Dr. Dieter Brandt

Lagerhaltung, eine Extremwertaufgabe

Pädagogische Gesichtspunkte

Aufgabenstellung	Darstellung	Dokumentation
Anwendungsbezogen Offen Erweiterbar	Graphisch Algebraisch	Heft/Mitschrift Präsentation am View-Screen Schlussbericht

Technologie

Tabellen-kalkulation	Graphischer Taschenrechner	Computeralgebra-system	Dynam. Geo-metriesoftware
	X	X	(X)

Ziel und Beschreibung der Einheit

- Behandeln einer Extremwertaufgabe, die angepasste Modellierung erfordert und nicht mit Standardkalkül lösbar ist
- Modellieren eines realen Zusammenhangs
- Graphische Darstellung von Funktionen
- Selbständiges Erarbeiten einer Lösung
- Experimentieren mit Funktionsgleichungen
- Üben im Dokumentieren und Präsentieren
- Variation einer Problemstellung

Die Rolle der Technologie

Medium
- zum Experimentieren
- zum Finden von Lösungen
- zum Visualisieren
- zum Überprüfen

Notwendige Vorkenntnisse

- Betragsfunktion
- Kurvendiskussionen (nicht unbedingt)
- Wahl geeigneter Darstellungsbereiche

Arbeitsdauer

1 Unterrichtsstunde (mit Erweiterungen ggf. mehr)

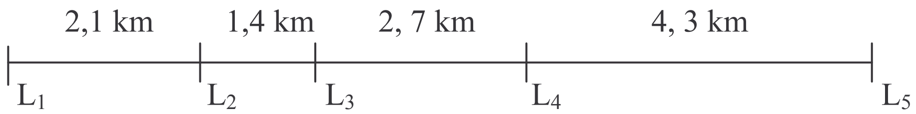
Unterrichtsorganisation

- Arbeit in Kleingruppen
- Ergebnispräsentation am ViewScreen
- Ergebnissicherung im Heft und an der Tafel
- Unterrichtsgespräch

Aufgabenstellungen

Aufgabe

Entlang einer langgestreckten Straße unterhält eine Lebensmittelkette mehrere Läden L_1 bis L_5.



Gesucht ist eine möglichst günstige Position eines Auslieferungslagers L.

Lösungsvorschläge (speziell für den TI-92)

Die Aufgabe ist bewusst offen gehalten, so dass man nicht einen bestimmten Lösungsweg beschreiten muss. Es ist denkbar, dass verschiedene Lösungen sinnvoll sein können.
Damit man die Ergebnisse am Ende besser vergleichen kann, sollten die Schülerinnen und Schüler zunächst mit den in der Zeichnung angegebenen Daten arbeiten :

a) für die Läden L_1 bis L_4

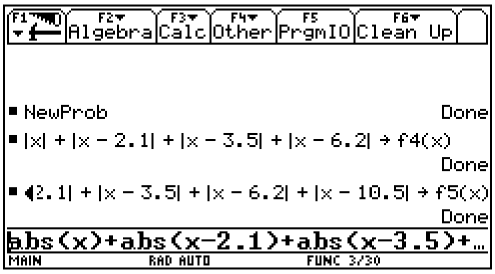
b) für die Läden L_1 bis L_5.

Modellannahmen :

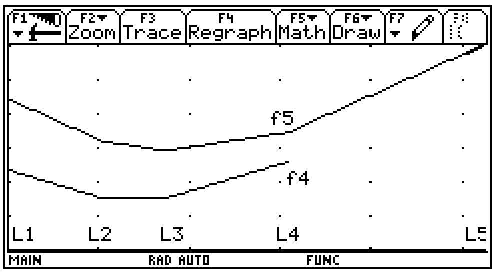
(1) Alle Läden benötigen etwa gleich viele Lieferungen.
(2) L liegt dann am günstigsten, wenn die Summe aller Wege von bis L bis L_i möglichst klein wird.

Bei L1 wird der Ursprung eines eindimensionalen Koordinatensystems gewählt, so dass die Orte folgende Koordinaten erhalten :

L1(0), L2(2,1), L3(3,5), L4(6,2), L5(10,5), L(x).



Definition der Wegsumme :
Für a) die Funktion f4
Für b) die Funktion f5



Graphische Darstellungen

Da die Funktionen nicht differenzierbar sind, können wir nicht den üblichen Formalismus zum Bestimmen von Extremwerten verwenden.

Aus den Graphiken ist aber ohne weiteres ersichtlich, dass das Lager
- bei a) an eine beliebige Stelle zwischen L2 und L3 und
- bei b) genau an die Stelle L3 zu setzen ist.

Das lässt sich auch einfach begründen :

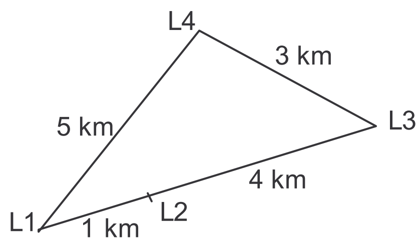
Zu b): Geht man von L3 ein Stück s mit L nach links, so wird der Weg für L1 und L2 um die Strecke s kürzer, aber für L3, L4 und L5 um s länger, insgesamt also um s länger. Entsprechend die Argumentation, wenn man nach rechts geht.
Zu a): Hier lässt sich analog argumentieren.

Natürlich kann man auch eine formale Begründung liefern, das trägt aber nichts zur Klarheit bei, im Gegenteil.

Varianten und Erweiterungen

(1) Die Läden erhalten nicht alle gleich viele Lieferungen.

(2) Die Läden liegen nicht entlang einer Straße, sondern an einem Straßennetz (beliebig kompliziert). Als Beispiel etwa das Netz im nebenstehenden Dreieck.



(3) Fermat-Torricelli-Problem
Gegeben sind 3 (n) Punkte in der Ebene (im Raum). Gesucht ist ein Punkt, für den die Summe der Abstände von den gegebenen Punkten minimal ist.

Literaturhinweise

[1] Bentz, H.J.(1984): Der Median als Unterrichtsgegenstand, in Didaktik der Mathematik, 12 / 3, S. 201-209
[2] Elschenbroich, H.J.(1996): Geometrie mit Euklid, in Praxis der Mathematik Heft 5, S.233-237
[3] Schwertman, N.C.(1999): Discovering an Optimal Property of the Median, in The Mathematics Teacher , Heft 8, S.692-696
[4] Siegmann, F.(1995): Mittelwerte in der Praxis, in Praxis der Mathematik, 37/5, S. 214-216