

REGELUNG DYNAMISCHER SYSTEME MIT STOCHASTISCHER ZEITVERZÖGERUNG DURCH EIN KOMMUNIKATIONSNETZWERK

Vom Fachbereich 12 Elektrotechnik und Informatik

der Universität Siegen

zur Erlangung des akademischen Grades

**Doktor der Ingenieurwissenschaften
(Dr.-Ing.)**

genehmigte Dissertation

von

MSc. Otto Jürgen Rösch

- 1. Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Hubert Roth**
- 2. Gutachter: Prof. Dr. Klaus Schilling**

Tag der mündlichen Prüfung: 24.05.2006

Gedruckt auf alterungsbeständigem holz- und säurefreiem Papier.

VORWORT

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Regelungs- und Steuerungstechnik der Universität Siegen.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. Hubert Roth für die Anregungen zu dieser Arbeit und die kompetente Betreuung sowie für den bei der Bearbeitung dieser Aufgabe mir gegebenen Freiraum. Seine Hinweise und Ratschläge haben entscheidend zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen.

Bei Herrn Prof. Klaus Schilling als externer Gutachter möchte ich mich sehr herzlich bedanken, dass er genügend Zeit für die Übernahme des Korreferats gefunden hat sowie für das der Arbeit entgegengebrachte Interesse.

Zusätzlich gilt ein besonderer Dank Dr. Silviu-Iulian Niculescu, der mich für drei Monate an seine Universität UTC in Compiègne einlud. Während dieser Zeit konnte ich neue Entwurfsmethoden für die Regelung über Kommunikationsnetzwerke erarbeiten.

Herrn Prof. Dr.-Ing. R. Mayr danke ich für die Leitung sowie durchführung des Promotionsverfahrens.

Weiterhin gilt mein Dank den Studierenden, die mich im Rahmen ihrer Studien- und Diplomarbeiten sowie im Rahmen ihrer Arbeit als studentische Hilfskräfte mit viel Engagement unterstützt haben.

Den Kollegen am Institut für Regelungs- und Steuerungstechnik der Universität Siegen danke ich recht herzlich für die gute Zusammenarbeit und die vielen fachlichen Diskussionen.

Ganz besonderer Dank gilt meiner Freundin Ana Hernán González für ihre Liebe und Geduld sowie die fachlichen Diskussionen.

München, im Mai 2007

Otto Jürgen Rösch

ABSTRACT

Communication networks are commonly used in the automation technology for the wiring of large plant. Special designed bus systems are generally used which support a real-time capability and are usable for control purposes of dynamic systems. Actuators, sensors and control units can directly be connected by such bus systems. The integration of communication-networks for large machines is in general cheaper, reduces weight and power, easier to install and maintain and has a higher reliability in comparison to classical point-to-point connections. The bus system can be shared by different applications of such connected plants. The largest cross-linked network itself is the internet. Existing networks like the internet are used for large distance connections, because the installation of special networks might be too expensive, e.g. a transatlantic connection.

The increased data transfer rate and reaction time of communication networks enables remote control of plants through the internet. The industry shows an increasing usage of control applications through communication networks. Sensors and actuators with TCP/IP interfaces were developed, to directly integrate it into networks. By using the internet, the infrastructure is in general already available and no additional installation is necessary. But it has to be considered, that the real-time performance with control through the internet is bad and stochastic time delays appear. These delays could result in unwanted system behaviour and must be considered in the controller design.

When controlling a dynamical system over the internet it must be distinguished whether the data network is integrated in the control loop, or if it is only used for a remote system start with the possibility of editing control parameters (e.g. the desired value or some controller gain-values) where the control loop itself runs locally. If only a local control loop exists, no delay problems occur by using the network. But if the internet is integrated in the control loop, stochastic time delays appear through the network connection.

New controller designs are necessary for a stable control of dynamical systems with stochastically varying time delays in the control loop. The following work points out different approaches for the design of controllers for input delay systems with stochastically varying time delays. Static and adaptive control laws are considered in the further work.

INHALTSVERZEICHNIS

Formelzeichen.....	IV
Abkürzungsverzeichnis.....	VII
1 EINLEITUNG	1
2 STAND DER FORSCHUNG	5
2.1 Stabilitätsanalyse von dynamischen Systemen.....	5
2.1.1 Allgemeine Stabilitätsdefinitionen	6
2.1.2 Ljapunow-Stabilitätsanalyse.....	7
2.1.3 Stabilitätsnachweis mit Hilfe von linearen Matrixungleichungen.....	11
2.2 Mathematische Darstellung von Systemen mit Totzeiten.....	14
2.2.1 Darstellung als gewöhnliche Übertragungsfunktion.....	15
2.2.2 Darstellung durch funktionale Differentialgleichungen	18
2.2.3 Modell-Transformation eines zeitverzögerten Systems.....	20
2.3 Stabilitätsbetrachtung und Regelung mit Zeitverzögerungen	24
2.3.1 Prädiktiver Regler nach Smith.....	24
2.3.2 Stabilität durch den Ansatz der Passivität	27
2.3.3 Stabilitätsanalyse von Totzeitsystemen im Frequenzbereich	33
2.3.4 Stabilitätsanalyse von Totzeitsystemen im Zeitbereich nach Ljapunow.....	34
2.4 Realisierung und Implementierung von Systemen mit verteilter Regelung.....	38
3 SIGNALLAUFZEITMESSUNGEN IM INTERNET	40
3.1 Referenzuhr – Zeitgeber	40
3.1.1 DCF77-Empfänger	40
3.1.2 GPS-Empfänger.....	41
3.2 Zeitsynchronisation über das Netzwerk mit dem NTP.....	43
3.2.1 Anpassung der Systemzeit.....	45
3.2.2 Genauigkeitsanalyse der Systemzeitsynchronisation	46
3.2.3 Laufzeitmessung im Internet	47
4 ENTWURF EINES ADAPTIVEN REGLERS DURCH OPTIMIERUNG	53
4.1 Reglerberechnung nach dem Razumikhin-Theorem	54
4.1.1 Implementierung des Algorithmus.....	58
4.1.2 Anwendungsbeispiel.....	59
4.1.3 Erweiterung des Ljapunow-Razumikhin-Algorithmus.....	60
4.2 Herleitung einer adaptiven Regelung durch Optimierung.....	61
4.2.1 Simulationsumgebung zur Optimierung der Regelung	62
4.2.2 Gütefunktion zur Optimierung	66
4.2.3 Optimierung mit Hilfe eines genetischen Algorithmus	69
4.2.4 Ergebnisse der Optimierung und Aufstellen eines Regelgesetzes.....	70
4.2.5 Simulation des adaptiven Regelkreises	73

4.3	Polstellenanalyse der Regelung mit Zeitverzögerung	75
4.3.1	Polstellenanalyse der Regelung ohne Optimierung	76
4.3.2	Polstellenanalyse der optimierten adaptiven Regelung	77
5	ADAPTIVER REGLER MIT ENDLICHER EINSTELLZEIT FÜR STOCHASTISCHE ZEITVERZÖGERUNGEN	81
5.1	Klassischer Dead-Beat-Reglerentwurf	82
5.2	Erweiterung des Dead-Beat-Reglers	84
5.2.1	Verkleinerung der Abtastzeit unter Beibehaltung der Stellgröße	85
5.2.2	Totzeit im Regelkreis	87
5.2.3	Stochastische Veränderung der Totzeit	88
5.3	Adaptive Regelung mit Totzeit	89
5.4	Simulation mit variabler Totzeit	91
5.4.1	Simulation mit exakt messbarer Zeitverzögerung	91
5.4.2	Simulation mit nicht messbaren Störungen in der Laufzeitmessung	92
6	REGELUNGSENTWURF DURCH EIN MODELL DER ZEITVERZÖGERUNG IM NETZWERK	95
6.1	Modellierung der Zeitverzögerung im Netzwerk	96
6.1.1	Anwendung	99
6.2	Entwurf einer Regelung mit verteilter Zeitverzögerung	99
6.3	Empfindlichkeitsuntersuchung auf Parametervariationen	102
6.4	Beispielexperiment	103
6.4.1	Regelungsentwurf	103
6.4.2	Empfindlichkeitsuntersuchung auf Parameterschwankungen	104
6.4.3	Experimentelle Ergebnisse	107
7	REGELUNG VON REALEN SYSTEMEN ÜBER DAS INTERNET	109
7.1	Fernsteuerung mit lokaler Regelung (ohne Zeitverzögerung)	109
7.1.1	Vorstellung des Experimentes	110
7.1.2	Aufbau des „Schwingenden Stabes“	111
7.1.3	Steuerung des „Schwingenden Stabes“	112
7.1.4	Durchführung des Experimentes „Schwingender Stab“	113
7.2	Mit stochastischer Zeitverzögerung im Übertragungskanal	117
7.2.1	Helikopter-Experiment	117
7.2.2	Helikopter-Modellierung	118
7.2.3	Systemidentifikation	120
7.2.4	Softwarestruktur zur Fernsteuerung über das Internet	124
7.2.5	Ergebnisse der realen Fernsteuerung des Hubschraubers	128
8	ZUSAMMENFASSUNG	131
9	ANHANG	133
	Positiv definite quadratische Matrizen	133

Lineare Matrixungleichungen (LMI)	133
Schur-Komplement	133
Affine parameterabhängige Modelle	134
Geometrische Reihe	135
Vektornorm	135
Julianischer Kalender (The Modified Julian Day System)	136
UTC und GMT	137
Mitteuropäische Zeit	137
Verfügbarkeitsprüfung von Rechnern im Netzwerk	137
LITERATURVERZEICHNIS	138
INDEX	143

FORMELZEICHEN

\mathbb{C}_+	Menge der komplexen Zahlen mit positivem Realteil
\mathbb{C}_-	Menge der komplexen Zahlen mit negativem Realteil
\mathbb{R}_+	Reelle positive Zahl
\underline{A}	Matrix
\underline{a}	Vektor
\underline{A}^T	Transponierte der Matrix \underline{A}
\underline{A}^{-1}	Inverse der Matrix \underline{A}
\underline{A}^H	Hermitian der Matrix \underline{A} ; dies ist die konjugiert Komplexe und Transponierte der Matrix \underline{A}
$\det(\underline{A})$	Determinante der Matrix \underline{A}
\underline{I}	Einheitsmatrix
$Rg(\underline{A})$	Rang der Matrix \underline{A}
$\underline{u} \cdot \underline{v}$	Skalarprodukt der Vektoren \underline{u} und \underline{v}
$\underline{u} \times \underline{v}$	Kreuzprodukt der Vektoren \underline{u} und \underline{v}
$\ \underline{v}\ $	Betrag, Länge des Vektors \underline{v}
$\ \underline{M}\ $	Norm der Matrix \underline{M}
$\underline{v} * \underline{h}$	\underline{v} gefaltet mit \underline{h}
$\underline{M} > 0$	Positiv definite Matrix (siehe Anhang 9)
\underline{A}	Systemmatrix (Zustandsraumdarstellung)
\underline{b}	System- Eingangsvektor (Zustandsraumdarstellung)

\underline{B}	System-Eingangsmatrix (Zustandsraumdarstellung)
\underline{c}	System- Ausgangsvektor (Zustandsraumdarstellung)
\underline{C}	System-Ausgangsmatrix (Zustandsraumdarstellung)
$G(s)$	Laplace-Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises
$G_S(s)$	Laplace-Übertragungsfunktion der Strecke
$G_R(s)$	Laplace-Übertragungsfunktion der Reglereinrichtung
$g(t a,b)$	Zeitkontinuierliche Gamma-Dichtefunktion
$G_\beta^\alpha(s)$	Laplace-transformierte Gamma-Dichtefunktion
\underline{k}	Reglervektor im Zustandsraum
λ	Wurzel der charakteristischen Gleichung bzw. Eigenwert
$\phi(t)$	Anfangsbedingung eines Systems mit Zeitverzögerung, $t \in [-\tau, 0]$
τ	Zeitverzögerung [s], mit maximaler oberer Grenze
θ	Variable Zeitverzögerung [s]
γ	Kehrwert der Zeitverzögerung [1/s]
α, β	Parameter der Gamma-Dichtefunktion
$P(s)$	Zählerpolynom der Streckenübertragungsfunktion
$Q(s)$	Nennerpolynom der Streckenübertragungsfunktion
$N(s)$	Zählerpolynom der Reglerübertragungsfunktion
$D(s)$	Nennerpolynom der Reglerübertragungsfunktion
J	Trägheitsmoment des drehbaren Armes des Hubschraubers [$\text{kg}\cdot\text{m}^2$]
m_m	Motor-, Aufhängungs- und Propellermasse am Hubschrauber [kg]
m_g	Masse des Gegengewichtes am Hubschrauber [kg]

F_{xm}	Angreifende Kraft am Hubschrauber durch das Gegengewicht [N]
F_{xg}	Angreifende Kraft am Hubschrauber durch die Motor- und Rotormasse [N]
F_{rotor}	Angreifende Kraft am Hubschrauber durch Ansteuerung der Propeller [N]
ε	Hubschrauber-Höhenwinkel [rad] bzw. [grad]
K_t	Motor-Kraftkonstante in [N/V]
$v(t)$	Motorspannung [V]

ABKÜRZUNGSVERZEICHNIS

BTT	Signallaufzeit im Rückwärtszweig (Backward Trip Time)
CEST	Central European Summer Time (entspricht MEZ)
CET	Central European Time (entspricht MEZ)
DAQ	Datenerfassungskarte (Data Acquisition Card)
DCF77	Langwellensender (nahe) Frankfurt mit 77,5 kHz
DDE	Differentialgleichung mit Verzögerungsterm (Delay Differential Equation)
DLL	Eine Funktion des Betriebssystems, mit der ausführbare Routinen (in der Regel für spezielle Funktionen) separat als Dateien mit der Erweiterung DLL gespeichert werden können. Diese Routinen werden nur geladen, wenn sie für das Programm, von dem sie aufgerufen werden, erforderlich sind [MIC 05] (Dynamic Link Library).
DTSS	Zeitsynchronisationsprotokoll (Digital Time Synchronization Protocol)
FDE	Funktionale Differentialgleichung (Functional Differential Equation)
FTT	Signallaufzeit im Vorwärtszweig (Forward Trip Time)
GA	Genetischer Algorithmus
GEVP	Verallgemeinertes Eigenwertproblem (Generalized Eigenvalue Problem)
GPS	Globales Positionsbestimmungssystem (Global Positioning System)
IFRB	Internationale Frequenzliste
IP	Paketbasiertes Internetprotokoll, Netzwerk-Vermittlungsschicht.
IR	Infrarot
LMI	Lineare Matrixungleichung (Linear Matrix Inequality)
MEZ	Mitteleuropäische Zeit
NTP	Zeitsynchronisation für Computeruhren über das Netzwerk (Network Time Protocol), basierend auf dem TCP/IP-Protokoll.
ODE	Gewöhnliche Differentialgleichung (Ordinary Differential Equation)
PPS	Precise Positioning Services
PSD	Sensor zur Positionserfassung eines Lichtstrahles durch Infrarotlicht (Position Sensitive Detector)
PTB	Physikalisch-Technische Bundesanstalt in Braunschweig

PWM	Pulsweiten-Modulation (Pulse Width Modulation)
QoS	Dienstgüte (Quality of Service)
RTT	Gesamte Signallaufzeit, $RTT=FTT+BTT$ (Round Trip Time)
RTX	Echtzeit-Programm (Real Time Kernel)
SPS	Standard Positioning Services
TCP	Netzwerk-Übertragungsprotokoll (Transmission Control Protocol), liefert eine zuverlässige Datenübertragung mit einer Bestätigungsrückmeldung
UDP	Netzwerk-Übertragungsprotokoll (User Datagram Protocol), liefert einen einfachen und schnellen, aber unzuverlässigen Service für die Datenübertragung
UTC	Coordinated Universal Time (siehe Anhang 9)
VoIP	Internet-Telefonie (Voice over Internet Protocol)

1 Einleitung

In der Automatisierungstechnik sind Kommunikationsnetzwerke zur Datenübertragung innerhalb begrenzter Umgebungen weit verbreitet. Zum Einsatz kommen dafür speziell konzipierte Bussysteme, die eine gewisse Echtzeitfähigkeit liefern und somit für eine Regelung von dynamischen Systemen anwendbar sind. Regeleinrichtungen, Aktoren und Sensoren lassen sich auf diese Weise in großen Anlagen direkt über Datenbusleitungen verbinden. Die Integration von Kommunikationsnetzwerken in Regelungssystemen ist im Allgemeinen billiger, reduziert Gewicht und Leistung, ist einfacher zu installieren, wartungsfreundlicher und hat eine höhere Zuverlässigkeit im Vergleich zu klassischen Punkt-zu-Punkt-Verbindungen. Bei derart vernetzten Anlagen können die Datenleitungen auch mit anderen Anwendungen geteilt werden. Die größte vernetzte Anlage ist das Internet. Bei großen Entfernungen kommen bestehende Internetverbindungen zum Einsatz, da spezielle Netzwerk-Systeme zu teuer oder gar nicht realisierbar wären, wie z.B. transatlantische Verbindungen.

Durch eine enorm gestiegene Datenübertragungsrate und Reaktionsgeschwindigkeit von Kommunikationsnetzwerken ist nicht nur die Fernsteuerung oder Fernwartung, sondern auch die Regelung von Systemen über große Entfernungen ermöglicht worden. Ein steigendes Interesse ist dabei nicht nur in der Forschung, sondern auch bei industriellen Anwendungen zu vermerken. So lassen sich an das bestehende IP-Netzwerk verschiedene Geräte wie Sensoren, Aktuatoren, Regeleinrichtungen aber auch Überwachungs- und Steuergeräte direkt anschließen.

Bei der Verwendung des Internets sind diese Datenleitungen meist schon vorhanden. Folglich ist kein zusätzlicher Installationsaufwand mehr notwendig. Zu beachten ist, dass bei einer Regelung über das Internet stochastische Verzögerungszeiten in der Signalübertragung auftreten, welche zu unerwünschtem Systemverhalten führen können und daher beim Regelungsentwurf unbedingt zu berücksichtigen sind. In Abhängigkeit des verwendeten Netzwerkprotokolls können bei einer Datenübertragung mit hoher Netzauslastung Pakete verzögert oder sogar vollständig verloren gehen.

Bei einer Regelung von Systemen über das Internet ist grundlegend zu unterscheiden, ob das Netzwerk als Kommunikationsmedium mit im Regelkreis integriert ist oder ob nur eine Fernsteuerung vorliegt. Läuft die eigentliche Regelung lokal vor Ort ab, also ohne problematische Zeitverzögerung im Regelkreis, so kann das System über das

Internet nur gestartet bzw. Parameter verändert werden wie bei einer Fernsteuerung. Um eine Regelung mit stochastischer Zeitverzögerung im Regelkreis stabil betreiben zu können, sind neue Regelungskonzepte zu erforschen. Dabei ist neben der Stabilität auch die Güte der Regelung eine wesentlich zu betrachtende Eigenschaft, welche nicht zu stark von der Qualität des Netzwerkes (Verzögerung, Bandbreite) abhängen darf.

Zielsetzung und Gliederung der Arbeit

Ziel der Arbeit ist, neue Regelungsverfahren für Systeme mit stochastischen Signallaufzeiten zu entwickeln. Dazu wird ein über das Internet verteiltes System betrachtet, in dem die Regelstrecke örtlich von der zu realisierenden Regelung getrennt ist. Die in den folgenden Kapiteln dargestellten theoretischen Regelungsansätze basieren auf unterschiedlichen Regelungsstrukturen. Die Arbeit ist wie folgt gegliedert:

- In Kapitel 2 werden zuerst allgemeine Stabilitätsanalysen aufgezeigt. Dann folgen die mathematische Darstellung und die Stabilitätsanalyse von Zeitverzögerungssystemen. Abschließend wird eine kurze Darstellung der Realisierung einer verteilten Regelung im Netzwerk gegeben.
- Kapitel 3 beschäftigt sich mit der Signallaufzeitmessung im Internet. In den hier angewendeten Verfahren müssen dazu die Systemzeiten der verschiedenen Computer im Netzwerk synchronisiert werden. Dies kann direkt über das Netzwerk oder über den Zugriff auf das globale Positionsbestimmungssystem (GPS) ermöglicht werden. Abschließend wird eine Genauigkeitsanalyse einer Laufzeitmessung durchgeführt.
- In Kapitel 4 wird mit dem Ljapunow-Razumikhin-Theorem ein stabiler Regler für ein System mit veränderlicher Zeitverzögerung berechnet. Die dabei berechneten Regelungsparameter im Zustandsraum dienen anschließend als Initialwerte, um mit einem genetischen Algorithmus eine Optimierung der Regelungsparameter für verschiedene Zeitverzögerungen zu berechnen. An einem realen Hubschrauber-Modell wird abschließend eine adaptive Zustandsraumregelung entworfen und ein Vergleich zu dem ursprünglichen Ansatz mit dem Razumikhin-Theorem gezogen.
- In Kapitel 5 wird ein erweiterter Ansatz einer Regelung mit endlicher Einstellzeit für Systeme mit kleinen Abtastzeiten dargestellt. Mit Hilfe einer adaptiven Regelung lassen sich somit Systeme mit variierender Zeitverzögerung stabil regeln.

- Kapitel 6 präsentiert einen neu entwickelten Ansatz zur Reglerdimensionierung bei Zeitverzögerungssystemen. Basierend auf einem Modell der stochastischen Zeitverzögerung im Netzwerk lässt sich ein System mit verteilter Zeitverzögerung herleiten und darauf ein Polvorgabe-Entwurf anwenden.
- In Kapitel 7 werden zwei Beispiele zur Regelung über das Internet betrachtet. Zuerst wird eine Fernsteuerung mit lokaler Regelung am Beispiel eines virtuellen Labors beschrieben. Als zweites Beispiel wird eine Regelung über das Internet dargestellt, in der eine Höhenregelung des Hubschrauber-Laborexperiments mit der entwickelten Regelung aus Kapitel 4 zum Einsatz kommt.
- Eine Zusammenfassung der Arbeit wird in Kapitel 8 gegeben.
- Im Anhang sind verschiedene mathematische Definitionen sowie zusätzliche Informationen zusammengestellt. Literaturverzeichnis und Index schließen die Arbeit ab.

Mein Beitrag mit dieser Arbeit

Für die Realisierung der Regelungsentwürfe wird in Kapitel 2 ein allgemeiner Überblick über den Stand der Technik von Stabilitätsanalysen und Regelungsentwürfen gegeben. Die in Kapitel 3 dargestellte Laufzeitmessung im Internet beruht auf gegebenen Verfahren. Dabei werden verschiedene Zeitmessungen mit den auftretenden Toleranzen detailliert von mir ausgearbeitet, um die Strategie für eine Regelung über Kommunikationsnetzwerke grundlegend zu ermöglichen. In Kapitel 4 wird mit dem Ljapunow-Razumikhin-Theorem ein stabiler Regler für ein System mit veränderlicher Zeitverzögerung berechnet, wobei die Herleitung und der Algorithmus aus angegebenen Quellen stammen. Die Umformung der Matrixungleichungen zur Implementierung in verfügbare Softwarewerkzeuge wurde innerhalb dieser Arbeit von mir durchgeführt. Die gesamte weitere Idee in Kapitel 4, mit der Optimierung durch einen genetischen Algorithmus, der adaptiven Anpassung der Regelung sowie der kontinuierlichen Änderung der Reglerparameter, stammt von mir. Der in Kapitel 5 beschriebene Ansatz einer Regelung mit endlicher Einstellzeit stammt von Herrn Prof. Dr. Hubert Roth aus der Vorlesung *Regelungstechnik I*. Die Erweiterung zur Erhöhung der Abtastrate sowie der adaptive Regelungsansatz wurden wiederum von mir entwickelt. In Kapitel 6 wird ein neu entwickelter Ansatz zur Reglerdimensionierung bei Zeitverzögerungssystemen präsentiert, welcher auf einem Modell der stochastischen Zeitverzögerung im Netzwerk basiert. Dieser Regelungsansatz wurde von mir während meines Forschungsaufenthaltes an der UCT in Zusammenarbeit mit Dr. Silviu-Iulian

Niculescu erarbeitet. Das vorgestellte virtuelle Labor in Kapitel 7.1 entstand unter meiner Leitung während der Projektbearbeitung im LearNet-Projekt [LEA 04], mit freundlicher Unterstützung mehrerer Studien- und Diplomarbeiten. Die Anwendung zur Regelung über das Internet (Kapitel 7.2) wurde von mir eigens entwickelt. Dies beinhaltet die gesamte Java-Programmierung sowie die Erstellung des Simulink-Modells zur Ansteuerung der Hardware und Netzwerkkommunikation. Die Firma Quanser [QUA 04] lieferte dazu die Beta-Version der neuesten WinCon-Software mit einem ausgezeichneten Support, wodurch eine derartige Fernregelung auf so einfachem programmiertechnischem Wege erst ermöglicht werden konnte.

2 Stand der Forschung

Die Stabilität ist eine unerlässliche Eigenschaft, welche bei einem Regelungsentwurf beachtet werden muss. Speziell bei einem Regelkreis mit veränderlicher Totzeit stellt dies meist ein großes Problem dar. Ein Überblick zum Forschungsstand bei der Regelung dynamischer Systeme mit stochastischen Zeitverzögerungen im Regelkreis wird im Folgenden gegeben. Dabei sind zuerst allgemeine Stabilitätsanalysen aufgeführt. Die mathematische Beschreibung von dynamischen Systemen mit Totzeiten ist eingehend dargestellt. Um in Kapitel 4 eine verzögerungsabhängige Regelung entwerfen zu können, ist die Leibniz-Newton-Formel zur Transformation eines Totzeitsystems in ein gewöhnliches Differentialgleichungssystem mit zusätzlichem verzögertem Störterm dargestellt. Es folgen konkrete Stabilitätsbetrachtungen unter Berücksichtigung von Zeitverzögerungen im Entwurf wie dem Smith-Prediktor, der Passivität und der Methoden nach dem Ljapunow-Theorem. Abschließend wird eine Anwendung mit verteilter Regelung dargestellt.

2.1 Stabilitätsanalyse von dynamischen Systemen

Ein System mit asymptotisch stabiler Regelung zeichnet sich dadurch aus, dass bei begrenzter Eingangsgröße die Regelgröße nur Schwingungen mit abklingender Amplitude ausführt und nach dem Einschwingvorgang einen Beharrungszustand erreicht (z.B. bei einem Eingangssprung). Ein an sich stabiles System kann bei falsch eingestellter Regelung oder einer entsprechenden Verzögerungszeit im Regelkreis instabil werden. Nach einer beliebig kleinen Störung verlässt das System die Ruhelage und kehrt nicht in sie zurück. Tritt eine Störung an einem instabilen schwingungsfähigen Regelkreis auf, so führt die Regelgröße Oszillationen aus, die sich zu immer größeren Amplituden aufschaukeln können. Diese Erscheinung ist höchst unerwünscht und kann unter Umständen zur Zerstörung der Anlage führen. Neben dieser oszillatorischen Instabilität kann auch eine monotone Instabilität auftauchen. Darunter wird nach Auftreten einer Störung das gleichförmige Anwachsen bzw. Abnehmen der Regelgröße verstanden, bis die Anlage normalerweise früher oder später gegen einen Anschlag läuft. Die Stabilität eines Regelkreises wird bestimmt durch die Eigenschaften der Regelstrecke sowie der Regeleinrichtung. Zweck der Stabilitätsbetrachtung ist es, bei gegebener Regelstrecke die am besten geeignete Regeleinrichtung festzulegen und bei auftretender Instabilität zu erkennen, welche Kenngrößen verändert werden müssen, um stabile Verhältnisse zu schaffen [REU 94].

2.1.1 Allgemeine Stabilitätsdefinitionen

Die folgenden Stabilitätsdefinitionen sind unabhängig von Anfangswerten oder Eingangssignalen, die auf das System einwirken.

Asymptotische Stabilität

Ein System ist asymptotisch stabil, wenn bei einem Systemeingang $u = 0$ für alle möglichen Anfangsbedingungen der Systemausgang gegen Null annähert (für $t \rightarrow \infty$). Bei einem linearen und zeitinvarianten System mit rationaler Übertragungsfunktion $G(s)$ mit $\underline{u} = \underline{0}$ (Nulleingang) gibt es für jede Polstelle von $G(s)$ einen Antwortterm. Der Term erhöht oder senkt die Systemantwort, abhängig davon, ob die Polstellen in der rechten oder linken komplexen Halbebene liegen (RHP/LHP). Daher ist ein System nur dann stabil, wenn die Polstellen (auch Wurzeln genannt) von $G(s)$ in der linken Halbebene liegen (LHP).

Ein n -dimensionales Zustandsraummodell, beschrieben durch das Differentialgleichungssystem

$$\begin{aligned}\dot{\underline{x}}(t) &= \underline{A} \cdot \underline{x}(t) + \underline{B} \cdot \underline{u}(t), \quad t > t_0 \\ \underline{y}(t) &= \underline{C} \cdot \underline{x}(t) + \underline{D} \cdot \underline{u}(t)\end{aligned}\tag{2-1}$$

ist asymptotisch stabil, wenn die Bedingung $\|\underline{x}(t)\| \rightarrow 0$ bei $t \rightarrow \infty$ für alle möglichen Anfangsbedingungen $\underline{x}(t_0)$ bei t_0 und für $\underline{u} = \underline{0}$ erfüllt ist.

Exponentielle Stabilität

Eine stärkere Stabilitätsbetrachtung als die asymptotische Stabilität ist die exponentielle Stabilität. Sie fordert die Existenz der Konstanten $a > 0$ und $b > 0$ (mit $a, b \in \mathbb{R}$), so dass die Bedingung

$$\|\underline{x}(t)\| \leq a e^{-b(t-t_0)} \|\underline{x}(t_0)\|, \quad t \geq t_0\tag{2-2}$$

erfüllt ist [DUG 97]. Danach muss die Vektornorm des Zustandsvektors exponentiell abklingen, ausgehend von einem System wie in Gleichung 2-1, mit $\underline{u} = \underline{0}$.

Ein- und Ausgangsstabilität

Ein System heißt eingangs-ausgangs-stabil, auch BIBO-stabil genannt (Bounded Input Bounded Output), wenn für jeden begrenzten Eingang der Ausgang ebenfalls begrenzt ist [LUN 02]. Bei verschwindend kleinen Anfangsbedingungen und einem beliebig beschränkten Eingangssignal

$$\|\underline{u}(t)\| < u_{max}$$

bleibt das Ausgangssignal ebenfalls begrenzt mit

$$\|\underline{y}(t)\| < y_{max} \text{ für alle } t > 0.$$

Eine notwendige und hinreichende Bedingung eines linearen und zeitinvarianten Systems mit rationaler Übertragungsfunktion $G(s)$ für die BIBO-Stabilität ist, dass alle Pole in der linken Halbebene liegen. Bei einem Zustandsraummodell wie in Gl. (2-1) kann die BIBO-Stabilität auch durch die asymptotische Stabilität nachgewiesen werden.

Impulsantwortstabilität

Ein System wird impulsantwortstabil genannt, wenn die Systemantwort auf einen Impuls am Eingang für $t \rightarrow \infty$ vollständig abklingt. Bei einem Einheitsimpuls auf ein lineares zeitinvariantes System mit der Übertragungsfunktion $G(s)$ ist die Laplace-transformierte für den Ausgang gegeben mit

$$Y_{impulse}(s) = G(s) \cdot 1. \quad 2-3$$

Wird $G(s)$ in einzelne Terme aufgespalten, so klingen diese einzelnen Terme nur dann ab, wenn die Wurzeln des charakteristischen Polynoms in der linken Halbebene liegen.

2.1.2 Ljapunow-Stabilitätsanalyse

Bei den von Ljapunow entwickelten Stabilitätsbetrachtungen ist die Lösung von Differentialgleichungen nicht mehr notwendig. Die erste (indirekte) Methode ermöglicht die lokale Stabilitätsanalyse nichtlinearer Systeme, sie ist weniger bekannt und wird hier auch nicht behandelt. Die zweite (direkte) Methode der Stabilitätsbetrachtung nach Ljapunow ist hingegen weit verbreitet und dient als Grundlage für den Reglerentwurf in Kapitel 4. Diese Methode ermöglicht eine globale asymptotische Stabilitätsanalyse von dynamischen Systemen. Der Stabilitätsansatz basiert auf der Betrachtung des allgemeinen Energiegehaltes von Systemen. Erreicht ein System einen Gleichgewichtszustand, so ist die Energie im System minimal, sollte die Energie nicht minimal sein, muss sie stetig abnehmen, um diesen Zustand zu erreichen. Sobald solch ein System nun gestört wird (durch Energiezufuhr), steigt die Energie im System während der Störphase kurz an und beginnt dann wieder zu sinken, bis sie

irgendwann wieder das Minimum erreicht hat. In der Ruhelage ist die Energie minimal, d.h., erreichen die Zustände des Systems die Ruhelage, ist das System stabil.

Als einfaches Beispiel eines stabilen Systems kann eine Murmel in einer halbkugelförmigen Schüssel betrachtet werden. Die stabile Lage der Murmel ist der tiefste erreichbare Punkt innerhalb der Schüssel. Wird die Kugel ausgelenkt, kehrt sie immer wieder in die Ruhelage zurück, wie die folgende Abbildung zeigt.

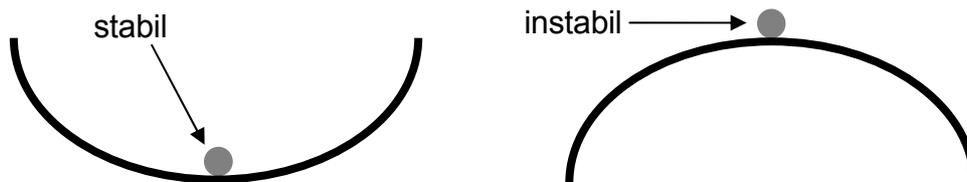


Abbildung 2-1: Stabile und instabile Position einer Murmel in und auf einer kugelförmigen Schüssel

Definition der direkten Methode von Ljapunow

Die direkte Methode von Ljapunow verbindet Aussagen über den Energiegehalt von dynamischen Systemen mit Aussagen zum Stabilitätsverhalten. Angewendet wird dies meist in der Zustandsraumdarstellung. Betrachtet wird ein System, welches aus einem Anfangszustand in eine Ruhelage längs einer Zustandstrajektorie läuft. Die vom Zustandsvektor abhängige Ljapunow-Funktion strebt im Verlauf der Zeit mit positiven Werten gegen Null. Mathematisch ausgedrückt bedeutet dies, dass die skalare Ljapunow-Funktion $V(\underline{x})$ folgende Bedingungen erfüllen muss:

- $V(\underline{x})$ ist positiv definit: $V(\underline{x}) > 0$ für alle $\underline{x} \neq \underline{0}$ und $V(\underline{x}) = 0$ nur für $\underline{x} = \underline{0}$
- $\dot{V}(\underline{x})$ ist negativ definit: $\dot{V}(\underline{x}) < 0$; (bzw. negativ semidefinit $\dot{V}(\underline{x}) \leq 0$)
- $V(\underline{x}) \rightarrow \infty$ für $|\underline{x}| \rightarrow \infty$, wobei: $|\underline{x}| = \sqrt{x_1^2 + \dots + x_n^2}$

Die Funktion $V(\underline{x})$ ist eine positiv definite Funktion mit negativ definiter Ableitung. Das System mit den Zuständen $\underline{x}(t)$ konvergiert in den Ursprung (Ruhelage) und ist somit asymptotisch stabil. Ist die Ableitung negativ semidefinit, ist das System nur stabil, jedoch nicht asymptotisch stabil. Die Definition von positiv und negativ definiten Matrizen ist in Anhang 9 gegeben.

Ein Problem stellt das Finden einer geeigneten Ljapunow-Funktion dar, damit ein nicht zu kompliziert berechenbarer größtmöglicher Stabilitätsbereich definiert werden kann. Die quadratische Funktion ist eine sehr einfach zu berechnende Ljapunow-Funktion und wird deshalb sehr häufig eingesetzt, sie ist wie folgt definiert:

$$V(\underline{x}) = \underline{x}^T \underline{P} \underline{x}, \quad 2-4$$

mit der Ableitung

$$\dot{V}(\underline{x}) = \dot{\underline{x}}^T \underline{P} \underline{x} + \underline{x}^T \underline{P} \dot{\underline{x}}. \quad 2-5$$

Würde die \underline{P} -Matrix als Einheitsmatrix definiert werden, dann entspräche $V(\underline{x})$ dem Quadrat der Euklidischen Vektornorm $V(\underline{x}) = \|\underline{x}\|_2^2$ bzw. $V(\underline{x}) = \underline{x}^T \underline{x}$ (siehe Anhang 9), sie wird deshalb auch "Quadratische Stabilität" genannt. Die \underline{P} -Matrix muss positiv definit sein, damit entsprechend 2-4 der Ausdruck $V(\underline{x}) > 0$ erfüllt ist.

Bei der Betrachtung im Zustandsraum muss nun gezeigt werden, dass für ein System der Form

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}}(t) &= \underline{A} \underline{x}(t) + \underline{B} \underline{u}(t) \\ \underline{y}(t) &= \underline{C} \underline{x}(t) + \underline{D} \underline{u}(t) \end{aligned} \quad 2-6$$

die Gleichung 2-4 mit den Eigenschaften einer Ljapunow-Funktion erfüllt wird. Mit $\underline{u}(t) = \underline{0}$ folgt für Gl. 2-5

$$\begin{aligned} \dot{V}(\underline{x}) &= (\underline{A} \underline{x})^T \underline{P} \underline{x} + \underline{x}^T \underline{P} (\underline{A} \underline{x}) \\ &= \underline{x}^T \underline{A}^T \underline{P} \underline{x} + \underline{x}^T \underline{P} \underline{A} \underline{x} \\ &= \underline{x}^T (\underline{A}^T \underline{P} + \underline{P} \underline{A}) \underline{x} \\ &= \underline{x}^T \underline{Q} \underline{x} \end{aligned} \quad 2-7$$

mit $\underline{Q} = \underline{A}^T \underline{P} + \underline{P} \underline{A}$.

Wenn \underline{Q} negativ definit ist ($\underline{Q} < 0$), folgt daraus $\dot{V}(\underline{x}) < 0$, und das System aus Gl.2-6 ist asymptotisch stabil.

In der Vergangenheit sind verschiedene Ljapunow-Funktionen vorgestellt worden, mit denen sich eine Stabilitätsanalyse durchführen lässt. Das Ziel dabei ist, einen weniger konservativen Regler berechnen zu können. Der Einzugsbereich für ein stabiles Verhalten soll von einer quadratischen Form (Kreisform) ausgehend entsprechend

vergrößert werden. Die Methode von M. A. Aiserman [AIS 1965] ist eine Möglichkeit, um Ljapunow-Funktionen zu bestimmen.

Die ursprüngliche Ljapunow-Methode basierte auf der Betrachtung des Energiegehaltes im System, erst später wurde die einfache quadratische Form der Ljapunow-Funktion betrachtet. Die direkte Methode von Ljapunow, basierend auf dem Energiegehalt, lässt sich mit dem klassischen Pendel [PRE 1997] weiter verdeutlichen. Die Differentialgleichung des Pendels lässt sich folgendermaßen darstellen:

$$\begin{aligned} \sum M &= l^2 m \ddot{\theta} + d \dot{\theta} + g l m \sin \theta = 0 \\ \ddot{\theta} + \frac{d}{l^2 m} \dot{\theta} + \frac{g}{l} \sin \theta &= 0 \end{aligned} \quad , \quad 2-8$$

wobei l die Länge des Pendels, g die Erdbeschleunigung, d die Reibung und θ der Auslenkwinkel ist. Durch die Umformung in den Zustandsraum mit $x_1 = \theta$, $x_2 = \dot{\theta}$ und unter Beibehaltung der Nichtlinearität folgt

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{g}{l} \sin(x_1) - \frac{d}{l^2 m} x_2 \end{aligned} \quad 2-9$$

Zur Stabilitätsbetrachtung wird nun als Ljapunow-Funktion die Energiegleichung (kinetische + potentielle Energie) angesetzt

$$V(\underline{x}) = \underbrace{\frac{ml^2}{2} x_2^2}_{\text{kinetische Energie}} + \underbrace{mgl(1 - \cos x_1)}_{\text{potentielle Energie}} \quad 2-10$$

Gl. 2-10 ist für $x_1 \neq 0$ und $x_2 \neq 0$ positiv definit. Die Ableitung der Ljapunow-Funktion lässt sich berechnen zu

$$\dot{V}(\underline{x}) = ml^2 x_2 \dot{x}_2 + mgl \dot{x}_1 \sin(x_1), \quad 2-11$$

durch eine Substitution von Gl. 2-9 in Gl. 2-11 lässt es sich weiter vereinfachen zu

$$\begin{aligned} \dot{V}(\underline{x}) &= -mgl x_2 \sin x_1 + mgl x_2 \sin x_1 - \frac{ml^2 d}{ml^2} x_2^2, \\ &= -dx_2^2 \end{aligned} \quad 2-12$$

$\dot{V}(\underline{x})$ ist für alle $\underline{x} \neq \underline{0}$ negativ. Somit erfüllen Gleichung 2-10 und Gleichung 2-12 die Kriterien nach Ljapunow und das System ist stabil mit der Ruhelage in $\underline{x} = \underline{0}$.

2.1.3 Stabilitätsnachweis mit Hilfe von linearen Matrixungleichungen

Lineare Matrixungleichungen (Linear Matrix Inequalities, LMIs) zur Analyse von dynamischen Systemen werden seit mehr als 100 Jahren genutzt, nachdem die Stabilitätstheorie von Ljapunow veröffentlicht wurde [BOY 94]. Er zeigte, dass die Differentialgleichung

$$\frac{d}{dt} \underline{x}(t) = \underline{A} \underline{x}(t) \quad 2-13$$

stabil ist (d.h., dass alle Trajektorien nach Null konvergieren), wenn eine positiv-definite Matrix P existiert, die Folgendes erfüllt:

$$\underline{A}^T \underline{P} + \underline{P} \underline{A} < 0. \quad 2-14$$

Dies ist eine spezielle Form einer LMI und wird als Ljapunow-Ungleichung (mit der gesuchten Matrix \underline{P}) bezeichnet, siehe dazu [BOY 94].

Lineare Matrixungleichungen lassen sich des Weiteren für ein parameterabhängiges oder zeitinvariantes System einsetzen. Gegeben sei eine symmetrische Matrix $\underline{F}(\underline{x})$, die affin (siehe Anhang 9) von den Variablen $\underline{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n] \in \mathbb{R}^n$ abhängt [JEN 00]. Diese Variablen können nun so gewählt werden, dass die symmetrische Matrix $\underline{F}(\underline{x})$ negativ-definit wird.

Jede symmetrische Matrix $\underline{F}(\underline{x})$, die affin in \underline{x} ist, lässt sich mit geeigneten symmetrischen Matrizen $\underline{F}_0, \underline{F}_1, \dots, \underline{F}_n$ immer in der Form

$$\underline{F}(\underline{x}) = \underline{F}_0 + \sum_{i=1}^n \underline{F}_i x_i \quad 2-15$$

darstellen. Dabei sind $\underline{F}_i = \underline{F}_i^T$ gegebene symmetrische Matrizen.

Streng genommen ist die Ungleichung daher eine affine lineare Ungleichung. Nach ihrer Einführung durch L. C. Willems [SCH 97] wird sie jedoch als LMI bezeichnet. Allgemeine Rechenregeln zu LMIs finden sich im Anhang. Nichtlineare Matrixungleichungen können mit Hilfe des so genannten Schur-Komplements [CAR 79] in lineare LMIs zurückgeführt werden (siehe Anhang 9).

Beispiel 1

Zur Illustration der LMIs wird ein einfaches Beispiel betrachtet, bei dem die Nebenbedingungen durch folgende lineare Ungleichung beschrieben sind:

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 &< 0 \\ x_2 - 1 + x_1 &< 0. \end{aligned} \quad 2-16$$

Wird das Schur-Komplement aus Gleichung 9-5 auf die zweite Ungleichung aus 2-16 angewendet, folgt

$$x_2 - 1 + x_1 < 0 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x_2 - 1 & x_1 \\ x_1 & -1 \end{pmatrix} < 0. \quad 2-17$$

Mit Hilfe der Rechenregel aus Gleichung 9-2 können die Ungleichungen aus 2-16 und 2-17 in eine lineare LMI umgewandelt werden:

$$\begin{pmatrix} x_1 - x_2 & 0 & 0 \\ 0 & x_2 - 1 & x_1 \\ 0 & x_1 & -1 \end{pmatrix} < 0 \quad 2-18$$

Beispiel 2

Als weiteres Beispiel wird ein Optimierungsproblem der Form

$$\underline{A}^T \underline{P} + \underline{P} \underline{A} + \underline{P} \underline{B} \underline{B}^T \underline{P} + \underline{Q} < 0 \quad 2-19$$

betrachtet [MAT 05], dabei sind \underline{A} , \underline{B} und $\underline{Q} = \underline{Q}^T$ reelle $n \times n$ -, $n \times p$ - und $p \times p$ -Matrizen. Gesucht ist eine reelle symmetrische und positiv-semidefinite Lösung \underline{P} . Wird das Schur-Komplement (Gleichung 9-3) auf Gleichung 2-19 angewendet, folgt daraus

$$\begin{pmatrix} \underline{A}^T \underline{P} + \underline{P} \underline{A} + \underline{Q} & \underline{P} \underline{B} \\ \underline{B}^T \underline{P} & -\underline{I} \end{pmatrix} < 0, \quad 2-20$$

was wiederum eine lineare Matrixungleichung darstellt und sich mit den bekannten LMI-Lösungsverfahren entsprechend [MAT 05] lösen lässt.

Einsatzgebiete der LMI

Die LMI-Methodik wird mittlerweile in vielen regelungstechnischen Entwurfsverfahren eingesetzt. Wie oben gezeigt wird es bei der Ljapunow-basierten Analyse und Synthese von Regelkreisen verwendet. Auf einfache Weise kann ein System mit Matrixungleichungen z.B. mit der LMI-Toolbox von Matlab gelöst werden [MAT 05].

Lineare Matrixungleichungen werden in drei allgemeine Grundaufgaben unterteilt, siehe dazu [JEN 00] oder [GAH 95]:

- Durchführbarkeitsproblem (Feasibility Problem, FP)
- Optimierung eines linearen Funktionals mit LMI-Nebenbedingungen (Eigenvalue Problem, EVP)
- Verallgemeinertes Eigenwertproblem (Generalized Eigenvalue Problem, GEVP)

Viele Probleme der Regelungstechnik können in solche Standardformen gebracht werden, um einen Regelungsentwurf durchzuführen [JEN 00]. Die robuste H_∞ -Regelung lässt sich zum Beispiel in eine der drei Standardformen überführen, welche im Folgenden näher erläutert werden.

Standard-LMI-Probleme

Das Lösen von LMIs lässt sich anhand drei verschiedener Aufgaben darstellen:

- Das Durchführbarkeitsproblem testet, ob eine Lösung \underline{x}_{feas} für die Matrixungleichung

$$\underline{F}(\underline{x}) > \underline{0} \quad 2-21$$

gefunden werden kann.

- Das Optimierungsproblem wird definiert als

$$\min_{\text{mit } \underline{F}(\underline{x}) > \underline{0}} \underline{c}^T \underline{x}, \quad 2-22$$

wobei \underline{c} ein Vektor in \mathbb{R}^n , $\underline{F}(\underline{x})$ eine symmetrische Matrix und \underline{x} der gesuchte Vektor ist. Hier wird der Ausdruck $\underline{c}^T \underline{x}$ unter Berücksichtigung von $\underline{F}(\underline{x}) > \underline{0}$ minimiert. Abhängig von der gewünschten Genauigkeit bricht der Algorithmus die Optimierung ab.

- Das verallgemeinerte Eigenwertproblem (kurz GEVP) ist definiert als

$$\min_{\substack{\underline{F}(\underline{x}) > \underline{0} \\ \text{mit } \underline{H}(\underline{x}) < \underline{0} \\ \underline{G}(\underline{x}) + \lambda \underline{F}(\underline{x}) < \underline{0}}} \underline{c}^T \underline{x}; \quad 2-23$$

neben $F(x)$ sind $G(x)$ und $H(x)$ weitere symmetrische Matrizen. Dieser GEVP-Algorithmus wird zur Lösung des Razumikhin-Theorems in Kapitel 4.1 angewendet und dort an einem Beispiel näher veranschaulicht.

Seit den achtziger Jahren wurden geeignete Verfahren zur numerischen Lösung solcher Standardprobleme entwickelt, die als Optimierungsprobleme aufgefasst werden können. Derartige Verfahren sind z.B. die so genannten Inner-Punkt-Methoden (Interior Point Methods, IPMs). Viele Arbeiten sind auf diesem Gebiet entstanden, um effiziente, schnelle Algorithmen zu entwickeln, die mittlerweile auch in recht kurzer Zeit durchführbar sind, siehe dazu [BOY 94]. Für eine genaue Beschreibung dieser Verfahren wird hier auf die Literatur hingewiesen, eine zusammenfassende Darstellung findet sich in [FRE 96].

2.2 Mathematische Darstellung von Systemen mit Totzeiten

Um eine Stabilitätsuntersuchung von Systemen mit Zeitverzögerungen durchführen zu können, müssen diese erst in eine entsprechende mathematische Darstellung gebracht werden. Dabei treten jedoch Funktionen in Differentialgleichungen auf, die nicht analytisch lösbar sind. Im Wesentlichen gibt es drei verschiedene Arten der Beschreibung von Totzeitsystemen:

- Evolution im abstrakten Raum [CUR 92]
- Differentialgleichungen über Ringe oder Module [KAM 78]
- Funktionale Differentialgleichungen [DUG 97]

Auf die Beschreibungen im abstrakten Raum oder über Ringe wird in dieser Arbeit nicht eingegangen. Der Einsatz von funktionalen Differentialgleichungen (Functional Differential Equations, FDEs) wird in Abschnitt 2.2.2 näher betrachtet; hier kann ein unendlich dimensionales Problem mit endlich dimensionalen Hilfsmitteln gelöst werden. Dieses nun analytisch lösbare Gleichungssystem lässt sich mit Hilfe des Ljapunow-Krasovskii-Funktional oder des Ljapunow-Razumikhin-Theorems analysieren (siehe Kapitel 2.3.4). Jedoch bringt dieser Übergang zu den Differentialgleichungen mit Zeitverzögerung (Delay Differential Equation, DDEs) einen zusätzlichen Konservatismus in die Systembeschreibung mit ein, wie in Kapitel 2.2.3 gezeigt wird. Ein Regelkreis mit einem Zeitverzögerungselement wird im Folgenden

durch eine Übertragungsfunktion im Laplace- und Zeitbereich dargestellt und analysiert.

2.2.1 Darstellung als gewöhnliche Übertragungsfunktion

Bei einem Regelkreis mit Zeitverzögerungsglied wird meist von einem unendlich dimensionalen Problem (bzw. einer unendlich dimensionalen Differentialgleichung) gesprochen. Dies lässt sich sehr gut am folgenden Beispiel, welches aus [FÖL 94] Kapitel 2.5.3 entnommen ist, erläutern. Betrachtet wird das System aus Abbildung 2-2, wobei $G_0(s)$ die Übertragungsfunktion des Systems und der *delay*-Block die Zeitverzögerung in der Signalübertragung darstellt.

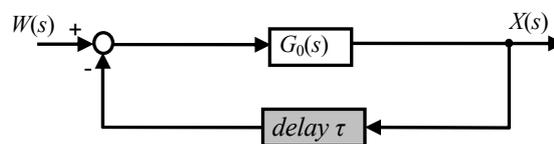


Abbildung 2-2: Regelkreis mit Totzeitglied im Rückführzweig

$$G(s) = \frac{G_0(s)}{1 + G_0(s)e^{-\tau s}} \quad 2-24$$

Die Übertragungsfunktion in Gleichung 2-24 stellt eine nicht rationale Funktion von s dar und lässt sich nicht einfach in Partialbrüche zerlegen. Diese Gleichung wird in der Funktionstheorie als transzendente Funktion (auch meromorphe Funktion) bezeichnet und kann mit einer verallgemeinerten Partialbruchzerlegung geschlossen gelöst werden, welche jedoch äußerst schwierig ist [FÖL 94]. Eine weitere Möglichkeit ist die Entwicklung in einer geometrischen Reihe, wie im Folgenden gezeigt wird.

Die Sprungantwort der Übertragungsfunktion aus Gleichung 2-24 ist gegeben durch

$$H(s) = \frac{G_0(s)}{1 + G_0(s)e^{-\tau s}} \cdot \frac{1}{s} \quad 2-25$$

Jedoch kann die Sprungantwort durch den transzendenten Term nicht bestimmt werden; deshalb wird der Bruch aus Gleichung 2-24 in einer geometrischen Reihe (siehe Anhang 9) ausgedrückt:

$$\frac{1}{1 + G_0(s)e^{-\tau s}} = 1 - G_0(s)e^{-\tau s} + G_0^2(s)e^{-2\tau s} - \dots \quad 2-26$$

Nach [FÖL 94] hat der Quotient der Reihe den Betrag $|G_0(s)e^{-\tau s}| = |G_0(s)| \cdot |e^{-\tau\delta - \tau j\omega}| = |G_0(s)| \cdot e^{-\tau\delta}$. Nach der Eulerschen Formel ist der Betrag einer rein imaginären e-Funktion stets eins. Weil $G_0(s)$ ein reales und lineares Übertragungsglied darstellt, ist der Zählergrad höchstens gleich dem Nennergrad, $|G_0(s)|$ ist also beschränkt, wenn $|s|$ genügend groß ist. Wird δ genügend groß gewählt (s liegt hinreichend weit in der rechten Halbebene), so ist der Betrag des Quotienten gewiss kleiner eins, die Reihenentwicklung also absolut und gleichmäßig konvergent. Für die Rücktransformation aus dem Laplace- in den Zeitbereich genügt die Konvergenz in der rechten Halbebene. Wird die so gewonnene Reihe in Gleichung 2-25 eingesetzt, so folgt

$$H(s) = \frac{G_0(s)}{s} - \frac{G_0(s)}{s} e^{-\tau s} G_0(s) + \frac{G_0(s)}{s} e^{-2\tau s} G_0(s) G_0(s) - \dots \quad 2-27$$

Da $G_0(s)$ eine rationale Funktion ist, kann die Originalfunktion $h_0(t)$ durch Partialbruchzerlegung von $G_0(s)/s$ gefunden werden. Durch Rücktransformation der Reihe folgt die Zeitfunktion der Sprungantwort.

$$h(t) = h_0(t) - h_0(t - \tau) * g_0(t) + h_0(t - 2\tau) * g_0(t) * g_0(t) - \dots \quad 2-28$$

Zu beachten ist, dass die einzelnen Glieder erst nach und nach in Erscheinung treten:

$$\begin{aligned} 0 < t < \tau: & \quad h(t) = h_0(t) \\ \tau < t < 2\tau: & \quad h(t) = h_0(t) - h_0(t - \tau) * g_0(t) \\ & \quad \vdots \end{aligned}$$

Um diese unendlich dimensionale Problematik eines Totzeit-Systems zu verdeutlichen, wird im Folgenden ein Beispiel betrachtet, bei dem $G_0(s) = K/s$ gesetzt wird. Die Sprungantwort aus Gleichung 2-27 wird somit zu

$$H(s) = \frac{\frac{K}{s}}{1 + \frac{K}{s} e^{-\tau s}} \frac{1}{s} = \frac{K}{s^2} \left[1 - \frac{K}{s} e^{-\tau s} + \frac{K^2}{s^2} e^{-2\tau s} - \dots \right] \quad 2-29$$

Durch die Rücktransformation in den Zeitbereich folgt

$$h(t) = K \frac{t}{1!} \sigma(t) - K^2 \frac{(t - \tau)^2}{2!} \sigma(t - \tau) + K^3 \frac{(t - 2\tau)^3}{3!} \sigma(t - 2\tau) - \dots \quad 2-30$$

Intervallweise geschrieben:

$$\begin{aligned}
 h(t) &= Kt && \text{in } 0 < t < \tau \\
 h(t) &= Kt - K^2 \frac{(t-\tau)^2}{2!} && \text{in } \tau < t < 2\tau \\
 h(t) &= Kt - K^2 \frac{(t-\tau)^2}{2!} + K^3 \frac{(t-2\tau)^3}{3!} && \text{in } 2\tau < t < 3\tau \\
 &\vdots &&
 \end{aligned}
 \tag{2-31}$$

Mit Gleichung 2-28 kann die Sprungantwort in den ersten Verzögerungsintervallen einfach berechnet werden. Für große t müssen aber sehr viele Faltungsoperationen ausgeführt werden. Ein geschlossener Formelausdruck kann nicht angegeben werden. Bereits bei einem so einfachen System mit Verzögerungszeit, wie dem oben betrachteten, kann die Reihe nicht in geschlossener Form dargestellt werden.

In Gleichung 2-30 und 2-31 ist zu erkennen, dass die Sprungantwort gewissermaßen aus einfachen und einzelnen (unendlichen) Funktionsstücken besteht. Diese sind in Abbildung 2-3 aufgezeigt.

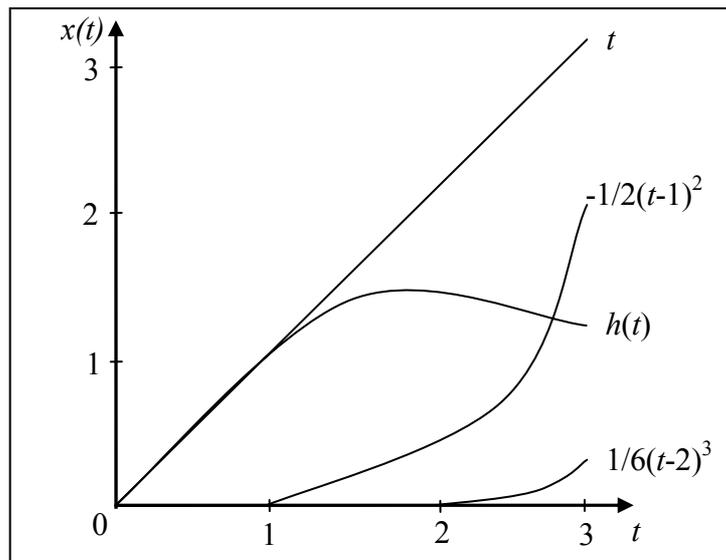


Abbildung 2-3: Sprungantwort eines Regelkreises mit Totzeitglied (nach Abbildung 2-2 mit $G_0(s) = 1/s$ und $\tau = 1$)

Die Darstellung von Totzeitsystemen wie in den Gleichungen 2-30 und 2-31 zeigt, dass ein sehr großer Unterschied gegenüber einer gewöhnlichen Übertragungsfunktion besteht. Die Sprungantwort $h(t)$ ist bei einem rationalen Glied analytisch darstellbar, bei einem System mit Totzeit hat die Sprungantwort jedoch unendlich viele Ausnahmestellen (die Vielfachen der Totzeit).

2.2.2 Darstellung durch funktionale Differentialgleichungen

Durch eine gewöhnliche Differentialgleichung der Form $\dot{\underline{x}}(t) = \underline{f}(t, \underline{x}(t))$ lässt sich üblicherweise ein regelungstechnisches System beschreiben. In der Zustandsraumdarstellung ist $\underline{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ der n-dimensionale Zustandsvektor, wobei die Differentialgleichungen den zeitlichen Verlauf des Systems beschreiben. Ein wesentlicher Punkt ist, dass bei einem System der Verlauf des Zustandsvektors komplett mit den gegenwärtigen Zuständen beschrieben werden kann. Mathematisch ausgedrückt bedeutet dies, dass der Verlauf des Zustandsvektors $\underline{x}(t)$ (mit $t_0 \leq t < \infty$) für irgendein t_0 mit den entsprechenden Anfangsbedingungen $\underline{x}(t_0) = \underline{x}_0$ gefunden werden kann. Diese allgemeinen Differentialgleichungen werden seit langem ausgiebig analysiert und erforscht; dabei sind viele Stabilitätsanalysen und Regelalgorithmen entstanden.

In der Praxis können jedoch nicht alle Systeme zufriedenstellend mit gewöhnlichen Differentialgleichungen beschrieben werden. Das Problem dabei ist, dass der Verlauf der Zustandsvariablen $\underline{x}(t)$ nicht nur vom gegenwärtigen Zustandsvektor $\underline{x}(t_0)$, sondern auch von denen der Vergangenheit $\underline{x}(\theta)$, $t_0 - \tau \leq \theta < t_0$ abhängt, mit $\tau \in \mathbb{R}^+$ als maximaler Totzeit. Ein solches System wird als zeitverzögertes System im Zustandsraum bezeichnet.

Funktionale Differentialgleichungen

Eine funktionale Differentialgleichung (FDE – Functional Differential Equation) hängt im Gegensatz zur gewöhnlichen Differentialgleichung (ODE – Ordinary Differential Equation) von mehreren Funktionen ab. Die Ableitung $\dot{\underline{y}}(t)$ einer unbekanntenen Funktion $\underline{y}(t)$ hat zu einer bestimmten Zeit t den Wert, welcher von der Zeit t , der Stammfunktion $\underline{y}(t)$ und der Stammfunktion $\underline{y}(t)$ in Abhängigkeit einer anderen Funktion $\underline{u}(t)$ abhängt. Die allgemeine Form einer funktionalen Differentialgleichung ist gegeben durch

$$\dot{\underline{y}}(t) = \underline{f}(t, \underline{y}(t), \underline{y}(\underline{u}(t))). \quad 2-32$$

Differentialgleichungen mit Zeitverzögerungen

Eine spezielle Form einer FDE ist die Differentialgleichung mit Zeitverzögerung (DDE – Delay Differential Equation). Zeitverzögerte Systeme werden in der Literatur

unterschiedlich bezeichnet, wie zum Beispiel "Retarded Functional Differential Equation – RFDE" oder "Hereditary Systems". Der grundsätzliche Unterschied zu einer ODE ist, dass die Änderungsrate des Ableitungsvektors $\dot{\underline{x}}(t)$ nicht nur vom aktuellen Zustand $\underline{x}(t)$, sondern auch von dem der Vergangenheit $\underline{x}(t - \tau)$ abhängt (τ entspricht der Zeitverzögerung), wie im Folgenden dargestellt wird:

DDE mit einer festen Zeitverzögerung τ

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{f}(t, \underline{x}(t), \underline{x}(t - \tau)) \quad 2-33$$

wobei: $\underline{x} \in \mathbb{R}^n$, $\underline{f} : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$, $\tau > 0$

DDE mit mehreren festen Zeitverzögerungen τ_i

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{f}(t, \underline{x}(t), \underline{x}(t - \tau_1), \dots, \underline{x}(t - \tau_m)) \quad 2-34$$

wobei: $\underline{x} \in \mathbb{R}^n$, $\underline{f} : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \times \dots \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$, $\tau_i > 0$, $i = 0 \dots m$

DDE mit einer zeitabhängigen (veränderlichen) Verzögerung $\tau(t)$

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{f}(t, \underline{x}(t), \underline{x}(t - \tau(t))) \quad 2-35$$

wobei: $\underline{x} \in \mathbb{R}^n$, $\underline{f} : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$, $\tau(t) > 0$

Sonderform einer DDE

Taucht der höchste Ableitungsterm auch in zeitverzögerter Form auf, dann wird von einer so genannten neutralen DDE gesprochen, die wie folgt definiert ist:

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{f}(t, \underline{x}(t), \underline{x}(t - \tau), \dot{\underline{x}}(t - \tau)). \quad 2-36$$

In dieser Arbeit werden neutrale DDEs nicht behandelt, es wird auf [HAL 93] verwiesen.

Allgemein wird eine zeitverzögerte funktionale Differentialgleichung wie folgt dargestellt

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{f}(t, \underline{x}(t - \theta)), \quad 2-37$$

mit $t \geq t_0$, allgemein wird abgekürzt geschrieben $\underline{x}_t = \underline{x}_t(\theta) = \underline{x}(t - \theta)$, für $\theta \in [\tau, 0]$. In dieser Arbeit werden nur DDEs mit einer einfachen, variablen Zeitverzögerung berücksichtigt.

Differentialgleichungen mit Verzögerungen im Eingang

Eine gewöhnliche Differentialgleichung (ODE) mit einem verzögerten Eingang lässt sich einfach als eine DDE darstellen. Ausgehend von dem zeitverzögerten System in der Zustandsform

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{A}\underline{x}(t) + \underline{b}u(t - \tau(t)), \quad 2-38$$

ist die Darstellung mit einem zeitverzögerten Eingang gegeben durch

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{f}(t, \underline{x}(t), u(t - \tau)), \quad \underline{x} \in \mathbb{R}^n, \quad u(t) \in \mathbb{R}. \quad 2-39$$

Mit einem Regler der Form $u(t) = g(\underline{x}(t))$ kann dies ausgedrückt werden als Funktion von $\underline{x}(t)$ durch

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{f}(t, \underline{x}(t), g(\underline{x}(t - \tau))), \quad 2-40$$

der allgemeinen Form einer zeitverzögerten funktionalen Differentialgleichung.

2.2.3 Modell-Transformation eines zeitverzögerten Systems

Ein System mit zeitverzögertem Eingang lässt sich in der Zustandsform entsprechend Gleichung 2-38 darstellen. Unter Verwendung eines Reglers der Form $u(t) = \underline{k}\underline{x}(t)$ folgt die Zustandsdarstellung in geschlossener Form mit

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{A}\underline{x}(t) + \underline{b}\underline{k}\underline{x}(t - \theta(t)) \quad 2-41$$

Ein solches System kann allgemein als

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{A}_0\underline{x}(t) + \underline{A}_1\underline{x}(t - \theta(t)) \quad 2-42$$

(mit $\underline{A}_1 = \underline{b}\underline{k}$) dargestellt werden. Durch eine Erweiterung in Gleichung 2-42 mit $+\underline{A}_1\underline{x}(t) - \underline{A}_1\underline{x}(t)$ folgt

$$\dot{\underline{x}}(t) = (\underline{A}_0 + \underline{A}_1)\underline{x}(t) + \underline{A}_1(\underline{x}(t - \theta(t)) - \underline{x}(t)), \quad 2-43$$

dabei kann der Term $\underline{A}_1(\underline{x}(t - \theta(t)) - \underline{x}(t))$ als Störterm zu dem nominalen System *ohne* Zeitverzögerung angesehen werden [GU 03]. Nimmt nun die Zeitverzögerung $\theta(t)$ von Null an zu, kann das Systemverhalten sich verschlechtern, sogar instabil werden. Bei einer von Null ansteigenden Zeitverzögerung kann der Störterm anwachsen. Mit Hilfe der Leibniz-Newton-Formel kann ein zeitverzögertes System in die Form von 2-43 gebracht werden, um es nach Ljapunow zu analysieren.

Transformation erster Ordnung (Leibniz-Newton-Formel)

Im Folgenden wird die Herleitung einer Modelltransformation gezeigt, welche über ein Zeitverzögerungsintervall aufintegriert. Bei der Integration über n Zeitintervalle wird von einer Transformation n -ter Ordnung gesprochen. Durch diese Transformation ist die Zeitverzögerung als Störung im System zu sehen, dadurch bekommt man eine andere Betrachtungsweise des Systems. Um die Zustandsgleichung 2-41 des geschlossenen Systems nach dem in Kapitel 4 verwendeten Razumikhin-Theorem zu analysieren, muss sie erst mit Hilfe der Leibniz-Newton-Formel auf die entsprechende Form wie in Gleichung 2-43 gebracht werden, siehe dazu [NIC 01] und [GU 03]. Die Übertragungsfunktion aus Gleichung 2-41 wird von einer einzelnen Zeitverzögerung in ein System mit so genannter verteilter Zeitverzögerung überführt. Es kann nun folgende Gleichung aufgestellt werden

$$\underline{x}(t) - \underline{x}(t - \tau) = \int_{-\tau}^0 \dot{\underline{x}}(t + \theta) d\theta, \quad 2-44$$

$$\underline{x}(t - \tau) = \underline{x}(t) - \int_{-\tau}^0 \dot{\underline{x}}(t + \theta) d\theta, \quad 2-45$$

umgeformt und mit der allgemeinen Form aus 2-42 eingesetzt folgt

$$\underline{x}(t - \tau) = \underline{x}(t) - \int_{-\tau}^0 [\underline{A}_0 \underline{x}(t + \theta) + \underline{A}_1 \underline{x}(t + \theta - \tau)] d\theta. \quad 2-46$$

Zurück eingesetzt in die erweiterte Differentialgleichung aus 2-43 mit Zeitverzögerung und $t \geq \tau$ folgt

$$\dot{\underline{x}}(t) = (\underline{A}_0 + \underline{A}_1) \underline{x}(t) - \int_{-\tau}^0 [\underline{A}_1 \underline{A}_0 \underline{x}(t + \theta) + \underline{A}_1 \underline{A}_1 \underline{x}(t + \theta - \tau)] d\theta. \quad 2-47$$

Dargestellt in Form der geschlossenen speziellen Übertragungsfunktion wie in Gleichung 2-41 folgt:

$$\dot{\underline{x}}(t) = (\underline{A} + \underline{bk}) \underline{x}(t) - \int_{-\tau}^0 [\underline{bk} \underline{A} \underline{x}(t + \theta) + \underline{bk} \underline{bk} \underline{x}(t + \theta - \tau)] d\theta. \quad 2-48$$

Diese Umformung des Systems wird *Modell-Transformation* genannt. Die Integration läuft hier über ein Zeitverzögerungsintervall τ , deshalb wird von einer Transformation erster Ordnung gesprochen. Diese Transformation ermöglicht die Stabilitätsanalyse mit dem Razumikhin-Theorem, welches in Kapitel 2.3.4 definiert und in Kapitel 4 auf ein konkretes Problem angewendet wird.

Zusätzliche Dynamik, verursacht durch die Transformation

Durch die Transformation mit der Leibniz-Newton-Formel wird eine zusätzliche Dynamik mit in das System eingebracht, die im originalen System nicht vorhanden ist. Ausgehend vom ursprünglichen System aus Gleichung 2-42 folgt durch die Leibniz-Newton-Transformation aus Gleichung 2-46 das transformierte System der Form 2-47. Diese Systeme sind in der Tat verschieden, was nachfolgend gezeigt wird.

Um den Verlauf des Systems aus 2-42 zu bestimmen, wird die Zeitverzögerung θ im Intervall $[-\tau, 0]$ benötigt. Bei der transformierten Gleichung 2-47 wird aus dem Integralterm ersichtlich, dass hier jedoch das doppelte Zeitintervall $[-2\tau, 0]$ gefordert wird. Es lässt sich nun zeigen, dass eine Stabilitätsbetrachtung des transformierten Systems 2-47 die Betrachtung des realen Systems 2-42 mit einschließt.

Ist die Lösung des originalen Systems mit den Anfangsbedingungen gegeben mit

$$\underline{x}(t) = \underline{\phi}(t), \quad t \in [-\tau, 0], \quad 2-49$$

dann ist die Lösung des transformierten Systems für

$$\underline{x}(t) = \underline{\psi}(t), \quad t \in [-\tau, \tau] \quad 2-50$$

gegeben mit den besonderen Anfangsbedingungen

$$\underline{\psi}(t) = \begin{cases} \underline{\phi}(t) & t \in [-\tau, 0] \\ \text{Lösung des orig. Systems} & t \in [0, \tau] \end{cases} \quad 2-51$$

In einer Eigenwertanalyse lässt sich verdeutlichen, dass neue Eigenwerte im transformierten Modell bei einer Zeitverzögerung $\tau > 0$ entstehen, die im realen System nicht vorhanden sind. Diese künstlichen Eigenwerte bringen eine zusätzliche Dynamik mit ein (die zusätzlichen Eigenwerte wandern gegen $-\infty$, für τ gegen Null). Eine kritische Verzögerung $\tau_{kritisch}$ entsteht, wenn der erste künstliche Eigenwert die imaginäre Achse kreuzt, bevor das reale System instabil wird. Dadurch entsteht ein zusätzlicher unerwünschter Konservatismus in der Stabilitätsanalyse.

Die charakteristische Gleichung des ursprünglichen Systems (nach Gl. 2-42) lautet

$$\Delta_o(s) = \det(s\underline{I} - \underline{A}_0 - e^{-\tau s} \underline{A}_1), \quad 2-52$$

durch Nullsetzen können die Eigenwerte des Systems der obigen transzendenten Gleichung berechnet werden. Die charakteristische Gleichung der transformierten Differentialgleichung (Gl. 2-47) ergibt sich zu

$$\begin{aligned}\Delta_t(s) &= \det \left(s\underline{I} - \underline{A}_0 - \underline{A}_1 + \underline{A}_1 \int_{-\tau}^0 [\underline{A}_0 e^{\theta s} + \underline{A}_1 e^{(\theta-\tau)s}] d\theta \right) \\ &= \det \left(s\underline{I} - \underline{A}_0 - \underline{A}_1 + \frac{1-e^{-\tau s}}{s} \underline{A}_1 \underline{A}_0 + \underline{A}_1^2 e^{-\tau s} \frac{1-e^{-\tau s}}{s} \right).\end{aligned}\quad 2-53$$

Durch Nullsetzen des obigen Ausdruckes lassen sich wiederum die Eigenwerte finden. Mit der Erweiterung $e^{-\tau s} \underline{A}_1$ ist die Darstellung in folgender Faktorform möglich [GU 00]:

$$\Delta_t(s) = \underbrace{\det \left(s\underline{I} - \frac{1-e^{-\tau s}}{s} \underline{A}_1 \right)}_{\Delta_a(s)} \underbrace{\det \left(s\underline{I} - \underline{A}_0 - e^{-\tau s} \underline{A}_1 \right)}_{\Delta_o(s)}, \quad 2-54$$

In kompakter Form:

$$\Delta_t(s) = \Delta_a(s) \Delta_o(s). \quad 2-55$$

Dabei repräsentiert der Term

$$\Delta_a(s) = \det \left(s\underline{I} - \frac{1-e^{-\tau s}}{s} \underline{A}_1 \right) = \prod_{i=1}^n \left(1 - \lambda_i \frac{1-e^{-\tau s}}{s} \right) \quad 2-56$$

die zusätzlichen (künstlichen) Eigenwerte des Systems, verursacht durch die Leibniz-Newton-Transformation, welche im realen System nicht vorhanden sind. Um die zusätzlichen Eigenwerte nun zu analysieren, folgt nach [GU 03] aus Gleichung 2-56 direkt

$$1 - \lambda_i \frac{1-e^{-\tau s}}{s} = 0. \quad 2-57$$

λ_i ist der i -te Eigenwert der Matrix \underline{A}_1 und s_{ik} sind die Lösungen der obigen Gleichung, mit $i = 1, 2, \dots, n$; $k = 1, 2, \dots$. Werden nun die zusätzlichen Eigenwerte s_{ik} bei einer Zeitverzögerung gegen Null ($\tau \rightarrow 0^+$) betrachtet, so erfüllen sie alle den Endwert (ausgehend von einem stabilen System nach Gleichung 2-42, [GU 03])

$$\lim_{\tau \rightarrow 0^+} \operatorname{Re}(s_{ik}) = -\infty. \quad 2-58$$

Die zusätzlichen Pole liegen somit für eine genügend kleine Zeitverzögerung weit in der negativen reellen Halbebene und beeinflussen das reale Systemverhalten nicht. Der entsprechende Beweis und eine weitere Analyse der zusätzlichen Polstellen wird in [GU 00] geliefert.

2.3 Stabilitätsbetrachtung und Regelung mit Zeitverzögerungen

Bei der Regelung von Systemen mit Totzeiten im Übertragungskanal ist die Einhaltung der Stabilität eine wichtige Eigenschaft, welche meist nur schwierig einzuhalten ist. Ein umfassender Überblick über die verschiedensten Forschungen und Untersuchungen bei der Regelung von Systemen mit Verzögerungszeiten wird in [GU 02], [RIC 03] und vor allem den Referenzen darin gegeben. An der Stabilitätsbetrachtung von zeitverzögerten Systemen arbeiten etliche Forschungseinrichtungen auf der ganzen Welt, ein umfassender Überblick über den aktuellen Forschungsstand gibt der regelmäßig veranstaltete IFAC Workshop on Time Delay Systems [TDS 04].

Im Nachfolgenden wird ein Überblick über den aktuellen Stand der Forschung bei der stabilen Regelung von Totzeitsystemen gegeben, dabei werden die für den Autor wichtigsten Arbeiten kurz erläutert. Zuerst wird ein prädiktiver Regler nach Smith [SMI 57] vorgestellt. Dann wird ein kurzer Überblick über den Ansatz der Passivität gegeben, welcher häufig für Teleoperationszwecke mit Zeitverzögerungen eingesetzt wird. Im Anschluss daran erfolgt eine Polstellenanalyse im Frequenzbereich. Zum Abschluss werden zwei Theoreme vorgestellt, die auf der Ljapunow-Stabilitätsbetrachtung im Zeitbereich beruhen. Die Verwendung eines Beobachters zur stabilen Regelung von Totzeitsystemen wie in [ZHA 01] wird in dieser Arbeit nicht näher behandelt.

Ein digitaler Regler mit endlicher Einstellzeit ermöglicht beim Entwurf direkt die Integration einer Zeitverzögerung. Dies wird in Kapitel 5 hergeleitet und direkt für eine Regelung mit stochastisch variierenden Totzeiten erweitert.

2.3.1 Prädiktiver Regler nach Smith

Das Problem der Zeitverzögerung in Regelkreisen kam einen großen Schritt weiter durch das 1957 von O. J. M. Smith veröffentlichte Konzept [SMI 57]. Für Systeme mit einer Zeitverzögerung im Übertragungskanal zwischen Regler und Stelleinrichtung bzw. Messeinrichtung wurde von Smith eine neue Regelstrategie entwickelt. Ausgehend von einem System $G_S(s)$, wie Abbildung 2-4 darstellt, ist die zu regelnde

Größe nur mit einer Zeitverzögerung messbar, da sich der Ausgang der Regelstrecke (Punkt A) nicht direkt messen lässt, sondern nur der Ausgang des Verzögerungsgliedes $e^{-s\tau}$, siehe dazu auch Abbildung 2-6.



Abbildung 2-4: Strecke mit Totzeitglied im Vorwärtszweig

Wäre Punkt A für die Regelung messbar, dann würde die Zeitverzögerung für die Regelung keinen Einfluss mehr spielen, und es könnte wie ein verzögerungsfreies System betrachtet werden. Ist das Signal an Punkt A nicht messbar, muss die Zeitverzögerung berücksichtigt werden. Der Regelstreckenausgang (Punkt A) lässt sich durch ein mathematisches Modell $G_{S0}(s)$ (durch Herleitung oder Identifikation von $G_S(s)$) gewinnen. Damit kann eine Regelung entsprechend Abbildung 2-5 entworfen werden.

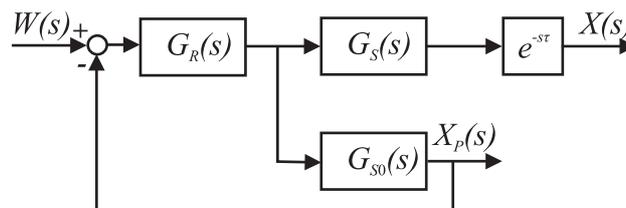


Abbildung 2-5: Regelung für die Strecke anhand des mathematischen Modells

Diese vereinfachte Regelung in obiger Abbildung ist eine Regelung mit einem mathematischen Modell der Regelstrecke und nicht mit der realen Regelstrecke. Sie wird sicherlich problematisch, wenn die Regelstrecke $G_S(s)$ instabil, mathematisch nicht exakt bestimmbar und somit $G_S(s) \neq G_{S0}(s)$ ist. Die Zeitverzögerung hat hier keinen Einfluss mehr auf die Regelstrecke.

Um den eigentlichen zeitverzögerten Ausgang der Strecke $X(s)$ mit in die Regelung einzubeziehen, wurde obiger Ansatz durch Smith noch erweitert. Der Ausgang des Modells $G_{S0}(s)$ wird zusätzlich verzögert und eine Differenz mit dem messbaren (verzögerten) Systemausgang $G_S(s)$ gebildet, wie in Abbildung 2-7 dargestellt.

Das Prinzip von Smith ist nun, einen Regler $G_R(s)$ für den Regelkreis in Abbildung 2-5 mit bekannten Verfahren (z.B. nach Nyquist oder Bode) zu berechnen. Diese Übertragungsfunktion wird dann mit der eines Regelkreises mit Totzeit, wie Abbildung

2-6 zeigt, gleichgesetzt. $G_R^*(s)$ entspricht dem Regler für ein System mit einer Zeitverzögerung im Regelkreis.

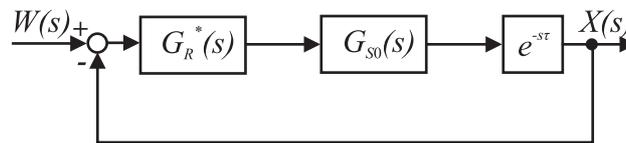


Abbildung 2-6: Regelkreis mit Totzeit im Vorwärtszweig

Da sich beide Regelkreise identisch verhalten sollten und im Vorwärtszweig auch identisch sind, können die Übertragungsfunktionen des geschlossenen Regelkreises gleichgesetzt werden:

$$\frac{G_R^*(s)G_{S0}(s)e^{-s\tau}}{1+G_R^*(s)G_{S0}(s)e^{-s\tau}} = \frac{G_R(s)G_{S0}(s)e^{-s\tau}}{1+G_R(s)G_{S0}(s)}, \quad 2-59$$

aufgelöst nach $G_R^*(s)$

$$G_R^* = \frac{G_R(s)}{1+G_R(s)G_{S0}(s)(1-e^{-s\tau})}. \quad 2-60$$

Zur Überprüfung lässt sich der Regler aus Gleichung 2-60 in das System aus Abbildung 2-6 einsetzen, und es resultiert daraus das Regelungssystem in Abbildung 2-7. Wie oben erwähnt zeigt ein Vergleich mit dem System aus Abbildung 2-5, dass die zeitverzögerte Vorhersage mit dem tatsächlichen Systemausgang verglichen wird und ebenfalls in die Regeldifferenz mit einfließt.

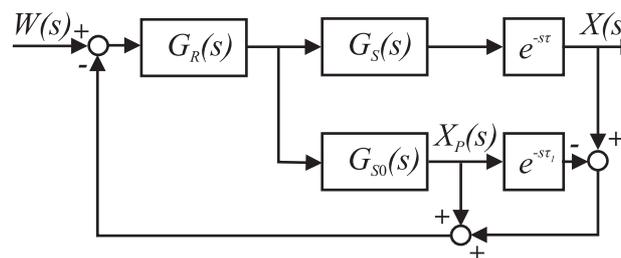


Abbildung 2-7: Regelung des System nach Smith

Die Übertragungsfunktion des geschlossenen Systems aus Abbildung 2-7 ist gegeben mit

$$\frac{X(s)}{W(s)} = \frac{G_R(s)G_S(s)e^{-s\tau}}{1+G_R(s)G_{S0}(s)+G_R(s)G_S(s)e^{-s\tau}-G_R(s)G_{S0}(s)e^{-s\tau_1}}. \quad 2-61$$

Mit der erforderlichen Vereinfachung, dass $G_S(s) = G_{S0}(s)$, und $\tau = \tau_1$ ist, folgt für die Übertragungsfunktion aus Gleichung 2-61

$$\frac{X(s)}{W(s)} = \frac{G_R(s)G_S(s)e^{-s\tau}}{1 + G_R(s)G_S(s)}, \quad 2-62$$

gemäß der Definition nach Smith.

Ein umfassenderer Überblick über die Regelung von Totzeitsystemen nach Smith ist gegeben in [LEV 96] und [NIC 01]. Eine Robustheitsanalyse in Bezug auf Modellgenauigkeiten und Toleranzen in der Verzögerungszeit lässt sich in [MAR 92] und [ADA 00] finden.

2.3.2 Stabilität durch den Ansatz der Passivität

Das grundlegende Konzept der Passivität liegt in der mathematischen Betrachtung von physikalischen Größen wie Kraft und Energie. Dieser Ansatz liefert ein einfaches und robustes Werkzeug, um die Stabilität von nichtlinearen Systemen zu analysieren. Es erlaubt auch, Verbindungen zu anderen Systemen herzustellen, wobei die globale Stabilität stets eingehalten werden kann. Basierend auf diesen Eigenschaften erlaubt der Passivitätsansatz eine Analyse und Synthese von ungenau beschreibbaren Systemen. Dabei kann auch die Fernsteuerung bzw. Interaktion eines Systems mit einem Operator in Verbindung mit Krafterückkopplung (Force-Feedback) betrachtet werden. Bei Regelungen über große Entfernungen treten Verzögerungszeiten in der Datenübertragung auf, die sich beim Ansatz der Passivität begrenzt berücksichtigen lassen [NIE 96]. Der Ansatz der Passivität wurde auf verschiedene Weisen in [SLO 91], [DES 75] und [POP 73] vorgestellt.

Definition

Ein System ist passiv, wenn es mehr Energie absorbiert als es produziert. Die Leistung in ein System ist definiert als ein positiver Wert und wird berechnet aus dem Skalarprodukt zwischen dem Eingangsvektor \underline{x} und dem Ausgangsvektor \underline{y} .

$$P_{in} = \underline{x}^T \underline{y} \quad 2-63$$

Diese Leistung muss nicht notwendigerweise einer physikalischen Leistung entsprechen. Wenn die Ein- und Ausgangsvariablen beispielsweise als Geschwindigkeits- und Kraftsignale gewählt werden, entspricht dies der physikalischen Leistung. Die Eingangsleistung in ein System kann dort entweder gespeichert oder

verbraucht werden. Ein Leistungsverlust ist positiv definiert mit $P_{diss} \geq 0$. Ein System ist passiv, wenn Folgendes gilt:

$$\int_0^t P_{in}(\tau) d\tau = E_{store}(t) - E_{store}(0) + \int_0^t P_{diss}(\tau) d\tau \geq -E_{store}(0) \quad \forall t \geq 0 \quad 2-64$$

Das System kann also keine Energie erzeugen und nur so viel liefern, wie gespeichert wurde, $E_{store}(t)$ ist die gespeicherte Energie zum Zeitpunkt t , bei $P_{dis} = 0$ wird von einem verlustfreien System gesprochen.

Die Passivität wird meist als Ein- oder Zweiport-Block dargestellt, welche aus der Netzwerktechnik bekannt sind.

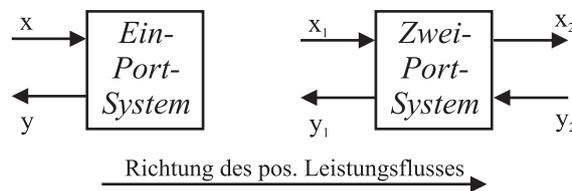


Abbildung 2-8: Ein- und Zwei-Port-Elemente

Die gesamte Leistung in die Systeme aus Abbildung 2-8 wird wie folgt berechnet:

Ein-Port-System: $P_{in} = \underline{x}^T \underline{y}$

Zwei-Port-System: $P_{in} = \underline{x}_1^T \underline{y}_1 - \underline{x}_2^T \underline{y}_2$

Scattering-Operator

Der „Scattering-Operator“ verbindet die Passivität mit dem so genannten „Small-Gain-Theorem“. Einfach ausgedrückt bildet ein Operator H den Eingang x auf den Ausgang y ab. Der so genannte Scattering-Operator ist definiert als $S = \frac{(H-1)}{(1+H)}$, wobei $(1+H)^{-1}$

wohl definiert sein muss. Anstatt den Eingang direkt auf den Ausgang abzubilden, werden Summe und Differenz gebildet:

$$\left. \begin{array}{l} y = Hx \\ S = \frac{(H-1)}{(1+H)} \end{array} \right\} \Rightarrow (y-x) = S(y+x) \quad 2-65$$

Nach [AND 89a] ist ein System passiv, wenn die Norm des Scattering-Operators kleiner gleich eins ist

$$\|S\| \leq 1.$$

2-66

Für SISO-LTI-Systeme kann vereinfacht gesagt werden, dass im Laplace-Bereich der Betrag von $S(j\omega) < 1$ ist und somit innerhalb des Einheitskreises in der komplexen Ebene bleibt. In der Veröffentlichung von Anderson und Spong [AND 89a] wird der Scattering-Operator detaillierter behandelt und findet Anwendung auf ein MIMO-System.

Der Ansatz der Passivität ist weit verbreitet bei der Fernsteuerung mit haptischen Eingabegeräten. Ein tiefer Einblick in dieses Thema ist in [AND 89a] und [AND 89b] gegeben, in den Dissertationen von Anderson [AND 89c] und Niemeyer [NIE 96] wird dieses Thema ebenfalls ausführlich behandelt. Im Folgenden wird eine Regelung mit dem Ansatz der Passivität im Zeitbereich kurz vorgestellt.

Passivitätsregelung im Zeitbereich

Einen Regelungsentwurf, basierend auf dem Prinzip der Passivität im Zeitbereich, ist erst vor kurzem von Hannaford und Ryu [HAN 02] veröffentlicht worden. Hierbei wird keine Wavevariablen-Transformation durchgeführt, vielmehr wird eine natürliche Darstellung der Energie für den Nachweis von passiven Systemen angewendet. Dieser Ansatz besteht aus einem Beobachter und einer Passivitäts-Regelung. Der Beobachter schätzt den Energiefluß, welcher in ein System geht, bzw. die Energie die daraus kommt. Der Passivitätsregler führt dann so viel Energie ab, damit das zu regelnde System passiv bleibt. Dieser Regelungsansatz wurde für Telepräsenzsysteme mit verzögerungsfreier Signalübertragung entwickelt. Die Genauigkeit der Energieberechnung ist dabei sehr wichtig, eine auftretende Totzeit im Regelkreis würde diese Berechnung stark verfälschen.

Von [IQB 05] wurde dieser Ansatz durch einen neuen Energie-Prediktor erweitert. Basierend auf einem Kalman-Filter wird die Übertragungsfunktion der Umgebung geschätzt und nach jedem Abtastintervall aktualisiert. Mit dieser geschätzten Übertragungsfunktion wird eine prädiktive Energieberechnung durchgeführt, um so eine stabile Regelung für Telepräsenzsysteme zu gewährleisten, bei denen konstante Verzögerungszeiten auftreten. Dadurch kann die Übertragung über das Netzwerk, unter Einhaltung der Passivität, gewährleistet werden. In Abbildung 2-9 ist ein Telepräsenzsystem gezeigt; hier steuert ein Bediener über ein Master-Eingabegerät durch ein Kommunikationsnetzwerk einen ‚Slave‘ an, welcher mit einer Umgebung

interagiert. Die Bewegungsgeschwindigkeit ist mit v , die Kraft mit f gekennzeichnet, entsprechend von Master (m), Slave (s) und einer eventuellen Verzögerung (d).

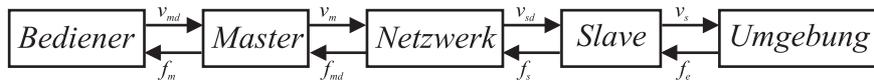


Abbildung 2-9: Darstellung einer Telepräsenz-Regelung

Die hier vorgestellte Regelung ist detailliert in dem stabilisierten Netzwerkblock in Abbildung 2-10 dargestellt, welcher die Passivitätsregelung sowie einen Kalman-Filter mit Prediktor beinhaltet. Hier ist gut zu erkennen, dass der Kalman-Filter die an den Slave gehende Geschwindigkeit v , sowie die vom Slave kommende Kraft f verwendet, um die Übertragungsfunktion des Slaves zusammen mit der Umgebung zu schätzen. Die Parameter der Online-Abschätzung (dargestellt als $\hat{\theta}(t)$) werden dem Prediktor bei jedem Abtastintervall neu zugeführt, welcher dann die Slave-Kraft $\hat{f}_s(t)$ neu vorhersagt. Der Passivitätsregler passt bei Nichteinhaltung der Passivität die Faktoren α_1 und α_2 entsprechend an.

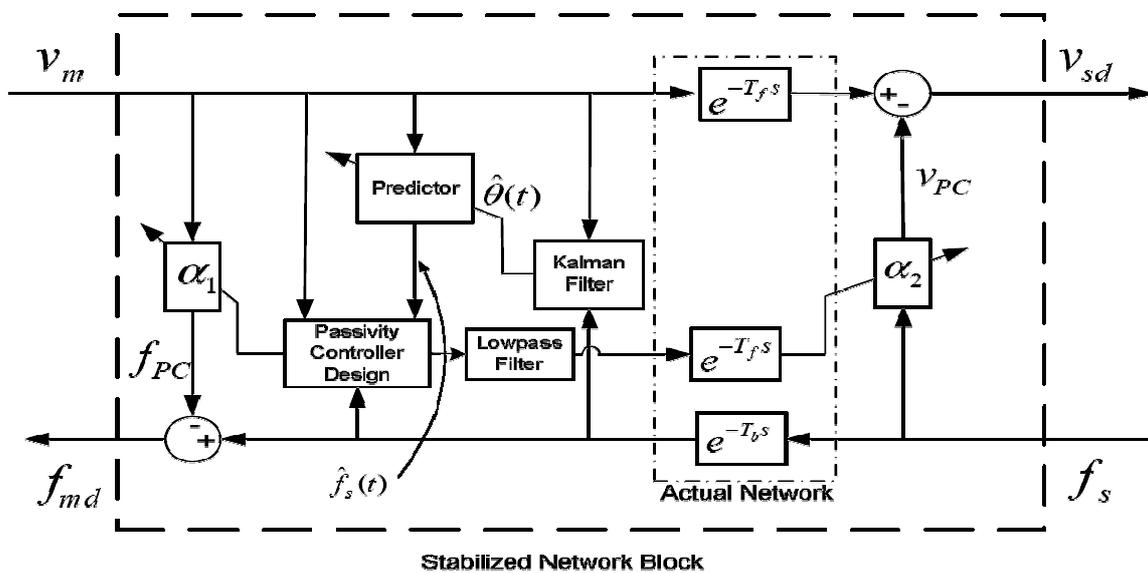


Abbildung 2-10: Darstellung des stabilisierten Netzwerkblocks einer Telepräsenz-Regelung

Die Berechnung der Energie erfolgt nach [HAN 02] durch:

$$W(n) = W(n-1) + f_{md}(n)v_m(n) - \hat{f}_s(n)v_{sd}(n) + \alpha_1(n-1)v_m(n-1)^2 + \alpha_2(n-1)\hat{f}_s(n-1)^2$$

Die Berechnung der Parameter α_1 und α_2 sind in Gleichung 2-68 gegeben, zur Herleitung und Anwendung wird dazu näher in [RYU 04] eingegangen.

$$\alpha_1 = -W(n)/v_1(n)^2$$

$$\alpha_2 = -W(n)/f_2(n)^2$$

2-68

Anwendung bei einer Helikopter-Höhenregelung

Im Folgenden wird die oben beschriebene Regelung an einem einfachen Hubschraubermodell demonstriert. Der Hubschrauber ist zusammen mit der Modellherleitung detailliert in Kapitel 7.2 beschrieben. Die Struktur des Regelkreises zeigt Abbildung 2-11, dabei wurde die Regelung aus Kapitel 4.1.2 eingesetzt. Der oben beschriebene Passivitätsregler ist in dem stabilisierten Netzwerkblock integriert, welcher eine stabile Regelung des Hubschrauber „Systems“ trotz auftretender Zeitverzögerung ermöglicht. Es wird eine einfache Höhenregelung analysiert, wobei $w(t)$ der Sollwert und $x(t)$ der Istwert des Höhenwinkels darstellt.

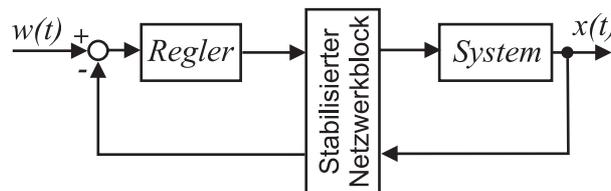


Abbildung 2-11: Schematischer Aufbau des Regelkreises: Sollwert, Vergleich, PD-Regler, Passivitätsregler, Hubschrauber!

In den folgenden Diagrammen wird die Höhenwinkel-Sprungantwort betrachtet. Abbildung 2-12 zeigt bei einer konstanten Zeitverzögerung von je 0.1 Sekunde (im Vorwärts- und Rückwärtszweig des Netzwerkblocks) ein stabiles Regelungsverhalten.

Bei einer stochastisch variierenden Zeitverzögerung (zwischen 0.2 und 1 Sekunde) zeigt das System ein instabiles Verhalten und schwingt sich auf, siehe dazu Abbildung 2-13.

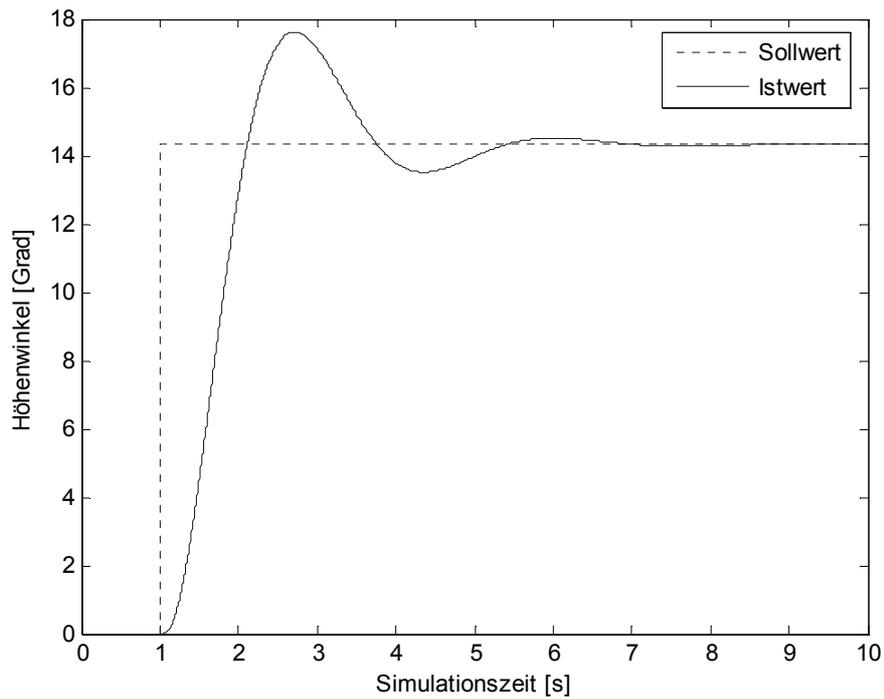


Abbildung 2-12: Sprungantwort mit konstanter Zeitverzögerung

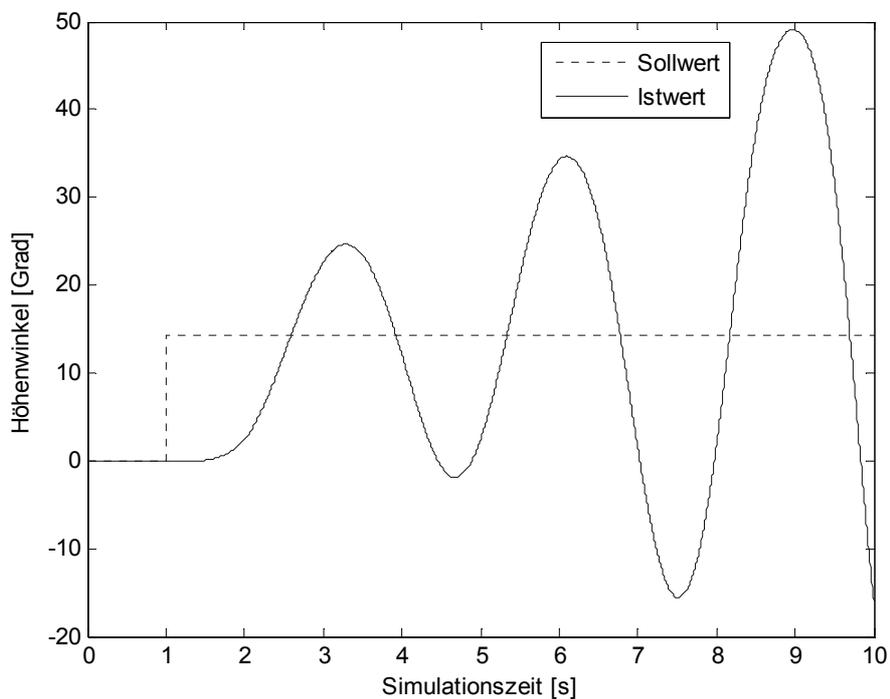


Abbildung 2-13: Sprungantwort mit variierender Zeitverzögerung

Eine umfassende Beschreibung zum Hubschraubersystem ist in Kapitel 7.2 gegeben, die eingesetzte Regelung wird ausführlich in Kapitel 4.1 erläutert.

2.3.3 Stabilitätsanalyse von Totzeitsystemen im Frequenzbereich

Aus dem Frequenzbereich bekannte Stabilitätsanalysen wie z.B. Nyquists Stabilitätskriterium oder die Wurzelortskurvenanalyse können auch auf Totzeitsysteme angewendet werden. Zur Stabilitätsbetrachtung lässt sich dabei auch das charakteristische Polynom des Zeitverzögerungssystems analysieren. Ausgehend von einem Totzeitsystem im Zustandsraum der Form

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{A}_0 \underline{x}(t) + \sum_{k=1}^n \underline{A}_k \underline{x}(t - \tau_k), \quad \tau_k > 0, \quad 2-69$$

mit den gegebenen Systemmatrizen $\underline{A}_0, \underline{A}_k \in \mathbb{R}^{n \times n}$ und den Zeitverzögerungen τ_k mit $\tau_1 < \tau_2 < \dots < \tau_n$, kann Stabilität vollständig durch das charakteristische Polynom bestimmt werden. Für Gleichung 2-69 nimmt das charakteristische Polynom die Form

$$p(s; e^{-\tau_1 s}; \dots; e^{-\tau_n s}) = \det \left(sI - \underline{A}_0 - \sum_{k=1}^n \underline{A}_k e^{-\tau_k s} \right) \quad 2-70$$

an. Das System ist stabil, wenn keine Wurzeln in der rechten Halbebene \mathbb{C}_+ liegen.

- Von einer verzögerungsunabhängigen Stabilität wird gesprochen, wenn alle Pole λ_k ($k = 1, 2, \dots, n$) in der linken Halbebene liegen.
- Von einer verzögerungsabhängigen Stabilität wird gesprochen, wenn nicht alle Pole in der linken Halbebene liegen, falls z.B. nur die Pole $\lambda_1 \dots \lambda_m$ in der linken Halbebene liegen, mit $m < n$.

Übliche regelungstechnische Programme bieten keine Möglichkeit, die Polstellen eines Regelkreises mit Zeitverzögerung direkt zu analysieren. Am „Department of Computer Science“ der Universität Leuven, Belgien, wurde das Softwarepaket DDE-BIFTOOL entwickelt, um genau solche Zeitverzögerungssysteme zu analysieren. Es besteht aus einer Sammlung von Matlab-Routinen für die numerische Analyse von Bifurkationen und Polstellen. Die für die Stabilitätsbestimmung wichtigsten (am weitesten rechts liegenden) Pole der charakteristischen Gleichung werden bestimmt. Eine ausführliche Beschreibung des Algorithmus und der Software findet sich in [MIC 01] und [MIC 02]. In der späteren Analyse des Regelkreises mit den berechneten Reglerparametern findet dieses Tool noch seinen Einsatz.

2.3.4 Stabilitätsanalyse von Totzeitsystemen im Zeitbereich nach

Ljapunow

Zwei Grundsteine bei der Analyse von Zeitverzögerungssystemen im Zeitbereich sind das Krasovskii-Funktional und das Razumikhin-Theorem, basierend auf der Stabilitätstheorie nach Ljapunow. Eine Stabilitätsanalyse nach Ljapunow ist meist recht konservativ. Da aber ein Reglerentwurf bei Systemen mit Zeitverzögerungen recht schwierig ist, werden diese Methoden gerne als erster Ansatz angewendet [NIC 01]. Der Einsatz von Ljapunow-Krasovskii-Funktionalen bei Zeitverzögerungen wurde ursprünglich in der Arbeit von Krasovskii [KRA 63] erörtert. Das Razumikhin-Theorem wird erstmals in [RAZ 56] erwähnt und dort ausführlich behandelt. Für Systeme ohne Totzeit ist die Konstruktion einer Ljapunow-Funktion gefordert, welche die Abweichung von $\underline{x}(t)$ um die triviale Lösung um Null darstellt; dabei wird $\underline{x}(t)$ nur für den aktuellen Zeitpunkt und die Zukunft benötigt (siehe Kapitel 2.1.2). Bei zeitverzögerten Systemen ist der Zustand $\underline{x}(t)$ auch in dem vergangenen Intervall $[t - \tau, t]$ notwendig, woraus sich schließen lässt, dass die Ljapunow-Funktion hier ein Funktional der Form $V(t, \underline{x}_t)$ sein muss [DUG 97], wie es im Krasovskii-Theorem verwendet wird. Beim Razumikhin-Theorem wird die einfache Stabilitätsanalyse nach Ljapunow etwas gelockert, um es für ein Totzeitsystem anwenden zu können.

Ljapunow-Krasovskii-Funktional

Diese Methode ist anwendbar für konstante oder begrenzt variierende Zeitverzögerungen mit $\dot{\theta} \leq \beta \leq 1$ (mit θ als Zeitverzögerung und β als obere Schranke der maximalen Zeitverzögerung), ausgehend von der differenzierbaren Ljapunow-Funktion $V(t, \underline{\phi})$ und dem Zustandsvektor $\underline{x}_t(\theta, \underline{\phi})$, gegeben zum Zeitpunkt t mit der Anfangsbedingung $\underline{x}_\theta = \underline{\phi}$. Die Ableitung von $V(t, \underline{x}_t)$ in Bezug auf t kann bei $t = \theta$ berechnet werden mit

$$\begin{aligned} \dot{V}(\theta, \underline{\phi}) &= \left. \frac{d}{dt} V(t, \underline{x}_t) \right|_{t=\theta, \underline{x}_t=\underline{\phi}} \\ &= \limsup_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \left[V(\theta + \Delta t, \underline{x}_{\theta + \Delta t}(\theta, \underline{\phi})) - V(\theta, \underline{\phi}) \right] \end{aligned} \quad 2-71$$

Für ein positives $V(t, \underline{\phi})$ und ein negatives $\dot{V}(t, \underline{\phi})$ aus Gleichung 2-71 lässt sich ein stabiles Verhalten eines Systems nach Ljapunow ableiten [GU 03]. Einfach

ausgedrückt bedeutet dies, dass mit zunehmender Zeit t der Zustandsvektor \underline{x}_t kleiner wird.

Zur verzögerungsunabhängigen Stabilitätsanalyse wird das System $\dot{\underline{x}}(t) = \underline{A}_0 \underline{x}(t) + \underline{A}_1 \underline{x}(t - \tau)$ betrachtet. Mit nur einer einzelnen Zeitverzögerung lässt sich zur Stabilitätsbetrachtung folgendes Ljapunow-Krasovskii-Funktional ansetzen:

$$V(\underline{x}_t) = \underline{x}^T(t) \underline{P} \underline{x}(t) + \int_{t-\tau}^t \underline{x}^T(\theta) \underline{S} \underline{x}(\theta) d\theta, \quad 2-72$$

dabei sind \underline{P} und \underline{S} symmetrische, positiv definite Matrizen. Wird dieses System nun mit den Anfangsbedingungen betrachtet (für $t = 0$), so folgt aus Gleichung 2-72 die Funktion

$$V(\underline{\phi}) = \underline{\phi}^T(0) \underline{P} \underline{\phi}(0) + \int_{-\tau}^0 \underline{\phi}^T(\theta) \underline{S} \underline{\phi}(\theta) d\theta. \quad 2-73$$

Die Ableitung von V entlang der Systemtrajektorie lässt sich nun vereinfacht für das betrachtete System darstellen als

$$\dot{V}(\underline{x}_t) = \begin{pmatrix} \underline{x}^T(t) & \underline{x}^T(t-\tau) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{P} \underline{A}_0 - \underline{A}_0^T \underline{P} + \underline{S} & \underline{P} \underline{A}_1 \\ \underline{A}_1^T \underline{P} & -\underline{S} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{x}(t) \\ \underline{x}(t-\tau) \end{pmatrix}, \quad 2-74$$

für $\underline{x}_t = \underline{\phi}$ folgt

$$\dot{V}(\underline{\phi}) = \begin{pmatrix} \underline{\phi}^T(0) & \underline{\phi}^T(-\tau) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{P} \underline{A}_0 - \underline{A}_0^T \underline{P} + \underline{S} & \underline{P} \underline{A}_1 \\ \underline{A}_1^T \underline{P} & -\underline{S} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{\phi}(0) \\ \underline{\phi}(-\tau) \end{pmatrix}. \quad 2-75$$

Die Ungleichung $\dot{V}(\underline{x}_t) \leq -\varepsilon \|\underline{x}(t)\|^2$ ist für ein hinreichend kleines $\varepsilon > 0$ erfüllt, falls der Matrixausdruck in Gleichung 2-75 negativ definit ist. Damit lässt sich die Aussage treffen, dass das System aus Gleichung 2-42 asymptotisch stabil ist, wenn eine symmetrische Matrix

$$\underline{P} > 0 \quad 2-76$$

und eine quadratische Matrix \underline{S} existieren, so dass die Bedingung

$$\begin{pmatrix} \underline{P} \underline{A}_0 - \underline{A}_0^T \underline{P} + \underline{S} & \underline{P} \underline{A}_1 \\ \underline{A}_1^T \underline{P} & -\underline{S} \end{pmatrix} < 0 \quad 2-77$$

(d.h. negativ definit) erfüllt ist.

Die positive Definitheit von \underline{S} ist bereits im unteren rechten Teil der obigen Ungleichung enthalten ($-\underline{S} < 0$). Die Verzögerungszeit darf zeitlich nur sehr gering variieren, was als Nachteil dieses Ansatzes zu sehen ist. Im folgenden Abschnitt wird das Razumikhin-Theorem vorgestellt, welches eine variable Verzögerungszeit bei der Analyse der Stabilität erlaubt.

Ljapunow-Razumikhin-Theorem

Das Ljapunow-Razumikhin-Theorem ist eine Erweiterung des zweiten Stabilitätskriteriums nach Ljapunow. Es wird meist mit der gewöhnlichen quadratischen Ljapunow-Funktion betrachtet, wobei innerhalb eines begrenzten Zeitintervalls $\theta \in [-\tau, 0]$ die Vorgabe eines strikten $\dot{V}(t, \underline{x}(t)) \leq 0$ gelockert wird.

Wie in der klassischen direkten Methode, beschrieben in Kapitel 2.1.2, wird eine quadratische Ljapunow-Funktion der Form $V(\underline{x}) = \underline{x}^T P \underline{x}$ betrachtet. Die Funktion $V(\underline{x})$ charakterisiert in gewisser Weise die Größe des Zustandsvektors $\underline{x}(t)$, dabei stellt $\bar{V}(\underline{x}_t) = \max_{\theta \in [-\tau, 0]} V(\underline{x}(t+\theta))$ die maximale Größe von \underline{x}_t im Intervall $[-\tau, 0]$ dar. Wenn $V(\underline{x}(t)) < \bar{V}(\underline{x}_t)$ erfüllt ist, dann wird durch ein $\dot{V}(\underline{x}) > 0$ die obere Schranke $\bar{V}(\underline{x}_t)$ nicht vergrößert. Damit $\bar{V}(\underline{x}_t)$ nicht größer wird, ist nur zu zeigen, dass $\dot{V}(\underline{x})$ nicht positiv ist, wenn $V(\underline{x}(t)) = \bar{V}(\underline{x}_t)$ ist [GU 03].

Mathematische Definition des Razumikhin-Theorems

Die Funktion f mit $\mathbb{R} \times C \rightarrow \mathbb{R}^n$ ist gegeben mit

$$\dot{\underline{x}}(t) = f(t, \underline{x}(t+\theta)) \quad 2-78$$

und überträgt eine beschränkte Menge von C in eine beschränkte Menge nach \mathbb{R}^n , dabei bildet $C = C([- \tau, 0], \mathbb{R}^n)$ das Intervall $[-\tau, 0]$ nach \mathbb{R}^n ab. Die Variable $\underline{x}(t+\theta) \in C$ ist ein Segment der Funktion \underline{x} für $-\tau \leq \theta \leq 0$. Wegen der Übersichtlichkeit wird abgekürzt meist $\underline{x}_t = \underline{x}_t(\theta) = \underline{x}(t+\theta)$ geschrieben.

Es werden die kontinuierlichen, monoton steigenden Funktionen $u(s), v(s), w(s): \bar{\mathbb{R}}_+ \rightarrow \bar{\mathbb{R}}_+$, und $v(s)$ sogar streng monoton steigend, definiert. Des Weiteren gelten $u(s) > 0$ und $v(s) > 0$ für $s > 0$, und $u(0) = v(0) = 0$.

Stabiles Verhalten

Wenn eine kontinuierliche, streng differenzierbare Funktion $V: \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ existiert, so dass

$$u(\|\underline{x}\|) \leq V(t, \underline{x}) \leq v(\|\underline{x}\|) \quad 2-79$$

für $t \in \mathbb{R}$ und $\underline{x} \in \mathbb{R}^n$ und die Ableitung von V innerhalb des Intervalls $\theta \in [-\tau, 0]$ die Ungleichung

$$\dot{V}(t, \underline{x}(t)) \leq -w(\|\underline{x}(t)\|) \quad 2-80$$

erfüllt, falls $V(t + \theta, \underline{x}(t + \theta)) \leq V(t, \underline{x}(t))$ erfüllt ist, dann ist das System aus Gleichung 2-78 stabil.

Asymptotisch stabiles Verhalten

Wenn die Stabilitätsbedingung aus 2-79 erfüllt ist und zusätzlich noch ein $w(s) > 0$ für $s > 0$ existiert, kann Gleichung 2-80 verstärkt werden und muss die Bedingung

$$\dot{V}(t, \underline{x}(t)) \leq -w(\|\underline{x}(t)\|) \quad 2-81$$

erfüllen, falls $V(t + \theta, \underline{x}(t + \theta)) \leq pV(t, \underline{x}(t))$ im Intervall $\theta \in [-\tau, 0]$ mit $p > 1$. Dann ist das System aus Gleichung 2-78 asymptotisch stabil.

Anwendung bei der verzögerungsunabhängigen Stabilitätsanalyse

Zur verzögerungsunabhängigen Stabilitätsanalyse mit einer einzelnen Verzögerungszeit wird das Razumikhin-Theorem wie folgt angewendet:

Die Ableitung von $V(\underline{x})$ gegeben mit $\dot{V}(\underline{x}) = \dot{\underline{x}}^T \underline{P}\underline{x} + \underline{x}^T \underline{P}\dot{\underline{x}}$ lässt sich für das System aus Gleichung 2-42 berechnen zu

$$\dot{V}(\underline{x}) = 2\underline{x}^T(t) \underline{P} [\underline{A}_0 \underline{x}(t) + \underline{A}_1 \underline{x}(t - \tau)]. \quad 2-82$$

Es muss nun gezeigt werden, dass, wann immer die Bedingung

$$V(t + \theta, \underline{x}(t + \theta)) < pV(t, \underline{x}(t)) \quad 2-83$$

im Intervall $\theta \in [-\tau, 0]$ erfüllt ist, auch $\dot{V}(\underline{x}) < 0$ erfüllt sein muss (mit $p > 1$).

Zusammenfassend und in geschlossener Form ausgedrückt folgt

$$\begin{aligned}
\dot{V}(\underline{x}) &\leq 2\underline{x}^T(t)\underline{P}\left[\underline{A}_0\underline{x}(t) + \underline{A}_1\underline{x}(t-\tau)\right] \\
&+ \alpha\left[p\underline{x}^T(t)\underline{P}\underline{x}(t) - \underline{x}^T(t-\tau)\underline{P}\underline{x}(t-\tau)\right] \\
&= \underline{\phi}_{0\tau}^T \begin{pmatrix} \underline{P}\underline{A}_0 + \underline{A}_0^T \underline{P} + \alpha p \underline{P} & \underline{P}\underline{A}_1 \\ \underline{A}_1^T \underline{P} & -\alpha \underline{P} \end{pmatrix} \underline{\phi}_{0\tau}
\end{aligned} \tag{2-84}$$

mit $\underline{\phi}_{0\tau} = \begin{pmatrix} \underline{x}^T(t) & \underline{x}^T(t-\tau) \end{pmatrix}^T$ und $\alpha > 0$.

Ein System wie Gleichung 2-42 ist somit asymptotisch stabil, wenn die Ungleichung

$$\begin{pmatrix} \underline{P}\underline{A}_0 + \underline{A}_0^T \underline{P} + \alpha p \underline{P} & \underline{P}\underline{A}_1 \\ \underline{A}_1^T \underline{P} & -\alpha \underline{P} \end{pmatrix} < 0 \tag{2-85}$$

erfüllt ist (d.h. negativ definit), Näheres dazu in [GU 03].

In diesen oben beschriebenen einfachen Fällen der verzögerungszeitunabhängigen Stabilitätsanalysen lässt sich nun zwischen dem Ljapunow-Krasovskii-Stabilitätskriterium aus Gleichung 2-77 und dem Ljapunow-Razumikhin-Theorem aus Gleichung 2-85 eine gewisse Ähnlichkeit feststellen, wobei der alleinige Unterschied in $\underline{S} = \alpha \underline{P}$ liegt. Eine detaillierte Herleitung sowie ein analysierender Vergleich lassen sich in [GU 03] finden. Da eine zeitunabhängige Stabilitätsanalyse sehr konservativ ist (meist sogar praktisch nicht anwendbar), wird in dieser Arbeit in Kapitel 4 die zeitabhängige Stabilitätsanalyse mit dem Ljapunow-Razumikhin-Theorem detailliert hergeleitet und angewendet.

2.4 Realisierung und Implementierung von Systemen mit verteilter Regelung

Im heutigen Internetzeitalter kann ein System einfach von der Ferne aus, über das Internet, gesteuert werden, wie z.B. eine bewegliche Webkamera mit elektronischem Zoom, oder der weltbekannte Garden Robot, der per Mausklick über das Internet die Pflanzen in einem Gewächshaus gießt. Bei solch einer Regelung muss unterschieden werden, ob nur Kommandos übertragen werden und die Regelung lokal abläuft, oder ob das Internet in den Regelkreis mit eingebunden ist.

In Abbildung 2-14 ist ein Blockschaltbild dargestellt, in dem der Regler und die Strecke örtlich getrennt sind. Das Netzwerk ist direkt in den Regelkreis eingebunden, dabei können Verzögerungszeiten bei der Signalübertragung entstehen. Verschiedene neue Ansätze zum Regelungsentwurf von Systemen mit einer stochastischen Zeitverzögerung im Übertragungskanal werden in den folgenden Kapiteln vorgestellt.

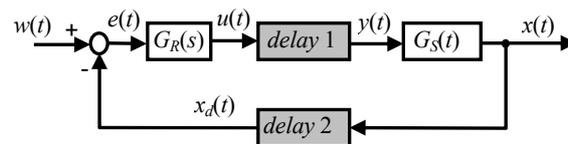


Abbildung 2-14: Regelung eines Systems mit Verzögerungszeiten in der Datenübertragung

Eine Fernsteuerung für Systeme wie in Abbildung 2-14 muss in der Regel individuell für jede Applikation meist mit Java oder C++/.Net selbst geschrieben und implementiert werden. Kommerzielle Anbieter von Echtzeit-Plattformen entwickeln mittlerweile verschiedene Kommunikationsmöglichkeiten, um direkt aus einer Echtzeitumgebung heraus eine Verbindung über das Internet herzustellen [QUA 04], was in Kapitel 7.2 an einem praktischen Beispiel gezeigt wird.

3 Signallaufzeitmessungen im Internet

Bei der Integration von Netzwerken in den Regelkreis wird das Übertragungsverhalten durch kommunikationsbedingte stochastische Totzeiten meist negativ beeinflusst. Ein adaptiver Regelungsentwurf für ein Zeitverzögerungssystem (vorgestellt in Kapitel 4 und 5) zeigt deutlich, wie wichtig eine genaue Messung der Verzögerungszeit ist. Durch moderne Zeitsynchronisationstechniken lässt sich die Verzögerung bei der Signalübertragung über das Internet zwischen zwei Computern sehr genau bestimmen.

Desktopcomputer in Büros wie auch Rechner in industriellen Anwendungen können mittels eines sehr genauen Zeitgebers die Systemzeit synchronisieren. In Deutschland und in grenznahen Gebieten kann ein so genanntes DCF77-Modul verwendet werden, weltweit finden GPS-Systeme den Einsatz. Statt jeden einzelnen Rechner mit einem Zeitgeber auszurüsten, sind spezielle Zeitserver mit solchen Modulen ausgestattet, welche dann die Zeit-Synchronisation verschiedener Geräte über ein Netzwerk ermöglichen. Die in einem Netzwerk verteilten Rechner synchronisieren die eigene Systemzeit mit der des Zeitserver. Dies geschieht in der Regel durch das Network Time Protocol (NTP) oder auch durch das weniger bekannte Digital Time Synchronization Protocol (DTSS).

3.1 Referenzuhr – Zeitgeber

Die Synchronisation der Systemzeit kann mit einem lokal angeschlossenen Zeitgeber erfolgen. Der Vorteil eines eigenen Zeitgebers im Vergleich zur Synchronisation mit anderen Zeitservern über das Netzwerk liegt in der Genauigkeit und der Ausfallsicherheit. Ein weit verbreiteter Zeitgeber ist das DCF77-Modul, bekannt durch den Einsatz in Armbanduhren, Radioweckern und Wanduhren. Schon für unter 50 Euro kann solch ein Modul in ein Computersystem integriert werden. Über das GPS (Global Positioning System) kann eine wesentlich genauere Zeitsynchronisation erfolgen, jedoch sind diese Einsteckkarten erst ab ungefähr 1000 Euro erhältlich. Nähere Informationen zu den Zeitgebern können unter [MEI 04] gefunden werden, im Folgenden soll nun ein kurzer Überblick gegeben werden.

3.1.1 DCF77-Empfänger

Eine DCF77-Funkuhr empfängt das Signal des gleichnamigen Langwellensenders, welcher zur Verbreitung der gesetzlichen Zeit der Bundesrepublik Deutschland dient.

Diese Zeitzone wird auch bezeichnet als Mitteleuropäische Zeit MEZ (englisch: Central European Time, CET) oder Mitteleuropäische Sommerzeit MESZ (englisch: Central European Summer Time, CEST), siehe Anhang 9. Der Empfang des DCF77-Signals ist nahezu überall in Deutschland und im angrenzenden Ausland möglich. Gesteuert wird der Sender über die Atomuhren der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTB) in Braunschweig. Der Fachbereich Länge und Zeit der PTB kontrolliert das ausgesendete Signal. In Sekundenimpulsen codiert, wird innerhalb jeder Minute die komplette Zeitinformation (Uhrzeit, Datum und Wochentag) übertragen.

Der Sender steht in Mainflingen bei Frankfurt am Main und arbeitet auf der Frequenz 77,5 kHz mit einer Leistung von 50 kW. Die Bezeichnung "DCF77" ist das Rufzeichen der Internationalen Frequenzliste IFRB und wird dreimal stündlich als Morsezeichen gesendet. Es entstand aus "D" für Deutschland, "C" für Langwellensender, "F" wegen der Nähe zu Frankfurt und "77" entsprechend der Sendefrequenz. DCF77-Module erreichen eine Genauigkeit der Systemzeitsynchronisation von bis zu 1 ms.

3.1.2 GPS-Empfänger

Das Global Positioning System (GPS) ist ein satellitengestütztes System zur Radioortung, Navigation und Zeitübertragung. Dieses System wurde ursprünglich vom Verteidigungsministerium der USA (US Department Of Defense) installiert und mit zwei Genauigkeitsklassen entwickelt: den Standard Positioning Services (SPS) und den Precise Positioning Services (PPS). Das PPS-Signal wurde aus militärstrategischen Erwägungen gezielt verfälscht und dann als SPS für die Allgemeinheit offen gelegt. Die Struktur der gesendeten Daten des SPS ist seit Beginn veröffentlicht und der Empfang zur allgemeinen Nutzung freigegeben worden. Die Zeit- und Navigationsdaten des wesentlich genaueren PPS-Signals wurden ursprünglich nur verschlüsselt gesendet und standen nur bestimmten (meist militärischen) Anwendern zur Verfügung. Am 02. Mai 2000 wurde das PPS-Signal dann auch für die Allgemeinheit freigegeben und die Signalverfälschung abgeschaltet.

Das Prinzip der Orts- und Zeitbestimmung mit Hilfe eines GPS-Empfängers beruht auf einer möglichst genauen Messung der Signallaufzeit von den einzelnen Satelliten zum Empfänger. In die Umsetzung des Konzeptes müssen weltweit mindestens einundzwanzig aktive GPS-Satelliten involviert sein, die auf sechs Orbitalbahnen in zwanzigtausend Kilometern Höhe einmal in ungefähr zwölf Stunden die Erde umkreisen. Dadurch wird sichergestellt, dass zu jeder Zeit an jedem Punkt der Erde

mindestens vier Satelliten in Sicht sind, was notwendig ist, um durch einen Empfänger seine Position im Raum (x, y, z) und die Abweichung seiner Uhrzeit von der GPS-Systemzeit zu ermitteln. Im Jahr 2003 befanden sich bereits 28 Satelliten in der Umlaufbahn, so dass seither zu jedem Zeitpunkt durchschnittlich etwa 6-8 Satelliten sichtbar sind, somit eine wesentlich höhere Positionsbestimmung möglich ist [LIF 04].

Das GPS besteht grundlegend aus drei Komponenten:

- Bodenkontrollsegment
- Weltraumsegment
- Nutzersegment

Das Bodenkontrollsegment besteht aus weltweit fünf Empfangsstationen, die mit der Master Control Station in Colorado Springs verbunden sind. Diese Stationen empfangen die Satellitensignale und leiten diese nach Colorado Springs weiter. Von dort werden die genauen Satellitenephemeriden berechnet und evtl. die Bahnkorrekturen für die Satelliten vorgenommen.

Das Weltraumsegment besteht aus 28 Satelliten, die sich auf einer 20.169 km hohen Umlaufbahn befinden. Ihre Hauptaufgabe ist das Versenden von GPS-Signalen zur Erdoberfläche. Um eine Abweichung von der Umlaufbahn zu erkennen, werden Daten mit der Bodenstation ausgetauscht, und wenn notwendig, werden Bahnkorrekturen vorgenommen.

Die GPS-Empfänger werden als Nutzersegment bezeichnet, welches die Satellitendaten empfängt. Diese Empfänger berechnen die Signallaufzeit von mindestens vier sichtbaren Satelliten, um daraus eine Position und Uhrzeit zu ermitteln. Zu einer Positionsbestimmung würden drei Satelliten ausreichen, jedoch wird ein zusätzlicher für die Synchronisation der Uhrzeit benötigt. Je mehr Satelliten empfangen werden können, desto genauer ist die Positionsbestimmung. Bei den Empfängern ist noch zu unterscheiden, dass die günstigeren die Satellitendaten sequentiell einlesen, wohingegen die meist teureren diese Signale parallel einlesen und somit wesentlich schneller sind.

Verfügbare GPS-Module für den Anschluss an Computersysteme

GPS-Module sind als externe Geräte oder PCI-Einsteckkarten für Computersysteme erhältlich [MEI 04 und NTP 04], welche für unterschiedliche Betriebssysteme eingesetzt werden können. Ein GPS-System lässt sich außer zur meist verwendeten Navigation auch zur exakten Bestimmung der Uhrzeit einsetzen. Eine auf der GPS-Einsteckkarte synchronisierte Zeit lässt sich dann von externen Programmen auslesen. Diese auf der GPS-Steckkarte synchronisierte Zeit muss nicht notwendigerweise mit der Rechner-Systemzeit des Computers synchronisiert werden. Diese Eigenschaft ist bei Windows-Rechnern sehr wichtig, da allgemein die Prozessorauslastung beträchtliche Schwankungen auf die Systemzeit hat. Diese Ungenauigkeit der PC-Systemzeit ist als zusätzliche Toleranz bei der Implementierung einer Regelung über das Internet entsprechend zu berücksichtigen, falls keine externe Zeitreferenz, wie die eines GPS-Moduls, verwendet wird.

Innerhalb eines Computerprogramms lässt sich die Systemzeit des GPS-Moduls durch einen Funktionsaufruf abfragen. Die aktuelle Zeit wird mit einer Genauigkeit von weniger als einer Mikrosekunde zurückgegeben. Um jedoch solch genaue Zeitangaben zu liefern, muss die Latenzzeit des Funktionsaufrufes mit berücksichtigt werden. Bei einem Windows-Betriebssystem läuft solch ein Funktionsaufruf über den Windows-Kernel (Betriebssystem) ab. Während des Funktionsaufrufes wird ein so genannter „Performance Counter“ aktiviert, der die Dauer des Aufrufes (bis zur Rückgabe der Zeit) in Prozessor-Taktzyklen zurückliefert. Diese Funktionsaufruf-Verzögerungszeit hängt stark vom eingesetzten System ab, liegt aber im Bereich von Mikrosekunden. Dadurch lässt sich die Genauigkeit der aktuellen Uhrzeit enorm erhöhen, die Frage ist nur, ob diese Genauigkeit überhaupt noch zu berücksichtigen ist. Es soll noch einmal erwähnt werden, dass bei diesen GPS-Modulen die eigentliche Systemzeit des Computers (Betriebssystems) unberücksichtigt bleibt, nur die Systemzeit auf der GPS-Einsteckkarte wird betrachtet, damit sich eine solch hohe Genauigkeit erzielen lässt.

3.2 Zeitsynchronisation über das Netzwerk mit dem NTP

Das Network Time Protocol (NTP) ist ein Standard zur Synchronisierung von Uhren in Computersystemen über paketbasierte Netzwerke (IP). NTP ist eines der ältesten noch immer verwendeten IP-Protokolle, welches in den 1980er Jahren von David Mills an der Universität von Delaware entwickelt wurde [MIL 91]. Das NTP-Protokoll wird

meistens über das User Datagram Protocol (UDP) abgewickelt, kann aber durchaus auch über andere Layer-4-Protokolle wie z.B. das Transmission Control Protocol (TCP) transportiert werden. Ein umfassender Überblick über alle gängigen Protokolle hinsichtlich des OSI-Schichtenmodells ist ausführlich in [PRO 04] dokumentiert. Das NTP wurde entwickelt, um eine zuverlässige Zeitsynchronisation über Netzwerke mit variabler Latenzzeit zu ermöglichen. Zur Zeitsynchronisation wird der Marzullo-Algorithmus (entwickelt von Keith Marzullo an der Universität San Diego [MAR 85]) verwendet, welcher mit der UTC-Zeitskala arbeitet (UTC - Coordinated Universal Time; siehe Anhang 9).

Theoretisch unterstützt die aktuelle Version des NTP-Protokolls (NTPv4) eine im Nanosekundenbereich liegende Genauigkeit, um Computeruhren zu synchronisieren. Diese theoretische Genauigkeit lässt sich jedoch in realen Netzwerkumgebungen nicht erreichen. Sie ist in großem Maße von dem verwendeten Betriebssystem und der Qualität der Netzwerkverbindung abhängig. In realen Bedingungen kann NTPv4 die lokale Zeit eines Systems über das öffentliche Internet mit einer Genauigkeit von weniger als 10 Millisekunden halten, in lokalen Netzwerken sind unter idealen Bedingungen sogar Genauigkeiten von 200 Mikrosekunden und besser möglich.

Funktionsweise

Ein lokal angeschlossener Zeitgeber synchronisiert die Systemzeit des Zeitservers. Das auf diesem System installierte NTP-Programm kann nun andere Rechner im Netzwerk mit der eigenen aktuellen Zeit versorgen, vorausgesetzt die NTP-Software ist auf den Client-Rechnern installiert. In der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTB) in Braunschweig befindet sich ein Zeitserver, der die hochgenaue Zeitangabe direkt von einer Atomuhr erhält. Mit einem NTP-Programm lässt sich auf diesen Server direkt zugreifen. Um diesen hochgenauen Zeitserver nicht zu überlasten, werden verteilte Zeitserver aufgebaut. An vielen deutschen Hochschulen befinden sich eigene Zeitserver, die als Referenzzeit zur Synchronisation mit anderen Arbeitsplatzrechnern verwendet werden können. Eine Auflistung von Zeitservern mit ihrer Genauigkeitsangabe lässt sich in [NTP 04] finden. Bei dieser hierarchischen Anordnung der Zeitserver ist jedoch die Genauigkeit zu beachten. Ist ein Zeitgeber lokal an einen Rechner angeschlossen, wird dies mit „Stratum 1“ bezeichnet, eine Hierarchiestufe tiefer mit „Stratum 2“, usw. Siehe dazu Abbildung 3-1.

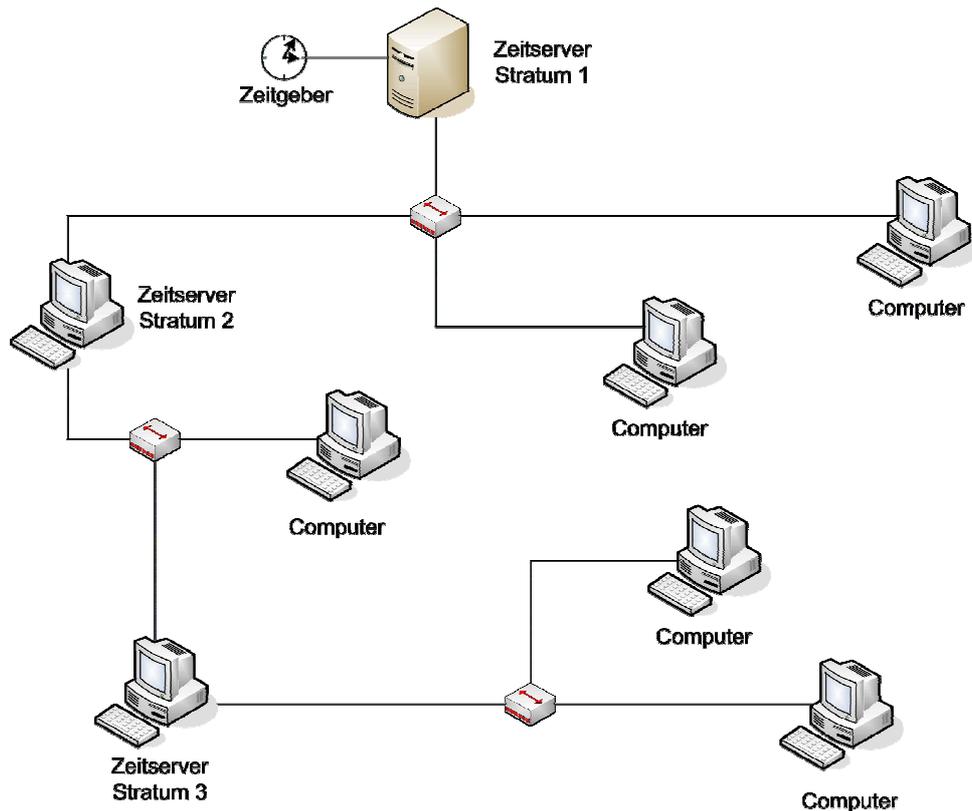


Abbildung 3-1: Hierarchische Anordnung von Zeit-Servern

In den RFC-Dokumenten (Request For Comments) sind die Standards beschrieben, mit denen das Internet arbeitet [RFC 04]. Die Dokumentation des NTP-Protokolls ist erst seit der Version 3 vollständig erhältlich und wird mit RFC 1305 bezeichnet.

3.2.1 Anpassung der Systemzeit

Ist die Systemzeit einmal synchronisiert, ist keine unerwartete signifikante Änderung zwischen der Referenzuhr und dem zu synchronisierenden Rechner mehr zu erwarten. Bei sehr kleinen Abweichungen (im Bereich von Millisekunden) wird die lokale Systemzeit direkt neu gesetzt. Treten aber Abweichungen bis zu einer Sekunde in der Systemzeit auf, ignoriert das NTP-Programm die Referenzzeit für eine Weile. Bleibt die Abweichung für eine längere Zeit bestehen, wird die Systemzeit langsam der Referenzzeit angepasst. Der Grund hierfür ist, dass, wenn eine unerwartete Verzögerung in der Netzwerkübertragung entsteht, die Zeitanpassung nicht mit den verzögerten Datenpaketen erfolgen darf. Liefern aber mehrere Datenpakete diese abweichende Zeit, ist darauf zu reagieren. Eine langsame Ausregelung der Zeitabweichung ist notwendig, damit sich die Systemzeit nicht sprunghaft ändert, womit andere Programme auf dem Computer Probleme haben könnten. Treten zu große Abweichungen auf, deaktiviert sich das NTP-Synchronisationsprogramm

automatisch. Solche Abweichungen können normalerweise nur auftreten, wenn eine Störung im Netzwerk oder in einem der zu synchronisierenden Rechner geschehen ist.

Beim NTP-Protokoll wird parallel zur Übertragung der Systemzeit auch die Signallaufzeit der Datenpakete über das Netzwerk gemessen und mit in die Zeitsynchronisierung einbezogen.

Das Synchronisationsprogramm wird meist automatisch bei jedem Start des Rechners aktiviert. Über ein Script lassen sich die Zeitsynchronisation konfigurieren und verschiedene Log-Dateien erzeugen. Durch die parallele Synchronisation über mehrere Referenz-Zeitserver kann die Genauigkeit noch zusätzlich erhöht und eine höhere Ausfallsicherheit gewährt werden. Eine experimentelle Analyse dieser Synchronisationstoleranz wird im Folgenden gezeigt.

3.2.2 Genauigkeitsanalyse der Systemzeitsynchronisation

Die UTC-Zeit ist mit einer Genauigkeit von $1,1 \times 10^{-10}$ Sekunden definiert, das NTP-Protokoll hat eine theoretische Genauigkeit von $2,3 \times 10^{-10}$ Sekunden. Die reale Genauigkeit eines Computersystems liegt jedoch nur im Mikrosekundenbereich. Deshalb lassen sich die Toleranzen von UTC und NTP vernachlässigen.

Die Konfiguration des NTP-Programms ist sehr entscheidend, da hier die Aktualisierungsrate der Systemuhr entsprechend hoch sein muss, um kleine Zeitschwankungen zu vermeiden. Das NTP-Programm generiert verschiedene Log-Files, welche zur Genauigkeitsanalyse der Systemzeit dienen. Die Protokoll-Datei *loopstats* enthält alle Aktualisierungen der lokalen Systemuhr. Bei entsprechender Konfiguration kann ein Beispieleintrag dabei wie folgt aussehen:

<u>53303</u>	<u>37469.220</u>	<u>0.000967053</u>	<u>-24.794425</u>	<u>0.006567240</u>	<u>0.021425</u>	<u>4</u>
Datum	Uhrzeit	Zeitversatz	Frequenzversatz	Allan-Varianz	RMS jitter	clock discipline

Das Datum ist nach der modifizierten Julian-Form (siehe Anhang 9) und die Uhrzeit in der UTC-Form angegeben. Der Zeitversatz ist der Unterschied zwischen dem Zeitserver und der zu synchronisierenden Computeruhr in Sekunden. Der Frequenzversatz zeigt die Taktungengenauigkeit der internen Uhr in PPM (Parts per Million) an, also 0,0001 %. Die Allan-Varianz definiert einen mittleren Unterschied von aufeinander folgenden Messungen während eines bestimmten Zeitintervalls. Der RMS

jitter repräsentiert die Schwankungen, die durch das Netzwerk verursacht werden. Der Eintrag Clock-Discipline definiert die Genauigkeit der internen lokalen Computeruhr.

Folgende Abbildung zeigt ein Diagramm mit den Abweichungen der Systemuhr eines Windows-XP-Computers. Die Synchronisation ist direkt über einen Zeitserver der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTB) in Braunschweig durchgeführt worden.

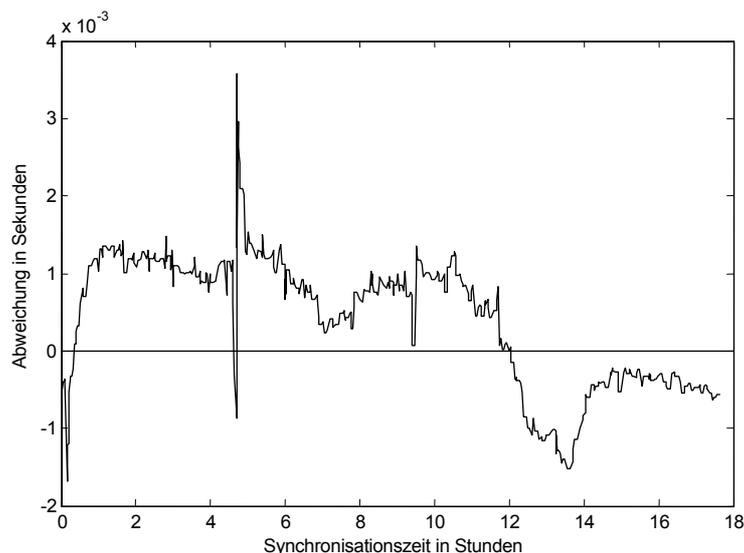


Abbildung 3-2: Zeitabweichung einer mit dem NTP-Programm synchronisierten Computeruhr

Nach dem Start der Aufzeichnung ist auf dem Computer weitergearbeitet worden, dabei variierte die Systemzeit nur um wenige Millisekunden, wie Abbildung 3 2 zeigt.

3.2.3 Laufzeitmessung im Internet

Zur Signallaufzeitmessung zwischen zwei über ein Netzwerk verbundenen Computern ist eine Datenübertragung wie folgt zu implementieren. Ziel ist es, die Laufzeit eines Datenpaketes im Vorwärtszweig (Forward Trip Time, FTT) vom Steuerungs-PC zum Regelungs-PC sowie die gesamte Laufzeit vom Steuerungs-PC zum Regelungs-PC und wieder zurück zum Steuerungs-PC (Round Trip Time, RTT) zu messen. Die Systemzeit muss dabei von beiden Rechnern synchronisiert werden. Abbildung 3-3 zeigt den schematischen Aufbau des Vorhabens (Signallaufzeit im Rückwärts-Zweig: BTT – Backward Trip Time). Ein in Java realisiertes Computerprogramm wird zur Kommunikation zwischen den zwei Computern unter Verwendung des UDP-Protokolls eingesetzt, eine genauere Beschreibung dieses Programms wird in Kapitel 7.2.4 präsentiert.

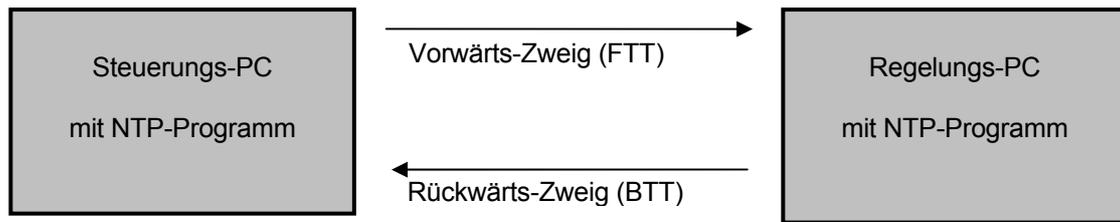


Abbildung 3-3: Schematischer Aufbau von zwei Rechnern zur Laufzeitmessung über das Internet

Der Steuerungs-PC liest die Systemzeit T_1 und schickt daraufhin ein Datenpaket mit diesem Zeitstempel zum Regelungs-PC. Dieser nimmt das Datenpaket entgegen, liest die eigene Systemzeit T_2 und schickt die beiden Zeitstempel wieder zurück zum Steuerungs-PC, der direkt nach dem Empfang wieder die Systemzeit T_4 ausliest.

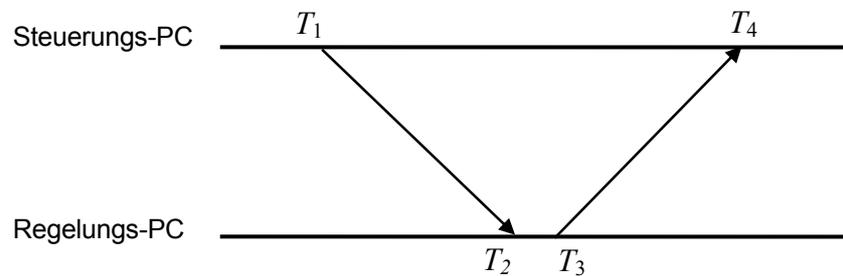


Abbildung 3-4: Messung der Signallaufzeit zwischen zwei Rechnern

Es werden nun zwei Signallaufzeiten betrachtet:

- vom Steuerungs-PC zum Regelungs-PC:

$$T_{FTT} = (T_2 - T_1) \quad 3-1$$

- vom Steuerungs-PC zum Regelungs-PC und wieder zurück zum Steuerungs-PC:

$$T_{RTT} = (T_2 - T_1) + (T_4 - T_3) \quad 3-2$$

Da der Regelungs-PC hier keine zeitaufwendigen Arbeiten zu erledigen hat, ist der Zeitaufwand für das Auslesen der Systemzeit sehr gering, somit folgt $T_2 \approx T_3$. Da Schwankungen bei der Systemzeitsynchronisierung der beiden Rechner auftreten, ist dies in einer späteren Regelung eventuell zu berücksichtigen. Abbildung 3-5 zeigt den Zeitsynchronisationsfehler, welcher aus den Protokolldateien des NTP-Programms entnommen ist. Der Regler-PC hält den Synchronisationsfehler sehr klein und konstant, wohingegen der Systemzeit-Fehler des Steuer-PCs beachtlich ansteigt. Dies ist darauf zu schließen, dass der Steuer-PC beim Beginn der Regelung eines realen Systems einen Echtzeit-Prozess ausführt, der eine sehr hohe Prozessorlast hat. Der

Regler-PC hingegen berechnet nur mit wenigen Multiplikationen und Additionen die Stellgröße und schickt sie übers Netzwerk zum Steuer-PC, was den Prozessor kaum belastet. Wird der Steuer-PC für längere Zeit mit dieser Prozessorlast gefahren, synchronisiert sich die Systemzeit wieder und der Synchronisationsfehler geht gegen Null.

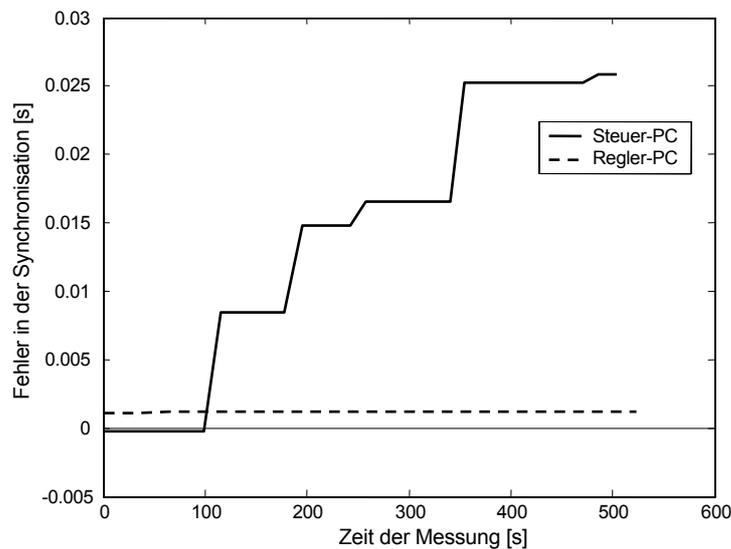


Abbildung 3-5: Abweichung der Systemzeit während der Synchronisation

Die Abweichung der Systemzeit ist zur Laufzeit nicht sofort bekannt und lässt sich nicht direkt auslesen. Diese Ungenauigkeit ist somit als Toleranz zu berücksichtigen.

Das verwendete Windows-XP-Betriebssystem stellt die Systemzeit nur mit einer relativ großen Toleranz zur Verfügung. Der Funktionsaufruf des eingesetzten Java-Programms liefert zum Auslesen der Systemzeit zusätzlich noch eine Toleranz. Insgesamt kann mit einer Genauigkeit von ± 10 ms gerechnet werden. Die einzelnen Verzögerungszeiten (FTT und RTT) sind nun in den folgenden zwei Abbildungen dargestellt, die gemäß den Gleichungen 3-2 und 3-1 errechnet wurden.

Wegen der Ungenauigkeit des Betriebssystems und des Java-Programms ändert sich die Verzögerungszeit eines gesamten Datenpaketdurchlaufes nur sprunghaft, hier in Schritten, von 16 ms.

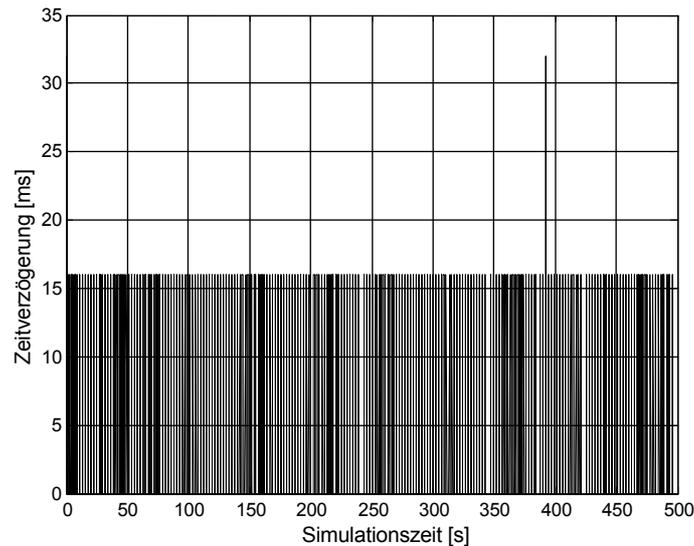


Abbildung 3-6: Gemessene gesamte Zeitverzögerung (RTT) nach Gleichung 3-2 mit $T_2 \approx T_3$.

Die gemessene Signallaufzeit im Vorwärtszweig (FTT) (entsprechend Abbildung 3-3) zeigt Abbildung 3-7. Auffallend ist das Anwachsen der Signallaufzeit. Dies ist durch das Ansteigen des Systemzeit-Fehlers des Steuer-PCs zu erklären (um etwa 25 ms, wie Abbildung 3-5 zeigt).

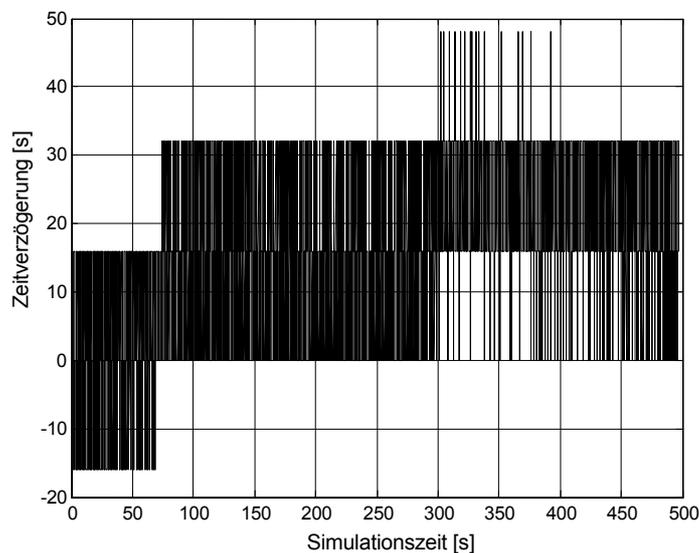


Abbildung 3-7: Tatsächliche Verzögerungszeit nach 3-1 mit $T_2 = T_3$.

In der obigen Abbildung ist deutlich zu erkennen, dass die Verzögerungszeit zu Beginn bei ± 10 ms lag und nach kurzer Zeit auf 0 bis 48 ms anstieg. Dies lässt sich dadurch erklären, dass die Systemzeit des Steuer-PCs von 0 auf 25 ms Synchronisationsfehler anstieg (Abbildung 3-5).

Die eigentliche Signallaufzeit sollte kleiner als eine Millisekunde sein, da diese Messungen innerhalb eines Zehn-Megabit-Subnetzes, mit wenig Datenverkehr im Intranet, durchgeführt wurden. Bei Abbildung 3-7 sollte die Verzögerung somit annähernd Null sein. Eine negative Verzögerung ist nicht möglich, was auf die oben angegebene Messungsgenauigkeit schließen lässt.

Anhand einer Messung mit dem *ping*-Kommando lässt sich die Signallaufzeit (RTT) wesentlich genauer analysieren (siehe Anhang 9). Ein Datenpaket wird dabei an einen entfernten Rechner gesendet, dieser antwortet einfach, indem er das Datenpaket wieder zurückschickt. Die gemessene Laufzeit (RTT) eines jeden Datenpaketes ist in Abbildung 3-8 dargestellt. Zu beachten ist, dass die reale Signallaufzeit kleiner 0,01 ms ist.

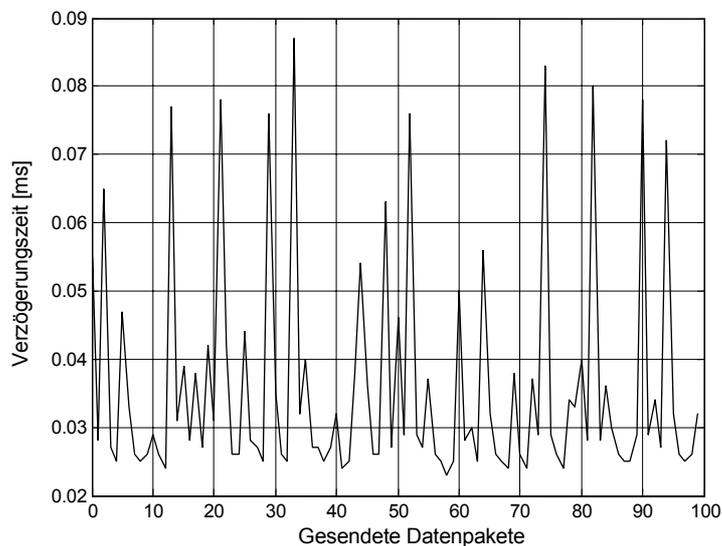


Abbildung 3-8: Signallaufzeit ermittelt mit dem PING-Kommando

Diese Laufzeitmessung ist mit einem Linux-Computer im selben Intranet wie die Messungen aus den Abbildung 3-6 und Abbildung 3-7 durchgeführt worden. Unter Verwendung des *ping*-Kommandos liefert ein Linux-Rechner eine wesentlich höhere Genauigkeit der Systemzeit als eine Windows-Plattform. Beim Einsatz eines Java-Programms war diese wesentlich höhere Genauigkeit jedoch nicht mehr zu erkennen.

Die stochastisch variierenden Signallaufzeiten sind über große Entfernungen im Netzwerk wesentlich höher als diese oben angegebenen Schwankungen. Abbildung 3-9 zeigt eine Laufzeitmessung zwischen einem Computer an der Universität Siegen und einem der Ohio University, USA.

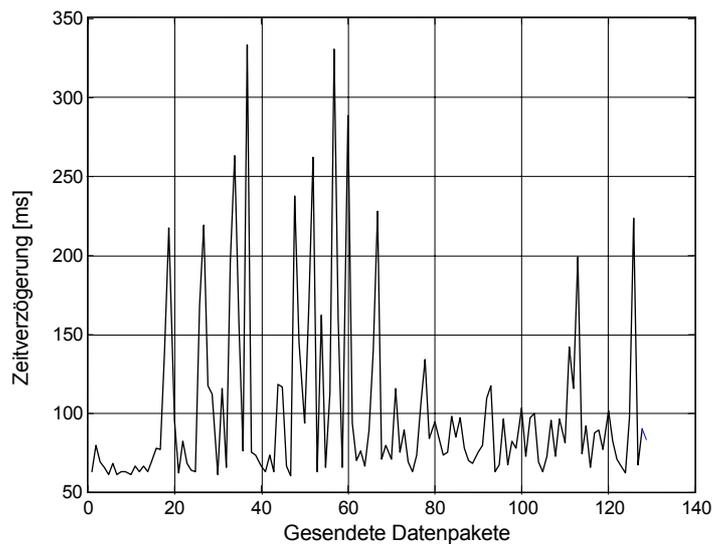


Abbildung 3-9: Signallaufzeit zwischen zwei Computern über eine große Entfernung

Die stochastische Schwankung der Signallaufzeit kann durchaus dreihundert Millisekunden betragen, es soll deshalb auf die oben angegebenen Schwankungen nicht näher eingegangen werden.

Die in den folgenden Kapiteln beschriebenen adaptiven Regelungen benötigen zur Reglerparameteranpassung die Signallaufzeit der Datenübertragung. Da zur Reglerberechnung nur die FTT herangezogen werden kann, muss die RTT aus $2 \times \text{FTT}$ berechnet werden. Bei stochastischen Signallaufzeiten bringt dies unvermeidlich einen Fehler mit sich. Wie das spätere reale Beispiel in Kapitel 7.2 aber noch zeigen wird, ist solch ein Ansatz durchaus für ein reales System einsetzbar.

4 Entwurf eines adaptiven Reglers durch Optimierung

Bei der Regelung dynamischer Systeme mit stochastischen Signallaufzeiten im Regelkreis ist die Einhaltung der Stabilität die wichtigste Eigenschaft. In Kapitel 2 wurden verschiedene Stabilitätskriterien gezeigt, welche sich zur Berechnung von Reglern einsetzen lassen. Probleme bereiten diese Ansätze, wenn die Regelstrecke nicht genau bekannt ist und die Verzögerungszeit variiert oder gar nicht bekannt ist. Andere Entwurfsverfahren erlauben eine zeitverzögerungsunabhängige Regelung zu entwerfen, sind dadurch aber sehr konservativ und für ein reales System kaum einsetzbar.

Im Folgenden wird der Ansatz des aus dem Zeitbereich stammenden und in Kapitel 2.3.4 erläuterten Ljapunow-Razumikhin-Theorems detailliert hergeleitet. Hier wird eine zeitverzögerungsabhängige Reglerberechnung betrachtet, dadurch ist eine weniger konservative und praktisch sehr gut anwendbare Regelung möglich.

Der erwähnte Konservatismus des Razumikhin-Theorems ist die sehr niedrige errechnete maximale Totzeit bis zur Stabilitätsgrenze. Es wird deshalb im Weiteren eine Optimierung durch Variation der berechneten Reglerparameter durchgeführt, um eine stabile Regelung mit vergrößerten Totzeiten zu erreichen. Dabei werden in einer Simulation verschiedene Parametervariationen analysiert und für die am besten passenden Reglerparameter ein adaptives Regelgesetz entworfen. Die Suche nach den Parametern erfolgt mit einem genetischen Algorithmus, wobei als Startwert des Regelungsvektors das Ergebnis des Razumikhin-Algorithmus herangezogen wird. Ein Vergleich zwischen dem Ergebnis des vorgestellten Optimierungsverfahrens und dem des Razumikhin-Ansatzes zeigt die Qualität der neuen adaptiven Regelung.

In Kapitel 3 wurde eingehend beschrieben, wie die Signallaufzeit von Datenpaketen über das Internet gemessen werden kann. Dadurch lässt sich eine Regelung für begrenzte variierende Totzeiten entwerfen, die entsprechend der Signallaufzeit die Reglerparameter adaptiv anpasst.

Die Messung der Signallaufzeit erfolgt nur im Vorwärtszweig (FTT). Vereinfacht muss nun davon ausgegangen werden, dass bei einem synchronen Datenkanal $FTT \approx BTT$ ist, die Zeitverzögerung im Rückwärtszweig also der im Vorwärtszweig entspricht, siehe dazu Abbildung 3-3.

4.1 Reglerberechnung nach dem Razumikhin-Theorem

Eine mit dem Razumikhin-Theorem aus Kapitel 2.3.4 berechnete verzögerungsunabhängige Regelung kann in einem realen System meist nicht angewendet werden. Eine praktisch sehr gute Anwendbarkeit zeigt die verzögerungsabhängige Regelung nach Razumikhin, die sich vor allem durch eine gute Störgrößenausregelung auszeichnet, wie das spätere Beispiel in diesem Kapitel noch zeigen wird. Der oben erwähnte Konservatismus liegt hier in der errechneten maximalen Zeitverzögerung, für die das System stabil ist (siehe Abschnitt 4.3.1). Die mathematische Herleitung des Razumikhin-Theorems beruht auf [RAZ 56] sowie im Wesentlichen auf [NIC 97] und [NIC 01].

Ausgehend von einem zeitverzögerten System im Zustandsraum gegeben durch

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{A}\underline{x}(t) + \underline{b}u(t - \theta(t)) , \quad 4-1$$

wird nun ein Regler der Form $u(t) = \underline{k}^T \underline{x}(t)$ (mit $\underline{k} \in \mathbb{R}^n$) angewendet. Die Übertragungsfunktion in geschlossener Form folgt daraus mit

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{A}\underline{x}(t) + \underline{b}\underline{k}^T \underline{x}(t - \theta(t)) . \quad 4-2$$

Zur weiteren Berechnung mit dem Razumikhin-Theorem wird die in Kapitel 2.2.3 vorgestellte Leibniz-Newton-Formel eingesetzt, um die Zustandsraumgleichung aus 4-2 zu transformieren.

$$\dot{\underline{x}}(t) = (\underline{A} + \underline{b}\underline{k}^T)\underline{x}(t) - \underline{b}\underline{k}^T \int_{-\tau}^0 \left[\underline{A}\underline{x}(t + \theta) + \underline{b}\underline{k}^T \underline{x}(t + \theta - \tau) \right] d\theta \quad 4-3$$

Die quadratische Ljapunow-Funktion der Form $V(\underline{x}) = \underline{x}^T \underline{P}\underline{x}$ und deren Ableitung $\dot{V}(\underline{x}) = \dot{\underline{x}}^T \underline{P}\underline{x} + \underline{x}^T \underline{P}\dot{\underline{x}}$ werden nun mit dem Razumikhin-Theorem zur Stabilitätsanalyse und zum Regelungsentwurf angesetzt. Da die Funktion $V(\underline{x})$ als Ergebnis ein Skalar ist, kann mit der symmetrischen Matrix \underline{P} folgende Vereinfachung gemacht werden:

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}}^T \underline{P}\underline{x} &= (\underline{P}\dot{\underline{x}})^T \underline{x} = (\underline{x}^T (\underline{P}\dot{\underline{x}}))^T = (\underline{x}^T \underline{P}\dot{\underline{x}})^T \\ \underline{\dot{x}}^T \underline{P}\underline{x} &= \underline{x}^T \underline{P}\dot{\underline{x}} \end{aligned} \quad 4-4$$

Wird die Systemgleichung aus 4-3 in $\dot{V}(\underline{x}(t))$ eingesetzt, folgt:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\underline{x}) = & \underline{x}^T(t) \left[(\underline{A} + \underline{b}\underline{k}^T)^T \underline{P} + \underline{P}(\underline{A} + \underline{b}\underline{k}^T) \right] \underline{x}(t) \\ & - \int_{-\tau}^0 \underbrace{2\underline{x}^T(t) \underline{P} \underline{b} \underline{k}^T \underline{A} \underline{x}(t+\theta)}_a d\theta - \int_{-2\tau}^{-\tau} \underbrace{2\underline{x}^T(t) \underline{P} (\underline{b}\underline{k}^T)^2 \underline{x}(t+\theta)}_b d\theta. \end{aligned} \quad 4-5$$

Unter Verwendung der Regel

$$2\underline{u}^T \underline{v} \leq \underline{u}^T \underline{M}^{-1} \underline{u} + \underline{v}^T \underline{M} \underline{v} \quad 4-6$$

können die zeitverzögerten Terme $\underline{x}(t+\theta)$ innerhalb der Integrale in Gleichung 4-5 von den nicht verzögerten Termen $\underline{x}(t)$ in Summanden aufgespalten werden. Diese Regel ist im Skalaren mit $2ab \leq a^2 + b^2$ zu vergleichen. Teil a aus Gleichung 4-5 lässt sich damit umformen zu

$$2\underline{x}^T(t) \underline{P} \underline{b} \underline{k}^T \underline{A} \underline{x}(t+\theta) \leq \beta_1^{-1} \underline{x}(t) \underline{P} \underline{b} \underline{k}^T \underline{A} \underline{P}^{-1} \underline{A}^T \underline{k} \underline{b}^T \underline{P} \underline{x}(t) + \beta_1 \underline{x}(t+\theta)^T \underline{P} \underline{x}(t+\theta), \quad 4-7$$

für Teil b folgt

$$2\underline{x}^T(t) \underline{P} (\underline{b}\underline{k}^T)^2 \underline{x}(t+\theta) \leq \beta_2^{-1} \underline{x}(t) \underline{P} (\underline{b}\underline{k}^T)^2 \underline{P}^{-1} (\underline{k}\underline{b}^T)^2 \underline{P} \underline{x}(t) + \beta_2 \underline{x}(t+\theta)^T \underline{P} \underline{x}(t+\theta). \quad 4-8$$

Die zwei positiven Variablen β_1 und β_2 sind Skalierungsvariablen, die daraus resultieren, dass für die Matrix \underline{M} aus Gleichung 4-6 die Ljapunow-Matrix \underline{P} und nicht eine beliebige Matrix verwendet wurde.

Wird nun 4-7 und 4-8 in Gleichung 4-5 eingesetzt, folgt

$$\begin{aligned} \dot{V}(\underline{x}) = & \underline{x}^T(t) \left[(\underline{A} + \underline{b}\underline{k}^T)^T \underline{P} + \underline{P}(\underline{A} + \underline{b}\underline{k}^T) \right] \underline{x}(t) \\ & - \int_{-\tau}^0 \left[\beta_1^{-1} \underline{x}(t) \underline{P} \underline{b} \underline{k}^T \underline{A} \underline{P}^{-1} \underline{A}^T \underline{k} \underline{b}^T \underline{P} \underline{x}(t) + \underbrace{\beta_1 \underline{x}(t+\theta)^T \underline{P} \underline{x}(t+\theta)}_c \right] d\theta \\ & - \int_{-2\tau}^{-\tau} \left[\beta_2^{-1} \underline{x}(t) \underline{P} (\underline{b}\underline{k}^T)^2 \underline{P}^{-1} (\underline{k}\underline{b}^T)^2 \underline{P} \underline{x}(t) + \underbrace{\beta_2 \underline{x}(t+\theta)^T \underline{P} \underline{x}(t+\theta)}_d \right] d\theta. \end{aligned} \quad 4-9$$

Unter Anwendung des Razumikhin-Theorems $V(\underline{x}(t+\theta)) < \delta V(\underline{x}(t)) \quad \forall \theta \in [-2\tau, 0]$ mit $\delta \rightarrow 1^+$ können die Ausdrücke c und d in Gleichung 4-9 wie folgt ersetzt werden:

$$\begin{aligned} c: & \beta_1 \underline{x}(t+\theta)^T \underline{P} \underline{x}(t+\theta) < \beta_1 \underline{x}(t)^T \underline{P} \underline{x}(t) \\ d: & \beta_2 \underline{x}(t+\theta)^T \underline{P} \underline{x}(t+\theta) < \beta_2 \underline{x}(t)^T \underline{P} \underline{x}(t). \end{aligned} \quad 4-10$$

Dadurch lässt sich das Integral lösen, und Gleichung 4-9 vereinfacht sich zu

$$\begin{aligned}
\dot{V}(\underline{x}(t)) &\leq \underline{x}^T(t) \left[(\underline{A} + \underline{b}\underline{k}^T)^T \underline{P} + \underline{P}(\underline{A} + \underline{b}\underline{k}^T) \right] \underline{x}(t) \\
&+ \tau \underline{x}(t)^T \left[\beta_1^{-1} \underline{P}\underline{b}\underline{k}^T \underline{A}\underline{P}^{-1} \underline{A}^T \underline{k}\underline{b}^T \underline{P} + \beta_2^{-1} \underline{P}(\underline{b}\underline{k}^T)^2 \underline{P}^{-1} (\underline{k}\underline{b}^T)^2 \underline{P} \right] \underline{x}(t) \\
&+ \tau (\beta_1 + \beta_2) \underline{x}(t)^T \underline{P}\underline{x}(t)
\end{aligned} \tag{4-11}$$

Die asymptotische Stabilität eines geschlossenen Systems bei $\tau \leq \tau^*$ ist nach dem Razumikhin-Theorem gegeben für

$$\begin{aligned}
&(\underline{A} + \underline{b}\underline{k}^T)^T \underline{P} + \underline{P}(\underline{A} + \underline{b}\underline{k}^T) + \tau^* (\beta_1 + \beta_2) \underline{P} \\
&+ \tau^* \left(\beta_1^{-1} \underline{P}\underline{b}\underline{k}^T \underline{A}\underline{P}^{-1} \underline{A}^T \underline{k}\underline{b}^T \underline{P} + \beta_2^{-1} \underline{P}(\underline{b}\underline{k}^T)^2 \underline{P}^{-1} (\underline{k}\underline{b}^T)^2 \underline{P} \right) < 0.
\end{aligned} \tag{4-12}$$

Wird nun die Gleichung 4-12 von links und von rechts mit \underline{P}^{-1} multipliziert und die Substitutionen $\underline{P}^{-1} = \underline{Q}$ und $\underline{k}^T \underline{Q} = \underline{w}^T$ angewendet, folgt

$$\begin{aligned}
&\underline{Q}\underline{A} + \underline{A}^T \underline{Q} + \underline{b}\underline{w}^T + \underline{w}\underline{b}^T + \tau^* (\beta_1 + \beta_2) \underline{Q} \\
&+ \tau^* \left(\underbrace{\beta_1^{-1} \underline{b}\underline{w}^T \underline{Q}^{-1} \underline{A}\underline{Q}\underline{A}^T \underline{Q}^{-1} \underline{w}\underline{b}^T}_a + \underbrace{\beta_2^{-1} \underline{b}\underline{w}^T \underline{Q}^{-1} \underline{b}\underline{w}^T \underline{Q}^{-1} \underline{w}\underline{b}^T \underline{Q}^{-1} \underline{w}\underline{b}^T}_b \right) < 0.
\end{aligned} \tag{4-13}$$

Um Gleichung 4-13 zu vereinfachen, werden die Terme a und b weiter umgeformt zu

$$a: \beta_1^{-1} \underline{b}\underline{w}^T \underline{Q}^{-1} \underline{A}\underline{Q}\underline{A}^T \underline{Q}^{-1} \underline{w}\underline{b}^T \leq \underline{b}\underline{w}^T \underline{Q}^{-1} \underline{w}\underline{b}^T, \tag{4-14}$$

$$b: \beta_2^{-1} \underline{b}\underline{w}^T \underline{Q}^{-1} \underline{b}\underline{w}^T \underline{Q}^{-1} \underline{w}\underline{b}^T \underline{Q}^{-1} \underline{w}\underline{b}^T \leq \underline{b}\underline{w}^T \underline{Q}^{-1} \underline{w}\underline{b}^T. \tag{4-15}$$

Aus den zwei Gleichungen 4-14 und 4-15 folgen zwei LMIs, dargestellt in den Gleichungen 4-18 und 4-19. Um Gleichung 4-13 zu vereinfachen, werden 4-14 und 4-15 eingesetzt. Daraus folgt

$$\underline{Q}\underline{A} + \underline{A}^T \underline{Q} + \underline{b}\underline{w}^T + \underline{w}\underline{b}^T + \tau^* (\beta_1 + \beta_2) \underline{Q} + 2\tau^* \underline{b}\underline{w}^T \underline{Q}^{-1} \underline{w}\underline{b}^T < 0. \tag{4-16}$$

Wird nun das Schur-Komplement (Anhang 9, Gleichung 9-5) auf die Gleichung 4-16 angewendet, folgt die LMI entsprechend Gleichung 4-17.

Die Stabilitätsbetrachtung nach dem Razumikhin-Theorem ist nun gegeben mit den folgenden drei LMIs:

$$\begin{bmatrix} \left(\begin{array}{c} \frac{1}{\tau} \left[\underline{Q}\underline{A}^T + \underline{A}\underline{Q} \right] \\ \tau \left[\underline{b}\underline{w}^T + \underline{w}\underline{b}^T \right] \\ + (\beta_1 + \beta_2) \underline{Q} \end{array} \right) & \underline{b}\underline{w}^T \\ \underline{w}\underline{b}^T & -\frac{1}{2} \underline{Q} \end{bmatrix} < 0 \tag{4-17}$$

$$-\beta_1 \underline{Q} + \underline{A} \underline{Q} \underline{A}^T \leq 0 \quad 4-18$$

$$\beta_2 \begin{bmatrix} -\underline{Q} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \underline{b} \underline{w}^T \\ \underline{w} \underline{b}^T & -\underline{Q} \end{bmatrix} \leq 0. \quad 4-19$$

Durch Substitution des Reglervektors $\underline{k}^T \underline{Q} = \underline{w}^T$ folgt

$$\underline{u}(t) = \underline{w}^T \underline{Q}^{-1} \underline{x}(t). \quad 4-20$$

Unter Berücksichtigung der obigen Matrixungleichungen (4-17, 4-18 und 4-19) soll die Zeitverzögerung τ maximiert werden, was als allgemeines GEVP-Problem (GEVP – Generalized Eigenvalue Problem, siehe Kapitel 2.1.3) bezeichnet wird. Um dies mit verfügbaren Software-Tools [MAT 04] lösen zu können, muss Gleichung 4-17 zuerst in die GEVP-Grundform umgewandelt werden. Diese Matrix lässt sich in zwei einzelne Summanden aufteilen:

$$\frac{1}{\tau} \begin{bmatrix} \left(\begin{array}{c} \underline{Q} \underline{A}^T + \underline{A} \underline{Q} \\ + \underline{b} \underline{w}^T + \underline{w} \underline{b}^T \end{array} \right) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (\beta_1 + \beta_2) \underline{Q} & \underline{b} \underline{w}^T \\ \underline{w} \underline{b}^T & -\frac{1}{2} \underline{Q} \end{bmatrix} < 0 \quad 4-21$$

$$\begin{bmatrix} (\beta_1 + \beta_2) \underline{Q} & \underline{b} \underline{w}^T \\ \underline{w} \underline{b}^T & -\frac{1}{2} \underline{Q} \end{bmatrix} < -\frac{1}{\tau} \underbrace{\begin{bmatrix} \left(\begin{array}{c} \underline{Q} \underline{A}^T + \underline{A} \underline{Q} \\ + \underline{b} \underline{w}^T + \underline{w} \underline{b}^T \end{array} \right) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{[] > 0 \text{ definiert!}} \quad 4-22$$

Da der rechte Teil der Gleichung 4-22 mit der verfügbaren Software nicht direkt lösbar ist, muss dieser Ausdruck erst noch umgeformt werden in

$$\begin{bmatrix} (\beta_1 + \beta_2) \underline{Q} & \underline{b} \underline{w}^T \\ \underline{w} \underline{b}^T & -\frac{1}{2} \underline{Q} \end{bmatrix} < \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{Y} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{[] > 0 \text{ definiert!}}, \quad 4-23$$

mit

$$\underline{Y} < \gamma(-1) (\underline{Q} \underline{A}^T + \underline{A} \underline{Q} + \underline{b} \underline{w}^T + \underline{w} \underline{b}^T) \quad 4-24$$

und

$$-(\underline{Q} \underline{A}^T + \underline{A} \underline{Q} + \underline{b} \underline{w}^T + \underline{w} \underline{b}^T) > 0, \quad 4-25$$

für $\gamma = \frac{1}{\tau}$. Die Ungleichung 4-17 ist nun vollständig durch 4-23, 4-24 und 4-25 ersetzt worden, die neu eingeführte symmetrische Matrix \underline{Y} hat entsprechende Dimensionen. Die obere Grenze der Zeitverzögerung τ wird nun maximiert, indem die Variable γ minimiert wird.

4.1.1 Implementierung des Algorithmus

Um eine Reglerberechnung durchführen zu können, sind die Gleichungen 4-18, 4-19, 4-23, 4-24 und 4-25 in ein entsprechendes Software-Tool zur Lösung solcher Optimierungsprobleme zu implementieren. Da aber Nichtlinearitäten in den Matrixvariablen der Gleichungen 4-18, 4-19 und 4-23 existieren, müssen diese mit einem entsprechenden Algorithmus schrittweise berechnet werden, für jeden Schritt muss ein lineares Gleichungssystem vorliegen. Als Nichtlinearitäten werden die multiplikativen Verknüpfungen der Variablen β_1 und β_2 mit der Matrixvariablen \underline{Q} bezeichnet. Verfügbare Programme wie die LMI-Toolbox in Matlab [MAT 04] können nur lineare Optimierungsverfahren lösen, deshalb werden sie als lineare Matrixungleichungen ausgedrückt.

Der folgende Algorithmus beruht auf [NIC 97] und löst das GEVP-Problem schrittweise, um die Nichtlinearitäten zu umgehen.

Schritt 1:

Löse Gleichung 4-25 unter Berücksichtigung von $\underline{Q} > 0$ (positiv definit).

Schritt 2:

Löse das LMI System 4-23, 4-24, 4-25, 4-18 und 4-19, wobei \underline{Q} fest ist

$$\min_{\underline{w}, \beta_1, \beta_2} \gamma(\underline{w}, \beta_1, \beta_2) \left(\begin{array}{l} \text{in Abhängigkeit von Gl.} \\ 4-23, 4-24, 4-25, 4-18, 4-19 \\ \text{für konstantes } \underline{Q} > 0 \end{array} \right) \quad 4-26$$

Schritt 3:

Löse das LMI System 4-23, 4-24, 4-25, 4-18 und 4-19, wobei \underline{w} , β_1 und β_2 fest sind

$$\min_{\underline{Q} > 0} \gamma(\underline{Q}) \left(\begin{array}{l} \text{in Abhängigkeit von} \\ 4-23, 4-24, 4-25, 4-18, 4-19 \\ \text{für konstante } \underline{w}, \beta_1, \beta_2 \end{array} \right) \quad 4-27$$

Schritt 2 und Schritt 3 müssen so lange wiederholt werden, bis γ mit der gewünschten Genauigkeit konvergiert.

4.1.2 Anwendungsbeispiel

Um diesen Reglerentwurf an einem Beispiel zu zeigen, wird eine Höhenregelung für ein Helikopter-Laborexperiment entworfen. Eine detaillierte Beschreibung sowie eine Modellherleitung ist in Kapitel 7.2 gegeben. Der Systemeingang u repräsentiert die Motorspannung, der Ausgang y den Höhenwinkel (bzw. die zeitliche Ableitung vom Höhenwinkel) des Helikopters. Die Übertragungsfunktion ist gegeben mit

$$G(s) = \frac{0,2607}{s^2 + 0,07441s + 2,904}, \quad 4-28$$

überführt in die Zustandsraumdarstellung folgt

$$\begin{aligned} \underline{A} &= \begin{bmatrix} -0,07441 & -2,904 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad \underline{b} = \begin{bmatrix} 0,2607 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \underline{C} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \underline{x} = \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon} \\ \varepsilon \end{bmatrix} \\ \dot{\underline{x}} &= \underline{A}\underline{x} + \underline{b}u \\ \underline{y} &= \underline{C}\underline{x} \end{aligned} \quad 4-29$$

Um einen stabilen Höhenregler mit maximaler Totzeit im Übertragungskanal für das System aus Gleichung 4-29 zu berechnen, ist der Algorithmus zur Reglerberechnung aus Kapitel 4.1.1 zu lösen, dies kann zum Beispiel mit der LMI-Toolbox unter Matlab geschehen [MAT 04]. Für das System aus Gleichung 4-29 folgt somit der Zustandsregler

$$\underline{k}^T = [-5,0737 \quad -2,8414]. \quad 4-30$$

Für den Regler aus 4-30 wurde die maximale Verzögerungszeit im Übertragungskanal für eine stabile Regelung im Algorithmus berechnet zu $\tau = 0,1585$ Sekunden.

Reglerverifikation

In einer Simulink-Simulation mit einer stochastisch veränderlichen Totzeit im Regelkreis wird der entworfene Regler verifiziert. Ein Sollwertsprung in Höhe von 0,25 rad (etwa 14 Grad) wird der Simulation in Abbildung 4-1 aufgeschaltet. Als Systemantwort wird der Höhenwinkel des Helikopters betrachtet, die einzelnen Elemente der Simulation sind in Kapitel 4.2.1 erläutert.

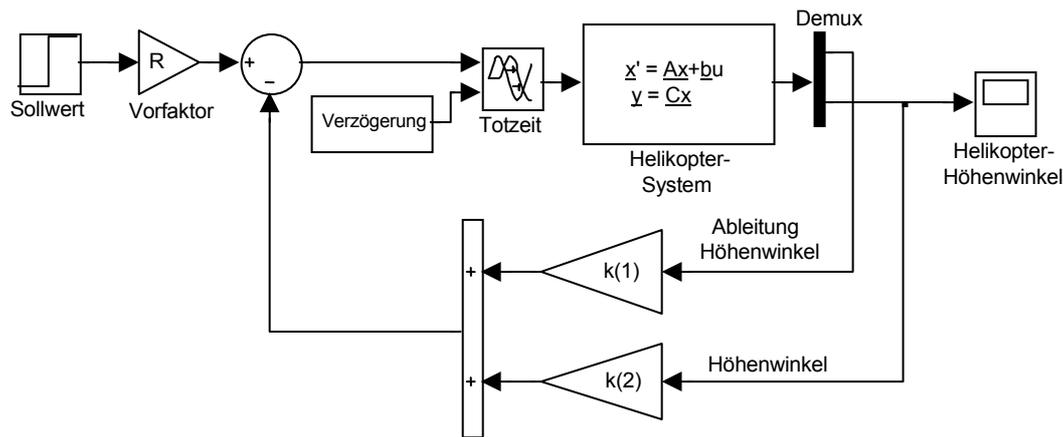


Abbildung 4-1: Simulink-Simulation zur Verifikation des Reglers mit stochastischer Totzeit im Regelkreis

Das linke Diagramm der Abbildung 4-2 zeigt die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises mit einer begrenzten und stochastisch variierenden Verzögerungszeit. Der Sollwertsprung wird nach einer Sekunde aufgeschaltet, wobei das System sechs Sekunden später eingeschwungen ist. Die Verzögerungszeit variiert zwischen null und der berechneten maximalen Verzögerungszeit von $\tau = 0,1585$ Sekunden (bis zur errechneten Stabilitätsgrenze), welche in Abbildung 4-2 rechts dargestellt ist.

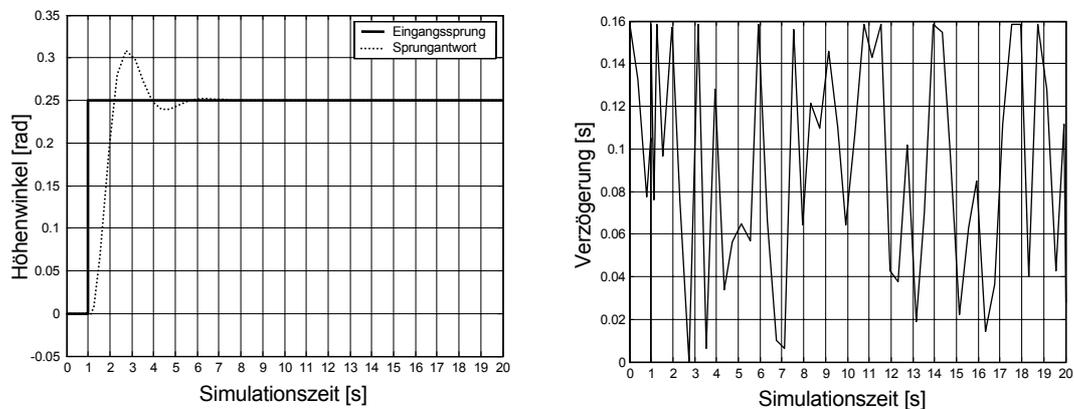


Abbildung 4-2: Sprungantwort des Helikopters (links) und die auftretende stochastische Verzögerungszeit im Regelkreis (rechts)

4.1.3 Erweiterung des Ljapunow-Razumikhin-Algorithmus

In der Literatur ist bisher noch nicht erwähnt worden, dass sich oben gezeigtes Stabilitätstheorem auch zur Reglerberechnung mit Vorgabe der Zeitverzögerung durchführen lässt. Die Gleichungen entsprechend dem Algorithmus aus Kapitel 4.1.1 sind dann als Durchführbarkeitsproblem (siehe Kapitel 2.1.3) zu lösen, τ wird dabei fest vorgegeben.

Durch die Vorgabe von τ lässt sich somit der Regelungsvektor \underline{k} durch das Razumikhin-Theorem berechnen. Anstatt des folgenden Optimierungsverfahrens in Kapitel 4.2 könnte dieses Verfahren zum Einsatz kommen, um eine adaptive Regelung zu entwickeln (siehe dazu Kapitel 4.2.4). Wie später gezeigt, ist das Ljapunow-Razumikhin-Theorem im Vergleich zu einem durch Optimierung berechneten Regler wesentlich konservativer, deshalb wird im Folgenden eine Regelung durch Optimierung vorgestellt.

4.2 Herleitung einer adaptiven Regelung durch Optimierung

Der geschlossene Regelkreis zeigt mit dem berechneten Regler aus 4-30 ein sehr gutes Systemverhalten (bei maximaler Totzeit τ). Experimentell zeigte sich jedoch, dass die obere Grenze der stochastischen Zeitverzögerung wesentlich höher ist als die berechnete, was die Konservativität der Reglerberechnung widerspiegelt. Durch ein Optimierungsverfahren sollen nun neue Reglerparameter gefunden werden, mit denen die maximale Zeitverzögerung bis zur Stabilitätsgrenze noch weiter erhöht werden kann. Ein adaptiver Regler soll später zum Einsatz kommen, welcher entsprechend der Signallaufzeit die Reglerparameter anpasst. Die oben berechneten Reglerparameter aus Gleichung 4-30 dienen dabei als Startwert.

Erhöhung der Stabilitätsgrenze durch Variation der Reglerparameter

Das Verhalten des geschlossenen Regelungssystems wird mit Variation der berechneten Parameter aus 4-30 in einer Simulation analysiert. Zur Bewertung des Regelungssystems kommt eine Gütefunktion zum Einsatz, die von der Einschwingzeit T_s , der maximalen Überschwingung O_s und der Stellgröße Y abhängig ist.

Solch eine Vorgehensweise, die in den verschiedensten Fachgebieten Anwendung findet, wird Optimierung genannt. In technischen Systemen werden Optimierungsverfahren meist eingesetzt, weil die Probleme vom Prinzip her meist schon gelöst sind und eine weitere Verbesserung sich nur noch mit Optimierungsverfahren erreichen lässt [KAH 91]. Normalerweise wird aus Kostengründen eine optimale Lösung mit minimalem Energie- und Zeitaufwand gewünscht. In modernen Computersystemen implementierte effiziente Algorithmen ermöglichen eine einfache und schnelle Optimierung eines technischen Problems. Unter einer Optimierung wird in der Regel die Minimierung einer Gütefunktion durch Variation von Parametern verstanden. Am Problem der Stabilitätsgrenzenerweiterung

werden hier die Reglerparameter der Zustandsregelung variiert, bis die Gütefunktion minimale Werte annimmt.

Um ein adaptives Regelgesetz in Abhängigkeit der Verzögerungszeit zu entwerfen, wird zuerst die Optimierung mit einer festen Verzögerungszeit durchlaufen und dabei die Reglerparameter variiert. Es lässt sich somit ein optimaler Regler für eine feste Verzögerungszeit finden. Dieser Vorgang wird mit verschiedenen Verzögerungszeiten von zum Beispiel 0 bis 1 Sekunde in Schritten von 0,1 Sekunden durchlaufen. Die maximale Verzögerungszeit wie auch die Schrittweite ist abhängig von dem zu regelnden System und dem Netzwerk. Eine Annäherung der einzelnen diskreten Reglerparameter durch eine stetige Funktion ermöglicht eine kontinuierliche Änderung der Reglerparameter, was bei leicht schwankender Totzeit mehr Ruhe in das System einbringt. Im Folgenden wird zuerst die in Matlab/Simulink implementierte Simulation zur Optimierung der Regelungsparameter beschrieben, danach wird die Herleitung der Optimierungsfunktion gegeben. Zur effizienten Suche nach den idealen Parametern kommt ein genetischer Algorithmus zum Einsatz.

4.2.1 Simulationsumgebung zur Optimierung der Regelung

Das Verhalten des geschlossenen Regelkreises wird innerhalb einer Simulationsumgebung mit fester Verzögerungszeit analysiert. Abbildung 4-3 zeigt dazu eine in Matlab/Simulink implementierte Simulation. Der hellgrau unterlegte Teil (links) enthält die klassischen Blöcke eines Regelkreises:

- Sollwertvorgabe
- Vorfaktor zur Anpassung des Sollwertes an den Systemeingang
- Soll-/Istwertvergleich (Vergleichsglied)
- Zeitverzögerungsglied
- Regelstrecke
- Zustandsregler

Als konkretes Anwendungsbeispiel dient die Höhenregelung des Hubschrauber-Laborversuches, welcher erstmals in Kapitel 4.1.1 vorgestellt wurde, und in Kapitel 7.2 detailliert beschrieben ist. Um das Regelungssystem in der Simulation zu analysieren,

sind die folgenden Untersysteme hinzugefügt worden (siehe Abbildung 4-3, schwarzer Kasten, rechts):

- Stellgröße zu hoch
- Berechnung von Überschwingern der Regelgröße
- Regelgröße überschreitet Grenzwert
- Regelstrecke eingeschwungen

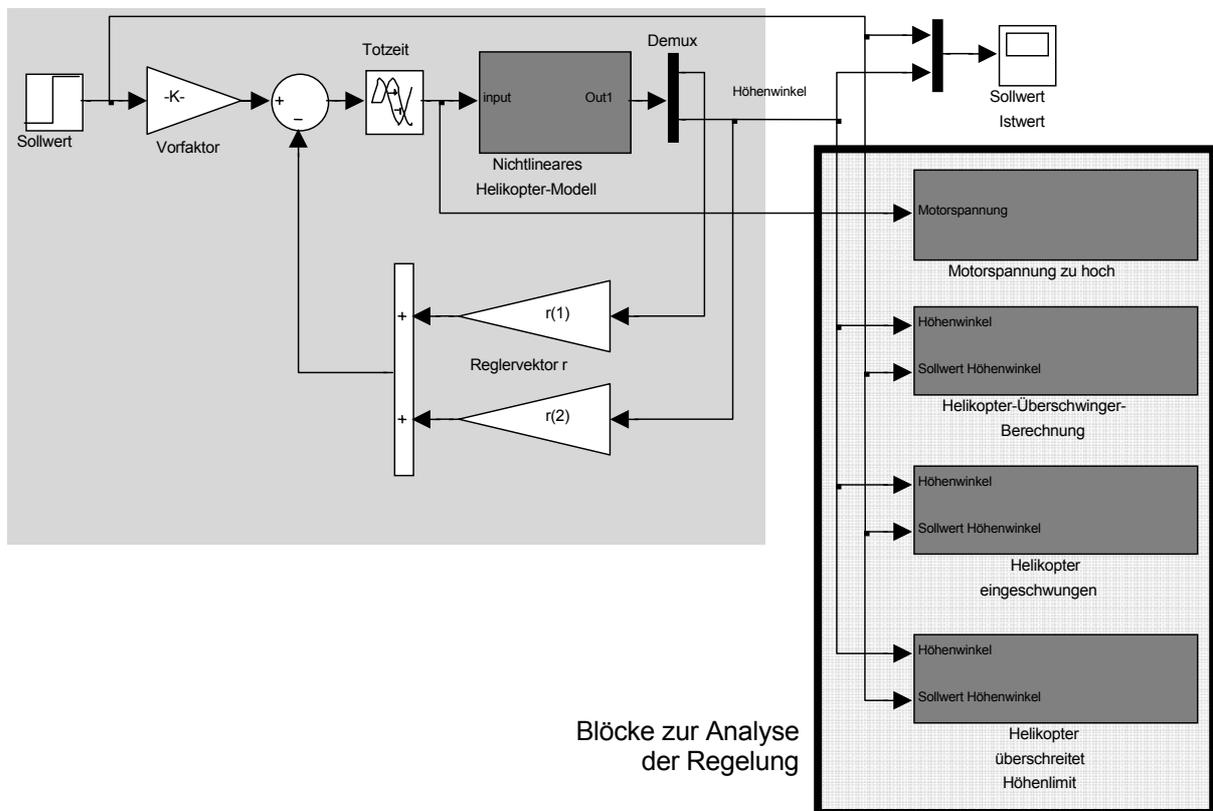


Abbildung 4-3: Simulation zur Suche der optimalen Reglerparameter bei vorgegebener Zeitverzögerung im Regelkreis

Wie eingangs erwähnt, werden die mit dem Razumikhin-Theorem berechneten Reglerparameter aus Gleichung 4-30 als Startwerte gesetzt. Um einen guten Vergleich zu diesen Parametern zu erhalten, wird der Regelungsvektor \underline{r} in Abbildung 4-3 aus einem Produkt des Regelungsvektors aus Gleichung 4-30 und zusätzlichen Multiplikatoren, bezeichnet als $GainK_1$ und $GainK_2$, zusammengesetzt. Diese Faktoren sind nun so lange zu variieren, bis das geschlossene System ein optimales Verhalten

bei fest vorgegebener Totzeit aufweist. Der gesamte Reglervektor \underline{r} errechnet sich durch

$$\begin{aligned} r(1) &= \text{Gain}K_1 \cdot k(1) \\ r(2) &= \text{Gain}K_2 \cdot k(2) \end{aligned} \quad 4-31$$

Bei $\text{Gain}K_1=1$ und $\text{Gain}K_2=1$ repräsentiert der Reglervektor \underline{r} die mit dem Razumikhin-Theorem berechneten Parameter aus Gleichung 4-30. Im Folgenden werden die Funktionsweisen der Blöcke zur Analyse der Regelung aus Abbildung 4-3 näher erläutert.

Stellgröße zu hoch

Übersteigt die Stellgröße eine vorgegebene obere Grenze, muss die Optimierungsfunktion dies entsprechend berücksichtigen. Am Beispiel des Helikopters ist die Obergrenze der Eingangsspannung 5 Volt, jedoch tritt ab einer Spannung von 4,5 Volt ein stark nichtlineares Sättigungsverhalten auf. Deshalb wird ab einer Motorspannung von 4,5 Volt ein positiver Wert an die Optimierungsfunktion übergeben. Ein Begrenzungsglied schränkt den Ausgabewert nach unten durch Null ein, so dass keine negativen Werte ausgegeben werden können. Zur Analyse der Daten durch die Optimierungsfunktion wird die Motorspannungsüberhöhung durch die Variable *Motorueberspannung* gespeichert.

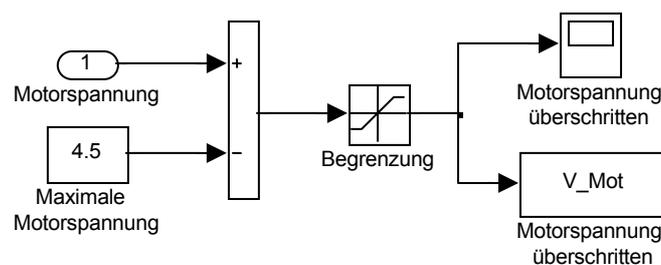


Abbildung 4-4: Untersystem zur Begrenzung der Stellgröße

Berechnung von Überschwingern der Regelgröße

Schwingt das System über die Sollwertvorgabe hinaus, muss die Optimierungsfunktion dies entsprechend berücksichtigen. Die untere Grenze des Überschwingens ist mit Null begrenzt. Zur weiteren Analyse mit der Optimierungsfunktion werden die Daten in der Variablen *Ueberschwingung* gespeichert.

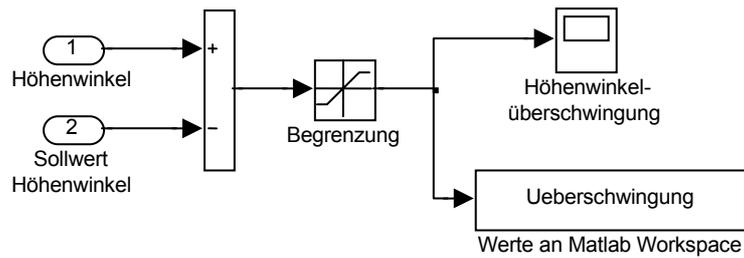


Abbildung 4-5: Untersystem zur Berücksichtigung von Überschwängern

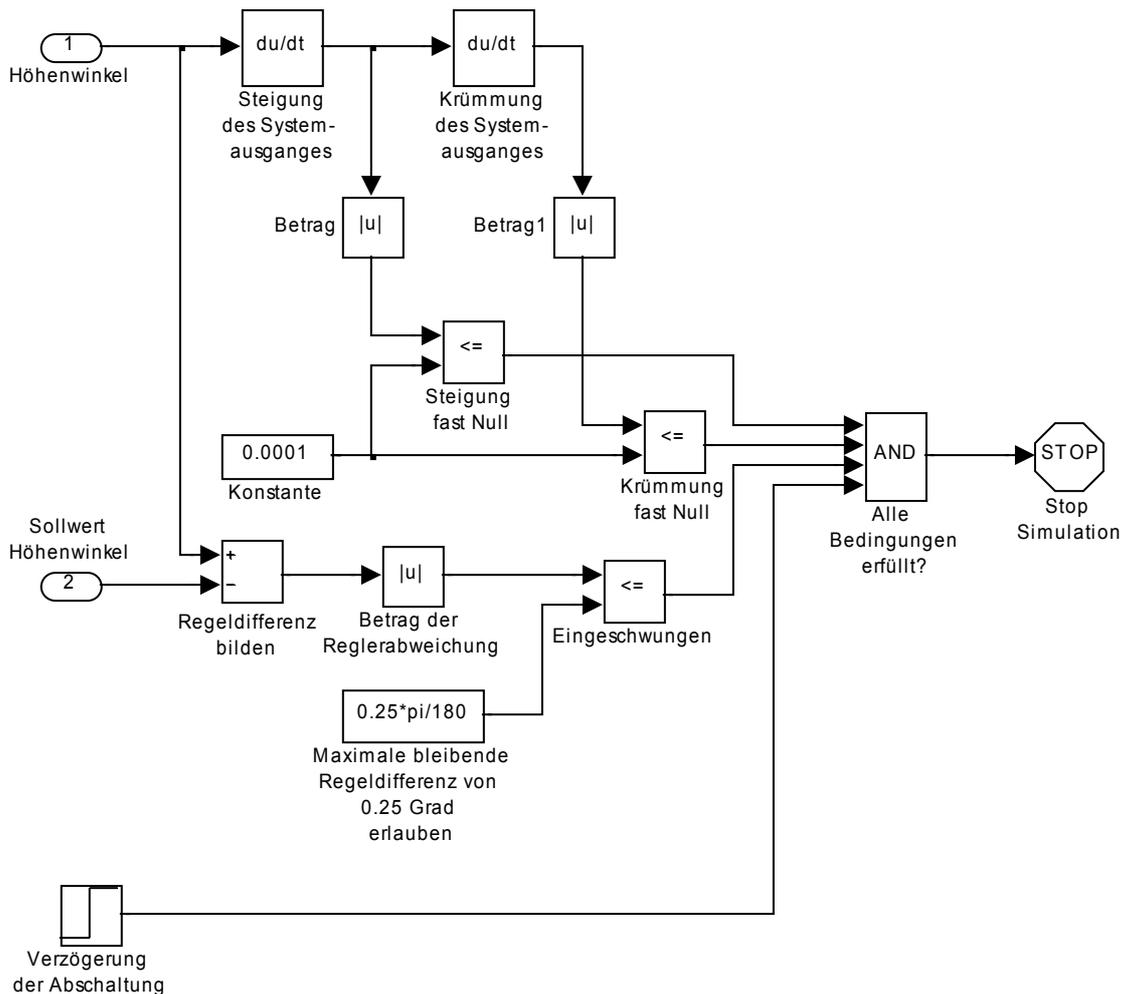


Abbildung 4-6: Untersuchung der stationären Genauigkeit des Systems

Regelstrecke eingeschwungen

Das Untersystem „Regelstrecke eingeschwungen“ stoppt die Simulation, wenn der stationäre Endwert annähernd erreicht ist. Unterschreiten die Beträge der ersten und zweiten Ableitung des Höhenwinkels eine obere definierte Grenze, wird das System als eingeschwungen betrachtet. Diese obere Schranke ist abhängig von dem

Übertragungssystem und natürlich den Vorgaben, welche an die Regelung gestellt werden. Die stationäre Genauigkeit wird durch einen Vergleich zwischen dem Betrag der Regeldifferenz und einer maximal erlaubten Reglerabweichung ermittelt. Der Hubschrauber wird als eingeschwungen betrachtet, wenn die Regeldifferenz kleiner als 0,25 Grad ist. Bei eingeschwungenem System wird die Simulation gestoppt.

Regelgröße überschreitet Grenzwert

Das Untersystem „Regelgröße überschreitet Grenzwert“ stoppt die Simulation, wenn das System einen zu großen Überschwinger macht oder bei einem positiven Eingangssprung die Regelgröße zu weit ins Negative geht. Die maximale Simulationszeit, bis der Regelkreis eingeschwungen ist, wird in der Optimierungsfunktion weiterverarbeitet. Bei einem frühzeitigen Abbruch durch zu große Überschwinger oder einen Unterschwinger ins Negative wird die maximal definierte Simulationszeit gespeichert.

Dieses Untersystem ist notwendig, um sofort auf zu große Über- oder Unterschwinger zu reagieren und die Simulation zu stoppen. Dadurch lässt sich die Suche nach den optimalen Reglerparametern wesentlich schneller durchführen.

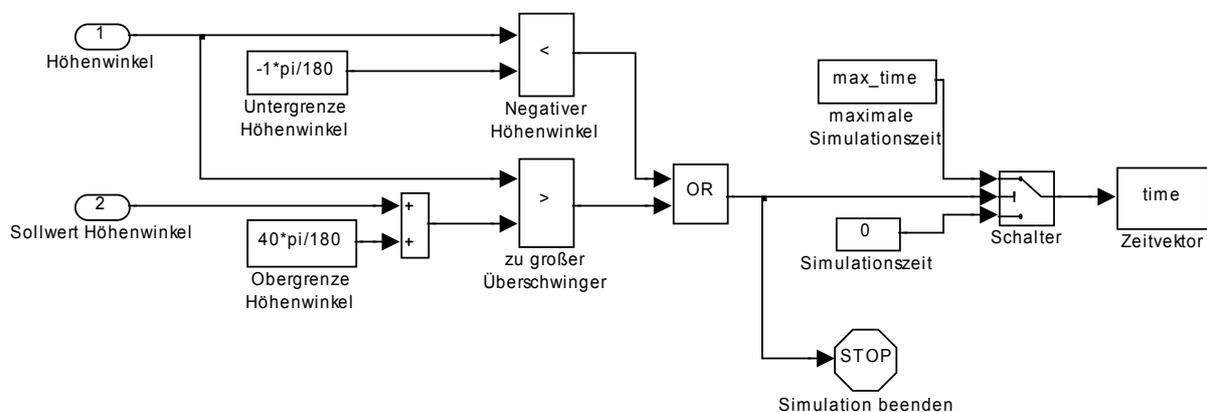


Abbildung 4-7: Untersuchung der stationären Genauigkeit des Systems

4.2.2 Gütefunktion zur Optimierung

Die große Schwierigkeit bei Optimierungsaufgaben ist die Festlegung einer geeigneten Gütefunktion, welche die Qualität der Problemlösung in Abhängigkeit von den zu bestimmenden Parametern beschreibt. Diese Gütefunktion beeinflusst entscheidend das endgültige Optimierungsergebnis. Bei dem hier vorgestellten Ansatz ist herauszufinden, welche Reglerparameter bei welcher Zeitverzögerung ein optimales

Systemverhalten zeigen. Der Steuervektor dieses Optimierungsproblems ist der Vektor mit den zusätzlichen Verstärkungsparametern.

Analyse der Gütefunktionsparameter

Zur Herleitung der Gütefunktion in Abhängigkeit des Steuervektors (der erweiterten Reglerparameter) sind die Systemgrößen Einschwingzeit T_s , maximale Überschwingung der Regelgröße O_s und Stellgröße Y zu betrachten.

Einschwingzeit

Die Einschwingzeit T_s entspricht der Zeit der Simulationsdauer. Wird die Simulation frühzeitig abgebrochen, weil z.B. das System eingeschwungen ist und den stationären Endwert erreicht hat, wird die aktuelle Simulationszeit der Gütefunktion übergeben. Wird die Simulation wegen einer Grenzüberschreitung abgebrochen, wird die Simulationszeit auf einen vorgegebenen maximalen Wert gesetzt, der auch als die maximale Zeit der Simulation vorgegeben ist. Die Einschwingzeit am Beispiel des Helikopters ist bei kleiner Totzeit kleiner als zehn Sekunden, kann aber bei wachsender Verzögerungszeit auch dreißig bis vierzig Sekunden annehmen.

Überschwinger

Bei einer Regelung muss die Überschwingung der Regelgröße O_s über den Sollwert besondere Aufmerksamkeit geschenkt werden, da Überschwinger nicht immer zulässig sind. Der Helikopter ist dabei sehr flexibel, deshalb wurde der maximale Höhenwinkel wegen des mechanischen Aufbaus auf vierzig Grad ($\sim 0,698$ rad) beschränkt. Im Blockschaltbild aus Abbildung 4-5 werden alle Winkelwerte eines Simulationsdurchlaufes gespeichert, zur Weiterverarbeitung verwendet die Gütefunktion den maximalen Wert des Höhenwinkels.

Stellgröße

Bei einem realen System ist die Stellgröße Y entsprechend den physikalischen Eigenschaften zu begrenzen. Ein Sättigungsverhalten tritt bei dem Motor des Helikopters ab einer Spannung von 4,5 Volt ein, die maximale Spannungsgrenze liegt bei 5 Volt. Wie das Blockschaltbild in Abbildung 4-4 zeigt, wird die Differenz zwischen der aktuellen Motorspannung und der Spannung bei eintretender Sättigung (4,5 Volt) gebildet und diese der Gütefunktion übergeben. Um innerhalb des erlaubten Bereiches zu bleiben, darf dieser Wert maximal 0,5 annehmen.

Zusammenfassende numerische Betrachtung der Gütefunktionsparameter bei der Höhenregelung des Helikopters (siehe auch Abbildung 4-2, links):

- Die Simulationszeit bei Verzögerungszeiten zwischen 0...1 Sekunde liegt bei 5...20 Sekunden (experimentell ermittelt)
- Eine Überschwingung des Höhenwinkels von 20 Grad entspricht etwa 0,35 rad
- Die maximal auftretende Motorüberspannung liegt bei 0,5 Volt

Bei genauerer Betrachtung der Systemparameter zeigt sich, dass die Simulationszeit deutlich größer als die Überschwingung und Motorspannung ist. Bei zu großen Überschwingern dauert es in der Regel länger, bis sich das System auf den stationären Endwert einschwingt, als bei kleineren Überschwingern. Dies lässt auf eine gewisse Kopplung zwischen der Überschwinghöhe und der Einschwingzeit schließen. Die Gewichtung der Überschwingung wird hier nicht so stark berücksichtigt, zum einen wegen der Kopplung mit der Einschwingzeit, zum anderen aber wegen der nicht notwendigerweise verlangten Überschwingungsbegrenzung. Der Gewichtungsfaktor für die Motorüberspannung wird so dimensioniert, dass beim Erreichen der oberen Motorgrenzspannung (Stellgröße) die Gütefunktion beachtlich anwächst.

Aufstellen der Gütefunktion

Als Gütefunktion wird die gewichtete Aufsummierung der Gütefunktionsparameter verwendet. Der Startwert des Gewichtungsfaktors für die Simulationszeit ist auf 1 zu setzen, was einen Summanden im Bereich von 5 bis 20 ergibt (abhängig von der Zeitverzögerung). Bei der Überschwingung ist die Gewichtung auf 10 gesetzt, was bei einem Überschwingen von 20 Grad einen Summanden von 3,5 ergibt. Die Gewichtung der Überschreitung der Stellgröße (Motorspannung) ist ebenfalls auf 10 gesetzt, was bei einer maximal zulässigen Überspannung von 0,5 Volt in einem Summanden von 5 resultiert. Das Überschreiten des Stellsignals muss stärker in die Optimierungsfunktion einfließen als die Überschwingung. Die Optimierungsfunktion lässt sich nun wie folgt ausdrücken:

$$z = 1 \cdot \text{Simulationszeit} + 10 \cdot \max(\text{Überschwingung}) + 10 \cdot \max(\text{Motorspannung}) \quad 4-32$$

Problemstellung bei einer Optimierung

Finde den optimalen Steuervektor, damit die Systemparameter (Einschwingzeit, Überschwingung und Stellgröße) die Gütefunktion (Gleichung 4-32) minimieren.

Zur effizienten Lösung dieses Optimierungsproblems können unterschiedliche Verfahren herangezogen werden, im Folgenden wird dazu ein genetischer Algorithmus eingesetzt.

4.2.3 Optimierung mit Hilfe eines genetischen Algorithmus

Der genetische Algorithmus (GA) ist eine oft eingesetzte Methode zur Lösung von Optimierungsproblemen. Wie der Prozess der biologischen Entwicklung (Evolution) basiert dieser auf einem natürlichen Ausleseverfahren. Eine Population von einzelnen Lösungen wiederholt sich mehrfach, dabei werden bei jedem Schritt neue Kinder für die nächste Generation produziert. Die Population entwickelt sich durch aufeinander folgende Generationen zur optimalen Lösung. Der GA lässt sich für eine Vielzahl von Optimierungsproblemen einsetzen, auch wenn die Optimierungsfunktion unstetig, nicht differenzierbar oder nichtlinear ist.

Erzeugung der nächsten Generation

Der GA wendet bei jedem Schritt drei Arten von Regeln an, um aus der aktuellen Population die nächste Generation zu erzeugen [MAT 04]:

- Elite-Kinder (Selektion): Markiert die einzelnen Eltern, die bei der nächsten Generation unverändert (als Kinder) mit dabei sein werden. Zu Elite-Kindern werden diejenigen Eltern gewählt, die das beste Optimierungsergebnis lieferten.
- Fortpflanzung (Reproduktion, Kreuzung, Crossover): Kombiniert zwei Eltern, um ein Kind für die nächste Generation zu erzeugen.
- Mutations-Regel: Wendet zufällige Veränderungen auf die einzelnen Eltern an, um neue Kinder zu bilden. Dies liefert einen genetischen Artenreichtum und ermöglicht dem GA eine breitere Suche.

Lösungsablauf eines Optimierungsproblems mit einem GA

Zur Lösung eines Optimierungsproblems mit einem GA sieht die Berechnung der ersten Generation wie folgt aus:

- Spezifizieren der Populationsgröße
- Population zu Beginn initialisieren (meist Zufallszahlen in einem definierten Bereich)
- Optimierungsproblem mit der aktuellen Population durchlaufen

- Erzeugung der Kinder nach obigen Regeln für die Population der nächsten Generation

Danach wird das Optimierungsproblem mit der neuen Population durchlaufen. Für die Berechnung jeder weiteren Generation sind zuerst wieder die neuen Kinder auszuwählen. Basierend darauf ist dann die Fortpflanzung zu bestimmen und das Optimierungsproblem mit der neuen Population zu durchlaufen, siehe Abbildung 4-8. Dieser Generationszyklus wiederholt sich so lange, bis eine Abbruchbedingung erfolgt (z.B. Begrenzung des Generationszyklus, Zeitüberschreitung oder Gütefunktion erreicht definierten Grenzwert).

Auf eine detaillierte Beschreibung der verschiedenen Methoden der Auswahlkriterien soll hier nicht näher eingegangen werden, da sie in unzähligen Fachbüchern zu finden sind.

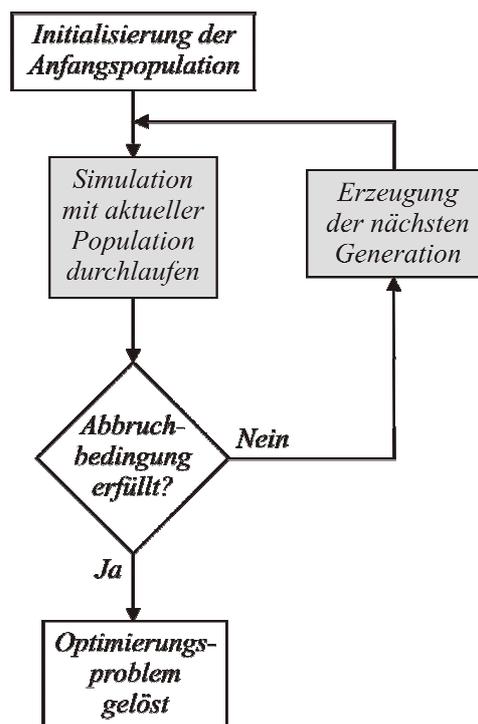


Abbildung 4-8: Lösungsablauf des Optimierungsprozesses durch einen Generationszyklus

4.2.4 Ergebnisse der Optimierung und Aufstellen eines Regelgesetzes

Der genetische Algorithmus startet sukzessive die Simulink-Simulation aus Abbildung 4-3 mit verschiedenen Reglerparametern. Eine Bewertung der Systemparameter (T_s , O_s und Y) erfolgt nach jedem Durchlauf der Simulation mit der Gütefunktion aus 4-32. Für jede feste Totzeit (z.B. 0,1 s; 0,2 s; ... 1 s) lassen sich somit die optimalen Reglerparameter finden (für jede Zeitverzögerung ist die Optimierung neu zu starten).

Die zusätzlichen Verstärkungsparameter sind in Abhängigkeit der Totzeit in Abbildung 4-9 dargestellt. Erreichen diese Parameter den Wert Eins, so entsprechen sie den durch das Razumikhin-Theorem berechneten Reglerparametern aus Gleichung 4-30.

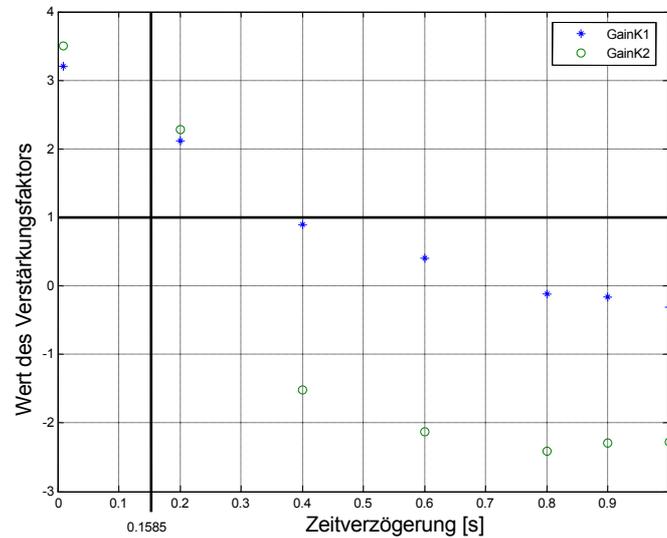


Abbildung 4-9: Werte der zusätzlichen Verstärkungsparameter nach der Optimierung

Das Ergebnis der Gütefunktion ist für die verschiedenen Optimierungsdurchläufe in Abhängigkeit der Zeitverzögerung in Abbildung 4-10 dargestellt. Der Gütewert wurde entsprechend Gleichung 4-32 berechnet und variiert dabei zwischen 3,7 und 6,06, bleibt also innerhalb eines flachen Bandes ohne größere Ausreißer. Daraus lässt sich schließen, dass für alle vorgegebenen Totzeiten ähnlich gute Reglerparameter gefunden werden konnten.

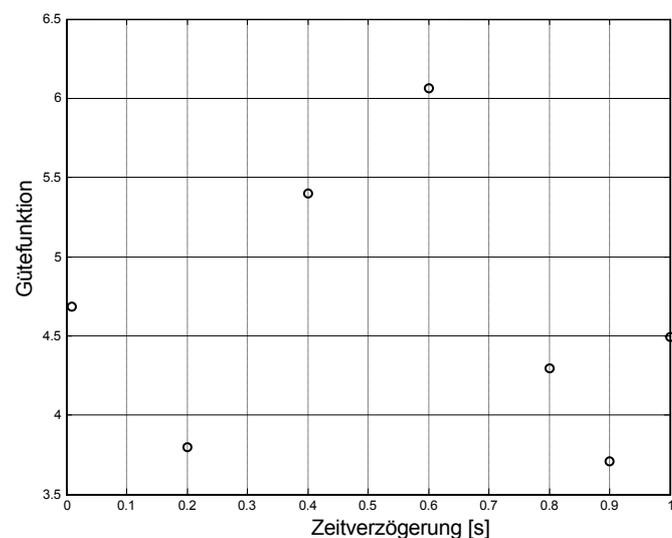


Abbildung 4-10: Ergebnisse der Gütefunktion während der Optimierung in Abhängigkeit der verschiedenen Verzögerungszeiten

Da ein sprunghaftes Ändern der Reglerparameter viel Unruhe in das System mit einbringt, ist ein kontinuierliches Ändern der Parameter in Abhängigkeit der Zeitverzögerung wünschenswert. Die in Abbildung 4-9 gefundenen diskreten Reglerparameter sollen deshalb als kontinuierliche Funktion wiedergegeben werden. Welche Funktion zur Annäherung der Reglerparameter verwendet wird, hängt von dem Verlauf der Verstärkungsparameter ab. Durch Funktionen zweiten Grades sind die beiden zusätzlichen Verstärkungsparameter in Abbildung 4-11 angenähert.

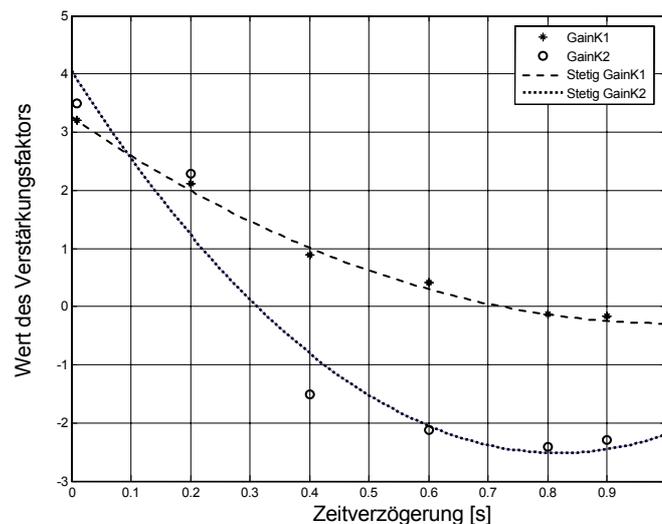


Abbildung 4-11: Mit den diskreten Reglerparametern wird eine stetige Funktion zweiten Grades gebildet

Solche Annäherungsfunktionen können leicht mit Software-Tools wie der „Curve-Fit-Toolbox“ unter Matlab (*cftool*) [MAT 04] gefunden werden. Die in Abbildung 4-11 gezeichneten Kurven sind als Gleichung in 4-33 wiedergegeben. Die zusätzlichen Verstärkungsparameter sind jetzt abhängig von der Verzögerungszeit τ , somit gilt für $GainK_1(\tau)$ und $GainK_2(\tau)$

$$\begin{aligned} GainK_1(\tau) &= 3.462\tau^2 - 7.012\tau + 3.287 \\ GainK_2(\tau) &= 9.824\tau^2 - 16.08\tau + 4.062 \end{aligned} \quad 4-33$$

Trotz den Abweichungen zwischen den diskreten und stetigen Werten, speziell bei $GainK_2$, zeigt das dynamische Verhalten des Systems mit einem adaptiven Regler in der folgenden Simulation ein sehr gutes Verhalten. Dass diese Werte trotzdem ein stabiles Ergebnis liefern, zeigt auch die Polstellenanalyse in Kapitel 4.3.

4.2.5 Simulation des adaptiven Regelkreises

Der adaptive Regler wird im Folgenden innerhalb einer Simulation mit variabler Zeitverzögerung analysiert. Bei einer verteilten Regelung ist die Totzeit mit den Techniken, die in Kapitel 3 beschrieben werden, zu messen. Es soll noch einmal erwähnt werden, dass sich die Verzögerungszeit nur von der Regelstrecke zum Regelungscomputer messen lässt, die Signallaufzeit für den Rückweg wird als dieselbe Laufzeit wie für den Hinweg angenommen (synchroner Datenkanal). Die zwei auftretenden Signallaufzeiten sind im Folgenden zu einer Verzögerungszeit τ zusammengefasst. Die Simulation mit adaptiver Regelung ist in Abbildung 4-12 dargestellt und wird im Folgenden näher beschrieben.

Bei einer Regelung im Zustandsraum ist der Vorfaktor von der Regelstrecke und den Reglerparametern abhängig. Dieser Vorfaktor passt die Sollwertvorgabe an die Stellgröße an [LUN 02]. Da sich die Reglerparameter entsprechend der Zeitverzögerung verändern, muss sich der Vorfaktor auch anpassen. Dieser Faktor lässt sich berechnen durch

$$\text{Vorfaktor} = \left(\underline{C} (\underline{b} \underline{r}^T - \underline{A})^{-1} \underline{b} \right)^{-1}, \quad 4-34$$

dabei ist \underline{r} der Regelungsvektor, wie in 4-31 berechnet. Dieser Vorfaktor errechnet sich aus dem mathematischen Modell des Systems und dem Regelungsvektor. Wenn sich die Regelstrecke nicht genau bestimmen lässt, passt dieser Vorfaktor nicht exakt zu dem realen System, was eine bleibende Regeldifferenz zur Folge hat.

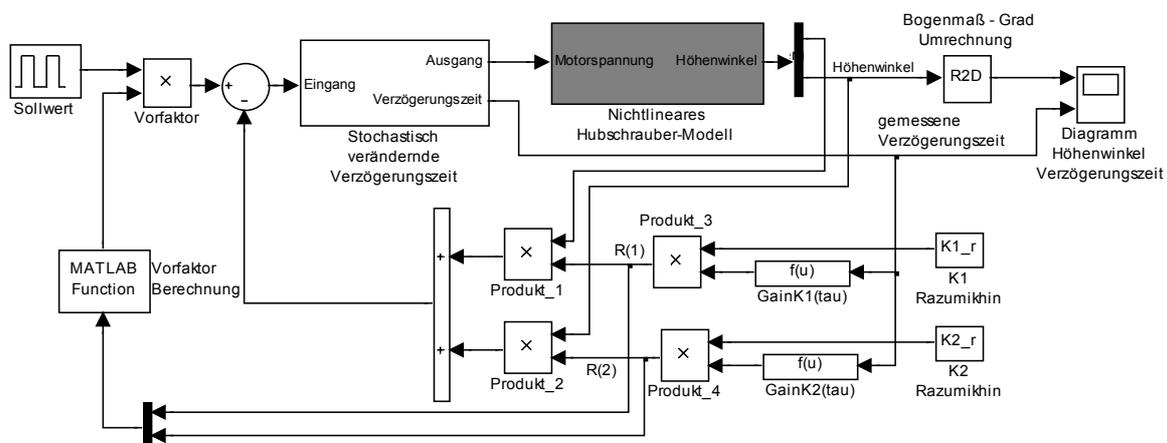


Abbildung 4-12: Simulation mit stochastischer Zeitverzögerung

Die Funktionen $GainK_1(\tau)$ und $GainK_2(\tau)$ berechnen die zusätzlichen Verstärkungsfaktoren, entsprechend Gleichung 4-33. Der vollständige Regelvektor aus Gleichung 4-31 ist in Abbildung 4-12 gekennzeichnet mit $r(1)$ und $r(2)$. Der Helikopter-Höhenwinkel wird zur besseren Veranschaulichung in das Gradmaß konvertiert.

Verifikation des adaptiven Reglers in der Simulation

Zur Simulation wird die stochastische Verzögerungszeit mit einer Rampenfunktion überlagert, um den gesamten betrachteten Zeitverzögerungsbereich durchlaufen zu können, siehe Abbildung 4-13 (unten). Die stochastische Totzeit variiert maximal mit 400 ms, die Gesamtverzögerung liegt bei unter einer Sekunde. Zur besseren Überprüfung des Regelverhaltens wird der Sollwert mit einem Pulsgenerator erzeugt, um für verschiedene Zeitverzögerungen die Sprungantworten zu erhalten, siehe Abbildung 4-13 (oben).

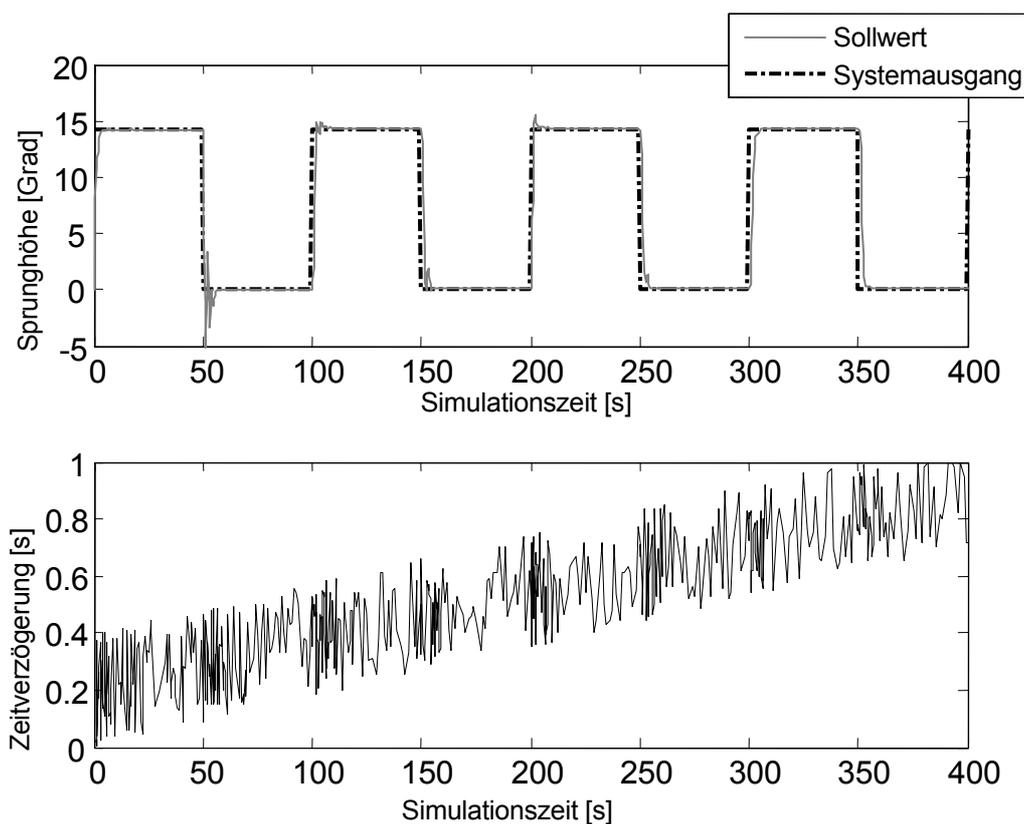


Abbildung 4-13: Sprungantworten der Simulation mit stochastischer Zeitverzögerung und adaptiver Regelung

Das Ergebnis der Simulation zeigt in Abbildung 4-13 ein sehr stabiles und schnelles Regelverhalten, sogar bei sehr großen Verzögerungszeiten liegt der maximale Überschwinger des Hubschrauberarmes unterhalb 5 Grad. Zum Vergleich zeigt

Abbildung 4-14 die Simulation mit den ursprünglich berechneten Reglerparametern des Ljapunow-Razumikhin-Ansatzes. Hier wird ab einer mittleren Zeitverzögerung von 0,5 Sekunden das System instabil und schwingt sich auf.

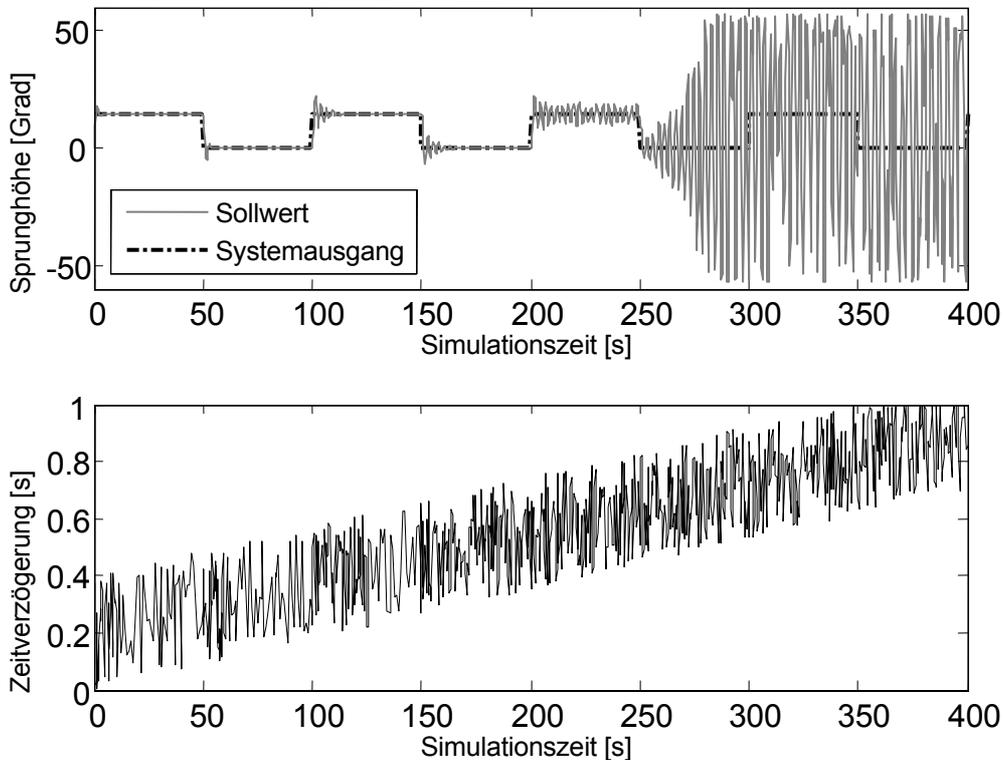


Abbildung 4-14: Sprungantworten mit stochastisch variabler Totzeit ohne adaptive Regelung

Kapitel 7.2 zeigt die adaptive Regelung am realen Hubschraubersystem, dabei wird die Regelung von einem entfernten Rechner durchgeführt und die Signale über das Internet übertragen.

4.3 Polstellenanalyse der Regelung mit Zeitverzögerung

Zur genaueren Stabilitätsanalyse ist nun von Interesse, wie die Pole des geschlossenen adaptiven Regelkreises sich bei variierender Zeitverzögerung verhalten. Kommerzielle regelungstechnische Programme bieten aber keine einfache Möglichkeit, die Polstellen eines Regelkreises mit Zeitverzögerung zu analysieren. Am „Department of Computer Science“ der Universität Leuven, Belgien, ist deshalb das Softwarepaket DDE-BIFTOOL entwickelt worden, um Totzeitsysteme mit Unsicherheiten (Störungen) zu analysieren. Es besteht aus einer Sammlung von Matlab-Routinen, die eine numerische Analyse der Polstellen ermöglichen. Dazu lassen sich die am weitesten rechts liegenden Pole der charakteristischen Gleichung

finden. Eine ausführliche Beschreibung der Software wird in [ENG 01], [MIC 01] und [MIC 02] gegeben. In den folgenden Abschnitten werden diese Matlab-Routinen für die Polstellenanalyse angewendet.

4.3.1 Polstellenanalyse der Regelung ohne Optimierung

Eine Polstellenanalyse für den Regelungsentwurf nach dem Razumikhin-Theorem (berechnet aus Kapitel 4.1) wird im Folgenden durchgeführt. Bei einer errechneten maximalen Zeitverzögerung von $\tau = 0,1585$ Sekunden werden deshalb die Pole mit größtem Realteil betrachtet. In Abbildung 4-15 ist ein konjugiert komplexes Polpaar bei $(-0,75 \pm 2j)$ aufgezeigt, der Regelkreis ist bei dieser berechneten maximalen Totzeit also stabil. Jedoch ist des Weiteren von Interesse, wie sich die Polstellen bei verschiedenen Verzögerungszeiten verhalten.

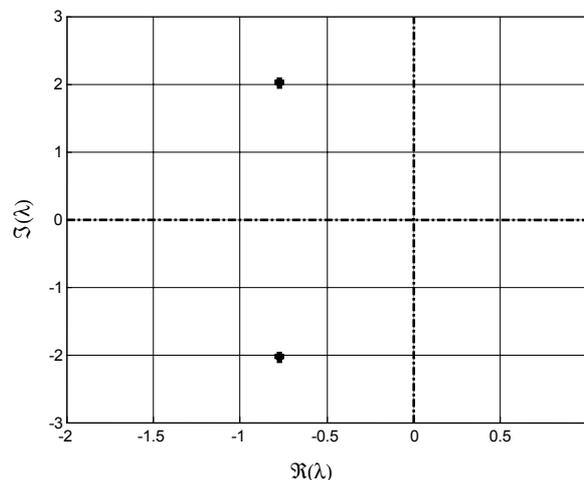


Abbildung 4-15: Pole des geschlossenen Regelkreises

Das Polpaar mit dem größten Realteil in Abhängigkeit der Zeitverzögerung ist in Abbildung 4-16 dargestellt, wobei die Zeitverzögerung im Bereich zwischen 0 und 1 Sekunde betrachtet wird. Bei ungefähr 0,55 Sekunden wird die Regelung instabil (die größten Realteile der Pole werden positiv).

Wie in Kapitel 2.2 erwähnt, wandern bei ansteigender Zeitverzögerung unendlich viele Pole in Richtung der positiven rechten Halbebene. In Abbildung 4-17 wächst die Zeitverzögerung von 0 auf 5 Sekunden an, wobei unendlich viele Polstellen aus dem Unendlichen der negativen reellen Halbebene erscheinen.

Bei einer festen Zeitverzögerung zwischen 0 und 0,55 Sekunden sind auf jeden Fall alle Pole negativ. Jedoch ist bei variierender Zeitverzögerung Vorsicht geboten. Eine

harmonisch variierende Zeitverzögerung mit einer ganz bestimmten Frequenz könnte das System theoretisch instabil machen [DUG 97]. Im dargestellten Beispiel müsste die harmonische Änderung der Zeitverzögerung für längere Zeit in der Nähe der Eigenfrequenz liegen (siehe Abbildung 7-11, etwa 0,5 Hz), und sich mit großer Amplitude (was der Zeitverzögerung entspricht) ändern.

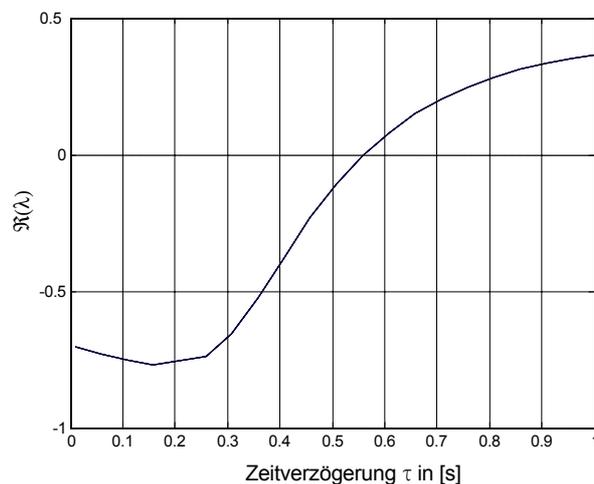


Abbildung 4-16: Größter Realteil der Pole bei wachsender Totzeit von 0 bis 1 Sekunde

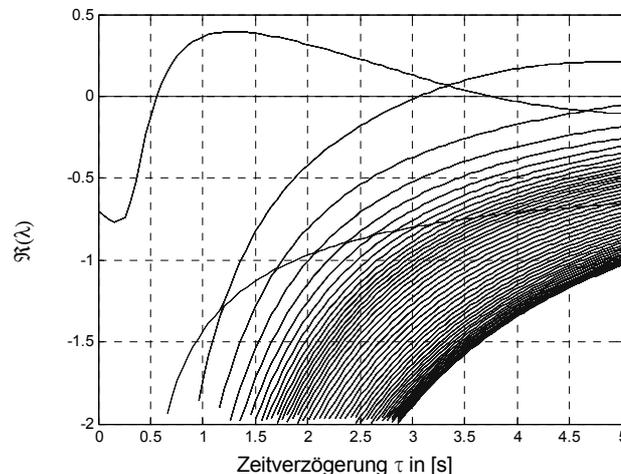


Abbildung 4-17: Unendlich viele Pole erscheinen bei einer ansteigenden Totzeit von 0 auf 5 Sekunden

Der Entwurf einer adaptiven Regelung wird deshalb eingesetzt, weil sich damit für jede Verzögerung die idealen Regelungsparameter aufschalten lassen, und das System somit in jedem Falle stabil bleibt.

4.3.2 Polstellenanalyse der optimierten adaptiven Regelung

Im Folgenden wird eine Polstellenanalyse der adaptiven Regelung aus Kapitel 4.2.1 durchgeführt. Entsprechend den Gleichungen 4-30, 4-31 und 4-33 wurde der

Reglervektor mit den konstanten Zeitverzögerungen ($\tau = 0,01; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1,0$ Sekunden) berechnet. Die Polstellen sind für die festen Totzeitwerte in Abbildung 4-18 eingetragen. Es liegen alle Pole auf der linken Halbebene, jedoch erscheinen bei den unterschiedlichen Regelungsvektoren verschiedene Arten von Polstellen:

- Ein konjugiert komplexes Polpaar
- Ein konjugiert komplexes Polpaar und ein realer Pol
- Ein einzelner realer Pol

Bei einer Zeitverzögerung von 0,8 Sekunden zeigt das geschlossene Regelungssystem nur einen realen Pol bei -1. Ein konjugiert komplexes Polpaar tritt bei einer Verzögerung von 0,01 und 1 Sekunde auf, für die Verzögerungen von 0,2; 0,4; 0,6 Sekunden erscheinen jeweils ein konjugiert komplexes Polpaar und ein realer Pol. Bei kontinuierlich steigender Zeitverzögerung sollten die Pole eine klare Kontinuität zeigen, wie das in Abbildung 4-17 der Fall ist [NIC 01]. Diese unterschiedlichen Polstellen sind hier auf die Veränderung der Regelungsparameter zurückzuführen. Wie eingangs erwähnt, erscheinen bei zunehmender Zeitverzögerung unendlich viele Pole von links aus dem Unendlichen, hier sind jedoch nur die signifikanten Pole nahe der imaginären Achse aufgezeichnet, die anderen Pole liegen aber viel weiter links der imaginären Achse, wie Abbildung 4-19 zeigt.

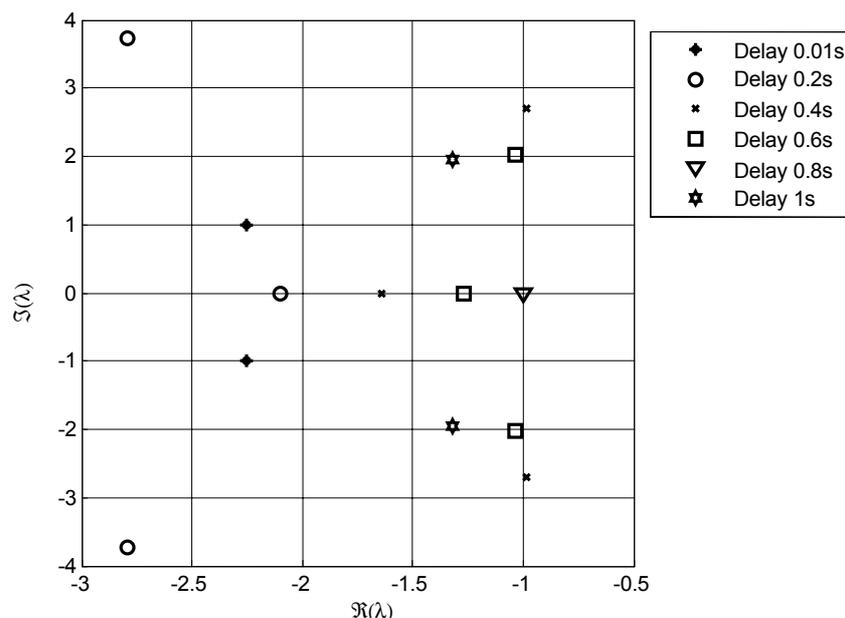


Abbildung 4-18: Polstellen des adaptiven Reglers bei diskreten Zeitverzögerungswerten

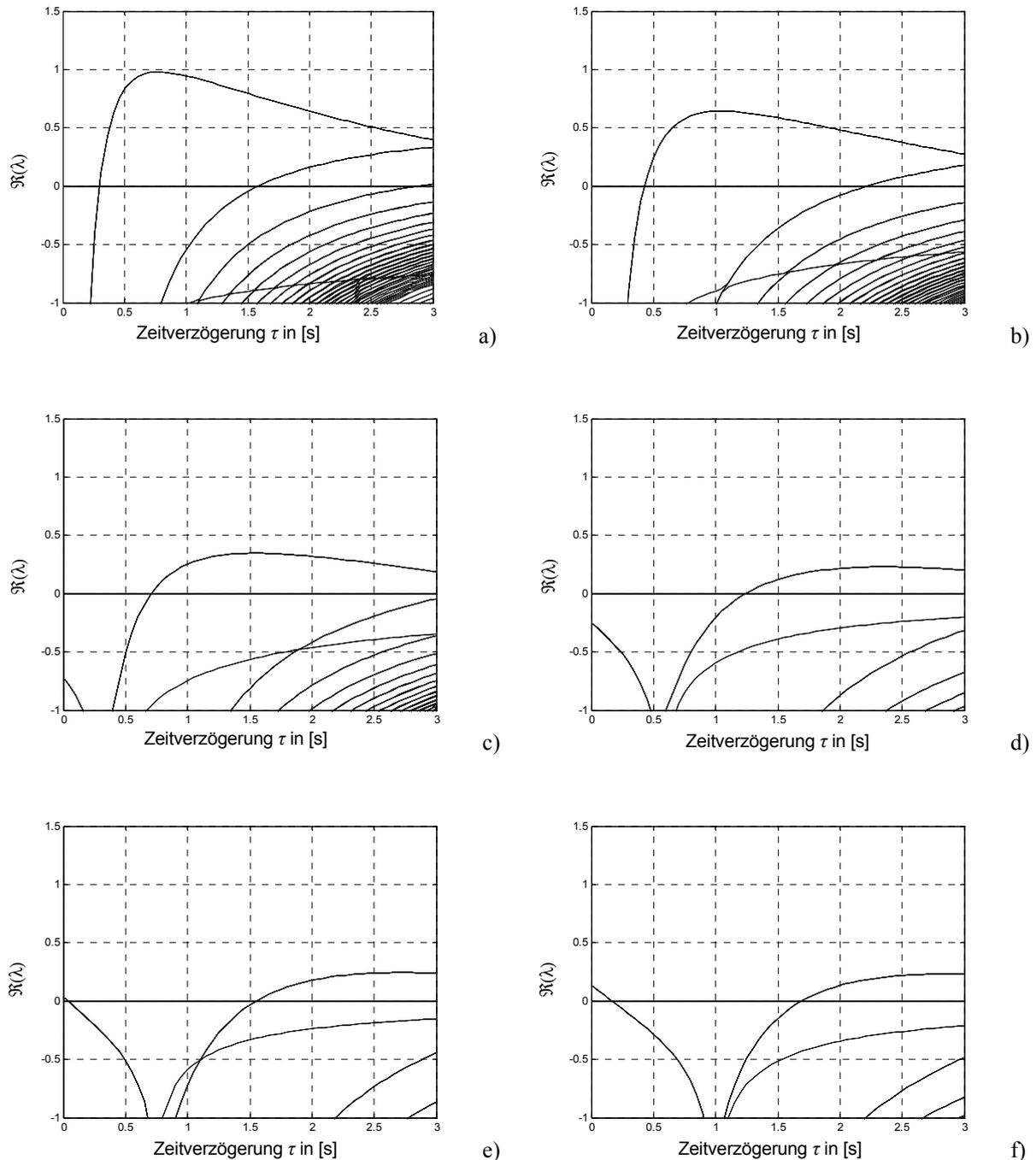


Abbildung 4-19: Größte Realteile der Pole für eine variierende Zeitverzögerung bei jeweils konstantem Regler, berechnet für a) $\tau = 0,01$ Sekunden; b) $\tau = 0,2$ Sekunden; c) $\tau = 0,4$ Sekunden; d) $\tau = 0,6$ Sekunden; e) $\tau = 0,8$ Sekunden; f) $\tau = 1,0$ Sekunde

Die Messung der Zeitverzögerung kann, wie in Kapitel 3.2.3 erläutert, nur von der Regelstrecke zur Regelung genau gemessen werden, die Verzögerung von der Regelung zurück zur Strecke lässt sich aber nur schätzen (bei synchronem Datenkanal). Es ist deshalb nun von Interesse, in welchem Bereich die Zeitverzögerung variieren kann (unter Beibehaltung des Reglervektors), bis das

geschlossene System instabiles Verhalten zeigt. In Abbildung 4-19 sind die maximalen Realteile der Pole in Abhängigkeit der Totzeit aufgetragen. Entsprechend den angegebenen diskreten Zeitverzögerungen wurden die Reglervektoren berechnet und Polstellenanalysen durchgeführt.

In Abbildung 4-19 sind die größten auftretenden Realteile der Pole in Abhängigkeit der Zeitverzögerung aufgezeichnet. Zu beachten ist, dass der Regelungsvektor für die einzelnen angegebenen Zeitverzögerungen berechnet und dann konstant gehalten wurde. Diagramm a) zeigt, dass der Regelkreis ab einer Zeitverzögerung von 0,3 Sekunden instabil wird, der Regler wurde für eine Totzeit von 0,01 Sekunde berechnet. In Diagramm b) liegt die Zeitverzögerung bei ungefähr 0,4 Sekunden, bis die Realteile der Pole in die positive reelle Halbebene wandern, mit einem Regler entworfen für eine Totzeit von 0,2 Sekunden. Für die Diagramme c) und d) verhält es sich entsprechend gleich. In e) und f) ist zusätzlich zu erkennen, dass bei sehr kleinen wie auch großen Zeitverzögerungen das System instabil ist und nur in einem bestimmten Bereich stabil bleibt.

Dies muss bei der hier vorgestellten Regelung auch nicht berücksichtigt werden, da solche Laufzeitdifferenzen nicht auftreten können, siehe Kapitel 3.2.3.

Die unzähligen Pole, welche von $Re(-\infty)$ her in Richtung imaginäre Achse wandern, sind sehr gut zu sehen, in Abbildung 4-18 sind diese wandernden Polstellen nicht dargestellt, da die Zeitverzögerung konstant war. Tabelle 4-1 fasst die wichtigsten Werte von Abbildung 4-19 noch einmal zusammen, für die der Regelkreis ein stabiles Verhalten zeigt, d.h. der Realteil der Pole negativ ist.

Tabelle 4-1: Intervall der Zeitverzögerung für Stabilität im Regelkreis

Diagramm in Abbildung 4-19	Regelung berechnet für eine Totzeit von	Stabilität bei einer Zeitverzögerung τ von
a)	0,01 Sekunden	0 bis 0,3 Sekunden
b)	0,2 Sekunden	0 bis 0,43 Sekunden
c)	0,4 Sekunden	0 bis 0,7 Sekunden
d)	0,6 Sekunden	0 bis 1,24 Sekunden
e)	0,8 Sekunden	0,04 bis 1,55 Sekunden
f)	1,0 Sekunde	0,17 bis 1,7 Sekunden

5 Adaptiver Regler mit endlicher Einstellzeit für stochastische Zeitverzögerungen

Ein Regler mit endlicher Einstellzeit ist in der Literatur auch bekannt unter dem Namen „Dead-Beat-Regler“ oder „Finite-Settling-Time-Controller“, welche hier als Synonyme verwendet werden. Es ist ein diskreter Regler, zu dem es keine vergleichbare kontinuierliche Regelung gibt. Anders als bei einem PID-Regler zeichnet er sich dadurch aus, dass nach einem Führungssprung die Regelgröße diesen Wert nach endlicher Zeit t erreicht. Diese endliche Zeit ist definiert als n Abtastschritte, wobei n der Ordnung des Streckenmodells entspricht. Das Entwurfsprinzip der Regelung nutzt den zeitdiskreten Charakter des Regelkreises. Wenn durch auftretende Bandbreitenbegrenzungen nur wenige Datenpakete übertragen werden können und somit ein quasi-kontinuierliches Modell nicht mehr zugrunde gelegt werden kann, dann lässt sich dieser Ansatz bei einer Regelung über das Internet sehr gut anwenden. Der Regelungsentwurf für ein System mit endlicher Einstellzeit besagt, dass sämtliche Wurzeln der charakteristischen Gleichung in den Ursprung der z -Ebene fallen müssen. Der Regelungsentwurf sowie die Implementierung sind recht einfach zu realisieren, trotzdem findet diese Art von Regelung selten ihren Einsatz. Lässt sich das mathematische Modell der Strecke nicht genau bestimmen, liefert die spätere Regelung ein meist unbefriedigendes Verhalten. Der hier zu Nutzen kommende Vorteil erlaubt schon beim Entwurf der Regelung eine Totzeit mit zu berücksichtigen, verursacht durch die Datenübertragung über ein Netzwerk von und zur Regelstrecke. Als Einschränkung gilt jedoch, dass die Zeitverzögerung ein Vielfaches der Abtastrate sein muss.

In Abhängigkeit der Zeitverzögerung im Regelkreis soll im Folgenden ein adaptiver Regler mit endlicher Einstellzeit entwickelt werden, der anhand der gemessenen Zeitverzögerung die Reglerübertragungsfunktion verändert, um somit bei variierenden Signallaufzeiten eine stabile Regelung bereitzustellen.

Die mathematische Herleitung für einen Regler mit endlicher Einstellzeit findet sich in vielen Standardwerken der Regelungstechnik, jedoch gibt es verschiedene Vorgehensweisen der Herleitung. Die unten angegebene eignet sich jedoch besonders gut, um eine Veränderung der Abtastrate unter Beibehaltung der Stellgröße zu erreichen. Sie stammt von [ROT 02c] und soll hier deshalb noch einmal gezeigt werden. Darauf folgend wird eine Vorgehensweise zur Erhöhung der Abtastrate unter

Beibehaltung der Stellgröße hergeleitet. Im Anschluss daran wird die Totzeit entsprechend in die Regelung mit integriert, um zuletzt einen adaptiven Regler zu entwerfen, welcher sich entsprechend den variierenden Signallaufzeiten anpasst [ROE 05b].

5.1 Klassischer Dead-Beat-Reglerentwurf

Bei der Herleitung des Dead-Beat-Reglers wird angenommen, die Führungsübertragungsfunktion in einem „gewissen Rahmen“ zu kennen. Dadurch lassen sich die Reglerparameter nach Vorgabe der Führungsübertragungsfunktion bestimmen. Regelgröße und Stellgröße sollen nach endlicher Zeit den Endwert erreicht haben, ein Einheitssprung wird dabei als Sollwert aufgeschaltet. Ausgehend von einer nicht sprungfähigen Strecke taucht deshalb in Gleichung 5-1 die Variable b_0 nicht auf. Abbildung 5-1 zeigt den geschlossenen diskreten Regelkreis mit Totzeitglied, die Zeitverzögerung d ist das multiplikative Vielfache der Abtastrate und entspricht der Signalübertragung im Netzwerk.

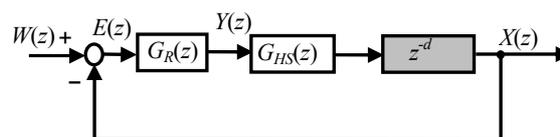


Abbildung 5-1: Geschlossener Regelkreis des zeitdiskreten Systems

Im obigen Regelkreis ist $W(z)$ die Führungsgröße, $E(z)$ die Regeldifferenz, $Y(z)$ die Stellgröße und $X(z)$ die Regelgröße. Im Folgenden wird zuerst die Berechnung eines Reglers für ein System ohne Totzeit nach [ROT 02c] gezeigt. Die Erhöhung der Abtastrate in Kapitel 5.2.1 hergeleitet, womit dann in Kapitel 5.2.2 variierende Totzeiten in den Regelungsentwurf eingearbeitet werden.

Reglerberechnung ohne Totzeit

Bei der Betrachtung einer Strecke ohne Totzeit ($d = 0$) soll durch eine sprungförmige Änderung der Führungsgröße zum Zeitpunkt $t = 0$ die Regeldifferenz nach m Abtastschritten Null werden. Als Übertragungsfunktion der Strecke gilt die allgemeine Form

$$G_{HS}(z) = \frac{b_1 z^{-1} + \dots + b_n z^{-n}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}}, \quad 5-1$$

vorausgesetzt die Führungsübertragungsfunktion ist gegeben durch

$$G_{WX}(z) = \frac{X(z)}{W(z)} = \frac{G_R(z) \cdot G_{HS}(z)}{1 + G_R(z) \cdot G_{HS}(z)}. \quad 5-2$$

Nach m Abtastschritten muss

$$w(k) = x(k) = 1 \quad 5-3$$

für $k \geq m$ erfüllt sein (endliche Einstellzeit). Des Weiteren folgt, dass die Stellgröße für $k \geq m$ konstant sein muss:

$$y(k+1) = y(k). \quad 5-4$$

Als Führungsgröße wird ein Einheitssprung aufgeschaltet, welcher sich im z -Bereich

durch $W(z) = \frac{z}{z-1} = \frac{1}{1-z^{-1}}$ darstellen lässt. Es folgt für die Stell- und Ausgangsgröße

$$X(z) = x(1) \cdot z^{-1} + x(2) \cdot z^{-2} + \dots + 1(z^{-m} + z^{-(m+1)} + \dots) \quad 5-5$$

$$Y(z) = y(0) + y(1) \cdot z^{-1} + \dots + y(m)(z^{-m} + z^{-(m+1)} + \dots), \quad 5-6$$

damit wird Gleichung 5-2 zu

$$G_{WX}(z) = \frac{X(z)}{W(z)} = (1-z^{-1}) \left[x(1) \cdot z^{-1} + x(2) \cdot z^{-2} + \dots + 1(z^{-m} + z^{-(m+1)} + \dots) \right] \quad 5-7$$

$$G_{WX}(z) = p_1 \cdot z^{-1} + p_2 \cdot z^{-2} + \dots + p_m \cdot z^{-m} = P(z), \quad 5-8$$

mit $p_1 = x(1)$; $p_2 = x(2) - x(1)$; \dots $p_m = 1 - x(m-1)$; $\sum_{i=1}^m p_i = 1$.

Die Übertragungsfunktion von der Führungsgröße zur Stellgröße ergibt sich zu

$$G_{WY}(z) = \frac{Y(z)}{W(z)} = (1-z^{-1}) \left[y(1) \cdot z^{-1} + y(2) \cdot z^{-2} + \dots + y(m)(z^{-m} + z^{-(m+1)} + \dots) \right], \quad 5-9$$

$$G_{WY}(z) = q_0 + q_1 \cdot z^{-1} + \dots + q_m \cdot z^{-m} = Q(z), \quad 5-10$$

mit $q_0 = y(0)$; $q_1 = y(1) - y(0)$; $q_2 = y(2) - y(1)$; \dots $q_m = y(m) - y(m-1)$; $\sum_{i=0}^m q_i = y(m)$.

Durch Umformung von Gleichung 5-2 lässt sich nun der Regler berechnen zu

$$G_R(z) = \frac{1}{G_{HS}(z)} \cdot \frac{G_{WX}(z)}{1 - G_{WX}(z)}. \quad 5-11$$

Unter Berücksichtigung der Gleichungen 5-8 und 5-10 folgt weiter

$$G_{HS}(z) = \frac{X(z)}{Y(z)} = \frac{\frac{X(z)}{W(z)}}{\frac{Y(z)}{W(z)}} = \frac{G_{WX}(z)}{G_{WY}(z)} = \frac{P(z)}{Q(z)}. \quad 5-12$$

Aus den Gleichungen 5-8, 5-11 und 5-12 ergibt sich nun die Übertragungsfunktion des Reglers zu

$$G_R(z) = \frac{Q(z)}{P(z)} \cdot \frac{P(z)}{1-P(z)} = \frac{Q(z)}{1-P(z)}. \quad 5-13$$

Aus dem Vergleich von 5-1 mit 5-12 ergeben sich die Reglerkoeffizienten $P(z)$ und $Q(z)$.

$$\frac{b_1 z^{-1} + \dots + b_n z^{-n}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}} = \frac{p_1 z^{-1} + p_2 z^{-2} + \dots + q_m z^{-m}}{q_0 \left(1 + \frac{q_1}{q_0} z^{-1} + \dots + \frac{q_m}{q_0} z^{-m} \right)} \quad 5-14$$

Durch einen Koeffizientenvergleich folgt allgemein

$$\begin{aligned} q_1 &= q_0 \cdot a_1; & q_2 &= q_0 \cdot a_2; & \dots & q_m = q_0 \cdot a_m; & q_0 &= \sum_{i=1}^m \frac{1}{b_i}. \\ p_1 &= q_0 \cdot b_1; & p_2 &= q_0 \cdot b_2; & \dots & p_m = q_0 \cdot b_m; \end{aligned} \quad 5-15$$

Aus den Gleichungen 5-13 und 5-15 folgt die Übertragungsfunktion des Reglers mit

$$G_R(z) = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + \dots + q_m z^{-m}}{1 - p_1 z^{-1} - \dots - p_m z^{-m}}. \quad 5-16$$

Dieser Regelungsansatz legt zu Grunde, dass die Strecke nach m Abtastschritten den Sollwert erreicht haben muss. Da ein dynamisches System in der Regel eine Begrenzung im Eingang hat, kann es nicht beliebig stark angesteuert werden. Die Stellgröße ist somit begrenzt und die Zeit zum Erreichen des Sollwertes lässt sich nicht beliebig klein wählen. Diese Begrenzung ist bei der Auslegung der Abtastzeit zu berücksichtigen. Im obigen Regelungsentwurf taucht die Abtastzeit nicht auf, da sie in der diskreten Übertragungsfunktion $G_{HS}(z)$ der Strecke steckt. Verändert sich die Abtastzeit, verändert sich auch $G_{HS}(z)$.

5.2 Erweiterung des Dead-Beat-Reglers

Wie in Abschnitt 5.1 erläutert, lässt sich die Abtastzeit nicht beliebig klein wählen. Das Ziel ist nun, einen adaptiven Regler zu entwerfen, um auf sehr kleine Änderungen der Totzeit reagieren zu können. Die Totzeit ist als ein ganzzahlig Vielfaches der Abtastzeit

definiert, kann also nicht kleiner als die Abtastzeit selbst sein bzw. keine Zwischenwerte annehmen. Folgend wird ein Ansatz zur Reduktion der Abtastzeit präsentiert, um dann eine adaptive Regelung mit variabler (kleiner) Zeitverzögerung berechnen zu können.

5.2.1 Verkleinerung der Abtastzeit unter Beibehaltung der Stellgröße

Die Vorgehensweise zur Verringerung der Abtastzeit wird nun an einer Strecke erster Ordnung der Form

$$G(s) = \frac{1}{1 + sT} \quad 5-17$$

hergeleitet, mit $T = 2$ und Begrenzung der Eingangsgröße durch den maximalen Wert 2. Die Übertragungsfunktion im z-Bereich folgt als

$$G(z) = (1 - z^{-1}) L \left\{ \frac{G(s)}{s} \right\} = \frac{(1 - c)z^{-1}}{1 - cz^{-1}} = \frac{b_1 z^{-1}}{1 - a_1 z^{-1}}, \quad 5-18$$

mit $c = e^{-\frac{T_i}{T}}$ und der Abtastrate T_i . Die Parameter des klassischen Dead-Beat-Reglers lassen sich entsprechend der Herleitung vom vorigen Abschnitt berechnen zu

$$G_R(z) = \frac{q_0 + q_1 z^{-1}}{1 - p_1 z^{-1}} \quad 5-19$$

$$q_0 = \frac{1}{b_i} = \frac{1}{1 - c}; \quad q_1 = a_1 \cdot q_0 = \frac{c}{1 - c}; \quad p_1 = q_0 \cdot b_1. \quad 5-20$$

Ausgehend von einem System in Ruhelage und einem Sollwertsprung als Eingang, ist der erste Ausgangswert der Regelung q_0 . Da der maximale Eingang der Strecke 2 ist,

folgt direkt $q_0 = \frac{1}{1 - c} \leq 2$ und damit für die Abtastzeit $T_i \geq -T \cdot \ln\left(\frac{1}{2}\right) = 1,39$.

Für $T_i = 2$ lassen sich nun die Reglerparameter berechnen zu

$$q_0 \approx 1,58; \quad q_1 \approx -0,58; \quad p_1 \approx 1.$$

Ausgehend von einem System in Ruhelage ist der Ausgang des Reglers in Abbildung

5-2 a) dargestellt, was dem Polynom $Q(z) = \frac{Y(z)}{W(z)} = q_0 + q_1 z^{-1}$ entspricht. Unter

Beibehaltung des Reglerausgangsverhaltens ist die Abtastzeit zu verkleinern. Abbildung 5-2 a) zeigt den Reglerausgang mit den oben berechneten Parametern und

einer Sprungfunktion am Eingang. Das Diagramm in Abbildung 5-2 b) zeigt dasselbe Verhalten, jedoch mit einer zehnmal höheren Abtastrate.

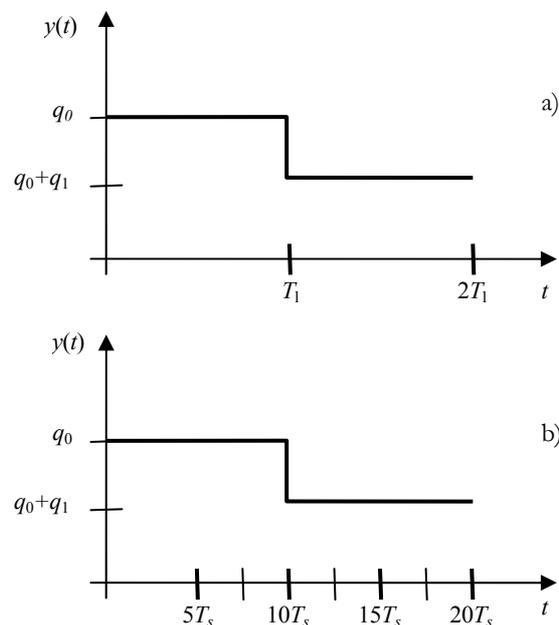


Abbildung 5-2: a) Reglerausgang des klassischen Dead-Beat-Reglers
b) Reglerausgang mit einer erhöhten Abtastrate mit: $T_l = 10 \cdot T_s$

Ausgehend von der ursprünglichen Abtastrate T_l und der neuen verkleinerten Abtastzeit T_s kann das Verhältnis angegeben werden zu: $r = T_l / T_s = 10$, für $r \in \mathbb{N}^+$. Um den Reglerausgang beizubehalten, muss $Q(z)$ entsprechend Abbildung 5-2 angepasst werden zu $Q(z) = q_0 + q_1 z^{-10}$, allgemein ausgedrückt folgt

$$Q(z) = q_0 + q_1 \cdot z^{-(1 \cdot r)} + q_2 \cdot z^{-(2 \cdot r)} + \dots + q_m \cdot z^{-(m \cdot r)}. \quad 5-21$$

Da sich $Q(z)$ geändert hat, muss der Regler ebenfalls neu berechnet werden. Ausgehend vom Führungseingang zum Stellgrößenausgang ergibt sich die Übertragungsfunktion zu

$$Q_s(z) = \frac{Y(z)}{W(z)} = \frac{G_R(z)}{1 + G_R(z) \cdot G_{Hs}(z)}. \quad 5-22$$

Zur besseren Darstellung wird Gleichung 5-22 durch den Regelkreis in Abbildung 5-3 repräsentiert, welcher mit dem aus Abbildung 5-1 für $d = 0$ identisch ist (keine Totzeit).

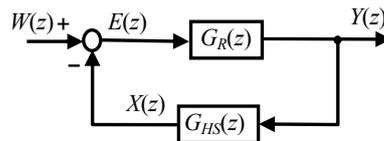


Abbildung 5-3: Regelkreis mit Betrachtung der Übertragungsfunktion vom Führungseingang zum Stellgrößenausgang

Die Übertragungsfunktion der Strecke ist jetzt neu zu berechnen, da die Abtastzeit verändert wurde, abschließend lässt sich die Reglerübertragungsfunktion neu berechnen mit

$$G_R(z) = \frac{Q_s(z)}{1 - Q_s(z) \cdot G_{HS}(z)}. \quad 5-23$$

Kurze Zusammenfassung

Mit dem Regler aus Gleichung 5-23 wurde nun erreicht, dass ohne die Stellgröße zu verändern die Abtastzeit verkleinert wurde (in Bezug auf den ursprünglichen Ansatz mit niedriger Abtastrate). Die Einschwingzeit (betrachtet in Sekunden, nicht in Abtastschritten) hat sich aber nicht verändert. Das System benötigt nicht n Abtastzeiten, bis es eingeschwungen ist (wie der ursprüngliche Regler mit endlicher Einstellzeit in [ROT 02c] definiert ist), sondern $n \cdot r$ Abtastzeiten. Im Folgenden wird nun gezeigt, wie sich dies auf eine adaptive Regelung mit variabler Zeitverzögerung anwenden lässt.

5.2.2 Totzeit im Regelkreis

Beim Dead-Beat-Regler kann die Totzeit als ganzzahliges Vielfaches der Abtastzeit mit in den Regelungsentwurf eingebracht werden. In Kapitel 5.2.1 ist eine Vorgehensweise dargestellt, wie sich die Abtastzeit verkleinern lässt. Dieser Ansatz ermöglicht die Berücksichtigung wesentlich kleinerer Zeitverzögerungen im Regelkreis, wie in einem späteren Beispiel noch gezeigt wird.

Die Berücksichtigung der Totzeit erfolgt durch ein Zusammenführen der Streckenübertragungsfunktion mit dem Totzeitglied. Entsprechend Abbildung 5-1 folgt nun für die Strecke mit Zeitverzögerung

$$G_{HS}(z) = \frac{b_1 z^{-1} + \dots + b_n z^{-n}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}} \cdot z^{-d} = \frac{b_1 z^{-(1+d)} + \dots + b_n z^{-(n+d)}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}}, \quad 5-24$$

für $d \in \mathbb{N}$ und $d \geq 0$. Die Zeitverzögerung d repräsentiert ein ganzzahlig Vielfaches der Abtastzeit und berechnet sich durch

$$d = \frac{\tau}{T_s} . \quad 5-25$$

Das Regelgesetz in vollständiger Form mit Berücksichtigung der Streckenübertragungsfunktion (5-24) und der Reglergleichung aus (5-23) lässt sich ausdrücken als

$$G_R(z) = \frac{Q_s(z)}{1 - Q_s(z)G_{HS}(z)} = \frac{q_0 + q_1 z^{-(1 \cdot r)} + q_2 z^{-(2 \cdot r)} + \dots + q_m z^{-(m \cdot r)}}{1 - \left[\left(q_0 + q_1 z^{-(1 \cdot r)} + \dots + q_m z^{-(m \cdot r)} \right) \cdot \frac{b_1 z^{-(1+d)} + \dots + b_n z^{-(n+d)}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}} \right]} . \quad 5-26$$

Auffallend in der Berechnung des Reglers aus Gleichung 5-26 ist, dass nur das Nennerpolynom von der Zeitverzögerung d abhängt. Bei der Implementierung eines adaptiven Reglers verringert sich der Rechenaufwand somit wesentlich, um sich an die variable Totzeit anzupassen, siehe dazu Kapitel 5.3.

5.2.3 Stochastische Veränderung der Totzeit

Die hergeleitete Regelung in Gleichung 5-26 benötigt eine sehr genaue Angabe der Zeitverzögerung, um ein gutes Regelverhalten aufzuweisen. Die Zeitverzögerung in Gleichung 5-25 kann nur diskrete Werte annehmen, jedoch tritt im Netzwerk eine stochastische Zeitverzögerung auf, die beliebige Werte annehmen kann. Abbildung 5-4 zeigt eine Erweiterung des Regelkreises mit einer zusätzlichen „künstlichen“ Zeitverzögerung T_{add} , wobei Folgendes gelten muss

$$\tau = d \cdot T_s + T_{add} , \quad 5-27$$

dabei ist τ die tatsächlich gemessene Totzeit im Regelkreis und $T_{add} < T_s$.

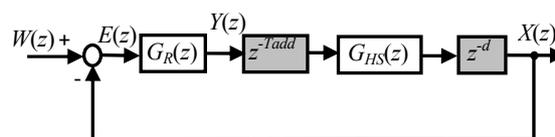


Abbildung 5-4: Zusätzliche „künstliche“ Zeitverzögerung im Regelkreis

Die zusätzliche (künstliche) Totzeit T_{add} lässt sich durch eine kurze Wartezeit vor dem Aussenden des Datenpaketes mit in die Regelung einarbeiten. In der realen Anwendung ist jedoch zu prüfen, ob die Implementierung einer zusätzlichen

Verzögerung überhaupt notwendig ist. Wie in der späteren Simulation noch gezeigt wird, kann die Zeitverzögerung durchaus in einem gewissen Bereich variieren, ohne dabei das Regelungsverhalten stark zu beeinflussen.

5.3 Adaptive Regelung mit Totzeit

Um auf eine variierende Zeitverzögerung reagieren zu können, ist für den Ansatz der Dead-Beat-Regelung ein adaptiver Regler notwendig. Am Beispiel des Hubschraubermodells (beschrieben in Kapitel 7.2.1), wird im Folgenden eine adaptive Regelung vorgestellt.

Die Übertragungsfunktion des Helikopter-Höhenwinkel-Modells ist im Laplace-Bereich gegeben mit

$$G_{HS}(s) = \frac{0,2607}{s^2 + 0,07441s + 2,904}. \quad 5-28$$

Da der Streckeneingang begrenzt ist (durch die maximal zulässige Motorspannung), darf die Stellgröße diese nicht überschreiten. Bei einer Abtastzeit von 0,5 s lässt sich die Strecke zweiter Ordnung innerhalb von zwei Abtastschritten ausregeln, die Stellgröße bleibt dabei in dem erlaubten Bereich. Die Streckenübertragungsfunktion im z-Bereich ergibt sich dann zu

$$G_{HS}(z) = \frac{0,03029z + 0,02991}{z^2 - 1,293z + 0,9635}. \quad 5-29$$

Mit einer Abtastzeit von $T_l = 0,5$ s lässt sich die Regelung nach Gleichung 5-15 berechnen zu

$$G_R(z) = \frac{q_0 + q_1z^{-1} + q_2z^{-2}}{1 - p_1z^{-1} + p_2z^{-2}} = \frac{16,6115 - 21,4770z^{-1} + 16,0048z^{-2}}{1 - 0,5032z^{-1} + 0,4968z^{-2}}. \quad 5-30$$

Das Helikopter-System und der Regelungscomputer sind über ein Netzwerk verbunden, in dem Signallaufzeiten von 0...0,5 s auftreten können (siehe dazu auch Kapitel 3.2.3). Um eine adaptive Regelung zu entwerfen, muss die Abtastzeit des Systems wesentlich kleiner sein als die maximal auftretende Zeitverzögerung im Netzwerk. Zuerst ist nun die Abtastzeit auf $T_s = 0,01$ Sekunden zu reduzieren.

$$r = \frac{T_l}{T_s} = \frac{0,5s}{0,01s} = 50 \quad 5-31$$

Entsprechend der Reglerübertragungsfunktion aus 5-30 muss der Zähler neu berechnet werden zu

$$Q_s(z) = 16,6115 - 21,4770z^{-50} + 16,0048z^{-100}. \quad 5-32$$

Wegen der Änderung der Abtastzeit ist auch die Übertragungsfunktion der Strecke neu zu berechnen, sie ergibt sich zu

$$G_{HS}(z) = \frac{1,303 \cdot 10^{-5} z^{-1} + 1,303 \cdot 10^{-5} z^{-2}}{1 - 1,999z^{-1} + 0,9993z^{-2}}. \quad 5-33$$

Der endgültige Regler für eine Strecke mit erhöhter Abtastrate und Zeitverzögerung im Regelkreis lässt sich entsprechend Gleichung 5-26 ausdrücken als

$$G_R(z) = \frac{num(z)}{den(z)}, \quad 5-34$$

mit dem konstanten Zähler (verzögerungsunabhängig)

$$num(z) = q_0 + q_0 a_1 z^{-1} + q_0 a_2 z^{-2} + q_1 z^{-50} + q_1 a_1 z^{-51} + q_1 a_2 z^{-52} + q_2 z^{-100} + q_2 a_1 z^{-101} + q_2 a_2 z^{-102}, \quad 5-35$$

und den verschiedenen totzeitabhängigen Nennern:

Für $d = 0$ (keine Totzeit):

$$den(z) = 1 + (a_1 - q_0 b_1) z^{-1} + (a_2 - q_0 b_2) z^{-2} - q_1 b_1 z^{-51} - q_1 b_2 z^{-52} - q_2 b_1 z^{-101} - q_2 b_2 z^{-102} \quad 5-36$$

Für $d = 1$ (Totzeit entspricht einem Abtastintervall):

$$den(z) = 1 + a_1 z^{-1} + (a_2 - q_0 b_1) z^{-2} - q_0 b_2 z^{-3} - q_1 b_1 z^{-52} - q_1 b_2 z^{-53} - q_2 b_1 z^{-102} - q_2 b_2 z^{-103} \quad 5-37$$

Für $d > 1$ (Totzeit ist größer als ein Abtastintervall):

$$den(z) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} - q_0 b_1 z^{-(1+d)} - q_0 b_2 z^{-(2+d)} - q_1 b_1 z^{-(51+d)} - q_1 b_2 z^{-(52+d)} - q_2 b_1 z^{-(101+d)} - q_2 b_2 z^{-(102+d)} \quad 5-38$$

Die obigen Nennerpolynome verändern sich leicht für $d = 0$ und $d = 1$. Für $d > 1$ bleiben die Parameter konstant, nur die Exponenten von z ändern sich. Bei einer Implementierung des Reglers für $d > 1$ ist also nur die Anzahl der Nullen zwischen den Parametern innerhalb eines Polynoms entsprechend der Totzeit zu verändern. Im

folgenden Kapitel wird eine Simulation dargestellt, die eine adaptive Anpassung der Regelungsparameter durch Messung der Zeitverzögerung ermöglicht.

5.4 Simulation mit variabler Totzeit

In Abhängigkeit der Signallaufzeit im Netzwerk verändert ein adaptiver Dead-Beat-Regler die Reglerübertragungsfunktion und sorgt dadurch für ein stabiles Regelungsverhalten. Die Zeitverzögerung ist während der Regelung möglichst genau und kontinuierlich zu messen. Bei einer realen Regelung ist dies mit den Techniken, die in Kapitel 3 beschrieben werden, durchzuführen.

Da sich die Verzögerungszeit zur Regelungsberechnung nur vom Hubschrauber-Rechner zum Regelungscomputer messen lässt, wird die Signallaufzeit für den Rückweg als dieselbe Laufzeit wie für den Hinweg angenommen (symmetrischer Datenkanal), Abbildung 5-5 zeigt das Simulationsmodell.

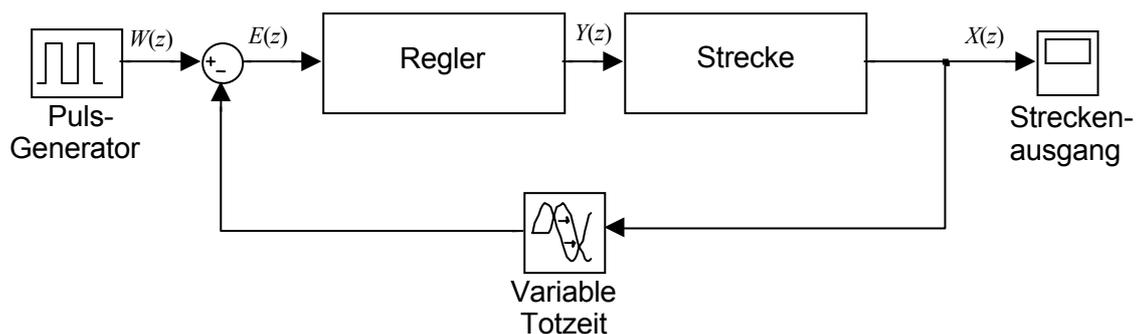


Abbildung 5-5: Simulation des Dead-Beat-Reglers mit variabler Totzeit

Da es sich um lineare Glieder handelt, lassen sich die zwei auftretenden Signallaufzeiten im Vorwärts- und Rückwärtszweig zu einer Verzögerungszeit zusammenfassen.

5.4.1 Simulation mit exakt messbarer Zeitverzögerung

Die Serie von Sprungantworten des Regelkreises zeigt in Abbildung 5-6 ein sehr stabiles Verhalten bei einer sich sprunghaft ändernden Zeitverzögerung. Mit zunehmender Simulationszeit wurde die Zeitverzögerung entsprechend Abbildung 5-7 vergrößert. Die gestrichelte Kurve in Abbildung 5-6 zeigt die Systemantwort, aufgenommen direkt nach der Regelstrecke, die gepunktete Kurve entspricht dem Signal nach dem Totzeitglied (siehe Abbildung 5-5). Dieses gepunktete Signal verschiebt sich mit zunehmender Simulationszeit nach rechts, entsprechend der wachsenden Zeitverzögerung. Die Totzeit steigt treppenförmig während der zwanzig

Sekunden dauernden Simulationszeit von 0 auf 0,9 Sekunden an, entsprechend Abbildung 5-7.

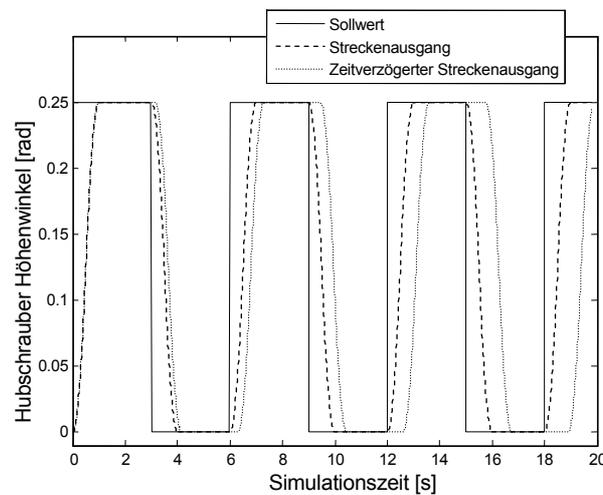


Abbildung 5-6: Sprungantworten bei treppenförmig wachsender Zeitverzögerung

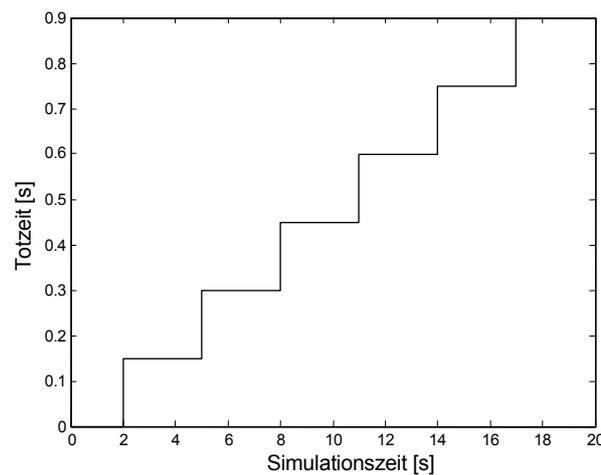


Abbildung 5-7: Treppenförmig ansteigende Zeitverzögerung von 0 auf 0,9 Sekunden

5.4.2 Simulation mit nicht messbaren Störungen in der Laufzeitmessung

Bei einer realen Regelung über das Netzwerk treten stochastisch variierende Zeitverzögerungen auf. Für die Reglerberechnung lässt sich nur die gemessene Signallaufzeit zwischen der Strecke und dem Regler heranziehen, welche dann als gesamte Totzeit im Regelkreis einfach verdoppelt wird. Die stochastischen Laufzeitänderungen vom Regler zur Strecke können in der Berechnung des Reglers nicht berücksichtigt werden und verursachen somit Störungen, welche ein negatives Verhalten auf die gesamte Regelung zur Folge haben.

Abbildung 5-8 zeigt eine Serie von Sprungantworten, für die der Sollwert nicht mehr so gut folgen kann, wie es in Abbildung 5-6 der Fall war. Die hier zur Reglerberechnung gemessene Totzeit ist in Abbildung 5-9 mit der gestrichelten breiten schwarzen Kurve dargestellt. Die tatsächlich auftretende Totzeit zeigt die graue Kurve, welche mit einer Störung von $\pm 0,2$ Sekunden das gemessene Totzeitsignal stört. Trotz dieser stark verrauschten Messung zeigt der Regelkreis noch ein sehr stabiles Verhalten.

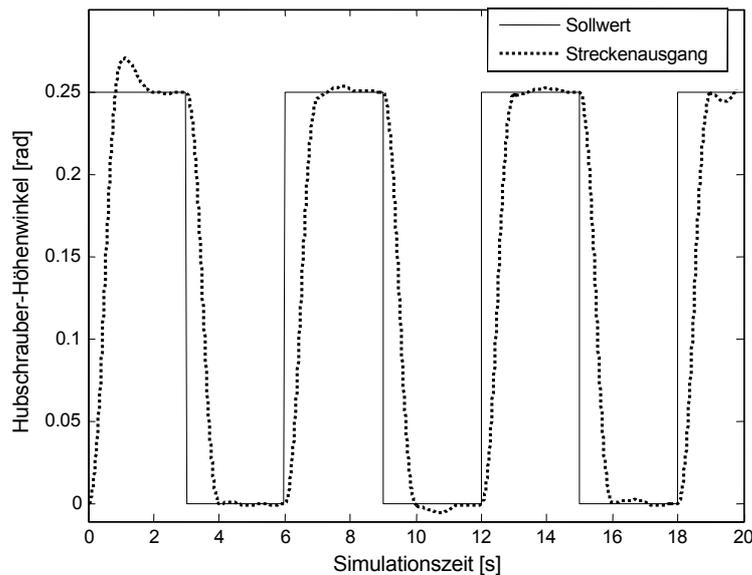


Abbildung 5-8: Simulation mit stochastisch variabler, nicht exakt messbarer Totzeit

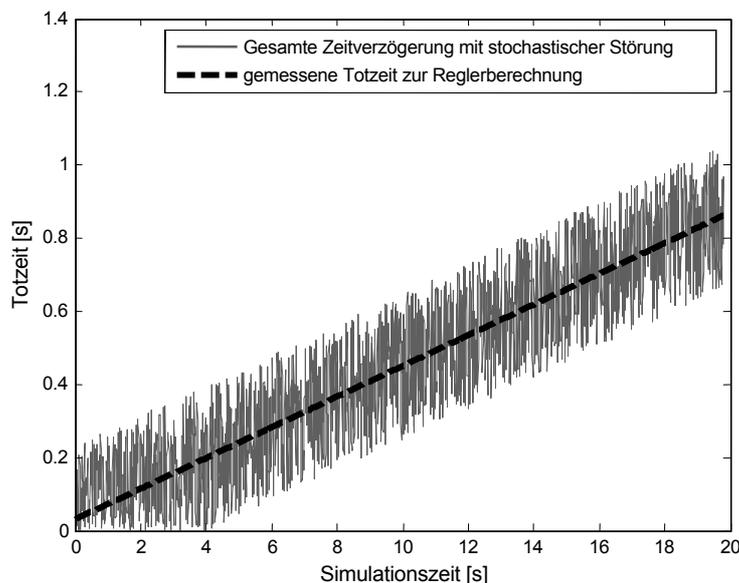


Abbildung 5-9: Linear ansteigende Totzeit mit stochastischer Überlagerung im Bereich von $\pm 0,2$ Sekunden

Bei einer realen Regelung über das Netzwerk ist zusätzlich ein Abschaltmechanismus zu integrieren, falls die Zeitverzögerung zu groß wird, hier ist der Empfang von

Datenpaketen an der Regelstrecke zu überwachen. Falls die Signallaufzeit zu groß wird, bzw. während einer vorgegebenen Zeit keine Datenpakete mehr ankommen, schaltet das System in einen Sicherheitsmodus. Dies kann eine komplette Abschaltung des Systems bedeuten, bzw. ein interner Regelkreis (an der Regelstrecke) wird aktiviert, um keine Gefahrensituationen auszulösen. Wenn es sich um eine stabile Regelstrecke handelt, könnte der Betrieb auch im offenen Regelkreis fortgesetzt werden.

6 Regelungsentwurf durch ein Modell der Zeitverzögerung im Netzwerk

In diesem Kapitel wird ein neuer Ansatz zur Regelung dynamischer Systeme mit stochastischen Signallaufzeiten beschrieben. Basierend auf dem Zeitverzögerungsmodell einer konkreten Netzwerkverbindung lässt sich dafür eine stabile Regelung berechnen. Die Zeitverzögerung ist als Wahrscheinlichkeits-Dichtefunktion gegeben und basiert auf der Gamma-Verteilung. Der Regelungsansatz erfolgt im Zeitbereich, wobei der spätere Regelungsentwurf im Laplace-Bereich durchgeführt wird. Einfache Regelungsgesetze kommen zum Einsatz, um asymptotische Stabilität des geschlossenen Regelkreises zu erhalten. Eine abschließende Simulation verifiziert die gewonnenen Ergebnisse und zeigt auch für eine variierende Zeitverzögerung ein stabiles Regelungsverhalten.

Ausgehend von einem System mit örtlich verteilter Regelung und Regelstrecke ist in Abbildung 6-1 der schematische Aufbau dargestellt. In der Netzwerkverbindung treten dabei Zeitverzögerungen im Vorwärts- und im Rückwärtszweig auf.

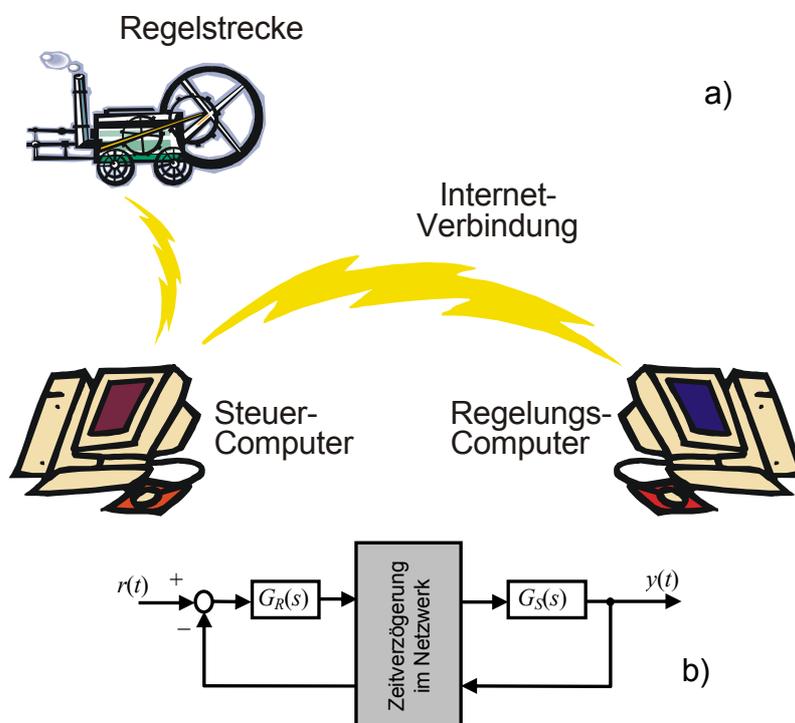


Abbildung 6-1: a) Schematischer Aufbau einer verteilten Regelung übers Netzwerk
b) Blockschaltbild eines Regelkreises mit Zeitverzögerungen im Netzwerk

Ein großes Problem ist die Darstellung von Zeitverzögerungsmodellen in Netzwerkverbindungen. Das einfachste Modell ist eine konstante Zeitverzögerung, welche nicht exakt bekannt ist, jedoch in einem bekannten Intervall $[\tau_{min}, \tau_{max}]$, mit $\tau_{min} > 0$ liegt, wie in [GU 03] und [NIC 04b] beschrieben. Für den Regelungsentwurf mit solch einem Totzeitmodell lässt sich z.B. eine Polvorgabe oder die Matrix-Pencil-Methode anwenden [NIC 01]. Diese Entwurfsverfahren sind jedoch sehr restriktiv, da sie das reale Zeitverzögerungsverhalten nicht mit in den Regelungsentwurf einbeziehen.

Ein weiterer Ansatz ist die Betrachtung der Zeitverzögerung als begrenzte und zeitvariierende Funktion. Wie in Kapitel 4 eingehend erläutert, lassen sich damit Stabilitätsbetrachtungen durchführen, siehe dazu auch [ROE 05].

Der hier vorgestellte Ansatz zum Entwurf einer stabilen Regelung verwendet ein sehr genaues und identifiziertes Zeitverzögerungsmodell einer Netzwerkverbindung. Ein häufig eingesetztes Modell zur Beschreibung von Zeitverzögerungen ist dabei die Gamma-Verteilung, welche für den folgenden Regelungsentwurf verwendet wird. Dieses Wahrscheinlichkeitsmodell der Zeitverzögerung lässt sich mit einem Integralausdruck direkt in eine Differentialgleichung integrieren. Die daraus resultierende Differentialgleichung enthält einen der Faltung ähnlichen Ausdruck, welcher sich im Laplace-Bereich einfach weiterbearbeiten lässt.

Im Folgenden wird eine Identifikation der Gamma-Modellparameter für eine Zeitverzögerung im Netzwerk vorgenommen, danach eine mögliche Regelstrategie präsentiert und im Anschluss eine Untersuchung der Empfindlichkeit auf Ungenauigkeiten der Gamma-Parameter durchgeführt. Abschließend werden Simulationsergebnisse mit der gefundenen Regelung am Hubschrauber-Experiment dargestellt.

6.1 Modellierung der Zeitverzögerung im Netzwerk

Im Allgemeinen ist die Zeitverzögerung von Datenpaketen im Netzwerk durch die Summe einer konstanten und einer variierenden Komponente gegeben. Der konstante Term ist nur von der Signalausbreitung abhängig (von der Quelle zum Ziel). Diese durch die endliche Geschwindigkeit des Stroms auftretende Verzögerung ist das absolute Minimum der Signallaufzeit und ist natürlich während der ganzen Signalübertragung vorhanden. Der variierende Term wird durch Kollisionen von

Datenpaketen im Netzwerk sowie durch Routing-Wartezeiten verursacht und ist von stochastischer Natur. Die Router aktualisieren zum Beispiel im Netzwerk ihre Routing-Tabellen in gewissen Abständen, wodurch eine zusätzliche Zeitverzögerung auftaucht.

Zur Analyse der Zeitverzögerung zweier Rechner im Netzwerk ist eine Laufzeitmessung durchzuführen. Die in Abbildung 6-2 dargestellte Zeitverzögerung wurde zwischen einem Computer in Frankreich und einem in den USA gemessen. Die kleinste Zeitverzögerung ist dabei größer als 60 ms, sie wird als die Zeitverzögerung zur Signalausbreitung angesehen und besteht während der gesamten Verbindung. Die maximale Zeitverzögerung steigt während weniger Spitzen bis auf 330 ms an, eine durchschnittliche Verzögerungszeit errechnet sich zu 101 ms.

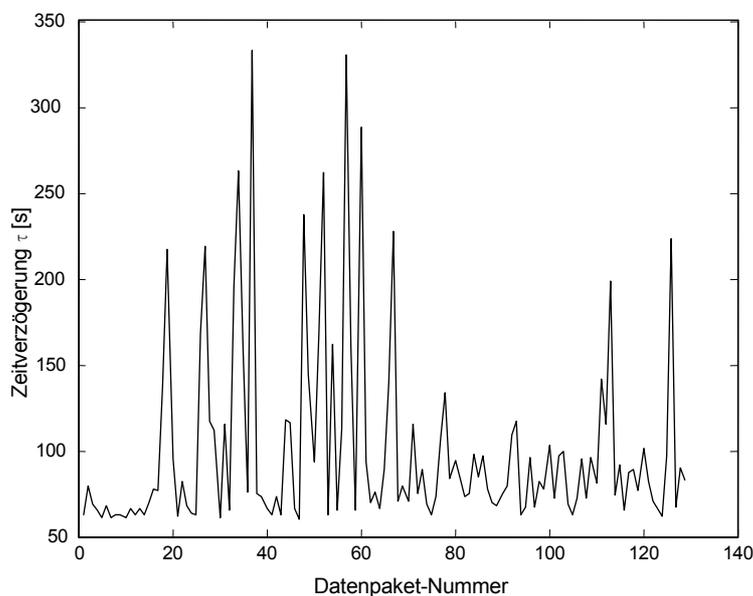


Abbildung 6-2: Laufzeitmessung zwischen zwei Rechnern im Netz (Internet)

Wahrscheinlichkeitsmodelle zur Abschätzung von Signallaufzeiten finden seit längerem großen Einsatz in VoIP-Anwendungen (Voice over Internet Protocol, Internet-Telefonie), wobei für jede aufgebaute Verbindung (zwischen zwei Rechnern übers Netzwerk) die Modellparameter neu bestimmt werden müssen. Um den VoIP-Nutzern eine zufriedenstellende Dienstgüte (QoS - Quality of Service) zu liefern, ist die Signallaufzeit sorgfältig zu analysieren und bei der Datenübertragung entsprechend zu berücksichtigen. Zur Modellierung von Netzwerkverzögerungen findet die Gamma-Verteilungsfunktion häufig ihre Anwendung ([SAL 00], [GUN 03] und [BOH 03]). Aber auch Ansätze von Exponentialfunktionen werden untersucht, wie in [BRO 02]. Wegen der guten Beschreibung von Signallaufzeiten im Netzwerk und der einfachen

polynomischen Form im Laplace-Bereich wird folgend die Gamma-Funktion eingesetzt.

Unter Matlab [MAT 04] lassen sich die Parameter der Gammaverteilung direkt aus der Laufzeitmessung von Abbildung 6-2 bestimmen. Abbildung 6-3 zeigt die Dichtefunktion der gemessenen Signallaufzeit aus Abbildung 6-2 zusammen mit dem mathematischen Modell der Gammaverteilung.

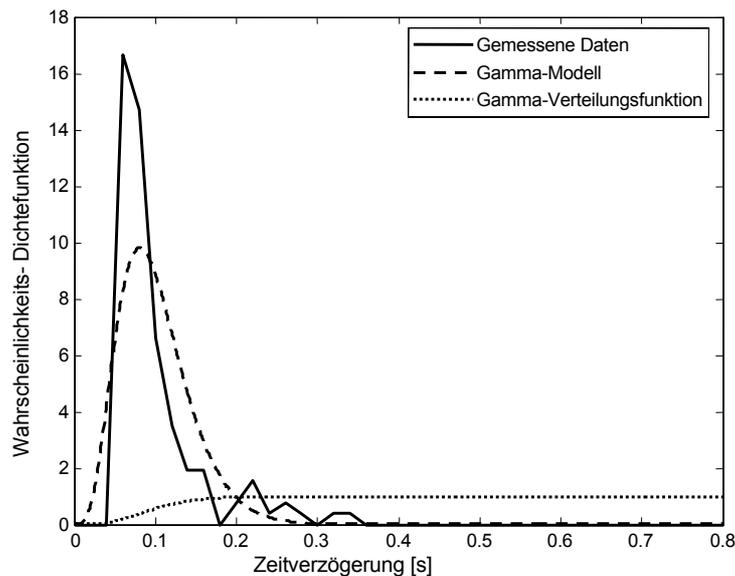


Abbildung 6-3: Gamma-Verteilung der Zeitverzögerung im Netzwerk

Obwohl die zwei Kurven in Abbildung 6-3 nicht exakt übereinstimmen, ist die größte Wahrscheinlichkeit der mittleren Zeitverzögerung nahezu identisch. Die Parameter des Gamma-Modells sind mit $\alpha_{med} = 5$ und $\beta_{med} = 0,020$ ermittelt worden (gestrichelte Kurve in Abbildung 6-3). Mit einer 95%igen statistischen Sicherheit liegen die Parameter innerhalb der Intervalle

$$3 < \alpha < 7$$

$$0,012 < \beta < 0,032$$

6-1

für $\alpha \in \mathbb{N}, \beta \in \mathbb{R}$. Das Zuverlässigkeitsintervall lässt sich je nach Bedarf auch verändern, abhängig von der Zuverlässigkeit der Verbindung. In Kapitel 6.3 sowie am Beispiel in 6.4.2 wird die Bedeutung des Zuverlässigkeitsintervalls für die Stabilitätsuntersuchung noch einmal näher erläutert. Die Gamma-Dichtefunktion erhält somit die Form

$$g(t | \alpha, \beta) = \frac{t^{\alpha-1} \cdot e^{-t/\beta}}{\beta^\alpha \cdot \Gamma(\alpha)}, \quad 6-2$$

die Gamma-Funktion ist gegeben mit

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty e^{-t} t^{\alpha-1} dt. \quad 6-3$$

Die gepunktete Kurve in Abbildung 6-3 zeigt zusätzlich die aufsummierte Verteilungsfunktion, welche für große Zeitverzögerungen gegen Eins läuft.

Nach den Forschungsarbeiten von [SAL 00] und [GUN 03] eignet sich eine Gamma-Verteilungsfunktion zur Beschreibung von Zeitverzögerungen in Netzwerken sehr gut. Die berechnete Regelung zeigt im späteren Beispiel auch ein sehr gutes Verhalten, obwohl die Kurven aus Abbildung 6-3 doch recht unterschiedlich sind.

6.1.1 Anwendung

Bei einer (Socket-) Verbindung zur Datenübertragung zwischen zwei Rechnern kann die Route im Netzwerk nicht exakt vorhergesagt werden. Es müssen deshalb die Gamma-Parameter (α und β) entsprechend Gleichung 6-2 nach der Herstellung einer Datenverbindung zur Laufzeit bestimmt werden. Ein Programm zur direkten Ermittlung der Gamma-Verteilungsparameter wurde in [SAL 00] vorgestellt. In einer späteren, realen Regelung über das Netzwerk kann dieses Programm unmittelbar vor der eigentlichen Regelung die Gamma-Parameter ermitteln, um so einen Regler zur Laufzeit entsprechend zu dimensionieren. Eine bestehende Netzwerkverbindung wird zuerst für die Laufzeitmessung, dann für die eigentliche Regelung verwendet. Basierend auf dem Gamma-Modell aus Gleichung 6-2 wird im Folgenden ein Regelungsentwurf mit verteilter Zeitverzögerung präsentiert.

6.2 Entwurf einer Regelung mit verteilter Zeitverzögerung

Der Entwurf einer stabilen Regelung für ein System mit stochastischen Signallaufzeiten ist im Allgemeinen eine Herausforderung. Die hier beschriebene Berechnung eines Reglers, basierend auf einem Verzögerungsmodell, ist ein völlig neuer Ansatz. Eine Zeitverzögerung, basierend auf einem Wahrscheinlichkeitsmodell, wird auch als verteilte Verzögerung bezeichnet. Sie hat keinen festen Wert, sondern besteht aus einer Normalverteilung. Entsprechend Abbildung 6-1 lässt sich der Netzwerk-Übertragungsblock aus Gleichung 6-2 wie folgt darstellen.

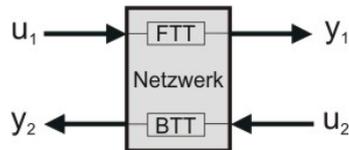


Abbildung 6-4: Zeitverzögerung im Netzwerk, mit FTT (Forward Trip Time) und BTT (Backward Trip Time)

Das Übertragungsverhältnis aus Abbildung 6-4 kann mit den folgenden zwei Faltungsoperationen ausgedrückt werden:

$$FTT: y_1(t) = \int_{-\infty}^t g_1(t - \theta - \tau_{prop,FTT}) u_1(\theta) d\theta, \quad 6-4$$

$$BTT: y_2(t) = \int_{-\infty}^t g_2(t - \theta - \tau_{prop,BTT}) u_2(\theta) d\theta, \quad 6-5$$

mit $g_i(t)$ als Zeitverzögerungsmodell, $u_i(t)$ als Eingang, $y_i(t)$ als Ausgang (für $i = 1, 2$), und $\tau_{prop,FTT}$ und $\tau_{prop,BTT}$ als die Zeitverzögerungen durch die Signalausbreitung im Netzwerk (Vorwärts- und Rückwärtszweig).

Beispiel

Ein einfaches Beispiel soll dieses Faltungs-Übertragungsverhalten im Zeitbereich näher verdeutlichen. Wird $g_i(t)$ als ein zeitverschobener δ -Impuls $g_i(t) = \delta(t - \tau)$ angesehen, so ergibt die Faltung mit der Funktion $u(t)$ die zeitverschobene Funktion $y(t) = u(t - \tau)$. Im Laplace-Bereich ergibt der zeitverschobene δ -Impuls die Übertragungsfunktion $G(s) = e^{-s\tau}$, die Faltung lässt sich dann mit einer einfachen Multiplikation im Bildbereich errechnen als

$$Y(s) = G(s) \cdot U(s) = e^{-s\tau} \cdot U(s). \quad 6-6$$

Zurücktransformiert in den Zeitbereich folgt wiederum

$$y(t) = u(t - \tau), \quad 6-7$$

was wiederum dem Entwurf ganz im Zeitbereich entspricht. In diesem Beispiel ist keine verteilte, sondern eine konstante Zeitverzögerung, beschrieben durch den verzögerten Deltaimpuls, angesetzt worden. Dies entspricht dem Regelungsansatz einer einzelnen und konstanten Zeitverzögerung wie in Kapitel 4 betrachtet. Im Folgenden wird die Gamma-Verteilung für die Zeitverzögerungsvorhersage angesetzt.

Regelungsansatz

Weil das Faltungsintegral im Zeitbereich entsprechend Gleichung 6-4 und 6-5 eine einfache Multiplikation im Laplace-Bereich darstellt, erfolgt die Reglerdimensionierung im Laplace-Bereich. Die allgemeine polynomische Form einer Übertragungsfunktion der Regelstrecke ist gegeben durch

$$G_S(s) = \frac{P(s)}{Q(s)}. \quad 6-8$$

Die Laplace-transformierte Gleichung der Gamma-Dichtefunktion aus Gleichung 6-2 erhält die polynomische Form (mit $\alpha \in \mathbb{N}, \beta \in \mathbb{R}$)

$$G_\beta^\alpha(s) = \frac{1}{(\beta s + 1)^\alpha}. \quad 6-9$$

Diese Funktion enthält keinen für Zeitverzögerungssysteme typischen transzendenten Term, was normalerweise Schwierigkeiten bei einer Reglerberechnung verursacht. Entsprechend Abbildung 6-4 ist die Gamma-Verteilung aus Gleichung 6-9 in einen Vorwärts- (FTT) und einen Rückwärtszweig (BTT) aufzuspalten, was sich vereinfacht ausdrücken lässt als $FTT(\alpha_1, \beta)$ und $BTT(\alpha - \alpha_1, \beta)$.

$$FTT_\beta^{\alpha_1}(s) = \frac{1}{(\beta s + 1)^{\alpha_1}} \quad 6-10$$

$$BTT_\beta^{\alpha - \alpha_1}(s) = \frac{1}{(\beta s + 1)^{\alpha - \alpha_1}} \quad 6-11$$

Als Reglerübertragungsfunktion wird die allgemeine Form

$$G_R(s) = \frac{N(s)}{D(s)} \quad 6-12$$

betrachtet. Die Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises entsprechend Abbildung 6-1 b) lässt sich nun allgemein ausdrücken als

$$G(s) = \frac{G_S(s)G_R(s)FTT_\beta^{\alpha_1}(s)}{1 + G_S(s)G_R(s)FTT_\beta^{\alpha_1}(s) \cdot BTT_\beta^{\alpha - \alpha_1}(s)}. \quad 6-13$$

Unter Berücksichtigung der obigen Definitionen folgt

$$G(s) = \frac{\frac{1}{2} N(s) P(s) (\beta s + 1)^{\alpha - \alpha_1}}{D(s) Q(s) (\beta s + 1)^\alpha + N(s) P(s)}. \quad 6-14$$

Vereinfacht wird nun von einem Kommunikationsnetzwerk mit symmetrischem Datenkanal ausgegangen, es gilt somit $FTT \approx BTT$, mit $\alpha_1 = \alpha/2$. Für ungerades α ($\alpha \in \mathbb{N}$), kann auch eine Kombination wie $\alpha = 7; \alpha_1 = 4$ möglich sein, bei der Polstellenanalyse (Nenner von 6-14) ändert sich dann aber nichts.

Für den Regelungsentwurf lassen sich zwei Verfahren betrachten

- Basierend auf dem „Small Gain Principle“ werden die Regelungsparameter so verändert, dass robuste Stabilität für den geschlossenen Regelkreis gewährleistet ist [NIC 01].
- Basierend auf der Polvorgabe, welche im Folgenden betrachtet wird.

Die Pole des geschlossenen Regelkreises können nun entsprechend der charakteristischen Gleichung aus 6-14 analysiert werden. Wie oben erwähnt, enthält die Zeitverzögerungsfunktion (Gamma-Dichtefunktion) im Laplace-Bereich keine transzendenten Terme, somit lässt sich ohne großen Aufwand die Polvorgabe mit gewöhnlichen Software-Tools durchführen.

Durch Variieren der Regelungsparameter lassen sich die Wurzeln der charakteristischen Gleichung 6-14 in die linke komplexe Halbebene schieben. In Abschnitt 6.4.1 wird am Beispiel des Hubschraubers eine einfache Vorgehensweise dargestellt, um die optimalen Reglerparameter zu finden.

6.3 Empfindlichkeitsuntersuchung auf Parametervariationen

Wegen der ungenauen Bestimmung der Gamma-Parameter ist eine weitere Stabilitätsanalyse durchzuführen. Unter Betrachtung der Pole des geschlossenen Regelungssystem aus 6-14 erfolgt nun eine Variation der Parameter α und β innerhalb des 95%igen Zuverlässigkeitsintervalls 6-1. Treten Pole innerhalb dieses Intervalls auf die imaginäre Achse, ist die Richtung der Pole zu bestimmen. Sie können für steigendes τ entweder nach rechts in die positive reale Halbebene wandern oder die imaginäre Achse nur berühren und wieder zur linken (negativen realen) Halbebene zurückkehren!

Tritt ein Pol auf der imaginären Achse auf, ist die Ableitung der charakteristischen Gleichung nach der Zeitverzögerung zu berechnen, siehe 6-16. Bei negativem Vorzeichen berührt der Pol nur die imaginäre Achse und kehrt für steigendes τ wieder zurück in die linke Halbebene. Bei positivem Vorzeichen kreuzt der Pol die imaginäre Achse und läuft in die positive reale Halbebene hinein (System wird instabil). Die Ableitung des charakteristischen Polynoms aus Gleichung 6-14 ist deshalb in Abhängigkeit der mittleren Zeitverzögerung τ auszudrücken, was durch die Substitution mit $\tau = \alpha \cdot \beta$ möglich ist.

$$R(s) = \frac{ds}{d\tau} \left[D(s) Q(s) \left(\frac{\tau}{\alpha} s + 1 \right)^\alpha + N(s) P(s) \right] \quad 6-15$$

$$\max \Re [R(s)] \Big|_{s=jw} \quad 6-16$$

Im folgenden Kapitel wird am Beispiel des Hubschrauber-Laborexperimentes eine Reglerdimensionierung zusammen mit einer Empfindlichkeitsanalyse durchgeführt.

6.4 Beispielexperiment

Basierend auf dem Gamma-Verteilungsmodell erfolgt nun ein Regelungsentwurf am Beispiel des Hubschraubermodells (Herleitung des Modells in Kapitel 7.2.1). Die linearisierte Übertragungsfunktion des Hubschraubermodells ist gegeben mit

$$G_S(s) = \frac{K_p}{s^2 + d s + c} = \frac{0,2607}{s^2 + 0,07441 s + 2,904}, \quad 6-17$$

für die im Folgenden eine Regelung entworfen wird.

6.4.1 Regelungsentwurf

Ausgehend von einer Regelung der allgemeinen polynomischen Form (Gleichung 6-12) ist hier ein einfacher PD-Regler zu entwerfen.

$$G_R(s) = (k_1 s + k_2) \quad 6-18$$

Zunächst sind die idealen Reglerparameter k_1 und k_2 anhand der Polstellenanalyse zu finden. Die Stabilität des geschlossenen Regelkreises ist durch die Stabilität der charakteristischen Gleichung 6-14 gegeben mit

$$Q(s, \alpha, \beta) = (s^2 + d \cdot s + c) (\beta s + 1)^\alpha + (k_1 s + k_2) K_p. \quad 6-19$$

Die Reglerberechnung ist mit den Durchschnittswerten der Gamma-Funktion (α_{med} und β_{med}) durchzuführen. Eine Empfindlichkeitsuntersuchung durch Variieren der Gamma-Parameter entsprechend dem Intervall in 6-1 ($\alpha \in (\underline{\alpha}, \bar{\alpha}); \beta \in (\underline{\beta}, \bar{\beta})$) (wie in Kapitel 6.3 erwähnt) ist in Kapitel 6.4.2 gegeben.

Bei einer sukzessiven Erhöhung der Reglerparameter k_1 und k_2 innerhalb eines begrenzten Intervalls sind die maximalen Realteile der Pole zu betrachten. Abbildung 6-5 zeigt den maximalen Realteil der Pole bei ansteigenden Reglerparametern. In Simulationsschritt 780 der Abbildung 6-5 tritt der Pol mit größtem negativem Realteil auf ($\lambda = -4,5$), bei welchem die Reglerparameter die folgenden Werte haben:

$$k_1 = 16,5$$

$$k_2 = 19,5$$

6-20

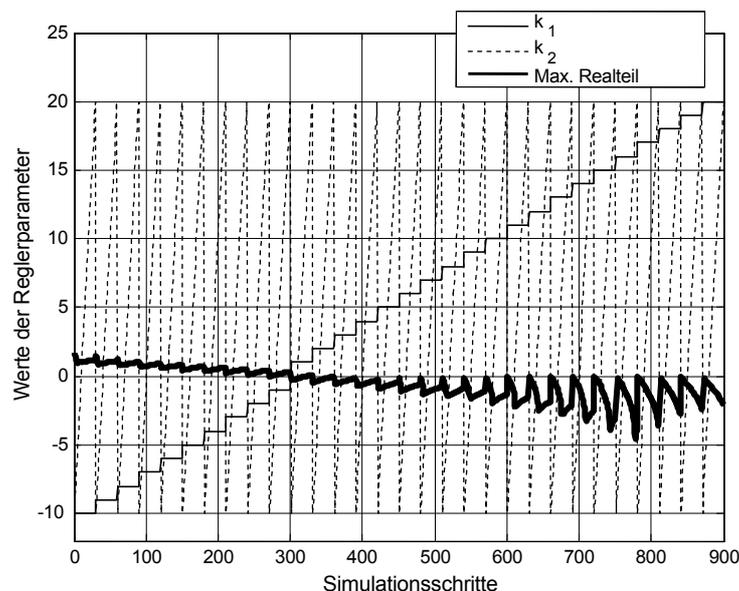


Abbildung 6-5: Größter Realteil der Pole bei sukzessiver Erhöhung der Reglerparameter k_1 und k_2

Ähnlich wie in Kapitel 4 lässt sich hier durch den Einsatz eines genetischen Algorithmus das Finden der optimalen Reglerparameter weiter verbessern.

6.4.2 Empfindlichkeitsuntersuchung auf Parameterschwankungen

Wegen der ungenau ermittelbaren Gamma-Dichtefunktionsparameter ist eine weitere Stabilitätsuntersuchung notwendig; hier sind die Gamma-Variablen im gesamten 95%igen Zuverlässigkeitsintervall zu betrachten. Die Pole, berechnet durch die charakteristische Gleichung aus 6-19, müssen jetzt für alle $\alpha \in (\underline{\alpha}, \bar{\alpha})$ und $\beta \in (\underline{\beta}, \bar{\beta})$ links der imaginären Achse liegen. Zum besseren Verständnis der Parametervariation

erfolgt die Betrachtung der durchschnittlichen Zeitverzögerung, welche mit $\tau = \alpha \cdot \beta$ definiert ist [DON 89]. Innerhalb der 95%igen Zuverlässigkeit aus 6-1 liegt die mittlere Verzögerung im Intervall $\tau \in [0,036; 0,256]$ (Angabe in Sekunden).

Unter Verwendung des in Kapitel 6.4.1 gefundenen Reglers sind für variierende Gamma-Parameter α und β die Polstellen in der komplexen s-Ebene zu betrachten. Abbildung 6-6 zeigt die wandernden Polstellen durch Variation des β -Parameters innerhalb des gegebenen Intervalls mit $\beta \in [0,012; 0,032]$ bei konstantem $\alpha = \alpha_{med} = 5$. Für steigendes β bewegen sich alle Wurzeln in Richtung der imaginären Achse (was mit einer steigenden mittleren Zeitverzögerung τ gleichzusetzen ist). Der maximale Realteil der Pole bleibt aber in der linken komplexen Halbebene und ist gegeben mit $\max \Re\{\lambda\} < -0,3563$, das System ist also stabil für α_{med} und $\beta \in (\underline{\beta}, \bar{\beta})$.

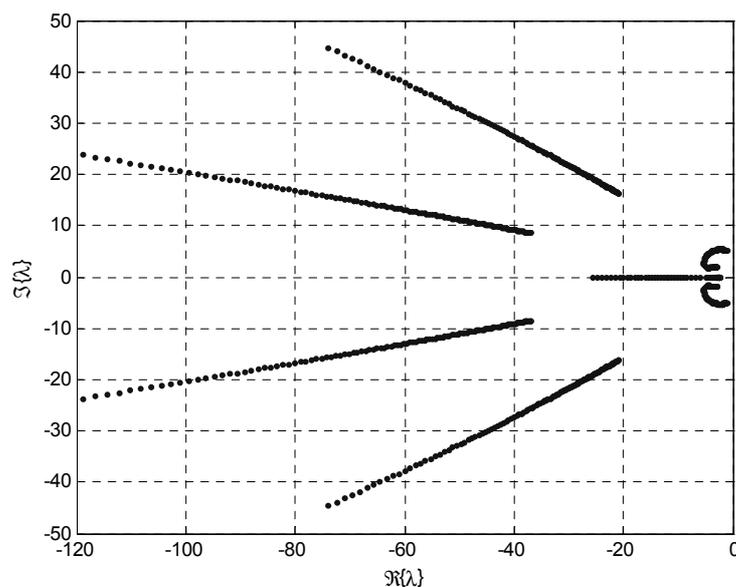


Abbildung 6-6: Wandernde Polstellen durch Variation des β -Parameters innerhalb der 95%igen Zuverlässigkeit (0,012 bis 0,032), für festes $\alpha = \alpha_{med} = 5$

Abbildung 6-7 zeigt die Pole für ein konstantes $\alpha = \underline{\alpha} = 3$ und ein variierendes β in $\beta \in (\underline{\beta}, \bar{\beta})$. Es liegen wiederum alle Pole in der negativen realen Halbebene mit $\max \Re\{\lambda\} < -2,5$ (System stabil).

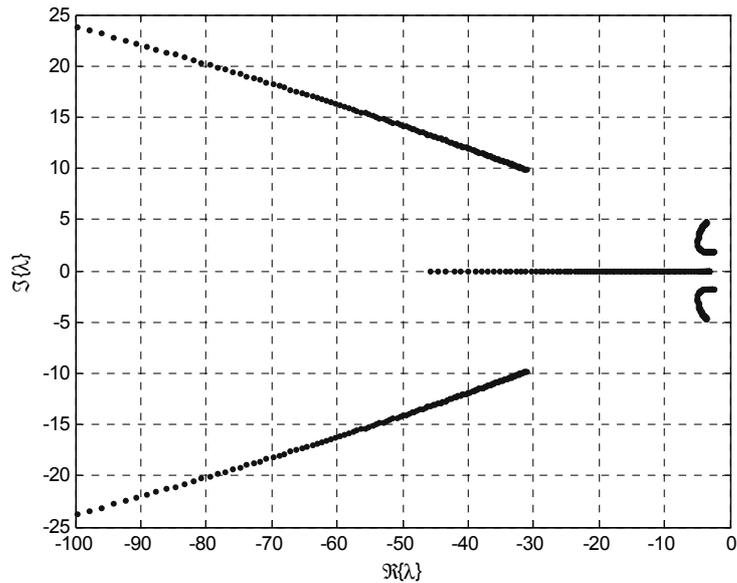


Abbildung 6-7: Wandernde Polstellen bei Variation des β -Parameters innerhalb der 95%igen Zuverlässigkeit (0,012 bis 0,032), für festes $\alpha = \underline{\alpha} = 3$ (untere Grenze)

Für kleiner werdende α vergrößert sich der Abstand der Pole zur imaginären Achse. Daraus lässt sich nun schließen, dass bei Erhöhung von α die Pole weiter in Richtung der imaginären Achse wandern.

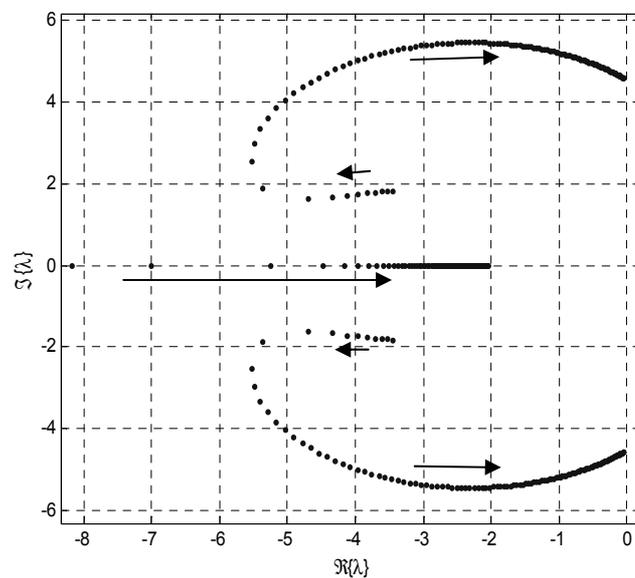


Abbildung 6-8: Wandernde Polstellen bei Variation des β -Parameters innerhalb des 95%igen Zuverlässigkeitsintervalls (0,012 bis 0,032), für festes $\alpha = \bar{\alpha} = 7$ (obere Grenze)

Abbildung 6-8 zeigt für die obere Grenze von α mit $\bar{\alpha} = 7$ nur die Polstellen nahe der imaginären Achse. Die Pfeile im Diagramm weisen auf die Bewegungsrichtung der

Pole für steigendes β hin, mit $\beta \in [0,012; 0,032]$. Der maximale Realteil der Pole bleibt in der linken komplexen Halbebene, nähert sich aber schon sehr dicht der imaginären Achse ($\max \Re\{\lambda\} = -0,05$), das System bleibt aber noch stabil.

6.4.3 Experimentelle Ergebnisse

In einer Simulationsumgebung mit stochastischer Zeitverzögerung im Regelkreis ist der entworfene Regler im Folgenden zu testen. Die einzelnen Zeitverzögerungswerte der realen Messung aus Abbildung 6-2 werden direkt in den Regelkreis der Simulation eingebracht.

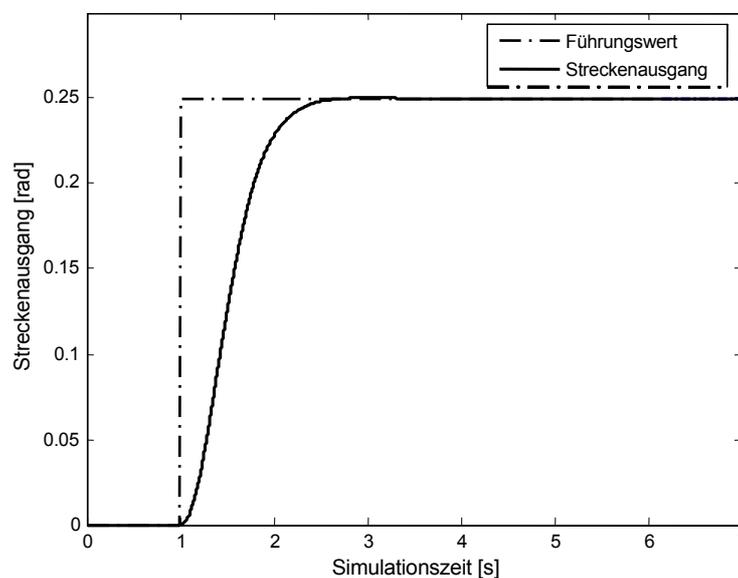


Abbildung 6-9: Sprungantwort der Simulation mit stochastischen Signallaufzeiten

Obige Abbildung zeigt die Sprungantwort des Hubschraubermodells entsprechend dem Regelkreissystem aus Abbildung 6-1, b). In der Simulation ist die Zeitverzögerung entsprechend Abbildung 6-10 angewendet worden. Die Regelstrecke weist eine sehr gute Dynamik mit sehr schneller Ausregelzeit auf.

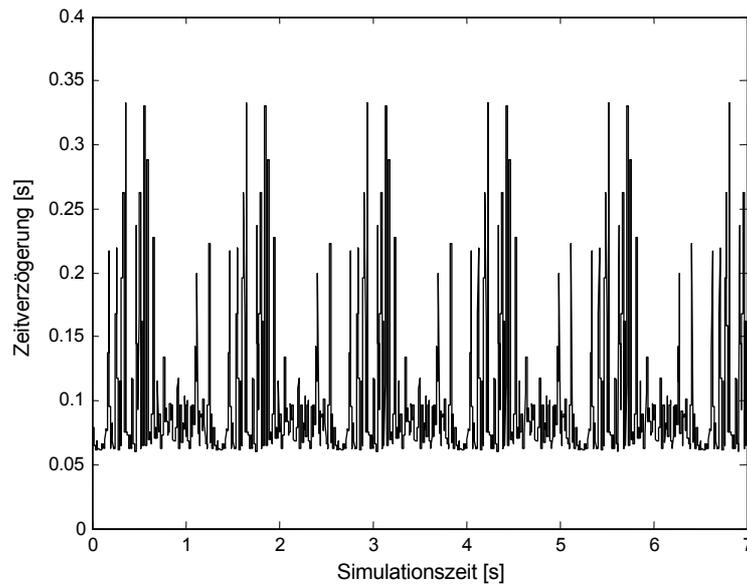


Abbildung 6-10: Stochastische Signallaufzeiten der realen Messung,
für die Simulation zyklisch wiederholt

Die Laufzeitmessung wurde mit einer Frequenz von 1 Hz durchgeführt, die Abtastrate der Simulation beträgt jedoch 100 Hz. Da die Abtastrate der Simulation mit 10 ms erfolgt, wiederholen sich die real gemessenen Zeitverzögerungswerte aus Abbildung 6-2 kontinuierlich, wie in Abbildung 6-10 gezeigt. Wegen der stochastischen Natur der Zeitverzögerung lässt sich diese Skalierung jederzeit vornehmen.

7 Regelung von realen Systemen über das Internet

Die rasante Verbreitung von Kommunikationsinfrastrukturen, insbesondere des Internets, beeinflussen die Anwendungen der Regelungs- und Steuerungstechnik durch Fernsteuerung und Fernüberwachung von Systemen unterschiedlichster Art. Für die Regelung von Echtzeitanwendungen mit dezentral angebrachten Sensoren und Aktoren, die über diese Kommunikationsleitungen verbunden sind, stellen jedoch die zeitvariablen Antwort- und Reaktionszeiten ein großes Problem dar. Regelungen mit einer Totzeit in der Signalübertragung finden sich in verschiedenen Bereichen, wie z.B. der Raumfahrt oder der Telemedizin, siehe dazu auch [ROE 02] und [ROT 02a].

Bei einer Regelung über das Internet lassen sich grundsätzlich zwei verschiedene Ansätze betrachten:

- Fernsteuerung eines Systems über ein Kommunikationsnetzwerk mit der Möglichkeit zur Parameteränderung. Die eigentliche Regelung läuft nicht über das Netzwerk, sondern in einem lokalen Regelkreis ab (ohne nennenswerte Signallaufzeiten).
- Regelstrecke und Regelung sind örtlich verteilt. Das Kommunikationsnetzwerk ist dabei in den Regelkreis integriert, wobei stochastische Signallaufzeiten in Erscheinung treten.

Nachfolgend wird zuerst eine Fernsteuerung mit lokal implementierter Regelung vorgestellt, über das Netzwerk lässt sich dabei in die Regelung eingreifen und die Parameter können verändert werden. Danach wird die Implementierung einer verteilten Regelung über das Internet vorgestellt. Das in den vorangegangenen Kapiteln eingesetzte Helikopter-Laborexperiment findet hier eine reale Anwendung. Der Hubschrauber wird mit der adaptiven Regelung aus Kapitel 4 über das Internet betrieben, wobei sich abschließend das Verhalten in der realen Umgebung mit stochastischen Signallaufzeiten aufzeigen lässt.

7.1 Fernsteuerung mit lokaler Regelung (ohne Zeitverzögerung)

Die Fernsteuerung von Laborexperimenten über das Netzwerk mit lokal ablaufender Regelung (ohne Zeitverzögerung) ist Gegenstand dieses Kapitels. Dabei wird die Entwicklung einer multimedialen Plattform erläutert, welche aus Lerneinheiten in Verbindung mit der Fernsteuerung realer Hardware besteht. Das Laborexperiment ist über das Internet fernsteuerbar und dient zur Ingenieursausbildung in der Regelungs-

und Steuerungstechnik sowie in der Mechatronik [ROE 04b]. Das hier beschriebene Experiment wurde zur hochgenauen Positionierung und Schwingungsdämpfung bei flexiblen Strukturen entwickelt. Die Parameteridentifikation und Regelung einer flexiblen mechanischen Struktur ist das Ziel dieser Lerneinheit.

Ein Laborexperiment zusammen mit theoretischen Lerneinheiten, einem Fragenkatalog und verschiedenen Tutorials stellt ein komplettes Lernmodul dar, siehe dazu [GEO 02], [ROT 02b], [ROT 03a], [SCH 00a] und [SCH 02]. Um Studierenden eine Hilfe in den aktuellen Gebieten des zu bearbeitenden Stoffes zu geben, werden Dokumentationen und Internet-Links zu Tutorials gegeben. Bevor Studierende das Experiment online steuern können, ist eine Wissensüberprüfung vorzunehmen, welche aus einem Multiple-Choice-Test besteht, den die Studierenden direkt über das Internet durchführen können.

Aufgrund der Tatsache, dass jedes Experiment nur einmal verfügbar ist, musste eine Zugriffskontrolle implementiert werden. Nur registrierten Studierenden wird der Zugriff auf das Experiment für eine limitierte Zeit erlaubt. Mehrere fernsteuerbare Laborexperimente verschiedener Hochschulen sind in einem so genannten Web-Portal integriert, welches die Registrierung und den Zugang auf jedes Experiment regelt [LEA 04], [L2C 01] und [ROT 03b].

7.1.1 Vorstellung des Experimentes

Bei großen, flexiblen technischen Konstruktionen wie Gebäuden, Flugzeugen oder Raumfahrtsystemen können Strukturschwingungen auftreten. Bei starren Gebilden ist es möglich, sehr genaue theoretische dynamische Modelle zu entwickeln. Im Gegensatz dazu sind Aufgabenstellungen wie Modellierung, Identifikation und Reglerentwicklung für flexible Strukturen deutlich schwieriger zu lösen. Am Institut für Regelungs- und Steuerungstechnik der Universität Siegen wurde ein Laborversuch zur hochgenauen Positionierung und Schwingungsdämpfung flexibler Strukturen aufgebaut.

Die schematische Darstellung des Experiments „Schwinger Stab“ wird in Abbildung 7-1 gezeigt. Die Hauptkomponente ist ein aus Aluminium bestehender Stab, der direkt an der Ankerwelle eines Gleichstrommotors befestigt ist. Die Anregung des Stabes erfolgt an dessen oberem Ende durch das Drehmoment des Gleichstrommotors. Bei einem Vergleich des Stabquerschnittes (4x10 mm) mit der Stablänge (1600 mm) wird

deutlich, dass es sich um ein hinreichend flexibles Gebilde handelt [MUE 01]. Das hier beschriebene Experiment geht auf Untersuchungen der NASA zum Schwingungsverhalten des Hubble Space Telescope zurück und wurde in Zusammenarbeit mit der Ohio University entwickelt [IRW 01].

Bei der Durchführung dieses Versuchs sollen die Studierenden die in der Vorlesung erarbeiteten Regelungstheorien auf die Schwingungsdämpfung eines realen Systems anwenden. Die Aufgabenstellung besteht darin, den schwingenden Stab möglichst schnell in Ruhelage zu bringen und dabei die Stabspitze auf einer bestimmten Position zu halten. Die erzielten Ergebnisse werden aufgezeichnet, um später eine Evaluation durchführen zu können [ROE 04a].

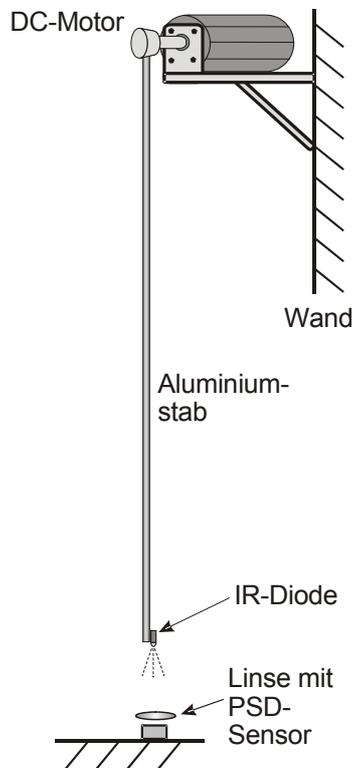


Abbildung 7-1: Schematische Darstellung des „Schwingenden Stabes“

7.1.2 Aufbau des „Schwingenden Stabes“

Das Experiment ist über eine Datenerfassungskarte (DAQ – Data Acquisition) mit einem Server verbunden (siehe dazu Abbildung 7-2 und Abbildung 7-3). Die Signale des Winkelgebers am Motor (Encoder) lassen sich direkt mit einem Zählerbaustein der DAQ-Karte als Drehwinkel des oberen Stabendes auswerten. Über die Analogeingänge der Schnittstellenkarte werden die Sensorsignale des Positionssensors (Stabspitze) und der tatsächliche Strom am Motor gemessen. Der

Motor wird über einen Analogausgang der DAQ-Karte durch den Analogverstärker angesteuert, anders als bei einem PWM-Verstärker tauchen hier keine hochfrequenten Störungen auf.

Aktuatoren

Ein Gleichspannungsmotor der Firma Maxon dient zur Anregung und Regelung des Stabes. Der Motor hat eine Leistung von 250 Watt und kann ein maximales Stillstandsrehmoment von 4 Nm aufbringen.

Sensoren

Folgende Sensoren sind zur Schwingungs- und Positionsmessung am Stab implementiert:

- PSD (Position Sensitive Detector) zur Positionserfassung der Stabspitze: An der Stabspitze ist eine senkrecht nach unten strahlende IR-Diode angebracht. Der lichtempfindliche Analog-Chip zusammen mit dem Objektiv ist direkt unterhalb der Stabspitze auf dem Boden befestigt (Abbildung 7-1). Dieser analoge Sensor misst die Position des mit der IR-Diode erzeugten Lichtstrahles. Ein über dem PSD angebrachtes Objektiv erhöht den erkennbaren Arbeitsbereich des Lichtstrahles (Position der Stabspitze), der sichtbare Bereich des Sensors liegt bei einem Durchmesser von 30 cm.
- Winkelmessung der Motorwelle: Ein in den Motor integrierter 4-Quadranten-Encoder erfasst den Drehwinkel der Motorwelle. Dieser Winkel entspricht der Drehung am oberen Ende des Stabes. Bei einer Auflösung von 4000 Impulsen pro Umdrehung lässt sich dabei eine Winkelgenauigkeit von $0,09^\circ$ erreichen.

7.1.3 Steuerung des „Schwingenden Stabes“

Mit einer in Java realisierten Client-Server-Anwendung ist eine Fernsteuerung des Stabes über das Internet möglich, siehe dazu [SCH 00b], [SCH 01a] und [OVE 99]. Durch einen Internetbrowser lässt sich eine Systemidentifikation mit darauf folgendem Reglerentwurf durchführen. Für die Experimentbearbeitung muss auf der Client-Seite (beim Studenten) nur ein Standard-Internetbrowser ohne zusätzliche Programme vorhanden sein.

Schematischer Aufbau

In Abbildung 7-2 ist der schematische Aufbau des virtuellen Labors gezeigt. Der Studierende steuert das Experiment vom Client-Rechner aus, der Server dient dabei zur Ansteuerung der Hardware und zur Kommunikation mit dem Client.

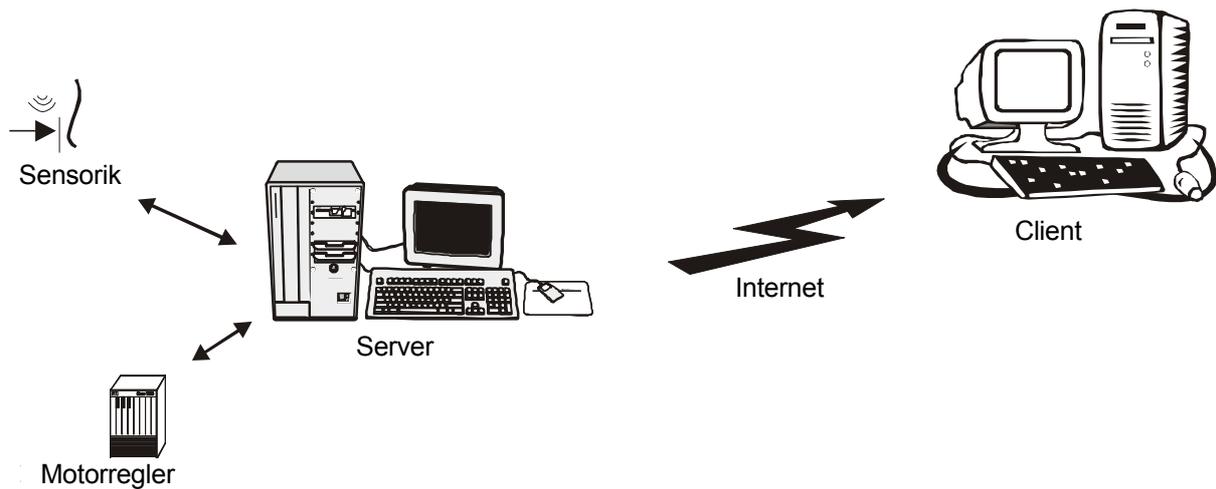


Abbildung 7-2: Schematischer Aufbau eines virtuellen Labors

Softwareaufbau

Das in Java geschriebene Server-Programm übernimmt dabei die Kommunikation zwischen dem Client und der Ansteuerung des realen Experimentes. Vom Studierenden empfangene Kommandos leitet der Java-Server durch eine DLL (Dynamic Link Library) weiter an das Matlab-Programm. Der zu einer Regelung notwendige Echtzeitprozess läuft innerhalb des WinCon-Programms ab, mit dem Matlab direkt kommunizieren kann. WinCon verwendet einen RTX-Kernel (spezielles echtzeitfähiges Programm), um eine Abtastzeit von kleiner 1 ms unter dem nicht echtzeitfähigen Windows-Betriebssystem zu gewährleisten, siehe dazu Abbildung 7-3.

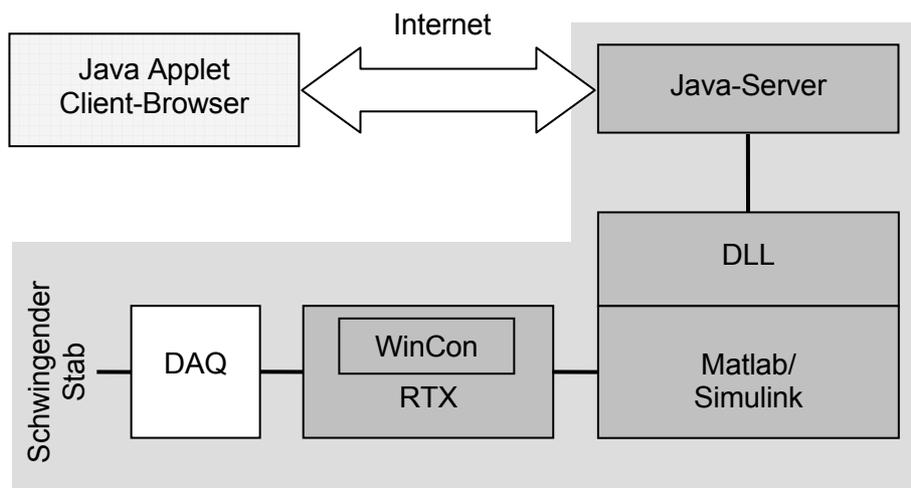


Abbildung 7-3: Softwarestruktur der Fernsteuerung des virtuellen Labors

7.1.4 Durchführung des Experimentes „Schwingender Stab“

Das Experiment wird durch Informationsmaterial und Lernmaterial ergänzt, welches sich über einen Browser via Internet bearbeiten lässt. Um eine strukturierte

Experimentdurchführung zu gewährleisten, ist die Navigation der einzelnen Lerneinheiten übersichtlich innerhalb einer Webseite abrufbar [ROT 04]. Aufgrund der unterschiedlichen Vorkenntnisse der Studierenden werden im Verlauf des Experiments zusätzliche Lerneinheiten bereitgestellt, die das notwendige theoretische Wissen erweitern und vertiefen. Das Experiment ist von den Studierenden nach Vorgabe schrittweise zu bearbeiten.

Zur Experimentdurchführung muss der Studierende im Buchungssystem einen freien Zeitbereich reservieren, um sich dann anschließend auf einer Webseite zu authentifizieren. Bei erfolgreicher Anmeldung kann der Studierende das Experiment entsprechend Abbildung 7-4 und Abbildung 7-5 durchführen.

Um eine Vibrationsdämpfung des „Schwingenden Stabes“ durchzuführen, ist als erster Schritt die Herleitung des dynamischen Modells nach Lagrange notwendig, siehe [MEI 86], [GAW 98] und [RAH 01]. Ein aufgebracht Drehmoment am oberen Ende des Stabes, verursacht durch den Motor, dient als Systemeingang. Als Systemausgänge sind die Winkelposition der Motorwelle und die Position der Stabspitze verfügbar. Beim Zustandsraummodell werden die Systemausgänge und ihre Ableitungen als Zustandsvariablen vorgegeben.

Identifikation

Um die fehlenden Parameter des mathematisch hergeleiteten Modells zu erhalten, ist eine Systemidentifikation mit dem realen Versuchsaufbau durchzuführen. Dabei wird der „Schwingende Stab“ mit einem Drehmoment-Impuls durch den Motor zur Schwingung angeregt. Anhand der Bewegung der Stabspitze lässt sich die Federkonstante ermitteln. Die numerischen Werte des Zustandsraum-Modells sind jetzt in die Fernsteuerung (Abbildung 7-4, links) auf der Experiment-Webseite einzugeben, woraufhin sich die Simulation starten lässt. Im rechten Teil von Abbildung 7-4 erscheint jetzt ein neues Diagramm mit den realen Positionsdaten der Stabspitze und dem gegenübergestellten Simulationsergebnis, welche anschließend zu vergleichen sind. Bei einer Datenerfassungsrate von 1 kHz repräsentiert dabei die Zeitachse eine Dauer von 2 Sekunden. Die Auslenkung der Stabspitze ist auf der vertikalen Achse in Zentimeter dargestellt.

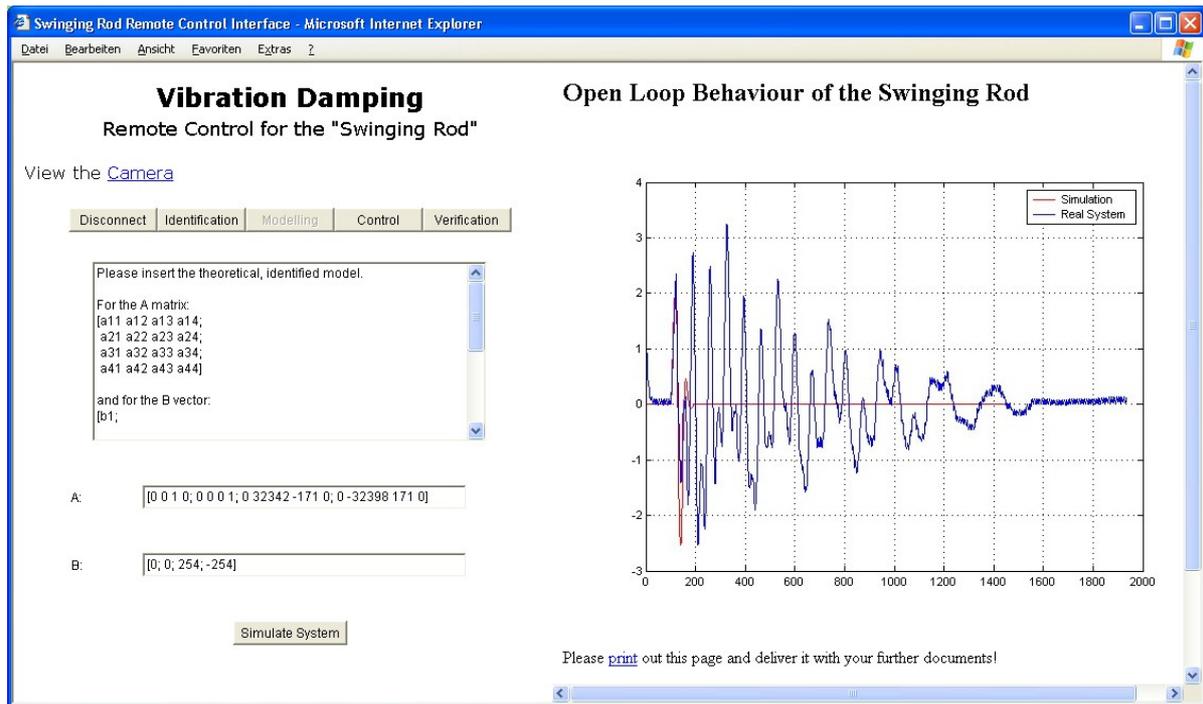


Abbildung 7-4: Überprüfung des hergeleiteten und identifizierten Modells mit der realen Impulsantwort des „Schwingenden Stabes“ innerhalb der Java-Fernsteuerung

Eine zusätzliche Aufgabe für fortgeschrittene Studierende ist die Identifikation der Strecke unter Matlab [MAT 04]. Dabei kann der Benutzer die erfassten Daten direkt vom Server auf seinem lokalen Computer speichern. Mit Hilfe der „System Identification Toolbox“ unter Matlab, welche lokal auf dem Rechner des Studierenden installiert sein muss, kann der Studierende ein vollständig selbst identifiziertes Modell erstellen, welches anschließend mit dem hergeleiteten Modell zu vergleichen ist.

Regelung

Anhand des numerischen Modells ist im nächsten Schritt ein LQR-Regler zur Schwingungsdämpfung zu entwerfen. Ziel ist es, den Stab in möglichst kurzer Zeit in Ruhelage zu bringen und die Schwingungen zu dämpfen. Wenn der Studierende im Java-Applet nun von der Systemidentifikation zur Regelung wechselt (Abbildung 7-5), können die konstanten Gewichtsfaktoren direkt in die entsprechenden Eingabefelder eingetragen werden. Diese Zahlen werden direkt zum Server übertragen, und dort werden die Reglerparameter mit dem theoretischen Modell berechnet. Danach wird die Regelung automatisch gestartet, welche sich lokal auf dem Server befindet und innerhalb der RTX-Echtzeitumgebung (siehe Abbildung 7-3) abläuft. Die eigentliche Regelung läuft somit lokal auf einem Rechner ab, ohne dabei Probleme durch Signallaufzeiten zu bekommen. Um den entworfenen Regler am realen Stab zu testen,

ist dieser zuerst für 5 Sekunden in Schwingung zu bringen, danach schaltet das Programm automatisch auf „Regelung“ um. Der Motor dient somit zuerst als Störglied, dann als Stellglied. Die Sensordaten des geregelten Stabes werden dem Benutzer im Browserfenster (Abbildung 7-5, rechts) angezeigt, um das Abklingverhalten zu analysieren. Nun lässt sich anhand der Nachschwingzeit die Qualität der Regelung ermitteln. Ein Vergleich zwischen den Sensordaten des realen Systems und der Simulation ermöglicht eine weitere qualitative Aussage über die Genauigkeit der Modellbildung.

Die gewonnenen Daten werden zusammen mit der Immatrikulations-Nummer des Studierenden auf dem Server aufgezeichnet, um dem Tutor eine spätere Auswertung der Ergebnisse zu ermöglichen.

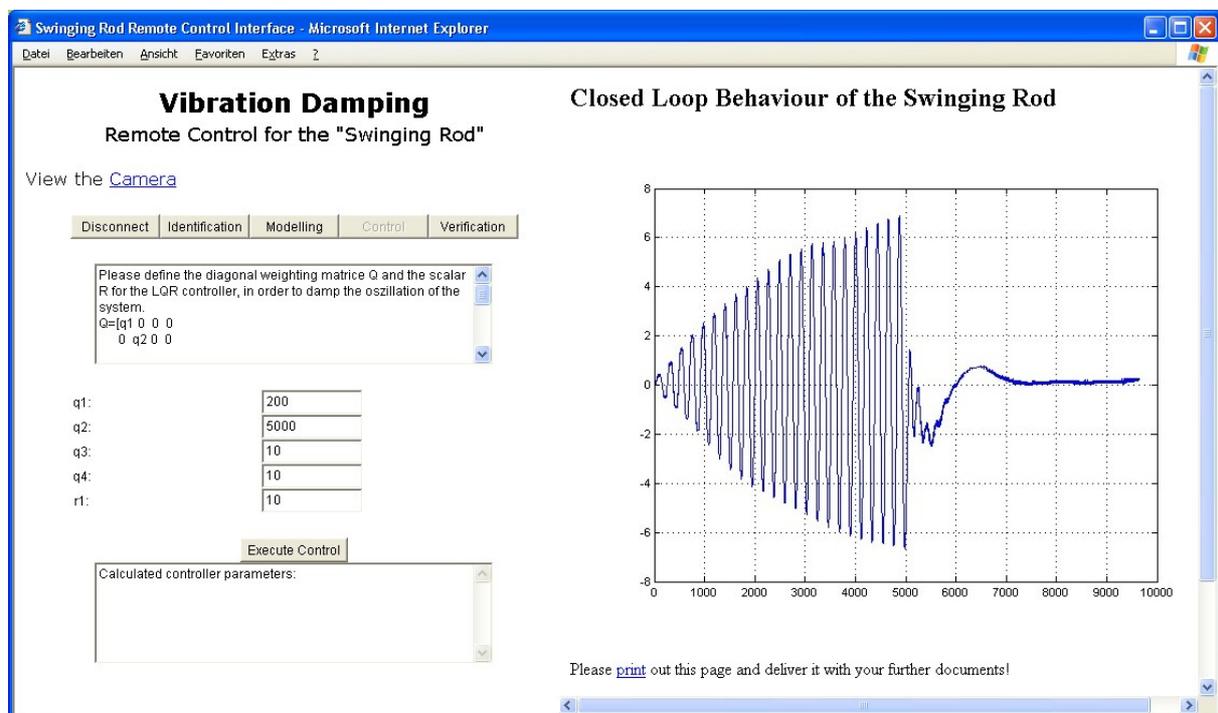


Abbildung 7-5: Regelungsentwurf zur Vibrationsdämpfung des „Schwingenden Stabes“
innerhalb der Java-Fernsteuerung

Dieses Experiment ist seit 2003 für die Ingenieurausbildung am Institut für Regelungs- und Steuerungstechnik der Universität Siegen im Einsatz. Jährlich bearbeiten ungefähr 45 Studierende erfolgreich das Experiment. Im Vergleich zu klassischen Laborexperimenten, bei denen die Studierenden an einem bestimmten Nachmittag ein Laborexperiment durchführen, sind hier die freie Zeiteinteilung sowie der nicht vorhandene Druck der Betreuer ein großer Vorteil. Die Studierenden sind jedoch auf sich selbst gestellt und können einen Betreuer nur per E-Mail fragen, bzw.

müssen die FAQs der Webseite durcharbeiten. Es ist für die Betreuer nicht möglich zu kontrollieren, ob der Studierende das Experiment wirklich selbst durchgeführt hat oder einer seiner Kollegen/Kolleginnen.

Im Folgenden wird eine örtlich verteilte Regelung über das Internet vorgestellt, bei der ein Hubschrauber-Laborexperiment zum Einsatz kommt.

7.2 Mit stochastischer Zeitverzögerung im Übertragungskanal

Die vorgestellten Regelungsverfahren der Kapitel 4, 5 und 6 fanden am Modell eines Hubschrauber-Laborexperimentes ihre Anwendung. Eine mathematische Herleitung des Modells mit einer ausführlichen Beschreibung der erstellten und eingesetzten Hard- und Software sowie der Fernsteuerungsapplikation wird im Folgenden für dieses Experiment gegeben. Das Regelungsverhalten des realen Systems zusammen mit der adaptiven Regelung aus Kapitel 4 wird abschließend vorgestellt.

7.2.1 Helikopter-Experiment

Das auf einem Sockel montierte Hubschrauber-Laborexperiment lässt sich ideal für Experimentierversuche einsetzen. Da der Helikopter nicht wegfliegen kann, besteht weder Gefahr für Personen noch das Risiko einer mechanischen Beschädigung (wie zum Beispiel nach einer Bruchlandung). Zusammen mit einer DAQ-Schnittstellenkarte und dem Softwarepaket WinCon ist das Hubschrauber-Laborexperiment von der kanadischen Firma Quanser [QUA 04] bezogen worden.

Abbildung 7-6 zeigt einen drehbaren Arm, an dem an einer Seite ein Motor mit Rotor und auf der anderen ein Gegengewicht befestigt ist. Dieser Hubschrauberarm ermöglicht eine Höhenrotation, wobei das Gegengewicht zur Reduzierung der Motorleistung im Gleichgewichtszustand dient. Der Arm kann um den Winkel ε rotieren, welcher durch einen Winkelsensor erfasst wird. Der Motor erzeugt mit dem Propeller eine Kraft, um eine Rotation (Höhenänderung) zu ermöglichen.

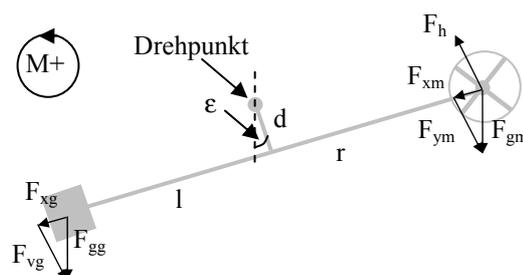


Abbildung 7-6: Schematische Darstellung des Hubschrauber-Experimentes

F_{gm} ist die Gewichtskraft, verursacht durch die Masse des Motors, der Aufhängung und des Propellers, F_{gg} die Masse des Gegengewichtes.

Aktorik und Sensorik des Hubschraubers

Um einen Auftrieb zu erzeugen, setzt der Hubschrauber einen Gleichspannungsmotor mit Propeller ein, welcher von einem Analogverstärker angesteuert wird. Die Messung des Höhenwinkels übernimmt ein am Drehpunkt montierter Encoder, siehe dazu Abbildung 7-6. Dieser Encoder kann nur den Winkel, nicht aber die Winkelgeschwindigkeit messen, wie dies in den vorigen Kapiteln zur Implementierung einer Regelung notwendig war. Um die Winkelgeschwindigkeit aus den aktuellen Winkeldaten zu bekommen, lässt sich zum Beispiel folgende vereinfachte Annäherung machen:

$$\dot{y}(t) = \frac{y(t) - y(t - \theta)}{\theta} \quad 7-1$$

Dies ist detailliert in [NIC 04a] beschrieben und findet Anwendung bei einem Regelungsentwurf für Oszillatoren.

7.2.2 Helikopter-Modellierung

Das dynamische Modell des Helikopters basiert auf dem newtonschen Gesetz für Rotationsbewegungen. Es besagt, dass die Summe der Drehmomente an einem festen Körper gleich der Ableitung des Drehimpulses ist.

$$J \cdot \ddot{\varepsilon}(t) = \sum_i M_i \quad 7-2$$

Mit dem Trägheitsmoment J , dem Rotationswinkel ε und den angreifenden Drehmomenten M_i zeigt Abbildung 7-6, dass die Rotationsachse nicht auf einer Linie zwischen der Motormasse und dem Gegengewicht liegt, was von einem so genannten Waageneffekt herrührt und in der Modellierung entsprechend zu berücksichtigen ist.

Ausgehend vom Gleichgewichtszustand bei $\varepsilon = 0$ (Ruhezustand) ergibt sich:

$$F_{xg} = F_{xm} = 0 \text{ und } F_{gg} \cdot l = F_{gm} \cdot r$$

Für $\varepsilon \neq 0$ tritt der Waageneffekt auf und am System greifen die folgenden Kräfte an:

- Kraft, verursacht durch die Motormasse, Aufhängung und Propeller F_{xm}

$$F_{xm} = \sin(\varepsilon(t)) \cdot m_m \cdot g \quad 7-3$$

- Kraft, verursacht durch das Gegengewicht F_{xg}

$$F_{xg} = \sin(\varepsilon(t)) \cdot m_g \cdot g \quad 7-4$$

- Kraft, verursacht durch den Luftstrom des Hubschrauber-Propellers bei einer Ansteuerung des Motors F_{rotor}

$$F_{rotor} = K_t \cdot v(t) \quad 7-5$$

Die Systemparameter, entsprechend Abbildung 7-6, sind gegeben mit: Motor-Kraft-Konstante K_t , Motorspannung $v(t)$, Gravitationskonstante g , gesamtes Trägheitsmoment des Systems J , Motor-, Aufhängungs- und Propeller Masse mit m_m , Masse des Gegengewichtes m_g und Abstand d , welcher den erwähnten Waageneffekt erzeugt.

Das Trägheitsmoment lässt sich vereinfacht durch verteilte konzentrierte Massepunkte (Motor und Gegengewicht) berechnen zu

$$J = \sum_i m_i \cdot r_i^2 = m_m \cdot (\sqrt{r^2 + d^2})^2 + m_g \cdot (\sqrt{l^2 + d^2})^2, \quad 7-6$$

daraus folgt

$$J = m_m \cdot (r^2 + d^2) + m_g \cdot (l^2 + d^2). \quad 7-7$$

Entsprechend dem newtonschen Gesetz ist das dynamische Modell gegeben zu

$$J \cdot \ddot{\varepsilon}(t) = -F_{xg} \cdot d - F_{xm} \cdot d + F_{rotor} \cdot r, \quad 7-8$$

dargestellt mit den entsprechenden Kräftegleichungen von oben folgt

$$J \cdot \ddot{\varepsilon}(t) = (-m_g - m_m) \cdot g \cdot d \cdot \sin(\varepsilon(t)) + K_t \cdot r \cdot v(t). \quad 7-9$$

Das Modell zweiter Ordnung lässt sich nun umformen zu

$$\ddot{\varepsilon}(t) + \frac{(m_g + m_m) \cdot g \cdot d}{J} \sin(\varepsilon(t)) = \frac{K_t \cdot r}{J} \cdot v(t). \quad 7-10$$

Ausgedrückt in allgemeiner Form folgt

$$\ddot{\varepsilon}(t) + a_1 \sin(\varepsilon(t)) = b_1 \cdot v(t), \quad 7-11$$

$$\text{mit } a_1 = \frac{(m_g + m_m) \cdot g \cdot d}{J} \text{ und } b_1 = \frac{K_t \cdot r}{J}.$$

Mit den Parameterwerten $K_t = 1 \text{ N/V}$; $g = 9,81 \text{ m/s}^2$; $J = 1,0086 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$; $m_m = 1,15 \text{ kg}$; $m_g = 1,87 \text{ kg}$; $d = 0,177 \text{ m}$; $r = 0,66 \text{ m}$; $l = 0,47 \text{ m}$; lässt sich nun das numerische Modell berechnen zu

$$\ddot{\varepsilon}(t) + 5,1989 \cdot \sin(\varepsilon(t)) = 0,6544 \cdot v(t). \quad 7-12$$

7.2.3 Systemidentifikation

Das proportionale Verhalten zwischen der Motorspannung und der erzeugten Kraft, wie in Gleichung 7-5 angegeben, weist in der Realität kein lineares Verhalten auf. Durch die Verwendung einer zusätzlichen Look-Up-Tabelle lässt sich dieses nichtlineare Verhalten eliminieren. Im mathematischen Modell ist weiter noch zu berücksichtigen, dass die mechanischen Komponenten im Rotationspunkt (siehe Abbildung 7-6) eine Reibung haben, sowie dass bei einer Bewegung ein Luftwiderstand auftritt.

Nichtlinearität verursacht durch Motor und Propeller

Das Verhältnis zwischen der Motorspannung und der erzeugten Kraft ist vom Hersteller des Experimentes mit 1 N/V angegeben. Untersuchungen zeigten jedoch, dass dieses Verhältnis zwischen Kraft und Winkel nicht im gesamten Spannungsbereich konstant ist. Durch Anlegen einer Rampenfunktion als Eingangsspannung wie in Abbildung 7-7 lässt sich die Auftriebskraft, verursacht durch die Propeller, mit dem Höhenwinkelsensor messen. Diese Messung zeigt in Abbildung 7-8 ein nahezu lineares Verhalten bei einer Simulationszeit zwischen 40 und 100 Sekunden. Für die Eingangsspannung bedeutet dies, dass zwischen 1,5 und 4 Volt ein nahezu lineares Verhältnis besteht. Ganz besonders jedoch im unteren Spannungsbereich herrscht ein sehr stark nichtlineares Verhalten. Dies verursacht Probleme bei der Regelung, was sich in der Nähe der stationären Genauigkeit durch ein schlechteres Systemverhalten widerspiegelt.

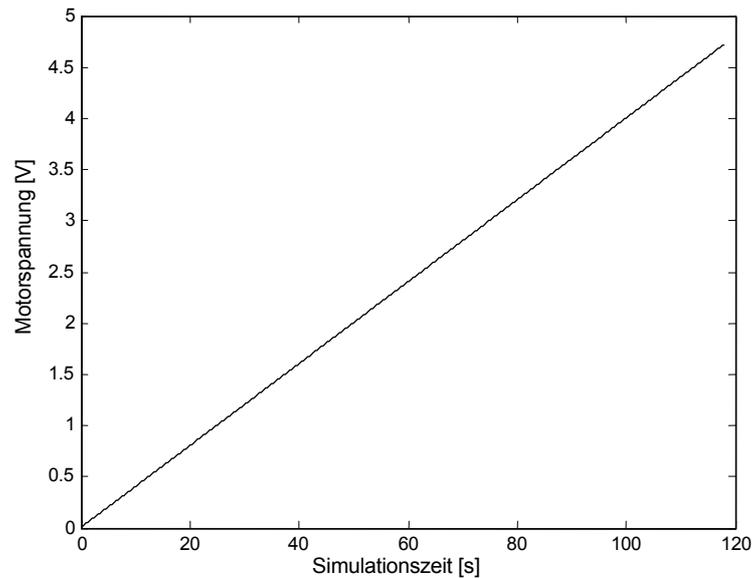


Abbildung 7-7: Spannung am Hubschrauber

Durch den Einsatz einer Look-Up-Tabelle lässt sich solch eine Nichtlinearität eliminieren. Dazu ist das nichtlineare Verhalten aus Abbildung 7-8 an der Diagonalen $y(x) = x$ zu spiegeln und als Übertragungsblock am realen System direkt vor den Motorausgang zu setzen. Um die Motorspannung mit der erzeugten Kraft in ein lineares Verhältnis zu bringen, wird die Linearisierung entsprechend Abbildung 7-9 angewendet.

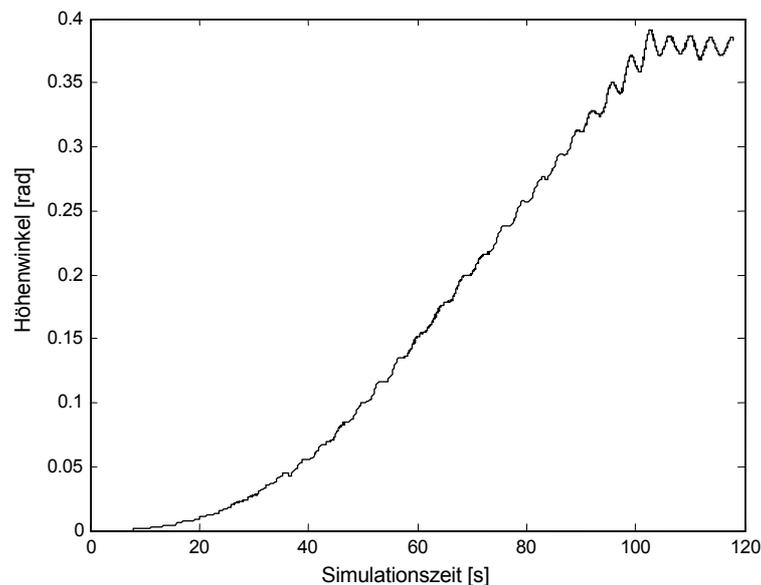


Abbildung 7-8: Höhenwinkel des Hubschraubers

Die Linearitätsuntersuchung wurde auch für negative Spannungen durchgeführt, wie Abbildung 7-9 zeigt. Negative Spannung bedeutet, dass der Hubschrauber mit den Propellern nach unten drückt. Da die Motor-Propeller-Kombination für Auftrieb

konstruiert wurde, erzeugt sie für Abtrieb wesentlich weniger Kraft, was das unsymmetrische Verhalten in Abbildung 7-9 erklärt.

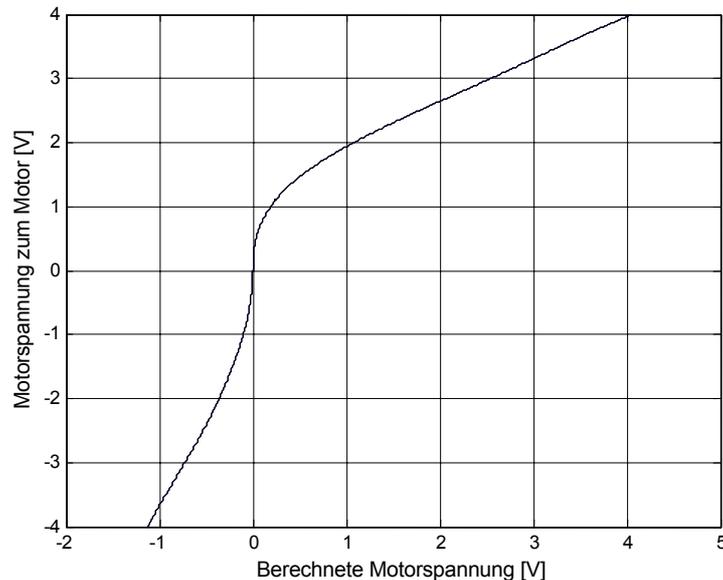


Abbildung 7-9: Anpassen des nichtlinearen Verhaltens zwischen Motorspannung und erzeugter Kraft durch die Propeller

Das Simulinkmodell der realen Hubschrauberansteuerung mit eingefügter Look-Up-Tabelle im Stellgrößenausgang ist in Abbildung 7-10 dargestellt.

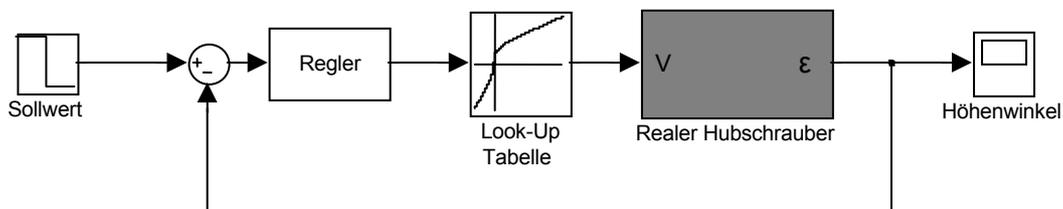


Abbildung 7-10: Anpassen des nichtlinearen Verhaltens zwischen der Motorspannung und der erzeugten Kraft durch die Propeller mittels einer Look-Up-Tabelle

Ermittlung des Dämpfungsparameters

Die Reibung der mechanischen Komponenten konnte bei der Modellbildung nicht berücksichtigt werden. Sie ist als Dämpfung zu interpretieren und lässt sich durch Versuche am realen System ermitteln.

Das mathematisch hergeleitete Modell nach dem zweiten newtonschen Gesetz aus Gleichung 7-11 ist deshalb durch einen Dämpfungsterm (mit $\dot{\varepsilon}(t)$) zu erweitern.

$$\ddot{\varepsilon}(t) + a_1 \dot{\varepsilon}(t) + a_2 \sin(\varepsilon(t)) = b_1 \cdot v(t)$$

Den Grund für die zusätzliche Betrachtung eines Dämpfungsterms zeigt das Sprungantwortverhalten des mathematischen Modells im Vergleich zum realen Hubschrauber. Das Systemverhalten bei einem Eingangssprung von 0 auf 3 Volt zum Zeitpunkt $t = 0$ ist in Abbildung 7-11 dargestellt.

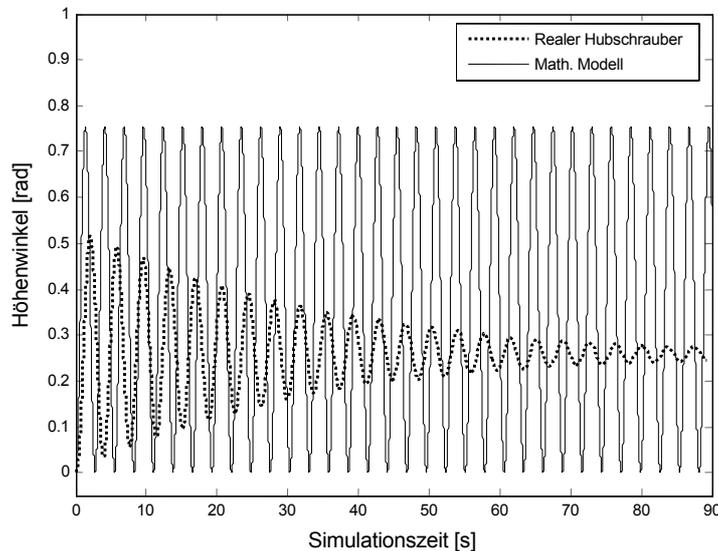


Abbildung 7-11: Vergleich zwischen dem hergeleiteten Modell und dem realen Hubschrauber

Das mathematische Modell schwingt mit konstanter Amplitude, da keine Dämpfung vorhanden ist. Im Gegensatz dazu klingt das reale System innerhalb der 90-Sekunden-Simulationszeit ganz beträchtlich ab, die Amplitudenhöhe stimmt des Weiteren nicht überein. Wegen der schlechten Übereinstimmung zwischen dem realen System und der mathematischen Herleitung des Hubschraubers ist das Modell weiter zu verbessern.

Durch eine vollständige Systemidentifikation des realen Hubschraubers lässt sich ein sehr genaues numerisches (dynamisches) Modell gewinnen. Dazu sind Sprungantworten für unterschiedliche Eingangshöhen aufgezeichnet und anschließend mit der „System Identification Toolbox“ von [MAT 04] analysiert worden. Aus den einzelnen Sprungantworten konnten dynamische Modelle gleicher Ordnung bestimmt werden. Durch eine anschließende Mittelwertbildung der einzelnen Parameter konnte somit ein dynamisches Modell des Hubschraubers ermittelt werden zu

$$\ddot{\varepsilon}(t) + a_1 \dot{\varepsilon}(t) + a_2 \varepsilon(t) = b_1 \cdot v(t), \quad 7-14$$

mit den Parametern $a_1 = 0,07441$; $a_2 = 2,904$; $b_1 = 0,2607$ folgt

$$\ddot{\varepsilon}(t) + 0,07441 \cdot \dot{\varepsilon}(t) + 2,904 \cdot \varepsilon(t) = 0,2607 \cdot v(t). \quad 7-15$$

Transformiert in den Laplace-Bereich ergibt sich daraus

$$G(s) = \frac{0,2607}{s^2 + 0,07441 s + 2,904} \quad 7-16$$

Diese mathematischen Modelle, dargestellt im Zeit- und Laplace-Bereich, fanden im Regelungsentwurf in den vorangegangenen Kapiteln ihren Einsatz.

7.2.4 Softwarestruktur zur Fernsteuerung über das Internet

Der schematische Aufbau zur Fernsteuerung des Hubschrauber-Laborexperimentes über das Netzwerk ist in Abbildung 7-12 dargestellt. Dabei ist der Steuer-Computer für die Datenein- und -ausgabe zum Hubschrauber sowie für die Kommunikation mit dem Regelungs-Computer zuständig. Die Signalübertragung zwischen dem Steuer- und dem Regelungs-Computer läuft über das Netzwerk (Internet) ab, wobei stochastische Zeitverzögerungen auftreten. Der Steuer-Computer ist über ein Kabel direkt mit dem Helikopter verbunden, so dass hier keine Zeitverzögerung in der Signalübertragung entstehen kann.

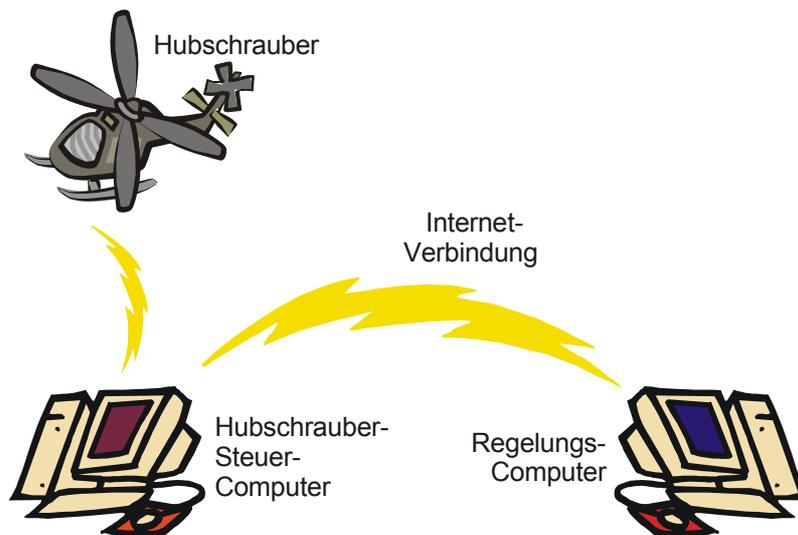


Abbildung 7-12: Aufbau der Hubschrauber-Fernsteuerung

Die Programmstruktur zur Fernsteuerung des Hubschraubers teilt sich dabei in drei wesentliche Einheiten auf, wie Abbildung 7-13 zeigt:

- Hardwareansteuerung durch die Software WinCon und den Echtzeit-Kernel RTX (Steuer-Computer).
- Java-Programm zur Datenübertragung über das Netzwerk (innerhalb des Steuerungs-Computers).

- Java-Programm zur Datenübertragung über das Internet und Stellgrößenberechnung unter Verwendung des entworfenen Reglers (Regelungs-Computer).

Die hardwareseitige Ansteuerung des Hubschraubers wird in einem Matlab/Simulink-Modell erstellt, mit Hilfe des „Real-Time Workshop“ [MAT 04] lässt sich daraus ein (Echtzeit-) Code generieren. Innerhalb der WinCon-Software [QUA 04] kann dieser Echtzeit-Code nun ausgeführt werden, welcher das reale System ansteuert.

Mit der Quanser-Toolbox [QUA 04] lassen sich Netzwerk-Kommunikationsblöcke in das Simulink-Modell integrieren. Damit kann bei der Ausführung des Simulink-Modells innerhalb der WinCon-Software in Echtzeit eine Netzwerkverbindung zu einem anderen Rechner hergestellt und darüber Daten übertragen werden. Diese Netzwerkübertragung läuft jedoch nur über das TCP/IP-Protokoll ab, welches ein sicheres Übertragen der Datenpakete gewährleistet, dafür aber wesentlich langsamer als das UDP-Protokoll ist, siehe [PRO 04]. Die schnelle Datenübertragung ist bei einer Fernsteuerung eines realen Systems äußerst wichtig. Bei der Implementierung mit dem UDP-Protokoll kann durchaus ein Datenpaket verloren gehen, jedoch ist dies bei entsprechend hoher Abtastrate zu vernachlässigen, wie später noch gezeigt wird. Beim TCP/IP-Protokoll kann solch ein Datenpaket auch verloren gehen, jedoch wird dies von der Netzwerkverbindung erkannt und wiederholt gesendet, was entsprechend viel Zeit kostet. Zur Verbesserung des QoS wird zur Datenübertragung über das Internet das UDP-Protokoll eingesetzt, im folgenden Datenflussplan wird die Implementierung näher erläutert.

Datenfluss

Die WinCon-Software auf dem Steuerungs-Computer liest den aktuellen Hubschrauber-Höhenwinkel ein und schickt diesen (mit den Netzwerk-Kommunikationsblöcken über TCP/IP) auf denselben Rechner an das Java-Programm. Da diese TCP/IP-Kommunikation zwischen zwei Programmen auf demselben Rechner stattfindet, ist die Zeitverzögerung vernachlässigbar klein. Das Java-Programm empfängt das Datenpaket und liest direkt die Systemzeit aus, dieser Zeitstempel wird dann zusammen mit dem Höhenwinkel des Helikopters an den Regelungs-Computer (über das UDP-Protokoll) geschickt. Eine Java-Applikation auf dem Regelungs-Computer nimmt dieses Datenpaket an, bestimmt die entstandene Signallaufzeit (siehe Kapitel 3.2.3) und berechnet die Stellgröße entsprechend der

verwendenden Regelstrategie. Diese Stellgröße wird zusammen mit der aktuellen Systemzeit und dem ursprünglichen Zeitstempel (wann die Messsignale auf dem Steuer-Computer aufgezeichnet wurden), zurück zum Steuer-Computer geschickt. Der Steuer-Computer nimmt dieses Datenpaket an und kontrolliert zuerst, ob nicht schon ein aktuelleres Datenpaket angekommen ist. Wenn ja, wird es verworfen; ist das empfangene Datenpaket aber das aktuellste, wird die gesamte Signallaufzeit gemessen (vergleiche dazu Kapitel 3.2.3). Sollte die gesamte Zeitverzögerung während mehrerer Datenpakete wesentlich größer als die im Vorwärtszweig gemessene doppelte Zeitverzögerung sein (siehe Abbildung 3-3), muss der Steuer-Computer die Regelung abschalten. Liegt die Zeitverzögerungsvorhersage innerhalb eines Toleranzbereiches, ist das Stellsignal über die TCP/IP-Verbindung an die WinCon-Applikation zu senden, um von da aus über die Schnittstellenkarte (DAQ) das Stellsignal auf den Motor zu schalten. Abbildung 7-13 zeigt einen gesamten Überblick der Programmstruktur, der RTX-Kernel ermöglicht die Ausführung der WinCon-Anwendung unter Windows XP in Echtzeit.

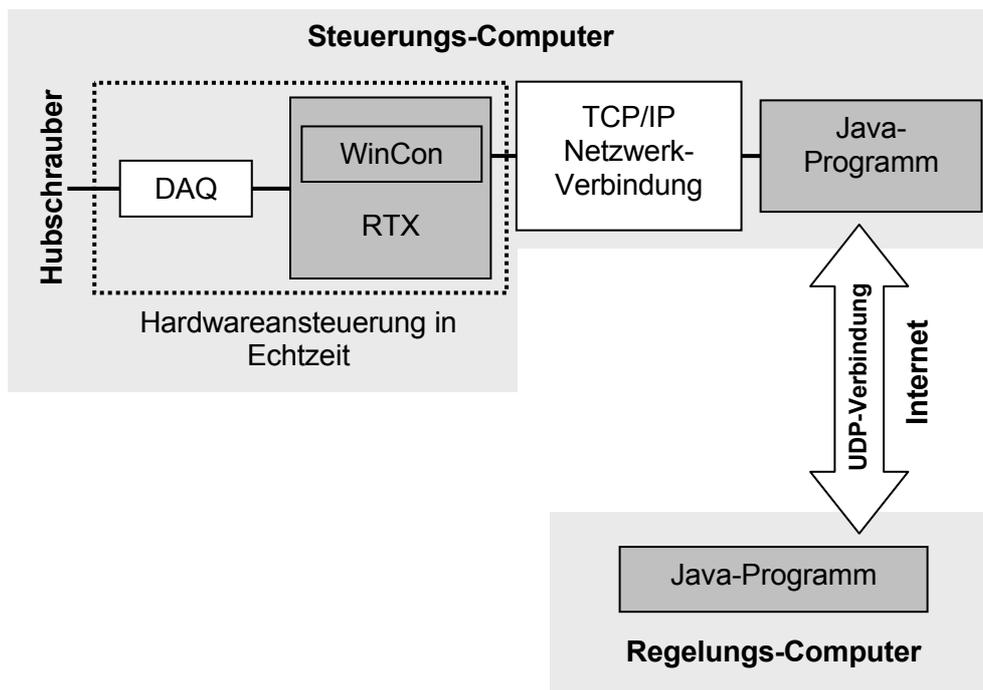


Abbildung 7-13: Programmstruktur zur Fernsteuerung des Hubschrauber-Experimentes über das Internet

Der oben beschriebene Signalfluss ist noch einmal anschaulich im folgenden Blockdiagramm (Abbildung 7-14) dargestellt.

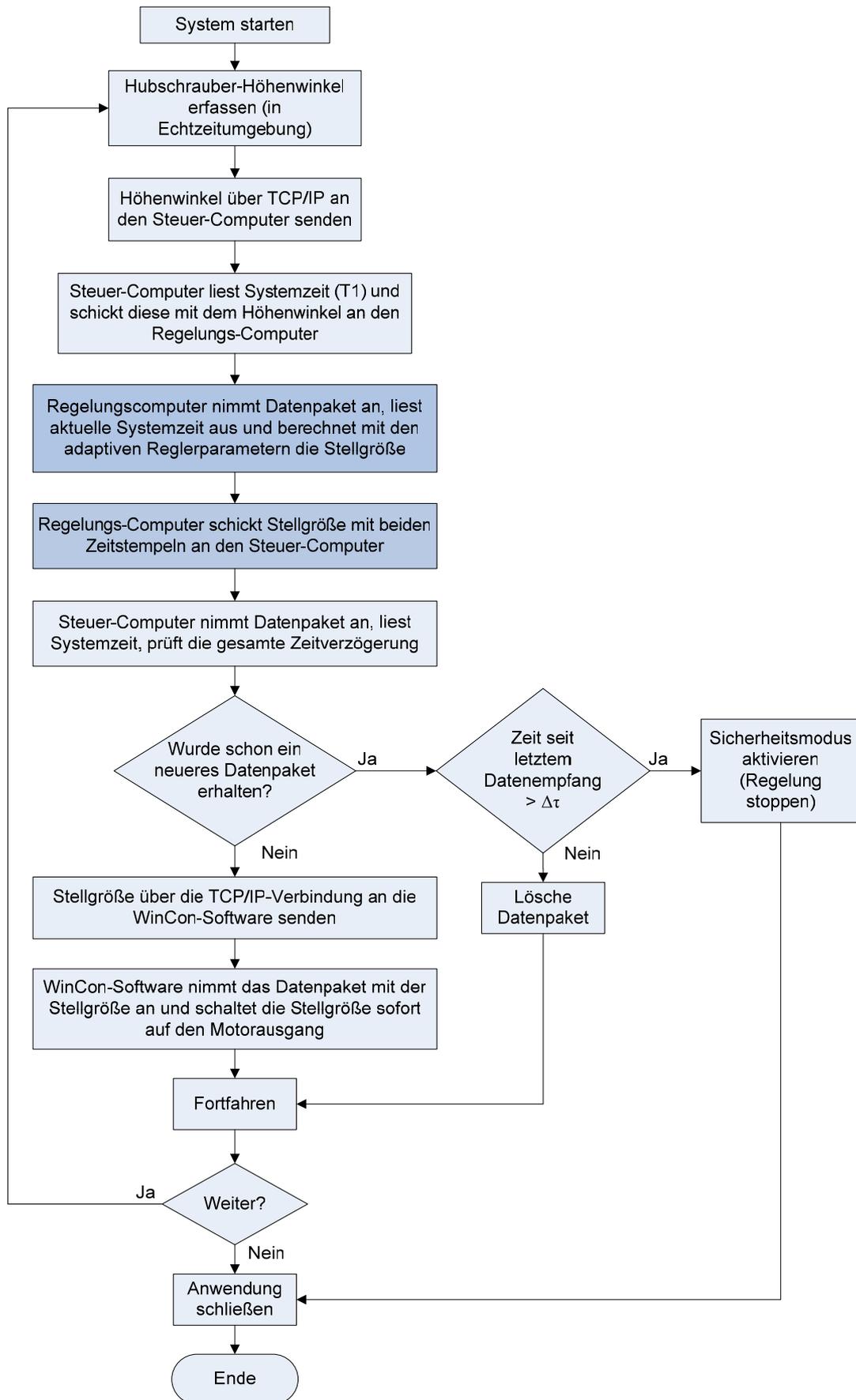


Abbildung 7-14: Signalflussplan zur Fernsteuerung des Hubschrauber-Experimentes über das Internet

7.2.5 Ergebnisse der realen Fernsteuerung des Hubschraubers

Die in Kapitel 4 entwickelte adaptive Regelung wurde in der oben beschriebenen Java-Fernsteuerung implementiert. Die Ergebnisse aus dem realen Hubschrauber-Experiment sind im Folgenden gezeigt. Mit einer stochastischen Störung von 200 ms überlagert wurde die Zeitverzögerung während der gesamten Simulationszeit (300 s) kontinuierlich von null auf eine Sekunde erhöht, wie Abbildung 7-15 zeigt. Für diese Zeitverzögerung wurde eine Serie von Sprungantworten aufgezeichnet, die in Abbildung 7-16 dargestellt sind.

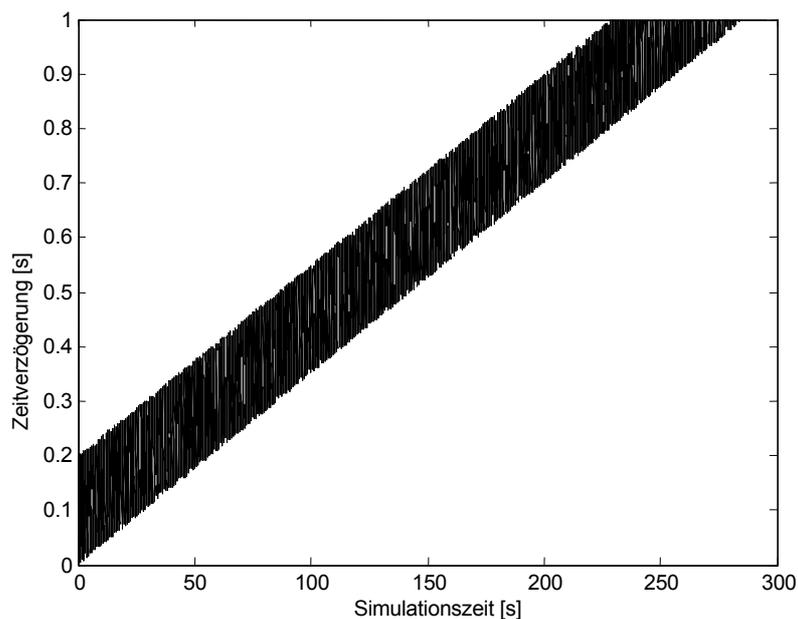


Abbildung 7-15: Stochastische Zeitverzögerung während der Simulationsdurchführung

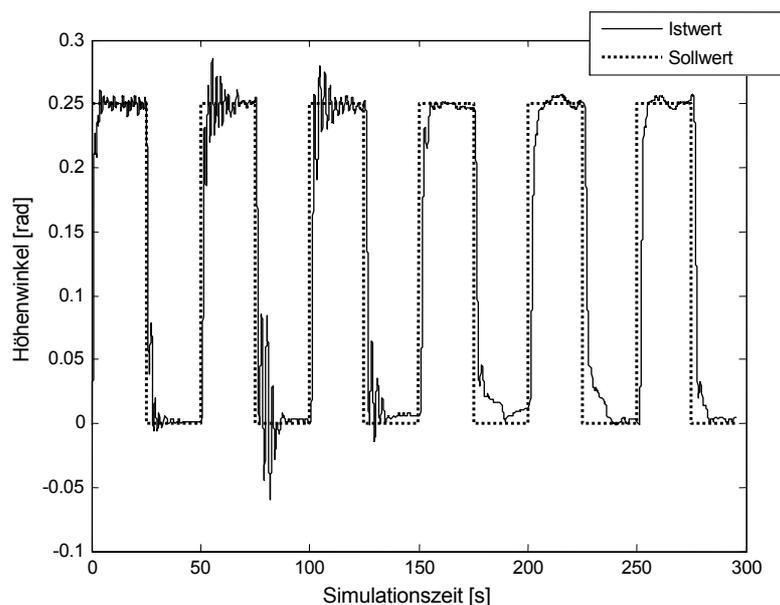


Abbildung 7-16: Sprungantworten des Hubschraubers für unterschiedliche Zeitverzögerungen

Die entsprechend der Signallaufzeit adaptiv angepassten Reglerparameter sind in Abbildung 7-17 dargestellt.

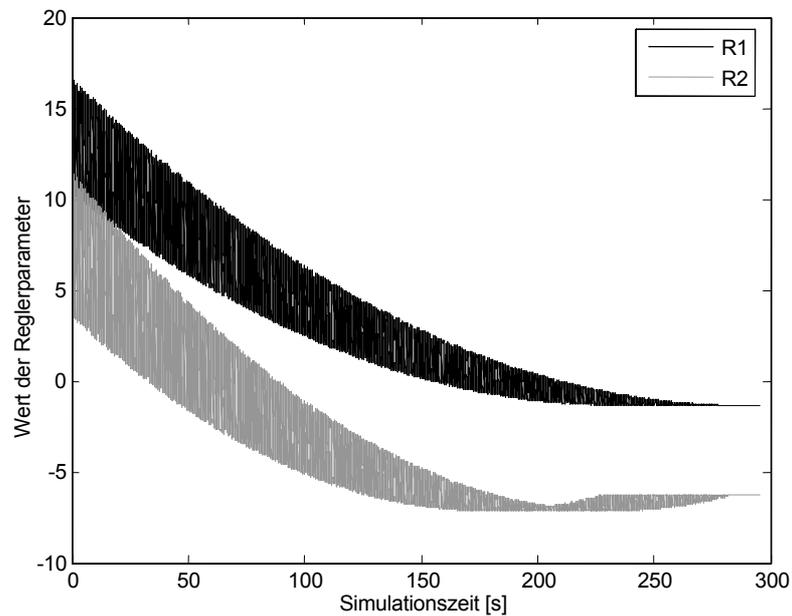


Abbildung 7-17: Adaptiv angepasste Reglerparameter während der Simulationsdurchführung

Da die Signallaufzeiten für den Rückwärtszweig nur abgeschätzt werden (siehe Kapitel 3.2.3), ist bei diesem Experiment zusätzlich eine stochastische Störung der Signallaufzeit von ± 25 ms aufgeschaltet, die nicht in die Reglerberechnung mit einfließt, wie Abbildung 7-18 zeigt.

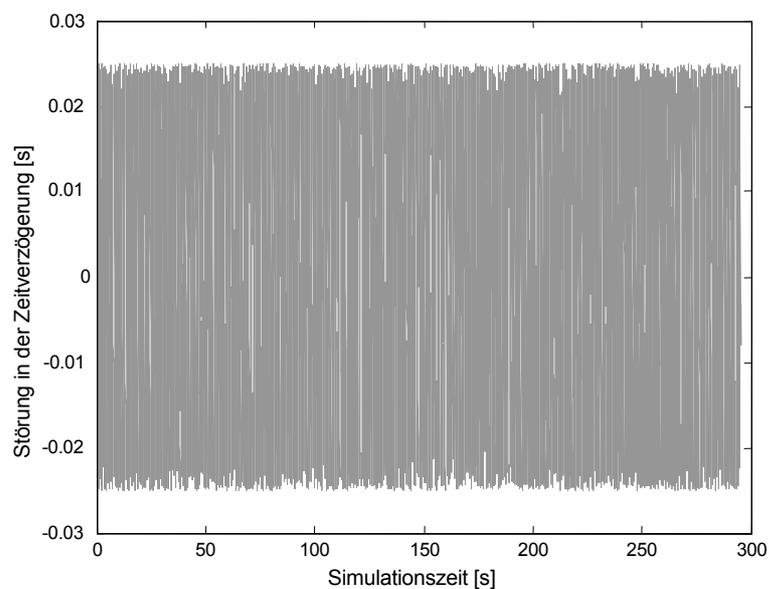


Abbildung 7-18: Stochastische Störung der Zeitverzögerung, die nicht in die Berechnung der Reglerparameter eingeflossen ist

In den Sprungantworten des realen Systems in Abbildung 7-16 sind deutlich mehr Überschwinger zu vermerken, als in der Simulation aus Abbildung 4-13. Wegen der Störungen in der Zeitverzögerung und des nicht exakt beschreibbaren realen Systems treten diese Unterschiede in Erscheinung. Das System reagiert trotzdem auf die einzelnen Sprünge sehr schnell und regelt den Höhenwinkel auch in adäquater Zeit aus. Das Wichtigste ist hierbei, dass die Regelung bei jeder variierenden Zeitverzögerung in jedem Falle stabil bleibt und keinesfalls aufschwingt.

8 Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurden verschiedene Regelungsansätze entwickelt, um dynamische Systeme über nicht echtzeitfähige Kommunikationsnetzwerke zu regeln. Betrachtet wurden IP-Netzwerke mit TCP- und UDP-Protokollen, bei denen in der Datenübertragung stochastische Signallaufzeiten auftreten. Diese Zeitverzögerung stellt ein großes Problem dar und war im Regelungsentwurf entsprechend zu berücksichtigen und mit Zeitverzögerungsmodellen genau zu analysieren.

Das einfachste Zeitverzögerungsmodell ist eine konstante, nicht exakt bekannte, aber in einem gegebenen beschränkten Intervall liegende Verzögerung. Dieses Entwurfsverfahren ist wegen der konstant angenommenen Totzeit sehr restriktiv und wurde in dieser Arbeit nicht eingesetzt. Die Betrachtung als begrenzte und stochastisch variierende einfache Zeitverzögerung kam in Kapitel 4 zum Einsatz. Ein neuer Entwurf mit der Betrachtung eines sehr genauen identifizierten Zeitverzögerungsmodells wurde in Kapitel 6 beschrieben, basierend auf einer Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion einer bestimmten Netzwerkverbindung.

Ein Ansatz mit adaptiver Regelung ist hier notwendig, um einen sehr großen Bereich der Signallaufzeit abzudecken. Bei solch einer Regelung ist die Messung der Zeitverzögerung von Datenpaketen im Netzwerk deshalb eine sehr wichtige Eigenschaft. Da nur die Laufzeit von der Strecke zur Regelung für die adaptive Reglerberechnung gemessen werden kann, muss die gesamte Signallaufzeit geschätzt werden. Trotz dieser Ungenauigkeit lässt sich eine Regelung mit schneller und stabiler Dynamik entwickeln. Die Unsicherheiten in der Signallaufzeit hängen sehr stark von der Netzwerkverbindung ab. So treten teilweise bei Verbindungen in Ländern des ehemaligen Ostblocks sehr große Laufzeitschwankungen auf, während eine Datenverbindung nach Nordamerika nur sehr geringe Unterschiede aufweist, was vermutlich auf die Qualität der Leitungen und Netzwerkkomponenten zurückzuführen ist.

Abschließende Bewertung der vorgestellten Regelungsansätze

Die durch einen Optimierungsalgorithmus entworfene adaptive Regelung aus Kapitel 4 lässt sich für eine Regelung über ein nicht echtzeitfähiges IP-Kommunikationsnetzwerk sehr gut einsetzen, wie die Ergebnisse des realen Versuchsaufbaus in Kapitel 7 beweisen.

Beim Entwurf einer Regelung mit endlicher Einstellzeit aus Kapitel 5 zeigt der adaptive Regler in der Simulation ebenfalls ein sehr gutes Verhalten. Dieser Ansatz ist in der Praxis ebenfalls sehr gut anwendbar. Die Zeitverzögerung kann aber nur ein ganzzahliges Vielfaches der Abtastzeit sein, was durch eine sehr kleine Abtastzeit wieder kompensiert werden kann und sich im realen Einsatz nicht negativ auswirkt.

Der Ansatz eines Regelungsentwurfs mit einer verteilten Zeitverzögerung wird angewendet auf eine Regelung über Kommunikationsnetzwerke. Dieser neu entwickelte Ansatz wird in Kapitel 6 beschrieben. Die Simulation zeigt ein äußerst schnelles und stabiles Verhalten. Bei einer realen Regelung über das Netzwerk müssen jedoch zuerst die Parameter des Gamma-Modells, hiermit dann die Reglerparameter durch eine Polvorgabe ermittelt werden. Dies ist im Moment nicht zu realisieren, da das angegebene Software-Tool zur automatischen Ermittlung der Gamma-Parameter von den Autoren nicht offengelegt ist. Die Polvorgabe müsste dann in gewisser Weise automatisiert werden.

Abschließend kann gesagt werden, dass sich die adaptive Regelung aus Kapitel 4 für eine Fernregelung über ein Kommunikationsnetzwerk sehr einfach einsetzen und implementieren lässt. Der vorangehende Optimierungsansatz lässt sich direkt für andere Problemstellungen und Regelstrecken übernehmen und anpassen. Ein Abschaltmechanismus bei einer zu groß werdenden Zeitverzögerung muss auf jeden Fall berücksichtigt werden.

Was bringt die Zukunft?

Die rasante Weiterentwicklung des Internets wird die oben vorgestellten Regelungsansätze vermutlich in wenigen Jahren weiter vereinfachen, so dass eine Regelung über das Internet in Zukunft häufiger anzutreffen sein wird. Der Anstieg der Datenübertragungsgeschwindigkeit zusammen mit dem Einsatz neuer Protokolle sollte dann sogar eine gewisse Echtzeitfähigkeit zulassen. Besondere industrielle Anwendungen könnten sich dann auch global über das Netzwerk regeln lassen, ohne örtlich begrenzt zu sein.

9 Anhang

Positiv definite quadratische Matrizen

Eine symmetrische Matrix ist positiv definit, wenn all ihre Eigenwerte positiv sind. Außerdem gilt nach dem Kriterium von Sylvester: Eine symmetrische Matrix ist genau dann positiv definit, wenn alle ihre "nordwestlichen" Unterdeterminanten positiv sind.

Die Matrix A kann durchaus vom Zustandsvektor $\underline{x}(t)$ abhängen:

$$\underline{A}(\underline{x}) = (a_{ik}(\underline{x})) = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots \\ a_{21} & a_{22} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}; \text{ und } \underline{A} = \underline{A}^T \quad 9-1$$

Zur vereinfachten Darstellung von positiv definiten Matrizen wird $\underline{A} > 0$ geschrieben, was sich durch das skalare Ergebnis von $\underline{u}^T \underline{A} \underline{u} > 0$ für alle $\underline{u} \in \mathbb{R}^n$ ungleich Null erklären lässt, siehe dazu [BOY 94].

Lineare Matrixungleichungen (LMI)

Im Folgenden sind allgemeine Anmerkungen zu LMIs gegeben [JEN 00]:

- Eine LMI der Form $\underline{G}(\underline{x}) > 0$, ($\underline{G}(\underline{x})$ positiv-definit) ist äquivalent zu der Ungleichung $\underline{F}(\underline{x}) < 0$, mit $\underline{F} = -\underline{G}$ (negativ definit).
- Bezeichnet man mit $\lambda_{\max}(\underline{F}(\underline{x}))$ den größten Eigenwert der Matrix $\underline{F}(\underline{x})$, so ist die Ungleichung $\underline{F}(\underline{x}) < 0$ äquivalent zu $\lambda_{\max}(\underline{F}(\underline{x})) < 0$.

Ein System mit endlich vielen Matrixungleichungen $\underline{F}^{(1)}(\underline{x}) < 0, \dots, \underline{F}^{(n)}(\underline{x}) < 0$ lässt sich zu einer einzigen Matrixungleichung zusammenfassen:

$$\underline{F}(\underline{x}) = \begin{pmatrix} \underline{F}^{(1)}(\underline{x}) & 0 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \underline{F}^{(n)}(\underline{x}) \end{pmatrix} < 0. \quad 9-2$$

Schur-Komplement

Nichtlineare (quadratische) Matrixungleichungen lassen sich mit Hilfe des so genannten Schur-Komplements in lineare Matrixungleichungen (LMIs) umformen [GU 03]. Bei einzelner Betrachtung der Blöcke einer negativ-definiten Matrix \underline{M} kann nach dem Schur-Komplement folgende Regel hergeleitet werden: Die Matrix \underline{M} gegeben durch

$$\underline{M} = \begin{pmatrix} \underline{Q}(\underline{x}) & \underline{S}(\underline{x}) \\ \underline{S}^T(\underline{x}) & \underline{R}(\underline{x}) \end{pmatrix} < 0 \quad 9-3$$

lässt sich nach Schur umformen zu

$$\begin{aligned} \underline{Q}(\underline{x}) < 0 \\ \underline{R}(\underline{x}) - \underline{S}^T(\underline{x})\underline{Q}^{-1}(\underline{x})\underline{S}(\underline{x}) < 0 \end{aligned} \quad 9-4$$

oder

$$\begin{aligned} \underline{R}(\underline{x}) < 0 \\ \underline{Q}(\underline{x}) - \underline{S}(\underline{x})\underline{R}^{-1}(\underline{x})\underline{S}^T(\underline{x}) < 0. \end{aligned} \quad 9-5$$

Die Ausdrücke $\underline{R}(\underline{x}) - \underline{S}^T(\underline{x})\underline{Q}^{-1}(\underline{x})\underline{S}(\underline{x})$ bzw. $\underline{Q}(\underline{x}) - \underline{S}(\underline{x})\underline{R}^{-1}(\underline{x})\underline{S}^T(\underline{x})$ werden als Schur-Komplemente der Matrix \underline{M} bezeichnet. Eine nichtlineare Matrixungleichung lässt sich somit in eine lineare Matrixungleichung umformen.

Beispiel:

Es sei eine Normbegrenzung einer beliebigen Matrix $\|\underline{Z}(\underline{x})\| < 1$ gegeben, wobei $\underline{Z}(\underline{x}) \in \mathbb{R}^{p \times q}$ affin von \underline{x} abhängig sein kann. Diese Begrenzung lässt sich als LMI darstellen:

$$\begin{pmatrix} \underline{I} & \underline{Z}(\underline{x}) \\ \underline{Z}^T(\underline{x}) & \underline{I} \end{pmatrix} > 0 \quad 9-6$$

Es ist anzumerken, dass $\|\underline{Z}(\underline{x})\| < 1$ äquivalent zu $\underline{I} - \underline{Z}\underline{Z}^T > 0$ ist [BOY 94].

Affine parameterabhängige Modelle

Bei der Beschreibung von dynamischen Systemen müssen teilweise ungenaue Systembeschreibungen oder zeitvariierende Parameter mitberücksichtigt werden. Dies lässt sich z.B. durch die Systembeschreibung

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}} &= \underline{A}(\underline{p})\underline{x} + \underline{B}(\underline{p})\underline{u} \\ \underline{y} &= \underline{C}(\underline{p})\underline{x} + \underline{D}(\underline{p})\underline{u} \end{aligned} \quad 9-7$$

mit $\underline{A}(\cdot)$, $\underline{B}(\cdot)$, $\underline{C}(\cdot)$ und $\underline{D}(\cdot)$ als bekannte Funktionen darstellen. Diese Funktionen sind vom Parametervektor $\underline{p} = (p_1, \dots, p_n)$ abhängig, es folgt daraus

$$\begin{aligned} \underline{A}(\underline{p}) &= \underline{A}_0 + p_1 \underline{A}_1 + \dots + p_n \underline{A}_n \\ \underline{B}(\underline{p}) &= \underline{B}_0 + p_1 \underline{B}_1 + \dots + p_n \underline{B}_n \\ &\dots \end{aligned} \quad 9-8$$

Durch diese affine parameterabhängige Darstellung lassen sich zeitvariante Systeme nach der Ljapunow-Stabilitätsbetrachtung analysieren [MAT 05].

Geometrische Reihe

Die geometrische Reihe ist definiert mit

$$\frac{a}{1-q} = \sum_{n=1}^{\infty} a \cdot q^{n-1} = a + a \cdot q + a \cdot q^2 + \dots \quad 9-9$$

Für $|q| < 1$ geht q mit steigender Potenz gegen 0 und die geometrische Reihe konvergiert. Ist dagegen $|q| \geq 1$ so divergiert die Reihe.

Vektornorm

Um in abstrakten Vektorräumen Begriffe wie Länge, Winkel, Orthogonalität verwenden zu können, werden euklidische Vektorräume eingeführt. Die Norm eines Vektors ist eine nicht negative Zahl, welche in gewisser Weise die Länge des Vektors darstellt. Verschiedene Normen sind dazu wie folgt definiert worden [GU 03].

Eine Norm $\|\cdot\|$ ist definiert auf \mathbb{C}^n und muss für $\underline{x} \in \mathbb{C}^n$, $\underline{x} = (x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n)^T$ die folgenden drei Bedingungen erfüllen:

1. $\|\underline{x}\| = 0$ nur wenn $\underline{x} = \underline{0}$ ist,
2. $\|\varepsilon \underline{x}\| = |\varepsilon| \cdot \|\underline{x}\|$ mit dem Skalar ε ,
3. $\|\underline{x} + \underline{y}\| \leq \|\underline{x}\| + \|\underline{y}\|$.

Die gebräuchlichsten Vektornormen

1-Norm (wird auch als L^1 -Norm bezeichnet!)

$$\|\underline{x}\|_1 = \sum_{i=1}^n |x_i| \quad 9-10$$

2-Norm oder euklidische Vektornorm (wird auch als L^2 -Norm bezeichnet!)

$$\|\underline{x}\|_2 = \left(\sum_{i=1}^n |x_i|^2 \right)^{1/2} = \sqrt{\underline{x}^T \cdot \underline{x}} = (\underline{x}^T \underline{x})^{1/2} \quad 9-11$$

∞ -Norm

$$\|\underline{x}\|_{\infty} = \max_i |x_i| \quad 9-12$$

Die gebräuchlichsten Matrixnormen einer Matrix A der Dimension m, n

1-Norm

$$\|A\|_1 = \max_{1 \leq j \leq n} \sum_{i=1}^m |a_{ij}| \quad 9-13$$

2-Norm oder euklidische Vektornorm (wird auch als L^2 -Norm bezeichnet)

$$\|A\|_2 = \sqrt{\lambda_{\max}(A^H A)} \quad 9-14$$

 ∞ -Norm

$$\|A\|_{\infty} = \max_{1 \leq i \leq m} \sum_{j=1}^n |a_{ij}| \quad 9-15$$

Julianischer Kalender (The Modified Julian Day System)

Um die Zeitspanne zu messen, ist es notwendig, einen Standardkalender zu haben. Dementsprechend hat die internationale astronomische Vereinigung die Benutzung der "Julian Day Number" (JDN) zu datums-kosmologischen Vorgängen und damit verbundenen Erscheinungen eingeführt. Der Standard-Tag besteht aus 86.400 Sekunden, das Jahr besteht aus 365,25 Tagen. In dem von dem französischen Gelehrten Joseph Julius Scaliger entworfenen Plan entspricht JDN 0,0 12 Uhr am ersten Tag der Julian-Ära, 1. Januar 4713 v. Christus. Die Jahre vor Christus werden meist in Form des Julianischen Kalenders angegeben, während die Jahresangabe unserer Zeit meist im Gregorianischen Kalender angegeben wird. Der 1. Januar 1 (A.D.) nach dem Gregorianischen Kalender entspricht dem 3. Januar 1 im Julianischen Kalender, JDN 1.721.426,0 entspricht also dem ersten Tag unserer Zeit (1. Januar 1) um 12 Uhr mittags.

Das modifizierte Julianische Datum (Modified Julian Date (MJD)), wird verwendet, um eine einfachere Jahresangabe nahe unserer Zeit zu ermöglichen, vor allem mit weniger Ziffern. Es ist definiert als:

$$MJD = JD - 2.400.000,5$$

Diese Umrechnung bezieht sich auf den 1. Januar 1900 des tropischen Jahres [MEI 04].

UTC und GMT

Die GMT (Greenwich Mean Time), auch "Westeuropäische Zeit" genannt, diente ursprünglich zur Synchronisation der Uhren auf Schiffen, die auf eine lange Reise aufbrachen. Sie wurde als offizielle Welt-Zeit anerkannt und kommt aus der Astronomie, basierend auf der mittleren Sonnenzeit.

Auf der dreizehnten "General Conference of Weights and Measures" wurde 1967 die Sekunde erstmals definiert als die Dauer von 9.192.631.770 Perioden der Strahlung eines Cäsium-133-Atoms. Diese als allgemeingültige, unabhängig von Zeitzonen definierte Standardweltzeit wurde UTC (Universal Time Coordinated) genannt.

Da die UTC nichts mit dem eigentlichen Tag oder der Nacht zu tun hat, und ein Tag nicht exakt $24h * 60m * 60s = 86.400$ Sekunden hat, würde Mitternacht irgendwann mitten am Tag sein. Da so etwas nicht annehmbar ist, werden entsprechend Sekunden hinzuaddiert bzw. gekürzt, um die Sonnenzeit mit der Uhr zu synchronisieren. Diese Technik wird Schaltsekunde (leap second) genannt, was genau so wenig vorhersagbar ist wie die Erdrotation [NTP 04]. Diese Technik erschwert die genaue Berechnung eines zukünftigen Datums.

Mittleuropäische Zeit

Die Mittleuropäische Zeit (MEZ, engl. CET (Central European Time), nicht MET, was Middle Eastern Time bedeutet) ist die für Mitteleuropa und damit unter anderem für Deutschland, Österreich und die Schweiz gültige Ortszeit. Sie entspricht der mittleren Sonnenzeit des 15. Längengrads östlich von Greenwich. Ihre Differenz zur Weltzeit UTC beträgt +1 Stunde.

Die Differenz der Mittleuropäischen Sommerzeit (MESZ, engl. CEST) zur Weltzeit (GMT) beträgt hingegen +2 Stunden; sie entspricht also der mittleren Sonnenzeit des 30. Längengrads ([WIK 05]).

Verfügbarkeitsprüfung von Rechnern im Netzwerk

Das *Ping*-Kommando überprüft die Konnektivität mit einem anderen Computer auf IP-Ebene durch Senden von ICMP-Echoanforderungen (Internet Control Message Protocol). Der Empfang entsprechender Echoantworten wird zusammen mit Zeitangaben angezeigt. Ping ist der wichtigste TCP/IP-Befehl für das Durchführen von Problembehandlungen für Konnektivität, Erreichbarkeit, Namensauflösung und Laufzeitmessung.

LITERATURVERZEICHNIS

- [ADA 00] E. J. Adam, H. A. Latchman, O. D. Crisalle
Robustness of the Smith Predictor with Respect to Uncertainty in the Time-Delay Parameter, Proceedings of the American Control Conference, Chicago, Illinois, 2004
- [AIS 65] M. A. Aiserman, F. R. Gantmacher
Die absolute Stabilität von Regelsystemen, R. Oldenbourg Verlag, 1965
- [AND 89a] R. J. Anderson, M. W. Spong
Asymptotic Stability for Force Reflecting Teleoperations with Time Delay. In IEEE Conference on Robotics and Automation, Seiten 1618-1625, Scottsdale, 1989
- [AND 89b] R. J. Anderson, M. W. Spong
Bilateral Control of Teleoperators with Time Delay, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 34, No. 5, 1989
- [AND 89c] R. J. Anderson
A Network Approach to Force Control in Robotics and Teleoperation, Ph.D. thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign, Department of Electrical and Computer Engineering, Urbana, 1989
- [BOH 03] Stephan Bohacek
A Stochastic Model of TCP and Fair Video Transmission, IEEE INFOCOM, 0-7803-7753-2/03, 2003
- [BOU 02] El-Kèbir Boukas
Deterministic and Stochastic Time Delay Systems, Springer, 2002
- [BOY 94] Stephen Boyd, Laurent El Ghauoi, Eric Feron, Venkataramanan Balakrishnan
Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory, SIAM Studies in Applied Mathematics, 1994
- [BRO 02] Broido, Basic and Claffy, 2002
<http://www.caida.org/~broido/>
- [CAR 79] D. Carlson, Corvallis, T.L. Markham
Schur Complements of Diagonally Dominant Matrices, Czechoslovak Mathematical Journal, 29 (104), Praha, 1979
- [CUR 92] R.F. Curtain
A synthesis of time and frequency domain methods for the control of infinite-dimensional systems: A system theoretic approach. Erschienen in H.T.Banks (Editor), control and estimation in distributed parameter systems, Seiten 171-224, 1992
- [DES 75] C.A. Desoer, M. Vidyasagar
Feedback Systems: Input-Output Properties, Academic Press, 1975
- [DON 89] N. MacDonald
Biological delay systems: linear stability theory; Cambridge University Press, Cambridge, 1998
- [DUG 97] L. Dugard, E.I. Verriest (Herausgeber)
Stability and Control of Time-delay Systems, Lecture Notes in Control and Information Sciences 228, Springer, 1997
- [ENG 01] K. Engelborghs, T. Luzyanina, G. Samaey
DDE-BIFTOOL v. 2.00: a Matlab package for bifurcation analysis of delay differential equations, Report TW 330, October 2001, Department of Computer Science, Katholieke Universiteit Leuven, Belgium
- [FÖL 94] Otto Föllinger
Regelungstechnik: Einführung in die Methoden und ihre Anwendungen, Hüthig 1994
- [FRE 96] R.M. Freund, S. Mizuno,
Interior Point Methods: Current Status and Future Directions, OPTIMA – Mathematical Programming Society Newsletter No. 51, 1996
- [GAH 95] P. Gahinet, A. Nemirowski, A.J. Laub, M. Chilali
LMI Control Toolbox for Use with Matlab, The Mathworks Inc., 1995
- [GAW 98] Gawronski, Wodek K.; Dynamics and Control of Structures; A Modal Approach; Springer Verlag 1998, p.11 – 27.

- [GEO 02] G. S. Georgiev, H. Roth, S. Stefanova, G. T. Georgiev, E. Stoyanov, O. Roesch
How and why to build and use virtual laboratories, UNESCO (UICEE) World Transactions on Engineering and Technology Education, Vol.1, No.2, 2002. Melbourne, Australia
- [GU 00] Keqin Gu, Silviu-Iulian Niculescu
Additional Dynamics in Transformed Time-Delay Systems, IEEE Transactions in Automatic Control, Vol.45, No.3, March 2000
- [GU 02] K. Gu, S.-I. Niculescu
A Survey on Recent Results in the Stability and Control of Time Delay Systems, ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control; Special Issue on Time Delayed Systems, Volume 125, pp 158-165, 2003
- [GU 03] Keqin Gu, Vladimir L. Kharitonov, Jie Chen
Stability of Time-Delay Systems, Birkhäuser, 2003
- [GUN 03] Dinan Gunawardena, Peter Key, and Laurent Massoulié
Network characteristics: modelling, measurements and admission control; Microsoft Research; 7 J.J. Thomson Avenue; CB3 0FB Cambridge, United Kingdom
- [HAL 93] J. K. Hale, S. M. Verduyn Lunel
Introduction to Functional Differential Equations (Applied Math. Sciences, 99, Springer-Verlag, New York, 1993
- [HAN 02] Blake Hannaford; Jee-Hwan Ryu. Time-domain passivity control of haptic interfaces. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 18(1):1–10, February 2002.
- [IQB 05] Asif Iqbal, Hubert Roth, Moneeb Abu-Zaitoon
Stabilization of Delayed Teleoperation using Predictive Time-Domain Passivity Control, IASTED International Conference on “Robotics and Applications”, Cambridge, USA, 2005
- [IRW 02] R. D. Irwin, T. M. Adami, H. Roth, G. Müntz, O. Roesch; Sensor and Control Concepts for the Internet-Based Flexlab Experiment; Workshop on Internet Based Control Education, IBCE’01, December 2001, Madrid - Spain, page 231 – 234
- [JEN 00] I. Jenayeh
Robuste Modellgestützte Prädiktive Regelung mit Hilfe von Linearen Matrixungleichungen, Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 8: Mess-, Steuerungs- und Regelungstechnik, Nr. 839, 2000
- [KAH 91] Jörg Kahlert
Vektorielle Optimierung mit Evolutionsstrategien und Anwendungen in der Regelungstechnik, Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 8: Mess-, Steuerungs- und Regelungstechnik, Nr. 234, 1991
- [KAM 78] E.W. Kamen
Lectures on Algebraic System Theory: Linear Systems over Rings. NASA Contractor Report 3016, 1978
- [KRA 63] Krasovskii
Stability of Motion [Russian], Moscow, 1959; Englische Übersetzung: Stanford University Press, Stanford, CA, 1963
- [L2C 01] Learn2Control - Multimediale Lernumgebung für projektorientiertes Lernen der Methoden der Regelungstechnik, URL: <http://www.learn2control.de>, 2001.
- [LEA 04] LearNet – Lernen und Experimentieren an realen technischen Anwendungen im Netz, URL: <http://www.learnnet.de>, 2004
- [LEV 96] Levine, Williams S.
The Controls Handbook, IEEE Press & CRC Press, 1996
- [LIF 04] <http://science.nasa.gov/Realtime/jtrack/3d/JTrack3d.html>
- [LUN 02] J. Lunze
Regelungstechnik 2, Mehrgrößensysteme, Digitale Regelung, Springer, 2002
- [MAR 85] Marzullo, K., and S. Owicki.
Maintaining the time in a distributed system. ACM Operating Systems Review 19, 3, 44-54, 1985
- [MAR 92] J.E. Marshall, H. Górecki, K. Walton, A. Korytowski
Time-Delay Systems, Stability and Performance Criteria with Applications, Ellis Horwood Series in Mathematics and its Applications
- [MAT 04] Mathworks, Matlab/Simulink, www.mathworks.com

- [MAT 05] Mathworks and Mark A. Abramson, www.mathworks.com, , The Mathworks, 2004,
(Genetic Algorithm and Direct Search Toolbox, LMI-Toolbox, Control-Toolbox, Real-Time Workshop,
Statistics-Toolbox, Curve-Fit-Toolbox)
- [MEI 04] Meinberg Funkuhren
www.meinberg.de
- [MEI 86] Leonard Meirovitch; Elements of Vibration Analysis, McGraw-Hill Book Company, ISBN 0-07-041340-1, 1986.
- [MIC 01] W. Michiels, D .Roose
Limitations of delayed state feedback: a numerical study, Katholieke Universiteit Leuven, Report TW 323, 2001
- [MIC 02] W. Michiels, K. Engelborghs, P. Vansevenant, D .Roose
Continuous pole placement for delay equations, Automatica 38, page 747-761, 2002
- [MIC 05] Microsoft, 2005
www.microsoft.de
- [MIL 91] Mills, D.L.
Internet time synchronization: the Network Time Protocol. IEEE Trans. Communications COM-39, 10, 1482-1493, 1991
- [MUE 01] Muenst, Gerhard and Roth, Hubert; Sensoring and Control for Flexible Structures; Workshop on Tele-Education in Mechatronics Based on Virtual Laboratories. Weingarten, Germany, 2001. ISBN 3-9255359-003, p. 60.
- [NIC 01] S.-I. Niculescu
Delay Effects on Stability, A Robust Control Approach, Springer, 2001
- [NIC 04a] Niculescu, S.I., Michiels W.
Stabilizing a Chain of Integrators Using Multiple Delays, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol.49, No.5, May, 2004.
- [NIC 04b] S.-I. Niculescu, K. Gu, et al.,
Advances in Time-Delay Systems, Lecture Notes in Computational Science and Engineering, Springer, (38), 2004.
- [NIC 97] S.-I. Niculescu, M. Fu, H. Li
Delay Dependent Closed Loop Stability of Linear Systems with Input Delay: An LMI Approach, Proceedings of the 36th Conference on Decision & Control, San Diego, California, USA, December 1997
- [NIE 96] G. Niemeyer
Using Wave Variables in Time Delayed Force Reflecting Teleoperation, PhD. Thesis at the Massachusetts Institute of Technology, 1996
- [NTP 04] Liste mit Zeitservern und zusätzlicher Dokumentation
<http://ntp.isc.org>, <http://ntp.org> und <http://www.ntp.org/ntpfaq/NTP-a-faq.htm>
- [OVE 99] Overstreet, J.W., Anthony Tzes
An Internet-Based Real-Time Control Engineering Laboratory, 0272-1708/99 IEEE, October 1999.
- [POP 73] V.M. Popov
Hyperstability of Control Systems, Springer Verlag 1973
- [PRE 97] André Preumont
Vibration Control of Active Structures – An Introduction, Kluwer Academic Publisher, 1997
- [PRO 04] Netzwerk Protokolle
Umfassende Beschreibung alle gängigen Netzwerk Protokolle, <http://www.protocols.com>
- [QUA 04] Quanser
<http://www.quanser.com>, Canada, 2004
- [RAH 01] Chr. D. Rahn; Mechatronic Control of Distributed Noise and Vibration, Springer, 2001
- [RAZ 56] B. S. Razumikhin
On the stability of systems with delay, [Russian] Prikl. Mat. Meh., 20:740-749, 1956
- [REU 94] Manfred Reuter
Regelungstechnik für Ingenieure, Vieweg, 1994

- [RFC 04] RFC – Request for Comments
www.rfc.net
- [RIC 03] J.-P. Richard
Time-Delay systems: an overview of some recent advances and open problems, *Automatica* 39, pp 1667-1694, 2003
- [ROE 02] O. J. Roesch, K. Schilling, H. Roth
Haptic interfaces for the remote control of mobile robots, *Control Engineering Practice*, November 2002. In Volume 10, Issue 11, Pages 1309-1313
- [ROE 04a] O. J. Roesch, A. Prusak, H. Roth
Remote Controllable Vibration Damping Platform, 1st IFAC Symposium on Telematics Applications in Automation and Robotics, June 2004, Helsinki, Finland, page 155-160
- [ROE 04b] O.J. Roesch, H. Roth
Internet Laboratories in the Control Engineering Education, 15th EAEEIE Annual Conference on Innovations in Education for Electrical and Information Engineering, Mai 2004, Sofia, Bulgaria, ISBN 954-9518-22-1, page 34 - 38
- [ROE 05a] O. Roesch, H. Roth, A. Iqbal,
Extended Stability margins on controller Design for Nonlinear Input Delay Systems, IFAC World-Congress, Prague (to be presented), 2005.
- [ROE 05b] O.J. Roesch, M. Ruehl, H. Roth
Feedback Control with Varying Time Delays by a Dead-Beat Controller, IPSI 2005 SPAIN, International Conference on Advances in the Internet, Processing, Systems, and Interdisciplinary Research, Girona, Spain, 2005
- [ROT 02a] H. Roth, K. Schilling, O. Roesch
Haptic Interfaces for Remote Control of Mobile Robots, 15th IFAC World Congress b'02, July 2002, Barcelona Spain, page 212
- [ROT 02b] H. Roth, O. Roesch, J. Kuhle, A. Prusak, A. Hernán González
Virtuelle Labors für Experimente in der Mechatronik, UNESCO (UICEE) Global Journal of Engineering Education, German Vol. 6, No. 3, Melbourne, 2002, Australia, p. 207 – 218
- [ROT 02c] H. Roth
Regelung mit endlicher Einstellzeit (Dead-Beat Regelung), Vorlesung Regelungstechnik 1, Universität Siegen, 2002
- [ROT 03a] H. Roth, O. Roesch, J. Kuhle, A. Prusak
Virtual laboratories for control engineering education, UNESCO (UICEE) Annual Conference on Engineering Education, Cairns, Australia, February 2003
- [ROT 03b] H. Roth, O. Roesch, A. Prusak
Internetbasierte Laborexperimente für die regelungstechnische Ausbildung, at – Automatisierungstechnik (2003) 11, Oldenbourg Verlag, page 518 - 524
- [ROT 04] H. Roth, O. Roesch, A. Prusak, J. Kuhle
Experiments in mechatronics for remote laboratories, 21st ICDE World Conference on Open Learning & Distance Education, Lifelong Learning in the Networked World, February 2004, Hong Kong, page 82
- [RYU 04] Jee-Hwan Ryu; Dong-Soo Kwon; Blake Hannaford
Stable teleoperation with time domain passivity control, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 20(2) page 365–373, April 2004
- [SAL 00] Salza, S., Draoli, M., Gaibisso, C., Palma, A.L., Puccinelli, R.
Methods and Tools for the Objective Evaluation of Voice-over-IP Communications. In INET 2000, The 10th Annual Internet Society Conference, Yokohama, Japan.
- [SCH 00a] K. Schilling, H. Roth, O. J. Rösch
Mechatronik-Experimente in Virtuellen Labors, *KI - Künstliche Intelligenz* 2/2000, p. 41 - 46
- [SCH 00b] K. Schilling, H. Roth, O. J. Rösch
Sensordatenfernerfassung und Fernsteuerung von Maschinen über das Internet, Siemens Automatisierungskreis, Konstanz, Mai 2000
- [SCH 01a] K. Schilling, H. Roth, O. Roesch
Fernsteuerung und Telesensorik für mobile Roboter in Raumfahrt, *Industrie und Ausbildung*, at – Automatisierungstechnik 49 (2001) 8, Oldenbourg Verlag, Seite 366-372

- [SCH 01b] Schilling, K.
Remote Sensor Data Acquisition and Control, Smart Systems and Devices, Tunisia, 2001
- [SCH 02] K. Schilling, H. Roth, O. Roesch
Mobile Mini-Robots for Engineering Education, Global Journal of Engineering Education 6, 2002 , p.79 – 84
- [SCH 97] C.W. Scherer
Lineare Matrixungleichungen in der Theorie der robusten Regelung. at – Automatisierungstechnik, Band 54, Heft 7, S. 306-318, 1997
- [SLO 91] J.-J.E. Slotine, W. Li
Applied Nonlinear Control, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1991
- [SMI 57] O.J.M. Smith
Closer Control of Loops with Dead Time, Chemical Engineering Progress, Vol. 53, No 5, pp 217-219, 1957
- [TDS 04] Fifth IFAC Workshop on Time Delay Systems
Katholieke Universiteit Leuven, Belgium, www.ifac-control.org, 2004
- [WIK 05] Wikipedia, die freie Enzyklopädie
www.wikipedia.de, 2005
- [ZHA 01] Zhang, W.; Branicky , M.S.; Phillips , S.M.
Stability of Networked Control Systems, IEEE Control Systems Magazine, 2001.

INDEX

—A—

Abtastezeit 3, 81, 82, 85, 86, 87, 90, 108, 113, 125
 Abtastzeit.....84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 132
 adaptiv 53, 129
 adaptive iii, 2, 3, 61, 73, 75, 85, 87, 89, 91, 128, 131, 132
 adaptive Regler73, 132
 adaptiven2, 3, 52, 53, 61, 72, 73, 74, 75, 77, 78, 82, 84, 88, 109, 117
 adaptiven Regelung.....53, 109
 adaptiver Regler..... 61, 81, 89
 affin 11, 134
 Asymptotische Stabilitätsdefinition 6
 Atomuhr44

—B—

Bahnkorrekturen 42
 Beobachter 29
 BIBO-stabil..... 6
 Bode 25
 Bodenkontrollsegment..... 42
 BTT VII, VIII, 47, 53, 100, 101, 102
 Bussysteme..... 1

—C—

CET VII, 41, 137
 Client-Server-Anwendung..... 112

—D—

Datenübertragung.. VIII, 1, 27, 39, 47, 52, 81, 97, 99, 124, 125, 131
 Datenübertragungsrates 1
 DCF77-Modul..... 40
 DDE-BIFTOOL..... 33, 75, 138
 Dead-Beat-Regler..... 81, 87, 91
 Dead-Beat-Reglers 82, 84, 85, 86, 91
 Delay Differential Equation..... VII, 14, 18
 Drehimpulses..... 118
 Drehmoment..... 110, 114
 Durchführbarkeitsproblem 13, 60

—E—

Echtzeitfähigkeit 1
 Eigenvalue Problem VII, 13, 57
 Eigenwertanalyse..... 22
 Eigenwerte 22, 23, 133
 Ein- und ausgangsstabil 6
 eingeschwungen 60, 63, 65, 66, 67, 87
 Ein-Port-System..... 28
 Einschwingzeit 61, 67, 68, 87
 Empfindlichkeitsanalyse 103
 Encoder 112
 endlicher Einstellzeit 2, 3, 24, 81, 87, 132, 141
 Energie 7, 10, 27, 28, 29, 30, 61

Energiegehaltes von Systemen.....7
 euklidische Vektornorm..... 135
 Evolution 14, 69
 Exponentielle Stabilitätsdefinition 6

—F—

Faltung 96, 100
 Fernsteuerung .1, 2, 3, 27, 29, 39, 109, 112, 113, 114, 115, 116, 124, 125, 126, 127, 128, 141
 Fernüberwachung 109
 Fernwartung 1
 Fortpflanzung 69, 70
 Frequenzbereich 24, 33
 FTT VII, VIII, 47, 49, 50, 52, 53, 100, 101, 102
 Funktionale Differentialgleichungen 14, 18

—G—

Gamma-Dichtefunktion V, 98, 101, 102
 Gammaverteilung..... 98
 Gamma-Verteilung 95, 96, 98, 100, 101
 Gamma-Verteilungsfunktion 97, 99
 Generation..... 69, 70
 genetische Algorithmus 69, 70
 genetischen Algorithmus 2, 3, 53, 69, 104
 geometrische Reihe 135
 GEVP VII, 13, 14, 57, 58
 Global Positioning System 40, 41
 GMT 137
 GPS VII, 2, 40, 41, 42, 43
 Gregorianischen Kalender..... 136
 Gütefunktion..... 61, 66, 67, 68, 70, 71

—H—

Halbebene..6, 7, 16, 24, 33, 76, 78, 80, 102, 103, 105, 107
 Helikopter..... 31, 59, 67, 74, 89, 109, 117, 118, 124
 Hereditary Systems..... 19
 Höhenregelung 3, 31, 59, 62, 68
 Hubble Space Telescope..... 111
 Hubschrauber ..V, VI, 3, 31, 62, 66, 91, 96, 103, 109, 117, 118, 119, 121, 123, 124, 125, 126, 127, 128
 Hubschrauber-Laborexperiment..... 3, 117

—I—

ICMP-Echoanforderungen 137
 Impulsantwortstabil 7
 instabil 5, 20, 22, 25, 75, 76, 77, 80, 103
 Internet VIII, 1, 2, 3, 38, 39, 40, 43, 44, 45, 47, 48, 53, 75, 81, 97, 109, 110, 112, 113, 117, 124, 125, 126, 127, 132, 137, 139, 140, 141

—J—

Java 4, 39, 47, 49, 51, 112, 113, 115, 116, 124, 125, 128

- Julian-Form 46
Julianischer Kalender 136
- K—
Kalman-Filter 29, 30
Kommunikationsnetzwerke i, 1, 3, 131, 132
Kommunikationsnetzwerken 1
komplexen Halbebene 6
Krasovskii 14, 34, 35, 38, 139
- L—
Laborexperimenten 109, 116
Lagrange 114
Laufzeitmessung .2, 3, 47, 48, 51, 92, 97, 98, 99, 108, 137
Leibniz-Newton-Formel 5, 20, 21, 22, 54
Lineare Matrixungleichungen 11, 13, 133, 142
Literaturverzeichnis 3, 138
Ljapunow 2, 3, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 14, 20, 24, 34, 35, 36, 38, 53, 54, 55, 60, 61, 75, 135
Ljapunow-Funktion 8, 9, 10, 34, 36
Ljapunow-Razumikhin 2, 3, 14, 36, 38, 53, 60, 61, 75
LMI VII, 11, 12, 13, 56, 58, 59, 133, 134, 138, 140
LMI-Toolbox 12
- M—
Marzullo-Algorithmus 44
mathematische Definitionen 3
Matlab 12, 33, 58, 59, 62, 72, 75, 98, 113, 115, 125, 138, 139
Matrixnormen 136
Matrixungleichung VII, 11, 12, 13, 133, 134
Matrixungleichungen 3, 11, 12, 57, 58, 133, 139
Mitteleuropäische Sommerzeit 41
Mitteleuropäische Zeit VII, 41, 137
Modell der stochastischen Zeitverzögerung 3
Modell der Zeitverzögerung 95
Modellungenauigkeiten 27
Mutations-Regel 69
- N—
Navigation 41, 43, 114
negativ definit 8, 9, 35
Network Time Protocol VII, 40, 43, 140
Netzwerk VII, VIII, 1, 2, 3, 29, 38, 40, 43, 44, 46, 47, 49, 51, 62, 81, 82, 88, 89, 91, 92, 93, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 109, 124, 125, 131, 132, 137, 140
Netzwerkverbindung 44, 95, 96, 99, 125, 131
Normen 135
NTP VII, 40, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 137, 140
Nutzersegment 42
Nyquist 25
- O—
Optimierung 2, 3, 13, 53, 61, 62, 66, 68, 69, 70, 71, 76, 139
Optimierungsalgorithmus 131
Optimierungsfunktion 62, 64, 66, 68, 69
Optimierungsverfahren 58, 61
- Orbitalbahnen 41
örtlich verteilter Regelung 95
OSI-Schichtenmodells 44
oszillatorischen Instabilität 5
- P—
Passivität 5, 24, 27, 28, 29, 30
Passivitätsregelung im Zeitbereich 29
Pendel 10
Physikalisch-Technischen Bundesanstalt 41, 44, 47
Ping 137
Polpaar 76, 78
Polstellen 6, 24, 33, 75, 76, 78, 80, 105, 106
Polstellenanalyse 24, 72, 75, 76, 77, 102, 103
Polvorgabe 3, 96, 102, 132
Population 69, 70
Position Sensitive Detector 112
positiv definit 8, 9, 10, 133
positiv-definite Matrix 11
Prediktor 29, 30
PSD VII, 112
- Q—
Quanser 4, 117, 125, 140
- R—
Razumikhin-Theorem 2, 21, 34, 36, 37, 38, 54, 56, 61, 63, 64, 71, 76
Razumikhin-Theorems 14, 36, 53, 54, 55
Reaktionsgeschwindigkeit 1
Regelstrecke 2, 5, 25, 53, 62, 63, 65, 73, 79, 81, 91, 94, 95, 101, 107, 109
Regelung i, 1, 2, 3, 5, 13, 24, 25, 26, 27, 29, 30, 31, 32, 38, 39, 43, 48, 53, 54, 59, 61, 62, 64, 66, 67, 73, 74, 75, 76, 77, 79, 80, 81, 82, 85, 87, 88, 89, 91, 92, 93, 95, 96, 99, 103, 109, 112, 113, 115, 117, 118, 120, 126, 128, 130, 131, 132, 139, 141, 142
Regelungsansatz 3, 29, 84, 95, 100, 101
Regelungsansätze 2, 131, 132
Regelungsentwürfen 3
Reglerverifikation 59
Retarded Functional Differential Equation 19
Ruhelage 5, 8, 10, 85, 111, 115
- S—
Satelliten 41, 42
Satellitenephemeriden 42
Scattering-Operator 28, 29
Schaltsekunde 137
Schur-Komplement 12, 56, 133
Schwingender Stab 110, 113
Schwingungsdämpfung 110, 111, 115
Selektion 69
Signallaufzeit VII, VIII, 41, 42, 46, 47, 48, 50, 51, 52, 53, 61, 73, 91, 92, 94, 96, 97, 98, 125, 129, 131
Signallaufzeitmessung 2, 47
Signallaufzeitmessungen 40
Small Gain Principle 102
Small-Gain-Theorem 28

Smith 5, 24, 25, 26, 27, 138, 142
 Smith-Prediktor 5
 Sonnenzeit 137
 Stabilität 2, 5, 6, 7, 9, 24, 27, 33, 36, 53, 56, 80, 95, 102, 103, 138
 Stabilitätsanalysen 2, 3, 5, 18, 33, 38
 Stabilitätsbereich 9
 Stabilitätsdefinitionen 6
 Stabilitätsgrenze 53, 60, 61
 Stellgröße 49, 61, 63, 64, 67, 68, 73, 81, 82, 83, 84, 85, 87, 89, 125
 Steuervektor 67, 68
 stochastische Totzeiten 40
 stochastische Verzögerungszeiten 1
 stochastischen Zeitverzögerungen 5
 Stratum 44
 Strukturschwingungen 110
 Sylvester 133
 Synchronisation 40, 42, 44, 46, 47, 49, 137
 Synchronisationsfehler 48, 50
 Systemidentifikation 112, 114, 115, 120, 123
 Systemzeit 40, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 125
 Systemzeitsynchronisation 41, 46

—T—

TCP iii, VII, VIII, 44, 125, 131, 137, 138
 TCP/IP-Protokoll VII, 125
 Totzeit 5, 16, 17, 18, 25, 26, 29, 34, 53, 59, 60, 61, 62, 64, 67, 70, 73, 74, 75, 76, 77, 80, 81, 82, 84, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 109, 131
 Trägheitsmoment V, 118, 119
 Transformation 5, 20, 21, 22, 23, 29

—U—

Überschwingung 61, 67, 68
 Übertragungskanal 24, 38, 59, 117
 UDP VIII, 44, 47, 125, 131
 UDP-Protokoll 125
 Ungleichung 11, 12, 35, 36, 37, 38, 58, 133
 User Datagram Protocol VIII, 44
 UTC i, VIII, 44, 46, 137

—V—

Vektornorm 6, 9, 135, 136
 Verallgemeinertes Eigenwertproblem VII, 13
 verteilter Zeitverzögerung 3, 21
 Verzögerungsmodell 99
 Verzögerungszeit 5, 17, 27, 36, 37, 40, 43, 49, 50, 53, 59, 60, 62, 67, 72, 73, 74, 91, 97
 Verzögerungszeiten 1, 24, 27, 29, 38, 39, 49, 62, 68, 71, 74, 76
 virtuellen Labor 3
 VoIP VIII, 97
 Vorfaktor 62, 73

—W—

Waageneffekt 118, 119
 Wahrscheinlichkeits-Dichtefunktion 95
 Wahrscheinlichkeitsmodelle 97
 Weltraumsegment 42
 WinCon 4, 113, 117, 124, 125
 Winkelsensor 117
 Wurzeln 6, 7, 33, 81, 102, 105

—Z—

z-Bereich 83, 85, 89
 Zeitgeber 40, 44
 Zeitservern 40, 44, 140
 Zeitsynchronisation VII, 40, 43, 44, 46
 Zeit-Synchronisation 40
 Zeitverzögerung V, 1, 2, 3, 14, 15, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 31, 32, 33, 34, 35, 38, 50, 53, 54, 57, 58, 60, 61, 63, 66, 68, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 78, 79, 80, 81, 82, 85, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 103, 105, 107, 108, 109, 117, 124, 125, 128, 129, 130, 131, 132
 Zeitverzögerungsmodell 95, 96, 100, 131
 Zeitverzögerungsmodellen 96, 131
 Zugriffskontrolle 110
 Zukunft 34, 132
 Zustandsraumregelung 2
 Zustandsregler 59, 62
 Zwei-Port-System 28