilde{C}^{i,f,n}_{0,\underline{\underline{flex}}}\right) &\leq NMW^{i,f,n}_{0,\underline{\underline{flex}}} + \widetilde{ZFLEX}^{i,f,n}_{0,\underline{\underline{flex}}} \left(\tilde{P}^{i,f,n}_{0,\underline{\underline{flex}}}\right) \\
14.401.033{,}56687 &< 4.780.997{,}94638 + 10.631.689{,}62189 \\
14.401.033{,}56687 \text{ [Geldeinheiten]} &< 15.412.687{,}56827 \text{ [Geldeinheiten]}. \qquad (4.100)
\end{aligned}$$

Ohne die im Kapitel 4.4.1.1, S. 193 f., dargestellte und hier ebenfalls gültige Argumentationskette zu wiederholen, läßt sich konstatieren, daß der bedeutendste Unterschied zwischen den beiden vorstehend genannten Modellen in dem Ausmaß an Komplexitätsreduktion zu sehen ist, welches durch den Übergang von dem Grundmodell zu dem MCRR-Modell bereits auf der Basis des hier betrachteten Zahlenbeispiels erreicht wird. Gemäß den Erläuterungen im Kapitel 4.3.3.2, S. 145, erhöht sich dieses bei einer proportionalen Zunahme der Restlaufzeit des Optionskontrakts überproportional.

4.4.2 Zeit- und zustandsstetige Betrachtungsweise auf der Grundlage des MBSC-Modells und des MCRR-Modells

4.4.2.1 Bewertung von Direktinvestitionen mit einer exklusiven, nicht verbundenen, aufschiebbaren Intraprojekt Option europäischen Typs

Geht man – abweichend zu der Diskussion auf S. 168 ff. – nachstehend davon aus, daß eine zeit- und zustandsstetige Sichtweise auf der Grundlage des MBSC-Modells beziehungsweise des um die Überlegungen im Kapitel 4.3.4.1, Formeln (4.74), (4.75) und (4.76), S. 164 f., erweiterten MCRR-Modells mit exklusiven, nicht verbundenen, aufschiebbaren Intraprojekt Optionen europäischen Typs die realen Gegebenheiten am besten widerspiegelt, behalten die Ausdrücke (4.85) und (4.86), S. 168, sowie die damit in Verbindung stehenden Erläuterungen grundsätzlich ihre Gültigkeit. Insofern ergibt sich für das dem Kapitel 4.4.1.1, S. 192 ff., zugrunde liegende Zahlenbeispiel vor dem Hintergrund eines Systems fixer Wechselkurse und integrierter Kapitalmärkte sowie der Formel (4.73) [(4.84)], S. 163 [166], folgendes Resultat:

$$\begin{aligned}
\underline{ENMW}^{i,f,n}_{fix}(\cdot) \left[\underline{C}^{i,f,n}_{fix}(\cdot)\right] &= NMW^{i,f,n}_{fix}(0) + \underline{ZFLEX}^{i,f,n}_{fix}(\cdot) \left[\underline{P}^{i,f,n}_{fix}(\cdot)\right] \\
&= 3.552.453{,}49445 + 6.482.011{,}73771 \\
&= 10.034.465{,}23216 \text{ [Geldeinheiten]}, \quad \text{da gilt:} \qquad (4.101)
\end{aligned}$$

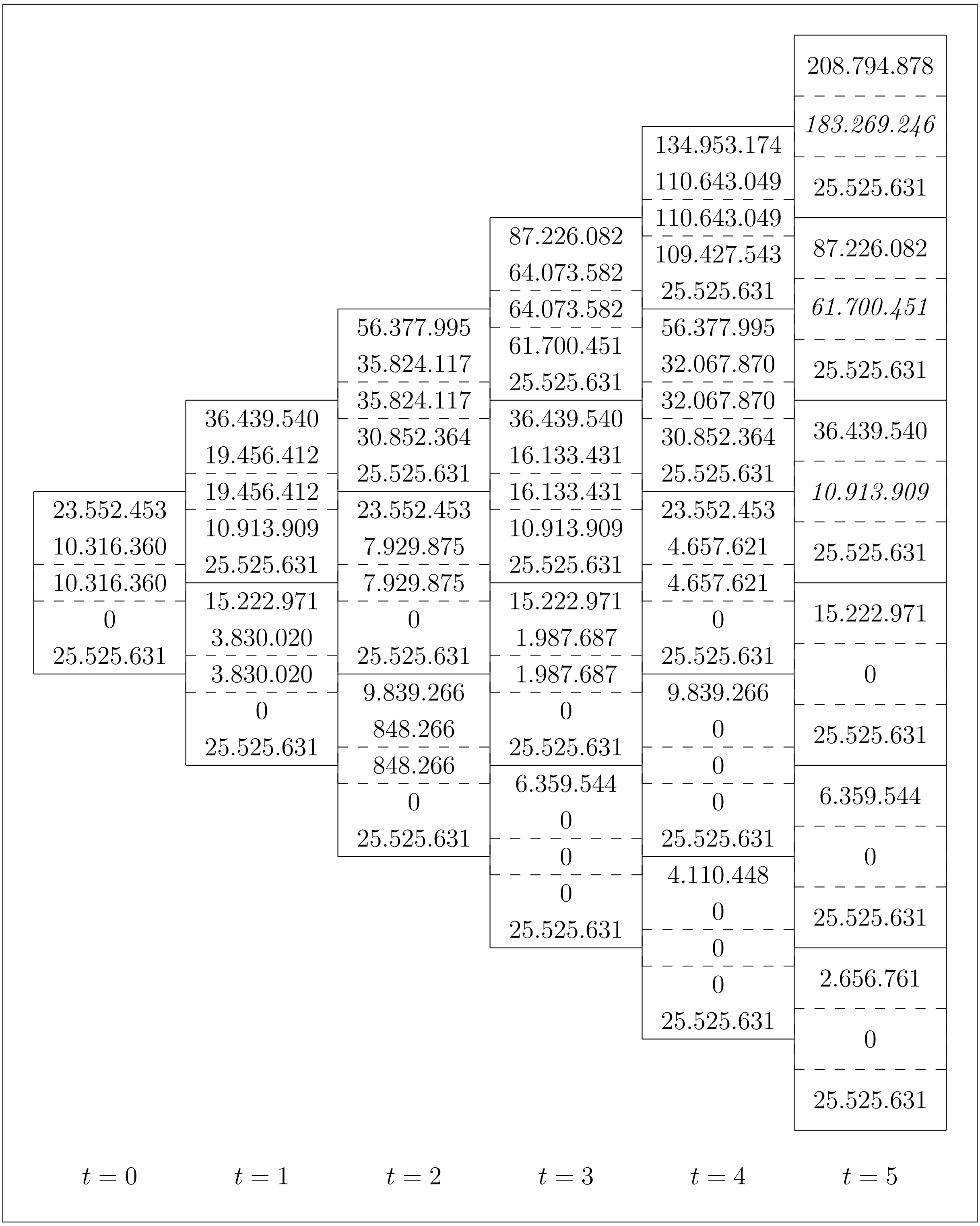

Abbildung 4.74: Entwicklung der zustandsabhängigen Bruttomarktwerte, der zustandsabhängigen Werte einer amerikanischen Call Option bei Nichtausübung, optimaler Gestaltung und Ausübung des Optionsrechts sowie des Basispreises im Betrachtungszeitraum von sechs Perioden (MCRR-Modell, System fixer Wechselkurse, Beispiel)

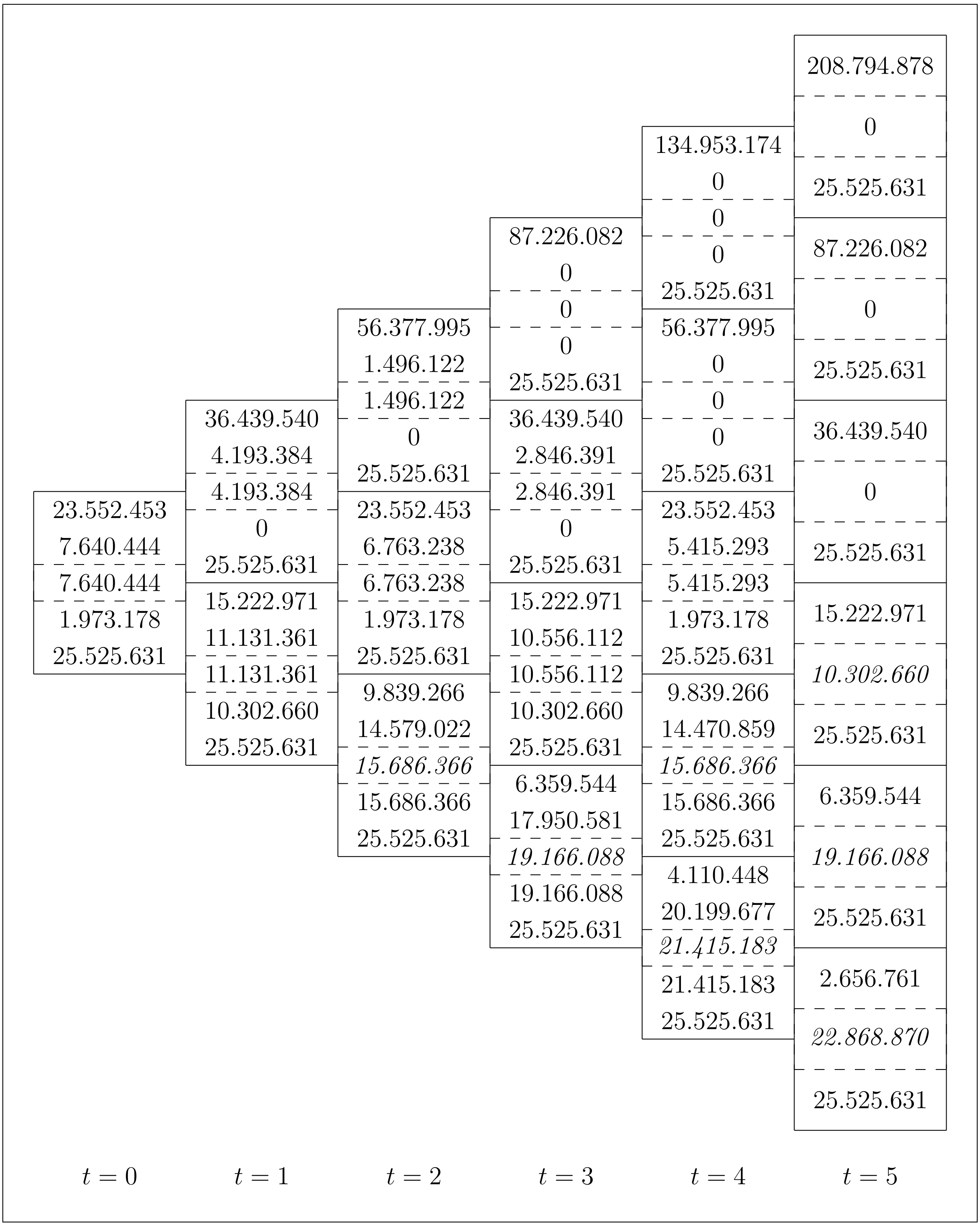

Abbildung 4.75: Entwicklung der zustandsabhängigen Bruttomarktwerte, der zustandsabhängigen Werte einer amerikanischen Put Option bei Nichtausübung, optimaler Gestaltung und Ausübung des Optionsrechts sowie des Basispreises im Betrachtungszeitraum von sechs Perioden (MCRR-Modell, System fixer Wechselkurse, Beispiel)

					219.686.048 *194.160.417* 25.525.631
				141.992.609 117.682.484 117.682.484 116.466.978 25.525.631	91.775.974 *66.250.343* 25.525.631
			91.775.974 68.623.474 68.623.474 66.250.343 25.525.631	59.318.788 35.008.663 35.008.663 33.793.156 25.525.631	38.340.302 *12.814.671* 25.525.631
		59.318.788 38.649.598 38.649.598 33.793.156 25.525.631	38.340.302 17.814.811 17.814.811 12.814.671 25.525.631	24.780.998 5.468.791 5.468.791 0 25.525.631	16.017.032 0 25.525.631
	38.340.302 21.135.012 21.135.012 12.814.671 25.525.631	24.780.998 8.829.378 8.829.378 0 25.525.631	16.017.032 2.333.862 2.333.862 0 25.525.631	10.352.502 0 0 0 25.525.631	6.691.270 0 25.525.631
24.780.998 11.275.306 11.275.306 0 25.525.631	16.017.032 4.291.544 4.291.544 0 25.525.631	10.352.502 995.999 995.999 0 25.525.631	6.691.270 0 0 0 25.525.631	4.324.858 0 0 0 25.525.631	2.795.343 0 25.525.631
$t = 0$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$	$t = 4$	$t = 5$

Abbildung 4.76: Entwicklung der zustandsabhängigen Bruttomarktwerte, der zustandsabhängigen Werte einer amerikanischen Call Option bei Nichtausübung, optimaler Gestaltung und Ausübung des Optionsrechts sowie des Basispreises im Betrachtungszeitraum von sechs Perioden (MCRR-Modell, System flexibler Wechselkurse 1, Beispiel)

$t = 0$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$	$t = 4$	$t = 5$
					219.686.048 0 25.525.631
				141.992.609 0 0 0 25.525.631	
			91.775.974 0 0 0 25.525.631		91.775.974 0 25.525.631
		59.318.788 1.380.811 1.380.811 0 25.525.631		59.318.788 0 0 0 25.525.631	
	38.340.302 3.971.223 3.971.223 0 25.525.631		38.340.302 2.627.010 2.627.010 0 25.525.631		38.340.302 0 25.525.631
24.780.998 7.330.030 7.330.030 744.633 25.525.631		24.780.998 6.434.196 6.434.196 744.633 25.525.631		24.780.998 4.997.918 4.997.918 744.633 25.525.631	
	16.017.032 10.721.171 10.721.171 9.508.599 25.525.631		16.017.032 10.108.225 10.108.225 9.508.599 25.525.631		16.017.032 *9.508.599* 25.525.631
		10.352.502 14.213.520 *15.173.129* 15.173.129 25.525.631		10.352.502 13.957.623 *15.173.129* 15.173.129 25.525.631	
			6.691.270 17.618.855 *18.834.361* 18.834.361 25.525.631		6.691.270 *18.834.361* 25.525.631
				4.324.858 19.985.267 *21.200.773* 21.200.773 25.525.631	
					2.795.343 *22.730.288* 25.525.631

Abbildung 4.77: Entwicklung der zustandsabhängigen Bruttomarktwerte, der zustandsabhängigen Werte einer amerikanischen Put Option bei Nichtausübung, optimaler Gestaltung und Ausübung des Optionsrechts sowie des Basispreises im Betrachtungszeitraum von sechs Perioden (MCRR-Modell, System flexibler Wechselkurse 1, Beispiel)

$t=0$	$t=1$	$t=2$	$t=3$	$t=4$	$t=5$
					558.829.452 *533.303.820* 25.525.631
				299.672.705 275.362.580 275.362.580 274.147.073 25.525.631	160.699.708 *135.174.077* 25.525.631
			160.699.708 137.547.208 137.547.208 135.174.077 25.525.631	86.175.337 61.865.212 61.865.212 60.649.706 25.525.631	46.211.588 *20.685.957* 25.525.631
		86.175.337 66.563.820 66.563.820 60.649.706 25.525.631	46.211.588 27.233.889 27.233.889 20.685.957 25.525.631	24.780.998 7.618.335 7.618.335 0 25.525.631	13.288.828 0 25.525.631
	46.211.588 31.330.090 31.330.090 20.685.957 25.525.631	24.780.998 11.668.653 11.668.653 0 25.525.631	13.288.828 2.805.722 2.805.722 0 25.525.631	7.126.144 0 0 0 25.525.631	3.821.400 0 25.525.631
24.780.998 14.401.034 14.401.034 0 25.525.631	13.288.828 4.900.944 4.900.944 0 25.525.631	7.126.144 1.033.306 1.033.306 0 25.525.631	3.821.400 0 0 0 25.525.631	2.049.229 0 0 0 25.525.631	1.098.900 0 25.525.631

Abbildung 4.78: Entwicklung der zustandsabhängigen Bruttomarktwerte, der zustandsabhängigen Werte einer amerikanischen Call Option bei Nichtausübung, optimaler Gestaltung und Ausübung des Optionsrechts sowie des Basispreises im Betrachtungszeitraum von sechs Perioden (MCRR-Modell, System flexibler Wechselkurse 2, Beispiel)

	$t = 0$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$	$t = 4$	$t = 5$
						558.829.452 0 25.525.631
					299.672.705 0 0 0 25.525.631	160.699.708 0 25.525.631
				160.699.708 0 0 0 25.525.631	86.175.337 0 0 0 25.525.631	46.211.588 0 25.525.631
			86.175.337 2.438.483 2.438.483 0 25.525.631	46.211.588 4.174.801 4.174.801 0 25.525.631	24.780.998 7.147.462 7.147.462 744.633 25.525.631	13.288.828 *12.236.803* 25.525.631
		46.211.588 6.360.722 6.360.722 0 25.525.631	24.780.998 9.352.346 9.352.346 744.633 25.525.631	13.288.828 13.379.365 13.379.365 12.236.803 25.525.631	7.126.144 17.183.981 *18.399.487* 18.399.487 25.525.631	3.821.400 *21.704.231* 25.525.631
	24.780.998 10.631.690 10.631.690 744.633 25.525.631	13.288.828 14.191.391 14.191.391 12.236.803 25.525.631	7.126.144 17.604.770 *18.399.487* 18.399.487 25.525.631	3.821.400 20.488.725 *21.704.231* 21.704.231 25.525.631	2.049.229 22.260.896 *23.476.403* 23.476.403 25.525.631	1.098.900 *24.426.731* 25.525.631

Abbildung 4.79: Entwicklung der zustandsabhängigen Bruttomarktwerte, der zustandsabhängigen Werte einer amerikanischen Put Option bei Nichtausübung, optimaler Gestaltung und Ausübung des Optionsrechts sowie des Basispreises im Betrachtungszeitraum von sechs Perioden (MCRR-Modell, System flexibler Wechselkurse 2, Beispiel)

$$\begin{aligned}
\underline{C}^{i,f,n}_{fix}(\cdot) &\cong 23.552.453 \cdot \underline{N}(\underline{b}_{1,fix}) - 20.000.000 \cdot \underline{N}(\underline{b}_{2,fix}) \quad \text{mit} \\
&\qquad \underline{b}_{1,fix} \cong \frac{\ln\left[\frac{23.552.453}{20.000.000}\right] + \frac{1}{2} \cdot 0{,}43642^2 \cdot 5}{0{,}43642 \cdot \sqrt{5}} \cong 0{,}65548, \\
&\qquad \underline{b}_{2,fix} \cong \frac{\ln\left[\frac{23.552.453}{20.000.000}\right] - \frac{1}{2} \cdot 0{,}43642^2 \cdot 5}{0{,}43642 \cdot \sqrt{5}} \cong -0{,}32040 \\
&\cong 23.552.453 \cdot 0{,}74392 - 20.000.000 \cdot 0{,}37433 \\
&= 10.034.465{,}23216 \text{ [Geldeinheiten]} \quad \text{und} \\
\underline{P}^{i,f,n}_{fix}(\cdot) &\cong 20.000.000 \cdot \left[1 - \underline{N}(\underline{b}_{2,fix})\right] - 23.552.453 \cdot \left[1 - \underline{N}(\underline{b}_{1,fix})\right] \\
&\cong 20.000.000 \cdot 0{,}62567 - 23.552.453 \cdot 0{,}25608 \\
&= 6.482.011{,}73771 \text{ [Geldeinheiten].}
\end{aligned}$$

Die Berücksichtigung der mit einer spezifischen realen Investitionshandlung im Ausland verbundenen zusätzlichen Wahl- und Handlungsmöglichkeit (Realoption) kann auch in diesem Modellkontext zu einer erheblichen Vergrößerung des Erweiterten Nettomarktwerts (Call Optionswerts) beitragen und dadurch die Entscheidung bezüglich der Durchführung oder Unterlassung dieses Investitionsprojekts maßgeblich beeinflussen.

Mit dem Übergang von einem System fixer Wechselkurse zu einem System flexibler Wechselkurse ergeben sich für das zugrunde liegende Beispiel folgende Auswirkungen:

$$\begin{aligned}
\underline{ENMW}^{i,f,n}_{\underline{flex}}(\cdot)\ \left[\underline{C}^{i,f,n}_{\underline{flex}}(\cdot)\right] &= NMW^{i,f,n}_{\underline{flex}}(0) + \underline{ZFLEX}^{i,f,n}_{\underline{flex}}(\cdot)\ \left[\underline{P}^{i,f,n}_{\underline{flex}}(\cdot)\right] \\
&= 4.780.997{,}94638 + 6.177.673{,}45994 \\
&= 10.958.671{,}40632 \text{ [Geldeinheiten],} \quad \text{wobei gilt:} \qquad (4.102) \\
\underline{C}^{i,f,n}_{\underline{flex}}(\cdot) &\cong 24.780.998 \cdot \underline{N}(\underline{b}_{1,\underline{flex}}) - 20.000.000 \cdot \underline{N}(\underline{b}_{2,\underline{flex}}) \quad \text{mit} \\
&\qquad \underline{b}_{1,\underline{flex}} \cong \frac{\ln\left[\frac{24.780.998}{20.000.000}\right] + \frac{1}{2} \cdot 0{,}43642^2 \cdot 5}{0{,}43642 \cdot \sqrt{5}} \cong 0{,}70758, \\
&\qquad \underline{b}_{2,\underline{flex}} \cong \frac{\ln\left[\frac{24.780.998}{20.000.000}\right] - \frac{1}{2} \cdot 0{,}43642^2 \cdot 5}{0{,}43642 \cdot \sqrt{5}} \cong -0{,}26829 \\
&\cong 24.780.998 \cdot 0{,}76040 - 20.000.000 \cdot 0{,}39424 \\
&= 10.958.671{,}40632 \text{ [Geldeinheiten]} \quad \text{und}
\end{aligned}$$

$$\underline{P}^{i,f,n}_{\underline{flex}}(\cdot) \cong 20.000.000 \cdot \left[1 - \underline{N}(\underline{b}_{2,\underline{flex}})\right] - 24.780.998 \cdot \left[1 - \underline{N}(\underline{b}_{1,\underline{flex}})\right]$$

$$\cong 20.000.000 \cdot 0{,}60576 - 24.780.998 \cdot 0{,}23960$$

$$= 6.177.673{,}45994 \text{ [Geldeinheiten]} \quad \text{sowie}$$

$$\underline{ENMW}^{i,f,n}_{\underline{\underline{flex}}}(\cdot) \ \left[\underline{C}^{i,f,n}_{\underline{\underline{flex}}}(\cdot)\right] = NMW^{i,f,n}_{\underline{\underline{flex}}}(0) + \underline{ZFLEX}^{i,f,n}_{\underline{\underline{flex}}}(\cdot) \ \left[\underline{P}^{i,f,n}_{\underline{\underline{flex}}}(\cdot)\right]$$

$$= 4.780.997{,}94638 + 9.233.276{,}41320$$

$$= 14.014.274{,}35958 \text{ [Geldeinheiten]}, \quad \text{da gilt:} \tag{4.103}$$

$$\underline{C}^{i,f,n}_{\underline{\underline{flex}}}(\cdot) \cong 24.780.998 \cdot \underline{N}(\underline{b}_{1,\underline{\underline{flex}}}) - 20.000.000 \cdot \underline{N}(\underline{b}_{2,\underline{\underline{flex}}}) \quad \text{mit}$$

$$\underline{b}_{1,\underline{\underline{flex}}} \cong \frac{\ln\left[\frac{24.780.998}{20.000.000}\right] + \frac{1}{2} \cdot 0{,}62315^2 \cdot 5}{0{,}62315 \cdot \sqrt{5}} \cong 0{,}85053,$$

$$\underline{b}_{2,\underline{\underline{flex}}} \cong \frac{\ln\left[\frac{24.780.998}{20.000.000}\right] - \frac{1}{2} \cdot 0{,}62315^2 \cdot 5}{0{,}62315 \cdot \sqrt{5}} \cong -0{,}54288$$

$$\cong 24.780.998 \cdot 0{,}80249 - 20.000.000 \cdot 0{,}29361$$

$$= 14.014.274{,}35958 \text{ [Geldeinheiten]} \quad \text{und}$$

$$\underline{P}^{i,f,n}_{\underline{\underline{flex}}}(\cdot) \cong 20.000.000 \cdot \left[1 - \underline{N}(\underline{b}_{2,\underline{\underline{flex}}})\right] - 24.780.998 \cdot \left[1 - \underline{N}(\underline{b}_{1,\underline{\underline{flex}}})\right]$$

$$\cong 20.000.000 \cdot 0{,}70639 - 24.780.998 \cdot 0{,}19751$$

$$= 9.233.276{,}41320 \text{ [Geldeinheiten]}.$$

Einerseits kommt es zu einer Vergrößerung des Bruttomarktwerts von 23.552.453,49445 auf 24.780.997,94638 [Geldeinheiten] {Veränderung: +1.228.544,45193 [Geldeinheiten]}, was ceteris paribus eine Erhöhung des Erweiterten Nettomarktwerts (Call Optionswerts) von 10.034.465,23216 auf 10.958.671,40632 [Geldeinheiten] {Veränderung: +924.206,17416 [Geldeinheiten]} respektive eine Verringerung des Zeitlichen Flexibilitätswerts (Put Optionswerts) von 6.482.011,73771 auf 6.177.673,45994 [Geldeinheiten] {Veränderung: −304.338,27777 [Geldeinheiten]} zur Folge hat. Diese unter den Begriff des Bruttomarktwerteffekts subsumierbare Auswirkung ist den Formeln (4.101) und (4.102), S. 237 und 244 f., zu entnehmen. Andererseits stellt sich eine Erhöhung der im Zeitablauf konstanten Volatilität des Bruttomarktwerts von 43,64 auf 62,32 [Prozent] {Veränderung: +18,67 [Prozent]} ein, weshalb es ceteris paribus zu einer Vergrößerung des Erweiterten Nettomarktwerts (Call Optionswerts) von 10.958.671,40632 auf 14.014.274,35958 [Geldeinheiten] {Veränderung: +3.055.602,95326 [Geldeinheiten]} und des Zeitlichen Flexibilitätswerts (Put Optionswerts) von 6.177.673,45994 auf 9.233.276,41320 [Geldeinheiten] {Veränderung: +3.055.602,95326 [Geldeinheiten]} kommt. Diese als Volatilitätseffekt bezeichnete Auswirkung ist aus den Formeln (4.102) und (4.103), S. 244 f., ableitbar. Damit führen die Erhöhung des Bruttomarktwerts von 23.552.453,49445 auf 24.780.997,94638 [Geldeinheiten] {Veränderung: +1.228.544,45193 [Geldeinheiten]} und die Vergrößerung der im Zeitablauf konstanten Volatilität des Bruttomarktwerts von 43,64 auf 62,32 [Prozent] {Veränderung: +18,67 [Prozent]} in der Summe zu einer Steigerung sowohl des Erweiterten Nettomarktwerts (Call Optionswerts) von 10.034.465,23216 auf 14.014.274,35958 [Geldeinheiten] {Veränderung: +3.979.809,12741 [Geldeinheiten]} als auch des Zeitlichen Flexibilitätswerts (Put Optionswerts) von 6.482.011,73771 auf 9.233.276,41320 [Geldeinheiten] {Veränderung: +2.751.264,67548 [Geldeinheiten]}. Daß dieses Resultat – für $BMW^{i,f,n}(0) > 0$, $a_0^{i,f,n} > 0$, $T > 0$ und $\sigma > 0$ – nur bezüglich des Erweiterten Nettomarktwerts (Call Optionswerts) allgemeingültig ist, während es sich bezüglich des Zeitlichen Flexibilitätswerts (Put Optionswerts) nur bei einer Überkompensation des Bruttomarktwerteffekts durch den Volatilitätseffekt einstellt, verdeutlichen die nachstehenden Differentialquotienten [vgl. hierzu Kapitel 4.3.4.1, Formeln (4.73) und (4.84), S. 163 und 166]:[57]

[57] Um die folgenden Rechnungen besser nachvollziehen zu können, werden an dieser Stelle einige grundlegende Sachverhalte genannt respektive erarbeitet. Diesbezüglich ist erstens darauf hinzuweisen, daß sich die im Kapitel 4.3.4.1, Formeln (4.73) und (4.84), S. 163 und 166, definierten Größen $\underline{b}_1$ und $\underline{b}_2$ wie folgt ineinander überführen lassen:

$$\underline{b}_2 = \underline{b}_1 - \sigma \cdot \sqrt{T}.$$

Vor diesem Hintergrund muß zweitens gelten:

$$\underline{b}_2^2 = \left(\underline{b}_1 - \sigma \cdot \sqrt{T}\right)^2 = \underline{b}_1^2 - 2 \cdot \underline{b}_1 \cdot \sigma \cdot \sqrt{T} + \sigma^2 \cdot T = \underline{b}_1^2 - 2 \cdot \ln\left[\frac{BMW^{i,f,n}(0)}{a_0^{i,f,n}}\right].$$

Differenziert man drittens die Verteilungsfunktionen der Standardnormalverteilung

$$\underline{N}(\underline{b}_1) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \int_{-\infty}^{\underline{b}_1} \exp\left\{-\frac{1}{2} \cdot s^2\right\} ds \quad \text{und} \quad \underline{N}(\underline{b}_2) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \int_{-\infty}^{\underline{b}_2} \exp\left\{-\frac{1}{2} \cdot s^2\right\} ds$$

jeweils partiell nach $BMW^{i,f,n}(0)$ respektive σ, ergibt sich:

$$\frac{\partial \underline{N}(\underline{b}_1)}{\partial BMW^{i,f,n}(0)} = \frac{\partial \underline{N}(\underline{b}_1)}{\partial \underline{b}_1} \cdot \frac{\partial \underline{b}_1}{\partial BMW^{i,f,n}(0)} \quad \text{und} \quad \frac{\partial \underline{N}(\underline{b}_2)}{\partial BMW^{i,f,n}(0)} = \frac{\partial \underline{N}(\underline{b}_2)}{\partial \underline{b}_2} \cdot \frac{\partial \underline{b}_2}{\partial BMW^{i,f,n}(0)} \quad \text{sowie}$$

$$\frac{\partial \underline{N}(\underline{b}_1)}{\partial \sigma} = \frac{\partial \underline{N}(\underline{b}_1)}{\partial \underline{b}_1} \cdot \frac{\partial \underline{b}_1}{\partial \sigma} \quad \text{und} \quad \frac{\partial \underline{N}(\underline{b}_2)}{\partial \sigma} = \frac{\partial \underline{N}(\underline{b}_2)}{\partial \underline{b}_2} \cdot \frac{\partial \underline{b}_2}{\partial \sigma} \quad \text{mit}$$

$$\frac{\partial \underline{N}(\underline{b}_1)}{\partial \underline{b}_1} = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2} \cdot \underline{b}_1^2\right\} \quad \text{und} \quad \frac{\partial \underline{N}(\underline{b}_2)}{\partial \underline{b}_2} = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2} \cdot \underline{b}_2^2\right\}.$$

Auf der Grundlage des zweiten Sachverhalts können die beiden vorstehenden Ausdrücke $\partial \underline{N}(\underline{b}_1)/\partial \underline{b}_1$ und $\partial \underline{N}(\underline{b}_2)/\partial \underline{b}_2$ wie folgt umgeschrieben werden:

$$\frac{\partial \underline{N}(\underline{b}_1)}{\partial \underline{b}_1} = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2} \cdot \left(\underline{b}_2^2 + 2 \cdot \ln\left[\frac{BMW^{i,f,n}(0)}{a_0^{i,f,n}}\right]\right)\right\} = \frac{\partial \underline{N}(\underline{b}_2)}{\partial \underline{b}_2} \cdot \frac{a_0^{i,f,n}}{BMW^{i,f,n}(0)},$$

$$\frac{\partial \underline{N}(\underline{b}_2)}{\partial \underline{b}_2} = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2} \cdot \left(\underline{b}_1^2 - 2 \cdot \ln\left[\frac{BMW^{i,f,n}(0)}{a_0^{i,f,n}}\right]\right)\right\} = \frac{\partial \underline{N}(\underline{b}_1)}{\partial \underline{b}_1} \cdot \frac{BMW^{i,f,n}(0)}{a_0^{i,f,n}}.$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \underline{ENMW}^{i,f,n}(\cdot)}{\partial BMW^{i,f,n}(0)} \left[\frac{\partial \underline{C}^{i,f,n}(\cdot)}{\partial BMW^{i,f,n}(0)}\right] &= \underline{N}(\underline{b}_1) + BMW^{i,f,n}(0) \cdot \frac{\partial \underline{N}(\underline{b}_1)}{\partial BMW^{i,f,n}(0)} \\
&\quad - a_0^{i,f,n} \cdot \frac{\partial \underline{N}(\underline{b}_2)}{\partial BMW^{i,f,n}(0)} \\
&= \underline{N}(\underline{b}_1) > 0, \qquad (4.104) \\
\frac{\partial \underline{ZFLEX}^{i,f,n}(\cdot)}{\partial BMW^{i,f,n}(0)} \left[\frac{\partial \underline{P}^{i,f,n}(\cdot)}{\partial BMW^{i,f,n}(0)}\right] &= \underline{N}(\underline{b}_1) - 1 + BMW^{i,f,n}(0) \cdot \frac{\partial \underline{N}(\underline{b}_1)}{\partial BMW^{i,f,n}(0)} \\
&\quad - a_0^{i,f,n} \cdot \frac{\partial \underline{N}(\underline{b}_2)}{\partial BMW^{i,f,n}(0)} \\
&= \underline{N}(\underline{b}_1) - 1 < 0, \qquad (4.105) \\
\frac{\partial \underline{ENMW}^{i,f,n}(\cdot)}{\partial \sigma} \left[\frac{\partial \underline{C}^{i,f,n}(\cdot)}{\partial \sigma}\right] &= \frac{\partial \underline{ZFLEX}^{i,f,n}(\cdot)}{\partial \sigma} \left[\frac{\partial \underline{P}^{i,f,n}(\cdot)}{\partial \sigma}\right] \\
&= BMW^{i,f,n}(0) \cdot \frac{\partial \underline{N}(\underline{b}_1)}{\partial \sigma} - a_0^{i,f,n} \cdot \frac{\partial \underline{N}(\underline{b}_2)}{\partial \sigma} \\
&= BMW^{i,f,n}(0) \cdot \frac{\partial \underline{N}(\underline{b}_1)}{\partial \underline{b}_1} \cdot \left(\frac{\partial \underline{b}_1}{\partial \sigma} - \frac{\partial \underline{b}_2}{\partial \sigma}\right) \\
&= BMW^{i,f,n}(0) \cdot \frac{\partial \underline{N}(\underline{b}_1)}{\partial \underline{b}_1} \cdot \sqrt{T} > 0. \qquad (4.106)
\end{aligned}$$

Während der in (4.104) und (4.105) zum Ausdruck kommende Bruttomarktwerteffekt eine positive [negative] Korrelation zwischen dem Erweiterten Nettomarktwert (Call Optionswert) [Zeitlichen Flexibilitätswert (Put Optionswert)] und dem Bruttomarktwert am Ende von $t = 0$ postuliert, unterstellt der sich in (4.106) widerspiegelnde Volatilitätseffekt eine positive Korrelation sowohl zwischen dem Erweiterten Nettomarktwert (Call Optionswert) und der im Zeitablauf konstanten Volatilität des Bruttomarktwerts als auch zwischen dem Zeitlichen Flexibilitätswert (Put Optionswert) und der im Zeitablauf konstanten Volatilität des Bruttomarktwerts. Insofern ist die vorstehende Aussage bewiesen, wonach der Gesamteffekt als Summe von Bruttomarktwert- und Volatilitätseffekt bezüglich des Erweiterten Nettomarktwerts (Call Optionswerts) stets eindeutig ist, während das für den Zeitlichen Flexibilitätswert (Put Optionswert) nur dann gilt, wenn der Volatilitätseffekt den Bruttomarktwerteffekt überkompensiert et vice versa.

Abschließend soll noch auf zwei Sachverhalte hingewiesen werden. Zum einen lassen sich die vorstehenden Rechenergebnisse auf der Grundlage der Ausführungen in den Kapiteln 4.3.3.2 sowie 4.3.4.1, Formeln (4.30) und (4.32) sowie (4.74), (4.75) und (4.76), S. 149 f. sowie 164 f., mit Hilfe des MCRR-Modells bestätigen. Das verdeutlichen die Tabellen 4.1 bis 4.6, S. 248 bis 253. Die Resultate des MCRR-Modells weichen nämlich bei einer Unterteilung des künftigen Planungszeitraums $T = 5$ [Perioden] in $m = 1.000$ [Subperioden] der Länge $h = 0{,}00500$ [Perioden/Subperiode] vor dem Hintergrund eines Systems fixer

m	u_{fix}	d_{fix}	$\hat{r}_s^{IKM,n}$	q_{fix}	$\breve{q}_{fix}$
5	1,54717	0,64634	0,05000	0,44810	0,66027
10	1,36152	0,73448	0,02470	0,46284	0,61498
15	1,28656	0,77727	0,01640	0,46953	0,59434
20	1,24385	0,80395	0,01227	0,47356	0,58190
25	1,21552	0,82269	0,00981	0,47632	0,57336
30	1,19503	0,83680	0,00816	0,47837	0,56703
35	1,17934	0,84793	0,00699	0,47996	0,56210
40	1,16684	0,85702	0,00612	0,48125	0,55812
45	1,15659	0,86461	0,00544	0,48231	0,55482
50	1,14799	0,87109	0,00489	0,48322	0,55203
55	1,14064	0,87670	0,00445	0,48399	0,54962
60	1,13427	0,88163	0,00407	0,48467	0,54752
80	1,11528	0,89664	0,00305	0,48672	0,54117
100	1,10251	0,90702	0,00244	0,48812	0,53684
120	1,09317	0,91477	0,00203	0,48915	0,53364
140	1,08597	0,92083	0,00174	0,48995	0,53115
160	1,08020	0,92575	0,00153	0,49060	0,52914
180	1,07545	0,92984	0,00136	0,49114	0,52748
200	1,07144	0,93332	0,00122	0,49159	0,52607
300	1,05796	0,94522	0,00081	0,49313	0,52129
400	1,05000	0,95238	0,00061	0,49405	0,51844
500	1,04461	0,95730	0,00049	0,49468	0,51650
600	1,04064	0,96094	0,00041	0,49514	0,51506
700	1,03757	0,96379	0,00035	0,49550	0,51394
800	1,03510	0,96609	0,00030	0,49579	0,51304
900	1,03306	0,96799	0,00027	0,49603	0,51230
1.000	1,03134	0,96961	0,00024	0,49624	0,51167

Tabelle 4.1: Berechnung des Näherungswerts einer europäischen Call/Put Option im Rahmen des MBSC-Modells (vgl. hierzu die Formeln (4.73) und (4.84), S. 163 und 166, für $T = 5$) durch Unterteilung des Planungszeitraums des MCRR-Modells (vgl. hierzu die Formeln (4.30) und (4.32), S. 149 und 150, für $T = 5$) in $m = 5$ bis $m = 1.000$ äquidistante, zukünftige Subperioden (MBSC-Modell, Teil I, System fixer Wechselkurse, Beispiel)

m	$\wp_{*,fix}$	$B(\wp_{fix}/m, q_{fix})$	$B(\wp_{fix}/m, \breve{q}_{fix})$	$C_{0,fix}^{i,f,n}$	$P_{0,fix}^{i,f,n}$
5	2,59217	0,40338	0,78055	10.316.360	6.763.906
10	5,13035	0,28954	0,67015	9.992.981	6.440.527
15	7,65965	0,40509	0,77331	10.111.356	6.558.903
20	10,18435	0,32194	0,69968	10.040.463	6.488.009
25	12,70611	0,40544	0,77187	10.070.537	6.518.084
30	15,22578	0,33683	0,71274	10.050.303	6.497.849
35	17,74387	0,40559	0,77125	10.053.086	6.500.633
40	20,26070	0,34584	0,72050	10.052.859	6.500.405
45	22,77652	0,40567	0,77091	10.043.404	6.490.951
50	25,29148	0,35204	0,72579	10.053.180	6.500.726
55	27,80570	0,40572	0,77069	10.037.248	6.484.794
60	30,31930	0,35665	0,72967	10.052.675	6.500.222
80	40,36869	0,36315	0,73512	10.050.904	6.498.451
100	50,41221	0,36760	0,73882	10.048.983	6.496.530
120	60,45155	0,37090	0,74155	10.047.195	6.494.741
140	70,48773	0,37348	0,74366	10.045.587	6.493.134
160	80,52141	0,37555	0,74537	10.044.153	6.491.700
180	90,55304	0,37728	0,74678	10.042.872	6.490.419
200	100,58295	0,37874	0,74797	10.041.722	6.489.269
300	150,71397	0,38370	0,75199	10.037.371	6.484.918
400	200,82442	0,38666	0,75439	10.034.446	6.481.993
500	250,92173	0,38869	0,75602	10.032.308	6.479.855
600	301,00970	0,35925	0,73097	10.031.135	6.478.681
700	351,09061	0,36265	0,73394	10.033.154	6.480.700
800	401,16591	0,36540	0,73633	10.034.354	6.481.901
900	451,23663	0,36769	0,73830	10.035.061	6.482.607
1.000	501,30352	0,36962	0,73996	10.035.456	6.483.002

Tabelle 4.2: Berechnung des Näherungswerts einer europäischen Call/Put Option im Rahmen des MBSC-Modells (vgl. hierzu die Formeln (4.73) und (4.84), S. 163 und 166, für $T = 5$) durch Unterteilung des Planungszeitraums des MCRR-Modells (vgl. hierzu die Formeln (4.30) und (4.32), S. 149 und 150, für $T = 5$) in $m = 5$ bis $m = 1.000$ äquidistante, zukünftige Subperioden (MBSC-Modell, Teil II, System fixer Wechselkurse, Beispiel)

m	$\underline{u_{flex}}$	$\underline{d_{flex}}$	$\hat{r}_s^{IKM,n}$	$\underline{q_{flex}}$	$\underline{\breve{q}_{flex}}$
5	1,54717	0,64634	0,05000	0,44810	0,66027
10	1,36152	0,73448	0,02470	0,46284	0,61498
15	1,28656	0,77727	0,01640	0,46953	0,59434
20	1,24385	0,80395	0,01227	0,47356	0,58190
25	1,21552	0,82269	0,00981	0,47632	0,57336
30	1,19503	0,83680	0,00816	0,47837	0,56703
35	1,17934	0,84793	0,00699	0,47996	0,56210
40	1,16684	0,85702	0,00612	0,48125	0,55812
45	1,15659	0,86461	0,00544	0,48231	0,55482
50	1,14799	0,87109	0,00489	0,48322	0,55203
55	1,14064	0,87670	0,00445	0,48399	0,54962
60	1,13427	0,88163	0,00407	0,48467	0,54752
80	1,11528	0,89664	0,00305	0,48672	0,54117
100	1,10251	0,90702	0,00244	0,48812	0,53684
120	1,09317	0,91477	0,00203	0,48915	0,53364
140	1,08597	0,92083	0,00174	0,48995	0,53115
160	1,08020	0,92575	0,00153	0,49060	0,52914
180	1,07545	0,92984	0,00136	0,49114	0,52748
200	1,07144	0,93332	0,00122	0,49159	0,52607
300	1,05796	0,94522	0,00081	0,49313	0,52129
400	1,05000	0,95238	0,00061	0,49405	0,51844
500	1,04461	0,95730	0,00049	0,49468	0,51650
600	1,04064	0,96094	0,00041	0,49514	0,51506
700	1,03757	0,96379	0,00035	0,49550	0,51394
800	1,03510	0,96609	0,00030	0,49579	0,51304
900	1,03306	0,96799	0,00027	0,49603	0,51230
1.000	1,03134	0,96961	0,00024	0,49624	0,51167

Tabelle 4.3: Berechnung des Näherungswerts einer europäischen Call/Put Option im Rahmen des MBSC-Modells (vgl. hierzu die Formeln (4.73) und (4.84), S. 163 und 166, für $T = 5$) durch Unterteilung des Planungszeitraums des MCRR-Modells (vgl. hierzu die Formeln (4.30) und (4.32), S. 149 und 150, für $T = 5$) in $m = 5$ bis $m = 1.000$ äquidistante, zukünftige Subperioden (MBSC-Modell, Teil I, System flexibler Wechselkurse 1, Beispiel)

m	$\wp_{*,\underline{flex}}$	$B(\wp_{\underline{flex}}/m, q_{\underline{flex}})$	$B(\wp_{\underline{flex}}/m, \breve{q}_{\underline{flex}})$	$C^{i,f,n}_{0,\underline{flex}}$	$P^{i,f,n}_{0,\underline{flex}}$
5	2,53392	0,40338	0,78055	11.275.306	6.494.308
10	5,04797	0,28954	0,67015	10.816.292	6.035.294
15	7,55875	0,40509	0,77331	11.061.397	6.280.399
20	10,06784	0,32194	0,69968	10.900.054	6.119.056
25	12,57584	0,40544	0,77187	11.018.809	6.237.811
30	15,08308	0,33683	0,71274	10.925.941	6.144.943
35	17,58974	0,40559	0,77125	11.000.602	6.219.604
40	20,09594	0,34584	0,72050	10.938.031	6.157.033
45	22,60176	0,40567	0,77091	10.990.501	6.209.503
50	25,10726	0,35204	0,72579	10.944.840	6.163.842
55	27,61250	0,40572	0,77069	10.984.078	6.203.080
60	30,11750	0,35665	0,72967	10.949.112	6.168.114
80	40,13568	0,36315	0,73512	10.954.029	6.173.031
100	50,15169	0,36760	0,73882	10.956.658	6.175.660
120	60,16617	0,37090	0,74155	10.958.220	6.177.222
140	70,17948	0,37348	0,74366	10.959.211	6.178.213
160	80,19187	0,37555	0,74537	10.959.869	6.178.871
180	90,20351	0,37728	0,74678	10.960.319	6.179.321
200	100,21452	0,37874	0,74797	10.960.631	6.179.633
300	150,26273	0,38370	0,75199	10.961.229	6.180.231
400	200,30338	0,38666	0,75439	10.961.246	6.180.248
500	250,33919	0,38869	0,75602	10.961.111	6.180.113
600	300,37156	0,39019	0,75722	10.960.936	6.179.938
700	350,40133	0,39135	0,75815	10.960.755	6.179.757
800	400,42904	0,39229	0,75891	10.960.581	6.179.584
900	450,45507	0,39307	0,75953	10.960.418	6.179.420
1.000	500,47968	0,39373	0,76005	10.960.267	6.179.269

Tabelle 4.4: Berechnung des Näherungswerts einer europäischen Call/Put Option im Rahmen des MBSC-Modells (vgl. hierzu die Formeln (4.73) und (4.84), S. 163 und 166, für $T = 5$) durch Unterteilung des Planungszeitraums des MCRR-Modells (vgl. hierzu die Formeln (4.30) und (4.32), S. 149 und 150, für $T = 5$) in $m = 5$ bis $m = 1.000$ äquidistante, zukünftige Subperioden (MBSC-Modell, Teil II, System flexibler Wechselkurse 1, Beispiel)

m	$u_{\underline{\underline{flex}}}$	$d_{\underline{\underline{flex}}}$	$\hat{r}_s^{IKM,n}$	$q_{\underline{\underline{flex}}}$	$\breve{q}_{\underline{\underline{flex}}}$
5	1,86480	0,53625	0,05000	0,38670	0,68678
10	1,55370	0,64363	0,02470	0,41872	0,63489
15	1,43301	0,69783	0,01640	0,43332	0,61093
20	1,36558	0,73229	0,01227	0,44211	0,59641
25	1,32139	0,75678	0,00981	0,44814	0,58642
30	1,28969	0,77538	0,00816	0,45262	0,57901
35	1,26558	0,79015	0,00699	0,45610	0,57322
40	1,24647	0,80226	0,00612	0,45891	0,56855
45	1,23087	0,81244	0,00544	0,46125	0,56466
50	1,21782	0,82114	0,00489	0,46322	0,56138
55	1,20670	0,82871	0,00445	0,46493	0,55854
60	1,19708	0,83536	0,00407	0,46641	0,55607
80	1,16858	0,85574	0,00305	0,47089	0,54860
100	1,14952	0,86993	0,00244	0,47396	0,54349
120	1,13564	0,88056	0,00203	0,47622	0,53972
140	1,12498	0,88890	0,00174	0,47798	0,53678
160	1,11646	0,89569	0,00153	0,47940	0,53441
180	1,10944	0,90135	0,00136	0,48058	0,53245
200	1,10355	0,90617	0,00122	0,48157	0,53079
300	1,08377	0,92270	0,00081	0,48495	0,52515
400	1,07216	0,93270	0,00061	0,48696	0,52178
500	1,06430	0,93959	0,00049	0,48834	0,51949
600	1,05853	0,94470	0,00041	0,48935	0,51779
700	1,05408	0,94870	0,00035	0,49014	0,51647
800	1,05050	0,95193	0,00030	0,49078	0,51541
900	1,04754	0,95462	0,00027	0,49131	0,51453
1.000	1,04505	0,95689	0,00024	0,49175	0,51378

Tabelle 4.5: Berechnung des Näherungswerts einer europäischen Call/Put Option im Rahmen des MBSC-Modells (vgl. hierzu die Formeln (4.73) und (4.84), S. 163 und 166, für $T = 5$) durch Unterteilung des Planungszeitraums des MCRR-Modells (vgl. hierzu die Formeln (4.30) und (4.32), S. 149 und 150, für $T = 5$) in $m = 5$ bis $m = 1.000$ äquidistante, zukünftige Subperioden (MBSC-Modell, Teil I, System flexibler Wechselkurse 2, Beispiel)

m	$\wp_{*,\underline{\underline{flex}}}$	$B(\wp_{\underline{\underline{flex}}}/m, q_{\underline{\underline{flex}}})$	$B(\wp_{\underline{\underline{flex}}}/m, \breve{q}_{\underline{\underline{flex}}})$	$C^{i,f,n}_{0,\underline{\underline{flex}}}$	$P^{i,f,n}_{0,\underline{\underline{flex}}}$
5	2,52375	0,29472	0,81899	14.401.034	9.620.036
10	5,03359	0,19924	0,71746	13.794.443	9.013.445
15	7,54114	0,29890	0,81187	14.140.926	9.359.928
20	10,04751	0,22696	0,74473	13.915.768	9.134.770
25	12,55312	0,29973	0,81045	14.089.223	9.308.225
30	15,05819	0,23986	0,75670	13.954.540	9.173.542
35	17,56285	0,30008	0,80984	14.067.131	9.286.133
40	20,06719	0,24772	0,76379	13.973.187	9.192.189
45	22,57126	0,30028	0,80951	14.054.877	9.273.879
50	25,07512	0,25314	0,76861	13.983.984	9.202.986
55	27,57879	0,30040	0,80929	14.047.087	9.266.089
60	30,08229	0,25718	0,77215	13.990.947	9.209.949
80	40,09502	0,26289	0,77709	13.999.272	9.218.274
100	50,10624	0,26682	0,78045	14.003.981	9.222.984
120	60,11637	0,26974	0,78293	14.006.951	9.225.953
140	70,12570	0,27201	0,78484	14.008.961	9.227.963
160	80,13438	0,27385	0,78638	14.010.392	9.229.394
180	90,14253	0,27538	0,78766	14.011.449	9.230.451
200	100,15024	0,27667	0,78874	14.012.252	9.231.254
300	150,18400	0,28108	0,79238	14.014.358	9.233.360
400	200,21247	0,28371	0,79454	14.015.157	9.234.159
500	250,23755	0,28552	0,79601	14.015.507	9.234.509
600	300,26022	0,28685	0,79709	14.015.664	9.234.666
700	350,28107	0,28789	0,79793	14.015.726	9.234.728
800	400,30048	0,28873	0,79861	14.015.739	9.234.741
900	450,31871	0,28943	0,79917	14.015.723	9.234.725
1.000	500,33595	0,29001	0,79964	14.015.691	9.234.694

Tabelle 4.6: Berechnung des Näherungswerts einer europäischen Call/Put Option im Rahmen des MBSC-Modells (vgl. hierzu die Formeln (4.73) und (4.84), S. 163 und 166, für $T = 5$) durch Unterteilung des Planungszeitraums des MCRR-Modells (vgl. hierzu die Formeln (4.30) und (4.32), S. 149 und 150, für $T = 5$) in $m = 5$ bis $m = 1.000$ äquidistante, zukünftige Subperioden (MBSC-Modell, Teil II, System flexibler Wechselkurse 2, Beispiel)

Wechselkurse <flexibler Wechselkurse 1> ≪flexibler Wechselkurse 2≫ bezüglich des Erweiterten Nettomarktwerts (Call Optionswerts) respektive Zeitlichen Flexibilitätswerts (Put Optionswerts) lediglich um

10.035.455,55159 − 10.034.465,23216 = 6.483.002,05715 − 6.482.011,73771 = +990,31943

<10.960.266,74677 − 10.958.671,40632 = 6.179.268,80039 − 6.177.673,45994 = +1.595,34045>

≪14.015.691,48047 − 14.014.274,35958 = 9.234.693,53409 − 9.233.276,41320 = +1.417,12089≫

[Geldeinheiten] von jenen des MBSC-Modells ab. Möchte man diese Approximation verbessern, ist eine überproportionale Erhöhung des Werts für m und damit verbunden des Einsatzes zeitlicher Ressourcen zur Kalkulation von $ENMW_{0,y}^{i,f,n}$ ($C_{0,y}^{i,f,n}$) und $ZFLEX_{0,y}^{i,f,n}$ ($P_{0,y}^{i,f,n}$) mit $y \in \{fix, \underline{flex}, \underline{\underline{flex}}\}$ erforderlich. Steigert man zum Beispiel für $T = 5$ [Perioden] die Anzahl der Subperioden von $m = 1.000$ auf $m = 10.000$ und reduziert damit die Länge der Perioden je Subperiode von $h = 0{,}00500$ auf $h = 0{,}00050$, betragen die vorstehenden Abweichungen nur noch

10.034.409,52690 − 10.034.465,23216 = 6.481.956,03245 − 6.482.011,73771 = −55,70526

<10.958.830,43152 − 10.958.671,40632 = 6.177.832,48514 − 6.177.673,45994 = +159,02520>

≪14.014.098,16731 − 14.014.274,35958 = 9.233.100,22093 − 9.233.276,41320 = −176,19227≫

[Geldeinheiten].[58] Zum anderen ermöglicht die hier praktizierte zeit- und zustandsstetige Modellbetrachtung [MBSC-Modell] im Vergleich zu der zeit- und zustandsdiskreten Sichtweise [MCRR-Modell] eine nicht zu unterschätzende Komplexitätsreduktion, indem sie die bislang relevanten fünf Determinanten des Erweiterten Nettomarktwerts (Call Optionswerts) beziehungsweise des Zeitlichen Flexibilitätswerts (Put Optionswerts) auf vier beschränkt. Dieser Gedanke spiegelt sich unmittelbar im Kapitel 4.3.4.1, Formeln (4.73) und (4.84), S. 163 und 166, wider, da $R_s^{IKM,n}$ die vorstehend genannten Entscheidungswerte nicht mehr beeinflußt.

4.4.2.2 Bewertung von Direktinvestitionen mit einer exklusiven, nicht verbundenen, aufschiebbaren Intraprojekt Option amerikanischen Typs

Sollen innerhalb einer zeit- und zustandsstetigen Modellökonomie reale Investitionshandlungen im Ausland mit einer exklusiven, nicht verbundenen, aufschiebbaren Intraprojekt Option amerikanischen Typs evaluiert werden, behalten die Ausdrücke (4.93) und (4.94), S. 210, einschließlich der damit im Zusammenhang stehenden Erläuterungen grundsätzlich ihre Gültigkeit. Da auf der Basis der Diskussion im Kapitel 4.3.4.2, S. 167, das vorstehende Problem, zumindest für den Zeitlichen Flexibilitätswert (Put Optionswert), nicht analytisch exakt im Sinne der Herleitung einer geschlossenen Bewertungsformel lösbar ist, wird im folgenden die in 4.3.3.3, S. 150 ff., entwickelte risikoneutralisierte Bewertungstech-

[58] Diese Aussage läßt sich unter Zuhilfenahme der in den Tabellen 4.7 bis 4.9, S. 256 bis 258, enthaltenen Werte [vgl. hierzu die Kombination aus der letzten Zeile ($m = 10.000$) und der vorletzten Spalte ($\tilde{C}_{0,y}^{i,f,n}$, $y \in \{fix, \underline{flex}, \underline{\underline{flex}}\}$)] nachvollziehen.

nik, ergänzt um die Überlegungen im Kapitel 4.3.4.1, Formeln (4.74), (4.75) und (4.76), S. 164 f., als numerisches Verfahren zur Approximation von $\{\widetilde{\underline{ENMW}}_y^{i,f,n}(\cdot)\ [\underline{\tilde{C}}_y^{i,f,n}(\cdot)]$ und$\}$ $\widetilde{\underline{ZFLEX}}_y^{i,f,n}(\cdot)\ [\underline{\tilde{P}}_y^{i,f,n}(\cdot)]$ mit $y \in \{fix, \underline{flex}, \underline{\underline{flex}}\}$ verwendet. Wie die Tabellen 4.7 bis 4.9, S. 256 bis 258, belegen, läßt sich hierfür das nachstehende Resultat ableiten:

$$\begin{aligned}
\widetilde{\underline{ENMW}}_{fix}^{i,f,n}(\cdot)\ \left[\underline{\tilde{C}}_{fix}^{i,f,n}(\cdot)\right] &\leq NMW_{fix}^{i,f,n}(0) + \widetilde{\underline{ZFLEX}}_{fix}^{i,f,n}(\cdot)\ \left[\underline{\tilde{P}}_{fix}^{i,f,n}(\cdot)\right] \\
10.034.465{,}23216 &< 3.552.453{,}49445 + 7.576.143{,}32131 \\
10.034.465{,}23216\ [\text{Geldeinheiten}] &< 11.128.596{,}81576\ [\text{Geldeinheiten}], \qquad (4.107)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\widetilde{\underline{ENMW}}_{\underline{flex}}^{i,f,n}(\cdot)\ \left[\underline{\tilde{C}}_{\underline{flex}}^{i,f,n}(\cdot)\right] &\leq NMW_{\underline{flex}}^{i,f,n}(0) + \widetilde{\underline{ZFLEX}}_{\underline{flex}}^{i,f,n}(\cdot)\ \left[\underline{\tilde{P}}_{\underline{flex}}^{i,f,n}(\cdot)\right] \\
10.958.671{,}40632 &< 4.780.997{,}94638 + 7.184.504{,}05996 \\
10.958.671{,}40632\ [\text{Geldeinheiten}] &< 11.965.502{,}00634\ [\text{Geldeinheiten}], \qquad (4.108)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\widetilde{\underline{ENMW}}_{\underline{\underline{flex}}}^{i,f,n}(\cdot)\ \left[\underline{\tilde{C}}_{\underline{\underline{flex}}}^{i,f,n}(\cdot)\right] &\leq NMW_{\underline{\underline{flex}}}^{i,f,n}(0) + \widetilde{\underline{ZFLEX}}_{\underline{\underline{flex}}}^{i,f,n}(\cdot)\ \left[\underline{\tilde{P}}_{\underline{\underline{flex}}}^{i,f,n}(\cdot)\right] \\
14.014.274{,}35958 &< 4.780.997{,}94638 + 10.419.622{,}07202 \\
14.014.274{,}35958\ [\text{Geldeinheiten}] &< 15.200.620{,}01840\ [\text{Geldeinheiten}]. \qquad (4.109)
\end{aligned}$$

Während der heutige Wert einer amerikanischen Call Option innerhalb eines Systems fixer Wechselkurse <flexibler Wechselkurse 1> ≪flexibler Wechselkurse 2≫ bis auf einen vernachlässigbaren Approximationsfehler von −55,70526 <+159,02520> ≪−176,19227≫ [Geldeinheiten] mit jenem einer sonst gleichen europäischen Call Option übereinstimmt und damit die vorzeitige Ausübung ersterer ökonomisch unzweckmäßig ist, gilt diese Aussage nicht für den heutigen Wert einer amerikanischen Put Option. Vergleicht man nämlich die vorstehenden Ergebnisse mit den im Kapitel 4.4.2.1, Formeln (4.101), (4.102) und (4.103), S. 237 und 244 f., abgeleiteten Resultaten, kann festgehalten werden, daß sich der Put Optionswert vor dem Hintergrund fixer Wechselkurse <flexibler Wechselkurse 1> ≪flexibler Wechselkurse 2≫ und integrierter Kapitalmärkte um 1.094.131,58360 <1.006.830,60002> ≪1.186.345,65883≫ [Geldeinheiten] erhöht hat, was durch eine vorzeitige Optionsausübung erreicht worden ist. Insofern liegt es nahe, daß sich die bei dem Übergang von einem System fixer Wechselkurse zu einem System flexibler Wechselkurse einstellenden Auswirkungen (Bruttomarktwert-, Volatilitäts- und Gesamteffekt) bezüglich des Erweiterten Nettomarktwerts (Call Optionswerts) nicht und bezüglich des Zeitlichen Flexibilitätswerts (Put Optionswerts) lediglich quantitativ von jenen im Kapitel 4.4.2.1, S. 244 ff., unterscheiden. Für letzteren errechnet sich ein Bruttomarktwerteffekt <Volatilitätseffekt> ≪Gesamteffekt≫ von −391.639,26136 <+3.235.118,01207> ≪2.843.478,75071≫ [Geldeinheiten], was einer Verringerung <Erhöhung> ≪Erhöhung≫ um 87.300,98358 <179.515,05881> ≪92.214,07523≫ [Geldeinheiten] entspricht.

m	u_{fix}	d_{fix}	$\hat{r}_s^{IKM,n}$	q_{fix}	$1-q_{fix}$	$\tilde{C}_{0,fix}^{i,f,n}$	$\tilde{P}_{0,fix}^{i,f,n}$
5	1,54717	0,64634	0,05000	0,44810	0,55190	10.316.360	7.640.444
10	1,36152	0,73448	0,02470	0,46284	0,53716	9.992.981	7.551.195
15	1,28656	0,77727	0,01640	0,46953	0,53047	10.111.356	7.603.057
20	1,24385	0,80395	0,01227	0,47356	0,52644	10.040.463	7.579.692
25	1,21552	0,82269	0,00981	0,47632	0,52368	10.070.537	7.585.131
30	1,19503	0,83680	0,00816	0,47837	0,52163	10.050.303	7.588.817
35	1,17934	0,84793	0,00699	0,47996	0,52004	10.053.086	7.574.837
40	1,16684	0,85702	0,00612	0,48125	0,51875	10.052.859	7.591.213
45	1,15659	0,86461	0,00544	0,48231	0,51769	10.043.404	7.573.576
50	1,14799	0,87109	0,00489	0,48322	0,51678	10.053.180	7.587.072
55	1,14064	0,87670	0,00445	0,48399	0,51601	10.037.248	7.572.198
60	1,13427	0,88163	0,00407	0,48467	0,51533	10.052.675	7.588.593
80	1,11528	0,89664	0,00305	0,48672	0,51328	10.050.904	7.586.641
100	1,10251	0,90702	0,00244	0,48812	0,51188	10.048.983	7.584.813
120	1,09317	0,91477	0,00203	0,48915	0,51085	10.047.195	7.583.046
140	1,08597	0,92083	0,00174	0,48995	0,51005	10.045.587	7.581.869
160	1,08020	0,92575	0,00153	0,49060	0,50940	10.044.153	7.581.415
180	1,07545	0,92984	0,00136	0,49114	0,50886	10.042.872	7.580.345
200	1,07144	0,93332	0,00122	0,49159	0,50841	10.041.722	7.579.681
300	1,05796	0,94522	0,00081	0,49313	0,50687	10.037.371	7.577.323
400	1,05000	0,95238	0,00061	0,49405	0,50595	10.034.446	7.575.804
500	1,04461	0,95730	0,00049	0,49468	0,50532	10.032.308	7.574.797
600	1,04064	0,96094	0,00041	0,49514	0,50486	10.031.135	7.574.536
700	1,03757	0,96379	0,00035	0,49550	0,50450	10.033.154	7.575.619
800	1,03510	0,96609	0,00030	0,49579	0,50421	10.034.354	7.576.260
900	1,03306	0,96799	0,00027	0,49603	0,50397	10.035.061	7.576.606
1.000	1,03134	0,96961	0,00024	0,49624	0,50376	10.035.456	7.576.784
2.000	1,02206	0,97842	0,00012	0,49734	0,50266	10.034.369	7.576.081
3.000	1,01798	0,98234	0,00008	0,49783	0,50217	10.034.696	7.576.318
4.000	1,01555	0,98469	0,00006	0,49812	0,50188	10.034.812	7.576.349
5.000	1,01390	0,98629	0,00005	0,49832	0,50168	10.034.267	7.576.055
10.000	1,00981	0,99029	0,00002	0,49881	0,50119	10.034.410	7.576.143

Tabelle 4.7: Berechnung des Näherungswerts einer amerikanischen Call/Put Option im Rahmen des MBSC-Modells (vgl. hierzu die Diskussion im Kapitel 4.3.4.2, S. 167, für $T = 5$) durch Unterteilung des Planungszeitraums des MCRR-Modells (vgl. hierzu die Ausführungen im Kapitel 4.3.3.3, S. 150 ff., für $T = 5$) in $m = 5$ bis $m = 10.000$ äquidistante, zukünftige Subperioden (MBSC-Modell, System fixer Wechselkurse, Beispiel)

m	$\underline{u_{flex}}$	$\underline{d_{flex}}$	$\hat{r}_s^{IKM,n}$	$\underline{q_{flex}}$	$1-\underline{q_{flex}}$	$\tilde{C}^{i,f,n}_{0,\underline{flex}}$	$\tilde{P}^{i,f,n}_{0,\underline{flex}}$
5	1,54717	0,64634	0,05000	0,44810	0,55190	11.275.306	7.330.030
10	1,36152	0,73448	0,02470	0,46284	0,53716	10.816.292	7.097.833
15	1,28656	0,77727	0,01640	0,46953	0,53047	11.061.397	7.234.449
20	1,24385	0,80395	0,01227	0,47356	0,52644	10.900.054	7.153.622
25	1,21552	0,82269	0,00981	0,47632	0,52368	11.018.809	7.213.932
30	1,19503	0,83680	0,00816	0,47837	0,52163	10.925.941	7.167.551
35	1,17934	0,84793	0,00699	0,47996	0,52004	11.000.602	7.204.881
40	1,16684	0,85702	0,00612	0,48125	0,51875	10.938.031	7.176.602
45	1,15659	0,86461	0,00544	0,48231	0,51769	10.990.501	7.197.244
50	1,14799	0,87109	0,00489	0,48322	0,51678	10.944.840	7.180.587
55	1,14064	0,87670	0,00445	0,48399	0,51601	10.984.078	7.196.326
60	1,13427	0,88163	0,00407	0,48467	0,51533	10.949.112	7.180.660
80	1,11528	0,89664	0,00305	0,48672	0,51328	10.954.029	7.183.019
100	1,10251	0,90702	0,00244	0,48812	0,51188	10.956.658	7.184.434
120	1,09317	0,91477	0,00203	0,48915	0,51085	10.958.220	7.185.444
140	1,08597	0,92083	0,00174	0,48995	0,51005	10.959.211	7.185.994
160	1,08020	0,92575	0,00153	0,49060	0,50940	10.959.869	7.185.943
180	1,07545	0,92984	0,00136	0,49114	0,50886	10.960.319	7.186.062
200	1,07144	0,93332	0,00122	0,49159	0,50841	10.960.631	7.186.373
300	1,05796	0,94522	0,00081	0,49313	0,50687	10.961.229	7.186.278
400	1,05000	0,95238	0,00061	0,49405	0,50595	10.961.246	7.186.175
500	1,04461	0,95730	0,00049	0,49468	0,50532	10.961.111	7.185.989
600	1,04064	0,96094	0,00041	0,49514	0,50486	10.960.936	7.185.831
700	1,03757	0,96379	0,00035	0,49550	0,50450	10.960.755	7.185.672
800	1,03510	0,96609	0,00030	0,49579	0,50421	10.960.581	7.185.549
900	1,03306	0,96799	0,00027	0,49603	0,50397	10.960.418	7.185.440
1.000	1,03134	0,96961	0,00024	0,49624	0,50376	10.960.267	7.185.340
2.000	1,02206	0,97842	0,00012	0,49734	0,50266	10.959.231	7.184.711
3.000	1,01798	0,98234	0,00008	0,49783	0,50217	10.958.655	7.184.393
4.000	1,01555	0,98469	0,00006	0,49812	0,50188	10.958.278	7.184.200
5.000	1,01390	0,98629	0,00005	0,49832	0,50168	10.958.443	7.184.310
10.000	1,00981	0,99029	0,00002	0,49881	0,50119	10.958.830	7.184.504

Tabelle 4.8: Berechnung des Näherungswerts einer amerikanischen Call/Put Option im Rahmen des MBSC-Modells (vgl. hierzu die Diskussion im Kapitel 4.3.4.2, S. 167, für $T = 5$) durch Unterteilung des Planungszeitraums des MCRR-Modells (vgl. hierzu die Ausführungen im Kapitel 4.3.3.3, S. 150 ff., für $T = 5$) in $m = 5$ bis $m = 10.000$ äquidistante, zukünftige Subperioden (MBSC-Modell, System flexibler Wechselkurse 1, Beispiel)

m	$\underline{\underline{u_{flex}}}$	$\underline{\underline{d_{flex}}}$	$\hat{r}_s^{IKM,n}$	$\underline{\underline{q_{flex}}}$	$1-\underline{\underline{q_{flex}}}$	$\tilde{C}_{\underline{\underline{0,flex}}}^{i,f,n}$	$\tilde{P}_{\underline{\underline{0,flex}}}^{i,f,n}$
5	1,86480	0,53625	0,05000	0,38670	0,61330	14.401.034	10.631.690
10	1,55370	0,64363	0,02470	0,41872	0,58128	13.794.443	10.276.804
15	1,43301	0,69783	0,01640	0,43332	0,56668	14.140.926	10.468.791
20	1,36558	0,73229	0,01227	0,44211	0,55789	13.915.768	10.364.743
25	1,32139	0,75678	0,00981	0,44814	0,55186	14.089.223	10.451.496
30	1,28969	0,77538	0,00816	0,45262	0,54738	13.954.540	10.385.717
35	1,26558	0,79015	0,00699	0,45610	0,54390	14.067.131	10.444.587
40	1,24647	0,80226	0,00612	0,45891	0,54109	13.973.187	10.394.465
45	1,23087	0,81244	0,00544	0,46125	0,53875	14.054.877	10.441.210
50	1,21782	0,82114	0,00489	0,46322	0,53678	13.983.984	10.400.441
55	1,20670	0,82871	0,00445	0,46493	0,53507	14.047.087	10.435.345
60	1,19708	0,83536	0,00407	0,46641	0,53359	13.990.947	10.407.075
80	1,16858	0,85574	0,00305	0,47089	0,52911	13.999.272	10.411.606
100	1,14952	0,86993	0,00244	0,47396	0,52604	14.003.981	10.414.373
120	1,13564	0,88056	0,00203	0,47622	0,52378	14.006.951	10.416.083
140	1,12498	0,88890	0,00174	0,47798	0,52202	14.008.961	10.417.053
160	1,11646	0,89569	0,00153	0,47940	0,52060	14.010.392	10.417.654
180	1,10944	0,90135	0,00136	0,48058	0,51942	14.011.449	10.418.309
200	1,10355	0,90617	0,00122	0,48157	0,51843	14.012.252	10.418.943
300	1,08377	0,92270	0,00081	0,48495	0,51505	14.014.358	10.420.062
400	1,07216	0,93270	0,00061	0,48696	0,51304	14.015.157	10.420.413
500	1,06430	0,93959	0,00049	0,48834	0,51166	14.015.507	10.420.617
600	1,05853	0,94470	0,00041	0,48935	0,51065	14.015.664	10.420.685
700	1,05408	0,94870	0,00035	0,49014	0,50986	14.015.726	10.420.689
800	1,05050	0,95193	0,00030	0,49078	0,50922	14.015.739	10.420.682
900	1,04754	0,95462	0,00027	0,49131	0,50869	14.015.723	10.420.665
1.000	1,04505	0,95689	0,00024	0,49175	0,50825	14.015.691	10.420.628
2.000	1,03165	0,96932	0,00012	0,49417	0,50583	14.015.232	10.420.304
3.000	1,02577	0,97488	0,00008	0,49524	0,50476	14.014.873	10.420.074
4.000	1,02228	0,97821	0,00006	0,49588	0,50412	14.014.613	10.419.913
5.000	1,01990	0,98049	0,00005	0,49631	0,50369	14.014.416	10.419.794
10.000	1,01403	0,98616	0,00002	0,49739	0,50261	14.014.098	10.419.622

Tabelle 4.9: Berechnung des Näherungswerts einer amerikanischen Call/Put Option im Rahmen des MBSC-Modells (vgl. hierzu die Diskussion im Kapitel 4.3.4.2, S. 167, für $T = 5$) durch Unterteilung des Planungszeitraums des MCRR-Modells (vgl. hierzu die Ausführungen im Kapitel 4.3.3.3, S. 150 ff., für $T = 5$) in $m = 5$ bis $m = 10.000$ äquidistante, zukünftige Subperioden (MBSC-Modell, System flexibler Wechselkurse 2, Beispiel)

4.5 Zusammenfassung

Die wichtigsten der in den Kapiteln 4.1, 4.2, 4.3 und 4.4, S. 113 f., 114 ff., 126 ff. und 168 ff., abgeleiteten Ergebnisse lassen sich wie folgt zusammenfassen. Da mit einer Vielzahl realer Investitionshandlungen im Ausland bestimmte Flexibilitäten (Realoptionen) verbunden sind, die bei einer Festsetzung des Entscheidungszeitpunkts auf das Ende der Periode $t = 0$ (Jetzt-Oder-Nie-Entscheidung) in der Kalkulation des relevanten Entscheidungswerts nicht berücksichtigt werden, bedürfen die bisherigen Ausführungen zur quantitativen Bewertung von Direktinvestitionen einer Erweiterung.

Hierzu ist es sinnvoll, sich zunächst mit dem Begriff der Realoption und den Möglichkeiten zur Klassifizierung von Realoptionen auseinanderzusetzen. Während S. C. Myers als einer der Pioniere der Realoptionstheorie lediglich die einem Unternehmen zur Verfügung stehenden Wachstumsmöglichkeiten in den Vordergrund der Analyse stellt, subsumiert man heute alle (nationalen und internationalen) Wahl- und Handlungsmöglichkeiten eines Unternehmens im Zusammenhang mit einer [mehreren] spezifischen realen Investitionshandlung[en] unter diesen Begriff. Damit repräsentieren sowohl die von Myers betrachteten Wachstumsmöglichkeiten [Wachstumsoptionen (Interprojekt Optionen), englisch: Growth Options (Interproject Options)] als auch die Möglichkeiten zur Flexibilisierung [Flexibilitätsoptionen (Intraprojekt Optionen), englisch: Flexibility Options (Intraproject Options)] wie die Aufschuboption (englisch: Option to Defer Investment), die Abbruchoption (englisch: Option to Abandon for Salvage Value), die Option zur Verzögerung der Durchführung der Investition (englisch: Option to Default During Construction, auch Time-to-Build Option genannt), die Option zur Veränderung des Umfangs der Geschäftstätigkeit (englisch: Option to Alter Operating Scale) und die Option zur Variation des Input oder des Output (englisch: Option to Switch Use) das Untersuchungsobjekt dieser Theorie. Berücksichtigt man neben der Unterscheidung zwischen Wachstumsoptionen (Interprojekt Optionen) und Flexibilitätsoptionen (Intraprojekt Optionen) noch den Grad der Exklusivität (exklusiv, nicht exklusiv) und das Ausmaß der Verbundenheit (verbunden, nicht verbunden) von Wahl- und Handlungsmöglichkeiten sowie die Dringlichkeit (aufschiebbar, nicht aufschiebbar) der Investitionsentscheidung als weitere Klassifikationskriterien, läßt sich eine Vielzahl möglicher Analysefelder kreieren. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird allerdings eine Konzentration auf ein Untersuchungsfeld vorgenommen, nämlich die Bewertung exklusiver, nicht verbundener, aufschiebbarer Intraprojekt Optionen.

Um das zur Evaluation von Finanzoptionen entwickelte Instrumentarium der Optionspreistheorie im Rahmen der Bewertung von Realoptionen zu verwenden, müssen neben den für die jeweiligen Modelle geltenden speziellen Annahmen die drei nachstehenden allgemeinen Merkmale erfüllt sein: (I) Flexibilität, (II) Unsicherheit und (III) Irreversibilität. Hiervon kann nicht nur bei Finanz-, sondern auch bei Realoptionen grundsätzlich ausgegangen werden. Insofern sind bezüglich der quantitativen Bewertung realer Wahl-und Handlungsmöglichkeiten mit den vorstehend genannten Optionspreismodellen keine Probleme zu erwarten. Letztere können einerseits in statistische oder ökonometrische und andererseits in gleichgewichtsorientierte Bewertungsmodelle unterteilt werden, wobei sich die gleichgewichtsorientierten Modelle in Abhängigkeit davon, ob individuelle Präferenzen des Entscheidungsträgers zu berücksichtigen sind oder nicht und eine Hypothese über die Entwicklung des Werts des Bezugsguts im Zeitablauf erforderlich ist oder nicht, in vier Typen differenzieren lassen: Modelltyp I (II) [Berücksichtigung individueller Präferenzen des Entscheidungsträgers, Hypothese über die Entwicklung des Werts des Bezugsguts im Zeitablauf ist (nicht) erforderlich] und Modelltyp III (IV) [keine Berücksichtigung individueller Präferenzen des Entscheidungsträgers, Hypothese über die Entwicklung des Werts des Bezugsguts im Zeitablauf ist (nicht) erforderlich]. Da das Ziel des Verfassers dieser Arbeit darin besteht, eine von den individuellen Präferenzen des Entscheidungsträgers unabhängige Bewertung von Handlungsspielräumen sicherzustellen, wobei der relevante Entscheidungswert entweder theoretisch exakt (gilt für europäische sowie eine geringe Anzahl amerikanischer Optionen) aus einem zu diesem Zweck konzipierten Modell deduziert oder approximativ (gilt für die Mehrzahl amerikanischer Optionen) mit Hilfe numerischer Verfahren ermittelt wird, muß eine Beschränkung der weiteren Analyse auf den Modelltyp III der gleichgewichtsorientierten Bewertungsansätze vorgenommen werden. In diesem Zusammenhang ist noch darauf hinzuweisen, daß der Unterschied zwischen einer europäischen und einer amerikanischen Option darin besteht, daß erstere nur am Ende der Restlaufzeit ausgeübt werden kann, während letztere über das zusätzliche Recht der vorzeitigen Ausübung verfügt. Geht man vor diesem Hintergrund davon aus, daß neben anderen zu erfüllenden Prämissen der stochastische Prozeß des Bezugsguts der Realoption einem zeitdiskreten, zustandsdiskreten, nicht stationären allgemeinen Binomialprozeß folgt, der am Ende der Periode $t = 0$ ($t = 1$) [$t = 2$] $\{t = T\}$ 2^0 (2^1) [2^2] $\{2^T\}$ Werte annimmt, läßt sich mit Hilfe einer kombinierten Anwendung der Analyse bedingter Zahlungsansprüche [englisch: Contingent Claims Analysis] sowie der aus der (Stochastischen) Dynamischen Programmierung [englisch: (Stochastic) Dynamic Programming] bekannten retrograden Bewertungstechnik eine von den subjektiven Zeit- und Risikopräferenzen des Entscheidungsträgers unabhängige Bewertung der als europäische Kauf- oder Verkaufsoption [englisch: Call (Put) Option] interpretierbaren Realoption vornehmen. Darüber hinaus besteht die Möglichkeit, diese Evaluation unter Verwendung des im Kapitel 3.5, S. 65 ff., erarbeiteten Instrumentariums durchzuführen. Da auf dieser Basis allerdings der Übergang von einer zeit- und zustandsdiskreten Sichtweise zu einer zeit- und zustandsstetigen Betrachtung erheblich schwieriger aufzuzeigen ist, erfolgt eine Konzentration der weiteren Ausführungen auf die zuerst genannte Bewertungsmethode. Diese Merkmale charakterisieren das Grundmodell. Modifiziert man dieses an zwei bestimmten Punkten, so daß der stochastische Prozeß des Bezugsguts der Realoption einem zeitdiskreten, zustandsdiskreten, nicht stationären speziellen Binomialprozeß folgt, der am Ende der Periode $t = 0$ ($t = 1$) [$t = 2$] $\{t = T\}$ $\binom{0+1}{0}$ $\left(\binom{1+1}{1}\right)$ $\left[\binom{2+1}{2}\right]$ $\left\{\binom{T+1}{T}\right\}$ Werte annimmt, ergeben sich im Vergleich zu den bisher genannten Aspekten drei interessante Unterschiede. Erstens resultiert eine erhebliche Vereinfachung des Problems der Bewertung europäischer Call und/oder Put Optionen aufgrund der über den gesamten Betrachtungszeitraum gesunkenen Anzahl zukünftiger Zeit-Zustands-Kombinationen. Zweitens sind aus dem Grundmodell spezifische Bewertungsgleichungen deduzierbar, mit denen auch Realoptionen amerikanischen Typs sehr übersichtlich quantifiziert werden können. Drittens läßt sich auf der Basis der vorstehend genannten Gleichungen der Übergang von einer zeit- und zustandsdiskreten Betrachtung zu einer zeit- und zustandsstetigen Sichtweise erheblich transparenter gestalten. Diese Merkmale kennzeichnen das Modifizierte Cox/Ross/Rubinstein-Modell (MCRR-Modell). Gibt man bei diesem die implizit unterstellte Prämisse auf, die Länge des künftigen Planungszeitraums T[Perioden] unterteile sich in $t = m = 1, \ldots, T$ äquidistante Subperioden der Länge h[Perioden/Subperiode] $= 1$, und akzeptiert statt dessen $m \to \infty$ $(h \to 0)$, wobei $T = h \cdot m$ stets erfüllt sein muß, dann konvergiert das MCRR-Modell unter Beachtung zweier weiterer Bedingungen gegen das Modifizierte Black/Scholes-Modell (MBSC-Modell). Letzteres ermöglicht gegenüber ersterem eine weitere Reduktion der mit der Bewertung europäischer Call und/oder Put Optionen verbundenen Komplexität, indem es die bislang relevanten fünf Determinanten des Optionspreises auf vier beschränkt.

Die vorstehenden Ausführungen bedürfen insofern einer Ergänzung, als mit ihnen die Frage, wie sich Direktinvestitionen unter Beachtung zusätzlicher Wahl- und Handlungsmöglichkeiten im Sinne von Realoptionen vor dem Hintergrund fixer und flexibler Wechselkurse sowie integrierter Kapitalmärkte evaluieren lassen, nicht beantwortet werden kann. Um diesem Versäumnis entgegenzuwirken, ist eine Unterteilung der nachstehenden Diskussion in vier Fälle sinnvoll: (I) [(II)] Zeit- und zustandsdiskrete Bewertung von Direktinvestitionen mit einer exklusiven, nicht verbundenen, aufschiebbaren Intraprojekt Option europäischen [amerikanischen] Typs auf der Basis des Grundmodells und des MCRR-Modells sowie (III) [(IV)] Zeit- und zustandsstetige Bewertung von Direktinvestitionen mit einer exklusiven, nicht verbundenen, aufschiebbaren Intraprojekt Option europäischen [amerikanischen] Typs auf der Grundlage des MBSC-Modells und des MCRR-Modells. Wendet man sich zunächst den Fällen (I) und (III) zu, kann festgehalten werden, daß der Erweiterte Nettomarktwert (Call Optionswert) einer nicht näher bezeichneten Direktinvestition aus der Sichtweise des Auslands in inländischer Währung am Ende der Periode $t = 0$ [$ENMW^{i,f,n}_{0,y}$ ($C^{i,f,n}_{0,y}$)] der Summe aus Nettomarktwert [$NMW^{i,f,n}_{0,y}$] und Zeitlichem Flexibilitätswert [$ZFLEX^{i,f,n}_{0,y}$ ($P^{i,f,n}_{0,y}$)], jeweils bezogen auf diese Direktinvestition aus der Sichtweise des Auslands in inländischer Währung am Ende von $t = 0$, entspricht. Das verdeutlichen die im oberen Teil der Tabellen 4.10 bis 4.12, S. 262 bis 264, notierten Zahlenwerte, wobei für die Realisierung des vorstehenden Investitionsprojekts eine Anschaffungsauszahlung aus der Sichtweise des Auslands in inländischer Währung [$a^{i,f,n}_0$] in Höhe von 20.000.000,00000 [Geldeinheiten] unterstellt worden ist. Ohne diese Ergebnisse detailliert zu kommentieren, soll auf drei Sachverhalte aufmerk-

		$ENMW_0^{i,f,n}$ $(C_0^{i,f,n})$	$ZFLEX_0^{i,f,n}$ $(P_0^{i,f,n})$
System fixer Wechselkurse			
$BMW^{i,f,n}_{0,fix}$:	23.566.519,77639	10.318.546,22528	6.752.026,44888
u_{fix} (d_{fix}):	im Zeitabl. variabel		
Bruttomarktwerteffekt [BMWE] > 0 (< 0) bei europ. Call (Put) Optionen		952.370,50737	−265.570,45107
System flexibler Wechselkurse 1			
$BMW^{i,f,n}_{0,\underline{flex}}$:	24.784.460,73483	11.270.916,73264	6.486.455,99781
$u_{\underline{flex}}$ $(d_{\underline{flex}})$:	im Zeitabl. variabel		
Volatilitätseffekt [VE] > 0 bei europ. Call und Put Optionen		3.139.995,61551	3.139.995,61551
System flexibler Wechselkurse 2			
$BMW^{i,f,n}_{0,\underline{\underline{flex}}}$:	24.784.460,73483	14.410.912,34816	9.626.451,61332
$u_{\underline{\underline{flex}}}$ $(d_{\underline{\underline{flex}}})$:	im Zeitabl. variabel		
Gesamteffekt [GE = BMWE + VE] > 0 bei europ. Call und Put Optionen		4.092.366,12288	2.874.425,16444

		$\widetilde{ENMW}_0^{i,f,n}$ $(\tilde{C}_0^{i,f,n})$	$\widetilde{ZFLEX}_0^{i,f,n}$ $(\tilde{P}_0^{i,f,n})$
System fixer Wechselkurse			
$BMW^{i,f,n}_{0,fix}$:	23.566.519,77639	10.318.546,22528	7.504.929,18664
u_{fix} (d_{fix}):	im Zeitabl. variabel		
Bruttomarktwerteffekt [BMWE] > 0 (< 0) bei amerik. Call (Put) Optionen		952.370,50737	−307.701,54934
System flexibler Wechselkurse 1			
$BMW^{i,f,n}_{0,\underline{flex}}$:	24.784.460,73483	11.270.916,73264	7.197.227,63729
$u_{\underline{flex}}$ $(d_{\underline{flex}})$:	im Zeitabl. variabel		
Volatilitätseffekt [VE] > 0 bei amerik. Call und Put Optionen		3.139.995,61551	3.332.129,75619
System flexibler Wechselkurse 2			
$BMW^{i,f,n}_{0,\underline{\underline{flex}}}$:	24.784.460,73483	14.410.912,34816	10.529.357,39348
$u_{\underline{\underline{flex}}}$ $(d_{\underline{\underline{flex}}})$:	im Zeitabl. variabel		
Gesamteffekt [GE = BMWE + VE] > 0 bei amerik. Call und Put Optionen		4.092.366,12288	3.024.428,20684

Tabelle 4.10: Übersicht der Ergebnisse zur quantitativen Bewertung von Direktinvestitionen mit einer exklusiven, nicht verbundenen, aufschiebbaren Intraprojekt Option europäischen (obere Tabelle) und amerikanischen (untere Tabelle) Typs im Rahmen des Grundmodells

		$ENMW_0^{i,f,n}$ $(C_0^{i,f,n})$	$ZFLEX_0^{i,f,n}$ $(P_0^{i,f,n})$
System fixer Wechselkurse			
$BMW_{0,fix}^{i,f,n}$:	23.552.453,49445	10.316.359,52871	6.763.906,03426
u_{fix} (d_{fix}):	1,54717 (0,64634)		
Bruttomarktwerteffekt [BMWE] > 0 (< 0) bei europ. Call (Put) Optionen		958.946,01275	−269.598,43918
System flexibler Wechselkurse 1			
$BMW_{0,\underline{flex}}^{i,f,n}$:	24.780.997,94638	11.275.305,54146	6.494.307,59508
$u_{\underline{flex}}$ $(d_{\underline{flex}})$:	1,54717 (0,64634)		
Volatilitätseffekt [VE] > 0 bei europ. Call und Put Optionen		3.125.728,02541	3.125.728,02541
System flexibler Wechselkurse 2			
$BMW_{0,\underline{\underline{flex}}}^{i,f,n}$:	24.780.997,94638	14.401.033,56687	9.620.035,62049
$u_{\underline{\underline{flex}}}$ $(d_{\underline{\underline{flex}}})$:	1,86480 (0,53625)		
Gesamteffekt [GE = BMWE + VE] > 0 bei europ. Call und Put Optionen		4.084.674,03816	2.856.129,58623

		$\widetilde{ENMW}_0^{i,f,n}$ $(\tilde{C}_0^{i,f,n})$	$\widetilde{ZFLEX}_0^{i,f,n}$ $(\tilde{P}_0^{i,f,n})$
System fixer Wechselkurse			
$BMW_{0,fix}^{i,f,n}$:	23.552.453,49445	10.316.359,52871	7.640.444,19022
u_{fix} (d_{fix}):	1,54717 (0,64634)		
Bruttomarktwerteffekt [BMWE] > 0 (< 0) bei amerik. Call (Put) Optionen		958.946,01275	−310.413,85714
System flexibler Wechselkurse 1			
$BMW_{0,\underline{flex}}^{i,f,n}$:	24.780.997,94638	11.275.305,54146	7.330.030,33308
$u_{\underline{flex}}$ $(d_{\underline{flex}})$:	1,54717 (0,64634)		
Volatilitätseffekt [VE] > 0 bei amerik. Call und Put Optionen		3.125.728,02541	3.301.659,28881
System flexibler Wechselkurse 2			
$BMW_{0,\underline{\underline{flex}}}^{i,f,n}$:	24.780.997,94638	14.401.033,56687	10.631.689,62189
$u_{\underline{\underline{flex}}}$ $(d_{\underline{\underline{flex}}})$:	1,86480 (0,53625)		
Gesamteffekt [GE = BMWE + VE] > 0 bei amerik. Call und Put Optionen		4.084.674,03816	2.991.245,43167

Tabelle 4.11: Übersicht der Ergebnisse zur quantitativen Bewertung von Direktinvestitionen mit einer exklusiven, nicht verbundenen, aufschiebbaren Intraprojekt Option europäischen (obere Tabelle) und amerikanischen (untere Tabelle) Typs im Rahmen des MCRR-Modells

		$ENMW_0^{i,f,n}$ $(C_0^{i,f,n})$	$ZFLEX_0^{i,f,n}$ $(P_0^{i,f,n})$
System fixer Wechselkurse		10.034.465,23216	6.482.011,73771
$BMW_{0,fix}^{i,f,n}$:	23.552.453,49445		
σ_{fix}:	0,43642		
Bruttomarktwerteffekt [BMWE] > 0 (< 0) bei europ. Call (Put) Optionen		924.206,17416	−304.338,27777
System flexibler Wechselkurse 1		10.958.671,40632	6.177.673,45994
$BMW_{0,\underline{flex}}^{i,f,n}$:	24.780.997,94638		
$\sigma_{\underline{flex}}$:	0,43642		
Volatilitätseffekt [VE] > 0 bei europ. Call und Put Optionen		3.055.602,95326	3.055.602,95326
System flexibler Wechselkurse 2		14.014.274,35958	9.233.276,41320
$BMW_{0,\underline{\underline{flex}}}^{i,f,n}$:	24.780.997,94638		
$\sigma_{\underline{\underline{flex}}}$:	0,62315		
Gesamteffekt [GE = BMWE + VE] > 0 bei europ. Call und Put Optionen		3.979.809,12741	2.751.264,67548

		$\widetilde{ENMW}_0^{i,f,n}$ $(\tilde{C}_0^{i,f,n})$	$\widetilde{ZFLEX}_0^{i,f,n}$ $(\tilde{P}_0^{i,f,n})$
System fixer Wechselkurse		10.034.465,23216	7.576.143,32131
$BMW_{0,fix}^{i,f,n}$:	23.552.453,49445		
σ_{fix}:	0,43642		
Bruttomarktwerteffekt [BMWE] > 0 (< 0) bei amerik. Call (Put) Optionen		924.206,17416	−391.639,26136
System flexibler Wechselkurse 1		10.958.671,40632	7.184.504,05996
$BMW_{0,\underline{flex}}^{i,f,n}$:	24.780.997,94638		
$\sigma_{\underline{flex}}$:	0,43642		
Volatilitätseffekt [VE] > 0 bei amerik. Call und Put Optionen		3.055.602,95326	3.235.118,01207
System flexibler Wechselkurse 2		14.014.274,35958	10.419.622,07202
$BMW_{0,\underline{\underline{flex}}}^{i,f,n}$:	24.780.997,94638		
$\sigma_{\underline{\underline{flex}}}$:	0,62315		
Gesamteffekt [GE = BMWE + VE] > 0 bei amerik. Call und Put Optionen		3.979.809,12741	2.843.478,75071

Tabelle 4.12: Übersicht der Ergebnisse zur quantitativen Bewertung von Direktinvestitionen mit einer exklusiven, nicht verbundenen, aufschiebbaren Intraprojekt Option europäischen (obere Tabelle) und amerikanischen (untere Tabelle) Typs im Rahmen des MBSC-Modells

sam gemacht werden. Erstens hängen die oben genannten Größen [$ENMW_{0,y}^{i,f,n}$ ($C_{0,y}^{i,f,n}$), $NMW_{0,y}^{i,f,n}$, $ZFLEX_{0,y}^{i,f,n}$ ($P_{0,y}^{i,f,n}$) und $a_0^{i,f,n}$] mit einer Ausnahme [$a_0^{i,f,n}$] vom Wechselkurssystem y, $y \in \{fix, \underline{flex}, \underline{\underline{flex}}\}$, ab, was durch deren Indizierung deutlich wird. Zweitens kann die Berücksichtigung der mit einer spezifischen realen Investitionshandlung im Ausland verbundenen zusätzlichen Wahl- und Handlungsmöglichkeit, unabhängig vom zugrunde liegenden Wechselkurssystem, zu einer erheblichen Vergrößerung des „Nettomarktwerts mit Flexibilitäten (Erweiterten Nettomarktwerts)“ beitragen und damit die Entscheidung bezüglich der Durchführung oder Unterlassung dieses Investitionsprojekts maßgeblich beeinflussen. Drittens unterstellt der sich bei dem Übergang von einem System fixer Wechselkurse zu einem System flexibler Wechselkurse ergebende Bruttomarktwerteffekt eine positive [negative] Korrelation zwischen dem Erweiterten Nettomarktwert (Call Optionswert) [Zeitlichen Flexibilitätswert (Put Optionswert)] und dem Bruttomarktwert am Ende der Periode $t = 0$, während der Volatilitätseffekt eine positive Korrelation sowohl zwischen dem Erweiterten Nettomarktwert (Call Optionswert) und der Volatilität des Bruttomarktwerts als auch zwischen dem Zeitlichen Flexibilitätswert (Put Optionswert) und der Volatilität des Bruttomarktwerts postuliert. Der Gesamteffekt als Summe der beiden zuvor genannten Einzeleffekte ist damit in bezug auf den Erweiterten Nettomarktwert (Call Optionswert) stets eindeutig, bezüglich des Zeitlichen Flexibilitätswerts (Put Optionswerts) jedoch nicht eindeutig. Betrachtet man nun die Fälle [(II)] und [(IV)], läßt sich konstatieren, daß der Erweiterte Nettomarktwert (Call Optionswert) einer nicht näher bezeichneten Direktinvestition aus der Sichtweise des Auslands in inländischer Währung am Ende der Periode $t = 0$ [$\widetilde{ENMW}_{0,y}^{i,f,n}$ ($\tilde{C}_{0,y}^{i,f,n}$)] höchstens der Summe aus Nettomarktwert [$NMW_{0,y}^{i,f,n}$] und Zeitlichem Flexibilitätswert [$\widetilde{ZFLEX}_{0,y}^{i,f,n}$ ($\tilde{P}_{0,y}^{i,f,n}$)], jeweils bezogen auf diese Direktinvestition aus der Sichtweise des Auslands in inländischer Währung am Ende von $t = 0$, entspricht. Das illustrieren die im unteren Teil der Tabellen 4.10 bis 4.12, S. 262 bis 264, angeführten und die gleiche Datenbasis wie in (I) und (III) reflektierenden Zahlenwerte. Ohne auf diese Resultate detailliert einzugehen, soll auf zwei Aspekte hingewiesen werden. Erstens gelten die im Rahmen der Diskussion der Fälle (I) und (III) unter erstens bis drittens gemachten Aussagen unverändert. Zweitens kann die Summe aus Nettomarktwert und Zeitlichem Flexibilitätswert (Put Optionswert) in dem hier betrachteten Modellkontext deshalb größer als der Erweiterte Nettomarktwert (Call Optionswert) sein, da durch die ökonomisch sinnvolle Ausübung einer amerikanischen Put Option vor dem Ende der Restlaufzeit des Optionskontrakts ein Wert geschaffen wird, der durch eine amerikanische Call Option nicht realisierbar ist.

Kapitel 5

Ausblick

Die in dieser Arbeit entwickelten Modelle sind, ebenso wie die hieraus abgeleiteten Resultate, untrennbar mit der Erfüllung spezifischer Annahmen verbunden. Modifiziert man letztere in einer bestimmten Weise, läßt sich zwar die Abbildungsgenauigkeit realer Phänomene weiter steigern, das jedoch grundsätzlich nur zu dem „Preis“ einer deutlich erhöhten Modellkomplexität. Diese Aussage ist auf der Grundlage der im folgenden diskutierten Beispiele problemlos nachvollziehbar. Verändert man zunächst die Prämisse der Bewertung exklusiver, nicht verbundener, aufschiebbarer Intraprojekt Optionen zugunsten der Evaluation nicht exklusiver, nicht verbundener, aufschiebbarer Intraprojekt Optionen und bezieht dadurch das Verhalten potentieller Konkurrenten explizit in die weiteren Überlegungen mit ein, resultieren spieltheoretische Problemsituationen.[1] Aufgrund der Vielzahl der in der Literatur zur kooperativen (Untersuchung, wie sich durch den Abschluß bindender Verträge zwischen Konkurrenten eine Verhandlungslösung erreichen läßt) und nicht kooperativen (Analyse, welches Ergebnis sich bei individuellem, rational nachvollziehbarem und von Eigeninteresse geleitetem Verhalten unterschiedlicher Konkurrenten einstellt) Spieltheorie bereits diskutierten sowie der in der Unternehmenspraxis darüber hinaus möglichen Problemkonstellationen lassen sich in diesem Fall keine allgemeingültigen Aussagen mehr treffen.

Ersetzt man statt dessen die Annahme, wonach lediglich eine als Call oder Put Option interpretierbare exklusive, nicht verbundene, aufschiebbare Intraprojekt Option je Direktinvestition betrachtet wird, durch die Prämisse mehrerer gleichzeitig auftretender, mithin verbundener, exklusiver, aufschiebbarer Intraprojekt Optionen je Auslandsinvestition, kommt es zwischen letzteren zu Interaktionen.[2] Diese bewirken, daß sich die absolute

[1] Vgl. zur Modellierung spieltheoretischer Aspekte im Rahmen der Quantifizierung (nationaler) realer Investitionshandlungen mit inhärenten zeitlichen Flexibilitäten etwa Smit, H. T. J., Ankum, L. A. (1993); Smit, H. T. J., Trigeorgis, L. (1995); Tomaszewski, C. (2000), S. 143 ff.; Trigeorgis, L. (1991a).

[2] Vgl. zur simultanen Bewertung mehrerer Realoptionen je (nationales) reales Investitionsprojekt exemplarisch die Arbeiten von Dixit, A. K. (1989); Kulatilaka, N. (1995b); Lucke, C. (2001); Trigeorgis, L. (1991b), (1993a), (1996).

Höhe der in der vorliegenden Dissertation untersuchten und von dem betrachteten Wechselkurssystem abhängigen Effekte (Bruttomarktwert-, Volatilitäts- und Gesamteffekt) im allgemeinen verändert. Je nachdem, wie die Optionen miteinander korreliert sind, wird deren Gesamtwert kleiner, gleich oder größer als die Summe der unabhängig voneinander kalkulierten individuellen Realoptionswerte ausfallen.

Die Berücksichtigung von Dividenden (in der Währung des Inlands und/oder Auslands denominierten zusätzlichen Projekteinzahlungen), welche beim Eintritt spezifischer Zeit-Zustands-Kombinationen neben den dort bereits festgelegten monetären Werten realisierbar sind, stellt eine weitere Möglichkeit zur Erhöhung der Abbildungsgenauigkeit realer Phänomene dar.[3] Als wichtigste Konsequenz läßt sich vor diesem Hintergrund festhalten, daß unabhängig vom betrachteten Wechselkurssystem eine vorzeitige Ausübung nicht nur bei der als amerikanische Put, sondern auch bei der als amerikanische Call Option interpretierbaren exklusiven, nicht verbundenen, aufschiebbaren Intraprojekt Option ökonomisch indiziert sein kann. Daraus folgt unmittelbar die Möglichkeit einer Veränderung sowohl des gegenwärtigen Zeitlichen Flexibilitätswerts als auch des heutigen Erweiterten Nettomarktwerts durch den Übergang von der Bewertung europäischer zu der Quantifizierung amerikanischer Realoptionen.

Betrachtet man abschließend die national und international nur spärlich vorhandene Literatur zur Einbeziehung steuerlicher Aspekte in die modelltheoretischen Überlegungen der Kapitel 3 und 4, läßt sich folgendes konstatieren.[4] Da alle Ergebnisse in den genannten Kapiteln implizit oder explizit unter Verwendung der risikoneutralisierten Bewertungstechnik hergeleitet worden sind, wobei Dividenden (in der Währung des Inlands und/oder Auslands denominierte zusätzliche Projekteinzahlungen) annahmegemäß keine Berücksichtigung gefunden haben, können sie als Referenzwerte eines investitionsneutralen Steuersystems angesehen werden. Letzteres übt insofern keinen Einfluß auf das Verhalten eines potentiellen Investors aus, als es weder die Vorteilhaftigkeit einzelner (Niveauinvarianz) noch die Rangfolge mehrerer (Rangfolgeinvarianz) Auslandsinvestitionen mit oder ohne zeitliche Flexibilitäten beeinträchtigt. Insofern spiegeln die vorstehenden Resultate auch die Überzeugung des Verfassers wider, daß die nationale und internationale Politik der Besteuerung stets den Grundsatz der Allokationseffizienz bei der Konzeption neuer und der Reform bestehender Steuersysteme zu beachten haben. Dadurch lassen sich zum einen viele existierende, steuerbedingte Verzerrungen berücksichtigende Modelle vereinfachen und zum anderen neue, die Realität in einem wichtigen Punkt adäquater als bestehende Ansätze wiedergebende Modelle mit verminderter Komplexität entwickeln.

[3] Vgl. hierzu insbesondere Davis, G. A. (1998); Geske, R. (1979b); Gintschel, A. (1999); Pflüger, M., Ulrich, J. (1997); Roll, R. (1977); Whaley, R. E. (1981).

[4] Vgl. zur Implementierung (nationaler) steuerlicher Aspekte in einen mit dieser Arbeit vergleichbaren Modellrahmen [Kombination von praktisch-normativer Entscheidungstheorie und neoklassischer Kapitalmarkttheorie vor dem Hintergrund einer Problemsituation bei Unsicherheit] etwa Agliardi, E. (2001); Niemann, R. (1999); Sureth, C. (1999); Sureth, C., König, R. (2000).

MATHEMATISCHER ANHANG

Anhang A

Arbitragefreie Bewertung indeterministischer Zahlungsströme auf einem vollständigen, übervollständigen oder unvollständigen Kapitalmarkt

A.1 Zum Begriff des arbitragefreien Kapitalmarkts

Auf den nationalen und internationalen Kapitalmärkten wird täglich eine Vielzahl unterschiedlicher Finanzierungstitel gehandelt, die Ansprüche auf Zahlungen in der Zukunft verbriefen. Diese Zahlungen können deterministisch oder indeterministisch sein.[1] Da die das Angebot an und die Nachfrage nach Finanzierungstiteln in Übereinstimmung bringenden Gleichgewichtspreise die Zeitpräferenzen (bei Ansprüchen auf deterministische Zahlungen in der Zukunft) respektive die Zeit- und Risikopräferenzen (bei Ansprüchen auf indeterministische Zahlungen in der Zukunft) aller sich an diesen Kapitalmärkten engagierenden Marktteilnehmer widerspiegeln, liegt der Gedanke nahe, diese beobachtbaren Preise als Grundlage für die Bewertung vorstehender Zahlungsströme anzusehen. Genau dieser Sichtweise kommt im Rahmen der vorliegenden Arbeit eine herausragende Bedeutung zu. Das nämlich insofern, als die Bewertung indeterministischer Zahlungsströme (und damit auch die diesen Zahlungen zugrunde liegenden Handlungsalternativen) auf der Basis beobachtbarer Preise der Finanzierungstitel, die Ansprüche auf indeterministische Zahlungen in der Zukunft verbriefen, unter noch genauer zu erläuternden Bedingungen ohne den Rückgriff auf die subjektiven Zeit- und Risikopräferenzen der Entscheidungsträger, der Eigenkapitalgeber und der Fremdkapitalgeber eines Unternehmens erfolgen kann.

[1]Vgl. zu diesen beiden Begriffen die Ausführungen im Kapitel 3.2.1.4, S. 42 ff.

Bevor diese Bedingungen erörtert werden, ist jedoch festzuhalten, daß jeder im Gleichgewicht befindliche vollkommene Kapitalmarkt ex definitione keine Möglichkeiten zur gewinnbringenden Nutzung von (nationalen und/oder internationalen) Preisdifferenzen durch simultanen Kauf und Verkauf von Gütern, also zur Arbitrage, bietet.[2] Es gilt nämlich das Gesetz des Einheitspreises (englisch: Law of One Price). Das ist insofern gut nachvollziehbar, als beim Vorliegen derartiger Möglichkeiten unter der Voraussetzung ungesättigter Individuen im einfachsten Fall die Marktteilnehmer das auf einem fiktiven Kapitalmarkt A zu billig angebotene Gut kaufen, dieses gleichzeitig auf einem anderen fiktiven Kapitalmarkt B, an dem es teurer nachgefragt wird, verkaufen und damit risikolos Gewinne erwirtschaften könnten. Dadurch würde jedoch ein Anpassungsprozeß dergestalt in Gang gesetzt, daß der Preis des auf dem Kapitalmarkt A zu billig angebotenen, stark nachgefragten Guts ansteigt und der Preis des auf dem Kapitalmarkt B teurer nachgefragten, stark angebotenen Guts sinkt. Dieser Anpassungsprozeß käme erst dann zum Stillstand, wenn sich die Preise des betrachteten Guts auf beiden fiktiven Kapitalmärkten vollständig angeglichen hätten. Demnach stellt die Existenz eines Kapitalmarktgleichgewichts (Nichtexistenz von Arbitragemöglichkeiten) eine hinreichende (notwendige, aber keine hinreichende) Bedingung für die Nichtexistenz von Arbitragemöglichkeiten (Existenz eines Kapitalmarktgleichgewichts) dar. Letzteres vor allem deshalb, weil nicht jeder arbitragefreie Kapitalmarkt automatisch eine pareto-effiziente Risikoteilung gewährleistet, so daß die Anteilseigner durch geeignete Transaktionen auf diesem Kapitalmarkt, auch wenn keine Arbitragegewinne möglich sind, Vorteile erzielen können.[3]

Nachdem der Begriff des arbitragefreien Kapitalmarkts erläutert worden ist, wird in den nachstehenden Kapiteln dieses Anhangs untersucht, unter welchen Voraussetzungen indeterministische Zahlungsströme auf vollständigen, übervollständigen oder unvollständigen Kapitalmärkten arbitragefrei bewertet werden können. Dabei stellt sich heraus, daß die Verwendung der vorstehenden Termini unter anderem von dem Verhältnis zwischen der Anzahl der auf dem betrachteten Kapitalmarkt gehandelten Finanzierungstitel und der Anzahl der zu beachtenden Umweltzustände abhängig ist.

---

[2]Vgl. zu dieser Definition des Begriffs der Arbitrage vor allem Franke, G., Hax, H. (2004), S. 368. Auf einem vollkommenen (nationalen und/oder internationalen) Kapitalmarkt gelten nachstehende Bedingungen: (I) Alle auf diesem Markt gehandelten Finanzierungstitel sind beliebig teilbar; (II) es existieren keine Transaktionskosten und keine Steuern; (III) jeder Eigen- und Fremdkapitalgeber hat den gleichen Zugang zum Kapitalmarkt wie die Unternehmen und kann dort zu identischen Konditionen seine individuellen Transaktionen vornehmen; (IV) Leerverkäufe der Finanzierungstitel, das heißt der Verkauf diverser Wertpapiere zu Beginn einer Periode an einen Käufer zum Börsenkurs, obwohl diese Wertpapiere vom Verkäufer erst am Ende der Periode zum Börsenkurs gekauft und an den Käufer geliefert werden, sind uneingeschränkt möglich; (V) jeder Eigen- und Fremdkapitalgeber maximiert seinen individuellen finanziellen Nutzen; (VI) es gibt sehr viele Anbieter an und Nachfrager nach Finanzierungstiteln, so daß sich jeder Marktteilnehmer als Mengenanpasser verhält und keine Möglichkeiten besitzt, die Marktpreise der Finanzierungstitel zu beeinflussen (englisch: Competitivity-Assumption). Vgl. hierzu Franke, G., Hax, H. (2004), S. 153, 343 f.; Kruschwitz, L. (2004), S. 41 f., 66 f., 150 ff.; Laux, H. (1998), S. 135 f.

[3]Vgl. zu diesem Aspekt insbesondere Laux, H. (1998), S. 136.

A.2 Arbitragefreie Bewertung auf einem vollständigen Kapitalmarkt

Die Untersuchung der Möglichkeiten zur Durchführung einer arbitragefreien Bewertung indeterministischer Zahlungsströme vor dem Hintergrund bestimmter Gegebenheiten des Kapitalmarkts erfolgt ohne Beschränkung der Allgemeingültigkeit (zumindest für den zeit- und zustandsdiskreten Fall) anhand einer konkreten Problemstellung. Deren Struktur ist bewußt einfach gehalten und läßt sich durch die Abbildung A.1 veranschaulichen.

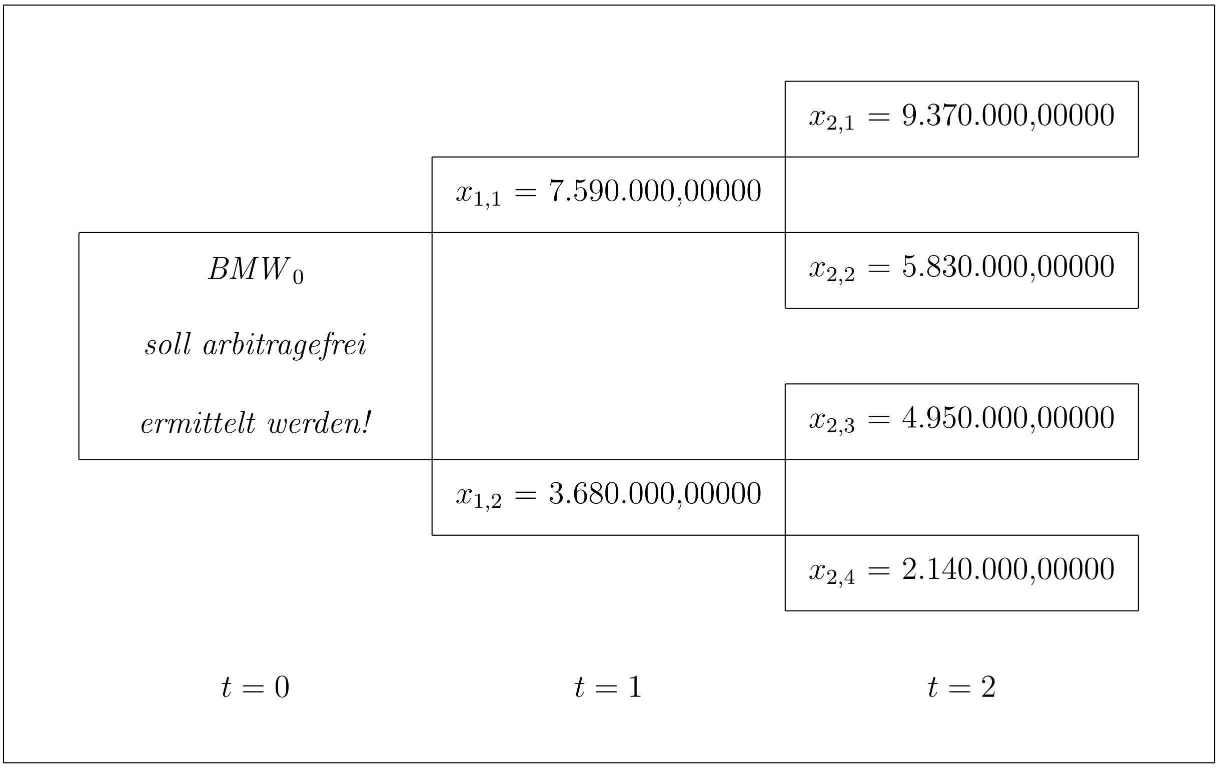

Abbildung A.1: Beispielhafte Darstellung der Entwicklung zustandsabhängiger Einzahlungsüberschüsse einer nicht näher bezeichneten Handlungsalternative im Betrachtungszeitraum von drei Perioden (in Geldeinheiten)

Angenommen, der in einem bestimmten Unternehmen über die Durchführung realer Investitionshandlungen im Ausland befindende Entscheidungsträger möchte den Bruttomarktwert BMW_0 der vorstehenden zeit- und zustandsabhängigen, also indeterministischen Einzahlungsüberschüsse $x_{t,j}$ mit $t = 1, 2$ und $j = 1, \ldots, J_t$ ohne Rückgriff auf seine subjektiven Zeit- und Risikopräferenzen ermitteln. Dann muß er auf der Basis der heute beobachtbaren Marktpreise der Wertpapiere, die Ansprüche auf indeterministische Zahlungen in der Zukunft verbriefen und annahmegemäß auf einem vollkommenen, arbitragefreien internationalen Kapitalmarkt gehandelt werden, zunächst die Preise reiner Wertpapiere (englisch: Pure Securities) $\pi_{0,t,j}$, auch Preise für zustandsbedingte Ansprüche (englisch: State Contingent Claims) genannt, ableiten.[4] Diese repräsentieren die heutigen Preise modelltheoretisch konstruierter Wertpapiere, die ihren Inhabern eine Einzahlung in Höhe von einer (null) Geldeinheit(en) offerieren, wenn eine ganz bestimmte (alle übrigen) Kombination(en) von Zeitpunkt t und Umweltzustand j eintritt (eintreten). Auf dieser Grundlage kann der Entscheidungsträger den Bruttomarktwert der in der Abbildung A.1, S. 273, gegebenen zeit- und zustandsabhängigen Einzahlungsüberschüsse unabhängig von seinen subjektiven Zeit- und Risikopräferenzen gemäß nachstehender Formel berechnen:

$$BMW_0 = \sum_{t=1}^{T} \sum_{j=1}^{J_t} x_{t,j} \cdot \pi_{0,t,j}. \tag{A.1}$$

Um den skizzierten Weg tatsächlich beschreiten zu können, sind allerdings einige Bedingungen zu erfüllen. Diese werden im folgenden erläutert. Geht man zunächst von dem denkbar einfachsten Fall aus, daß die Anzahl der in der obigen Problemstellung zu beachtenden Umweltzustände [in $t = 1$ ($t = 2$) sind zwei (vier) Umweltzustände $j = 1$, $j = 2$ ($j = 1$, $j = 2$, $j = 3$, $j = 4$) zu berücksichtigen] mit der Anzahl der auf dem vollkommenen internationalen Kapitalmarkt gehandelten Wertpapiere übereinstimmt und die Zahlungsvektoren dieser Wertpapiere voneinander linear unabhängig sind, liegt ein vollständiger Kapitalmarkt vor.[5] Auf diesem werden demnach sechs Wertpapiere WP^i, $i = 1, \ldots, 6$, angeboten und nachgefragt, die Ansprüche auf indeterministische Zahlungen $\hat{x}^i_{t,j}$ in sechs zukünftigen Umweltzuständen j, $j = 1, \ldots, J_t$, verbriefen, wobei die Zahlungsvektoren

$$\hat{\mathbf{x}}^i = \left(\hat{x}^i_{1,1}; \hat{x}^i_{1,2}; \hat{x}^i_{2,1}; \hat{x}^i_{2,2}; \hat{x}^i_{2,3}; \hat{x}^i_{2,4}\right), \quad i = 1, \ldots, 6,$$

voneinander linear unabhängig sind.[6] Die heute beobachtbaren Marktpreise dieser Wert-

[4]Da der amerikanische Ökonom K. J. Arrow und der französische Mathematiker/Ökonom G. Debreu die Idee der Preise reiner Wertpapiere entwickelt haben, nennt man letztere häufig Arrow/Debreu-Preise. Vgl. hierzu die Arbeiten von Arrow, K. J. (1964), S. 92-94; Debreu, G. (1959).

[5]Diese Prämisse (englisch: Completeness-Assumption) stellt unter anderem sicher, daß die auf einem (vollkommenen,) vollständigen (internationalen) Kapitalmarkt gehandelten Wertpapiere das gesamte Entscheidungsfeld der zu bewertenden realen Investitionshandlungen im Ausland aufspannen (englisch: Spanning-Property), wodurch die mit diesen Handlungen verbundenen indeterministischen Zahlungsströme mittels geeigneter Transaktionen am vorstehenden Kapitalmarkt rekonstruiert werden können. Vgl. zum Begriff des vollständigen Kapitalmarkts, zum Inhalt der vorstehenden Aussage sowie zu einer Abgrenzung der Completeness-Assumption von der weniger restriktiven Spanning-Property insbesondere Grossman, S. J., Stiglitz, J. E. (1980), S. 543 f., 561 ff.; Kruschwitz, L. (2004), S. 164 f.; Laux, H. (1998), S. 139; Wilhelm, J. (1983), S. 527 ff.

[6]In der Mathematik nennt man die Vektoren $\hat{\mathbf{x}}^i = \left(\hat{x}^i_{1,1}; \hat{x}^i_{1,2}; \hat{x}^i_{2,1}; \hat{x}^i_{2,2}; \hat{x}^i_{2,3}; \hat{x}^i_{2,4}\right)$, $i = 1, \ldots, 6$, genau dann linear unabhängig (abhängig), wenn gilt:
$\sum_{i=1}^{6} \lambda_i \cdot \hat{\mathbf{x}}^i = \mathbf{0}, \quad \lambda_i \in \mathbb{R} \quad \Longrightarrow \quad \lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_6 = 0 \quad (\lambda_1 \neq 0 \wedge \vee \lambda_2 \neq 0 \wedge \vee \ldots \wedge \vee \lambda_6 \neq 0).$
Vgl. hierzu etwa Blume, L., Simon, C. P. (1994), S. 237 ff.; Bosch, K. (2003), S. 159 f.; Bronstein, I. N., Semendjajew, K. A. et al. (2001), S. 327. Anschaulich interpretiert besagt der vorstehende Sachverhalt, daß den Vektoren $\hat{\mathbf{x}}^i$, $i = 1, \ldots, 6$, die Elemente eines reellen Vektorraums sind, genau dann die Eigenschaft der linearen Unabhängigkeit (Abhängigkeit) zugewiesen werden kann, wenn sich keiner (mindestens einer) dieser Vektoren durch die anderen darstellen läßt.

WP^i	k_0^i	$\hat{x}_{1,1}^i$	$\hat{x}_{1,2}^i$	$\hat{x}_{2,1}^i$	$\hat{x}_{2,2}^i$	$\hat{x}_{2,3}^i$	$\hat{x}_{2,4}^i$
1	55,57854	10,00000	20,00000	40,00000	30,00000	70,00000	40,00000
2	59,18104	20,00000	10,00000	30,00000	60,00000	20,00000	80,00000
3	70,19370	10,00000	60,00000	20,00000	10,00000	90,00000	30,00000
4	81,28156	50,00000	20,00000	10,00000	70,00000	80,00000	50,00000
5	88,78016	70,00000	30,00000	40,00000	76,00000	10,00000	60,00000
6	73,34865	30,00000	60,00000	80,00000	10,00000	30,00000	20,00000

Tabelle A.1: Beispielhafte Darstellung eines vollständigen internationalen Kapitalmarkts (die Zahlen in den Spalten zwei bis acht bezeichnen Geldeinheiten)

papiere seien durch das Symbol k_0^i repräsentiert. Wenn dieser Kapitalmarkt beispielhaft die in der Tabelle A.1 enthaltenen Informationen zur Verfügung stellt, muß zunächst folgende Frage beantwortet werden: Wie kann man überprüfen, ob der betrachtete Kapitalmarkt arbitragefrei ist? Diese Frage läßt sich in Anlehnung an die Literatur[7] wie folgt beantworten. Grundsätzlich kann zwischen milder und strenger Arbitragefreiheit unterschieden werden. Erstere (Letztere) liegt vor, wenn kein Anleger die Möglichkeit besitzt, durch Transaktionen auf dem Kapitalmarkt ein Portefeuille von Wertpapieren zu erzeugen, welches in $t = 0$ (einem zukünftigen Umweltzustand) zu einer Einzahlung führt, ohne in einem zukünftigen Umweltzustand ($t = 0$ oder in den übrigen Umweltzuständen) mit Auszahlungen verbunden zu sein. Zur Gewährleistung der milden (strengen) Arbitragefreiheit muß unter Bezugnahme auf das Minkowski/Farkas-Lemma (den Satz der Alternativen nach Stiemke) mindestens ein Vektor $\boldsymbol{\pi} \geq \mathbf{0}$ ($\boldsymbol{\pi} > \mathbf{0}$) existieren, der die Bedingung $\mathbf{X} \cdot \boldsymbol{\pi}^T = \mathbf{k}^T$ erfüllt. Damit wird deutlich, daß die strenge Arbitragefreiheit die milde Arbitragefreiheit als Spezialfall einschließt. Im folgenden wird lediglich der allgemeine Fall, also die strenge Arbitragefreiheit, betrachtet. Falls $|\mathbf{X}| \neq 0$ und damit die Zahlungsvektoren der Wertpapiere voneinander linear unabhängig sind, existiert auch $\mathbf{X}^{-1}$, und die Preise reiner Wertpapiere lassen sich wie folgt berechnen[8]: $\mathbf{X}^{-1} \cdot \mathbf{k}^T = \boldsymbol{\pi}^T$.

[7] Vgl. Duffie, D. (2001), S. 3 f., 326 ff.; Farkas, J. (1902); Franke, G., Hax, H. (2004), S. 369 f.; Garman, M. B., Ohlson, J. A. (1981), S. 274 f.; Green, R. C., Srivastava, S. (1985), S. 258 f.; Ingersoll, J. E. Jr. (1987), S. 54 ff.; Johannwille, U. (2000), S. 62, 65 f., 68 f.; Kruschwitz, L. (2004), S. 162 f.; Laux, H. (1998), S. 137, 142; Stiemke, E. (1915).

[8] Vgl. zur Invertierung nichtsingulärer quadratischer Matrizen etwa die Ausführungen in Blume, L., Simon, C. P. (1994), S. 188 ff.; Bosch, K. (2003), S. 181 ff.; Bronstein, I. N., Semendjajew, K. A. et al. (2001), S. 281 f.; Rieper, B., Witte, T. (2005), S. 68 f.

Überträgt man die Aussagen zum Satz der Alternativen nach Stiemke auf die in der Tabelle A.1, S. 275, angegebene Datensituation, ergibt sich folgendes Resultat:

$$\begin{pmatrix} 10{,}00000 & 20{,}00000 & 40{,}00000 & 30{,}00000 & 70{,}00000 & 40{,}00000 \\ 20{,}00000 & 10{,}00000 & 30{,}00000 & 60{,}00000 & 20{,}00000 & 80{,}00000 \\ 10{,}00000 & 60{,}00000 & 20{,}00000 & 10{,}00000 & 90{,}00000 & 30{,}00000 \\ 50{,}00000 & 20{,}00000 & 10{,}00000 & 70{,}00000 & 80{,}00000 & 50{,}00000 \\ 70{,}00000 & 30{,}00000 & 40{,}00000 & 76{,}00000 & 10{,}00000 & 60{,}00000 \\ 30{,}00000 & 60{,}00000 & 80{,}00000 & 10{,}00000 & 30{,}00000 & 20{,}00000 \end{pmatrix} \cdot$$

$$\cdot \begin{pmatrix} \pi_{0,1,1} \\ \pi_{0,1,2} \\ \pi_{0,2,1} \\ \pi_{0,2,2} \\ \pi_{0,2,3} \\ \pi_{0,2,4} \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 55{,}57854 \\ 59{,}18104 \\ 70{,}19370 \\ 81{,}28156 \\ 88{,}78016 \\ 73{,}34865 \end{pmatrix}^T . \tag{A.2}$$

Da in der Formel (A.2) die Determinante von $\mathbf{X}$ negativ ist ($|\mathbf{X}| = -1.091.600.000{,}00000$), läßt sich $\mathbf{X}^{-1}$ bestimmen, und es gilt:

$$\begin{pmatrix} 0{,}57483 & -0{,}34053 & 0{,}18179 & -0{,}53510 & 0{,}56632 & -0{,}42144 \\ -0{,}34780 & 0{,}19088 & -0{,}08575 & 0{,}30132 & -0{,}31147 & 0{,}24183 \\ -0{,}01097 & 0{,}01305 & -0{,}02199 & 0{,}02342 & -0{,}02858 & 0{,}02996 \\ -0{,}74377 & 0{,}42415 & -0{,}24295 & 0{,}70374 & -0{,}71583 & 0{,}54351 \\ 0{,}10819 & -0{,}06149 & 0{,}03060 & -0{,}08509 & 0{,}08978 & -0{,}07294 \\ 0{,}43466 & -0{,}23386 & 0{,}14808 & -0{,}41920 & 0{,}42250 & -0{,}32550 \end{pmatrix} \cdot$$

$$\cdot \begin{pmatrix} 55{,}57854 \\ 59{,}18104 \\ 70{,}19370 \\ 81{,}28156 \\ 88{,}78016 \\ 73{,}34865 \end{pmatrix}^T \cong \begin{pmatrix} 0{,}42807 \\ 0{,}52431 \\ 0{,}18173 \\ 0{,}22596 \\ 0{,}22634 \\ 0{,}27300 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} \pi_{0,1,1} \\ \pi_{0,1,2} \\ \pi_{0,2,1} \\ \pi_{0,2,2} \\ \pi_{0,2,3} \\ \pi_{0,2,4} \end{pmatrix}^T . \tag{A.3}$$

Das durch die Formel (A.2) wiedergegebene lineare, inhomogene Gleichungssystem besitzt demnach genau eine Lösung, nämlich

$$\boldsymbol{\pi} = (0{,}42807; 0{,}52431; 0{,}18173; 0{,}22596; 0{,}22634; 0{,}27300) > \mathbf{0},$$

weshalb der betrachtete Kapitalmarkt (sowohl im strengen als auch im milden Sinne) arbitragefrei ist. Damit lassen sich die in der Abbildung A.1, S. 273, enthaltenen indeterministischen Einzahlungsüberschüsse arbitragefrei (und folglich ohne Rückgriff auf die subjektiven Zeit- und Risikopräferenzen des Entscheidungsträgers) bewerten und gemäß der Formel (A.1), S. 274, zu nachstehendem Bruttomarktwert zusammenfassen:[9]

$$\begin{aligned} BMW_0 &= \sum_{t=1}^{2}\sum_{j=1}^{J_t} x_{t,j} \cdot \pi_{0,t,j} \\ &= x_{1,1} \cdot \pi_{0,1,1} + x_{1,2} \cdot \pi_{0,1,2} + \\ &\quad x_{2,1} \cdot \pi_{0,2,1} + x_{2,2} \cdot \pi_{0,2,2} + x_{2,3} \cdot \pi_{0,2,3} + x_{2,4} \cdot \pi_{0,2,4} \\ &\cong 7.590.000{,}00000 \cdot 0{,}42807 + 3.680.000{,}00000 \cdot 0{,}52431 + \\ &\quad 9.370.000{,}00000 \cdot 0{,}18173 + 5.830.000{,}00000 \cdot 0{,}22596 + \\ &\quad 4.950.000{,}00000 \cdot 0{,}22634 + 2.140.000{,}00000 \cdot 0{,}27300 \\ &= 9.903.280{,}19785 \text{ [Geldeinheiten]}. \end{aligned} \tag{A.4}$$

Abschließend soll noch darauf hingewiesen werden, daß auf einem (vollkommenen,) vollständigen (internationalen) Kapitalmarkt stets die Möglichkeit zur pareto-effizienten Risikoteilung gegeben ist.[10]

A.3 Arbitragefreie Bewertung auf einem übervollständigen Kapitalmarkt

Modifiziert man die im Anhang A.2, S. 274, zu der Diskussion des vollständigen Kapitalmarkts führenden Prämissen dahingehend, daß die Anzahl der zu beachtenden Umweltzustände kleiner ist als die Anzahl der auf einem vollkommenen internationalen Kapitalmarkt gehandelten Wertpapiere, und sind genau so viele Zahlungsvektoren dieser Wertpapiere voneinander linear unabhängig als zu beachtende Umweltzustände existieren, liegt ein übervollständiger Kapitalmarkt vor. Ein solcher ist in der Tabelle A.2, S. 278, gegeben. Er unterscheidet sich von dem im Anhang A.2, Tabelle A.1, S. 275, dargestellten vollständigen internationalen Kapitalmarkt insofern, als ein zusätzliches Wertpapier 7 (WP^7) angeboten und nachgefragt wird, welches in sechs zukünftigen Umweltzuständen

[9] In der dritten Zeile der Formel (A.4) wird das Gleichheitszeichen (=), ebenso wie in der Formel (A.3), S. 276, zugunsten des Zeichens für approximative Lösungen ($\cong$) aufgegeben. Das geschieht deshalb, weil die in dieser Zeile auf fünf Nachkommastellen gerundeten Preise reiner Wertpapiere für die Berechnung des Bruttomarktwerts in der vierten Zeile nicht verwendet worden sind. Dieser wurde vielmehr mit Hilfe eines Computers kalkuliert, der die Preise reiner Wertpapiere mit einer wesentlich höheren Genauigkeit erfaßt, so daß bei einem Übergang von der Zeile drei zu der Zeile vier kleine Ungenauigkeiten auftreten. Das gilt im übrigen auch für alle weiteren Berechnungen innerhalb der vorliegenden Arbeit, da diese ausnahmslos mit Hilfe eines Computers vorgenommen worden sind.

[10] Vgl. zu diesem Aspekt insbesondere Laux, H. (1998), S. 149.

WP^i	k_0^i	$\hat{x}_{1,1}^i$	$\hat{x}_{1,2}^i$	$\hat{x}_{2,1}^i$	$\hat{x}_{2,2}^i$	$\hat{x}_{2,3}^i$	$\hat{x}_{2,4}^i$
1	55,57854	10,00000	20,00000	40,00000	30,00000	70,00000	40,00000
2	59,18104	20,00000	10,00000	30,00000	60,00000	20,00000	80,00000
3	70,19370	10,00000	60,00000	20,00000	10,00000	90,00000	30,00000
4	81,28156	50,00000	20,00000	10,00000	70,00000	80,00000	50,00000
5	88,78016	70,00000	30,00000	40,00000	76,00000	10,00000	60,00000
6	73,34865	30,00000	60,00000	80,00000	10,00000	30,00000	20,00000
7	84,03505	70,00000	40,00000	50,00000	60,00000	10,00000	30,00000

Tabelle A.2: Beispielhafte Darstellung eines übervollständigen internationalen Kapitalmarkts (die Zahlen in den Spalten zwei bis acht bezeichnen Geldeinheiten)

Ansprüche auf indeterministische Zahlungen in Höhe von $\hat{x}_{1,1}^7 = 70{,}00000$, $\hat{x}_{1,2}^7 = 40{,}00000$, $\hat{x}_{2,1}^7 = 50{,}00000$, $\hat{x}_{2,2}^7 = 60{,}00000$, $\hat{x}_{2,3}^7 = 10{,}00000$ sowie $\hat{x}_{2,4}^7 = 30{,}00000$ Geldeinheiten verbrieft und zu einem heute beobachtbaren Marktpreis von $k_0^7 = 84{,}03505$ Geldeinheiten notiert. Übertragen auf das im Anhang A.2, Formel (A.2), S. 276, präsentierte lineare, inhomogene Gleichungssystem sind in diesem Fall mehr Gleichungen als Variablen zu berücksichtigen. Damit auch in dieser Situation lediglich eine Lösung existiert, die zudem Arbitragefreiheit (im strengen und milden Sinne) gewährleistet, darf die überzählige Gleichung die im Anhang A.2, Tabelle A.1, S. 275, implizit enthaltenen Gleichgewichtspreise reiner Wertpapiere nicht verändern. Ist diese Voraussetzung erfüllt, so enthält die überzählige Gleichung keine für die Bildung von Marktpreisen auf dem betrachteten Kapitalmarkt zusätzlich relevanten Informationen; sie ist insofern redundant, als sie durch die Bildung eines Portefeuilles, bestehend aus geeignet zu wählenden Anteilen der anderen am betreffenden Kapitalmarkt gehandelten Wertpapiere, rekonstruiert werden kann.[11]

[11] Wie die Ausführungen zur Spanning-Property im Anhang A.2, Fußnote 5, S. 274, verdeutlicht haben, ist eine solche Rekonstruktion im vorliegenden Fall immer möglich. Es gilt nämlich das Wertadditivitätstheorem, wonach sich auf arbitragefreien Kapitalmärkten das bereits bekannte Prinzip zur Ermittlung der Marktpreise einzelner Wertpapiere, nämlich

$$k_0^i = \sum_{t=1}^{T} \sum_{j=1}^{J_t} \hat{x}_{t,j}^i \cdot \pi_{0,t,j}, \quad i = 1, \ldots, I,$$

auch zur Berechnung des Marktwerts eines Portefeuilles beliebig ausgewählter Wertpapiere anwenden läßt. Demnach gilt also:

$$\sum_{i=1}^{I} k_0^i \cdot m_i = \sum_{t=1}^{T} \sum_{j=1}^{J_t} \left(\sum_{i=1}^{I} \hat{x}_{t,j}^i \cdot m_i \right) \cdot \pi_{0,t,j},$$

wobei m_i die Menge (Stückzahl) des Wertpapiers i repräsentiert. Vgl. Kruschwitz, L. (2004), S. 158 f.; Laux, H. (1998), S. 139.

Daß Wertpapier 7 (WP^7) tatsächlich keine Informationen liefert, die nicht bereits durch die Wertpapiere 1 bis 6 (WP^1 bis WP^6) zur Verfügung gestellt werden, zeigt die nachstehende Rechnung:

$$\begin{aligned}
k_0^7 &= \sum_{t=1}^{2}\sum_{j=1}^{J_t} \hat{x}_{t,j}^7 \cdot \pi_{0,t,j} \\
&= \hat{x}_{1,1}^7 \cdot \pi_{0,1,1} + \hat{x}_{1,2}^7 \cdot \pi_{0,1,2} + \\
&\quad \hat{x}_{2,1}^7 \cdot \pi_{0,2,1} + \hat{x}_{2,2}^7 \cdot \pi_{0,2,2} + \hat{x}_{2,3}^7 \cdot \pi_{0,2,3} + \hat{x}_{2,4}^7 \cdot \pi_{0,2,4} \\
&\cong 70{,}00000 \cdot 0{,}42807 + 40{,}00000 \cdot 0{,}52431 + \\
&\quad 50{,}00000 \cdot 0{,}18173 + 60{,}00000 \cdot 0{,}22596 + 10{,}00000 \cdot 0{,}22634 + 30{,}00000 \cdot 0{,}27300 \\
&= 84{,}03505 \text{ [Geldeinheiten]}.
\end{aligned}$$

Vor diesem Hintergrund ist unmittelbar einsichtig, daß die Quantifizierung des Bruttomarktwerts analog zu den Ausführungen im Anhang A.2, Formeln (A.2) bis (A.4), S. 276 f., erfolgen kann und einen identischen Ergebniswert liefert.[12]

Wenn die vorstehende Bedingung nicht erfüllt ist, die überzählige Gleichung für die Bildung von Marktpreisen also zusätzlich relevante Informationen bereitstellt, existieren Möglichkeiten zur gewinnbringenden Nutzung von Preisdifferenzen durch simultanen Kauf und Verkauf von Wertpapieren. Eine arbitragefreie Bewertung indeterministischer Zahlungsströme, wie sie im Anhang A.2, Formeln (A.2) bis (A.4), S. 276 f., praktiziert worden ist, läßt sich nicht mehr durchführen.

Abschließend ist noch anzumerken, daß in Übereinstimmung mit den Ausführungen im Anhang A.2, S. 277, auch auf einem (vollkommenen,) übervollständigen (internationalen) Kapitalmarkt stets die Möglichkeit zur pareto-effizienten Risikoteilung existiert.[13]

A.4 Arbitragefreie Bewertung auf einem unvollständigen Kapitalmarkt

Unterstellt man in Fortführung der Diskussion im Anhang A.2, S. 273 ff. (Anhang A.3, S. 277 ff.), daß die Anzahl der zu beachtenden Umweltzustände größer ist als die Anzahl der auf einem vollkommenen internationalen Kapitalmarkt gehandelten Wertpapiere, liegt ein unvollständiger Kapitalmarkt vor. Ein solcher ist exemplarisch in der Tabelle A.3, S. 280, skizziert. Er unterscheidet sich von dem im Anhang A.2, Tabelle A.1, S. 275, dargestellten vollständigen internationalen Kapitalmarkt lediglich dadurch, daß Wertpapier 6 (WP^6) weder angeboten noch nachgefragt wird. Damit enthält das im Anhang

[12] Zur Aufstellung der Formel (A.2), S. 276, sind sechs beliebige der insgesamt sieben verfügbaren Wertpapiere auszuwählen. Erstere müssen jedoch voneinander linear unabhängige Zahlungsvektoren besitzen.

[13] Vgl. hierzu wieder Laux, H. (1998), S. 149.

WP^i	k_0^i	$\hat{x}_{1,1}^i$	$\hat{x}_{1,2}^i$	$\hat{x}_{2,1}^i$	$\hat{x}_{2,2}^i$	$\hat{x}_{2,3}^i$	$\hat{x}_{2,4}^i$
1	55,57854	10,00000	20,00000	40,00000	30,00000	70,00000	40,00000
2	59,18104	20,00000	10,00000	30,00000	60,00000	20,00000	80,00000
3	70,19370	10,00000	60,00000	20,00000	10,00000	90,00000	30,00000
4	81,28156	50,00000	20,00000	10,00000	70,00000	80,00000	50,00000
5	88,78016	70,00000	30,00000	40,00000	76,00000	10,00000	60,00000

Tabelle A.3: Beispielhafte Darstellung eines unvollständigen internationalen Kapitalmarkts (die Zahlen in den Spalten zwei bis acht bezeichnen Geldeinheiten) – Fall 1 –

A.2, Formel (A.2), S. 276, veranschaulichte lineare, inhomogene Gleichungssystem weniger Gleichungen als Variablen. Das ist insofern problematisch, als bei Arbitragefreiheit keine eindeutige Lösung dieses Gleichungssystems existiert, sondern unendlich viele Lösungen möglich sind. Im vorliegenden Fall erfüllt zum Beispiel neben dem bereits bekannten Vektor

$$\boldsymbol{\pi} = (0{,}42807; 0{,}52431; 0{,}18173; 0{,}22596; 0{,}22634; 0{,}27300) > \mathbf{0}$$

auch der Lösungsvektor

$$\boldsymbol{\pi} = (0{,}51644; 0{,}47360; 0{,}17545; 0{,}11200; 0{,}24163; 0{,}34125) > \mathbf{0}$$

das lineare, inhomogene Gleichungssystem. Damit ist folgende Konsequenz verbunden:

$$\begin{aligned} BMW_0 &= \sum_{t=1}^{2} \sum_{j=1}^{J_t} x_{t,j} \cdot \pi_{0,t,j} \\ &= x_{1,1} \cdot \pi_{0,1,1} + x_{1,2} \cdot \pi_{0,1,2} + \\ &\quad x_{2,1} \cdot \pi_{0,2,1} + x_{2,2} \cdot \pi_{0,2,2} + x_{2,3} \cdot \pi_{0,2,3} + x_{2,4} \cdot \pi_{0,2,4} \\ &\cong 7.590.000{,}00000 \cdot 0{,}51644 + 3.680.000{,}00000 \cdot 0{,}47360 + \\ &\quad 9.370.000{,}00000 \cdot 0{,}17545 + 5.830.000{,}00000 \cdot 0{,}11200 + \\ &\quad 4.950.000{,}00000 \cdot 0{,}24163 + 2.140.000{,}00000 \cdot 0{,}34125 \\ &= 9.885.882{,}00185 \text{ [Geldeinheiten].} \end{aligned} \tag{A.5}$$

Im Vergleich zu dem im Anhang A.2, Formel (A.4), S. 277, ermittelten Bruttomarktwert stellt sich hier ein um 17.398,19600 Geldeinheiten niedrigerer Ergebniswert ein.

Von einem unvollständigen Kapitalmarkt wird auch dann gesprochen, wenn die Anzahl der zu beachtenden Umweltzustände höchstens mit der Anzahl der auf einem vollkommenen internationalen Kapitalmarkt gehandelten Wertpapiere übereinstimmt und gleich-

WP^i	k_0^i	$\hat{x}_{1,1}^i$	$\hat{x}_{1,2}^i$	$\hat{x}_{2,1}^i$	$\hat{x}_{2,2}^i$	$\hat{x}_{2,3}^i$	$\hat{x}_{2,4}^i$
1	55,57854	10,00000	20,00000	40,00000	30,00000	70,00000	40,00000
2	59,18104	20,00000	10,00000	30,00000	60,00000	20,00000	80,00000
3	70,19370	10,00000	60,00000	20,00000	10,00000	90,00000	30,00000
4	81,28156	50,00000	20,00000	10,00000	70,00000	80,00000	50,00000
5	88,78016	70,00000	30,00000	40,00000	76,00000	10,00000	60,00000
6	73,98060	45,00000	20,00000	35,00000	68,00000	15,00000	70,00000

Tabelle A.4: Beispielhafte Darstellung eines unvollständigen internationalen Kapitalmarkts (die Zahlen in den Spalten zwei bis acht bezeichnen Geldeinheiten) – Fall 2 –

zeitig weniger Zahlungsvektoren dieser Wertpapiere voneinander linear unabhängig sind als zu beachtende Umweltzustände existieren. Diese Situation ist beispielhaft in der Tabelle A.4 visualisiert. Gegenüber dem im Anhang A.2, Tabelle A.1, S. 275, skizzierten vollständigen internationalen Kapitalmarkt ist lediglich eine Modifikation vorgenommen worden: Das dort angebotene und nachgefragte Wertpapier 6 (WP^6) ist gegen das hier angeführte ersetzt worden. Letzteres läßt sich als Linearkombination des Wertpapiers 2 (WP^2) (Anteil: 0,5) und des Wertpapiers 5 (WP^5) (Anteil: 0,5) darstellen, so daß nur noch die Zahlungsvektoren $\hat{\mathbf{x}}^1, \ldots, \hat{\mathbf{x}}^5$ voneinander linear unabhängig sind, während $\hat{\mathbf{x}}^6$ von $\hat{\mathbf{x}}^2$ und $\hat{\mathbf{x}}^5$ linear abhängig ist. In völliger Übereinstimmung mit der Argumentation im vorstehenden Fall 1 enthält das im Anhang A.2, Formel (A.2), S. 276, angeführte lineare, inhomogene Gleichungssystem damit weniger Gleichungen als Variablen, weshalb bei Arbitragefreiheit keine eindeutige Lösung existiert. Neben den vorstehend genannten Lösungsvektoren lassen sich demnach unendlich viele weitere finden, die das Gleichungssystem erfüllen.

Abschließend soll noch auf zwei Sachverhalte hingewiesen werden. Zum einen besteht auf einem (vollkommenen,) unvollständigen (internationalen) Kapitalmarkt grundsätzlich keine Möglichkeit zur pareto-effizienten Risikoteilung.[14] Zum anderen kann eine arbitragefreie Bewertung indeterministischer Zahlungsströme im Sinne der Ableitung eines eindeutigen Lösungsvektors und damit Bruttomarktwerts für ein gegebenes Entscheidungsproblem nur dann praktiziert werden, falls der betrachtete Kapitalmarkt (I) sowohl im strengen als auch im milden Sinne keine Möglichkeiten zur gewinnbringenden Nutzung von (nationalen und/oder internationalen) Preisdifferenzen durch simultanen Kauf und Ver-

[14]Vgl. Laux, H. (1998), S. 144.

kauf von Gütern bietet und (II) vollständig oder übervollständig ist. Da die Vollständigkeit und die Übervollständigkeit hinreichende Bedingungen für eine pareto-effiziente Risikoteilung sind, bestehen im Gleichgewicht eines vollständigen oder übervollständigen Kapitalmarkts mithin sowohl Arbitragefreiheit mit einem eindeutigen Preissystem $\boldsymbol{\pi} > \mathbf{0}$ als auch eine pareto-effiziente Risikoteilung.[15]

[15] Vgl. Laux, H. (1998), S. 147.

Anhang B

Mathematische Beschreibung stochastischer Prozesse

B.1 Zum Begriff des stochastischen Prozesses

Die mathematisch korrekte Definition des Begriffs stochastischer Prozeß lautet wie folgt: „[...], let $\mathcal{I}$ denote an arbitrary nonempty index set and let $(\Omega, \Psi, \mathcal{P})$ denote a probability space. Then, a family $\{X_t; t \in \mathcal{I}\}$ of $\mathbb{R}^n$-valued random variables is called a stochastic process (random process, random function) with parameter set (index set) $\mathcal{I}$ and space $\mathbb{R}^n$."[1] Die Indexmenge $\mathcal{I}$ bezeichnet hierbei ein Zeitintervall $[t_0, T]$, $t_0 < T$, über dem $\mathbb{R}^1$, also über der Menge der reellen Zahlen, während der Zustandsraum $\mathbb{R}^n$ den n-dimensionalen Euklidischen Raum repräsentiert.[2] Hinsichtlich des Wahrscheinlichkeitsraums $(\Omega, \Psi, \mathcal{P})$, der sich aus der Menge Ω aller bei der Durchführung eines Zufallsexperiments möglichen Ereignisse – den sogenannten Elementarereignissen –, der Menge Ψ aller beobachtbaren Ereignisse sowie dem normierten endlichen Maß $\mathcal{P}$ mit $\mathcal{P}(\Omega) = 1$ – dem sogenannten Wahrscheinlichkeitsmaß – zusammensetzt, sei auf die detaillierten Ausführungen in Arnold verwiesen.[3] Das gilt auch für die Erläuterung des Begriffs der Zufallsvariablen sowie des n-dimensionalen Euklidischen Raums.

Eine besonders anschauliche, wenngleich stark vereinfachte Definition legt einen stochastischen Prozeß $X = \{X_t; t \in [t_0, T]\}$ als eine Menge von Zufallsvariablen fest, wobei

[1] Arnold, L. (1974), S. 21. Obwohl die vorstehende Definition selbsterklärend ist, soll an dieser Stelle darauf hingewiesen werden, daß die Notation X_t die Abhängigkeit der Variablen X von der Zeit t ausdrückt. Dadurch ist es möglich, mit einer einheitlichen Symbolik sowohl den zeitdiskreten als auch den zeitstetigen Fall zu betrachten. Um eine übersichtlichere Schreibweise zu ermöglichen, wird allerdings im Anhang B.3, S. 298 ff., $X_t = X(t)$ gesetzt.

[2] Ist die mit $\mathcal{I}$ bezeichnete Indexmenge nicht überabzählbar groß, handelt es sich im strengen mathematischen Sinne bei der Familie $\{X_t; t \in \mathcal{I}\}$ von $\mathbb{R}^n$-wertigen Zufallsvariablen nicht mehr um einen stochastischen Prozeß, sondern um eine Zufallskette oder Zufallsfolge. Da diese Unterscheidung lediglich in terminologischer Hinsicht von Bedeutung ist, wird sie im Rahmen der vorliegenden Arbeit ignoriert.

[3] Vgl. Arnold, L. (1974), S. 1-6.

zunächst ein bestimmtes $t \in [t_0, T]$ und damit eine bestimmte Zufallsvariable X_t fixiert werden, während variable Elementarereignisse $\omega \in \Omega$ die Realisationen $X_t(\omega)$ liefern. Variiert man zusätzlich noch $t \in [t_0, T]$, ergibt sich der stochastische Prozeß X. Diese Betrachtungsweise läßt sich problemlos umkehren, indem zunächst ein bestimmtes $\omega \in \Omega$ fixiert und $t \in [t_0, T]$ variiert wird. Als Ergebnis erhält man dann einen bestimmten Pfad, auch Trajektorie genannt, des stochastischen Prozesses. Durch zusätzliche Variation von $\omega \in \Omega$ ergeben sich alle denkbaren Pfade $X(\omega)$ des stochastischen Prozesses X.[4]

Vor diesem Hintergrund ist zu beachten, daß je nach der Beschaffenheit der Indexmenge – diese beschreibt die zeitliche Entwicklung eines stochastischen Prozesses – und des Zustandsraums – dieser enthält die den jeweiligen Zeitpunkten bzw. Zeitintervallen zugeordneten spezifischen Realisationen des Zufallsprozesses – die folgende erste Systematisierung stochastischer Prozesse vorgenommen werden kann.[5]

Zustandsraum Indexmenge	diskret	stetig
diskret	zeitdiskreter, zustandsdiskreter stochastischer Prozeß	zeitdiskreter, zustandsstetiger stochastischer Prozeß
stetig	zeitstetiger, zustandsdiskreter stochastischer Prozeß	zeitstetiger, zustandsstetiger stochastischer Prozeß

Abbildung B.1: Systematisierung stochastischer Prozesse in Abhängigkeit der zugrunde liegenden Indexmenge und des zugrunde liegenden Zustandsraums

Ein zeitdiskreter, zustandsdiskreter stochastischer Prozeß – im strengen mathematischen Sinne eine Zufallskette – ist dadurch gekennzeichnet, daß sich die Realisationen einer Menge von Zufallsvariablen im Zeitablauf nur zu bestimmten, vorher genau festgelegten Zeitpunkten einstellen und die Zufallsvariablen an diesen Zeitpunkten nur abzählbar viele Werte annehmen können. Dadurch läßt sich über die Entwicklung dieses Prozesses zwischen den jeweiligen Beobachtungszeitpunkten keine Aussage treffen.[6]

[4] Vgl. zu dieser Sichtweise Dixit, A. K., Pindyck, R. S. (1994), S. 60; Fahrmeir, L., Kaufmann, H. L., Ost, F. (1981), S. 6; Franke, J., Härdle, W., Hafner, C. (2004), S. 45, 55; Loistl, O. (1994), S. 96 f.; Mann, T. (1994), S. 674; Zimmermann, H. (1998), S. 293 f.

[5] Vgl. Loistl, O. (1994), S. 102.

[6] Vgl. Dixit, A. K., Pindyck, R. S. (1994), S. 61; Loistl, O. (1994), S. 97 ff.

Im Gegensatz hierzu erfolgen bei einem zeitstetigen, zustandsdiskreten stochastischen Prozeß die Realisationen einer Menge von Zufallsvariablen im Zeitablauf kontinuierlich. Damit ist allerdings nicht die Konsequenz verbunden, daß für einen gegebenen Betrachtungszeitraum theoretisch unendlich viele Realisationen tatsächlich beobachtet und notiert werden müssen. Wichtig ist lediglich, daß die Zufallsvariablen einen zeitstetigen Charakter aufweisen. Die im Rahmen der Diskussion des zeitdiskreten, zustandsdiskreten stochastischen Prozesses gemachte Aussage über den Zustandsraum gilt hier analog.

Ein zeitdiskreter, zustandsstetiger stochastischer Prozeß – im strengen mathematischen Sinne eine Zufallsfolge – unterscheidet sich von dem bereits erläuterten zeitdiskreten, zustandsdiskreten stochastischen Prozeß hinsichtlich der Beschaffenheit des Zustandsraums. Während letzterer einen diskreten Zustandsraum unterstellt, betrachtet ersterer eine Menge von Zufallsvariablen, die an jedem bestimmten, vorher genau festgelegten Zeitpunkt jeden Wert aus den reellen Zahlen bzw. innerhalb eines Intervalls der reellen Zahlen jeden Wert annehmen können.

Analog zur Diskussion des zeitstetigen, zustandsdiskreten stochastischen Prozesses erfolgen bei einem zeitstetigen, zustandsstetigen stochastischen Prozeß die Realisationen einer Menge von Zufallsvariablen im Zeitablauf kontinuierlich. Der einzige Unterschied zwischen den beiden genannten Prozessen besteht darin, daß ersterer eine zustandsdiskrete Betrachtung anstellt, während letzterer übereinstimmend mit dem zeitdiskreten, zustandsstetigen stochastischen Prozeß einen stetigen Zustandsraum voraussetzt.

Eine noch differenziertere Betrachtung von Zufallsprozessen läßt sich erreichen, indem die in der Abbildung B.1, S. 284, vorgenommene Systematisierung stochastischer Prozesse in Abhängigkeit der zugrunde liegenden Indexmenge und des zugrunde liegenden Zustandsraums um einen zusätzlichen Aspekt, im folgenden statistische Eigenschaften genannt, erweitert wird.[7] Sind die statistischen Eigenschaften eines Zufallsprozesses, wie zum Beispiel dessen Erwartungswert und dessen Varianz, über lange Zeiträume hinweg konstant, handelt es sich um einen stationären stochastischen Prozeß.[8] Betrachtet man etwa die Wegstrecke, welche die Erde innerhalb eines Jahres um die Sonne zurücklegt, so stellt man folgendes fest: Obwohl der Erwartungswert der heute und morgen von der Erde um die Sonne insgesamt zurückgelegten Entfernung (heute: 01.01.00) zu einem erheblichen Teil von der am heutigen Tage zurückgelegten Wegstrecke abhängt, sind der Erwartungswert und die Varianz der innerhalb des Zeitraums 01.01.00 bis 31.12.00 von der Erde um die Sonne zurückgelegten Entfernung weitgehend unabhängig von der heute zurückgelegten Distanz, allerdings nahezu identisch mit dem Erwartungswert und der

[7]Mit dem Terminus statistische Eigenschaften sind in Abhängigkeit der verfolgten Zielsetzung mehrere Ansätze zur Systematisierung stochastischer Prozesse denkbar. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit umfaßt dieser Begriff die Information bezüglich der Stationarität bzw. Nicht-Stationarität eines Zufallsprozesses, die durch die Ermittlung bestimmter Momentfunktionen (Erwartungswert- und Autokovarianzfunktion) für diesen Prozeß generierbar ist.

[8]Vgl. Dixit, A. K., Pindyck, R. S. (1994), S. 61.

Varianz der innerhalb der Zeiträume 01.01.01 bis 31.12.01, 01.01.02 bis 31.12.02, 01.01.03 bis 31.12.03 usw. von der Erde um die Sonne zurückgelegten Wegstrecke.

Die vorstehende Definition des Begriffs stationär ist allerdings insofern etwas ungenau, als in der Mathematik üblicherweise zwischen streng stationären und schwach stationären stochastischen Prozessen unterschieden wird.[9] Ein Zufallsprozeß $X = \{X_t; t \in [t_0, T]\}$ wird genau dann streng stationär genannt, wenn die von diesem Prozeß erzeugte Familie der endlich-dimensionalen Verteilungsfunktionen

$$\begin{aligned} F_{X_t}(x) &= \mathcal{P}\left[X_t \leqq x\right], \\ F_{X_{t_1},X_{t_2}}(x_1, x_2) &= \mathcal{P}\left[X_{t_1} \leqq x_1, X_{t_2} \leqq x_2\right], \\ &\vdots \\ F_{X_{t_1},\ldots,X_{t_n}}(x_1, \ldots, x_n) &= \mathcal{P}\left[X_{t_1} \leqq x_1, \ldots, X_{t_n} \leqq x_n\right] \end{aligned}$$

für alle $n \in \mathbb{N}$ und für alle $t \in [t_0, T]$ invariant gegen zeitliche Verschiebungen ist, d.h. es muß gelten:[10]

$$F_{X_{t_1},\ldots,X_{t_n}}(x_1, \ldots, x_n) = F_{X_{t_1+t},\ldots,X_{t_n+t}}(x_1, \ldots, x_n) \quad \forall\, n \in \mathbb{N}, \quad \forall\, t_i, t_i + t \in [t_0, T]\,.$$

Da die Überprüfung dieser Forderung im allgemeinen relativ aufwendig und kompliziert ist, verwendet man, insbesondere im Rahmen ökonomischer Fragestellungen, zumeist den Begriff der schwachen Stationarität.[11] Diese liegt vor, wenn über den gesamten Betrachtungszeitraum die Funktion des Erwartungswerts von X_t konstant und damit unabhängig

[9] Vgl. zu den nachstehenden Definitionen dieser beiden Begriffe Arnold, L. (1974), S. 24; Fahrmeir, L., Kaufmann, H. L., Ost, F. (1981), S. 209 ff.; Franke, J., Härdle, W., Hafner, C. (2004), S. 141 f.; Loistl, O. (1994), S. 158.

[10] In diesem Zusammenhang sind folgende Anmerkungen wichtig. Mit der Vorgabe eines stochastischen Prozesses X und eines Wahrscheinlichkeitsraums $(\Omega, \Psi, \mathcal{P})$ sind die vorstehenden Verteilungsfunktionen bestimmt. Diese Menge von Verteilungsfunktionen nennt man die von X erzeugte Familie der endlich-dimensionalen Verteilungsfunktionen. Für ökonomische Fragestellungen interessanter ist allerdings die durch den Existenzsatz von Kolmogorov gesicherte Aussage, daß zu jeder so erzeugten (konsistenten) Familie der endlich-dimensionalen Verteilungsfunktionen ein Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \Psi, \mathcal{P})$ und ein stochastischer Prozeß X existieren, so daß gilt:
$$F_{t_1,\ldots,t_n}(x_1, \ldots, x_n) = F_{X_{t_1},\ldots,X_{t_n}}(x_1, \ldots, x_n) \quad \forall\, n \in \mathbb{N}, \quad \forall\, t_1, \ldots, t_n \in [t_0, T]\,, \quad \forall\, x_1, \ldots, x_n \in \mathbb{R}^1.$$
Obwohl die Eindeutigkeit des stochastischen Prozesses X nach Kolmogorovs Existenzsatz nicht allgemein sichergestellt werden kann – es lassen sich nämlich Fälle konstruieren, in denen mit einer konsistenten Familie unterschiedliche stochastische Prozesse vereinbar sind –, ist für zeitdiskrete Zufallsprozesse die Bestimmung der Wahrscheinlichkeit von Ereignissen durch die konsistente Familie eindeutig. Lediglich bei zeitstetigen stochastischen Prozessen muß eine Beschränkung auf nicht zu irreguläre Pfade erfolgen, damit eine eindeutige Ermittlung der Wahrscheinlichkeit von Ereignissen möglich ist. Das ist bei allen in dieser Arbeit betrachteten Zufallsprozessen gegeben. Vgl. hierzu Fahrmeir, L., Kaufmann, H. L., Ost, F. (1981), S. 9 f.

[11] Die Untersuchung stochastischer Prozesse auf Stationarität respektive Nicht-Stationarität im Rahmen der vorliegenden Arbeit erfolgt ebenfalls auf dieser Grundlage.

von t ist und die Funktion der Autokovarianz nur von der Zeitverschiebung τ bzw. dem Zeitintervall $(t-s)$ abhängt. Das kann mathematisch wie folgt ausgedrückt werden:[12]

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}\left[X_t\right] &= \mu \quad \forall\, t \in [t_0, T] \quad \text{(zeitdiskrete und zeitstetige Betrachtung)}, && \text{(B.1)}\\
\mathcal{A}(t,\tau) &= \mathcal{COV}\left[X_t, X_{t-\tau}\right] \\
&= \mathcal{A}(\tau) \quad \forall\, t \in [t_0, T], \quad \forall\, \tau \in \mathbb{Z} \quad \text{(zeitdiskrete Betrachtung)}, && \text{(B.2)}\\
\mathcal{A}(t,s) &= \mathcal{COV}\left[X_t, X_s\right] \\
&= \mathcal{A}(t-s) \quad \forall\, s,t \in [t_0, T] \quad \text{(zeitstetige Betrachtung)}. && \text{(B.3)}
\end{aligned}$$

Bezüglich der Autokovarianzfunktion kann noch festgehalten werden, daß diese symmetrisch ist und für den Spezialfall $\mathcal{A}(t,\tau=0) = \mathcal{A}(t,0)$ bzw. $\mathcal{A}(t,s=t) = \mathcal{A}(t,t)$ mit der Varianzfunktion $\mathcal{V}\left[X_t\right] = \mathcal{E}\left[\left(X_t - \mathcal{E}\left[X_t\right]\right)^2\right]$ für alle $t \in [t_0, T]$ übereinstimmt.

Demgegenüber verbindet man mit einem nicht-stationären stochastischen Prozeß die Vorstellung, daß sich dessen charakteristische Eigenschaften im Zeitablauf verändern. Das kommt mathematisch durch die Abhängigkeit der Funktionen des Erwartungswerts und/oder der Autokovarianz von der Zeit zum Ausdruck. Als Beispiele für derartige Prozesse lassen sich die Aktienkurse vieler börsennotierter Unternehmen und die Wechselkurse diverser Nationalstaaten anführen, deren Funktionen des Erwartungswerts im Zeitablauf starken Schwankungen ausgesetzt sind und deren Funktionen der Autokovarianz mit zunehmendem Zeithorizont ansteigen.

Die folgende Abbildung B.2, S. 288, veranschaulicht die durch die Kombination der Kriterien Indexmenge und Zustandsraum sowie statistische Eigenschaften entstehenden acht Typen stochastischer Prozesse. Darüber hinaus stellt sie die Information zur Verfügung, in welchen Kapiteln diese Zufallsprozesse erläutert werden respektive welche Kapitel auf diese bezug nehmen.

Abschließend soll noch auf zwei Aspekte hingewiesen werden, die bei der Diskussion zeitdiskreter stochastischer Prozesse (vgl. Anhang B.2, S. 289 ff.) und zeitstetiger stochastischer Prozesse (vgl. Anhang B.3, S. 298 ff.) im Rahmen der vorliegenden Arbeit zu beachten sind. Zum einen erfolgt eine Konzentration auf nicht-stationäre Zufallsprozesse. Das liegt darin begründet, daß diese sowohl eine reichhaltige Struktur als auch einen ausgeprägten Modellcharakter besitzen und damit die Entwicklung ökonomischer Zufallsvariablen im Zeitablauf vielfach wirklichkeitsnäher beschreiben als stationäre stochastische Prozesse, was insbesondere bei der Gegenüberstellung der weiter oben für diese Prozesse genannten statistischen Eigenschaften deutlich wird. Damit soll allerdings nicht

[12] Es läßt sich zeigen, daß jeder streng stationäre Zufallsprozeß, dessen Funktionen des Erwartungswerts und der Autokovarianz existieren, die in den Formeln (B.1) und (B.2) bzw. (B.1) und (B.3) genannten Bedingungen erfüllt, mithin also auch schwach stationär ist. Die Umkehrung dieser Formulierung gilt im allgemeinen nicht. Sie ist lediglich in einem Spezialfall zulässig, wenn nämlich die endlich-dimensionalen Verteilungsfunktionen eines schwach stationären Zufallsprozesses Normalverteilungen sind. Vgl. Arnold, L. (1974), S. 25; Fahrmeir, L., Kaufmann, H. L., Ost, F. (1981), S. 211 f.

(b) / (a)	nicht-stationärer stochastischer Prozeß	stationärer stochastischer Prozeß
zeitdiskreter, zustandsdiskreter stochastischer Prozeß	Prozeßtyp I: Kapitel 4.3.3, S. 131 ff.; Kapitel 4.4.1, S. 168 ff.; Anhang B.2, S. 290 ff.	Prozeßtyp II: Wird in dieser Arbeit nicht diskutiert.
zeitdiskreter, zustandsstetiger stochastischer Prozeß	Prozeßtyp III: Anhang B.2, S. 296 f.	Prozeßtyp IV: Anhang B.2, S. 297 f.
zeitstetiger, zustandsdiskreter stochastischer Prozeß	Prozeßtyp V: Wird in dieser Arbeit nicht diskutiert.	Prozeßtyp VI: Wird in dieser Arbeit nicht diskutiert.
zeitstetiger, zustandsstetiger stochastischer Prozeß	Prozeßtyp VII: Kapitel 4.3.4, S. 154 ff.; Kapitel 4.4.2, S. 237 ff.; Anhang B.3, S. 299 ff.	Prozeßtyp VIII: Anhang B.3, S. 315 f.

Abbildung B.2: Zusammenstellung unterschiedlicher Typen von stochastischen Prozessen in Abhängigkeit der zugrunde liegenden Indexmenge und des zugrunde liegenden Zustandsraums (a) sowie der zugrunde liegenden statistischen Eigenschaften (b) und Hinweis auf deren Diskussion im Rahmen der vorliegenden Arbeit ausgedrückt werden, daß stationäre Zufallsprozesse grundsätzlich keinen oder nur einen sehr geringen Beitrag zu einer wirklichkeitsnahen Modellierung ökonomischer Sachverhalte leisten können. Es sind nämlich durchaus Fälle denkbar, in denen diese die Entwicklung ökonomischer Zufallsvariablen im Zeitablauf besser wiedergeben als nicht-stationäre stochastische Prozesse.[13] Um dennoch eine Vorstellung über die mathematische Beschreibung stationärer Zufallsprozesse entwickeln zu können, werden im Anhang B.2, S. 297 f., und im Anhang B.3, S. 315 f., zwei stochastische Prozesse erläutert, die diese Eigenschaft erfüllen und in der wirtschaftswissenschaftlichen Literatur umfangreich diskutiert worden sind: der First-Order Autoregressive Process (AR(1)-Prozeß) [Prozeßtyp IV] und der Ornstein-Uhlenbeck Geschwindigkeitsprozeß [Prozeßtyp VIII]. Zum anderen weisen alle im Rahmen der vorliegenden Arbeit diskutierten Zufallsprozesse eine bestimmte Eigenschaft auf, die der Naturwissenschaftler A. A. Markov im Jahre 1906 in einer Untersuchung über verkettete Experimente erstmals formuliert hat. Stochastische Prozesse mit dieser Eigenschaft werden zu seinen Ehren Markov-Prozesse genannt. Charakteristisch für diese Prozesse ist, daß zur Ableitung von Prognosewerten einer Zufallsvariablen lediglich deren aktueller Wert benötigt wird, während historische Werte dieser Variablen hierzu keinen Beitrag leisten können. Damit impliziert die Markov-Eigenschaft, daß die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer bestimmten Zufallsvariablen für jeden künftigen Zeitpunkt unabhängig vom Entwicklungspfad dieser Variablen in der Vergangenheit ist. Deshalb spricht man auch davon, daß Markov-Prozesse kein Gedächtnis besitzen.[14]

B.2 Zeitdiskrete stochastische Prozesse

Auf der Basis der Abbildung B.2, S. 288, wird deutlich, daß die Prozeßtypen I bis IV zeitdiskrete Zufallsprozesse darstellen. Wie im Anhang B.1, S. 284 f., erläutert worden ist, erfolgen bei einem zeitdiskreten stochastischen Prozeß die Realisationen einer Menge von Zufallsvariablen im Zeitablauf nur zu bestimmten, vorher genau festgelegten Zeitpunkten. Zur Demonstration dieser Eigenschaft werden ein zeitdiskreter, zustandsdiskreter, nicht-stationärer stochastischer Prozeß (Prozeßtyp I)[15], ein zeitdiskreter, zustandsstetiger, nicht-stationärer stochastischer Prozeß (Prozeßtyp III) sowie ein zeitdiskreter, zustandsstetiger, stationärer stochastischer Prozeß (Prozeßtyp IV) diskutiert.[16] Auf den in der Abbildung B.2, S. 288, ebenfalls genannten zeitdiskreten, zustandsdiskreten, stationären stochastischen Prozeß (Prozeßtyp II) wird demgegenüber nicht weiter eingegangen.

[13] Vgl. hierzu etwa Dixit, A. K., Pindyck, R. S. (1994), S. 159-167, 403-405.

[14] Vgl. etwa Arnold, L. (1974), S. 27; Dixit, A. K., Pindyck, R. S. (1994), S. 62 f.; Hull, J. C. (2000), S. 218 f.; Mann, T. (1994), S. 674; Tomaszewski, C. (2000), S. 125.

[15] Da diesem Prozeßtyp in der vorliegenden Arbeit eine große Bedeutung zukommt, wird er im Verhältnis zu den beiden anderen Prozeßtypen umfangreicher erläutert.

[16] Die formalen Ausführungen zu diesen drei Prozeßtypen erfolgen in Anlehnung an Dixit, A. K., Pindyck, R. S. (1994), S. 61 f.; Franke, J., Härdle, W., Hafner, C. (2004), S. 45-54, 140-145.

A. Zeitdiskreter, zustandsdiskreter, nicht-stationärer stochastischer Prozeß

Dem folgenden zeitdiskreten, zustandsdiskreten, nicht-stationären stochastischen Prozeß ohne Trendkomponente, auch symmetrische einfache Irrfahrt genannt, liegt die Idee zugrunde, daß eine Zufallsvariable X_t^{ddno}, deren Startwert X_0^{ddno} am Ende der Periode 0 bekannt ist, am Ende jeder Folgeperiode t, $t = 1, \ldots, T$, mit einer Wahrscheinlichkeit $\mathcal{P}$ von jeweils 1/2 einen Sprung in Höhe des absoluten Werts +1 nach oben und −1 nach unten realisiert. Der sich durch diese Festlegungen ergebende Zustandsbaum von X_t^{ddno} ist in der Abbildung B.3, S. 291, skizziert. Da die (diskreten) Sprünge unabhängig voneinander erfolgen[17] und zudem unabhängig vom Startwert X_0^{ddno} sind, kann dieser Sachverhalt wie folgt ausgedrückt werden:

$$X_t^{ddno} = X_{t-1}^{ddno} + \epsilon_t, \quad \begin{array}{l} X_0^{ddno} = 0 \text{ (beliebig, aber deterministisch)}, \\ \mathcal{P}\left[\epsilon_t = +1\right] = p = \mathcal{P}\left[\epsilon_t = -1\right] = (1-p) = q = 1/2 \\ \text{für} \quad t = 1, \ldots, T. \end{array} \tag{B.4}$$

In der vorstehenden linearen stochastischen Differenzengleichung 1. Ordnung repräsentiert ϵ_t eine nicht näher bezeichnete Zufallsvariable mit der Wahrscheinlichkeitsverteilung $\mathcal{P}\left[\epsilon_t = +1\right] = \mathcal{P}\left[\epsilon_t = -1\right] = 1/2$ für $t = 1, \ldots, T$. Daraus folgt für den Erwartungswert und die Varianz von ϵ_t:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}\left[\epsilon_t\right] &= 1 \cdot p + (-1) \cdot (1-p) = 2 \cdot p - 1 = 2 \cdot 1/2 - 1 = 0, \quad t = 1, \ldots, T, \\ \mathcal{V}\left[\epsilon_t\right] &= \left(1 - \mathcal{E}\left[\epsilon_t\right]\right)^2 \cdot p + \left(-1 - \mathcal{E}\left[\epsilon_t\right]\right)^2 \cdot (1-p) = p + (1-p) = 1, \quad t = 1, \ldots, T. \end{aligned}$$

Da die Zufallsvariable ϵ_t als Argument der Funktion $X_t^{ddno} = f(\epsilon_t)$ auftritt, stellt auch X_t^{ddno} wieder eine Zufallsvariable dar. Diese beschreibt einen zeitdiskreten, zustandsdiskreten stochastischen Prozeß, dessen Funktionen des Erwartungswerts und der Autokovarianz folgende Gestalt aufweisen:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}\left[X_t^{ddno}\right] &= \mathcal{E}\left[X_0^{ddno} + \sum_{i=1}^{t} \epsilon_i\right] = X_0^{ddno} + \mathcal{E}\left[\sum_{i=1}^{t} \epsilon_i\right] = X_0^{ddno} + \sum_{i=1}^{t} \mathcal{E}[\epsilon_i] \\ &= X_0^{ddno} + t \cdot \mathcal{E}[\epsilon_i] = X_0^{ddno} = 0, \quad t = 1, \ldots, T, \\ \mathcal{A}^{ddno}(t, \tau) &= \mathcal{COV}\left[X_t^{ddno}, X_{t-\tau}^{ddno}\right] = \mathcal{COV}\left[X_0^{ddno} + \sum_{i=1}^{t} \epsilon_i, X_0^{ddno} + \sum_{j=1}^{t-\tau} \epsilon_j\right] \\ &= \mathcal{COV}\left[\sum_{i=1}^{t} \epsilon_i, \sum_{j=1}^{t-\tau} \epsilon_j\right] = \sum_{j=1}^{t-\tau} \sum_{i=1}^{t} \mathcal{COV}\left[\epsilon_i, \epsilon_j\right] \\ &= \sum_{j=1}^{t-\tau} \mathcal{V}\left[\epsilon_j\right] = (t - \tau) \cdot \mathcal{V}\left[\epsilon_j\right] = t - \tau \quad \forall\, t > \tau, \quad t = 1, \ldots, T. \end{aligned}$$

---

[17] Aus den vorstehenden Ausführungen läßt sich schlußfolgern, daß die Zuwächse $\epsilon_t = X_t^{ddno} - X_{t-1}^{ddno}$, $t = 1, \ldots, T$, unabhängig identisch verteilt sind. Das ist genau dann der Fall, wenn $\epsilon_1, \ldots, \epsilon_T$ unabhängige Zufallsgrößen bezeichnen ($\mathcal{COV}\left[\epsilon_i, \epsilon_j\right] = 0\ \forall\, i \neq j,\ i, j = 1, \ldots, t$), die alle die gleiche Verteilung aufweisen ($\mathcal{P}\left[a \leqq \epsilon_i \leqq b\right] = \mathcal{P}\left[a \leqq \epsilon_j \leqq b\right],\ i, j = 1, \ldots, t$). Vgl. Franke, J., Härdle, W., Hafner, C. (2004), S. 41 f.

					$\cdots$
				$X_4^{ddno} = +4$	
			$X_3^{ddno} = +3$		$\cdots$
		$X_2^{ddno} = +2$		$X_4^{ddno} = +2$	
	$X_1^{ddno} = +1$		$X_3^{ddno} = +1$		$\cdots$
$X_0^{ddno} = \pm 0$		$X_2^{ddno} = \pm 0$		$X_4^{ddno} = \pm 0$	
	$X_1^{ddno} = -1$		$X_3^{ddno} = -1$		$\cdots$
		$X_2^{ddno} = -2$		$X_4^{ddno} = -2$	
			$X_3^{ddno} = -3$		$\cdots$
				$X_4^{ddno} = -4$	
					$\cdots$
$t = 0$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$	$t = 4$	$\cdots$

Abbildung B.3: Zustandsbaum der symmetrischen einfachen Irrfahrt X_t^{ddno}

Daraus folgt unmittelbar, daß es sich bei X_t^{ddno} um einen nicht-stationären Zufallsprozeß handelt.[18] Die auf der Grundlage der Abbildung B.3 und der Formel (B.4), S. 290, in der Abbildung B.4, S. 292, für einen Zeitraum von 20 Perioden skizzierten Trajektorien (punktierte Linie: $\mathcal{E}\left[X_t^{ddno}\right]$) verdeutlichen darüber hinaus, daß X_t^{ddno} binomialverteilt[19] ist. Für

[18]Vgl. die Ausführungen zu den Formeln (B.1) und (B.2) im Anhang B.1, S. 286 f.

[19]Die Binomialverteilung, auch Bernoulli-Verteilung genannt, ist eine diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilung, deren zugrunde liegende Wahrscheinlichkeitsfunktion von dem französischen Mathematiker J. Bernoulli (1654-1705) in einem erst im Jahre 1713 veröffentlichten Aufsatz abgeleitet worden ist. Betrachtet wird ein Zufallsexperiment, das lediglich zwei mögliche Ergebnisse liefern kann, nämlich die Ereignisse $\epsilon_t = +1$ und $\epsilon_t = -1$. Diese treten mit den Wahrscheinlichkeiten $\mathcal{P}[\epsilon_t = +1] = p$ und $\mathcal{P}[\epsilon_t = -1] = (1-p) = q$ auf. Wird dieses Zufallsexperiment insgesamt t-mal unabhängig voneinander wiederholt, kann zur Berechnung der Wahrscheinlichkeiten für das j-malige Auftreten des Ereignisses $\epsilon_t = +1$ und das $(t-j)$-malige Auftreten des Ereignisses $\epsilon_t = -1$ der Multiplikationssatz für stochastisch unabhängige Ereignisse verwendet werden, und man erhält:

$$\mathcal{P}[j\text{-mal } \epsilon_t = +1] = p^j \quad \text{und} \quad \mathcal{P}[(t-j)\text{-mal } \epsilon_t = -1] = (1-p)^{t-j} = q^{t-j}.$$

Es ist allerdings noch zu berücksichtigen, daß bei t unabhängigen Wiederholungen des Zufallsexperi-

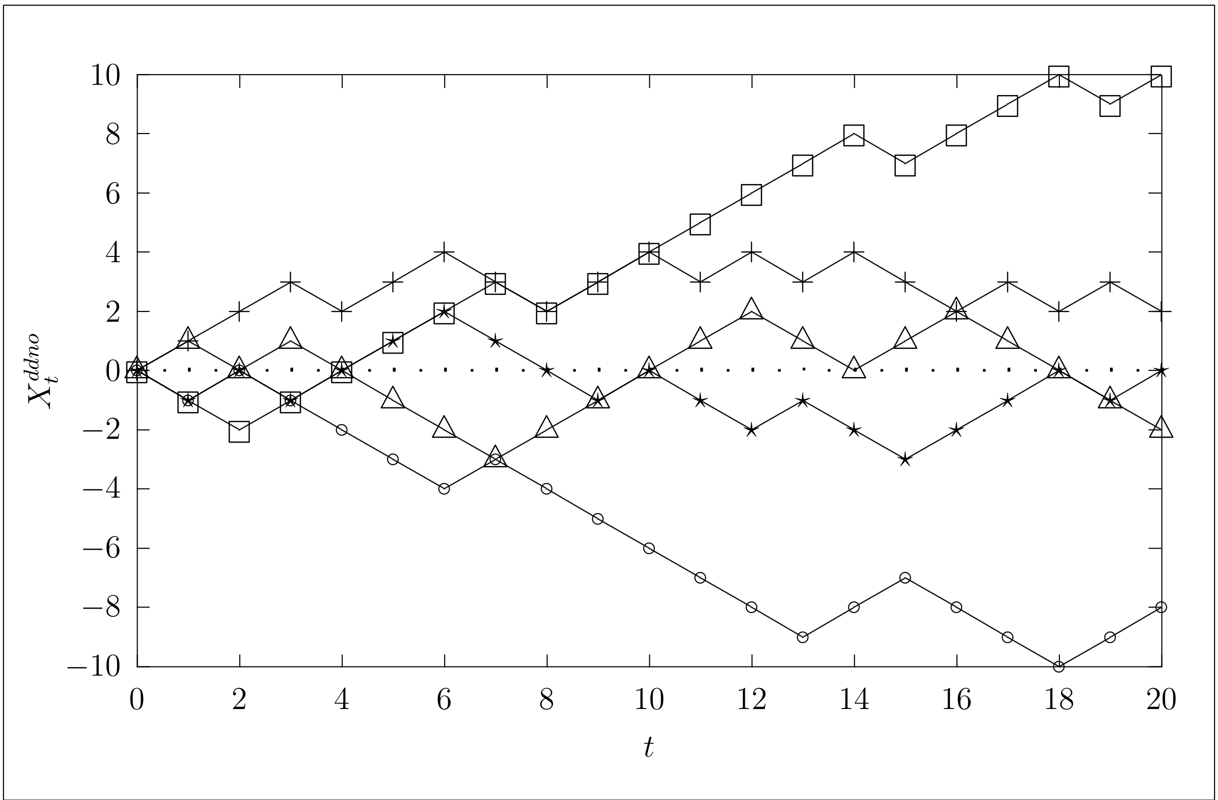

Abbildung B.4: Fünf beispielhafte Trajektorien der symmetrischen ($p = q = 1/2$) einfachen Irrfahrt X_t^{ddno}

ments verschiedene Ergebnisfolgen existieren, bei denen genau j-mal $\epsilon_t = +1$ und $(t-j)$-mal $\epsilon_t = -1$ realisiert werden. Aufgrund der stochastischen Unabhängigkeit der Ereignisse kann man sich allerdings auf die Ermittlung der Wahrscheinlichkeit für die Realisation einer beliebigen dieser unterschiedlichen Ergebnisfolgen beschränken, da diese mit den Wahrscheinlichkeiten für die Realisation der verbleibenden Ergebnisfolgen übereinstimmt. Unter Berücksichtigung des bereits bekannten Multiplikationssatzes für stochastisch unabhängige Ereignisse ergibt sich folgende Berechnungsvorschrift:

$$\mathcal{P}\left[j\text{-mal } \epsilon_t = +1; (t-j)\text{-mal } \epsilon_t = -1\right] = p^j \cdot (1-p)^{t-j} = p^j \cdot q^{t-j}.$$

Da mit t unabhängigen Wiederholungen des Zufallsexperiments $t!/\left[j! \cdot (t-j)!\right]$ unterschiedliche Ergebnisfolgen existieren, bei denen $\epsilon_t = +1$ genau j-mal auftritt, erhält man die Wahrscheinlichkeitsfunktion der Binomialverteilung $[f_J(j/t;p)]$ durch Multiplikation der Anzahl dieser Ergebnisfolgen mit der Wahrscheinlichkeit für die Realisation einer beliebigen Ergebnisfolge. Es ergibt sich demnach:

$$f_J(j/t;p) = \mathcal{P}\left[J = j\right] = \binom{t}{j} \cdot p^j \cdot (1-p)^{t-j} = \binom{t}{j} \cdot p^j \cdot q^{t-j}, \quad j = 0, \ldots, t.$$

Diese Formel liefert eine Vorschrift zur Ermittlung der Wahrscheinlichkeit für das j-malige Auftreten des Ereignisses $\epsilon_t = +1$, wenn das Zufallsexperiment t-mal unabhängig voneinander wiederholt wird. Die Verteilungsfunktion der Binomialverteilung $[F_J(j/t;p)]$ ermittelt demgegenüber die Wahrscheinlichkeit, mit der die binomialverteilte Zufallsvariable J bei gegebenem t und gegebenem p höchstens den Wert j annimmt. Sie ergibt sich durch Summation der einzelnen binomialen Wahrscheinlichkeiten und läßt sich wie folgt darstellen:

$$F_J(j/t;p) = \mathcal{P}\left[J \leqq j\right] = \sum_{v=0}^{j} \binom{t}{v} \cdot p^v \cdot (1-p)^{t-v} = \sum_{v=0}^{j} \binom{t}{v} \cdot p^v \cdot q^{t-v}, \quad j = 0, \ldots, t.$$

Vgl. Bamberg, G., Baur, F. (2002), S. 99 ff.; Bleymüller, J., Gehlert, G., Gülicher, H. (2004), S. 52 ff.; Bronstein, I. N., Semendjajew, K. A. et al. (2001), S. 775 f.; Franke, J., Härdle, W., Hafner, C. (2004), S. 37.

eine bestimmte Anzahl von Sprüngen t beträgt die Wahrscheinlichkeit für j aufwärts- und $(t-j)$ abwärtsgerichtete Sprünge $(t!/\left[j! \cdot (t-j)!\right]) \cdot 2^{-t}$. Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß X_t^{ddno} am Ende der Periode t einen absoluten Wert in Höhe von $(2 \cdot j - t)$ annimmt, kann demnach wie folgt ermittelt werden:[20]

$$\mathcal{P}\left[X_t^{ddno} = 2 \cdot j - t\right] = \binom{t}{j} \cdot 2^{-t}, \quad j = 0, \ldots, t. \tag{B.5}$$

Überträgt man diesen Sachverhalt auf die in der Abbildung B.3, S. 291, berechneten absoluten Werte von X_t^{ddno}, ergibt sich die nachstehende, für alle binomialverteilten zeitdiskreten stochastischen Prozesse geltende Wahrscheinlichkeitsverteilung.

					$\cdots$
				p^4	
			p^3		$\cdots$
		p^2		$4 \cdot p^3 \cdot q$	
	p		$3 \cdot p^2 \cdot q$		$\cdots$
X_0^{ddno}		$2 \cdot p \cdot q$		$6 \cdot p^2 \cdot q^2$	
	q		$3 \cdot p \cdot q^2$		$\cdots$
		q^2		$4 \cdot p \cdot q^3$	
			q^3		$\cdots$
				q^4	
					$\cdots$
$t = 0$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$	$t = 4$	$\cdots$

Abbildung B.5: Entwicklung der für alle binomialverteilten zeitdiskreten stochastischen Prozesse geltenden Wahrscheinlichkeiten im Zeitablauf

Der bisher diskutierte zeitdiskrete, zustandsdiskrete, nicht-stationäre stochastische Prozeß ohne Trendkomponente stellt insofern einen Spezialfall dar, als er am Ende jeder

[20]Vgl. die Ausführungen in der Fußnote 19, S. 291 f.

Periode t, $t = 1, \ldots, T$, mit Wahrscheinlichkeit $1/2$ einen Sprung in Höhe des absoluten Werts $+1$ nach oben und -1 nach unten realisiert. Geht man demgegenüber davon aus, daß am Ende jeder Periode $t, t = 1, \ldots, T$, die Wahrscheinlichkeit für einen Sprung in Höhe des absoluten Werts $+1$ nach oben größer oder kleiner ist als für einen Sprung in Höhe des absoluten Werts -1 nach unten, mithin also $\mathcal{P}[\epsilon_t = +1] = p > \mathcal{P}[\epsilon_t = -1] = (1-p) = q$ oder $\mathcal{P}[\epsilon_t = +1] = p < \mathcal{P}[\epsilon_t = -1] = (1-p) = q$ gilt, handelt es sich um einen zeitdiskreten, zustandsdiskreten, nicht-stationären stochastischen Prozeß mit positiver oder negativer Trendkomponente, auch einfache Irrfahrt genannt. Dieser wird im folgenden durch das Symbol X_t^{ddnm} gekennzeichnet und läßt sich für einen Zeitraum von 20 Perioden graphisch wie folgt visualisieren (vgl. Abbildung B.6, S. 295; punktierte Linien: $\mathcal{E}\left[X_t^{ddnm}\right]$). Für den Erwartungswert und die Varianz von ϵ_t erhält man demnach:

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}[\epsilon_t] &= 1 \cdot p + (-1) \cdot (1-p) = 2 \cdot p - 1, \quad t = 1, \ldots, T, \\
\mathcal{V}[\epsilon_t] &= (1 - \mathcal{E}[\epsilon_t])^2 \cdot p + (-1 - \mathcal{E}[\epsilon_t])^2 \cdot (1-p) \\
&= \left(1 - 2 \cdot \mathcal{E}[\epsilon_t] + (\mathcal{E}[\epsilon_t])^2\right) \cdot p + \left(1 + 2 \cdot \mathcal{E}[\epsilon_t] + (\mathcal{E}[\epsilon_t])^2\right) \cdot (1-p) \\
&= -4 \cdot p \cdot \mathcal{E}[\epsilon_t] + 1 + 2 \cdot \mathcal{E}[\epsilon_t] + (\mathcal{E}[\epsilon_t])^2 \\
&= (2 \cdot p - 1) \cdot (-2 \cdot p + 1) + 1 = -4 \cdot p^2 + 4 \cdot p \\
&= 4 \cdot p \cdot (1-p) = 4 \cdot p \cdot q, \quad t = 1, \ldots, T.
\end{aligned}$$

In völliger Übereinstimmung mit der Formel (B.4), S. 290, beschreiben die Abbildungen B.3, S. 291, und B.5, S. 293, auch den Zustandsbaum und die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X_t^{ddnm}, wenn $X_0^{ddnm} = 0$ gilt. Im Unterschied zur Formel (B.5), S. 293, berechnet sich die Wahrscheinlichkeit dafür, daß dieser Zufallsprozeß am Ende der Periode t einen absoluten Wert in Höhe von $(2 \cdot j - t)$ annimmt, gemäß nachstehender Gleichung:[21]

$$\mathcal{P}\left[X_t^{ddnm} = 2 \cdot j - t\right] = \binom{t}{j} \cdot p^j \cdot (1-p)^{t-j} = \binom{t}{j} \cdot p^j \cdot q^{t-j}, \quad j = 0, \ldots, t. \qquad \text{(B.6)}$$

Abschließend soll noch darauf hingewiesen werden, daß für die Funktionen des Erwartungswerts und der Autokovarianz von X_t^{ddnm} gilt:

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}\left[X_t^{ddnm}\right] &= \mathcal{E}\left[X_0^{ddnm} + \sum_{i=1}^{t} \epsilon_i\right] = X_0^{ddnm} + \mathcal{E}\left[\sum_{i=1}^{t} \epsilon_i\right] = X_0^{ddnm} + \sum_{i=1}^{t} \mathcal{E}[\epsilon_i] \\
&= X_0^{ddnm} + t \cdot \mathcal{E}[\epsilon_i] = t \cdot (2 \cdot p - 1), \quad t = 1, \ldots, T, \\
\mathcal{A}^{ddnm}(t, \tau) &= \mathcal{COV}\left[X_t^{ddnm}, X_{t-\tau}^{ddnm}\right] = \mathcal{COV}\left[X_0^{ddnm} + \sum_{i=1}^{t} \epsilon_i, X_0^{ddnm} + \sum_{j=1}^{t-\tau} \epsilon_j\right] \\
&= \mathcal{COV}\left[\sum_{i=1}^{t} \epsilon_i, \sum_{j=1}^{t-\tau} \epsilon_j\right] = \sum_{j=1}^{t-\tau} \sum_{i=1}^{t} \mathcal{COV}[\epsilon_i, \epsilon_j] \\
&= \sum_{j=1}^{t-\tau} \mathcal{V}[\epsilon_j] = 4 \cdot (t - \tau) \cdot p \cdot q, \quad \forall\, t > \tau, \quad t = 1, \ldots, T.
\end{aligned}$$

[21] Vgl. wieder die Ausführungen in der Fußnote 19, S. 291 f.

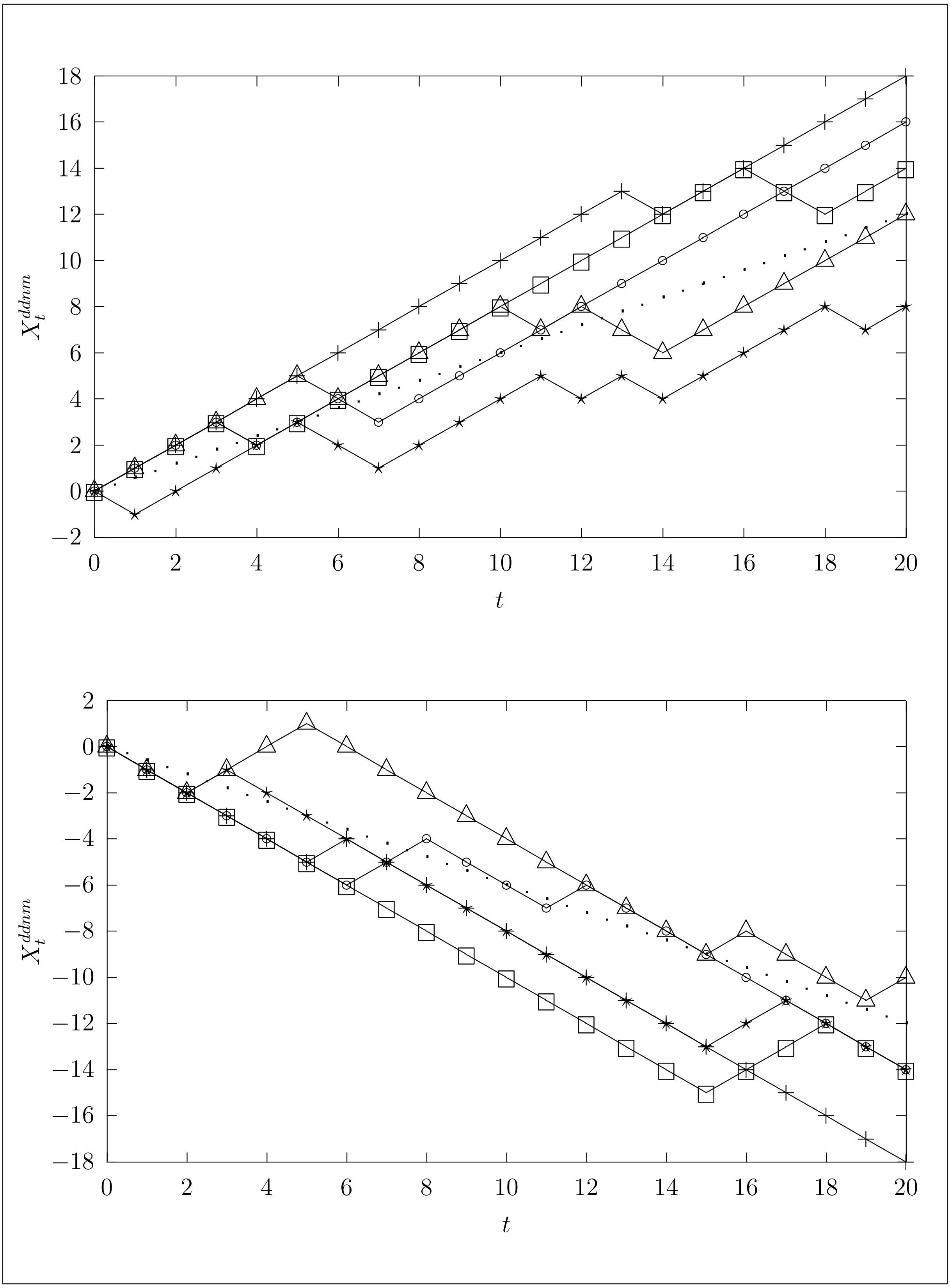

Abbildung B.6: Fünf beispielhafte Trajektorien der einfachen Irrfahrt X_t^{ddnm} mit $p = 0{,}8$ (obere Graphik) und $p = 0{,}2$ (untere Graphik)

Demnach handelt es sich bei X_t^{ddnm} ebenfalls um einen nicht-stationären Zufallsprozeß. Im Gegensatz zu X_t^{ddno} stellen sich mit zunehmendem Zeithorizont allerdings folgende Entwicklungen ein: Für $p > q$ bzw. $p < q$ kommt es zu einem linearen Anstieg bzw. Absinken der Funktion des Erwartungswerts von X_t^{ddnm}, während die Funktion der Autokovarianz von X_t^{ddnm} unabhängig von dieser Fallunterscheidung durch einen linearen Anstieg gekennzeichnet ist.

B. Zeitdiskreter, zustandsstetiger, nicht-stationärer stochastischer Prozeß

Bei einem zeitdiskreten, zustandsstetigen, nicht-stationären stochastischen Prozeß wird eine Menge von Zufallsvariablen betrachtet, die an jedem bestimmten, vorher genau festgelegten Zeitpunkt jeden Wert aus den reellen Zahlen bzw. innerhalb eines Intervalls der reellen Zahlen jeden Wert annehmen können. Da die (diskreten) Sprünge wieder unabhängig identisch verteilt sind und unabhängig vom Startwert X_0^{dsn} erfolgen, läßt sich dieser Sachverhalt auf der Basis der Formel (B.4), S. 290, wie folgt ausdrücken:

$$X_t^{dsn} = X_{t-1}^{dsn} + \xi_t, \quad X_0^{dsn} = 0 \text{ (beliebig, aber deterministisch)}, \quad t = 1, \ldots, T. \qquad \text{(B.7)}$$

ξ_t repräsentiert in dieser linearen stochastischen Differenzengleichung 1. Ordnung eine nicht näher bezeichnete normalverteilte[22] Zufallsvariable mit folgendem Erwartungswert und folgender Varianz: $\mathcal{E}[\xi_t] = 0$ und $\mathcal{V}[\xi_t] = \sigma^2$, jeweils für $t = 1, \ldots, T$. Damit bezeichnet auch X_t^{dsn} eine Zufallsvariable, die als zeitdiskreter, zustandsstetiger stochastischer Prozeß verstanden werden kann, dessen Funktionen des Erwartungswerts und der Autokovarianz die nachstehende Form aufweisen:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}\left[X_t^{dsn}\right] &= \mathcal{E}\left[X_0^{dsn} + \sum_{i=1}^{t} \xi_i\right] = X_0^{dsn} + \mathcal{E}\left[\sum_{i=1}^{t} \xi_i\right] = X_0^{dsn} + \sum_{i=1}^{t} \mathcal{E}\left[\xi_i\right] \\ &= X_0^{dsn} + t \cdot \mathcal{E}\left[\xi_i\right] = X_0^{dsn} = 0, \quad t = 1, \ldots, T, \end{aligned}$$

[22] Im Gegensatz zu der in der Fußnote 19, S. 291 f., diskutierten Binomialverteilung, die eine diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilung darstellt, handelt es sich bei der Normalverteilung um eine stetige Wahrscheinlichkeitsverteilung. Sie ist bereits im Jahre 1733 von dem französischen Mathematiker A. DeMoivre als Approximation an die Binomialverteilung abgeleitet worden und stellt aus unterschiedlichen, hier nicht näher zu betrachtenden Gründen die in der wirtschaftswissenschaftlichen Forschung am häufigsten postulierte statistische Verteilung dar. Ihre Dichtefunktion, das Analogon der Wahrscheinlichkeitsfunktion einer diskreten Wahrscheinlichkeitsverteilung, lautet

$$f_X(x/\mu;\sigma^2) = \mathcal{P}\left[X = x\right] = \left[1/\left(\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma^2}\right)\right] \cdot \exp\left\{-\left(x-\mu\right)^2 / \left(2 \cdot \sigma^2\right)\right\}$$

und ermittelt für gegebene Werte von μ und σ^2 die Wahrscheinlichkeit, mit der die Zufallsvariable X den Wert x annimmt. Demgegenüber gibt die Verteilungsfunktion der Normalverteilung $\left[F_X(x/\mu;\sigma^2)\right]$ die Wahrscheinlichkeit an, mit der die normalverteilte Zufallsvariable X für gegebenes μ und gegebenes σ^2 höchstens den Wert x annimmt. Diese läßt sich wie folgt berechnen:

$$F_X(x/\mu;\sigma^2) = \mathcal{P}\left[X \leqq x\right] = \int_{-\infty}^{x} \left[1/\left(\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma^2}\right)\right] \cdot \exp\left\{-\left(v-\mu\right)^2 / \left(2 \cdot \sigma^2\right)\right\} dv.$$

Vgl. Bamberg, G., Baur, F. (2002), S. 108 ff.; Bleymüller, J., Gehlert, G., Gülicher, H. (2004), S. 60 ff.; Bronstein, I. N., Semendjajew, K. A. et al. (2001), S. 778 ff.; Franke, J., Härdle, W., Hafner, C. (2004), S. 36, 38 f.

$$\begin{aligned}
\mathcal{A}^{dsn}(t,\tau) &= \mathcal{COV}\left[X_t^{dsn}, X_{t-\tau}^{dsn}\right] = \mathcal{COV}\left[X_0^{dsn} + \sum_{i=1}^{t}\xi_i, X_0^{dsn} + \sum_{j=1}^{t-\tau}\xi_j\right] \\
&= \mathcal{COV}\left[\sum_{i=1}^{t}\xi_i, \sum_{j=1}^{t-\tau}\xi_j\right] = \sum_{j=1}^{t-\tau}\sum_{i=1}^{t}\mathcal{COV}\left[\xi_i,\xi_j\right] \\
&= \sum_{j=1}^{t-\tau}\mathcal{V}\left[\xi_j\right] = (t-\tau)\cdot\mathcal{V}\left[\xi_j\right] = (t-\tau)\cdot\sigma^2 \quad \forall\, t>\tau, \quad t=1,\ldots,T.
\end{aligned}$$

Anhand dieser Ergebnisse wird deutlich, daß X_t^{dsn} in Übereinstimmung mit X_t^{ddno} aus Formel (B.4), S. 290, einen nicht-stationären Zufallsprozeß beschreibt, dessen Funktion der Autokovarianz im Zeitablauf linear ansteigt.

C. Zeitdiskreter, zustandsstetiger, stationärer stochastischer Prozeß

Analog zu dem zeitdiskreten, zustandsstetigen, nicht-stationären stochastischen Prozeß erfolgen bei dem bereits im Anhang B.1, S. 289, genannten und im folgenden diskutierten AR(1)-Prozeß X_t^{dss} die Realisationen einer Menge von Zufallsvariablen am Ende jedes bestimmten, vorher genau festgelegten Zeitpunkts zustandsstetig. Das kann mathematisch wie folgt beschrieben werden:

$$X_t^{dss} = \delta + \rho\cdot X_{t-1}^{dss} + \xi_t, \quad -1<\rho<1, \quad t=1,\ldots,T. \tag{B.8}$$

In der vorstehenden linearen stochastischen Differenzengleichung 1. Ordnung bezeichnen δ und ρ Konstanten, während ξ_t die aus der Formel (B.7), S. 296, bekannte normalverteilte Zufallsvariable ist mit $\mathcal{E}\left[\xi_t\right] = 0$ und $\mathcal{V}\left[\xi_t\right] = \sigma^2$. Folglich repräsentiert auch X_t^{dss} eine Zufallsvariable, die als zeitdiskreter, zustandsstetiger stochastischer Prozeß verstanden werden kann, dessen langfristige Funktionen des Erwartungswerts und der Autokovarianz unabhängig vom Startwert X_0^{dss} sind und die folgende Gestalt aufweisen: $\mathcal{E}\left[X_t^{dss}\right] = \delta/\left(1-\rho\right)$ und $\mathcal{A}^{dss}(\tau) = \left[\sigma^2/\left(1-\rho\right)^2\right]\cdot\rho^\tau$. Den Ausgangspunkt für die Berechnung dieser Ergebnisse bildet die Formel (B.8), die sich durch iterierte Substitution wie folgt schreiben läßt:

$$\begin{aligned}
X_t^{dss} &= \delta + \rho\cdot X_{t-1}^{dss} + \xi_t \\
&= \delta\cdot\left(\rho^0+\rho^1+\ldots+\rho^{k-1}\right) + \rho^k\cdot X_{t-k}^{dss} + \rho^0\cdot\xi_{t-0} + \rho^1\cdot\xi_{t-1} + \ldots + \rho^{k-1}\cdot\xi_{t-(k-1)} \\
&= \delta\cdot\left(\sum_{i=0}^{k-1}\rho^i\right) + \rho^k\cdot X_{t-k}^{dss} + \sum_{i=0}^{k-1}\rho^i\cdot\xi_{t-i} \\
&= \delta\cdot\frac{1-\rho^k}{1-\rho} + \rho^k\cdot X_{t-k}^{dss} + \sum_{i=0}^{k-1}\rho^i\cdot\xi_{t-i}, \quad k=1,\ldots,t, \quad t=1,\ldots,T.
\end{aligned}$$

Wenn X_{t-k}^{dss} für ein spezifisches k gegeben ist – mit der Wahl $k=t$ erhält man zum Beispiel den Startwert X_0^{dss} –, hängen die Eigenschaften des Prozesses X_t^{dss} von diesem

Wert ab. Da δ und ρ Konstanten repräsentieren und zudem $-1 < \rho < 1$ gilt, verschwindet dieser Einfluß mit zunehmendem Betrachtungshorizont, und X_t^{dss} besitzt die nachstehende Form:

$$X_t^{dss} = \lim_{k\to\infty} \left[\delta \cdot \frac{1-\rho^k}{1-\rho} + \rho^k \cdot X_{t-k}^{dss} + \sum_{i=0}^{k-1} \rho^i \cdot \xi_{t-i} \right] = \frac{\delta}{1-\rho} + \sum_{i=0}^{\infty} \rho^i \cdot \xi_{t-i}.$$

Die Anwendung der Formeln (B.1) und (B.2), S. 287, liefert schließlich:

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}\left[X_t^{dss}\right] &= \mathcal{E}\left[\frac{\delta}{1-\rho} + \sum_{i=0}^{\infty} \rho^i \cdot \xi_{t-i}\right] = \frac{\delta}{1-\rho} + \mathcal{E}\left[\sum_{i=0}^{\infty} \rho^i \cdot \xi_{t-i}\right] \\
&= \frac{\delta}{1-\rho} + \sum_{i=0}^{\infty} \rho^i \cdot \mathcal{E}\left[\xi_{t-i}\right] = \frac{\delta}{1-\rho}, \quad t = 1, \ldots, T, \\
\mathcal{A}^{dss}(t,\tau) &= \mathcal{COV}\left[X_t^{dss}, X_{t-\tau}^{dss}\right] = \mathcal{COV}\left[\frac{\delta}{1-\rho} + \sum_{i=0}^{\infty} \rho^i \cdot \xi_{t-i}, \frac{\delta}{1-\rho} + \sum_{j=0}^{\infty} \rho^j \cdot \xi_{t-\tau-j}\right] \\
&= \mathcal{COV}\left[\sum_{i=0}^{\infty} \rho^i \cdot \xi_{t-i}, \sum_{j=0}^{\infty} \rho^j \cdot \xi_{t-\tau-j}\right] = \sum_{j=0}^{\infty}\sum_{i=0}^{\infty} \rho^i \cdot \rho^j \cdot \mathcal{COV}\left[\xi_{t-i}, \xi_{t-\tau-j}\right] \\
&= \sum_{j=0}^{\infty} \rho^{\tau+j} \cdot \rho^j \cdot \mathcal{COV}\left[\xi_{t-\tau-j}, \xi_{t-\tau-j}\right] = \rho^\tau \cdot \left(\sum_{j=0}^{\infty} \rho^j\right)^2 \cdot \mathcal{V}\left[\xi_{t-\tau-j}\right] \\
&= \rho^\tau \cdot \left(\frac{1}{1-\rho}\right)^2 \cdot \sigma^2 = \frac{\sigma^2}{(1-\rho)^2} \cdot \rho^\tau = \mathcal{A}^{dss}(\tau), \quad t = 1, \ldots, T.
\end{aligned}$$

Diese Ergebnisse verdeutlichen, daß X_t^{dss} einen stationären Zufallsprozeß beschreibt.

B.3 Zeitstetige stochastische Prozesse

Während bei den im Anhang B.2, S. 289 ff., erläuterten zeitdiskreten stochastischen Prozessen die Realisationen einer Menge von Zufallsvariablen im Zeitablauf nur zu bestimmten, vorher genau festgelegten Zeitpunkten stattfinden, sind die in der Abbildung B.2, S. 288, angeführten zeitstetigen stochastischen Prozesse (Prozeßtypen V bis VIII) durch im Zeitablauf kontinuierlich erfolgende Realisationen einer Menge von Zufallsvariablen gekennzeichnet.[23] Das wird durch die Diskussion eines zeitstetigen, zustandsstetigen, nicht-stationären stochastischen Prozesses (Prozeßtyp VII)[24] sowie eines zeitstetigen, zustandsstetigen, stationären stochastischen Prozesses (Prozeßtyp VIII) deutlich.[25] Auf die

[23] Vgl. die Ausführungen im Anhang B.1, S. 284 f.

[24] Da diesem Prozeßtyp in der vorliegenden Arbeit eine große Bedeutung zukommt, wird er im Verhältnis zu Prozeßtyp VIII umfangreicher erläutert.

[25] Die formalen Ausführungen zu diesen beiden Prozeßtypen erfolgen in Anlehnung an Arnold, L. (1974), S. 45-136; Beyer, O., Girlich, H.-J., Zschiesche, H.-U. (1988), S. 6-20, 48-53, 62-65; Dixit, A. K., Pindyck, R. S. (1994), S. 63-67, 70-78, 90 f.; Fahrmeir, L., Kaufmann, H. L., Ost, F. (1981), S. 182-208, 335 f.

in der Abbildung B.2, S. 288, ebenfalls genannten zeitstetigen, zustandsdiskreten, nicht-stationären und stationären Zufallsprozesse (Prozeßtypen V und VI) wird demgegenüber nicht weiter eingegangen.

A. Zeitstetiger, zustandsstetiger, nicht-stationärer stochastischer Prozeß

Die Diskussion zeit- und zustandsstetiger Modelle erfolgt in dieser Arbeit auf der Grundlage eines ganz bestimmten zeitstetigen, zustandsstetigen, nicht-stationären Zufallsprozesses, den man in der Literatur geometrische Brownsche Bewegung mit Trendkomponente (englisch: Geometric Brownian Motion with Drift) nennt.[26] Zum besseren Verständnis dieses Prozeßtyps werden im folgenden zunächst die Brownsche Bewegung ohne und mit Trendkomponente erläutert, um über deren Verallgemeinerung, den sogenannten Itô-Prozeß, zur geometrischen Brownschen Bewegung mit Trendkomponente zu gelangen.

A.1. Brownsche Bewegung ohne Trendkomponente

Ein stochastischer Prozeß $X = \{X(t); t \in [t_0, T]\}$ mit stetigen Realisationen beschreibt genau dann eine allgemeine Brownsche Bewegung ohne Trendkomponente $X^{ssno}(t)$ bzw. einen eindimensionalen allgemeinen Wiener-Prozeß $W(t)$, wenn nachstehende Bedingungen erfüllt sind.[27] Es muß sich bei X erstens um einen Markov-Prozeß[28] handeln.[29] Das

[26]Der englische Botaniker R. Brown entdeckte und beschrieb im Jahre 1826 erstmals die Bewegungen hinreichend kleiner Partikel in einer homogenen, ruhenden Flüssigkeit, die durch nacheinander erfolgende stochastische Zusammenstöße von Nachbarpartikeln ausgelöst wurden. Auf dieser Grundlage formulierte der deutsche Physiker A. Einstein im Jahre 1905 eine mathematische Theorie der Brownschen Bewegung, die durch den schweizer Mathematiker N. Wiener weiterentwickelt und vervollständigt wurde. Zu Ehren von R. Brown und N. Wiener spricht man deshalb von einer Brownschen Bewegung bzw. von einem Wiener-Prozeß. Vgl. Dixit, A. K., Pindyck, R. S. (1994), S. 63; Fahrmeir, L., Kaufmann, H. L., Ost, F. (1981), S. 4. Die amerikanischen Ökonomen F. Black, R. C. Merton und M. Scholes leiteten im Jahre 1973 erstmals geschlossene Formeln zur Bewertung von Aktienoptionen her, indem sie auf der Basis der mathematischen Theorie der Brownschen Bewegung den stochastischen Prozeß der Bezugsgüter dieser Optionen – die Aktienkurse börsennotierter Unternehmen – durch eine geometrische Brownsche Bewegung mit Trendkomponente beschrieben. Vgl. Black, F., Scholes, M. (1973), S. 637-654; Merton, R. C. (1973b), S. 141-183.

[27]Vgl. zu diesen Bedingungen Beyer, O., Girlich, H.-J., Zschiesche, H.-U. (1988), S. 19. An dieser Stelle muß auf zwei Sachverhalte hingewiesen werden. Zum einen beschreibt der allgemeine Wiener-Prozeß grundsätzlich ein stochastisches Modell für die dreidimensionale Brownsche Bewegung [Lagekoordinaten sind $X(t)$, $Y(t)$ und $Z(t)$]. Da sich die weiteren Ausführungen auf den eindimensionalen Fall beziehen, wird zur sprachlichen Vereinfachung auf die explizite Angabe einer Dimension verzichtet. Zum anderen ist die Verwendung des Begriffs allgemeine Brownsche Bewegung ohne Trendkomponente unüblich. Deshalb wird nachstehend vom allgemeinen Wiener-Prozeß gesprochen. Da die Verwendung eines anderen Terminus das einzige Unterscheidungsmerkmal zwischen den beiden genannten Prozeßtypen ist, repräsentieren diese identische Zufallsprozesse.

[28]Vgl. die Ausführungen im Anhang B.1, S. 289.

[29]Im strengen mathematischen Sinne ist es nicht erforderlich, diese Bedingung explizit zu nennen, da sie aus der dritten Bedingung, nämlich der Unabhängigkeit der Zuwächse von X, implizit folgt. Sie wird

kann analytisch wie folgt dargestellt werden:[30]

$$\mathcal{P}\left[X(t) \leqq y \mid X(s)=x, X(s_n)=x_n, \ldots, X(s_0)=x_0\right] = \mathcal{P}\left[X(t) \leqq y \mid X(s)=x\right]$$
$$\forall\, n \in \mathbb{N}_0, \quad \forall\, s_0, \ldots, s_n, s, t \ \text{ mit } \ 0 \leqq s_0 < \cdots < s_n < s < t, \quad \forall\, x_0, \ldots, x_n, x, y \in \mathbb{R}^1.$$

X muß sich zweitens aus dem Ursprung des Koordinatensystems entwickeln.[31] Damit ist die Gültigkeit des folgenden Sachverhalts verbunden:

$$\mathcal{P}\left[X(t_0)=0\right]=1.$$

Als dritte Bedingung läßt sich formulieren, daß X homogene unabhängige Zuwächse besitzen muß. Das ist genau dann gegeben, wenn die Zufallsvariablen

$$X(t_1)-X(t_0), X(t_2)-X(t_1), \ldots, X(t_T)-X(t_{T-1}), \quad t_0 < t_1 < \cdots < t_T,$$

unabhängig sind und die Wahrscheinlichkeit des Eintritts einer bestimmten Anzahl k an Ereignissen innerhalb zweier äquidistanter, aber unterschiedlicher Zeitintervalle $[t_{i-1}, t_i)$, $\left[t^\bullet_{i-1}, t^\bullet_i\right)$, gleich hoch ist, mithin also gilt:

$$\mathcal{P}\left[X(t_i)-X(t_{i-1})=k\right] = \mathcal{P}\left[X(t^\bullet_i)-X(t^\bullet_{i-1})=k\right], \quad i=1,\ldots,T.$$

Kann zudem davon ausgegangen werden, daß X für jeden beliebigen Punkt $t \in [t_0, T]$ eine normalverteilte Zufallsvariable repräsentiert und die Wahrscheinlichkeitsdichte

$$f_{X(t)}(x/\mu=0; \sigma^2 \cdot t) = \mathcal{P}\left[X(t)=x\right] = \frac{1}{\sqrt{2\cdot\pi\cdot\sigma^2\cdot t}} \cdot \exp\left\{-\frac{x^2}{2\cdot\sigma^2\cdot t}\right\} \quad \text{für} \quad \sigma^2 > 0$$

aufweist – das ist die vierte Bedingung –, beschreibt X einen allgemeinen Wiener-Prozeß. Aus diesen Ausführungen und der im Anhang B.2, Fußnote 22, S. 296, gegebenen Information über die Dichtefunktion der Normalverteilung läßt sich die Funktion des Erwartungswerts des allgemeinen Wiener-Prozesses direkt ablesen: $\mathcal{E}\left[W(t)\right] = \mathcal{E}\left[X^{ssno}(t)\right] = 0$ für alle $t \in [t_0, T]$. Die Funktion der Autokovarianz von $W(t)$ beträgt: $\mathcal{A}^W(t,s) = \mathcal{A}^{ssno}(t,s) = \sigma^2 \cdot \min(t,s)$ für alle $s, t \in [t_0, T]$.[32] Setzt man $\sigma^2 = 1$, entsteht ein häufig diskutierter Spezialfall, der standardisierte Wiener-Prozeß $\bar{W}(t)$. Dessen Funktionen des Erwartungswerts und der Autokovarianz betragen: $\mathcal{E}\left[\bar{W}(t)\right] = \mathcal{E}\left[\bar{X}^{ssno}(t)\right] = 0$ für alle $t \in [t_0, T]$ und $\mathcal{A}^{\bar{W}}(t,s) = \mathcal{A}^{\overline{ssno}}(t,s) = \min(t,s)$ für alle $s, t \in [t_0, T]$.

---

hier dennoch angeführt, da die Markov-Eigenschaft für die mathematische Handhabbarkeit stochastischer Prozesse eine herausragende Bedeutung besitzt.

[30] Vgl. Fahrmeir, L., Kaufmann, H. L., Ost, F. (1981), S. 182.

[31] Das ist keine notwendige Bedingung. Sie wird hier aus Gründen einer einfacheren Darstellung gesetzt.

[32] Vgl. Beyer, O., Girlich, H.-J., Zschiesche, H.-U. (1988), S. 19. Da ein allgemeiner Wiener-Prozeß durch die Übertragung des in der Formel (B.7), S. 296, dargestellten allgemeinen Gaußschen Random Walk auf den zeitkontinuierlichen Fall entsteht, müssen die Funktionen des Erwartungswerts und der Autokovarianz dieser beiden Zufallsprozesse die gleichen Eigenschaften aufweisen. Das ist der Fall, wie ein Vergleich der vorstehenden Ergebnisse mit jenen aus dem Anhang B.2, S. 296 f., beweist.

Durch einen Vergleich dieser Ergebnisse mit den Formeln (B.1) und (B.3), S. 287, läßt sich demnach feststellen, daß sowohl der allgemeine als auch der standardisierte Wiener-Prozeß (sowohl die allgemeine als auch die standardisierte Brownsche Bewegung ohne Trendkomponente) zeitstetige, zustandsstetige, nicht-stationäre Zufallsprozesse beschreiben. Deren Trajektorien werden – einschließlich deren Funktionen des Erwartungswerts (vgl. die punktierten Linien) – in der Abbildung B.7, S. 302, für einen Zeitraum von 20 Perioden dargestellt[33] und weisen sehr interessante Eigenschaften auf: Sie sind in jedem endlichen Zeitintervall von unbeschränkter Variation und nach einem Satz von N. Wiener mit Wahrscheinlichkeit eins nirgends differenzierbar.[34] Obwohl die zuletzt genannte Eigenschaft auf den ersten Blick etwas verwundern mag, spiegelt sie dennoch die ökonomische Realität wider. Wären die Trajektorien stochastischer Prozesse nämlich mit Wahrscheinlichkeit eins über den gesamten Betrachtungshorizont $[t_0, T]$ nach der Zeit differenzierbar, könnte man die künftige Entwicklung dieser Zufallsprozesse durch eine Tangente an den augenblicklich beobachtbaren Systemzustand approximieren. Dadurch entfiele der Zufall als bestimmendes Element einer wahrscheinlichkeitstheoretischen Modellbildung.[35]

Zur Verbesserung der Nachvollziehbarkeit der weiteren Argumentation dient der Hinweis, daß Wiener-Prozesse einen elementaren Baustein komplexerer Markov-Prozesse darstellen, mit deren Hilfe zeitstetige Phänomene adäquat modelliert werden können. Da für viele ökonomische Analysen die Differenzierbarkeit dieser komplexeren Prozesse gewährleistet sein muß, deren Trajektorien aber in Übereinstimmung mit jenen der Wiener-Prozesse mit Wahrscheinlichkeit eins nirgends differenzierbar sind, steht man vor einem Problem. Zu dessen Lösung wird eine Transformation der Wiener-Prozesse in die Welt der stochastischen Differentialgleichungen vorgenommen. Mit dem von K. Itô in der Mitte des letzten Jahrhunderts entwickelten Instrumentarium lassen sich die erhaltenen stochastischen Differentialgleichungen – und damit auch die diesen Gleichungen zugrunde liegenden stochastischen Prozesse – dann relativ einfach analysieren.[36]

---

[33]Die Generierung der Trajektorien des allgemeinen Wiener-Prozesses $W(t)$ [der allgemeinen Brownschen Bewegung ohne Trendkomponente $X^{ssno}(t)$] und des standardisierten Wiener-Prozesses $\bar{W}(t)$ [der standardisierten Brownschen Bewegung ohne Trendkomponente $\bar{X}^{ssno}(t)$] erfolgt auf der Basis der Formel (B.9), S. 303. Diese kann unter Verwendung des Eulerschen Polygonzugverfahrens durch die beiden nachstehenden zeitdiskreten, zustandsstetigen, nicht-stationären stochastischen Prozesse ohne Trendkomponente angenähert werden:

$$X_t^{ssno} - X_{t-1}^{ssno} = W_t - W_{t-1} = \sigma \cdot \zeta_t \cdot \sqrt{\Delta t}, \quad \mathcal{E}\left[X_t^{ssno}\right] = X_0^{ssno} = 0, \quad t = 1, \ldots, T, \quad \sigma^2 \neq 1,$$
$$\bar{X}_t^{ssno} - \bar{X}_{t-1}^{ssno} = \bar{W}_t - \bar{W}_{t-1} = \zeta_t \cdot \sqrt{\Delta t}, \qquad \mathcal{E}\left[\bar{X}_t^{ssno}\right] = \bar{X}_0^{ssno} = 0, \quad t = 1, \ldots, T, \quad \sigma^2 = 1.$$

Vgl. hierzu Bronstein, I. N., Semendjajew, K. A. et al. (2001), S. 927; Dixit, A. K., Pindyck, R. S. (1994), S. 65 f. Darüber hinaus ist zu beachten, daß zur Entwicklung der Abbildung B.7, S. 302, jede Periode in zwölf äquidistante Zeitintervalle eingeteilt worden ist und für jede Trajektorie somit 12 [Datenpunkte/Periode] · 20 [Perioden] = 240 [Datenpunkte] zufallsgesteuert berechnet worden sind.

[34]Einen Beweis dieses Satzes erhält man durch Konsultation von Fahrmeir, L., Kaufmann, H. L., Ost, F. (1981), S. 187, 206, 335 f., einschließlich der dort gegebenen Literaturhinweise.

[35]Vgl. Sandmann, K. (2001), S. 251.

[36]Vgl. die Ausführungen zum Itô-Prozeß, S. 305 ff.

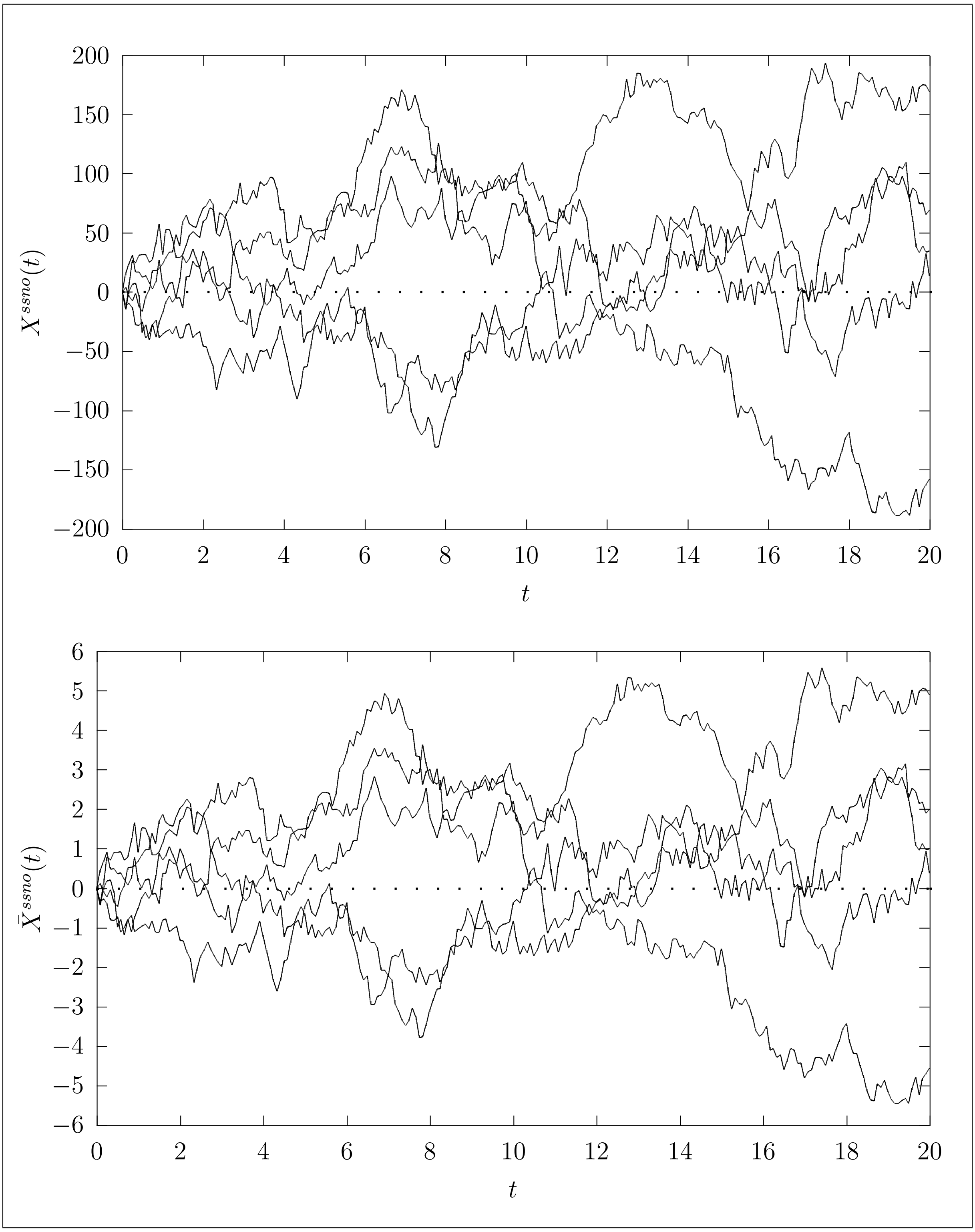

Abbildung B.7: Fünf beispielhafte Trajektorien des allgemeinen Wiener-Prozesses $W(t)$ (der allgemeinen Brownschen Bewegung ohne Trendkomponente $X^{ssno}(t)$) mit $\sigma = 34{,}64102$ je Periode (obere Graphik) und des standardisierten Wiener-Prozesses $\bar{W}(t)$ (der standardisierten Brownschen Bewegung ohne Trendkomponente $\bar{X}^{ssno}(t)$) mit $\sigma = 1$ je Periode (untere Graphik)

Die Transformation aller bisher über den allgemeinen und den standardisierten Wiener-Prozeß vorliegenden Informationen in die Welt der stochastischen Differentialgleichungen liefert folgendes Ergebnis:

$$dX^{ssno}(t) = dW(t) = \sigma \cdot d\bar{W}(t) \quad \text{mit} \quad d\bar{W}(t) = \zeta(t) \cdot \sqrt{dt} \quad \forall\, t \in [t_0, T]\,. \tag{B.9}$$

In der vorstehenden linearen stochastischen Differentialgleichung 1. Ordnung repräsentieren $dW(t)$ $\left[d\bar{W}(t)\right]$ den Zuwachs eines allgemeinen [standardisierten] Wiener-Prozesses $W(t)$ $\left[\bar{W}(t)\right]$ innerhalb eines infinitesimal kleinen Zeitintervalls dt, σ^2 den konstanten Varianzparameter und $\zeta(t)$ eine normalverteilte Zufallsvariable, die folgenden Bedingungen genügt: $\mathcal{E}\left[\zeta(t)\right] = 0$, $\mathcal{V}\left[\zeta(t)\right] = 1$, jeweils für alle $t \in [t_0, T]$, sowie $\mathcal{E}\left[\zeta(t), \zeta(s)\right] = 0$ für alle $t \neq s \in [t_0, T]$, womit sichergestellt ist, daß Veränderungen von $\bar{W}(t)$ für zwei beliebige, aber unterschiedliche Zeitintervalle unabhängig sind.[37] $dX^{ssno}(t)$ bezeichnet demnach den Zuwachs der allgemeinen Brownschen Bewegung ohne Trendkomponente $X^{ssno}(t)$ innerhalb eines infinitesimal kleinen Zeitintervalls dt. Damit ergeben sich für die Funktionen des Erwartungswerts und der Varianz von $dX^{ssno}(t)$:

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}\left[dX^{ssno}(t)\right] &= \mathcal{E}\left[dW(t)\right] = \mathcal{E}\left[\sigma \cdot d\bar{W}(t)\right] = \mathcal{E}\left[\sigma \cdot \zeta(t) \cdot \sqrt{dt}\right] \\
&= \sigma \cdot \sqrt{dt} \cdot \mathcal{E}\left[\zeta(t)\right] = 0 \quad \forall\, t \in [t_0, T]\,, \\
\mathcal{V}\left[dX^{ssno}(t)\right] &= \mathcal{V}\left[dW(t)\right] = \mathcal{V}\left[\sigma \cdot d\bar{W}(t)\right] = \mathcal{V}\left[\sigma \cdot \zeta(t) \cdot \sqrt{dt}\right] \\
&= \left(\sigma \cdot \sqrt{dt}\right)^2 \cdot \mathcal{V}\left[\zeta(t)\right] = \sigma^2 \cdot dt \quad \forall\, t \in [t_0, T]\,.
\end{aligned}$$

Die beiden vorstehenden Ergebnisse zeigen, daß die Länge der betrachteten Zeitintervalle dt keinen (einen erheblichen) Einfluß auf den Erwartungswert (die Varianz) der Zuwächse der allgemeinen Brownschen Bewegung ohne Trendkomponente hat.

A.2. Brownsche Bewegung mit Trendkomponente

Fügt man der in A.1. untersuchten allgemeinen Brownschen Bewegung ohne Trendkomponente einen deterministischen, linearen Trend hinzu, ergibt sich die allgemeine Brownsche Bewegung mit Trendkomponente. Deren Trajektorien sind – einschließlich deren Funktionen des Erwartungswerts (vgl. die punktierten Linien) – in der Abbildung B.8, S. 304, für einen Zeitraum von 20 Perioden dargestellt.[38] Die Übertragung dieses erweiterten Prozes-

[37] Vgl. die Erläuterungen im Anhang B.2, Fußnote 17, S. 290.

[38] Die Generierung der Trajektorien der allgemeinen Brownschen Bewegung mit Trendkomponente erfolgt auf der Grundlage der Formel (B.10), S. 305. Diese läßt sich durch den folgenden zeitdiskreten, zustandsstetigen, nicht-stationären stochastischen Prozeß mit Trendkomponente annähern, wobei zur Approximation wieder das Eulersche Polygonzugverfahren verwendet wird:

$$X_t^{ssnm1} - X_{t-1}^{ssnm1} = \alpha \cdot \Delta\, t + \sigma \cdot \zeta_t \cdot \sqrt{\Delta\, t} \quad \text{mit} \quad X_0^{ssnm1} = 0 \text{ (beliebig)},$$
$$\mathcal{E}\left[X_t^{ssnm1}\right] = X_0^{ssnm1} + t \cdot \alpha \cdot \Delta\, t = t \cdot \alpha \cdot \Delta\, t, \quad t = 1, \ldots, T.$$

Vgl. Bronstein, I. N., Semendjajew, K. A. et al. (2001), S. 927; Dixit, A. K., Pindyck, R. S. (1994), S. 65 f. Bezüglich der Anzahl der je Periode zugrunde gelegten Zeitintervalle und des damit verbundenen Umfangs an Datenpunkten pro Trajektorie gelten die in der Fußnote 33, S. 301, gemachten Ausführungen.

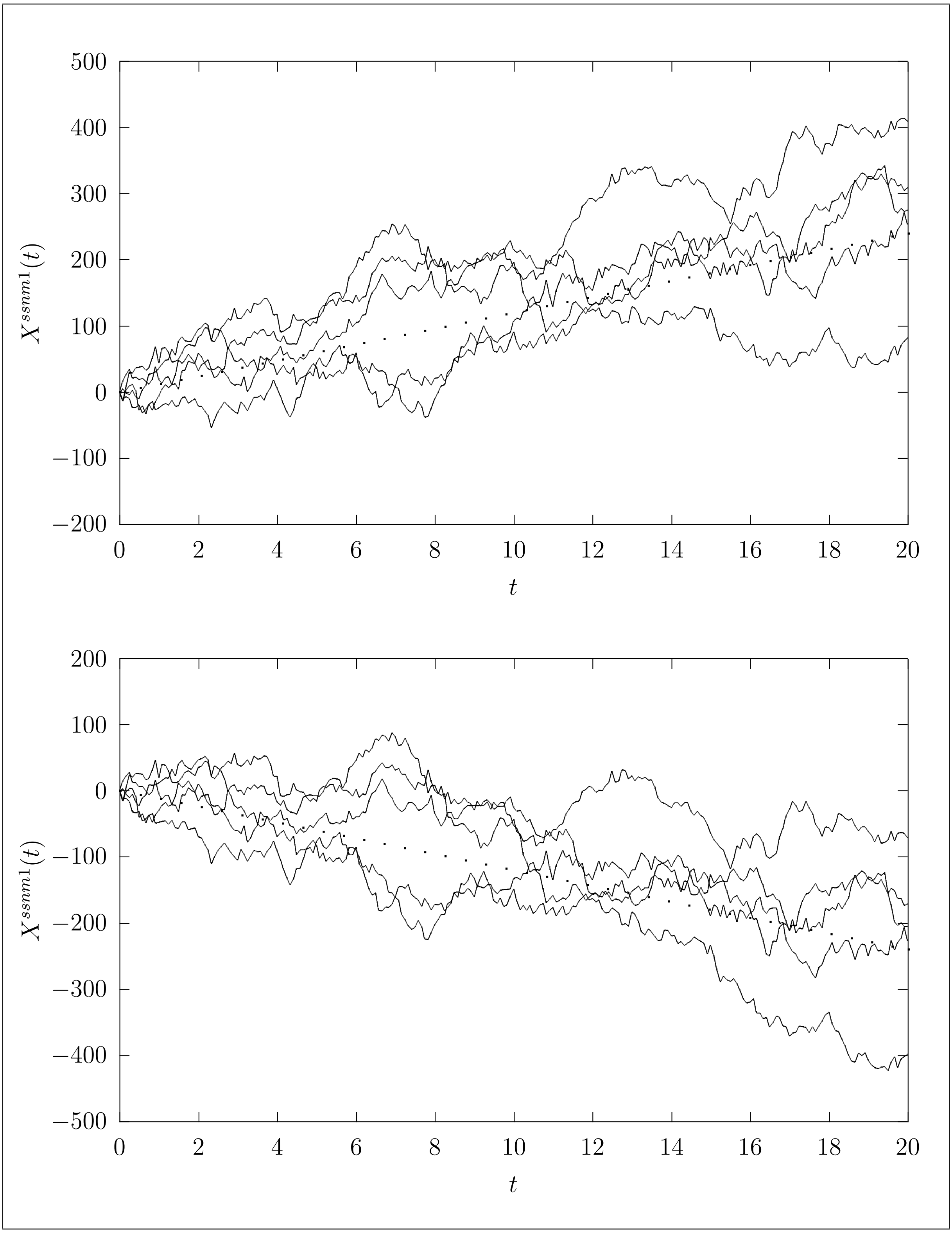

Abbildung B.8: Fünf beispielhafte Trajektorien der allgemeinen Brownschen Bewegung $X^{ssnm1}(t)$ mit positiver ($\alpha > 0$) Trendkomponente (obere Graphik: $\alpha = 12$ je Periode, $\sigma = 34{,}64102$ je Periode) und mit negativer ($\alpha < 0$) Trendkomponente (untere Graphik: $\alpha = -12$ je Periode, $\sigma = 34{,}64102$ je Periode) ses in die Welt der stochastischen Differentialgleichungen liefert das folgende Ergebnis:

$$dX^{ssnm1}(t) = \alpha \cdot dt + dW(t) \quad \text{mit} \quad dW(t) \text{ nach Formel (B.9)} \quad \forall\, t \in [t_0, T]\,, \qquad \text{(B.10)}$$

wobei α den Trendparameter repräsentiert. Als Funktionen des Erwartungswerts und der Varianz dieser linearen stochastischen Differentialgleichung 1. Ordnung erhält man:

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}\left[dX^{ssnm1}(t)\right] &= \mathcal{E}\left[\alpha \cdot dt + dW(t)\right] = \mathcal{E}\left[\alpha \cdot dt + \sigma \cdot \zeta(t) \cdot \sqrt{dt}\right] \\
&= \alpha \cdot dt + \sigma \cdot \sqrt{dt} \cdot \mathcal{E}\left[\zeta(t)\right] = \alpha \cdot dt \quad \forall\, t \in [t_0, T]\,, \\
\mathcal{V}\left[dX^{ssnm1}(t)\right] &= \mathcal{V}\left[\alpha \cdot dt + dW(t)\right] = \mathcal{V}\left[\alpha \cdot dt + \sigma \cdot \zeta(t) \cdot \sqrt{dt}\right] \\
&= \left(\sigma \cdot \sqrt{dt}\right)^2 \cdot \mathcal{V}\left[\zeta(t)\right] = \sigma^2 \cdot dt \quad \forall\, t \in [t_0, T]\,.
\end{aligned}$$

Die Berücksichtigung eines deterministischen, linearen Trends in der Formel (B.9), S. 303, hat lediglich Auswirkungen auf die Funktion des Erwartungswerts. Das wird auch deutlich, wenn man die Funktionen des Erwartungswerts und der Autokovarianz von $X^{ssno}(t)$ mit jenen von $X^{ssnm1}(t)$ vergleicht, die folgende Form aufweisen:

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}\left[X^{ssnm1}(t)\right] &= \mathcal{E}\left[\alpha \cdot t + X^{ssno}(t)\right] = \alpha \cdot t + \mathcal{E}\left[X^{ssno}(t)\right] = \alpha \cdot t \quad \forall\, t \in [t_0, T]\,, \\
\mathcal{A}^{ssnm1}(t, s) &= \mathcal{A}^{ssno}(t, s) = \sigma^2 \cdot \min(t, s) \quad \forall\, s, t \in [t_0, T]\,.
\end{aligned}$$

Demnach handelt es sich auch bei der allgemeinen Brownschen Bewegung mit Trendkomponente um einen nicht-stationären Zufallsprozeß.

Um den Übergang zur geometrischen Brownschen Bewegung mit Trendkomponente systematisch zu vollziehen und darüber hinaus einige für die mathematische Behandlung zeitstetiger, zustandsstetiger Phänomene wichtige Grundlagen zu vermitteln, wird nachstehend die verallgemeinerte Brownsche Bewegung mit Trendkomponente betrachtet.

Exkurs: Verallgemeinerte Brownsche Bewegung mit Trendkomponente (Itô-Prozeß)

Mathematische Beschreibungen realer Phänomene werden in der wirtschaftswissenschaftlichen Forschung sehr häufig auf der Basis zeitstetiger, zustandsstetiger Markov-Prozesse vorgenommen.[39] Der im folgenden betrachtete Itô-Prozeß gehört ebenfalls zu dieser Klasse

[39] Vgl. hierzu die für die vorliegende Dissertation wegweisenden Arbeiten von Black, F., Scholes, M. (1973); Cox, J. C., Ingersoll, J. E. Jr., Ross, S. A. (1985a); Cox, J. C., Ross, S. A. (1976b); Dixit, A. K. (1989), (1992); Dixit, A. K., Pindyck, R. S. (1994); Geske, R. (1977), (1978), (1979a); Geske, R., Johnson, H. E. (1984); Harrison, J. M., Kreps, D. M. (1979); Harrison, J. M., Pliska, S. R. (1981), (1983); Hull, J. C. (2000); Ingersoll, J. E. Jr. (1987), (1989); Ingersoll, J. E. Jr., Ross, S. A. (1992); Kulatilaka, N. (1988), (1993), (1995a), (1995b); Kulatilaka, N., Perotti, E. C. (1998); Kulatilaka, N., Trigeorgis, L. (1994); Majd, S., Pindyck, R. S. (1987); McDonald, R. L., Siegel, D. R. (1985), (1986); Merton, R. C. (1973b), (1976), (1990), (1998); Pindyck, R. S. (1988), (1991), (1993a), (1993b); Samuelson, P. A. (1965); Schöbel, R. (1995), um nur einige vielfach zitierte Beiträge zu nennen. Diese Aufzählung ließe sich problemlos erweitern und würde, insbesondere durch die Berücksichtigung ingenieur- und naturwissenschaftlicher Fragestellungen, auf mehrere tausend Beiträge anwachsen.

von Zufallsprozessen. Dessen Diskussion ist aus mindestens zwei Gründen hilfreich. Einerseits kann aus ihm eine Reihe stochastischer Prozesse als Spezialfälle abgeleitet werden, die im Rahmen ökonomischer Fragestellungen eine besondere Relevanz besitzen. Andererseits, und das ist von seiner Tragweite bedeutender, hat K. Itô ein mathematisches Instrumentarium geschaffen, mit dem dieser Prozeßtyp und damit auch alle aus diesem Prozeßtyp ableitbaren Zufallsprozesse adäquat untersucht werden können. Um dieses Instrumentarium kennenzulernen, wird die nachstehende Formel betrachtet:

$$\begin{aligned} & dX^{It\hat{o}}(t) = a(t, X^{It\hat{o}}(t)) \cdot dt + b(t, X^{It\hat{o}}(t)) \cdot d\bar{W}(t) \\ \text{bzw.} \quad & \frac{dX^{It\hat{o}}(t)}{dt} = a(t, X^{It\hat{o}}(t)) + b(t, X^{It\hat{o}}(t)) \cdot \frac{d\bar{W}(t)}{dt} \\ \text{mit} \quad & d\bar{W}(t) \text{ nach Formel (B.9), S. 303,} \quad \forall\, t \in [t_0, T]\,. \end{aligned} \tag{B.11}$$

Die in der ersten Zeile notierte stochastische Differentialgleichung setzt sich annahmegemäß aus zwei Summanden zusammen. Der erste repräsentiert einen Trend, der im Gegensatz zur Formel (B.10), S. 305, keinen Trendparameter α enthält, sondern die Trendfunktion $a(t, X^{It\hat{o}}(t))$. Der zweite ist der aus den Formeln (B.9), S. 303, und (B.10), S. 305, bekannte stochastische Ausdruck, hier allerdings mit $b^2(t, X^{It\hat{o}}(t))$ als Varianzfunktion. Dividiert man diese stochastische Differentialgleichung sowohl auf der linken als auch auf der rechten Seite des Gleichheitszeichens durch dt, erhält man die zweite Zeile der Formel (B.11). Diese veranschaulicht explizit das bereits in A.1., S. 301, verbal formulierte Problem im Zusammenhang mit zeitstetigen, zustandsstetigen Markov-Prozessen, deren Trajektorien durch jene der Wiener-Prozesse determiniert werden: Da die Pfade des Wiener-Prozesses mit Wahrscheinlichkeit eins nirgends differenzierbar sind, ist die zweite Zeile der Formel (B.11) nicht definiert. Ein möglicher Ausweg aus diesem Dilemma könnte nun darin bestehen, aufgrund der glättenden Wirkung der Integration zu der nachstehenden Integralgleichung[40] überzugehen:

$$\begin{aligned} & X^{It\hat{o}}(t) = X^{It\hat{o}}(t_0) + \int_{t_0}^{t} a(s, X^{It\hat{o}}(s))\, ds + \int_{t_0}^{t} b(s, X^{It\hat{o}}(s))\, d\bar{W}(s) \\ & \text{mit} \quad d\bar{W}(s) \text{ nach Formel (B.9), S. 303,} \quad \forall\, s, t \in [t_0, T]\,. \end{aligned} \tag{B.12}$$

Auch dieser Weg ist nicht unproblematisch, da die Trajektorien von $\bar{W}(t)$ gemäß den Ausführungen auf S. 301 in jedem endlichen Zeitintervall von unbeschränkter Variation

[40] Inhaltlich stimmen die Formeln (B.12) und (B.11), Zeile 1, überein. Es handelt sich lediglich um zwei unterschiedliche Darstellungsformen des gleichen Sachverhalts. Bei einem Wechsel von der Welt der stochastischen Prozesse [vgl. Formel (B.12)] in die Welt der stochastischen Differentialgleichungen [vgl. Formel (B.11), Zeile 1] ist allerdings zu beachten, daß die im folgenden als konstant unterstellte Anfangsgröße $X^{It\hat{o}}(t_0)$ verloren geht und immer dann in der Formel (B.11) zusätzlich angegeben werden muß, falls gilt: $X^{It\hat{o}}(t_0) \neq 0$.

sind und damit das rechte der beiden durch die Formel (B.12), S. 306, gegebenen Integrale nicht als gewöhnliches Riemann-/Stieltjes-Integral interpretiert werden kann bzw. nicht im üblichen Sinne definiert ist.[41] Hier setzt K. Itô mit seinen Überlegungen an, indem er dieses Integral als stochastisches Integral – auch Itô-Integral genannt – definiert und den Begriff der Lösung der Formel (B.12), S. 306, in geeigneter Form festlegt.

Im Sinne von K. Itô läßt sich ganz allgemein für jeden „zulässigen" stochastischen Prozeß $G = \{G(t); t \in [t_0, T]\}$ das Itô-Integral durch

$$\int_{t_0}^{t} G(s)\, d\bar{W}(s) = \text{qm} - \lim_{\substack{n\to\infty \\ \delta\to 0}} \sum_{i=0}^{n-1} G(t_i) \cdot \left[\bar{W}(t_{i+1}) - \bar{W}(t_i)\right]$$
$$\text{mit} \quad d\bar{W}(s) \text{ nach Formel (B.9), S. 303,} \quad \forall\, s, t \in [t_0, T] \tag{B.13}$$

erklären, wenn dieser Grenzwert unabhängig von der gewählten Folge der Zerlegungen $t_0 < t_1 < \cdots < t_n = t$ mit $\delta = \sup(t_{i+1} - t_i)$ existiert. Im Unterschied zum gewöhnlichen Riemann-/Stieltjes-Integral wird das Itô-Integral demnach als Grenzwert im quadratischen Mittel erklärt und G am Anfang des Intervalls $[t_i, t_{i+1}]$ ausgewertet. Die Interpretation des rechten in der Formel (B.12), S. 306, notierten Integrals als Itô-Integral im Sinne der Formel (B.13) gelingt allerdings nur, wenn der Integrand $b(s, X^{It\hat{o}}(s))$ „zulässig" ist. Unter welchen Bedingungen das der Fall ist, verdeutlichen die Ausführungen zur Eindeutigkeit der Lösung der Formel (B.12), S. 306.

Zunächst werden allerdings die Bedingungen dafür genannt, daß ein Zufallsprozeß $X = \{X(t); t \in [t_0, T]\}$ mit der Eigenschaft $\mathcal{P}\,[X(t_0) = \text{konstant}] = 1$ eine Lösung der Formel (B.12), S. 306, darstellt:[42] Das ist genau dann gegeben, wenn der durch diese Formel repräsentierte Itô-Prozeß für jedes $t \in [t_0, T]$ mit Wahrscheinlichkeit eins gilt und X einen nicht vorgreifenden Zufallsprozeß beschreibt. Letzteres ist erfüllt, wenn $X(t)$ für alle $t \in [t_0, T]$ nur vom Anfangswert $X(t_0)$ und von $\{\bar{W}(s), s \leqq t\}$ abhängt und nicht von $\{\bar{W}(s), s > t\}$.

Neben diesen beiden die Existenz einer Lösung sicherstellenden Bedingungen lassen sich zwei weitere angeben, die eine eindeutige und mit Wahrscheinlichkeit eins stetige Lösung X mit Anfangswert $X(t_0)$ der Formel (B.12), S. 306, garantieren.[43] Zur Formulierung dieser beiden Bedingungen wird nachstehend davon ausgegangen, daß die in der Formel (B.12), S. 306, angeführten Koeffizienten $a(t, x)$ und $b(t, x)$ – diese beschreiben deterministische Funktionen, da der Zufall lediglich indirekt über $X^{It\hat{o}}(t)$ Berücksichtigung findet – Lebesgue-meßbar[44] sind, wofür deren stückweise Stetigkeit eine hinreichende Bedingung darstellt, und eine Konstante $K > 0$ existiert, so daß für alle $t \in [t_0, T]$ und für

[41] Vgl. zur Unterscheidung von Riemann- und Stieltjes-Integralen Bronstein, I. N., Semendjajew, K. A. et al. (2001), S. 456 f., 469 f.; Mikosch, T. (2000), S. 88-96.

[42] Vgl. Fahrmeir, L., Kaufmann, H. L., Ost, F. (1981), S. 196.

[43] Vgl. hierzu wieder Fahrmeir, L., Kaufmann, H. L., Ost, F. (1981), S. 196.

[44] Vgl. zu diesem Begriff etwa Bronstein, I. N., Semendjajew, K. A. et al. (2001), S. 470, 654 ff.

alle $x, y \in \mathbb{R}^1$ gilt:

$$| a(t,x) - a(t,y) | + | b(t,x) - b(t,y) | \leqq K \cdot | x - y |, \tag{B.14}$$

$$| a(t,x) |^2 + | b(t,x) |^2 \leqq K^2 \cdot (1 + x^2). \tag{B.15}$$

Während die durch die Formel (B.14) repräsentierte Lipschitzbedingung sicherstellt, daß die deterministischen Funktionen $a(t,x)$ und $b(t,x)$ in x stetig sind und sich nicht schneller verändern können als x selbst,[45] beschränkt die Formel (B.15) das Wachstum von $a(t,x)$ und $b(t,x)$ auf maximal lineare Funktionsverläufe. Dadurch wird verhindert, daß die Trajektorien der Formel (B.12), S. 306, explodieren. Kann zudem davon ausgegangen werden – was im folgenden immer gegeben sein soll –, daß $a(t,x)$ und $b(t,x)$ stetig in t sind, repräsentiert $X = \{X(t); t \in [t_0, T]\}$ nicht nur einen Markov-Prozeß, sondern auch einen Diffusionsprozeß[46].

Als Zwischenergebnis läßt sich demnach konstatieren, daß es grundsätzlich möglich ist, Diffusionsprozesse als Lösung stochastischer Differentialgleichungen zu begreifen. Das ist eine für die mathematische Handhabbarkeit von Zufallsprozessen wichtige Erkenntnis, deren Bedeutung selbst durch den Umstand, daß analytische Lösungen im allgemeinen nur für lineare Funktionen $a(t,x)$ und $b(t,x)$ möglich sind und im nichtlinearen Fall auf numerische Verfahren zur Bestimmung der Lösungstrajektorien zurückgegriffen werden muß, nicht geschmälert wird.

Die vorstehenden Überlegungen sind insofern unvollständig, als mit ihnen die Frage nach der faktischen Berechnung stochastischer Integrale nicht beantwortet werden kann. Deshalb erfolgt abschließend die Diskussion eines für die Untersuchung zeitstetiger Zufallsprozesse wichtigen Kalküls, der in der Literatur unter dem Begriff Itô's Lemma bekannt geworden ist, mit dessen Hilfe viele stochastische Integrale explizit berechnet werden können. Dieses Lemma formuliert einen Zusammenhang zwischen stochastischen Prozessen, die im Sinne des Itô-Integrals die Lösung einer stochastischen Integralgleichung sind – also den stochastischen Differentialgleichungen –, und jenen Zufallsprozessen, deren Trajektorien durch diese Lösungen vollständig determiniert werden. Demnach läßt sich Itô's Lemma als Instrument interpretieren, mit dem bei Kenntnis der Lösung einer stochastischen Differentialgleichung die Lösung einer mit dieser eng verbundenen, aber unterschiedlichen stochastischen Differentialgleichung hergeleitet werden kann. Das verdeutlicht der nachstehende Satz:[47] Angenommen, es existiert eine auf $[t_0, T] \times \mathbb{R}^1$ definierte skalare stetige Funktion $F = F(t,x)$ mit den stetigen partiellen Ableitungen $\partial F/\partial t$, $\partial F/\partial x$ und $\partial^2 F/\partial x^2$. Falls weiterhin der eindimensionale stochastische Prozeß $X = \{X(t); t \in [t_0, T]\}$

[45] Auch stetige Funktionen des Typs $| x |^\alpha$, $0 < \alpha < 1$, sind unzulässig. Das kann damit begründet werden, daß sie für $0 < \alpha < 1/2$ unendlich viele Lösungen besitzen. Vgl. Arnold, L. (1974), S. 111.

[46] Vgl. zu einer mathematisch exakten Definition dieses Begriffs Arnold, L. (1974), S. 39 ff.

[47] Vgl. zum Inhalt von Itô's Lemma und dessen Beweis Arnold, L. (1974), S. 88 ff.; Itô, K. (1951), S. 1-51; Sandmann, K. (2001), S. 264 ff.

der in der Formel (B.11), Zeile 1, S. 306, dargestellten stochastischen Differentialgleichung folgt, stellt auch der Prozeß $Y = \{Y(t) = F(t, X(t)); t \in [t_0, T]\}$ die Lösung einer stochastischen Integralgleichung dar, und es gilt:[48]

$$\begin{aligned} dY &= \frac{\partial F}{\partial t} \cdot dt + \frac{\partial F}{\partial X} \cdot dX + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial X^2} \cdot (dX)^2 \\ &= \left(\frac{\partial F}{\partial t} + a \cdot \frac{\partial F}{\partial X} + \frac{1}{2} \cdot b^2 \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial X^2} \right) \cdot dt + b \cdot \frac{\partial F}{\partial X} \cdot d\bar{W}. \end{aligned} \tag{B.16}$$

Diese Formel läßt sich (im Sinne einer heuristischen Vorgehensweise) relativ anschaulich über eine Taylorreihe begründen, wobei alle Terme höherer Ordnung als dt vernachlässigbar sind, da sie für immer kleiner wählbare Zeitintervalle schneller gegen null konvergieren als dt. Im Vergleich zur traditionellen Bildung totaler Differentiale ist hier demnach ein zusätzlicher Term zu berücksichtigen, nämlich

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial X^2} \cdot (dX)^2 = \frac{1}{2} \cdot b^2 \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial X^2} \cdot dt,$$

dessen Vernachlässigung die häufigste Ursache für fehlerhafte Berechnungen bei einer rein formalen Betrachtung stochastischer Differentialgleichungen darstellt.

Analog zur bisherigen Vorgehensweise läßt sich Itô's Lemma auch auf Funktionen mehrerer Itô-Prozesse übertragen. Angenommen, es existiert eine auf $[t_0, T] \times \mathbb{R}^n$ definierte stetige Funktion $F = F(t, x_1, \ldots, x_n)$ mit den stetigen partiellen Ableitungen $\partial F / \partial t$, $\partial F / \partial x_i$ und $\partial^2 F / (\partial x_i \cdot \partial x_j)$ für $i, j = 1, \ldots, n$. Falls weiterhin n eindimensionale stochastische Prozesse $X_i = \{X_i(t); t \in [t_0, T]\}$ den stochastischen Differentialgleichungen

$$dX_i(t) = a_i(t, X_i(t)) \cdot dt + b_i(t, X_i(t)) \cdot d\bar{W}(t)$$

$$\text{mit} \quad d\bar{W}(t) \text{ nach Formel (B.9), S. 303,} \quad \text{für} \quad i = 1, \ldots, n \quad \text{und} \quad \forall\, t \in [t_0, T]$$

bezüglich ein und desselben eindimensionalen standardisierten Wiener-Prozesses folgen, stellt auch der Prozeß $Y = \{Y(t) = F(t, X_1(t), \ldots, X_n(t)); t \in [t_0, T]\}$ die Lösung einer stochastischen Integralgleichung dar, und es gilt:[49]

$$\begin{aligned} dY &= \frac{\partial F}{\partial t} \cdot dt + \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial F}{\partial X_i} \cdot dX_i + \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial^2 F}{\partial X_i \cdot \partial X_j} \cdot dX_i \cdot dX_j \\ &= \left(\frac{\partial F}{\partial t} + \sum_{i=1}^{n} a_i \cdot \frac{\partial F}{\partial X_i} + \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} b_i \cdot b_j \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial X_i \cdot \partial X_j} \right) \cdot dt \\ &\quad + \left(\sum_{i=1}^{n} b_i \cdot \frac{\partial F}{\partial X_i} \right) \cdot d\bar{W}. \end{aligned} \tag{B.17}$$

---

[48] Die Notation in der nachstehenden Formel (B.16) ist aus Gründen der Übersichtlichkeit vereinfacht worden. Hierbei ist folgendes zu beachten:

$$Y = Y(t), \quad F = F(t, X(t)), \quad X = X(t), \quad a = a(t, X(t)), \quad b = b(t, X(t)) \quad \text{und} \quad \bar{W} = \bar{W}(t).$$

[49] Hierbei ist wieder folgendes zu beachten:

$$Y = Y(t), \quad F = F(t, X_1(t), \ldots, X_n(t)), \quad X_i = X_i(t), \quad X_j = X_j(t),$$
$$a_i = a_i(t, X_i(t)), \quad b_i = b_i(t, X_i(t)), \quad b_j = b_j(t, X_j(t)) \quad \text{und} \quad \bar{W} = \bar{W}(t).$$

Legt man demgegenüber die stochastischen Differentialgleichungen

$$dX_i(t) = a_i(t, X_1(t), \ldots, X_n(t)) \cdot dt + b_i(t, X_1(t), \ldots, X_n(t)) \cdot d\bar{W}_i(t)$$
$$\text{mit} \quad d\bar{W}_i(t) \text{ nach Formel (B.9), S. 303,} \quad \text{für} \quad i = 1, \ldots, n \quad \text{und} \quad \forall\, t \in [t_0, T]$$

zugrunde, ergibt sich:

$$\begin{aligned} dY &= \frac{\partial F}{\partial t} \cdot dt + \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial F}{\partial X_i} \cdot dX_i + \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial^2 F}{\partial X_i \cdot \partial X_j} \cdot dX_i \cdot dX_j \\ &= \left(\frac{\partial F}{\partial t} + \sum_{i=1}^{n} a_i \cdot \frac{\partial F}{\partial X_i} + \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^{n} b_i^2 \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial X_i^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \cdot \sum_{i \neq j} \varrho_{ij} \cdot b_i \cdot b_j \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial X_i \cdot \partial X_j} \right) \cdot dt + \sum_{i=1}^{n} b_i \cdot \frac{\partial F}{\partial X_i} \cdot d\bar{W}_i \end{aligned} \tag{B.18}$$

mit $\mathcal{E}[d\bar{W}_i \cdot d\bar{W}_j] = \varrho_{ij} \cdot dt$, $Y = Y(t)$, $F = F(t, X_1(t), \ldots, X_n(t))$, $X_i = X_i(t)$, $X_j = X_j(t)$, $a_i = a_i(t, X_1(t), \ldots, X_n(t))$, $b_i = b_i(t, X_1(t), \ldots, X_n(t))$, $b_j = b_j(t, X_1(t), \ldots, X_n(t))$ und $\bar{W}_i = \bar{W}_i(t)$.

Nachdem die mathematischen Grundlagen zur Analyse zeitstetiger, zustandsstetiger stochastischer Prozesse des Itô-Typs erarbeitet worden sind, wird im folgenden die in vielen wirtschaftswissenschaftlichen Publikationen diskutierte geometrische Brownsche Bewegung mit Trendkomponente untersucht.

A.3. Geometrische Brownsche Bewegung mit Trendkomponente

Im Rahmen der einführenden Bemerkungen zu den zeitstetigen, zustandsstetigen, nichtstationären stochastischen Prozessen ist bereits darauf hingewiesen worden, daß zwischen dem vorstehend diskutierten Itô-Prozeß und der nun zu analysierenden geometrischen Brownschen Bewegung mit Trendkomponente ein Zusammenhang besteht. Dieser läßt sich durch die Wahl $a(t, X^{It\hat{o}}(t)) = \alpha \cdot X^{ssnm2}(t)$ und $b(t, X^{It\hat{o}}(t)) = \sigma \cdot X^{ssnm2}(t)$ in der Formel (B.11), Zeile 1, S. 306, verdeutlichen. Demnach repräsentiert die geometrische Brownsche Bewegung mit Trendkomponente als lineare stochastische Differentialgleichung 1. Ordnung einen Spezialfall des Itô-Prozesses und hat die Form:

$$dX^{ssnm2}(t) = \alpha \cdot X^{ssnm2}(t) \cdot dt + \sigma \cdot X^{ssnm2}(t) \cdot d\bar{W}(t)$$
$$\text{bzw.} \quad \frac{dX^{ssnm2}(t)}{X^{ssnm2}(t)} = \alpha \cdot dt + \sigma \cdot d\bar{W}(t) \tag{B.19}$$
$$\text{mit} \quad d\bar{W}(t) \text{ nach Formel (B.9), S. 303,} \quad \forall\, t \in [t_0, T]\,.$$

Während die allgemeine Brownsche Bewegung mit Trendkomponente gemäß der Formel (B.10), S. 305, für die Modellierung normalverteilter absoluter Veränderungen von $X^{ssnm1}(t)$ innerhalb eines infinitesimal kleinen Zeitintervalls dt geeignet ist, unterstellt die geometrische Brownsche Bewegung mit Trendkomponente normalverteilte relative und damit lognormalverteilte absolute Veränderungen von $X^{ssnm2}(t)$ innerhalb eines infinitesimal kleinen Zeitintervalls dt. Dadurch sind negative Realisationen von $X^{ssnm2}(t)$ explizit ausgeschlossen.[50] Diese Eigenschaft kann auch als Begründung dafür angesehen werden, daß die geometrische Brownsche Bewegung mit Trendkomponente insbesondere zur Modellierung stochastischer Preise wie zum Beispiel Aktien- und Wechselkurse verwendet wird, die im Zeitablauf keine negativen absoluten Werte annehmen können.

Zur Bestimmung der Funktionen des Erwartungswerts und der Autokovarianz von $X^{ssnm2}(t)$ muß die Lösung der Formel (B.19), S. 310, abgeleitet werden. Den Ausgangspunkt hierzu bildet die lineare stochastische Differentialgleichung 1. Ordnung[51]

$$\begin{gathered} dX(t) = \left(\alpha - \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot dt + dW(t) \\ \text{mit} \quad dW(t) \text{ nach Formel (B.9), S. 303,} \quad \forall\, t \in [t_0, T]\,, \end{gathered} \tag{B.20}$$

die folgende Lösung besitzt:

$$\begin{aligned} X(t) &= X(t_0) + \int_{t_0}^{t} \left(\alpha - \frac{\sigma^2}{2}\right) ds + \int_{t_0}^{t} \sigma \, d\bar{W}(s) \\ &= X(t_0) + \left(\alpha - \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot (t - t_0) + \sigma \cdot \left[\bar{W}(t) - \bar{W}(t_0)\right] \quad \forall\, t \in [t_0, T]\,. \end{aligned} \tag{B.21}$$

Angenommen, es existiert eine auf $[t_0, T] \times \mathbb{R}^1$ definierte skalare stetige Funktion $F = F(x) = \exp\{x\}$ mit den stetigen partiellen Ableitungen $\partial F/\partial t = 0$, $\partial F/\partial x = \exp\{x\}$ und $\partial^2 F/\partial x^2 = \exp\{x\}$. Falls weiterhin der eindimensionale stochastische Prozeß (B.21) der in der Formel (B.20) dargestellten stochastischen Differentialgleichung folgt, stellt auch der Prozeß $Y = \{Y(t) = F(X(t)) = X^{ssnm2}(t) = \exp\{X(t)\}\,; t \in [t_0, T]\}$ mit der Anfangsbedingung $Y(t_0) = F(X(t_0)) = X^{ssnm2}(t_0) = \exp\{X(t_0)\}$ die Lösung einer stochastischen Integralgleichung dar, und es gilt nach Formel (B.16), S. 309:

$$\begin{aligned} dY(t) &= dX^{ssnm2}(t) \\ &= \frac{\partial F(X(t))}{\partial t} \cdot dt + \frac{\partial F(X(t))}{\partial X(t)} \cdot dX(t) + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 F(X(t))}{\partial \left(X(t)\right)^2} \cdot \left(dX(t)\right)^2 \\ &= 0 \cdot dt + \exp\{X(t)\} \cdot \left[\left(\alpha - \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot dt + \sigma \cdot d\bar{W}(t)\right] \\ &\quad + \frac{1}{2} \cdot \exp\{X(t)\} \cdot \left[\left(\alpha - \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot dt + \sigma \cdot d\bar{W}(t)\right]^2 \end{aligned}$$

[50]Die Richtigkeit der vorstehenden Aussage läßt sich auf der Grundlage der Formel (B.23), S. 312, leicht nachprüfen.

[51]Diese unterscheidet sich von der in der Formel (B.10), S. 305, diskutierten allgemeinen Brownschen Bewegung mit Trendkomponente lediglich durch einen um $\sigma^2/2$ verminderten Trend.

$$\begin{aligned} &= \exp\{X(t)\} \cdot \alpha \cdot dt + \exp\{X(t)\} \cdot \sigma \cdot d\bar{W}(t) \\ &= \alpha \cdot X^{ssnm2}(t) \cdot dt + \sigma \cdot X^{ssnm2}(t) \cdot d\bar{W}(t) \quad \forall\, t \in [t_0, T]\,. \end{aligned} \tag{B.22}$$

Hierbei ist zu beachten, daß alle Terme höherer Ordnung als dt vernachlässigt worden sind, da sie für immer kleiner wählbare Zeitintervalle schneller gegen null konvergieren als dt. Damit erhält man als Lösung der Formeln (B.22) und (B.19), S. 310:

$$\begin{aligned} dX^{ssnm2}(t) &= \alpha \cdot X^{ssnm2}(t) \cdot dt + \sigma \cdot X^{ssnm2}(t) \cdot d\bar{W}(t) \quad \text{bzw.} \\ \frac{dX^{ssnm2}(t)}{X^{ssnm2}(t)} &= \alpha \cdot dt + \sigma \cdot d\bar{W}(t) \quad \Longrightarrow \\ X^{ssnm2}(t) &= \exp\left\{X(t_0) + \left(\alpha - \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot (t - t_0) + \sigma \cdot \left[\bar{W}(t) - \bar{W}(t_0)\right]\right\} \\ &= X^{ssnm2}(t_0) \cdot \exp\left\{\left(\alpha - \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot (t - t_0) + \sigma \cdot \left[\bar{W}(t) - \bar{W}(t_0)\right]\right\} \\ &= X^{ssnm2}(t_0) \cdot \exp\left\{\left(\alpha - \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot t + \sigma \cdot \bar{W}(t)\right\} \quad \forall\, t \in [t_0, T]\,, \\ & \text{wenn } t_0 = 0 \text{ und } \bar{W}(t_0) = 0. \end{aligned} \tag{B.23}$$

Auf dieser Grundlage lassen sich die Funktionen des Erwartungswerts und der Autokovarianz von $X^{ssnm2}(t)$ berechnen, wobei aus Vereinfachungsgründen $X^{ssnm2}(s_0) = Y(s_0)$, $X^{ssnm2}(s) = Y(s)$, $X^{ssnm2}(t_0) = Y(t_0)$, $X^{ssnm2}(t) = Y(t)$ und $\mathcal{A}^{ssnm2}(t,s) = \mathcal{A}(t,s)$ gesetzt werden:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}[Y(t)] &= \mathcal{E}\left[Y(t_0) \cdot \exp\left\{\left(\alpha - \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot t + \sigma \cdot \bar{W}(t)\right\}\right] \\ &= Y(t_0) \cdot \exp\left\{\left(\alpha - \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot t\right\} \cdot \mathcal{E}\left[\exp\left\{\sigma \cdot \bar{W}(t)\right\}\right] \\ &= Y(t_0) \cdot \exp\left\{\left(\alpha - \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot t\right\} \cdot \mathcal{E}\left[\exp\left\{\sigma \cdot t^{1/2} \cdot \bar{W}_1(t)\right\}\right] \\ &= Y(t_0) \cdot \exp\left\{\left(\alpha - \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot t\right\} \cdot \exp\left\{\frac{\sigma^2}{2} \cdot t\right\} \\ &= Y(t_0) \cdot \exp\{\alpha \cdot t\} \quad \forall\, t \in [t_0, T]\,, \quad \text{wenn } t_0 = 0 \text{ und } \bar{W}(t_0) = 0, \\[1em] \mathcal{A}(t,s) &= \mathcal{COV}[Y(t), Y(s)] \\ &= \mathcal{E}[(Y(t) - \mathcal{E}[Y(t)]) \cdot (Y(s) - \mathcal{E}[Y(s)])] \\ &= \mathcal{E}[Y(t) \cdot Y(s)] - \mathcal{E}[Y(t)] \cdot \mathcal{E}[Y(s)] \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&= \mathcal{E}\left[Y(t_0)\cdot Y(s_0)\cdot \exp\left\{\left(\alpha-\frac{\sigma^2}{2}\right)\cdot(t+s)+\sigma\cdot\left[\bar{W}(t)+\bar{W}(s)\right]\right\}\right] \\
&\quad -Y(t_0)\cdot Y(s_0)\cdot \exp\left\{\alpha\cdot(t+s)\right\} \\
&= Y(t_0)\cdot Y(s_0)\cdot \exp\left\{\left(\alpha-\frac{\sigma^2}{2}\right)\cdot(t+s)\right\}\cdot \\
&\quad \mathcal{E}\left[\exp\left\{\sigma\cdot\left[\bar{W}(t)-\bar{W}(s)+2\cdot\bar{W}(s)\right]\right\}\right]-Y(t_0)\cdot Y(s_0)\cdot\exp\left\{\alpha\cdot(t+s)\right\} \\
&= Y(t_0)\cdot Y(s_0)\cdot \exp\left\{\left(\alpha-\frac{\sigma^2}{2}\right)\cdot(t+s)\right\}\cdot \mathcal{E}\left[\exp\left\{\sigma\cdot\left[\bar{W}(t)-\bar{W}(s)\right]\right\}\right]\cdot \\
&\quad \mathcal{E}\left[\exp\left\{2\cdot\sigma\cdot\bar{W}(s)\right\}\right]-Y(t_0)\cdot Y(s_0)\cdot\exp\left\{\alpha\cdot(t+s)\right\} \\
&= Y(t_0)\cdot Y(s_0)\cdot \exp\left\{\left(\alpha-\frac{\sigma^2}{2}\right)\cdot(t+s)\right\}\cdot \\
&\quad \mathcal{E}\left[\exp\left\{\sigma\cdot\left[t^{1/2}\cdot\bar{W}_1(t)-s^{1/2}\cdot\bar{W}_1(s)\right]\right\}\right]\cdot\mathcal{E}\left[\exp\left\{2\cdot\sigma\cdot s^{1/2}\cdot\bar{W}_1(s)\right\}\right] \\
&\quad -Y(t_0)\cdot Y(s_0)\cdot\exp\left\{\alpha\cdot(t+s)\right\} \\
&= Y(t_0)\cdot Y(s_0)\cdot \exp\left\{\left(\alpha-\frac{\sigma^2}{2}\right)\cdot(t+s)\right\}\cdot\exp\left\{\frac{\sigma^2}{2}\cdot(t-s)\right\}\cdot \\
&\quad \exp\left\{2\cdot\sigma^2\cdot s\right\}-Y(t_0)\cdot Y(s_0)\cdot\exp\left\{\alpha\cdot(t+s)\right\} \\
&= Y(t_0)\cdot Y(s_0)\cdot\exp\left\{\alpha\cdot(t+s)+\sigma^2\cdot s\right\}-Y(t_0)\cdot Y(s_0)\cdot\exp\left\{\alpha\cdot(t+s)\right\} \\
&= Y(t_0)\cdot Y(s_0)\cdot\exp\left\{\alpha\cdot(t+s)\right\}\cdot\left[\exp\left\{\sigma^2\cdot s\right\}-1\right]\quad\forall\, s,t\in[t_0,T], \\
&\quad \text{wenn } t_0=0 \text{ und } \bar{W}(t_0)=0.
\end{aligned}
$$

Ein Vergleich dieser Ergebnisse mit den Formeln (B.1) und (B.3), S. 287, zeigt, daß auch die geometrische Brownsche Bewegung mit Trendkomponente, deren Trajektorien in der Abbildung B.9, S. 314, dargestellt sind[52], einen nicht-stationären Zufallsprozeß beschreibt.

[52]Die Generierung der Trajektorien der geometrischen Brownschen Bewegung mit Trendkomponente erfolgt auf der Grundlage der Formel (B.19), S. 310. Diese läßt sich durch den folgenden zeitdiskreten, zustandsstetigen, nicht-stationären stochastischen Prozeß mit Trendkomponente annähern, wobei zur Approximation wieder das Eulersche Polygonzugverfahren verwendet wird:

$$X_t^{ssnm2}-X_{t-1}^{ssnm2}=\alpha\cdot\Delta\,t\cdot X_{t-1}^{ssnm2}+\sigma\cdot\zeta_t\cdot\sqrt{\Delta\,t}\cdot X_{t-1}^{ssnm2}\quad\text{mit}\quad X_0^{ssnm2}\neq 0=1\ \text{(beliebig)},$$
$$\mathcal{E}\left[X_t^{ssnm2}\right]=X_0^{ssnm2}\cdot(1+\alpha\cdot\Delta\,t)^t=(1+\alpha\cdot\Delta\,t)^t,\quad t=1,\ldots,T.$$

Vgl. Bronstein, I. N., Semendjajew, K. A. et al. (2001), S. 927; Dixit, A. K., Pindyck, R. S. (1994), S. 71 f. Bezüglich der Anzahl der je Periode zugrunde gelegten Zeitintervalle und des damit verbundenen Umfangs an Datenpunkten pro Trajektorie gelten die in der Fußnote 33, S. 301, gemachten Ausführungen.

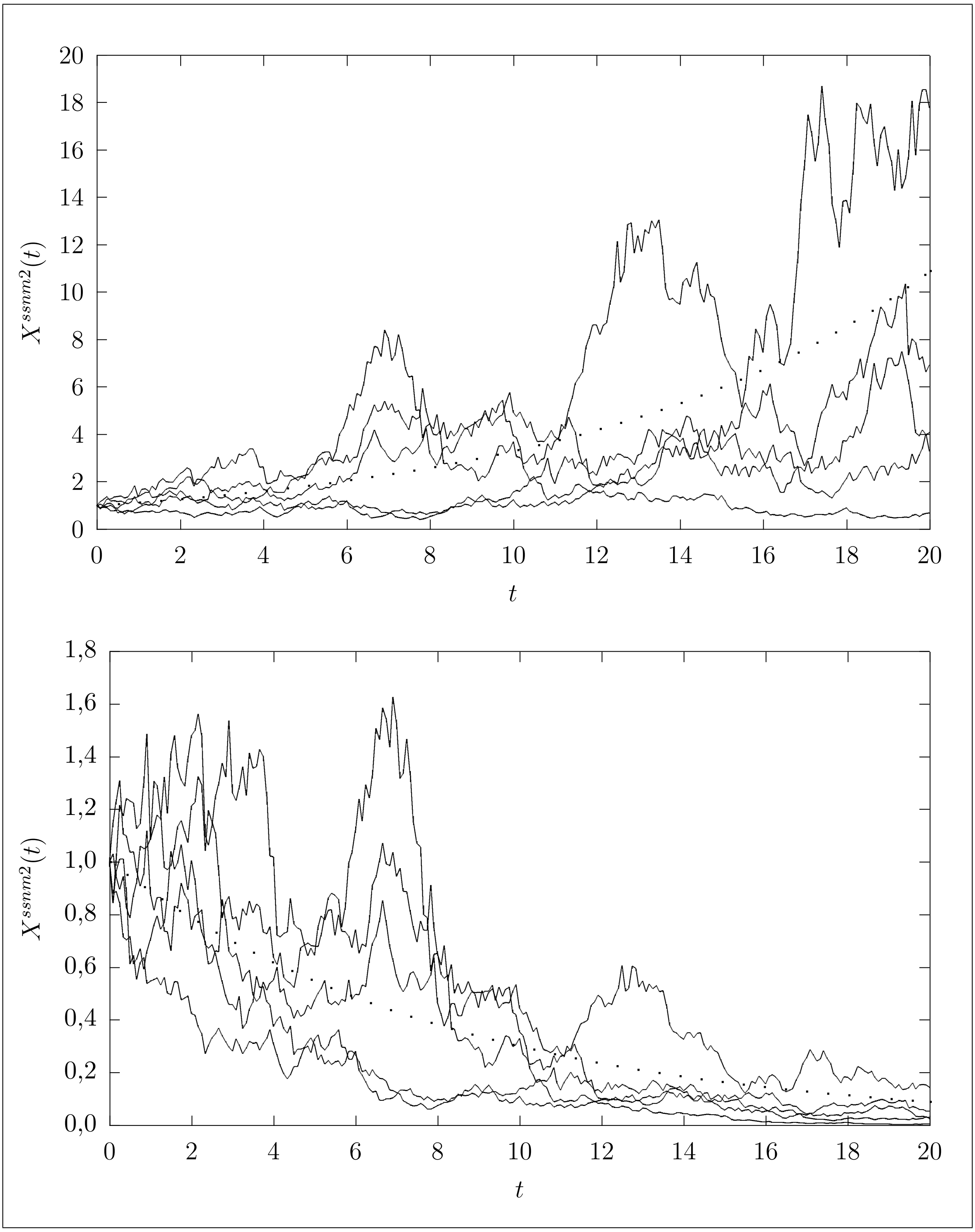

Abbildung B.9: Fünf beispielhafte Trajektorien der geometrischen Brownschen Bewegung $X^{ssnm2}(t)$ mit positiver ($\alpha > 0$) Trendkomponente (obere Graphik: $\alpha = 12$ Prozent je Periode, $\sigma = 34{,}64102$ Prozent je Periode) und mit negativer ($\alpha < 0$) Trendkomponente (untere Graphik: $\alpha = -12$ Prozent je Periode, $\sigma = 34{,}64102$ Prozent je Periode)

B. Zeitstetiger, zustandsstetiger, stationärer stochastischer Prozeß

Der bereits im Anhang B.1, S. 289, erwähnte und durch die nachstehende lineare stochastische Differentialgleichung 1. Ordnung beschriebene Ornstein-Uhlenbeck Geschwindigkeitsprozeß

$$dX^{sss}(t) = -\alpha \cdot X^{sss}(t) \cdot dt + \sigma \cdot d\bar{W}(t), \qquad \begin{array}{l} \alpha > 0, \\ d\bar{W}(t) \text{ nach Formel (B.9), S. 303,} \\ \forall\, t \in [t_0, T]\,, \end{array} \tag{B.24}$$

repräsentiert genau dann einen zeitstetigen, zustandsstetigen, stationären Zufallsprozeß (Prozeßtyp VIII), wenn dessen Startwert $X^{sss}(t_0)$ normalverteilt ist mit $\mathcal{E}\left[X^{sss}(t_0)\right] = 0$ und $\mathcal{V}\left[X^{sss}(t_0)\right] = \sigma^2/(2 \cdot \alpha)$. Um diese Aussage zu beweisen, muß die Lösung der Formel (B.24) bestimmt werden, die nachstehende Form hat:[53]

$$\begin{aligned} X^{sss}(t) &= \exp\left\{-\alpha \cdot \int_{t_0}^{t} ds\right\} \cdot \left(X^{sss}(t_0) + \sigma \cdot \int_{t_0}^{t} \exp\left\{\alpha \cdot \int_{t_0}^{s} du\right\} d\bar{W}(s)\right) \\ &= \exp\left\{-\alpha \cdot (t - t_0)\right\} \cdot \left(X^{sss}(t_0) + \sigma \cdot \int_{t_0}^{t} \exp\left\{\alpha \cdot (s - t_0)\right\} d\bar{W}(s)\right) \\ &= \exp\left\{-\alpha \cdot t\right\} \cdot \left(X^{sss}(t_0) + \sigma \cdot \int_{t_0}^{t} \exp\left\{\alpha \cdot s\right\} d\bar{W}(s)\right) \\ & \quad \forall\, s, t \in [t_0, T]\,, \quad \text{wenn } t_0 = 0. \end{aligned} \tag{B.25}$$

Auf dieser Basis lassen sich die Funktionen des Erwartungswerts und der Autokovarianz von $X^{sss}(t)$ berechnen:[54]

$$\begin{aligned} \mathcal{E}\left[X^{sss}(t)\right] &= \mathcal{E}\left[\exp\left\{-\alpha \cdot t\right\} \cdot \left(X^{sss}(t_0) + \sigma \cdot \int_{t_0}^{t} \exp\left\{\alpha \cdot s\right\} d\bar{W}(s)\right)\right] \\ &= \exp\left\{-\alpha \cdot t\right\} \cdot \mathcal{E}\left[X^{sss}(t_0)\right] \\ &= 0 \quad \forall\, s, t \in [t_0, T]\,, \quad \text{wenn } t_0 = 0 \text{ und } \mathcal{E}\left[X^{sss}(t_0)\right] = 0, \\ \mathcal{A}^{sss}(t, s) &= \mathcal{COV}\left[X^{sss}(t), X^{sss}(s)\right] \\ &= \mathcal{E}\left[\left(X^{sss}(t) - \mathcal{E}\left[X^{sss}(t)\right]\right) \cdot \left(X^{sss}(s) - \mathcal{E}\left[X^{sss}(s)\right]\right)\right] \\ &= \mathcal{E}\left[X^{sss}(t) \cdot X^{sss}(s)\right] \\ &= \exp\left\{-\alpha \cdot (t + s)\right\} \cdot \left[\mathcal{V}\left[X^{sss}(t_0)\right] + \sigma^2 \cdot \int_{t_0}^{\min(t,s)} \exp\left\{2 \cdot \alpha \cdot u\right\} du\right] \end{aligned}$$

[53] Vgl. Arnold, L. (1974), S. 130, 134.

[54] Vgl. Arnold, L. (1974), S. 131, 134 f.; Mikosch, T. (2000), S. 143 f.

$$
\begin{aligned}
&= \exp\{-\alpha \cdot (t+s)\} \cdot \left[\mathcal{V}\left[X^{sss}(t_0)\right] + \frac{\sigma^2 \cdot (\exp\{2 \cdot \alpha \cdot \min(t,s)\} - 1)}{2 \cdot \alpha}\right] \\
&= \exp\{-\alpha \cdot \mid t-s \mid\} \cdot \frac{\sigma^2}{2 \cdot \alpha} = \mathcal{A}^{sss}(t-s) \quad \forall\, s,t \in [t_0, T]\,, \\
&\quad \text{wenn } t_0 = 0 \text{ und } \mathcal{V}\left[X^{sss}(t_0)\right] = \sigma^2/\,(2 \cdot \alpha).
\end{aligned}
$$

Damit wird deutlich, daß der Ornstein-Uhlenbeck Geschwindigkeitsprozeß unter den vorstehenden Annahmen einen stationären Zufallsprozeß beschreibt.

Literaturverzeichnis

Adam, D. (1966): Das Interdependenzproblem in der Investitionsrechnung und die Möglichkeiten einer Zurechnung von Erträgen auf einzelne Investitionsobjekte, in: Der Betrieb, 19. Jg., H. 26, 1966, S. 989-993.

Adam, D. (1980a): Planungsüberlegungen in bewertungs- und zielsetzungsdefekten Problemsituationen (I) und (II), in: Das Wirtschaftsstudium, 9. Jg., H. 3 und H. 4, 1980, S. 127-130 und S. 178-180.

Adam, D. (1980b): Planungsüberlegungen in wirkungsdefekten Problemsituationen, in: Das Wirtschaftsstudium, 9. Jg., H. 8, 1980, S. 382-386.

Adam, D. (1980c): Zur Problematik der Planung in schlecht strukturierten Entscheidungssituationen, in: Jacob, H. (Hrsg.): Neue Aspekte der betrieblichen Planung (Schriften zur Unternehmensführung, Bd. 28), Wiesbaden 1980, S. 47-75.

Adam, D. (1998): Produktions-Management, 9. Aufl., Wiesbaden 1998.

Adam, D. (2000): Investitionscontrolling, 3. Aufl., München, Wien 2000.

Adam, D., Witte, T. (1976): Typen betriebswirtschaftlicher Modelle, in: Das Wirtschaftsstudium, 5. Jg., H. 1, 1976, S. 1-5.

Adam, D., Witte, T. (1979): Merkmale der Planung in gut- und schlechtstrukturierten Planungssituationen, in: Das Wirtschaftsstudium, 8. Jg., H. 8, 1979, S. 380-386.

Adam-Müller, A. F. A. (1995): Internationale Unternehmensaktivität, Wechselkursrisiko und Hedging mit Finanzinstrumenten (International Economics and Institutions, hrsg. von Vosgerau, H.-J.), Heidelberg 1995.

Agliardi, E. (2001): Taxation and Investment Decisions: A Real Options Approach, in: Australian Economic Papers, Vol. 40, No. 1, 2001, S. 44-55.

Ahlheim, M., Wagenhals, G. (1988): Exakte Wohlfahrtsmaße in der Nutzen-Kosten-Analyse, in: Zeitschrift für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften, 108. Jg., H. 2, 1988, S. 169-193.

Ainslie, G., Haslam, N. (1992): Hyperbolic Discounting, in: Loewenstein, G. F., Elster, J. (Hrsg.): Choice Over Time, New York 1992, S. 57-92.

Akerlof, G. A. (1970): The Market for "Lemons": Quality Uncertainty and the Market Mechanism, in: The Quarterly Journal of Economics, Vol. 84, No. 3, 1970, S. 488-500.

Aliber, R. Z. (1973): The Interest Rate Parity Theorem: A Reinterpretation, in: Journal of Political Economy, Vol. 81, No. 6, 1973, S. 1451-1459.

Amin, K. I. (1991): On the Computation of Continuous Time Option Prices Using Discrete Approximations, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 26, No. 4, 1991, S. 477-495.

Amin, K. I. (1995): Option Pricing Trees, in: The Journal of Derivatives, Vol. 2, No. 4, 1995, S. 34-46.

Amin, K. I., Khanna, A. (1994): Convergence of American Option Values from Discrete- to Continuous-Time Financial Models, in: Mathematical Finance, Vol. 4, No. 4, 1994, S. 289-304.

Amram, M., Kulatilaka, N. (1999): Real Options: Managing Strategic Investment in an Uncertain World, Boston, Massachusetts 1999.

Arnold, L. (1974): Stochastic Differential Equations: Theory and Applications, New York u.a. 1974.

Arrow, K. J. (1964): The Role of Securities in the Optimal Allocation of Risk-bearing, in: The Review of Economic Studies, Vol. 31, No. 2, 1964, S. 91-96.

Bahmani-Oskooee, M., Das, S. P. (1985): Transaction Costs and the Interest Parity Theorem, in: Journal of Political Economy, Vol. 93, No. 4, 1985, S. 793-799.

Balke, N. S., Wohar, M. E. (1998): Nonlinear Dynamics and Covered Interest Rate Parity, in: Empirical Economics, Vol. 23, No. 4, 1998, S. 535-559.

Bamberg, G., Baur, F. (2002): Statistik, 12. Aufl., München, Wien 2002.

Bamberg, G., Coenenberg, A. G. (2004): Betriebswirtschaftliche Entscheidungslehre, 12. Aufl., München 2004.

Banz, R. W., Miller, M. H. (1978): Prices for State-contingent Claims: Some Estimates and Applications, in: The Journal of Business, Vol. 51, No. 4, 1978, S. 653-672.

Barone-Adesi, G., Whaley, R. E. (1987): Efficient Analytic Approximation of American Option Values, in: The Journal of Finance, Vol. 42, No. 2, 1987, S. 301-320.

Bates, D. S. (1991): The Crash of '87: Was it Expected? The Evidence from Options Markets, in: The Journal of Finance, Vol. 46, No. 3, 1991, S. 1009-1044.

Bavishi, V. B. (1979): Capital-Budgeting Study Among US MNCs Indicates Current Practices/Trends, in: Business International Money Report, Vol. 8, No. 6, 1979, S. 194-195.

Bavishi, V. B. (1981): Capital Budgeting Practices at Multinationals, in: Management Accounting, Vol. 15, No. 8, 1981, S. 32-35.

Beißinger, T., Möller, J. (1994): Die Neue Investitionstheorie, in: Wirtschaftswissenschaftliches Studium, 23. Jg., H. 6, 1994, S. 270-275.

Bell, G. K. (1995): Volatile Exchange Rates and the Multinational Firm: Entry, Exit, and Capacity Options, in: Trigeorgis, L. (Hrsg.): Real Options in Capital Investment: Models, Strategies, and Applications, Westport/Connecticut, London 1995, S. 163-181.

Bellman, R. (1972): Dynamic Programming, 6. Aufl., Princeton, New Jersey 1972.

Berger, P. G., Ofek, E., Swary, I. (1996): Investor Valuation of the Abandonment Option, in: Journal of Financial Economics, Vol. 42, No. 2, 1996, S. 257-287.

Berk, J. B., Green, R. C., Naik, V. (1999): Optimal Investment, Growth Options, and Security Returns, in: The Journal of Finance, Vol. 54, No. 5, 1999, S. 1553-1607.

Beyer, O., Girlich, H.-J., Zschiesche, H.-U. (1988): Stochastische Prozesse und Modelle (Mathematik für Ingenieure, Naturwissenschaftler, Ökonomen und Landwirte, hrsg. von Beyer, O., Erfurth, H., Greuel, O., Kadner, H., Manteuffel, K., Zeidler, G., Bd. 19/1), 3. Aufl., Leipzig 1988.

Biergans, E. (1973): Investitionsrechnung: Verfahren der Investitionsrechnung und ihre Anwendung in der Praxis, Nürnberg 1973.

Bitz, M. (1981): Entscheidungstheorie, München 1981.

Bjerksund, P., Ekern, S. (1995): Contingent Claims Evaluation of Mean-Reverting Cash Flows in Shipping, in: Trigeorgis, L. (Hrsg.): Real Options in Capital Investment: Models, Strategies, and Applications, Westport/Connecticut, London 1995, S. 207-219.

Bjerksund, P., Stensland, G. (1993): Closed-Form Approximation of American Options, in: Scandinavian Journal of Management, Vol. 9, Supplementary Issue: Proceedings of the Nordic Symposium on Contingent Claims Analysis in Finance, 1993, S. S87-S99.

Black, F. (1972a): Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing, in: The Journal of Business, Vol. 45, No. 3, 1972, S. 444-455.

Black, F. (1972b): Equilibrium in the Creation of Investment Goods under Uncertainty, in: Jensen, M. C. (Hrsg.): Studies in the Theory of Capital Markets, New York u.a. 1972, S. 249-265.

Black, F., Scholes, M. (1973): The Pricing of Options and Corporate Liabilities, in: Journal of Political Economy, Vol. 81, No. 3, 1973, S. 637-654.

Blenman, L. P. (1991): A Model of Covered Interest Arbitrage under Market Segmentation, in: Journal of Money, Credit, and Banking, Vol. 23, No. 4, 1991, S. 706-717.

Bleymüller, J., Gehlert, G., Gülicher, H. (2004): Statistik für Wirtschaftswissenschaftler, 14. Aufl., München 2004.

Blohm, H., Lüder, K. (1995): Investition: Schwachstellenanalyse des Investitionsbereichs und Investitionsrechnung, 8. Aufl., München 1995.

Blomeyer, E. C., Johnson, H. E. (1988): An Empirical Examination of the Pricing of American Put Options, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 23, No. 1, 1988, S. 13-22.

Blume, L., Simon, C. P. (1994): Mathematics for Economists, New York, London 1994.

Blumentrath, U. (1969): Investitions- und Finanzplanung mit dem Ziel der Endwertmaximierung (Schriften zur theoretischen und angewandten Betriebswirtschaftslehre, hrsg. von Pack, L., Bd. 7), Wiesbaden 1969.

Boddewyn, J. J. (1985): Theories of Foreign Direct Investment and Divestment: A Classificatory Note, in: Management International Review, Vol. 25, No. 1, 1985, S. 57-65.

Boness, A. J. (1964): Elements of a Theory of Stock-Option Value, in: The Journal of Political Economy, Vol. 72, No. 2, 1964, S. 163-175.

Bonini, C. P. (1977): Capital Investment under Uncertainty with Abandonment Options, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 12, No. 1, 1977, S. 39-54.

Bös, M. (1991): Optionsbewertung und Kapitalmarkt (Reihe: Quantitative Ökonomie, hrsg. von Bomsdorf, E., Kösters, W., Matthes, W., Bd. 29), Bergisch Gladbach, Köln 1991.

Bosch, K. (2003): Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler: Einführung, 14. Aufl., München, Wien 2003.

Boyle, P. P. (1977): Options: A Monte Carlo Approach, in: Journal of Financial Economics, Vol. 4, No. 3, 1977, S. 323-338.

Branson, W. H. (1969): The Minimum Covered Interest Differential Needed for International Arbitrage Activity, in: Journal of Political Economy, Vol. 77, No. 6, 1969, S. 1028-1035.

Braun, G. (1988): Die Theorie der Direktinvestition (Untersuchungen zur Wirtschaftspolitik, hrsg. von Willgerodt, H., Watrin, C., Bd. 75), Köln 1988.

Brealey, R. A., Myers, S. C. (2003): Principles of Corporate Finance, 7. Aufl., Boston, Massachusetts u.a. 2003.

Breeden, D. T. (1979): An Intertemporal Asset Pricing Model with Stochastic Consumption and Investment Opportunities, in: Journal of Financial Economics, Vol. 7, No. 3, 1979, S. 265-296.

Breeden, D. T., Litzenberger, R. H. (1978): Prices of State-contingent Claims Implicit in Option Prices, in: The Journal of Business, Vol. 51, No. 4, 1978, S. 621-651.

Brennan, M. J. (1979): The Pricing of Contingent Claims in Discrete Time Models, in: The Journal of Finance, Vol. 34, No. 1, 1979, S. 53-68.

Brennan, M. J., Kraus, A. (1976): The Geometry of Separation and Myopia, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 11, No. 2, 1976, S. 171-193.

Brennan, M. J., Schwartz, E. S. (1977): The Valuation of American Put Options, in: The Journal of Finance, Vol. 32, No. 2, 1977, S. 449-462.

Brennan, M. J., Schwartz, E. S. (1985a): Evaluating Natural Resource Investments, in: The Journal of Business, Vol. 58, No. 2, 1985, S. 135-157.

Brennan, M. J., Schwartz, E. S. (1985b): A New Approach to Evaluating Natural Resource Investments, in: Midland Corporate Finance Journal, Vol. 3, No. 1, 1985, S. 37-47.

Bretzke, W.-R. (1980): Der Problembezug von Entscheidungsmodellen (Die Einheit der Gesellschaftswissenschaften: Studien in den Grenzbereichen der Wirtschafts- und Sozialwissenschaften, hrsg. von Boettcher, E., Bd. 29), Tübingen 1980.

Breuer, W. (1998): Finanzierungstheorie: Eine systematische Einführung (Die Wirtschaftswissenschaften, hrsg. von Albach, H.), Wiesbaden 1998.

Breuer, W. (2001): Investition II: Entscheidungen bei Risiko, Wiesbaden 2001.

Breuer, W. (2002): Investition I: Entscheidungen bei Sicherheit, 2. Aufl., Wiesbaden 2002.

Broadie, M., Detemple, J. (1996): American Option Valuation: New Bounds, Approximations, and a Comparison of Existing Methods, in: The Review of Financial Studies, Vol. 9, No. 4, 1996, S. 1211-1250.

Bröer, N., Däumler, K.-D. (1986): Investitionsrechnungsmethoden in der Praxis (I): Eine Umfrage, in: Buchführung, Bilanz, Kostenrechnung, o.Jg., H. 13, Fach 2, S. 709-722.

Broll, U., Wahl, J. (1992): Multinationale Unternehmung, Wechselkursunsicherheit und Hedging, in: Jahrbuch für Sozialwissenschaft, 43. Jg., H. 3, 1992, S. 394-401.

Broll, U., Zilcha, I. (1992): Exchange Rate Uncertainty, Futures Markets and the Multinational Firm, in: European Economic Review, Vol. 36, No. 4, 1992, S. 815-826.

Bronstein, I. N., Semendjajew, K. A. et al. (2001): Taschenbuch der Mathematik, 5. Aufl., Thun, Frankfurt am Main 2001.

Brose, P., Corsten, H. (1983): Bedeutung und Bestimmungsfaktoren subjektiver Wahrscheinlichkeiten, in: Wirtschaftswissenschaftliches Studium, 12. Jg., H. 7, 1983, S. 329-335.

Broyles, J. E., Cooper, I. A. (1981): Growth Opportunities and Real Investment Decisions, in: Derkinderen, F. G. J., Crum, R. L. (Hrsg.): Risk, Capital Costs, and Project Financing Decisions (Nijenrode Studies in Business, Vol. 6), Boston, Massachusetts u.a. 1981, S. 107-118.

Brümmerhoff, D. (2001): Finanzwissenschaft, 8. Aufl., München, Wien 2001.

Buckley, A. (1998): International Investment – Value Creation and Appraisal: A Real Options Approach (Series A: Copenhagen Studies in Economics and Management, No. 14), Copenhagen 1998.

Budde, A. (1979): Die Organisationsstruktur von Investitionsentscheidungen in Unternehmungen: Ergebnisse einer explorativen empirischen Erhebung (Europäische Hochschulschriften, Reihe 5: Volks- und Betriebswirtschaft, Bd. 231), Frankfurt am Main u.a. 1979.

Bunch, D. S., Johnson, H. E. (1992): A Simple and Numerically Efficient Valuation Method for American Puts Using a Modified Geske-Johnson Approach, in: The Journal of Finance, Vol. 47, No. 2, 1992, S. 809-816.

Bunch, D. S., Johnson, H. E. (2000): The American Put Option and Its Critical Stock Price, in: The Journal of Finance, Vol. 55, No. 5, 2000, S. 2333-2356.

Büschgen, H. E. (1997): Internationales Finanzmanagement, 3. Aufl., Frankfurt am Main 1997.

Busse von Colbe, W., Laßmann, G. (1990): Betriebswirtschaftstheorie, Bd. 3: Investitionstheorie, 3. Aufl., Berlin u.a. 1990.

Callier, P. (1981): One Way Arbitrage, Foreign Exchange and Securities Markets: A Note, in: The Journal of Finance, Vol. 36, No. 5, 1981, S. 1177-1186.

Calvet, A. L. (1981): A Synthesis of Foreign Direct Investment Theories and Theories of the Multinational Firm, in: Journal of International Business Studies, Vol. 12, No. 1, 1981, S. 43-59.

Campa, J. M. (1993): Entry by Foreign Firms in the United States under Exchange Rate Uncertainty, in: The Review of Economics and Statistics, Vol. 75, No. 4, 1993, S. 614-622.

Carr, P. (1988): The Valuation of Sequential Exchange Opportunities, in: The Journal of Finance, Vol. 43, No. 5, 1988, S. 1235-1256.

Carr, P. (1995): The Valuation of American Exchange Options with Application to Real Options, in: Trigeorgis, L. (Hrsg.): Real Options in Capital Investment: Models, Strategies, and Applications, Westport/Connecticut, London 1995, S. 109-120.

Carr, P., Jarrow, R., Myneni, R. (1992): Alternative Characterizations of American Put Options, in: Mathematical Finance, Vol. 2, No. 2, 1992, S. 87-106.

Cass, D., Stiglitz, J. E. (1970): The Structure of Investor Preferences and Asset Returns, and Separability in Portfolio Allocation: A Contribution to the Pure Theory of Mutual Funds, in: Journal of Economic Theory, Vol. 2, No. 2, 1970, S. 122-160.

Chung, K. H., Charoenwong, C. (1991): Investment Options, Assets in Place, and the Risk of Stocks, in: Financial Management, Vol. 20, No. 3, 1991, S. 21-33.

Clinton, K. (1988): Transactions Costs and Covered Interest Arbitrage: Theory and Evidence, in: Journal of Political Economy, Vol. 96, No. 2, 1988, S. 358-370.

Constantinides, G. M. (1980): Admissible Uncertainty in the Intertemporal Asset Pricing Model, in: Journal of Financial Economics, Vol. 8, No. 1, 1980, S. 71-86.

Copeland, T. E., Antikarov, V. (2001): Real Options: A Practitioner's Guide, New York, London 2001.

Copeland, T. E., Keenan, P. T. (1998): How Much is Flexibility Worth?, in: The McKinsey Quarterly, Vol. 35, No. 2, 1998, S. 38-49.

Copeland, T. E., Weston, J. F. (2003): Financial Theory and Corporate Policy, 3. Aufl., Upper Saddle River, New Jersey 2003.

Cosandier, P.-A., Lang, B. R. (1981): Interest Rate Parity Tests: Switzerland and Some Major Western Countries, in: Journal of Banking and Finance, Vol. 5, No. 2, 1981, S. 187-200.

Cox, J. C., Ingersoll, J. E. Jr., Ross, S. A. (1985a): An Intertemporal General Equilibrium Model of Asset Prices, in: Econometrica, Vol. 53, No. 2, 1985, S. 363-384.

Cox, J. C., Ingersoll, J. E. Jr., Ross, S. A. (1985b): A Theory of the Term Structure of Interest Rates, in: Econometrica, Vol. 53, No. 2, 1985, S. 385-407.

Cox, J. C., Ross, S. A. (1976a): A Survey of Some New Results in Financial Option Pricing Theory, in: The Journal of Finance, Vol. 31, No. 2, 1976, S. 383-402.

Cox, J. C., Ross, S. A. (1976b): The Valuation of Options for Alternative Stochastic Processes, in: Journal of Financial Economics, Vol. 3, No. 1/2, 1976, S. 145-166.

Cox, J. C., Ross, S. A., Rubinstein, M. (1979): Option Pricing: A Simplified Approach, in: Journal of Financial Economics, Vol. 7, No. 3, 1979, S. 229-263.

Cox, J. C., Rubinstein, M. (1985): Options Markets, Englewood Cliffs, New Jersey 1985.

Curran, M. (1995): Accelerating American Option Pricing in Lattices, in: The Journal of Derivatives, Vol. 3, No. 2, 1995, S. 8-18.

Däumler, K.-D. (2002): Grundlagen der Investitionsrechnung, in: Betrieb und Wirtschaft, 56. Jg., H. 21, 2002, S. 881-889.

Davis, G. A. (1998): Estimating Volatility and Dividend Yield When Valuing Real Options to Invest or Abandon, in: The Quarterly Review of Economics and Finance, Vol. 38, Special Issue, 1998, S. 725-754.

DeAngelo, H. (1981): Competition and Unanimity, in: The American Economic Review, Vol. 71, No. 1, 1981, S. 18-27.

Deardorff, A. V. (1979): One-Way Arbitrage and Its Implications for the Foreign Exchange Markets, in: Journal of Political Economy, Vol. 87, No. 2, 1979, S. 351-364.

Debreu, G. (1959): Theory of Value: An Axiomatic Analysis of Economic Equilibrium, New York, London 1959.

Delfmann, W. (1993): Stichwort: Planungs- und Kontrollprozesse, in: Wittmann, W., Kern, W., Köhler, R., Küpper, H.-U., Wysocki, K. von (Hrsg.): Enzyklopädie der Betriebswirtschaftslehre, Bd. 1: Handwörterbuch der Betriebswirtschaft, 5. Aufl., Stuttgart 1993, Sp. 3232-3251.

Deutsche Bundesbank (1981, 1982, 1983, 1984, 1985, 1986, 1987, 1988, 1989, 1990, 1991, 1992, 1993, 1994, 1995, 1996, 1997, 1998, 1999, 2000, 2001, 2002, 2003, 2004, 2005): Statistische Beihefte zu den Monatsberichten der Deutschen Bundesbank, Reihe 3: Zahlungsbilanzstatistik, Frankfurt am Main, Dezember 1981, Dezember 1982, Dezember 1983, Dezember 1984, Dezember 1985, Dezember 1986, Dezember 1987, Dezember 1988, Dezember 1989, Dezember 1990, Dezember 1991, Dezember 1992, Dezember 1993, Dezember 1994, Dezember 1995, Dezember 1996, Dezember 1997, Dezember 1998, Dezember 1999, Dezember 2000, Dezember 2001, Dezember 2002, Dezember 2003, Dezember 2004, Dezember 2005.

Deutsche Bundesbank (1990): Die Zahlungsbilanzstatistik der BRD: Inhalt, Aufbau und methodische Grundlagen (Sonderdrucke der Deutschen Bundesbank Nr. 8), 2. Aufl., Frankfurt am Main 1990.

Dieckheuer, G. (1995): Internationale Wirtschaftsbeziehungen, 3. Aufl., München, Wien 1995.

Dinkelbach, W. (1993): Stichwort: Entscheidungstheorie, in: Wittmann, W., Kern, W., Köhler, R., Küpper, H.-U., Wysocki, K. von (Hrsg.): Enzyklopädie der Betriebswirtschaftslehre, Bd. 1: Handwörterbuch der Betriebswirtschaft, 5. Aufl., Stuttgart 1993, Sp. 929-943.

Dixit, A. K. (1989): Entry and Exit Decisions under Uncertainty, in: Journal of Political Economy, Vol. 97, No. 3, 1989, S. 620-638.

Dixit, A. K. (1992): Investment and Hysteresis, in: Journal of Economic Perspectives, Vol. 6, No. 1, 1992, S. 107-132.

Dixit, A. K., Pindyck, R. S. (1994): Investment under Uncertainty, Princeton, New Jersey 1994.

Drukarczyk, J. (1993): Theorie und Politik der Finanzierung, 2. Aufl., München 1993.

Duffie, D. (2001): Dynamic Asset Pricing Theory, 3. Aufl., Princeton, New Jersey 2001.

Dunning, J. H. (1981): Explaining the International Direct Investment Position of Countries: Towards a Dynamic or Developmental Approach, in: Weltwirtschaftliches Archiv, 69. Jg., Bd. 117, H. 1, 1981, S. 30-64.

Dyckhoff, H. (1988): Zeitpräferenz, in: Schmalenbachs Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung, 40. Jg., H. 11, 1988, S. 990-1008.

Dyckhoff, H., Weiner, M. (1992): Die Bedeutung der Zeitpräferenz für die Unternehmensplanung: Überlegungen auf der Basis empirischer Untersuchungen, in: Betriebswirtschaftliche Forschung und Praxis, 44. Jg., H. 1, 1992, S. 28-42.

Eisenführ, F., Weber, M. (2003): Rationales Entscheiden, 4. Aufl., Berlin u.a. 2003.

Elster, J. (1992): Intertemporal Choice and Political Thought, in: Loewenstein, G. F., Elster, J. (Hrsg.): Choice Over Time, New York 1992, S. 35-53.

Elton, E. J., Gruber, M. J. et al. (2003): Modern Portfolio Theory and Investment Analysis, 6. Aufl., Hoboken, New Jersey 2003.

Ethier, W. J. (1986): The Multinational Firm, in: The Quarterly Journal of Economics, Vol. 101, No. 4, 1986, S. 805-833.

Fahey, L., Randall, R. M. (1998): What is Scenario Learning?, in: Fahey, L., Randall, R. M. (Hrsg.): Learning from the Future: Competitive Foresight Scenarios, New York u.a. 1998, S. 3-21.

Fahrmeir, L., Kaufmann, H. L., Ost, F. (1981): Stochastische Prozesse: Eine Einführung in Theorie und Anwendungen (Mathematische Grundlagen für Mathematiker, Physiker und Ingenieure, hrsg. von Heinhold, J.), München, Wien 1981.

Farkas, J. (1902): Theorie der einfachen Ungleichungen, in: Journal für die reine und angewandte Mathematik, Bd. 124, H. 1, 1902, S. 1-27.

Faßbender, E., Killat, G. (1996): Die Preisfindung bei deutschen Unternehmenstransaktionen mit internationalem Hintergrund, in: International Bankers Forum e.V. (Hrsg.): Die Banken auf dem Weg ins 21. Jahrhundert: Strategien und Konzepte, Wiesbaden 1996, S. 49-68.

Fisher, I. (1930): The Theory of Interest: As Determined by Impatience to Spend Income and Opportunity to Invest it, New York 1930.

Frank, R. H. (1992): The Role of Moral Sentiments in the Theory of Intertemporal Choice, in: Loewenstein, G. F., Elster, J. (Hrsg.): Choice Over Time, New York 1992, S. 265-284.

Franke, G. (1983): Kapitalmarkt und Separation, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft, 53. Jg., H. 3, 1983, S. 239-260.

Franke, G. (1989): Betriebliche Investitionstheorie bei Risiko, in: Operations Research-Spektrum, Bd. 11, H. 2, 1989, S. 67-82.

Franke, G., Hax, H. (2004): Finanzwirtschaft des Unternehmens und Kapitalmarkt, 5. Aufl., Berlin u.a. 2004.

Franke, J., Härdle, W., Hafner, C. (2004): Einführung in die Statistik der Finanzmärkte, 2. Aufl., Berlin u.a. 2004.

Frenkel, J. A., Levich, R. M. (1975): Covered Interest Arbitrage: Unexploited Profits?, in: Journal of Political Economy, Vol. 83, No. 2, 1975, S. 325-338.

Frenkel, J. A., Levich, R. M. (1977): Transaction Costs and Interest Arbitrage: Tranquil versus Turbulent Periods, in: Journal of Political Economy, Vol. 85, No. 6, 1977, S. 1209-1226.

Frenkel, J. A., Levich, R. M. (1979): Covered Interest Arbitrage and Unexploited Profits? Reply, in: Journal of Political Economy, Vol. 87, No. 2, 1979, S. 418-422.

Gäfgen, G. (1974): Theorie der wirtschaftlichen Entscheidung: Untersuchungen zur Logik und Bedeutung des rationalen Handelns, 3. Aufl., Tübingen 1974.

Gandolfo, G. (1995): International Economics II: International Monetary Theory and Open-Economy Macroeconomics, 2. Aufl., Berlin u.a. 1995.

Gann, J. (1996): Internationale Investitionsentscheidungen multinationaler Unternehmungen: Einflußfaktoren – Methoden – Bewertung (mir-Edition, hrsg. von Macharzina, K., Welge, M. K., Kutschker, M., Engelhard, J.), Wiesbaden 1996.

Garman, M. B., Ohlson, J. A. (1981): Valuation of Risky Assets in Arbitrage-Free Economies with Transactions Costs, in: Journal of Financial Economics, Vol. 9, No. 3, 1981, S. 271-280.

Geske, R. (1977): The Valuation of Corporate Liabilities as Compound Options, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 12, No. 4, 1977, S. 541-552.

Geske, R. (1978): The Pricing of Options with Stochastic Dividend Yield, in: The Journal of Finance, Vol. 33, No. 2, 1978, S. 617-625.

Geske, R. (1979a): The Valuation of Compound Options, in: Journal of Financial Economics, Vol. 7, No. 1, 1979, S. 63-81.

Geske, R. (1979b): A Note on an Analytical Valuation Formula for Unprotected American Call Options on Stocks with Known Dividends, in: Journal of Financial Economics, Vol. 7, No. 4, 1979, S. 375-380.

Geske, R., Johnson, H. E. (1984): The American Put Option Valued Analytically, in: The Journal of Finance, Vol. 39, No. 5, 1984, S. 1511-1524.

Geske, R., Shastri, K. (1985): Valuation by Approximation: A Comparison of Alternative Option Valuation Techniques, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 20, No. 1, 1985, S. 45-71.

Geske, R., Trautmann, S. (1986): Option Valuation: Theory and Empirical Evidence, in: Bamberg, G., Spremann, K. (Hrsg.): Capital Market Equilibria, Berlin u.a. 1986, S. 79-133.

Ghosh, D. K. (1998): Covered Arbitrage in Foreign Exchange Markets with Forward Forward Contracts in Interest Rates, in: The Journal of Futures Markets, Vol. 18, No. 1, 1998, S. 115-127.

Giguère, G. (1958): Warrants: A Mathematical Method of Evaluation, in: The Analysts Journal, Vol. 14, No. 5, 1958, S. 17-25.

Gintschel, A. (1999): Ein allgemeines Binomialmodell zur Bewertung von Realoptionen, in: Kredit und Kapital, 32. Jg., H. 1, 1999, S. 60-84.

Gitman, L. J., Forrester, J. R. Jr. (1977): A Survey of Capital Budgeting Techniques Used by Major U.S. Firms, in: Financial Management, Vol. 6, No. 3, 1977, S. 66-71.

Godet, M. (1987): Scenarios and Strategic Management, London u.a. 1987.

Götze, U. (1993): Szenario-Technik in der strategischen Unternehmensplanung, 2. Aufl., Wiesbaden 1993.

Götze, U., Bloech, J. (2004): Investitionsrechnung: Modelle und Analysen zur Beurteilung von Investitionsvorhaben, 4. Aufl., Berlin u.a. 2004.

Grabbe, H.-W. (1976): Investitionsrechnung in der Praxis – Ergebnisse einer Unternehmensbefragung (Beiträge zur Wirtschafts- und Sozialpolitik, hrsg. vom Institut der deutschen Wirtschaft, H. 32), Köln 1976.

Green, R. C., Srivastava, S. (1985): Risk Aversion and Arbitrage, in: The Journal of Finance, Vol. 40, No. 1, 1985, S. 257-268.

Grinblatt, M., Johnson, H. E. (1988): A Put Option Paradox, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 23, No. 1, 1988, S. 23-26.

Grossman, S. J., Stiglitz, J. E. (1980): Stockholder Unanimity in Making Production and Financial Decisions, in: The Quarterly Journal of Economics, Vol. 94, No. 3, 1980, S. 543-566.

Hakansson, N. H. (1969): Risk Disposition and the Separation Property in Portfolio Selection, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 4, No. 4, 1969, S. 401-416.

Hammel, R., Wahls, W. (1979): Dynamische Investitionsrechnung – Anwendung und Aussagefähigkeit in der Praxis, in: Schmalenbachs Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung (ZfbF)-Kontaktstudium, 31. Jg., o.H., 1979, S. 107-115.

Harrison, J. M., Kreps, D. M. (1979): Martingales and Arbitrage in Multiperiod Securities Markets, in: Journal of Economic Theory, Vol. 20, No. 3, 1979, S. 381-408.

Harrison, J. M., Pliska, S. R. (1981): Martingales and Stochastic Integrals in the Theory of Continuous Trading, in: Stochastic Processes and their Applications, Vol. 11, No. 3, 1981, S. 215-260.

Harrison, J. M., Pliska, S. R. (1983): A Stochastic Calculus Model of Continuous Trading: Complete Markets, in: Stochastic Processes and their Applications, Vol. 15, No. 3, 1983, S. 313-316.

Hart, O. D., Jaffee, D. M. (1974): On the Application of Portfolio Theory to Depository Financial Intermediaries, in: The Review of Economic Studies, Vol. 41, No. 1, 1974, S. 129-147.

Hauck, W. (1991): Optionspreise: Märkte, Preisfaktoren, Kennzahlen, Wiesbaden 1991.

Hellwig, H.-J. (1989): Stichwort: Joint Venture-Verträge, internationale, in: Macharzina, K., Welge, M. K. (Hrsg.): Enzyklopädie der Betriebswirtschaftslehre, Bd. 12: Handwörterbuch Export und Internationale Unternehmung, Stuttgart 1989, Sp. 1064-1072.

Hemberger, H. (1974): Direkte Auslandsinvestitionen – Elemente des Entscheidungsprozesses und Erklärungsansätze, Frankfurt am Main, Zürich 1974.

Henry, C. (1974): Investment Decisions under Uncertainty: The "Irreversibility Effect", in: The American Economic Review, Vol. 64, No. 6, 1974, S. 1006-1012.

Hering, T. (2003): Investitionstheorie, 2. Aufl., München, Wien 2003.

Hilgert, S. (1966): Zur Berücksichtigung von Erträgen in Investitionsrechnungen, in: Der Betrieb, 19. Jg., H. 3, 1966, S. 81-84.

Hommel, U. (1999): Der Realoptionsansatz: Das neue Standardverfahren der Investitionsrechnung, in: M&A Review, 10. Jg., H. 1, 1999, S. 22-29.

Hommel, U., Lehmann, H. (2001): Die Bewertung von Investitionsprojekten mit dem Realoptionsansatz – Ein Methodenüberblick, in: Hommel, U., Scholich, M., Vollrath, R. (Hrsg.): Realoptionen in der Unternehmenspraxis: Wert schaffen durch Flexibilität, Berlin u.a. 2001, S. 113-129.

Hommel, U., Müller, J. (1999): Realoptionsbasierte Investitionsbewertung, in: Finanz Betrieb, 1. Jg., H. 8, 1999, S. 177-188.

Hommel, U., Pritsch, G. (1998): Investitionsbewertung mit dem Realoptionsansatz, Wissenschaftliche Hochschule für Unternehmensführung (WHU)-Forschungspapier Nr. 50, Vallendar 1998.

Hommel, U., Pritsch, G. (1999a): Marktorientierte Investitionsbewertung mit dem Realoptionsansatz: Ein Implementierungsleitfaden für die Praxis, in: Finanzmarkt und Portfolio Management, 13. Jg., H. 2, 1999, S. 121-144.

Hommel, U., Pritsch, G. (1999b): Investitionsbewertung und Unternehmensführung mit dem Realoptionsansatz, in: Achleitner, A.-K., Thoma, G. (Hrsg.): Handbuch Corporate Finance (4. Ergänzungslieferung), Köln 1999, S. 1-67.

Honko, J., Virtanen, K. (1975): The Investment Process in Finnish Industrial Enterprises: A Study of the Capital Investment Planning and Control Process in the Fifty Largest Finnish Industrial Enterprises (Acta Academiae Oeconomicae Helsingiensis, Series A: 16), Helsinki 1975.

Howell, S. D., Jägle, A. J. (1997): Laboratory Evidence on How Managers Intuitively Value Real Growth Options, in: Journal of Business Finance and Accounting, Vol. 24, No. 7 & 8, 1997, S. 915-935.

Hsia, C.-C. (1983): On Binomial Option Pricing, in: The Journal of Financial Research, Vol. 6, No. 1, 1983, S. 41-46.

Hubbard, R. G. (1994): Investment under Uncertainty: Keeping One's Options Open, in: Journal of Economic Literature, Vol. 32, No. 4, 1994, S. 1816-1831.

Huchzermeier, A., Cohen, M. A. (1996): Valuing Operational Flexibility under Exchange Rate Risk, in: Operations Research, Vol. 44, No. 1, 1996, S. 100-113.

Huchzermeier, A., Loch, C. H. (2001): Project Management under Risk: Using the Real Options Approach to Evaluate Flexibility in R&D, in: Management Science, Vol. 47, No. 1, 2001, S. 85-101.

Hull, J. C. (2000): Options, Futures, & Other Derivatives, 4. Aufl., Upper Saddle River, New Jersey u.a. 2000.

Hull, J. C., White, A. (1988): The Use of the Control Variate Technique in Option Pricing, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 23, No. 3, 1988, S. 237-251.

Hull, J. C., White, A. (1990): Valuing Derivative Securities Using the Explicit Finite Difference Method, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 25, No. 1, 1990, S. 87-100.

Hummel, B. (1997): Internationale Standortentscheidung: Einflußfaktoren, informatorische Fundierung und Unterstützung durch computergestützte Informationssysteme (Schriftenreihe des Instituts für Allgemeine Wirtschaftsforschung der Albert-Ludwigs-Universität Freiburg im Breisgau, hrsg. von Blümle, G., Brandt, K., Hauser, S., Hoppmann, E., Külp, B., Landmann, O., Lüdeke, D., Schober, F., Vanberg, V., Bd. 57), Freiburg im Breisgau 1997.

Ingersoll, J. E. Jr. (1987): Theory of Financial Decision Making (Rowman & Littlefield Studies in Financial Economics), Savage, Maryland 1987.

Ingersoll, J. E. Jr. (1989): Option Pricing Theory, in: Eatwell, J., Milgate, M., Newman, P. (Hrsg.): The New Palgrave: Finance, London 1989, S. 199-212.

Ingersoll, J. E. Jr., Ross, S. A. (1992): Waiting to Invest: Investment and Uncertainty, in: The Journal of Business, Vol. 65, No. 1, 1992, S. 1-29.

Itô, K. (1951): On Stochastic Differential Equations, in: Memoirs of the American Mathematical Society, Vol. 4, w.No., 1951, S. 1-51.

Jahrreiß, W. (1984): Zur Theorie der Direktinvestitionen im Ausland: Versuch einer Bestandsaufnahme, Weiterführung und Integration partialanalytischer Forschungsansätze (Volkswirtschaftliche Schriften, hrsg. von Broermann, J., H. 337), Berlin 1984.

Johannwille, U. (2000): Arbitragefreie Bewertung unternehmerischer Investitionsprojekte (Reihe: Quantitative Ökonomie, hrsg. von Bomsdorf, E., Kösters, W., Matthes, W., Bd. 107), Lohmar, Köln 2000.

Johansson, P.-O. (1987): The Economic Theory and Measurement of Environmental Benefits, Cambridge u.a. 1987.

Johnson, H. E. (1983): An Analytic Approximation for the American Put Price, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 18, No. 1, 1983, S. 141-148.

Jourdain, B., Martini, C. (2002): Approximation of American Put Prices by European Prices via an Embedding Method, in: The Annals of Applied Probability, Vol. 12, No. 1, 2002, S. 196-223.

Jungermann, H. (1985): Inferential Processes in the Construction of Scenarios, in: Journal of Forecasting, Vol. 4, No. 4, 1985, S. 321-327.

Jungmittag, A. (1996): Langfristige Zusammenhänge und kurzfristige Dynamiken zwischen Direktinvestitionen und Exporten: Eine mehrstufige Modellierung dynamischer simultaner Mehrgleichungssysteme bei kointegrierten Zeitreihen (Volkswirtschaftliche Schriften, hrsg. von Broermann, J., H. 461), Berlin 1996.

Jungnickel, R. (1989): Stichwort: Direktinvestitionen, internationale, in: Macharzina, K., Welge, M. K. (Hrsg.): Enzyklopädie der Betriebswirtschaftslehre, Bd. 12: Handwörterbuch Export und Internationale Unternehmung, Stuttgart 1989, Sp. 308-315.

Kamrad, B., Ernst, R. (1995): Multiproduct Manufacturing with Stochastic Input Prices and Output Yield Uncertainty, in: Trigeorgis, L. (Hrsg.): Real Options in Capital Investment: Models, Strategies, and Applications, Westport/Connecticut, London 1995, S. 281-302.

Kassouf, S. T. (1969): An Econometric Model for Option Price with Implications for Investors' Expectations and Audacity, in: Econometrica, Vol. 37, No. 4, 1969, S. 685-694.

Kawaguchi, Y., Tsubokawa, K. (2001): The Pricing of Real Options in Discrete Time Models: Another Story of the Value of Waiting to Invest, in: Journal of Property Investment & Finance, Vol. 19, No. 1, 2001, S. 9-34.

Kemna, A. G. Z. (1993): Case Studies on Real Options, in: Financial Management, Vol. 22, No. 3, 1993, S. 259-270.

Kensinger, J. W. (1987): Adding the Value of Active Management into the Capital Budgeting Equation, in: Midland Corporate Finance Journal, Vol. 5, No. 1, 1987, S. 31-42.

Kersch, A. (1987): Wechselkursrisiken, internationaler Handel und Direktinvestitionen (Veröffentlichungen des HWWA-Institut für Wirtschaftsforschung-Hamburg), Hamburg 1987.

Kester, W. C. (1984): Today's Options for Tomorrow's Growth, in: Harvard Business Review, Vol. 62, No. 2, 1984, S. 153-160.

Kester, W. C. (1993): Turning Growth Options into Real Assets, in: Aggarwal, R. (Hrsg.): Capital Budgeting under Uncertainty: New and Advanced Perspectives, Englewood Cliffs, New Jersey 1993, S. 187-207.

Kesting, H., Schulte-Mattler, H. (1992a): Herleitung der Black-Scholes-Formel aus dem binomialen Optionspreismodell, in: Wirtschaftswissenschaftliches Studium, 21. Jg., H. 4, 1992, S. 167-171.

Kesting, H., Schulte-Mattler, H. (1992b): Das binomiale Optionspreismodell, in: Wirtschaftswissenschaftliches Studium, 21. Jg., H. 4, 1992, S. 211-215.

Kieschnick, R. L. (1990): Corporate Applications of Contingent Claims Analysis: A Selective Perspective, in: Managerial Finance, Vol. 16, No. 1, 1990, S. 16-22.

Kilka, M. (1995): Realoptionen: Optionspreistheoretische Ansätze bei Investitionsentscheidungen unter Unsicherheit (Schriftenreihe der SGZ-Bank, hrsg. vom Förderverein "Finanzwirtschaft und Banken" an der Universität Karlsruhe e.V., Bd. 10), Frankfurt am Main 1995.

Klammer, T. P., Walker, M. C. (1984): The Continuing Increase in the Use of Sophisticated Capital Budgeting Techniques, in: California Management Review, Vol. 27, No. 1, 1984, S. 137-148.

Klinger, K. (1964): Das Schwächebild der Investitionsrechnungen: Ein Diskussionsbeitrag, in: Der Betrieb, 17. Jg., H. 52, 1964, S. 1821-1824.

Knudsen, T. S., Meister, B., Zervos, M. (1999): On the Relationship of the Dynamic Programming Approach and the Contingent Claim Approach to Asset Valuation, in: Finance and Stochastics, Vol. 3, No. 4, 1999, S. 433-449.

Kogut, B. (1991): Joint Ventures and the Option to Expand and Acquire, in: Management Science, Vol. 37, No. 1, 1991, S. 19-33.

Kogut, B., Kulatilaka, N. (1994): Operating Flexibility, Global Manufacturing, and the Option Value of a Multinational Network, in: Management Science, Vol. 40, No. 1, 1994, S. 123-139.

Kolbe, C. (1989): Investitionsrechnungen zur Beurteilung von Auslandsinvestitionen (Reihe: Quantitative Ökonomie, hrsg. von Bomsdorf, E., Kösters, W., Matthes, W., Bd. 21), Bergisch Gladbach, Köln 1989.

Krist, H. (1983): Der Investitionsentscheidungsprozeß in Industriebetrieben, Diskussionspapier Nr. IIM/IP 83 – 36, Internationales Institut für Management und Verwaltung (IIMV)/Strukturpolitik – International Institute of Management (IIM)/Industrial Policy, Wissenschaftszentrum Berlin, Berlin 1983.

Kruschwitz, L. (2003): Investitionsrechnung, 9. Aufl., München, Wien 2003.

Kruschwitz, L. (2004): Finanzierung und Investition, 4. Aufl., München, Wien 2004.

Kruschwitz, L., Schöbel, R. (1984a): Eine Einführung in die Optionspreistheorie (I), (II) und (III), in: Das Wirtschaftsstudium, 13. Jg., H. 2, H. 3 und H. 4, 1984, S. 68-72, S. 116-121 und S. 171-176.

Kruschwitz, L., Schöbel, R. (1984b): Die Bewertung europäischer und amerikanischer Puts, in: Das Wirtschaftsstudium, 13. Jg., H. 8-9, 1984, S. 378-386.

Kruschwitz, L., Schöbel, R. (1987): Die Beurteilung riskanter Investitionen und das Capital Asset Pricing Model (CAPM), in: Wirtschaftswissenschaftliches Studium, 16. Jg., H. 2, 1987, S. 67-72.

Kulatilaka, N. (1988): Valuing the Flexibility of Flexible Manufacturing Systems, in: IEEE Transactions on Engineering Management, Vol. 35, No. 4, 1988, S. 250-257.

Kulatilaka, N. (1993): The Value of Flexibility: The Case of a Dual-Fuel Industrial Steam Boiler, in: Financial Management, Vol. 22, No. 3, 1993, S. 271-280.

Kulatilaka, N. (1995a): The Value of Flexibility: A General Model of Real Options, in: Trigeorgis, L. (Hrsg.): Real Options in Capital Investment: Models, Strategies, and Applications, Westport/Connecticut, London 1995, S. 89-107.

Kulatilaka, N. (1995b): Operating Flexibilities in Capital Budgeting: Substitutability and Complementarity in Real Options, in: Trigeorgis, L. (Hrsg.): Real Options in Capital Investment: Models, Strategies, and Applications, Westport/Connecticut, London 1995, S. 121-132.

Kulatilaka, N., Marcus, A. J. (1988): General Formulation of Corporate Real Options, in: Research in Finance, Vol. 7, w.No., 1988, S. 183-199.

Kulatilaka, N., Marks, S. G. (1988): The Strategic Value of Flexibility: Reducing the Ability to Compromise, in: The American Economic Review, Vol. 78, No. 3, 1988, S. 574-580.

Kulatilaka, N., Perotti, E. C. (1998): Strategic Growth Options, in: Management Science, Vol. 44, No. 8, 1998, S. 1021-1031.

Kulatilaka, N., Trigeorgis, L. (1994): The General Flexibility to Switch: Real Options Revisited, in: The International Journal of Finance, Vol. 6, No. 2, 1994, S. 778-798.

Kumar, B. N. (1989): Stichwort: Internationale(n) Unternehmenstätigkeit, Formen der, in: Macharzina, K., Welge, M. K. (Hrsg.): Enzyklopädie der Betriebswirtschaftslehre, Bd. 12: Handwörterbuch Export und Internationale Unternehmung, Stuttgart 1989, Sp. 914-926.

Küpper, H.-U., Winckler, B., Zhang, S. (1990): Planungsverfahren und Planungsinformationen als Instrumente des Controlling: Ergebnisse einer empirischen Erhebung über ihre Nutzung in der Industrie, in: Die Betriebswirtschaft, 50. Jg., H. 4, 1990, S. 435-458.

Kwok, Y.-K. (1999): Mathematical Models of Financial Derivatives, Berlin u.a. 1999.

Laßmann, G. (1996): Stichwort: Kostenfunktionen und -verhalten, in: Kern, W., Schröder, H.-H., Weber, J. (Hrsg.): Enzyklopädie der Betriebswirtschaftslehre, Bd. 7: Handwörterbuch der Produktionswirtschaft, 2. Aufl., Stuttgart 1996, Sp. 946-959.

Laughton, D. G., Jacoby, H. D. (1993): Reversion, Timing Options, and Long-Term Decision-Making, in: Financial Management, Vol. 22, No. 3, 1993, S. 225-240.

Laux, H. (1998): Risikoteilung, Anreiz und Kapitalmarkt (Heidelberger Lehrtexte: Wirtschaftswissenschaften), Berlin u.a. 1998.

Laux, H. (1999): Marktwertmaximierung und CAPM im Ein- und Mehrperioden-Fall, in: Wagner, G. R. (Hrsg.): Unternehmungsführung, Ethik und Umwelt, Festschrift zum 65. Geburtstag von Hartmut Kreikebaum, Wiesbaden 1999, S. 226-251.

Laux, H. (2005): Entscheidungstheorie, 6. Aufl., Berlin u.a. 2005.

Leisen, D. P. J. (1998): Pricing the American Put Option: A Detailed Convergence Analysis for Binomial Models, in: Journal of Economic Dynamics and Control, Vol. 22, No. 8-9, 1998, S. 1419-1444.

Leisen, D. P. J., Reimer, M. (1996): Binomial Models for Option Valuation – Examining and Improving Convergence, in: Applied Mathematical Finance, Vol. 3, No. 4, 1996, S. 319-346.

Leslie, K. J., Michaels, M. P. (1997): The Real Power of Real Options, in: The McKinsey Quarterly, Vol. 34, No. 3, 1997, S. 4-22.

Lessard, D. R. (1981): Evaluating International Projects: An Adjusted Present Value Approach, in: Crum, R. L., Derkinderen, F. G. J. (Hrsg.): Capital Budgeting under Conditions of Uncertainty (Nijenrode Studies in Business, Vol. 5), Boston, Massachusetts u.a. 1981, S. 118-137.

Levy, H. (1985): Upper and Lower Bounds of Put and Call Option Value: Stochastic Dominance Approach, in: The Journal of Finance, Vol. 40, No. 4, 1985, S. 1197-1217.

Linnemann, L. (1993): Multinationale Unternehmungen und internationale Wirtschaftspolitik (Wirtschaftswissenschaftliche Beiträge, hrsg. von Müller, W. A., Bd. 79), Heidelberg 1993.

Lintner, J. (1965): The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets, in: The Review of Economics and Statistics, Vol. 47, No. 1, 1965, S. 13-37.

Lo, A. W. (1987): Semi-Parametric Upper Bounds for Option Prices and Expected Payoffs, in: Journal of Financial Economics, Vol. 19, No. 2, 1987, S. 373-387.

Loewenstein, G. F. (1987): Anticipation and the Valuation of Delayed Consumption, in: The Economic Journal, Vol. 97, No. 387, 1987, S. 666-684.

Loewenstein, G. F. (1992): The Fall and Rise of Psychological Explanations in the Economics of Intertemporal Choice, in: Loewenstein, G. F., Elster, J. (Hrsg.): Choice Over Time, New York 1992, S. 3-34.

Loewenstein, G. F., Prelec, D. (1991): Negative Time Preference, in: The American Economic Review, Vol. 81, No. 2, 1991, S. 347-352.

Loewenstein, G. F., Prelec, D. (1992): Anomalies in Intertemporal Choice: Evidence and an Interpretation, in: Loewenstein, G. F., Elster, J. (Hrsg.): Choice Over Time, New York 1992, S. 119-145.

Loewenstein, G. F., Prelec, D. (1993): Preferences for Sequences of Outcomes, in: Psychological Review, Vol. 100, No. 1, 1993, S. 91-108.

Logan, J. D. (1998): Similarity Solution to a Heat Exchange Problem, in: Society for Industrial and Applied Mathematics Review, Vol. 40, No. 4, 1998, S. 918-921.

Loistl, O. (1994): Kapitalmarkttheorie, 3. Aufl., München, Wien 1994.

Lucke, C. (2001): Investitionsprojekte mit mehreren Realoptionen: Bewertung und Analyse (Schriftenreihe Wirtschafts- und Sozialwissenschaften, Bd. 46), Sternenfels 2001.

Lüning, J. (1992): Direktinvestitionen und Standortverhalten von multinationalen Unternehmen: Eine theoretische und empirische Analyse für die Region Wien, Wien 1992.

Maasoumi, E., Pippenger, J. (1989): Transaction Costs and the Interest Parity Theorem: Comment, in: Journal of Political Economy, Vol. 97, No. 1, 1989, S. 236-243.

MacMillan, L. W. (1986): Analytic Approximation for the American Put Option, in: Advances in Futures and Options Research, Vol. 1, w.No., 1986, S. 119-139.

Majd, S., Pindyck, R. S. (1987): Time to Build, Option Value, and Investment Decisions, in: Journal of Financial Economics, Vol. 18, No. 1, 1987, S. 7-27.

Mann, T. (1994): Einführung in Wiener-Prozesse, in: Das Wirtschaftsstudium, 23. Jg., H. 8-9, 1994, S. 674-676.

Mao, J. C. T. (1970): Survey of Capital Budgeting: Theory and Practice, in: The Journal of Finance, Vol. 25, No. 2, 1970, S. 349-360.

Margrabe, W. (1978): The Value of an Option to Exchange one Asset for Another, in: The Journal of Finance, Vol. 33, No. 1, 1978, S. 177-186.

Marston, R. C. (1976): Interest Arbitrage in the Euro-Currency Markets, in: European Economic Review, Vol. 7, No. 1, 1976, S. 1-13.

Mason, S. P., Merton, R. C. (1985): The Role of Contingent Claims Analysis in Corporate Finance, in: Altman, E. I., Subrahmanyam, M. G. (Hrsg.): Recent Advances in Corporate Finance, Homewood, Illinois 1985, S. 7-54.

McCormick, F. (1979): Covered Interest Arbitrage: Unexploited Profits? Comment, in: Journal of Political Economy, Vol. 87, No. 2, 1979, S. 411-417.

McDonald, R. L., Siegel, D. R. (1985): Investment and the Valuation of Firms when there is an Option to Shut Down, in: International Economic Review, Vol. 26, No. 2, 1985, S. 331-349.

McDonald, R. L., Siegel, D. R. (1986): The Value of Waiting to Invest, in: The Quarterly Journal of Economics, Vol. 101, No. 4, 1986, S. 707-727.

Mehra, R. (1978): On the Financing and Investment Decisions of Multinational Firms in the Presence of Exchange Risk, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 13, No. 2, 1978, S. 227-244.

Meissner, H. G. (1976): Stichwort: Auslandsinvestitionen, in: Büschgen, H. E. (Hrsg.): Enzyklopädie der Betriebswirtschaftslehre, Bd. 6: Handwörterbuch der Finanzwirtschaft, Stuttgart 1976, Sp. 69-75.

Meissner, H. G. (1993): Stichwort: Internationales Marketing, in: Wittmann, W., Kern, W., Köhler, R., Küpper, H.-U., Wysocki, K. von (Hrsg.): Enzyklopädie der Betriebswirtschaftslehre, Bd. 1: Handwörterbuch der Betriebswirtschaft, 5. Aufl., Stuttgart 1993, Sp. 1871-1888.

Meissner, H. G., Gerber, S. (1980): Die Auslandsinvestition als Entscheidungsproblem, in: Betriebswirtschaftliche Forschung und Praxis, 32. Jg., H. 3, 1980, S. 217-228.

Melzer, F. (1977): Investitionsrechnung in deutschen Industriebetrieben, Arbeitsbericht Nr. 12, Institut für Unternehmungsführung und Unternehmensforschung, Ruhr-Universität Bochum, Bochum 1977.

Merton, R. C. (1973a): An Intertemporal Capital Asset Pricing Model, in: Econometrica, Vol. 41, No. 5, 1973, S. 867-887.

Merton, R. C. (1973b): Theory of Rational Option Pricing, in: The Bell Journal of Economics and Management Science, Vol. 4, No. 1, 1973, S. 141-183.

Merton, R. C. (1976): Option Pricing when Underlying Stock Returns are Discontinuous, in: Journal of Financial Economics, Vol. 3, No. 1-2, 1976, S. 125-144.

Merton, R. C. (1990): Continuous-Time Finance, Cambridge/Massachusetts, Oxford 1990.

Merton, R. C. (1998): Applications of Option-Pricing Theory: Twenty-Five Years Later, in: The American Economic Review, Vol. 88, No. 3, 1998, S. 323-349.

Mikosch, T. (2000): Elementary Stochastic Calculus with Finance in View (Advanced Series on Statistical Science & Applied Probability, hrsg. von Barndorff-Nielsen, O. E., Vol. 6), Singapore u.a. 2000.

Milne, F. (1974): Corporate Investment and Finance Theory in Competitive Equilibrium, in: The Economic Record, Vol. 50, No. 132, 1974, S. 511-533.

Mißler-Behr, M. (1993): Methoden der Szenarioanalyse, Wiesbaden 1993.

Moore, J. S., Reichert, A. K. (1983): An Analysis of the Financial Management Techniques Currently Employed by Large U.S. Corporations, in: Journal of Business Finance and Accounting, Vol. 10, No. 4, 1983, S. 623-645.

Mossin, J. (1966): Equilibrium in a Capital Asset Market, in: Econometrica, Vol. 34, No. 4, 1966, S. 768-783.

Mrotzek, R. (1989): Bewertung direkter Auslandsinvestitionen mit Hilfe betrieblicher Investitionskalküle (Bochumer Beiträge zur Unternehmungsführung und Unternehmensforschung, hrsg. von Besters, H., Busse von Colbe, W., Engelhardt, W. H., Jaeger, A., Laßmann, G., Maßberg, W., Schwark, E., Wartmann, R., Bd. 34), Wiesbaden 1989.

Myers, S. C. (1977): Determinants of Corporate Borrowing, in: Journal of Financial Economics, Vol. 5, No. 2, 1977, S. 147-175.

Myers, S. C., Majd, S. (1990): Abandonment Value and Project Life, in: Advances in Futures and Options Research, Vol. 4, w.No., 1990, S. 1-21.

Naik, V., Lee, M. (1990): General Equilibrium Pricing of Options on the Market Portfolio with Discontinuous Returns, in: The Review of Financial Studies, Vol. 3, No. 4, 1990, S. 493-521.

Neumann, J. von, Morgenstern, O. (1953): Theory of Games and Economic Behavior, 3. Aufl., New York u.a. 1953.

Nielsen, N. C. (1977): The Firm as an Intermediary between Consumers and Production Functions under Uncertainty, Kopenhagen 1977.

Niemann, R. (1999): Investitionsneutrale Steuersysteme unter Unsicherheit – Eine realoptionstheoretische Analyse, in: Zeitschrift für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften, 119. Jg., H. 3, 1999, S. 351-372.

Nitzsch, R. von (1997a): Investitionsbewertung und Risikofinanzierung (Betriebswirtschaftliche Abhandlungen, Bd. 103), Stuttgart 1997.

Nitzsch, R. von (1997b): Separation bei betrieblichen Investitionsentscheidungen, in: Operations Research-Spektrum, Bd. 19, H. 1, 1997, S. 55-65.

Oblak, D. J., Helm, R. J. Jr. (1980): Survey and Analysis of Capital Budgeting Methods Used by Multinationals, in: Financial Management, Vol. 9, No. 4, 1980, S. 37-41.

Officer, L. H., Willett, T. D. (1970): The Covered-Arbitrage Schedule: A Critical Survey of Recent Developments, in: Journal of Money, Credit, and Banking, Vol. 2, No. 2, 1970, S. 247-257.

Paddock, J. L., Siegel, D. R., Smith, J. L. (1988): Option Valuation of Claims on Real Assets: The Case of Offshore Petroleum Leases, in: The Quarterly Journal of Economics, Vol. 103, No. 3, 1988, S. 479-508.

Park, C. S., Herath, H. S. B. (2000): Exploiting Uncertainty – Investment Opportunities as Real Options: A New Way of Thinking in Engineering Economics, in: The Engineering Economist, Vol. 45, No. 1, 2000, S. 1-36.

Parkinson, M. (1977): Option Pricing: The American Put, in: The Journal of Business, Vol. 50, No. 1, 1977, S. 21-36.

Pausenberger, E. (1980): Auslandsinvestitionen als Entscheidungsproblem, in: Schmalenbachs Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung, 32. Jg., H. 10/11, 1980, S. 1022-1025.

Peel, D. A., Taylor, M. P. (2002): Covered Interest Rate Arbitrage in the Interwar Period and the Keynes-Einzig Conjecture, in: Journal of Money, Credit, and Banking, Vol. 34, No. 1, 2002, S. 51-75.

Perlitz, M. (1993): Stichwort: Internationales Management, in: Wittmann, W., Kern, W., Köhler, R., Küpper, H.-U., Wysocki, K. von (Hrsg.): Enzyklopädie der Betriebswirtschaftslehre, Bd. 1: Handwörterbuch der Betriebswirtschaft, 5. Aufl., Stuttgart 1993, Sp. 1855-1871.

Perlitz, M. (2004): Internationales Management (Grundwissen der Ökonomik: Betriebswirtschaftslehre, hrsg. von Bea, F. X., Friedl, B., Schweitzer, M.), 5. Aufl., Stuttgart 2004.

Perrakis, S. (1986): Option Bounds in Discrete Time: Extensions and the Pricing of the American Put, in: The Journal of Business, Vol. 59, No. 1, 1986, S. 119-141.

Perrakis, S., Ryan, P. J. (1984): Option Pricing Bounds in Discrete Time, in: The Journal of Finance, Vol. 39, No. 2, 1984, S. 519-525.

Perridon, L., Steiner, M. (2004): Finanzwirtschaft der Unternehmung, 13. Aufl., München 2004.

Petry, G. H. (1975): Effective Use of Capital Budgeting Tools, in: Business Horizons, Vol. 19, No. 5, 1975, S. 57-65.

Pfaffermayr, M. (1996): Direktinvestitionen im Ausland: Die Determinanten der Direktinvestitionen im Ausland und ihre Wirkung auf den Außenhandel (Wirtschaftswissenschaftliche Beiträge, hrsg. von Müller, W. A., Bd. 121), Heidelberg 1996.

Pflüger, M., Ulrich, J. (1997): Amerikanische Optionen und Dividenden im Binomialmodell, in: Wirtschaftswissenschaftliches Studium, 26. Jg., H. 2, 1997, S. 62-69.

Pike, R. H. (1983): A Review of Recent Trends in Formal Capital Budgeting Processes, in: Accounting and Business Research, Vol. 13, No. 51, 1983, S. 201-208.

Pindyck, R. S. (1988): Irreversible Investment, Capacity Choice, and the Value of the Firm, in: The American Economic Review, Vol. 78, No. 5, 1988, S. 969-985.

Pindyck, R. S. (1991): Irreversibility, Uncertainty, and Investment, in: Journal of Economic Literature, Vol. 29, No. 3, 1991, S. 1110-1148.

Pindyck, R. S. (1993a): Investments of Uncertain Cost, in: Journal of Financial Economics, Vol. 34, No. 1, 1993, S. 53-76.

Pindyck, R. S. (1993b): The Present Value Model of Rational Commodity Pricing, in: The Economic Journal, Vol. 103, No. 418, 1993, S. 511-530.

Pott, P. (1983): Direktinvestitionen im Ausland: Investitionsmotive, Standortfaktoren und Hilfsmittel bei der Entscheidung für die optimale Auslandsinvestition (Minerva-Fachserie Wirtschafts- und Sozialwissenschaften), München 1983.

Quigg, L. (1993): Empirical Testing of Real Option-Pricing Models, in: The Journal of Finance, Vol. 48, No. 2, 1993, S. 621-640.

Rachlin, H., Raineri, A. (1992): Irrationality, Impulsiveness, and Selfishness as Discount Reversal Effects, in: Loewenstein, G. F., Elster, J. (Hrsg.): Choice Over Time, New York 1992, S. 93-118.

Rao, R. K. S., Martin, J. D. (1981): Another Look at the Use of Options Pricing Theory to Evaluate Real Asset Investment Opportunities, in: Journal of Business Finance and Accounting, Vol. 8, No. 3, 1981, S. 421-429.

Rich, G. (1980): Direktinvestitionen und Wechselkurs, in: Schweizerische Zeitschrift für Volkswirtschaft und Statistik, 116. Jg., H. 3, 1980, S. 339-356.

Rieper, B. (1989): Zahlungs- oder erfolgsorientierte Entscheidungsrechnungen? Eine Erörterung am Beispiel der Bestellmengenrechnung unter Beachtung von Zahlungskonditionen, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft, 59. Jg., H. 8, 1989, S. 875-887.

Rieper, B. (1992): Betriebswirtschaftliche Entscheidungsmodelle: Grundlagen, Herne, Berlin 1992.

Rieper, B. (1999): Ermittlung der lang- und kurzfristigen Kosten des Produktionsfaktoreinsatzes – Ein vereinheitlichter Ansatz, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft, 69. Jg., H. 4, 1999, S. 449-473.

Rieper, B. (2000): Stichwort: Entscheidungstheorie, in: Woll, A. (Hrsg.): Wirtschaftslexikon, 9. Aufl., München, Wien 2000, S. 181-184.

Rieper, B. (2003): Produktions- und kapitaltheoretische Fundierung betrieblicher Kostenfunktionen – Eine Erörterung am Beispiel einer linear-limitationalen Produktionssituation, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft, 73. Jg., H. 5, 2003, S. 473-497.

Rieper, B. (2005): Zahlungs- oder erfolgsorientierte dynamische Programmplanung? Zugleich eine Kritik an der Entscheidungsfunktion der Kostenrechnung, in: WiWi-Online, URL: http://www.wiwi-online.de/ (19.09.2005).

Rieper, B., Witte, T. (2005): Grundwissen Produktion: Produktions- und Kostentheorie (Schriften zur Produktion, hrsg. von Witte, T., Rieper, B., Bd. 5), 5. Aufl., Frankfurt am Main u.a. 2005.

Ritchken, P. H. (1985): On Option Pricing Bounds, in: The Journal of Finance, Vol. 40, No. 4, 1985, S. 1219-1233.

Ritchken, P. H., Kuo, S. (1988): Option Bounds with Finite Revision Opportunities, in: The Journal of Finance, Vol. 43, No. 2, 1988, S. 301-308.

Ritchken, P. H., Kuo, S. (1989): On Stochastic Dominance and Decreasing Absolute Risk Averse Option Pricing Bounds, in: Management Science, Vol. 35, No. 1, 1989, S. 51-59.

Rivera-Batiz, F. L., Rivera-Batiz, L. A. (1994): International Finance and Open Economy Macroeconomics, 2. Aufl., New York u.a. 1994.

Robichek, A. A., Van Horne, J. C. (1967): Abandonment Value and Capital Budgeting, in: The Journal of Finance, Vol. 22, No. 2, 1967, S. 577-589.

Robichek, A. A., Van Horne, J. C. (1969): Abandonment Value and Capital Budgeting: Reply, in: The Journal of Finance, Vol. 24, No. 1, 1969, S. 96-97.

Rockley, L. E. (1973): Investment for Profitability: An Analysis of the Policies and Practices of U.K. and International Companies, London 1973.

Rolfes, B. (2003): Moderne Investitionsrechnung: Einführung in die klassische Investitionstheorie und Grundlagen marktorientierter Investitionsentscheidungen (Schierenbeck Management Edition, hrsg. von Schierenbeck, H.), 3. Aufl., München, Wien 2003.

Roll, R. (1977): An Analytic Valuation Formula for Unprotected American Call Options on Stocks with Known Dividends, in: Journal of Financial Economics, Vol. 5, No. 2, 1977, S. 251-258.

Rose, K., Sauernheimer, K. (1999): Theorie der Außenwirtschaft, 13. Aufl., München 1999.

Rosenblatt, M. J., Jucker, J. V. (1979): Capital Expenditure Decision/Making: Some Tools and Trends, in: Interfaces, Vol. 9, No. 2, 1979, S. 63-69.

Ross, S. A. (1977): The Capital Asset Pricing Model (CAPM), Short-Sale Restrictions and Related Issues, in: The Journal of Finance, Vol. 32, No. 1, 1977, S. 177-183.

Ross, S. A. (1978): Mutual Fund Separation in Financial Theory – The Separating Distributions, in: Journal of Economic Theory, Vol. 17, No. 2, 1978, S. 254-286.

Ross, S. A., Westerfield, R. W., Jaffe, J. F. (2005): Corporate Finance, 7. Aufl., Boston, Massachusetts u.a. 2005.

Rubinstein, M. (1976): The Valuation of Uncertain Income Streams and the Pricing of Options, in: The Bell Journal of Economics, Vol. 7, No. 2, 1976, S. 407-425.

Rudolph, B. (1979): Zur Theorie des Kapitalmarktes: Grundlagen, Erweiterungen und Anwendungsbereiche des "Capital Asset Pricing Model (CAPM)", in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft, 49. Jg., H. 11, 1979, S. 1034-1067.

Rudolph, B. (1983): Zur Bedeutung der kapitaltheoretischen Separationstheoreme für die Investitionsplanung, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft, 53. Jg., H. 3, 1983, S. 261-287.

Sachdeva, K. (1986): On the Equality of Two Lower Bounds on the Call Price: A Note, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 21, No. 2, 1986, S. 235-237.

Samuelson, P. A. (1965): Rational Theory of Warrant Pricing, in: Industrial Management Review, Vol. 6, No. 2, 1965, S. 13-32.

Samuelson, P. A. (1969): Lifetime Portfolio Selection by Dynamic Stochastic Programming, in: The Review of Economics and Statistics, Vol. 51, No. 3, 1969, S. 239-246.

Sandmann, K. (2001): Einführung in die Stochastik der Finanzmärkte, 2. Aufl., Berlin u.a. 2001.

Sarkar, S. (2000): On the Investment-Uncertainty Relationship in a Real Options Model, in: Journal of Economic Dynamics and Control, Vol. 24, No. 2, 2000, S. 219-225.

Schäfer, H. (1999): Unternehmensinvestitionen: Grundzüge in Theorie und Management, Heidelberg 1999.

Schäfer, H., Schässburger, B. (2000): Realoptionsansatz in der Bewertung forschungsintensiver Unternehmen – Anwendung am Beispiel eines Biotech-Start-Up, in: Finanz Betrieb, 2. Jg., H. 9, 2000, S. 586-592.

Schäfer, H., Schässburger, B. (2001a): Bewertung eines Biotech-Start-Ups mit dem Realoptionsansatz, in: Hommel, U., Scholich, M., Vollrath, R. (Hrsg.): Realoptionen in der Unternehmenspraxis: Wert schaffen durch Flexibilität, Berlin u.a. 2001, S. 251-278.

Schäfer, H., Schässburger, B. (2001b): Bewertungsmängel von CAPM und DCF bei innovativen wachstumsstarken Unternehmen und optionspreistheoretische Alternativen, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft, 71. Jg., H. 1, 2001, S. 85-107.

Schäfer, K. (1994): Optionsbewertung mit Monte-Carlo-Methoden (Reihe: Quantitative Ökonomie, hrsg. von Bomsdorf, E., Kösters, W., Matthes, W., Bd. 52), Bergisch Gladbach, Köln 1994.

Schäfer, T. (1995): Auslandsinvestitionen und Währungsrisiken, Wiesbaden 1995.

Schall, L. D., Sundem, G. L., Geijsbeek, W. R. Jr. (1978): Survey and Analysis of Capital Budgeting Methods, in: The Journal of Finance, Vol. 33, No. 1, 1978, S. 281-287.

Scheffler, H. E. (1965): Zur Investitionsrechnung in der Praxis: Eine Erwiderung, in: Der Betrieb, 18. Jg., H. 7, 1965, S. 228-230.

Schierenbeck, H. (2003a): Grundzüge der Betriebswirtschaftslehre, 16. Aufl., München, Wien 2003.

Schierenbeck, H. (2003b): Ertragsorientiertes Bankmanagement: Band 2: Risiko-Controlling und integrierte Rendite-/Risikosteuerung, 8. Aufl., Wiesbaden 2003.

Schmidt, R. H. (1993): Stichwort: Investitionstheorie, in: Wittmann, W., Kern, W., Köhler, R., Küpper, H.-U., Wysocki, K. von (Hrsg.): Enzyklopädie der Betriebswirtschaftslehre, Bd. 1: Handwörterbuch der Betriebswirtschaft, 5. Aufl., Stuttgart 1993, Sp. 2033-2044.

Schmidt, R. H., Schor, G. (1987): Modell und Erklärung in den Wirtschaftswissenschaften, in: Schmidt, R. H., Schor, G. (Hrsg.): Modelle in der Betriebswirtschaftslehre (Neue betriebswirtschaftliche Forschung, Bd. 37), Wiesbaden 1987, S. 9-36.

Schmidt, R. H., Terberger, E. (1997): Grundzüge der Investitions- und Finanzierungstheorie, 4. Aufl., Wiesbaden 1997.

Schneider, A. (1976): Darstellung und Erklärungsansätze des Investitionsverhaltens industrieller Unternehmen: Eine empirische Untersuchung bei den Unternehmen der Maschinenbau- und Elektroindustrie im Wirtschaftsraum Nürnberg – Fürth – Erlangen, Erlangen-Nürnberg 1976.

Schneider, D. (1987): Allgemeine Betriebswirtschaftslehre, 3. Aufl., München, Wien 1987.

Schneider, D. (1992): Investition, Finanzierung und Besteuerung, 7. Aufl., Wiesbaden 1992.

Schöbel, R. (1995): Kapitalmarkt und zeitkontinuierliche Bewertung (Heidelberger betriebswirtschaftliche Studien), Heidelberg 1995.

Scholz, R. W., Tietje, O. (2002): Embedded Case Study Methods: Integrating Quantitative and Qualitative Knowledge, London u.a. 2002.

Schulte-Mattler, H. (1988): Direktinvestitionen: Gründe für das Entstehen von multinationalen Unternehmen (Europäische Hochschulschriften, Reihe 5: Volks- und Betriebswirtschaft, Bd. 908), Frankfurt am Main u.a. 1988.

Schwarze, J. (1993): Stichwort: Mathematik und Betriebswirtschaftslehre, in: Wittmann, W., Kern, W., Köhler, R., Küpper, H.-U., Wysocki, K. von (Hrsg.): Enzyklopädie der Betriebswirtschaftslehre, Bd. 1: Handwörterbuch der Betriebswirtschaft, 5. Aufl., Stuttgart 1993, Sp. 2830-2838.

Sharpe, W. F. (1964): Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk, in: The Journal of Finance, Vol. 19, No. 3, 1964, S. 425-442.

Sharpe, W. F. (1981): Decentralized Investment Management, in: The Journal of Finance, Vol. 36, No. 2, 1981, S. 217-234.

Shelton, J. P. (1967): The Relation of the Price of a Warrant to the Price of Its Associated Stock, in: Financial Analysts Journal, Vol. 23, No. 3 und No. 4, 1967, Part I und Part II, S. 143-151 und S. 88-99.

Shreve, S. E. (2004a): Stochastic Calculus for Finance I: The Binomial Asset Pricing Model, New York u.a. 2004.

Shreve, S. E. (2004b): Stochastic Calculus for Finance II: Continuous-Time Models, New York u.a. 2004.

Siebert, H. (2000): Außenwirtschaft, 7. Aufl., Stuttgart 2000.

Simon, H. A. (1980): Wie lösen wir schlecht-strukturierte Probleme?, in: Die Betriebswirtschaft, 40. Jg., H. 3, 1980, S. 337-345.

Sinn, H.-W. (1980): Ökonomische Entscheidungen bei Ungewißheit (Die Einheit der Gesellschaftswissenschaften: Studien in den Grenzbereichen der Wirtschafts- und Sozialwissenschaften, hrsg. von Boettcher, E., Bd. 28), Tübingen 1980.

Smit, H. T. J., Ankum, L. A. (1993): A Real Options and Game-Theoretic Approach to Corporate Investment Strategy under Competition, in: Financial Management, Vol. 22, No. 3, 1993, S. 241-250.

Smit, H. T. J., Trigeorgis, L. (1995): Flexibility and Commitment in Strategic Investment, Discussion Paper No. TI 95-74, Tinbergen Institute (Finance, Information Systems and Accounting), Amsterdam, Rotterdam 1995.

Smith, C. W. Jr. (1976): Option Pricing: A Review, in: Journal of Financial Economics, Vol. 3, No. 1/2, 1976, S. 3-51.

Spremann, K. (1996): Wirtschaft, Investition und Finanzierung (International Management and Finance, hrsg. von Spremann, K.), 5. Aufl., München, Wien 1996.

Sprenkle, C. M. (1961): Warrant Prices as Indicators of Expectations and Preferences, in: Yale Economic Essays, Vol. 1, No. 2, 1961, S. 178-231.

Staehelin, E. (1998): Investitionsrechnung, 9. Aufl., Chur, Zürich 1998.

Stanley, M., Block, S. (1983): An Empirical Study of Management and Financial Variables Influencing Capital Budgeting Decisions for Multinational Corporations in the 1980s, in: Management International Review, Vol. 23, No. 3, 1983, S. 61-72.

Stapleton, R. C., Subrahmanyam, M. G. (1984): The Valuation of Multivariate Contingent Claims in Discrete Time Models, in: The Journal of Finance, Vol. 39, No. 1, 1984, S. 207-228.

Stehle, R. (1995a): Empirische Untersuchungen zum Zinsparitätengesetz, in: Wirtschaftswissenschaftliches Studium, 24. Jg., H. 10, 1995, S. 517-520.

Stehle, R. (1995b): Das Zinsparitätengesetz, in: Wirtschaftswissenschaftliches Studium, 24. Jg., H. 10, 1995, S. 521-524.

Stehn, J. (1992): Ausländische Direktinvestitionen in Industrieländern: Theoretische Erklärungsansätze und empirische Evidenz (Kieler Studien, hrsg. von Siebert, H., Bd. 245), Tübingen 1992.

Stein, I. (1998): Investitionsrechnungsmethoden bei Auslandsdirektinvestitionen, in: Schoppe, S. G. (Hrsg.): Kompendium der Internationalen Betriebswirtschaftslehre, 4. Aufl., München, Wien 1998, S. 565-633.

Steiner, M., Bruns, C. (2002): Wertpapiermanagement: Professionelle Wertpapieranalyse und Portfoliostrukturierung, 8. Aufl., Stuttgart 2002.

Steiner, P., Uhlir, H. (2001): Wertpapieranalyse, 4. Aufl., Heidelberg 2001.

Stiemke, E. (1915): Über positive Lösungen homogener linearer Gleichungen, in: Mathematische Annalen, Bd. 76, o.H., 1915, S. 340-342.

Stulz, R. M. (1984): Pricing Capital Assets in an International Setting: An Introduction, in: Journal of International Business Studies, Vol. 15, No. 3, 1984, S. 55-73.

Sundaresan, S. M. (2000): Continuous-Time Methods in Finance: A Review and an Assessment, in: The Journal of Finance, Vol. 55, No. 4, 2000, S. 1569-1622.

Sureth, C. (1999): Der Einfluß von Steuern auf Investitionsentscheidungen bei Unsicherheit (Schriften zur quantitativen Betriebswirtschaftslehre, hrsg. von Bohr, K., Bühler, W., Dinkelbach, W., Franke, G., Hammann, P., Kistner, K.-P., Laux, H., Rosenberg, O., Rudolph, B.), Wiesbaden 1999.

Sureth, C., König, R. (2000): Investitionen, Realoptionen und Steuern unter Unsicherheit, in: Das Wirtschaftsstudium, 29. Jg., H. 1, 2000, S. 79-85.

Swoboda, P. (1996): Investition und Finanzierung (Betriebswirtschaftslehre im Grundstudium der Wirtschaftswissenschaft, Bd. 3), 5. Aufl., Göttingen 1996.

Taylor, M. P. (1987): Covered Interest Parity: A High-Frequency, High-Quality Data Study, in: Economica, Vol. 54, No. 216, 1987, S. 429-438.

Taylor, M. P. (1989): Covered Interest Arbitrage and Market Turbulence, in: The Economic Journal, Vol. 99, No. 396, 1989, S. 376-391.

Taylor, M. P., Branson, E. T. (2004): Asymmetric Arbitrage and Default Premiums between the U.S. and Russian Financial Markets, in: International Monetary Fund Staff Papers, Vol. 51, No. 2, 2004, S. 257-275.

Teneler, T. (1976): Die Finanzierung der ausländischen Tochtergesellschaften industrieller Unternehmungen, Erlangen-Nürnberg 1976.

Terstege, U. (1995): Optionsbewertung: Möglichkeiten und Grenzen eines präferenz- und verteilungsfreien Ansatzes, Wiesbaden 1995.

Tesch, P. (1980): Die Bestimmungsgründe des internationalen Handels und der Direktinvestition: Eine kritische Untersuchung der außenwirtschaftlichen Theorien und Ansatzpunkte einer standorttheoretischen Erklärung der leistungswirtschaftlichen Auslandsbeziehungen der Unternehmen (Volkswirtschaftliche Schriften, hrsg. von Broermann, J., H. 301), Berlin 1980.

Thomas, J., Worrall, T. (1994): Foreign Direct Investment and the Risk of Expropriation, in: The Review of Economic Studies, Vol. 61, No. 1, 1994, S. 81-108.

Titman, S. (1985): Urban Land Prices under Uncertainty, in: The American Economic Review, Vol. 75, No. 3, 1985, S. 505-514.

Tobin, J. (1958): Liquidity Preference as Behavior Towards Risk, in: The Review of Economic Studies, Vol. 25, No. 2, 1958, S. 65-86.

Tomaszewski, C. (2000): Bewertung strategischer Flexibilität beim Unternehmenserwerb: Der Wertbeitrag von Realoptionen (Bochumer Beiträge zur Unternehmungsführung und Unternehmensforschung, hrsg. von Busse von Colbe, W., Engelhardt, W. H., Gabriel, R., Jaeger, A., Laßmann, G., Maßberg, W., Pellens, B., Steven, M., Wartmann, R., Werners, B., Zimmer, D., Bd. 57), Frankfurt am Main u.a. 2000.

Triantis, A. J., Hodder, J. E. (1990): Valuing Flexibility as a Complex Option, in: The Journal of Finance, Vol. 45, No. 2, 1990, S. 549-565.

Trigeorgis, L. (1988): A Conceptual Options Framework for Capital Budgeting, in: Advances in Futures and Options Research, Vol. 3, w.No., 1988, S. 145-167.

Trigeorgis, L. (1991a): Anticipated Competitive Entry and Early Preemptive Investment in Deferrable Projects, in: Journal of Economics and Business, Vol. 43, No. 2, 1991, S. 143-156.

Trigeorgis, L. (1991b): A Log-Transformed Binomial Numerical Analysis Method for Valuing Complex Multi-Option Investments, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 26, No. 3, 1991, S. 309-326.

Trigeorgis, L. (1993a): The Nature of Option Interactions and the Valuation of Investments with Multiple Real Options, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 28, No. 1, 1993, S. 1-20.

Trigeorgis, L. (1993b): Real Options and Interactions with Financial Flexibility, in: Financial Management, Vol. 22, No. 3, 1993, S. 202-224.

Trigeorgis, L. (1995): Real Options: An Overview, in: Trigeorgis, L. (Hrsg.): Real Options in Capital Investment: Models, Strategies, and Applications, Westport/Connecticut, London 1995, S. 1-28.

Trigeorgis, L. (1996): Evaluating Leases with Complex Operating Options, in: European Journal of Operational Research, Vol. 91, No. 2, 1996, S. 315-329.

Trigeorgis, L. (2002): Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation, 6. Aufl., Cambridge/Massachusetts, London 2002.

Trigeorgis, L., Mason, S. P. (1987): Valuing Managerial Flexibility, in: Midland Corporate Finance Journal, Vol. 5, No. 1, 1987, S. 14-21.

Wagener, A. (1999): Irreversible Entscheidungen bei unsicheren Steueränderungen: Der Fall der Erbschaft- und Schenkungsteuer, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft, 69. Jg., H. 3, 1999, S. 377-401.

Wehrle-Streif, U. (1989): Empirische Untersuchung zur Investitionsrechnung (Beiträge zur Wirtschafts- und Sozialpolitik, hrsg. vom Institut der deutschen Wirtschaft, Bd. 171), Köln 1989.

Welge, M. K., Holtbrügge, D. (2003): Internationales Management: Theorien, Funktionen, Fallstudien, 3. Aufl., Stuttgart 2003.

Werner, T. (2001): Die Wirkung von Wechselkursvolatilitäten auf das Investitionsverhalten: Eine theoretische und empirische Analyse aus der Perspektive der Realoptionstheorie, in: Kredit und Kapital, 34. Jg., H. 1, 2001, S. 1-27.

Whaley, R. E. (1981): On the Valuation of American Call Options on Stocks with Known Dividends, in: Journal of Financial Economics, Vol. 9, No. 2, 1981, S. 207-211.

Wild, J. (1974): Grundlagen der Unternehmungsplanung, Hamburg 1974.

Wilhelm, J. (1981): Zum Verhältnis von Capital Asset Pricing Model, Arbitrage Pricing Theory und Bedingungen der Arbitragefreiheit von Finanzmärkten, in: Schmalenbachs Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung, 33. Jg., H. 10, 1981, S. 891-905.

Wilhelm, J. (1983): Marktwertmaximierung – Ein didaktisch einfacher Zugang zu einem Grundlagenproblem der Investitions- und Finanzierungstheorie, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft, 53. Jg., H. 6, 1983, S. 516-534.

Willms, M. (1995): Internationale Währungspolitik, 2. Aufl., München 1995.

Willner, R. (1995): Valuing Start-Up Venture Growth Options, in: Trigeorgis, L. (Hrsg.): Real Options in Capital Investment: Models, Strategies, and Applications, Westport/Connecticut, London 1995, S. 221-239.

Wilmott, P., Howison, S., Dewynne, J. (1995): The Mathematics of Financial Derivatives: A Student Introduction, Cambridge u.a. 1995.

Winter, J. (1998): Investment and Exit Decisions at the Plant Level: A Dynamic Programming Approach (Contributions to Economics), Heidelberg 1998.

Witte, T. (1979a): Heuristisches Planen: Vorgehensweisen zur Strukturierung betrieblicher Planungsprobleme (Beiträge zur industriellen Unternehmensforschung, hrsg. von Adam, D., Bd. 9), Wiesbaden 1979.

Witte, T. (1979b): Planungsüberlegungen in lösungsdefekten Problemsituationen (I) und (II), in: Das Wirtschaftsstudium, 8. Jg., H. 9 und H. 10, 1979, S. 437-440 und S. 490-492.

Wöhe, G. (2000): Einführung in die allgemeine Betriebswirtschaftslehre, 20. Aufl., München 2000.

Woll, A. (2000): Wirtschaftslexikon, 9. Aufl., München, Wien 2000.

Zelgert, J. E. (1993): Internationale Direktinvestitionen: Theoretische Ansätze und empirische Befunde internationaler Realkapitalbewegungen (Wissenschaftliche Schriften, Reihe 4: Volkswirtschaftliche Beiträge, Bd. 142), Idstein 1993.

Zimmermann, H. (1998): State-Preference Theorie und Asset Pricing: Eine Einführung (Studies in Contemporary Economics, hrsg. von Felderer, B., Gahlen, B., Ramser, H. J., Rothschild, K. W.), Heidelberg 1998.

Zischg, K. (2002): Investitionsrechnungsverfahren in der Praxis: Eine empirische Umfrage in Österreich (ÖCI-Papers, hrsg. vom Österreichischen Controller-Institut (ÖCI), Bd. 2), Wien 2002.