T³ EUROPE

Veränderung der Aufgabenkultur im Mathematikunterricht durch den Einsatz des Voyage 200

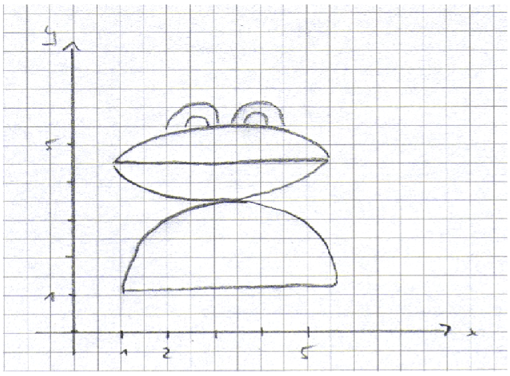
19. Februar 2005

Hans-Böckler-Schule Münster Barbara Hüser

	Aufgabe	mathemat. Thema	Hinweise
1	**Kermit**	Verschieben/Strecken quadratischer Funktionen im Koordinatensystem (Scheitelpunktform ist bekannt)	Bilder aus Funktionsgraphen erzeugen
2	**Potenzblume**	Graphen von Potenzfunktionen, Umkehrfunktionen	Bilder aus Funktionsgraphen erzeugen
3	**Ballspiel**	Nullstellen quadratischer Funktionen	Spiel als Lernanlass
4	**weit und nah**	Abstandsminimierungen	
5	**Milchtüten**	Extremwertaufgabe	siehe Henn: „Realitätsnaher Unterricht mit Derive“, Dümmler 1997, S.33f
6	**Pipeline**	Bestimmen ganzrationaler Funktionen aus Bedingungen; Bogenlänge	aus: Klett, LS Analysis, S.4
7.1 7.2	**Sylt**	allgemeine Sinusfunktion	7.1 selbständige Untersuchung einer Funktionenklasse 7.2 geografische Anwendung
8	**Ostereier**	Rotationskörper	siehe: Laakmann, Heinz: Das Ei – eine mathematische Herausforderung : TI-Nachrichten 2/01, S. 10ff
9	**Baukasten**	quadratische Funktionen	offene Aufgabenstellung zum Experimentieren
10	**Symmetrie**	ganzrationale Funktionen	Methode: Gruppenpuzzle

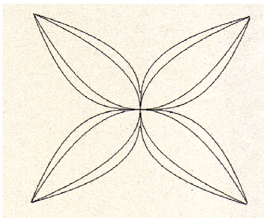
1. Kermit:

Erstellen Sie mit Hilfe von Funktionsgraphen das folgende Bild:



2. Potenzblume:

Zeichnen Sie mit Hilfe von Funktionsgraphen.



3. Ballspiel:

Ein Spieler platziert eine Zielmarkierung auf der x-Achse in einem beliebigen Punkt P(c/0). Zugelassen für c sind Zahlen aus $\left\{\frac{n}{2} \| n \in IN\right\}$.

Der zweite Spieler wirft vom Standpunkt N(0/0) aus einen Ball ins Ziel. Es soll eine Wurfparabel $y= -ax^2 +bx$ gefunden werden.

4. weit und nah - Abstandsminimierungen

4.1 Definieren Sie eine Funktion entf(ax,ay,bx,by) zur Bestimmung des Abstands zwischen zwei Punkten A(ax/ay) und B(bx/by).

4.2 Bestimmen Sie damit den Abstand zwischen den Punkten A(1/2) und B(5/-7).

4.3 Welcher Punkt C auf dem Graphen der Gerade y= 2x+1 hat vom Punkt P(1/1) einen minimalen Abstand?

4.4 Untersuchen Sie bei den folgenden Funktionen f_1 bis f_5 in welchem Punkt C_1 bis C_5 ihre Graphen einen minimalen Abstand zu P(1/1) haben. Geben Sie jeweils den minimalen Abstand an.

$$f_1(x) = \frac{1}{x-1} \quad f_2(x) = e^x \quad f_3(x) = \cos(x) \quad f_4(x) = (x-1)^2$$

$f_5(x)$ ist ein Kreis um den Ursprung mit r=2

4.5 Warum gibt es teilweise mehr als eine Lösung?

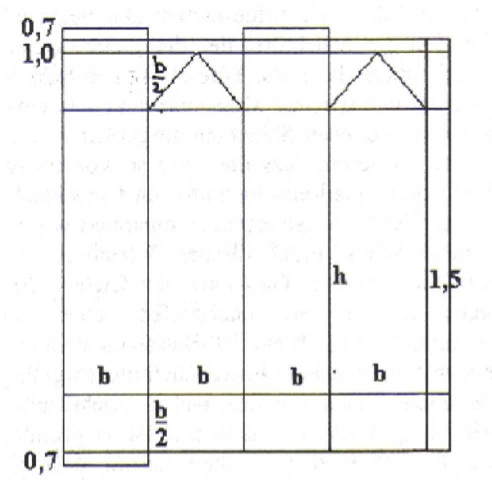
4.6 Wo liegen die Punkte C_i auf den Graphen?

4.7 Könnte man die Aufgabe auch mit einer anderen Methode lösen?

5. Milchtüte:

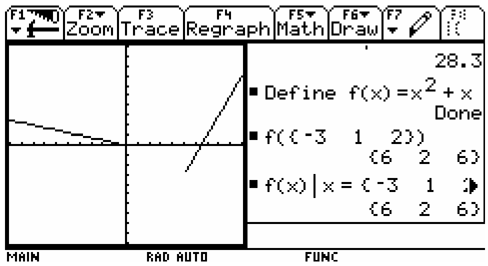
Untersuchen Sie, ob Tetrapack-Milchtüten (mit quadratischer Grundfläche) materialminimiert sind.

Hinweis: Die Schüler erstellen selbst anhand einer realen Milchtüte einen Netzaufriss, dieser könnte z.B. so aussehen.
(gemessene Werte:
b= 7,0 cm, h= 19,5 cm)



6. Pipeline

Beim Bau einer Erdölpipeline muss zwischen zwei geradlinig verlaufenden Teilstücken eine Verbindung gebaut werden. In einem geeigneten Koordinatensystem lassen sich die beiden Teilstücke durch Geraden mit den Gleichungen y= $-^{1}/_{4}$ x für $x \leq 0$ bzw. durch y= 2x –13 für $x \geq 5$ darstellen. Die Teilstücke sollen knickfrei miteinander verbunden werden. Wie lang ist das Verbindungsstück?



7.1 Untersuchen Sie die Graphen von Sinusfunktionen wie folgt:

Stellen Sie nacheinander a) f(x) = a sin(x)
b) f(x) = sin(bx) c) f(x) = sin(x+c) d) f(x) = sin(x) + d
als Funktionenscharen auf dem Display des V200 dar. Setzen Sie dabei für a,b,c,d reelle Zahlen ein. Fassen Sie die Ergebnisse aus den Teilaufgaben a) bis d) zusammen zum Thema „Der Einfluss der Parameter a, b, c und d auf den Graphen der Funktion f(x) = a sin (bx+c) + d

7.2 Sylt

Die folgende Tabelle gibt für Sylt die mittlere Lufttemperatur in ℃ an. Plotten Sie die Messwerte und bestimmen Sie eine allgemeine Sinusfunktion, die den Temperaturverlauf am besten beschreibt. Welche Bedeutung für den Graph hat das angegebene Jahresmittel?

Jan	Feb	Mär	Apr	Mai	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dez	Durchschnitt
0,9	0,4	2,3	5,9	10,5	14,3	15,8	16,3	14,0	10,2	6,0	3,0	8,3

8. Bestimmen Sie das Volumen des Guinness-Ei.

Im Unterricht vermessen die Schüler ein Hühnerei per Schieblehre oder per Projektion mit dem OHP. Die Messdaten könnten wie folgt sein:

Länge	Durchmesser
0,1	0
0,2	0,9
0,5	2
1	3
1,5	3,6
2	4
2,5	4,2
3	4,4
3,5	4,6
3,7	4,62
4	4,5
4,5	4,1
5	3,5
5,5	2,9
5,6	2,6
5,7	2,3
5,8	1,9
6	0

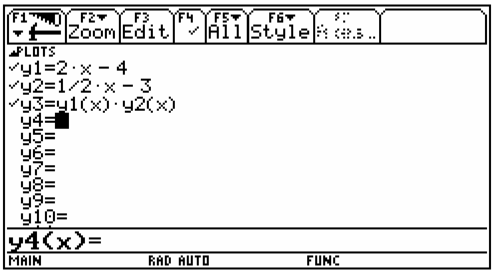
Das größte Osterei der Welt wird am Sams tag im hessischen Lau terbach versteigert. Das 7,62 Meter hohe Ei aus dem Guinness Buch wurde 1995 aus Holz, Styropor und Stahlträgern gebaut. De neue Eigentümer sollte sich auf einen komplizierten Transpor einstellen, da der Koloss vorsichtig zerlegt werden muss.

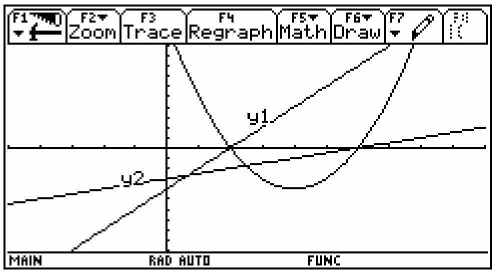
Anschließend wird mit Hilfe des „Modellei“ das Volumen des Guiness-Osterei von 7,62 m Höhe berechnet.

Hinweis: Die gemessenen Durchmesserwerte können im Data-Matrix-Editor im Header der Spalte (wie bei Excel) durch 2 geteilt werden.

9. **Baukasten** (offene Aufgabe)

Geben Sie in den y=Editor des v200 die Funktionsgleichungen von zwei linearen Funktionen y1 und y2 ein und definieren Sie y3 als Produkt dieser beiden linearen Funktionen. Der Graph von y3 ist also eine Parabel. z.B:





Experimentieren Sie, indem Sie die Terme von y1 und/oder y2 verändern. y3 bleibt als Produkt von y1 und y2 unverändert.

1. Wie kann man dabei die Parabel auf den Kopf stellen?.
2. Was muss man tun, damit die Parabel die x-Achse berührt?
3. Was muss man tun, damit das Maximum (das Minimum) der Parabel dieselben x-Koordinaten hat wie der Schnittpunkt der beiden anderen linearen Funktionsgraphen?
4. Welche Art von Parabel kann man auf diese Art nicht erzeugen?

10. Ganzrationale Funktionen <u>Achsensymmetrie</u>

(Gruppenpuzzle: A)

1. Zeichnen Sie die Graphen der folgenden Funktionen mithilfe des v200.
   $f_1(x) = 0,5x^4 - x^3$ $\quad f_2(x) = x^3 + 0,5x^2 - 2,5x + 1$
   $f_3(x) = -0,5x^6 + x^2 + 2$ $\quad f_4(x) = 0,1x^8 - 2x^4$
2. Welche sind achsensymmetrisch zur y-Achse, welche nicht?
3. Schauen Sie sich die Wertetabellen der achsensymmetrischen Funktionen an. Was fällt auf?

4. Wie kann man am <u>Funktionsterm</u> feststellen, dass der Graph einer ganzrationalen Funktion achsensymmetrisch ist?

——————————————————————————————————— (schneiden)

Ganzrationale Funktionen <u>Punktsymmetrie zum Nullpunkt</u>

(Gruppenpuzzle: B)

1. Zeichnen Sie die Graphen der folgenden Funktionen mithilfe des v200.
   $f_1(x) = 0,5x^4 - x^3$ $\quad f_2(x) = x^3 + 0,5x^2 - 2,5x + 1$
   $f_3(x) = 0,1x^5 - 2x^3 + x$ $\quad f_4(x) = -0,01x^7 + 2x^3$
2. Welche sind punktsymmetrisch zum Nullpunkt, welche nicht?
3. Schauen Sie sich die Wertetabellen der punktsymmetrischen Funktionen an. Was fällt auf?

4. Wie kann man am <u>Funktionsterm</u> feststellen, dass der Graph einer ganzrationalen Funktion punktsymmetrisch ist?

——————————————————————————————————— (schneiden)

Weiterführende Aufgaben (Phase 3)

1. <u>Punktsymmetrie zu einem beliebigen Punkt</u>

1.1 Begründen Sie, dass der Graph von $f(x) = 3x^5 + 3x^3 - x + 4$ punktsymmetrisch zum Punkt P(0/4) ist.

1.2 Begründen Sie, dass der Graph von $f(x) = 2(x-1)^7 - 3(x-1)^3 + 5$ punktsymmetrisch zum Punkt P(1/5) ist.

2. <u>Achsensymmetrie zu einer Parallelen zur 2. Achse</u>

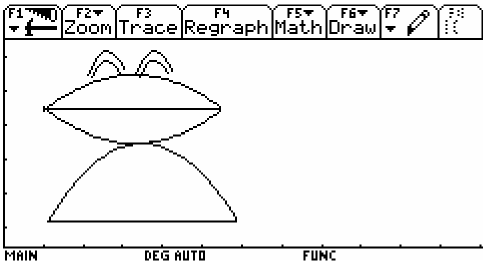
2.1 Begründen Sie, dass der Graph von $f(x) = (x-4)^4 + 3$ symmetrisch in Bezug auf die Gerade zu x=4 ist.

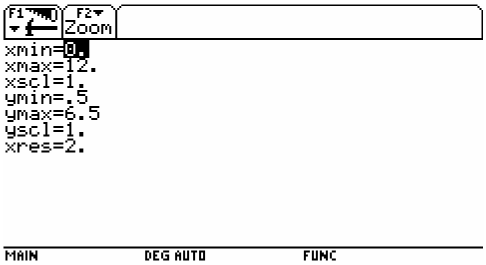
2.2 Begründen Sie, dass der Graph von $f(x) = x^2 + 6x - 4$ symmetrisch in Bezug auf die Gerade zu x=-3 ist.

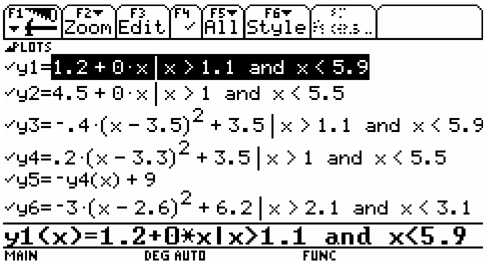
<u>Hinweis</u>: Die Eingabe des Befehls DrawInv 4 im Home-Modus zeichnet temporär die Gerade zu x=4

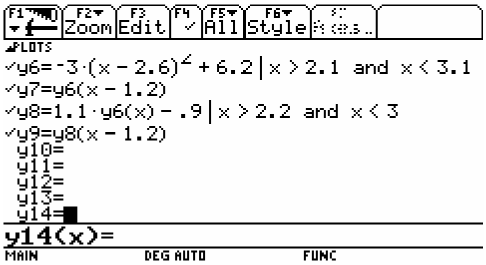
Lösungsskizzen

1. Lösung: Kermit

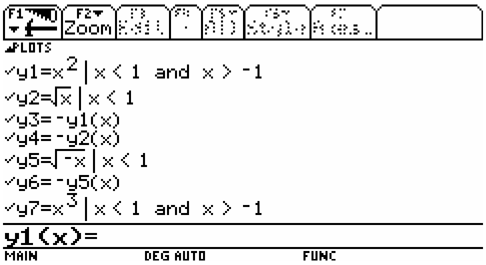


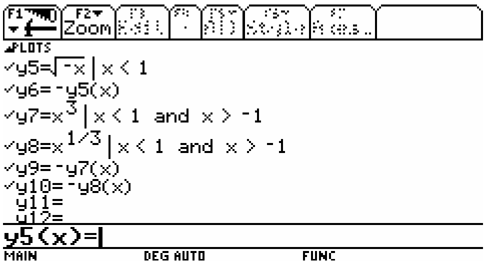




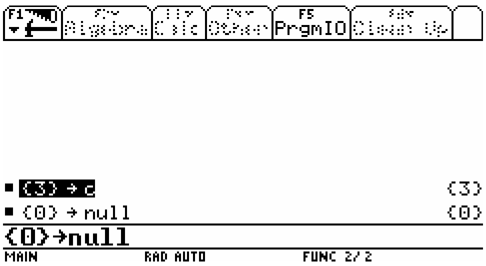


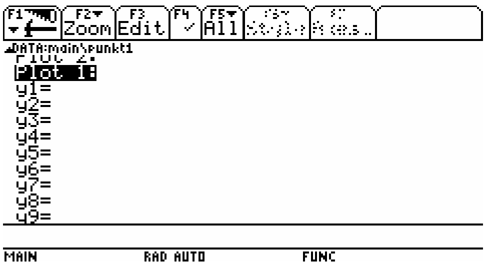
2. Lösung: Potenzblume

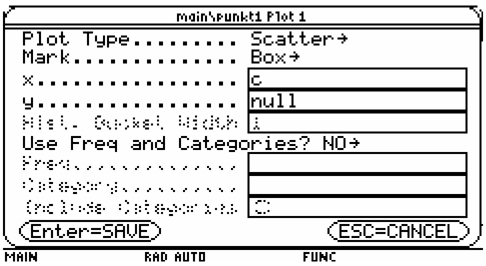


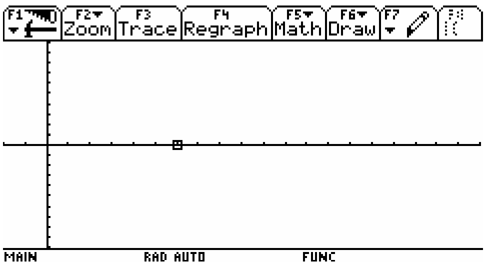


3. Hinweise zum Ballspiel

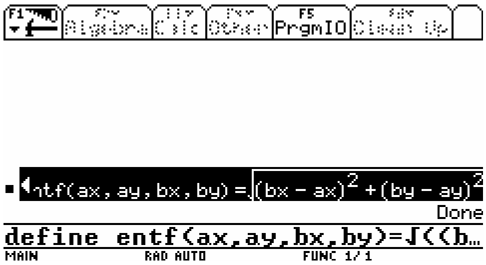


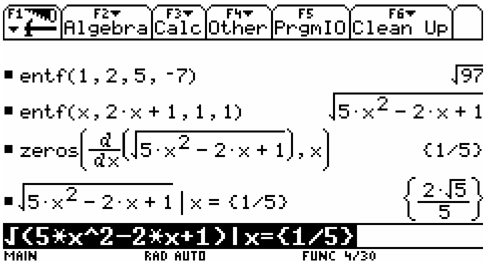






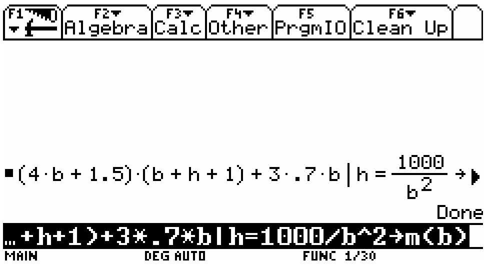
4.Lösung: Abstandsberechnungen

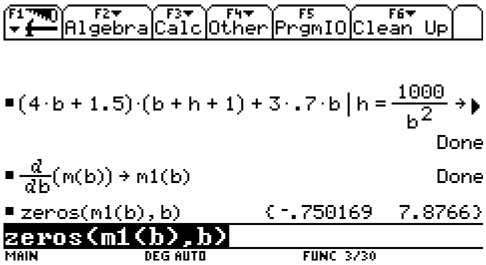


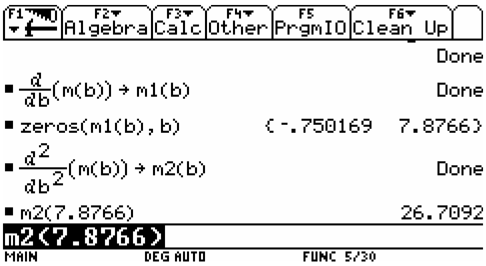


usw.

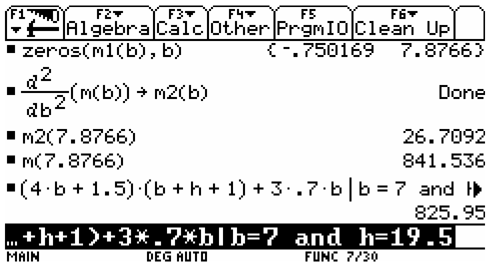
5. Lösung: Milchtüte





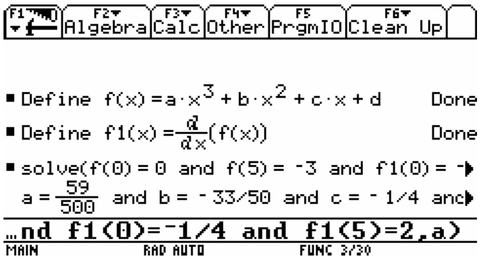


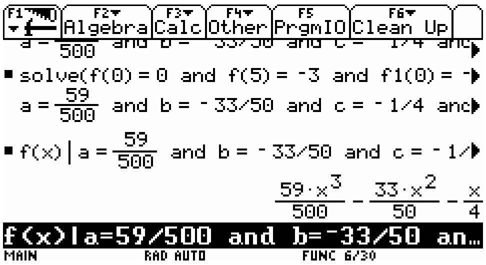
Bei der realen Milchtüte kann man z.B. b= 7,0 cm und h=19,5 cm messen, sodass sich eine Materialabweichung nach oben ergibt.



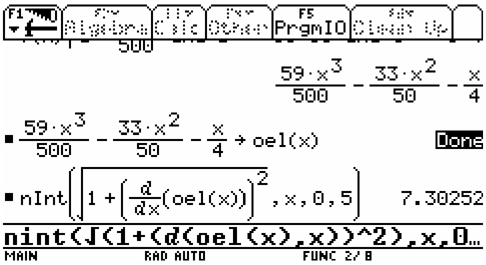
Das vorgegebene Volumen von einem Liter ist jedoch wegen der bauchigen Form der Milchtüten nicht ganz realistisch. Es empfiehlt sich, mit der Nebenbedingung $h = \frac{955{,}5}{b^2}$ (statt $h = \frac{1000}{b^2}$) zu rechnen, dann zeigt sich, dass Materialverbrauch nahezu dem Optimum entspricht.

6. Lösung: Pipeline   entweder:

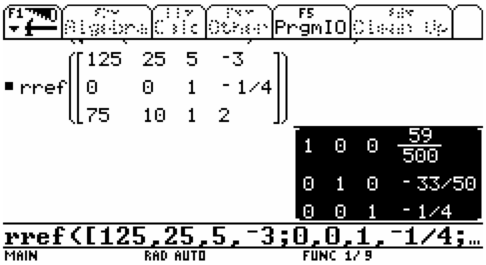


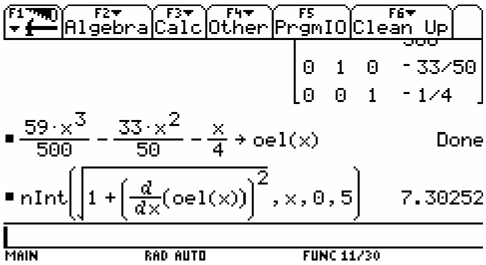


numerische Integration mit nInt empfiehlt sich bei Berechnungen der Bogenlänge,

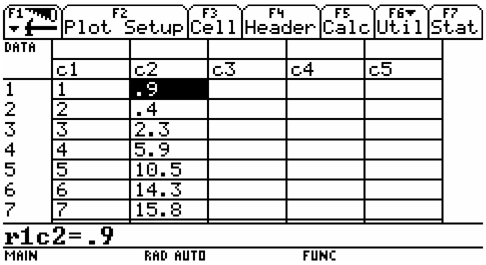


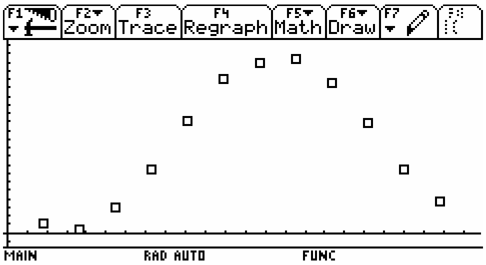
oder über ein LGS:

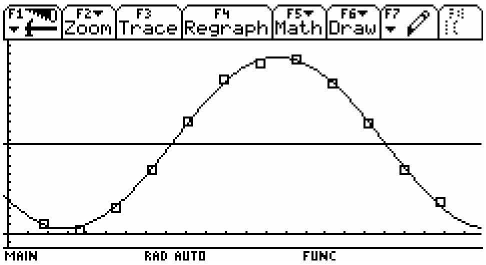


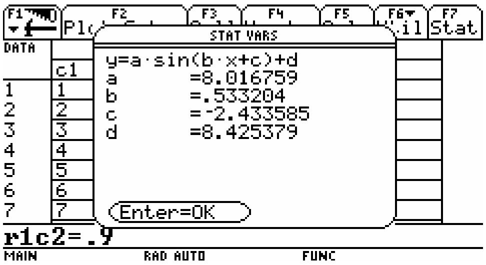


7.1 ohne Lösung   7.2 Lösung: Sylt



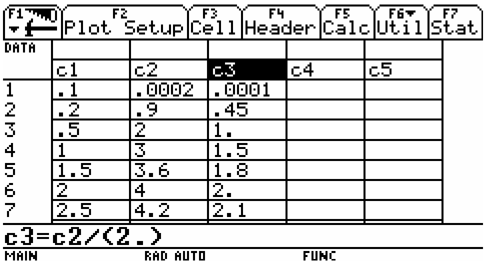


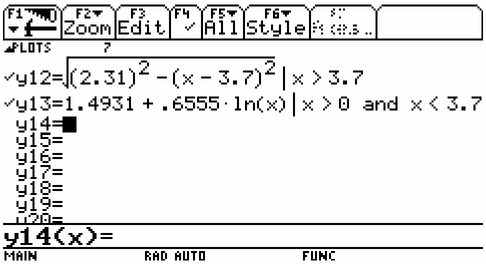


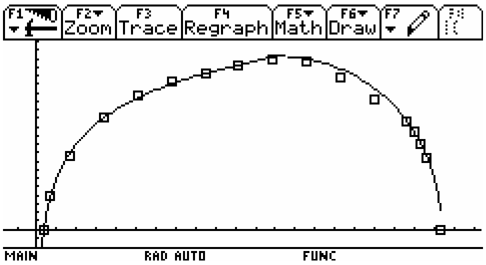


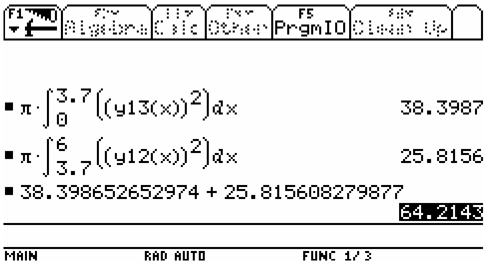
Hinweis: Es ist sinnvoll, die Schüler (nach Einführung der allgemeinen Sinusfunktion) den Funktionsterm mit Hilfe des Plots, den sie vom TI zeichnen lassen, experimentell selbst ermitteln zu lassen. (der Kalkulationsmodus zur Approximation eines Plots (s.o.) sollte nicht unbedingt direkt freigegeben werden.)

8. Lösung: Oster-Ei

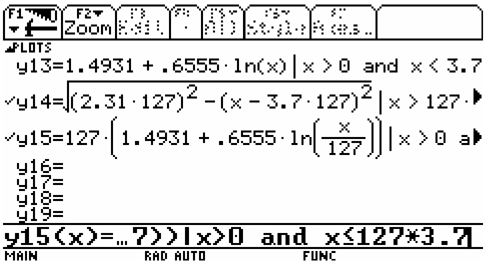


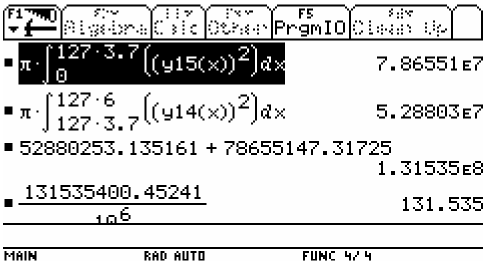






Damit ist das Volumen des Modell-Hühnereis berechnet. Das Riesen-Osterei ist mit dem Faktor 127 in x- und y-Richtung gestreckt, also gilt für dessen Volumen folgende Berechnung:





9. Symmetrie, 10. quadratische Funktionen: (ohne Lösung)