Was verbirgt sich hinter Taylor ?

Themenbereich	
Einstiegssequenz Taylorreihen	
Inhalte	Ziele
• Graphen von Taylorpolynomen als lokale Approximation • MacLaurinsche Formel	• Erkennen, dass Taylorpolynome mit wachsendem Grad der Entwicklung bessere Approximation liefern • Induktives Schließen auf eine allgemeine Formel • Verifizieren/ Falsifizieren

Vorüberlegungen

Als Hinführung auf die Notwendigkeit der Approximation dient die Frage „Wie berechnet der Taschenrechner oder Computer Sinus?“. Die Erörterung dieser Frage zeigt den Schüler/innen, dass bestimmte Funktionswerte im Rechner nur mit Hilfe von Näherungspolynomen bestimmt werden können. Der Hinweis auf Brook Taylor (1685-1731) als jemand, der sich in diesem Bereich verdient gemacht hat, motiviert die Frage „Was verbirgt sich hinter dem Befehl „Taylor“ im Calculus-Menü?“.

Aufgabe

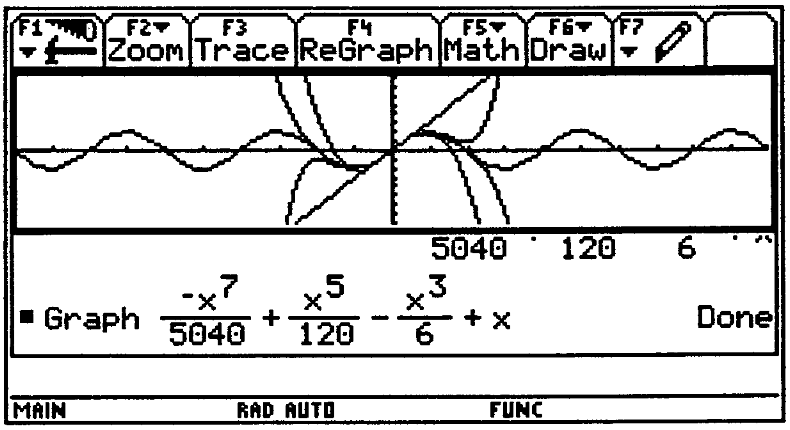
„Was verbirgt sich hinter Taylor?“

Wenden auf die Sinusfunktion den Befehl „Taylor“ an (`F3-9`), gib dazu ein:
`taylor`*(Term, Variable, Grad der Entwicklung, Entwicklungspunkt)*

> Wähle den Entwicklungspunkt immer 0 und lasse den Grad der Entwicklung von 1 bis 7 laufen.
>
> Zeichne jeweils die Graphen zu den entstandenen Termen in ein Koordinatensystem zusammen mit der Sinuskurve. Was kannst du beobachten?
>
> Halte die Terme, die du im Algebra-Fenster erhältst in einer Tabelle fest. Verfahre genauso mit der Kosinus- und der e-Funktion.
>
> Kannst du eine allgemeine Formel erkennen?

Lösungsskizze:

Zunächst lässt sich durch Beobachten, wie das folgende Bild aufgebaut wird, erkennen, das die Taylorpolynome Näherungskurven liefern, die mit wachsendem Grad der Entwicklung besser werden.



Durch Betrachten der Taylorpolynome zu Sinus-, Kosinus- und e- Funktion lässt sich auf die MacLaurinsche Formel schließen.

Weiterführung der Sequenz

Herleitung und Beweis
Restgliedabschätzung
Ausweiten auf die Taylorsche Formel
Anwendungen, z.B. bei Integration durch Reihenentwicklung