Martin Hohelüchter

Veränderung

Zur Konstruktion dynamischer Begriffe

Beschreibung. *Starre* Begriffe scheinen zwar für eine *statische* Welt angemessen, für eine *dynamische* aber unbrauchbar zu sein. Für sie ergibt sich das Problem der Veränderung, die scheinbare Unvereinbarkeit von *bestimmter* Existenz und stetem *Fließen*. In dieser Arbeit zeigen wir, wie auch die Dynamik mittels starrer Begriffe erfaßbar ist. Dazu führen wir zunächst Eigenzeiten einzelner Items ein. Auf ihnen liegt eine lineare metrische Ordnung. Diese ist dann auf den Verhalten des Items zu induzieren, und so sind Veränderungen, Zustände, Ereignisse, Prozesse u.ä. an diesem Item zu erfassen. Die Kontinuität eines Items folgt aus der Kontinuumsstruktur seiner Eigenzeit. Damit sind dann dynamische Begriffe wie das Wachsen mit der Veränderung statischer Begriffe wie der Länge zu verbinden. Schließlich ist so das Verhältnis von Meta- und Objektzeit, d.h. von Thematisieren und Vollziehen zu begreifen und das Problem der Existenz während der Veränderung zu lösen.

Schlagwörter. statische und dynamische Begriffe, Eigenzeit, Kontinuität, Zustand, Ereignis, Prozeß.

§ 1 Problemstellung und Lösungsweg

1. Starre und Fluß im begrifflichen Denken. Panta rhei, alles fließt. Dieser bekannte Heraklit zugeschriebene Satz enthält ein Grundproblem begrifflichen Denkens, die Spannung zwischen Starre und Fluß. Insofern es nämlich nicht nur am Einzelfall, sondern auch an Theorien interessiert ist, ist begriffliches Denken auf *generelle* Aussagen gerichtet und muß dazu eine starre Begrifflichkeit entwickeln. Für *zeitlose* Sätze wie „Die Winkelsumme jedes Dreiecks ist gleich der Summe zweier rechter." sind solche starren Begriffe problemlos zu verwenden. Schwierig wird diese Auffassung für dynamische Begriffe, die also nicht zeitlos sind. Die Physik und alle darauf aufbauenden Theorien setzen solche dynamischen Begriffe voraus. lDer Satz von Heraklit liefert ein einfaches Beispiel einer generellen These mit einem solchen Begriff. Doch muß auch er wie jeder Begriff als starr aufgefaßt bzw. mit starren Mitteln erfaßt werden. Bereits Zenon hat diese Schwierigkeit in seinen Paradoxien, etwa dem des fliegenden Pfeils, thematisiert.[1] Sie muß behoben werden, um dieses Denken als allgemeines aufrecht erhalten zu können.

Die Versuche, das Problem zu lösen, sind daher Legion. Dabei ergeben sich für Begriffe wie das Fließen die gleichen Schwierigkeiten wie sie Augustinus dem Problem der Zeit zuschreibt: Sie sind zwar intuitiv klar, scheinen sich aber jeder präzisen Fixierung zu entziehen. Deshalb ringt die Philosophie noch heute mit diesen Problemen. In dieser Arbeit versuchen wir einen Beitrag zu ihrer Lösung zu erbringen.

Dabei geht es nicht um ein in irgendeiner Weise „richtiges" Verständnis oder eine „richtige" Verwendung solcher Begriffe. Derartiges Verstehen und Verwenden können wir als gegeben annehmen; bereits ein Kind ist dazu in der Lage. Die Bedingungen und Regeln dieser Verwendung sind damit aber nicht *begriffen*; deren Kenntnis ist nämlich nicht Voraussetzung für eine angemessene Verwendung der Begriffe.

Weiter genügt es für eine solche Begriffsklärung nicht, eine Beschreibung und Klassifikation solcher vorliegenden Anwendungsregeln zu erstellen, denn zum einen steht gerade die Möglichkeit einer Begriffsbildung für vorgebliche Begriffe wie Fließen und Zeit in Frage, zum andern ist aus dem Vollzug irgendeiner Praxis nicht auf die Güte dieser Praxis zu schließen.

Schließlich ist es für einen haltbaren Ansatz einer Begriffsklärung auch nicht zulässig, von irgendeiner vermeintlichen Wirklichkeit oder Wahrheit auszugehen. Ein Bezug auf vorgebliche Fakten ist also kein Argument bei der Lösung einer Inhaltsfrage. Insbesondere würde ja ein generelles Urteil wie das des Heraklit, falls es gilt, eine faktische Abgrenzung des Fließens unmöglich machen. Wir stützen uns daher nicht auf vorgebliche Wirklichkeit, Wahrheit o.ä. und setzen nicht eine Valenz (wie z.B. Existenz oder Wahrheit) vor Inhalt, sondern gehen aus von dem Prinzip

(1.1) Jede Bewertung (Valenz) setzt den zu bewertenden Inhalt voraus.

Externa wie etwa eine vermeintliche Wirklichkeit liefern danach keine Vorgaben und Hilfen für eine Begriffsklärung, sodass wir danach auch nicht suchen müssen. Andrerseits schränken sie diese Klärung auch nicht ein, sodass wir in der Entwicklung eines Lösungsansatzes dadurch nicht eingeengt sind.[2] Dies gilt insbesondere für das Fließen und den Eingangssatz. Ziel dieser Arbeit ist es also nicht, nach seiner Wahrheit zu fragen, nicht, seinen Inhalt anzugeben, sondern lediglich, einen Weg aufzuzeigen, der ihn möglich, d.h. sinnvoll macht.

[1] Vgl . auch Platon, Theaitet

[2] Wohl aber mag ein Außenbezug z.B. auf „Faktisches" ebenso wie jedes Mißverständnis und jeder Irrtum geeignet sein, eine Anregung für diese oder jene Lösung zu geben oder später Anlaß für eine Wahl zwischen mehreren Lösungsansätzen sein.

2. Fließen als Einheit eines Sinnsystems. Damit stellt sich die Frage, wie dieses Ziel, Inhalt ohne Wahrheit, zu erreichen ist. Eine Antwort darauf wird ermöglicht mittels eines Universalsystems sämtlicher Einheiten, dessen Rahmen wir in dem Aufsatz „Sinn als Konstrukt" [SaK] entwickelt haben. Seine Besonderheit liegt darin, dass es nicht fundamentalistisch und daher insbesondere nicht auf vorgebliche Existenz, Wahrheit o.ä. gegründet ist; seine Einheiten müssen also nicht existieren, wahr sein o.ä., sondern jede Einheit muß lediglich eine feste Position innerhalb des Systems haben. Genau dann, wenn sie diese Bedingung erfüllt, hat sie einen *Sinn*. Einheit eines solchen Systems sein ist also dasselbe wie sinnvoll sein.

Als Einheiten des Systems treten ausschließlich *Items, Attribute* und *einfache Verhalte* auf. Sie sind funktional definiert:

Attribute sind auf Items *anwendbar*, Ergebnis ist jeweils ein einfacher Verhalt.

Dabei ist dieser Verhalt jeweils durch das Item und das Attribut eindeutig bestimmt. Dass ein Attribut *starr* ist, besagt dann, dass seine *Intension* und damit sein *Item*-, d.h. *Anwendungsbereich* fix ist. Somit gehen wir davon aus, dass jedes Attribut einen festen Itembereich hat.

Der Rahmen des Systems ist zwar nicht endlich oder abgeschlossen, aber vollständig. Ein Fließen jedoch tritt darin nicht auf; es ist daher für die Entwicklung dieses Rahmens nicht notwendig. Somit gilt

Satz 1.1 : Sinn setzt kein Fließen voraus.

Dadurch ist ein Zirkel vermieden und deshalb unser Ansatz, auf diesem Wege des „Sinns" das Fließen zu erfassen, nicht von vornherein gescheitert. Wir können daher die Terminologie und die Ergebnisse aus dem o.g Aufsatz hier beibehalten und legen sie der vorliegenden Arbeit zugrunde. Damit wollen wir nicht nur zeigen, dass Fließen mittels des „Sinn"-Rahmens begreifbar ist, sondern unsere These ist sogar

(1T1) Fließen ist eine *Einheit* eines (starren) Sinnsystems.

Zum Nachweis dieser These müssen wir – ausschließlich mit den in SaK bereitgestellten Mitteln – eine Konstruktion des Fließens angeben, deren Ergebnis innerhalb des „Sinn"-Rahmens liegt. Die Sinnfrage ist also eine Konstruktionsfrage. Dabei ist unser Ziel lediglich, *überhaupt* eine solche Konstruktion des Fließens zu erbringen, nicht aber, diese als einzig mögliche hinzustellen. Wir behaupten also nicht, dass ein so gewonnenen Fließen z.B. richtig, natürlich oder in irgendeiner Weise optimal sei. Jede solche Konstruktion ist völlig frei; sie muß lediglich ihren eigenen inneren Anforderungen genügen, d.h. mit den in SaK aufgewiesenen Mitteln gestaltet werden.

Die inhaltlichen Präzisierungen werden dabei als Forderungen formuliert, die mit Hilfe des Sinnsystems ermöglicht werden. Jede Forderung *muß* ihren Grund in einem Ziel haben, das mit ihrer Hilfe erreichbar ist; sie *soll* dabei aber minimal sein, derart, dass eine schwächere Forderung zum Erreichen des Zieles ungeeignet ist, denn eine Forderung, die weniger zielbezogen oder strenger ist als nötig, engt in irgendeiner Weise weitere Differenzierungen ein.

In beiden Hinsichten ist ein Fehler möglich: Die Forderungen können für ein Ziel sowohl zu schwach als auch zu stark sein. Während jedoch der erste Fehler prinzipiell immer vermeidbar ist, da ein Nachweis sichern kann, ob das Ziel erreicht wird, ist der zweite Fehler nie auszuschließen, da – wie auch die Geschichte der Begriffe insbesondere derjenigen der Mathematik zeigt – eine Verfeinerung der Begrifflichkeit nicht ausgeschlossen werden kann und daher nicht ausgeschlossen werden darf. Unser Ansatz geht also davon aus, dass das jeweilige Ziel erreicht wird, er unterscheidet aber nach der Schwäche der dafür eingesetzten Mittel: Je schwächer die Mittel sind, um so stärker ist die Lösung. (**„Pauperitätsprinzip"**)

Der in dieser Arbeit entwickelte Vorschlag zur Lösung des Flußproblems ist ein *Beispiel* für eine Problemlösung nach dem Pauperitätsprinzip. Dabei begnügen wir uns mit einer bloßen begründungslosen Darstellung dieser Lösung. Denn zum einen wäre es zwar möglich zu begründen, warum dieser oder jener andere Vorschlag *nicht* geeignet ist, aber eine solche Diskussion wäre willkürlich und beliebig; zum andern ist es – abgesehen vom Erfolg – unmöglich, zu begründen, warum die Einheiten genau in der hier vorgeschlagenen Weise in das System eingeführt werden.

3. Übersicht. Entscheidend für die Problemlösung ist eine geeignete Konzeption der Zeit. Dabei geht es nicht darum, Zeit zu *beschreiben*, sondern sie zu *begreifen*. Dazu weichen wir in zweierlei Hinsicht vom üblichen Verständnis ab. Zum einen führen wir sie nicht als absolute Größe ein; sie ist kein Bestimmungsparameter, der Einheiten wie eine Eigenschaft zukommt, sondern sie ist lediglich eine „Rolle“, d.h. eine Position einer speziellen 2-stelligen Relation, der *Zeitrelation*. In deren anderer Position, dem „Sein“, liegen dann die Einheiten, die der Zeit ausgesetzt sind. Dies ist der Grundgedanke der vorliegenden Arbeit. Er wird dann durch einschränkende Forderungen an die Eigenschaften und die Argumente der Zeitrelation spezifiziert und so als zur Lösung des Flußproblems geeignet aufgewiesen.

Dabei binden wir als zweite Besonderheit jede Zeit als dessen *Eigenzeit* an ein Item und betrachten in dieser Arbeit ausschließlich solche Eigenzeiten. An sie können wir dann (in § 3) die üblichen Strukturforderungen stellen, sodass jede Eigenzeit ein Kontinuum mit einer linearen Ordnung ist.

Diese Ordnung übertragen wir dann in § 4 auf Einheiten des Seins, wodurch auf ihnen eine *früher*-Relation induziert wird. Durch Einschränkung dieser Relation auf Einheiten geeigneter zueinander disjunkter Klassen (Pertinenz) werden daraus Veränderung, Ereignis und Prozeß definiert. Mittels spezifischer Strukturforderungen an solche Klassen können Veränderungen dann ebenfalls spezifiziert werden, sodass es z.B. möglich ist, gewissen Veränderungen eine Geschwindigkeit zuzuschreiben.

In § 5 schließlich wird am Beispiel der bis dahin entwickelten zeitbezogenen Attribute aufgezeigt, dass solche Attribute starre Einheiten sind, indem ihnen je eine Position innerhalb des Sinnsystems zugewiesen wird. Dieses System ist 3-dimensional, wobei die dritte Dimension das Thematisieren und dessen Iteration erlaubt. Damit ist es dann z.B. möglich, Meta- und Objektzeit zu unterscheiden sowie die Wirklichkeit einer zeitlichen Welt zu konstruieren, deren Items im Fluß sind.

§ 2 Zeit und Sein

1. Dynamische Systeme. Aufgrund der in SaK eröffneten Freiheit ist es möglich, Einheiten nach Belieben anzunehmen, falls sie in den „Sinn“-Rahmen einzufügen sind. Zur Einführung des Fließens ist also genau *eine* Aufgabe zu erfüllen: Dem Fließen muß ein Platz innerhalb des Systems zugewiesen werden. Diese Arbeit ist also ein Test für die in SaK beanspruchte Universalität des Systemrahmens in einem besonders schwierigen Fall.

Die Suche nach einem Platz für das Fließen gehen wir nun nicht direkt an, sondern beginnen zunächst mit der Lösung eines anderen Problems, des Problems der Zeit. In einem geeigneten Verständnis von Zeit sehen wir nämlich ein notwendiges, ja entscheidendes Mittel, Einheiten wie das Fließen zu fixieren und somit zu begreifen.

Für die Zeit ergeben sich – wie oben angedeutet – dieselben Schwierigkeiten wie für das Fließen: Sie darf nicht fraglos als Begriff o.ä. angenommen, sondern Inhalt und Status der Zeit müssen aufgezeigt werden. Über den Inhalt von „Zeit“ gibt es zahllose Untersuchungen und Theorien. Wir verzichten darauf, hier auch nur die wichtigsten zu referieren, denn unser Interesse gilt ausschließlich dem *logischen Status* von Zeit, der ja Voraussetzung für den Inhalt ist.

Wir versuchen Zeit nun zwar mit Hilfe eines Sinnsystems zu fassen, sehen in ihr aber nicht eine *Einheit* dieses Systems. Statt dessen führen wir sie mittels gewisser 2-stelliger Relationen, sog. ´Zeitrelationen`ein, an die wir charakterisierende Forderungen

(i) bzgl. ihrer Items und

(ii) bzgl. ihrer Attribute

stellen werden. Die Items jeder 2-stelligen Relation sind ja Bitupel von Argumenten der ersten und zweiten Stelle dieser Relation. Für jede *Zeitrelation* nennen wir die Argumente der ersten Stelle ´Zeit-`, die der zweiten Stelle ´Seinspunkte`, die ganzen Argumentbereiche ´Zeit` T bzw. ´Sein` V. Jedes Item einer Zeitrelation liegt also im cartesischen Produkt Zeit×Sein.[1]

Damit sind Sein und Zeit keine *Einheiten*, also nicht absolut, sondern nur Positionen, d.h. aneinander gebundene Rollen einer Relation, der Zeitrelation. Zeit begleitet jedes Sein, Sein begleitet jede Zeit. Insbesondere ist Zeit daher kein Attribut, und Zeitpunkte sind keine Begriffe. Die Einheiten, die im Sein irgendeiner Zeitrelation liegen, nennen wir ´zeithaft`, diejenigen, die nicht im Sein liegen, ´zeitlos`.

Ein Sinnsystem, das eine Zeitrelation enthält, nennen wir ´dynamisch`, eines, das keine enthält ´statisch`. Weil gemäß Satz 1.1 ein statisches System möglich ist, hat die Statik Priorität vor der Dynamik, mehr noch: Ein statisches System ist Voraussetzung für ein dynamisches; Einheiten eines statischen Systems werden in keiner Weise, etwa in ihrem Status, durch die Einführung dynamischer Einheiten tangiert.

2. Zum Inhalt des Seins. Die Zeitrelationen sind nun das entscheidende Mittel, das Fließen zu erfassen. Mit ihrer Hilfe können wir nämlich das Fließen an die Zeit binden. Dazu stellen wir zunächst präzisierende Bedingungen an ihre *Argumente*, indem wir fordern, dass die beiden Argumentbereiche jeder Zeitrelation disjunkt sind, ja dass darüber hinaus sogar gilt

(2F1)[2] Keine Einheit der Zeit (irgendeiner Zeitrelation) ist Einheit des Seins (irgendeiner Zeitrelation).

Damit ergibt sich

Satz 2.1 : (1) Jede Einheit einer Zeit ist selbst zeitlos.

(2) Genau die Einheiten eines Seins sind zeithaft.

Diese Trennung der Argumentbereiche ermöglicht nun die Forderung

(2F2) Ausschließlich zeithafte Einheiten können fließen.

Dadurch ist das Fließen erstmalig, wenn auch noch sehr ungenau, dem Zugriff und den Mitteln des Sinnsystems ausgesetzt, denn danach sind gemäß Satz 2.1 nur Einheiten des Seins, d.h. Argumente einer Stelle einer Relation dem Fließen unterworfen. Da somit das Fließen in das Sinnsystem gezwungen wurde, können wir es nun durch geeignete formale Einengungen innerhalb dieses Systems fixieren. Als Mittel dazu steht uns demnach die Präzisierung (i) der Items und

(ii) der Attribute

von Zeitrelationen zur Verfügung. Im folgenden werden wir daher diese Mittel zur Knebelung von Zeitrelationen heranziehen.

Dabei untersuchen wir zuerst die *Items* dieser Relationen, d.h. die Bitupel der Gestalt [t,S] aus Zeit×Sein. Für sie wiederum klären wir zunächst, welche Einheiten Argumente der *Seins*–Position, d.h. zeithaft sind. Die Antwort auf diese Frage liegt in unserem Belieben; sie ist aber nicht beliebig, sondern sollte sämtliche daran anschließende konstruktive Weiterungen berücksichtigen. Wir formulieren sie deshalb durch

---

[1] Dabei stehen die Zeitrelationen natürlich unter dem Vorbehalt, daß sie einen Platz innerhalb des Sinnsystems haben. Daß diese Bedingung erfüllt ist, werden wir später (in § 5) für sie und weitere Relationen aus ihrem Umfeld aufzeigen.

[2] Forderungen heben wir durch Randzahlen der Gestalt (*F*) hervor.

einschränkende Forderungen. Als erstes legen wir fest, ob sie Items, Attribute oder einfache Verhalte sind:

(2F3) Höchstens *einfache Verhalte* liegen im Sein.

Jeder einfache Verhalt mit einer Zeitrelation φ als Attribut hat also die Gestalt $\varphi(t,f(a))$ mit $t \in T$ und $f(a) \in V$. Damit folgt aus (2F2)

Satz 2.2 : Das Fließen betrifft höchstens einfache Verhalte.

Wir versuchen nun das Fließen als Variation von *Items* innerhalb einer Zeitrelation zu fassen. Da jedes solche Item die Gestalt [t,f(a)] hat, können die drei Parameter t,f und a variiert werden. Dabei suchen wir die Zeit t als unabhängigen, und das Item a bzw. das Attribut f als davon abhängige Parameter zu begreifen. Damit sind ausgehend von einem Verhalt $\varphi(t,f(a))$ mit dem Item a und dem Attribut f genau zweierlei Möglichkeiten der Variation eröffnet: Zum einen können für ein fixes Item a die *Attribute* variiert werden; so ergeben sich Verhalte der Gestalt $\varphi(t',f_i(a))$ mit $i \in I$. Zum andern können für ein fixes Attribut f die *Items* variiert werden; so ergeben sich Verhalte der Gestalt $\varphi(t',f(a_k)$ mit $k \in K$. Ersteres Fließen nennen wir eine ´(Ver)änderung`, letzteres – bei weiteren Eindeutigkeit sichernden Nebenbedingungen – einen ´Wechsel´.[1] Da Veränderung und Wechsel einander ausschließen, können wir erreichen, dass Fließen mittels Veränderung und Wechsel begreifbar wird, indem wir fordern

(2F4) Jedes Fließen ist entweder Veränderung oder Wechsel.

Wir dürfen unsere Untersuchung des Fließens, die ja nur dessen *Möglichkeit* sichern soll, hier auf die Veränderung beschränken. Dafür gilt nach deren Definition

Satz 2.3 : Veränderung kann nur an (einzelnen konstanten) Items stattfinden.

3. Veränderung und Wechsel. Weil einfache Verhalte mit demselben fixen Item durch ihre Attribute eindeutig bestimmt sind, ist eine weitere Einengung (der einfachen Verhalte) des Seins möglich mittels einer Präzisierung dieser Attribute. Wie an anderer Stelle gezeigt[2], ist jedes komplexe Attribut auf einfache reduzierbar und durch sie eindeutig bestimmt. Um dieses Ergebnis ausnutzen zu können, fordern wir, dass die Zeithaftigkeit einfacher Verhalte mit der Komplexbildung verträglich ist:

(2F5) Ein einfacher Verhalt $g \cdot h(a)$ mit komplexem Attribut $g \cdot h$ liegt im Sein genau dann, wenn die einfachen Verhalte g(a) und h(a) im Sein liegen.

Einfache Verhalte wie ´a ist rot und schwer´ oder ´a ist wenn rot, dann schwer´ liegen also genau dann im Sein, wenn ´a ist rot´ und ´a ist schwer´ im Sein liegen.

Somit genügt es, nur die einfachen Verhalte mit *einfachen* Attributen zu betrachten. Einfache Attribute liegen je in genau einer Pertinenzklasse.[3] Für Verhalte mit einfachen Attributen können wir danach im nächsten Schritt fordern, dass sie *unabhängig von den Items* innerhalb oder außerhalb des Seins liegen:

(2F6) Die einfachen Verhalte mit Attributen aus einer Pertinenzklasse liegen entweder sämtlich *innerhalb* oder sämtlich *außerhalb* des Seins.

Ob ein einfacher Verhalt im Sein liegt oder nicht, hängt danach nur von seinem Attribut ab. Liegt er im Sein und ist also zeithaft, nennen wir auch sein Attribut ´zeithaft`. Wegen (2F6) liegt somit eine vollständige Disjunktion der Pertinenzklassen vor, die einen enthalten kein einziges, die anderen *ausschließlich* zeithafte Attribute. Letztere Pertinenzklassen dürfen wir daher ebenfalls ´zeithaft` nennen.

---

[1] Jede der beiden Einschränkungen ist für das Fließen lediglich notwendig, nicht aber hinreichend, denn dass ein Item mehrere Attribute trägt, ist für Veränderung ebensowenig spezifisch wie es für Wechsel spezifisch ist, dass ein Attribut von mehreren Items getragen wird.

[2] Siehe etwa M.H. Kon oder M.H., fAA

[3] Eine Pertinenzklasse wird gebildet von gleichartigen Attribute wie etwa den Farben, den Temperaturen, den logischen Junktionen. siehe dazu etwa M.H., Kon.

Da jedes Attribut genau einen ´Itembereich`, d.h. einen Bereich von Items hat, auf die es anwendbar ist,[1] werden durch die zeithaften Pertinenzklassen demnach diejenigen Items bestimmt, an denen gemäß Satz 2.3 eine Veränderung stattfinden kann. Jedes solche Item nennen wir ´veränderlich`. Die Klasse der einfachen Verhalte, die ein veränderliches Item a mit zeithaften Attributen bildet, nennen wir den ´Variationsbereich ^aV` von a. Die Variationsbereiche verschiedener Items haben danach keinen Verhalt gemeinsam, sind also zueinander disjunkt; andrerseits liegt jeder im Sein liegende einfache Verhalt in mindestens einem Variationsbereich, sodass gilt

Satz 2.4 : Das Sein ist gleich der Vereinigung disjunkter Variationsbereiche:

$$V={}^aV\cup{}^bV\cup{}^cV...$$

Daher können wir die Zeitrelation φ in der 2.Argumentstelle einschränken auf jeweils einen Variationsbereich. Die so durch Einschränkung des Itembereichs auf $T\times{}^aV$ induzierte Relation nennen wir die ´Eigenzeitrelation $^a\varphi$` von a. Wegen Satz 2.4 genügt es, statt der Zeitrelation φ nur die Eigenzeitrelationen sämtlicher veränderlicher Items zu betrachten.

4. Zustände von Items. Nun engen wir Eigenzeitrelationen weiter ein, indem wir Forderungen an ihre *Extension* stellen. Ein Bitupel [t,f(a)], das in der Extension von $^a\varphi$ liegt, nennen wir einen ´Zustand von a zum Zeitpunkt t`. Für jedes Item a nennen wir die Klasse der Zeitpunkte seiner Zustände die ´Eigenzeit $^aT$` von a. Damit gilt

Satz 2.5 : Zustände eines Items treten genau zu den Zeitpunkten seiner Eigenzeit auf.

Die Eigenzeit von a ist also die Extension der *1.Stelle* der Eigenzeitrelation von a. Im folgenden untersuchen wir die Extension der *2.Stelle*. Dazu fordern wir in Analogie zu (2F5), dass der Status eines *Zustands* mit der Komplexbildung verträglich ist:

(2F7) $^a\varphi(t,g\cdot h(a))$ mit komplexem Attribut g·h ist ein Zustand genau dann, wenn $^a\varphi(t,g(a))$ und $^a\varphi(t,h(a))$ je Zustände sind.

Da somit die Zustände eines Items a eindeutig bestimmt sind durch die Zustände von a mit *einfachen* Attributen f_i, genügt es, nur Zustände mit *einfachen* Attributen zu betrachten. Da jedes einfache Attribut in genau einer Pertinenzklasse liegt, müssen wir die Zustände von a nur für die Fälle $^a\varphi(t,f(a))$ klären, in denen f in einer (zeithaften) *Pertinenzklasse* liegt.

Dazu greifen wir auf zwei 2-stellige Relationen zurück, die auf den (einfachen) Attributen jeder Pertinenzklasse definiert sind, die *Unterordnung* und die *Kontrarietät*.[2] Damit können wir an *Zustände* die Forderungen stellen:

(2F8) Ist f konträr zu g, ist von den Items [t,f(a)], [t,g(a)] höchstens einer ein Zustand.

(2F9) Ist g untergeordnet zu f, ist mit [t,g(a)] auch [t,f(a)] ein Zustand.

(2F10) Ist [t,g(a)] ein Zustand, ist für mindestens eines der f untergeordneten Attribute g_i auch $[t,g_i(a)]$ ein Zustand.[3]

Bzgl. der Unterordnung liegen nun in jeder Pertinenzklasse unterste Attribute, sog. infimae species[4]. Einen Verhalt mit einer infima species als Attribut nennen wir einen ´untersten Verhalt`, einen Zustand mit einer infima species als Attribut ´untersten Zu-

[1] Siehe dazu z.B. M.H., Kon.

[2] Siehe dazu M.H., SaK. Für sie gilt mit einem Transzendentale v:
Ist g *untergeordnet* zu f, dann folgt aus v(g(a)) stets auch v(f(a)), z.B. *besteht* dann mit g(a) auch f(a).
Gilt v(f(a)), dann auch v(g(a)) für mindestens ein Attribut g, das f *untergeordnet* ist.
Ist f *konträr* zu g, dann schließt v(f(a)) v(g(a)) aus, z.B. *bestehen* dann nicht sowohl f(a) als auch g(a).

[3] Danach sind leicht auch Zustände mit *komplexen* Attributen zu definieren: [t,g·h(a)] ist ein Zustand von a genau dann, wenn [t,g(a)] und [t,h(a)] je Zustände von a sind.

[4] Eine ´infima species` ist ein einfaches Attribut (des Sinnsystems), dem keines untergeordnet ist. Sie bezieht sich also ausschließlich auf die Einheiten des Sinnsystems. Somit tritt eine solche infima species in jeder Pertinenzklasse auf.

stand` von a. Wegen (2F10) tritt damit für jedes Item a zu jedem Zeitpunkt bzgl. jeder zeithaften Pertinenzklasse einerseits *mindestens* ein unterster Zustand auf. Da die infima species einer Pertinenzklasse konträr zueinander sind, tritt nach (2F2) andrerseits *höchstens* ein solcher unterster Zustand auf. Insgesamt gilt also

Theorem 2.6 : Jedes Item a ist zu jedem Zeitpunkt t bzgl. jeder zeithaften Pertinenzklasse in genau einem untersten Zustand.[1]

Wegen (2F9) bestimmt dieser Zustand sämtliche Zustände dieses Items zu diesem Zeitpunkt bzgl. dieser Pertinenzklasse. Da dies für jede zeithafte Pertinenzklasse gilt, folgt

Satz 2.7 : Jeder Zustand eines Items zu einem Zeitpunkt ist eindeutig bestimmt durch seine *untersten* Zustände zu diesem Zeitpunkt.

Dieser Satz gibt Anlaß, den Variationsbereich ${}^aV$ der Eigenzeitrelation ${}^a\varphi$ einzuengen auf die Klassen der Gestalt $F^a:=\{f(a);f\in F_{inf}\}$ von untersten Verhalten mit Attributen aus der Pertinenzklasse F mit dem Item a. Denn jede auf diese Weise durch eine Eigenzeitrelation ${}^a\varphi$ bezüglich einer Pertinenzklasse F induzierte Relation ${}^a\varphi_F$ ist nach Theorem 2.6 linkstotal und rechtseindeutig und somit eine Abbildung.[2] Wir nennen sie eine ´Eigenzeitabbildung` von a. Somit gilt

Satz 2.8 : Jede Eigenzeitabbildung von a bildet die Punkte der Eigenzeit von a ab in eine Klasse F^a einer Pertinenzklasse F.[3]

Jede Eigenzeitabbildung ist daher darstellbar als ${}^a\varphi_F(t) = f(a)$ mit t aus ${}^aT$ und f aus den infimae species einer zeithaften Pertinenzklasse F. Die untersten Zustände sind also die Extensionen der Eigenzeitabbildungen. Da Satz 2.8 für jede zeithafte Pertinenzklasse gilt, ergibt sich

Satz 2.9 : Durch die Eigenzeitabbildungen wird jedem veränderlichen Item zu jedem Zeitpunkt genau ein Profil[4] zugeordnet.

Jedes Item trägt also nicht nur *außerhalb*[5], sondern auch *innerhalb* der Zeit jeweils genau ein Profil:

Theorem 2.10 : Jedes Item trägt zu jedem Zeitpunkt genau ein Profil.[6]

Der Satz vom Widerspruch und der Satz vom ausgeschlossenen Dritten, die bisher nur für *zeitlose* Verhalte galten, sind also auch für *zeithafte* Verhalte gültig:

Satz 2.11 : Jedes Item trägt zu jedem Zeitpunkt seiner Eigenzeit aus jeder zeithaften Pertinenzklasse – bis auf Unterordnung – *mindestens* ein (**Tertium non datur**) und *höchstens* ein (**Satz vom Widerspruch**) Attribut.

§ 3 Struktur von Eigenzeit

1. Eigenzeit als topologischer Raum. Nachdem damit die Struktur des *Seins* und das Verhältnis zwischen Zeit und Sein innerhalb des cartesischen Produktes Zeit×Sein dargelegt worden ist, wenden wir uns nun dem Bereich der *Zeit* zu. Dazu müssen wir nicht in eine Diskussion über ein vermeintliches „Wesen" der Zeit eintreten, wenngleich die Literatur zu diesem Thema unerschöpflich ist. Denn da die Zeit und insbesondere die Eigenzeit lediglich eine *Position* einer Relation ist, hat sie keinen *absolu-*

---

[1] Dieses Theorem entspricht bei einem *zeitlosen* Ansatz dem Hauptsatz der Kontrarietät in M.H., Kon, der besagt: Jedes Item trägt aus jeder Pertinenzklasse (bis auf Unterordnung) genau ein Attribut.

[2] D.h. mit jedem Zeitpunkt t bildet mindestens und höchstens ein einfacher Verhalt f(a) dieser Pertinenzklasse ein Bitupel [t,f(a)], das in der Extension dieser Relation liegt.

[3] Diese Abbildung ist i.a. weder injektiv noch surjektiv; mehreren Zeitpunkten kann derselbe Verhalt zugeordnet sein, ein unterster Verhalt muß nicht zu irgendeinem Zeitpunkt auftreten.

[4] Eine Klasse von infimae species, in der aus jeder Pertinenzklasse von Attributen eines Items a genau eines vorkommt, heißt z.B. nach fAA ein ´Profil` von a.

[5] Wie etwa in M.H., fAA gezeigt.

[6] Wie bereits in SaK erwähnt, nehmen wir aber – anders als etwa Leibniz (identitas indiscernibilium) – umgekehrt nicht an, daß jedes Item durch sein Profil eindeutig bestimmt ist.

ten, sondern nur einen *funktionalen* Status. Weil wir uns deshalb nicht auf etwas wie Zeit als solche beziehen müssen, sind wir in der Präzisierung dieser Funktion frei. Daher lassen wir offen, aus welcher Art von Einheiten eine Eigenzeit bestehen mag; wir nennen lediglich jede solche Einheit einen „Zeitpunkt" und betrachten ausschließlich die *Struktur* von Eigenzeiten. Welche Struktur wir dabei der Eigenzeit welches Items zuerkennen, liegt in unserem Belieben.

Zuerst teilen wir die Eigenzeiten in zwei Klassen auf, in die von Items zu 1-, und in die von Items zu mehrstelligen Begriffen. Erstere Items sind 1-Tupel, letztere n-Tupel mit n>1. Im ersten Fall nennen wir die Eigenzeit ${}^{a}T$ eine ´Primär-`, im zweiten Fall eine ´Sekundärzeit`. Dabei führen wir letztere auf erstere zurück, indem wir fordern

(3F1) Ein n-Tupel $[a_1,..,a_n]$ ist veränderlich genau dann, wenn mindestens eines der a_i $1\leq i\leq n$ veränderlich ist.

Damit lassen wir auch zeithafte *relationale* Verhalte zwischen veränderlichen und unveränderlichen Items zu. Die Eigenzeit ${}^{A}T$ des n-Tupels $A:=[a_1,...,a_n]$ definieren wir dabei als k-faches cartesisches Produkt der Eigenzeiten der k veränderlichen Items a_j $1\leq j\leq n$. Somit gilt

Satz 3.1 : Jede Sekundärzeit ist ein cartesisches Produkt von Primärzeiten.

Danach genügt es, Forderungen ausschließlich an *Primärzeiten* zu richten. Dabei gehen wir – anders als beim Variationsbereich, deren Einheiten ja, insofern sie *einfache* Verhalte (d.h. in Item und Attribut) zerlegbar sind, – nicht davon aus, dass die Einheiten einer Primärzeit zusammengesetzt sind, sodass wir Forderungen an diese Zusammensetzung erheben könnten. Somit bleibt uns nur, Forderungen an Beziehungen zwischen Punkten innerhalb einer Eigenzeit zu stellen. Dazu sichern wir zunächst, dass solche Beziehungen überhaupt möglich sind:

(3F2) Jede Primärzeit enthält mindestens zwei Zeitpunkte.

Damit können wir an Primärzeiten – unabhängig von ihrem Inhalt – Strukturforderungen richten. Das erste und wichtigste Ziel sehen wir dabei darin, Bedingungen dafür anzugeben, unter denen Zustände von Primärzeiten als Zustände *desselben* Items aufzufassen sind. Die Hauptfrage beim Erfassen des Fließens ist nämlich nicht:

Wie kann dasselbe Item konträre Attribute tragen?

Sondern sie lautet umgekehrt:

Wie können Items, die konträre Attribute tragen, identifiziert werden?

Das Erreichen dieses Zieles ist abhängig nur von einer geeigneten Auffassung der Zeitstruktur. Unsere o.g. Freiheit nutzen wir daher, um an die Primärzeit Strukturforderungen zu stellen, die dieses Ziel zu erreichen gestatten. Diese Forderungen sind topologischer Art. Die Grundforderung ist dabei

(3F3) Jede Primärzeit ist ein topologischer Raum.[1]

Auf jeder Sekundärzeit ${}^{A}T$ wird durch die Topologien auf den Komponenten, die ja nach Satz 3.1 Primärzeiten sind, eine Produkttopologie[2] erzeugt. Somit gilt

Satz 3.2 : Jede Eigenzeit ist ein topologischer Raum.

---

[1] Für eine Menge M heißt (M,Ω) ein ´topologischer Raum`, wenn Ω eine Teilmenge der Potenzmenge von M ist und wenn gilt:(i) $\varnothing\in\Omega$, $M\in\Omega$; (ii) jede Vereinigung und (iii) jeder endliche Durchschnitt von Elementen aus Ω ist Element von Ω.
Ω heißt dann eine ´Topologie` auf M; die Elemente von M heißen ´offene Mengen`. Grenzfälle sind die ´diskrete` Topologie, d.i. die gesamte Potenzmenge, und die ´indiskrete` Topologie, die nur aus $\varnothing$ und M besteht.

[2] Sind $(M_1,\Omega_1),...,(M_k,\Omega_k)$ top. Räume, ist die Menge $\{O_1\times...\times O_k; O_j \text{ offen in } (M_j,\Omega_j)\ 1\leq j\leq k\}$ die Basis einer Topologie auf $M_1\times...\times M_k$; diese Topologie heißt eine ´Produkttopologie`.
Für eine Topologie (M,Ω) heißt eine Teilmenge Λ der Potenzmenge von M eine ´Basis` der Topologie, wenn sich jede offene Menge als Vereinigung von Mengen aus Λ darstellen läßt.

2. Eigenzeit als Kontinuum. Weil auf jeder Menge eine Topologie wie etwa die diskrete Topologie installiert werden kann, ist die Forderung (3F3) sehr schwach. Sie eröffnet lediglich die Möglichkeit, die Struktur von Eigenzeiten durch weitere Forderungen topologischer Art zu präzisieren. Als erstes fordern wir

(3F4) Jede Primärzeit ist zusammenhängend[1].

Da jeder Raum $M_1 \times ... \times M_k$ mit einer Produkttopologie zusammenhängend ist genau dann, wenn die Komponenten M_j je zusammenhängend sind, folgt daraus mit Satz 3.1

Satz 3.3 : Jede Eigenzeit ist zusammenhängend.

Gemäß Satz 2.5, wonach die Zustände jedes Items genau zu den Zeitpunkten seiner Eigenzeit auftreten, dürfen danach die Zustände jedes Items keine Unterbrechung erfahren. Daraus ergibt sich ein *Verschiedenheitskriterium*:

Satz 3.4 : Treten Zustände von Items unterbrochen auf, sind die Items verschieden.

Dagegen ist es für jedes einzelne Attribut gerade umgekehrt charakteristisch, dass es *nicht* ständig an einem Item auftreten muß, sondern jedem Item zu einem Zeitpunkt zukommen kann zu einem anderen nicht. Für Items, die *auch* Attribute sind – wie z.B. Relationen –, darf deshalb Satz 3.4 nicht gelten. Um sie auszuschließen, fordern wir daher

(3F5) Nur *Nichtattribute* haben eine Eigenzeit.

Unterbrochen auftretende Einheiten sind also keine Items, sondern Attribute oder einfache Verhalte.

Zusammenhang betrifft nach Definition das Verhältnis von *Mengen*, hier von Mengen von Zeitpunkten einer Eigenzeit. Nun untersuchen wir das Verhältnis einzelner *Elemente* solcher Mengen, d.h. einzelner Zeitpunkte. Nach Satz 3.2 ist jede Eigenzeit ein topologischer Raum; damit ist jeder Zeitpunkt ein Häufungspunkt.[2] Nun fordern wir sogar:

(3F6) Jede Primärzeit ist kompakt.[3]

Da ein topologischer Raum $M_1 \times ... \times M_k$ kompakt ist genau dann, wenn die *Komponenten* M_j je kompakt sind, folgt

Satz 3.5 : Jede Eigenzeit ist kompakt.

Aus den Sätzen 3.3 und 3.5 ergibt sich zusammen mit Forderung (3F2)

Theorem 3.6 : Jede Eigenzeit ist ein Kontinuum[4].

Daher nennt man das Item a, das ja in jedem seiner Zustände liegt, ´<u>kontinuierlich</u>` in der Zeit. Damit ist unser erstes Ziel erreicht:

Satz 3.7 : Jedes Item tritt nur kontinuierlich auf.

Da kompakte topologische Räume vollständig[5] sind, folgt aus Satz 3.5 weiter

Satz 3.8 : Jede Eigenzeit ist ein vollständiger topologischer Raum.

---

[1] Ein top. Raum heißt ´<u>zusammenhängend</u>`, wenn er nicht die Vereinigung disjunkter nichtleerer offener Mengen ist.

[2] Für einen top. Raum (M,Ω) heißt ein Punkt $x \in M$ ein ´<u>Häufungspunkt</u>` von M, wenn in jeder seiner Umgebungen mindestens ein $y \in M$ mit $y \neq x$ liegt. Dabei werden offene *Teilmengen* von M mit *Elementen* von M in Beziehung gesetzt durch die Definition: $U \subseteq M$ heißt ´<u>Umgebung</u>` von $x \in M$, wenn U eine offene Menge $O \subseteq M$ umfaßt mit $x \in O$.

[3] Ein top. Raum heißt ´<u>kompakt</u>`, wenn er ein Hausdorffraum ist und jede offene Überdeckung eine endliche (Teil)überdeckung enthält.

Ein top. Raum (M,Ω) heißt ein ´<u>Hausdorffraum</u>`, wenn je zwei verschiedene Punkte von M disjunkte Umgebungen haben. Eine Teilmenge $\Psi$ der Potenzmenge von M heißt eine ´<u>Überdeckung</u>` von M, wenn M gleich der Vereinigung der Mengen aus Ψ ist. Die Überdeckung heißt ´<u>endlich</u>`, wenn sie nur endlich viele Elemente enthält; sie heißt ´<u>offen</u>`, wenn ihre Elemente je offene Mengen sind.

[4] Jeder zusammenhängende kompakte Raum mit mehreren Punkten heißt ein ´<u>Kontinuum</u>`.

[5] Ein top. Raum heißt ´<u>vollständig</u>`, wenn jeder Häufungspunkt von Punkten dieses Raumes *innerhalb* dieses Raumes liegt.

Jede konvergente Folge von Zeitpunkten einer Eigenzeit konvergiert also (eindeutig) gegen einen Zeitpunkt dieser Zeit. Jede Eigenzeit ist demnach gegenüber der Limesbildung abgeschlossen, d.h. durch eine Folge von Eigenzeitpunkten ist keine Einheit zu kennzeichnen, die kein Zeitpunkt dieser Zeit ist.

3. Eigenzeit als metrischer Raum. Unser nächstes Ziel ist es, einen *Zugang* zu der Menge von Zeitpunkten einer Eigenzeit zu sichern. Durch die Kompaktheit ist bereits erreicht, dass jede Eigenzeit mit endlichen Mitteln zu fassen ist. Wir verschärfen dieses Ergebnis durch die Forderung

(3F7) Jede Topologie auf einer Primärzeit hat eine *abzählbare* Basis[1].

Damit ist die mögliche Struktur auf einer Primärzeit stark eingeengt. Es gilt nämlich

Lemma 3.9 : (Urysohn) Ein kompakter topologischer Raum hat eine abzählbare Bas sis genau dann, wenn er metrisierbar[2] ist.

Da jede Primärzeit nach Satz 3.5 kompakt ist und nach (3F7) eine abzählbare Basis hat, ist sie somit metrisierbar und daher aufzufassen als ein metrischer Raum mit einer von einer Metrik δ erzeugten Topologie[3]. Mittels der damit gegebenen Abstandsfunktionen δ_j auf den einzelnen Primärzeiten ${}^a_jT$ ist auch auf der Sekundärzeit ${}^AT$, deren Komponenten sie ja sind, eine Abstandsfunktion Δ einzuführen; für deren Extension können wir (z.B.) festlegen

(3F8) $\Delta([t_1,...,t_k],[t_1',...,t_k']) := \surd\Sigma(\delta_j(t_j,t_j'))^2$

Damit gilt

Theorem 3.10 : Jede Eigenzeit ist ein metrischer Raum.

Da somit wegen Lemma 3.9 jede Eigenzeit eine abzählbare Basis hat, ist es möglich, für Eigenzeiten induktiv einen Dimensionsbegriff einzuführen.[4] Wir fordern zunächst

(3F9) Jede Primärzeit ist 1-dimensional.

Dadurch ist anwendbar der wichtige **Einbettungssatz**:

Lemma 3.11 : (K.Menger,G.Nöbeling) Jeder n-dimensionale metrische Raum ist homöomorph[5] zu (mind.) einem n-dimensionalen Teilraum des euklidischen $\mathbb{R}^{2n+1}$.

---

[1] Ist für eine Topologie (M,Ω) eine Teilmenge Λ der Potenzmenge von M eine Basis der Topologie, dann heißt die Basis ´abzählbar`, wenn Λ abzählbar ist.

[2] Ein top. Raum (M,Ω) heißt ´metrisierbar`, wenn auf M eine Metrik $\delta$ installierbar ist derart, daß die dadurch definierte metrische Topologie gleich $\Omega$ ist. Eine ´Metrik` auf M ist definiert durch eine ´Abstandsfunktion` $\delta : M\times M \rightarrow \mathbb{R}$, für die gilt

(i) $\delta(x,y) \Leftrightarrow x=y$; (ii) $\delta(x,y)=\delta(y,x)$; (iii) $\delta(x,z)\leq\delta(x,y)+\delta(y,z)$ (Dreiecksungleichung), wobei $\delta(x,y)$ der ´Abstand` von x zu y ist. Dazu müssen natürlich die reellen Zahlen $\mathbb{R}$ sowie die Relationen "$\leq$" und "+" auf $\mathbb{R}$ bereits definiert sein. Das ist aber, insofern sie zeitlos sind, innerhalb des statischen Sinnsystems in konventioneller Weise möglich.

Eine Menge M mit einer Metrik δ heißt ein ´metrischer Raum` (M,δ).

[3] Eine ´von einer Metrik δ erzeugte Topologie` auf einer Menge M ist eine Topologie auf M, deren offene Mengen mittels $\varepsilon$-Umgebungen definiert werden: $N\subseteq M$ gehört zur Topologie, wenn für jedes $x\in N$ eine $\varepsilon$-Umgebung $U(x,\varepsilon)$ von x zur Topologie gehört. Die ´$\varepsilon$-Umgebung $U(x,\varepsilon)$` vom Element x des metrischen Raumes (M,δ) ist definiert als $\{y;\delta(x,y)<\varepsilon\}$.

[4] (Urysohn/Menger) Ein metr. Raum mit abzählbarer Basis heißt ´0-dimensional`, wenn jede Umgebung jedes Punktes eine Umgebung mit leerem Rand umfaßt; er heißt ´höchstens n-dimensional` $n\geq1$, wenn jede Umgebung jedes Punktes eine Umgebung mit höchstens (n-1)-dimensionalem Rand umfaßt; er heißt ´n-dimensional`, wenn er höchstens n- aber nicht höchstens (n-1)-dimensional ist.

Der ´Rand` einer Teilmenge N eines metrischen Raumes enthält genau alle ´Randpunkte` von N, d.h. alle Punkte von N, deren sämtliche ε-Umgebungen Punkte aus N und dessen Komplement enthalten.

[5] Zwei top. Räume heißen zueinander ´homöomorph`, wenn zwischen ihnen ein Homöomorphismus vorliegt. Eine Abbildung heißt ein ´Homöomorphismus` bzw. ´topologisch`, wenn sie (i) bijektiv ist und wenn (ii) sowohl sie als auch ihre Umkehrung stetig sind.

Da jede Eigenzeit zusammenhängend und kompakt ist und jeder Homöomorhismus Zusammenhang und Kompaktheit erhält, folgt für (1-dimensionale) Primärzeiten

Satz 3.12 : Jede Primärzeit ist homöomorph zu (mindestens) einer Kurve.[1]

Die Gestalt der Primärzeit engen wir mittels der Abstandsfunktion weiter ein, indem wir fordern:

(3F10) Eine Primärzeit hat keine Verzweigungen.

(3F11) Eine Primärzeit ist nicht geschlossen.

Damit ergibt sich aus Satz 3.12 die Struktur von Primärzeiten als die von ´Kurvenbögen`, d.h.:

Satz 3.13 : Jede Primärzeit ist homöomorph zum Einheitsintervall $I:=\{x\in\mathbb{R};0\leq x\leq 1\}$.

Auch jede Sekundärzeit ^{A}T hat als metrischer Raum, der homöomorph ist zum k-fachen cartesischen Produkt $I\times\ldots\times I$ des Einheitsintervalles, eine (topologische) Dimension. Da dies ein (topologisch) k-dimensionaler metrischer Raum ist und jeder Homöomorphismus die Dimension erhält, ist die Eigenzeit jedes n-Tupels k-dimensional mit $k\leq n$. Weil Homöomorphismen zudem Zusammenhang und Kompaktheit erhalten, folgt damit

Satz 3.14 : Die Eigenzeit eines n-Tupels ($1\leq n$) ist ein k-dimensionales Kontinuum mit $k\leq n$.

Daraus ergibt sich, dass sämtliche Eigenzeiten dieselbe Mächtigkeit haben:

Folgerung 3.15 : Jede Eigenzeit hat die Mächtigkeit des Kontinuums.

4. Eigenzeit als linear geordnet. Nach Theorem 3.13 sind Primärzeiten ja homöomorph zum Einheitsintervall. Auifgrund jedes solchen Homöomorphismus $\Xi : {}^{a}T \rightarrow I$ einer Primärzeit ^{a}T auf das Einheitsintervall I ergibt sich jeweils eine Orientierung auf ^{a}T. Diese erlaubt es, eine 2-stellige Relation ´vor` einzuführen, deren Items jeweils Bitupel von Zeitpunkten einer Primärzeit sind und für deren Extension wir fordern

(3F12) t_1 *vor* t_2 genau dann, wenn $\Xi(t_1) < \Xi(t_2)$

Dabei steht „<“ für die kleiner-Relation auf $\mathbb{R}$. Da das Einheitsintervall I durch „<“ linear geordnet ist und jeder Homöomorphismus die Ordnung erhält, folgt daraus, dass jede Primärzeit ^{a}T durch *vor* linear geordnet ist.

Auf der Sekundärzeit ^{A}T des n-Tupels $A=[a_1,\ldots a_n]$ ist damit ebenfalls eine 2-stellige Relation ´vor` einzuführen, deren Extension wir mittels der Relationen *vor* auf den Primärzeiten $^{a}{}_{j}T$ fixieren:

(3F13) $[t_1,\ldots,t_n]$ *vor* $[t_1',\ldots,t_n']$ genau dann, wenn t_j *vor* t_j' für t_j, t_j' aus $^{a}{}_{j}T$ $1\leq j\leq n$.

Damit ist *vor* auch auf der Sekundärzeit ^{A}T eine Ordnungsrelation,[2] sodass gilt

Satz 3.16 : Jede Eigenzeit trägt eine Ordnungsrelation *vor*.

Somit ermöglicht jede Eigenzeit nicht nur ein Fließen, sondern vermöge der Ordnungsrelation „<“ auf dem Einheitsintervall stets auch eine Fließ*richtung*.

Da jede Eigenzeit die eines Items ist, ist nun vermöge der Ordnungsrelation für jedes veränderliche Item nach seinem Anfang und Ende zu fragen. Aus Satz 3.13 und der Kompaktheit jeder Eigenzeit folgt die zeitliche Endlichkeit jedes Items:

Satz 3.17 : Jedes Item hat (in seiner Eigenzeit) genau einen Anfang und genau ein Ende.

Eine Abbildung $h: N_1 \rightarrow N_2$ heißt ´stetig in $x\in N_1$`, wenn durch h in jede Umgebung von h(x) mindestens eine Umgebung von x abgebildet wird; sie heißt ´stetig in $N_1$`, wenn sie in jedem Punkt x von N_1 stetig ist.

[1] Jede 1-dim. zusammenhängende kompakte Teilmenge des euklid. $\mathbb{R}^3$ heißt eine ´Kurve`.

[2] Diese Ordnungsrelation ist aber offenbar nicht konnex, d.h. für zwei verschiedene Zeitpunkte ^{A}t und $^{A}t'$ aus ^{A}T gilt nicht notwendig: ^{A}t vor $^{A}t'$ oder $^{A}t'$ vor ^{A}t.

Aufgrund dessen können wir versuchen, ein Maß für die Eigenzeit von Items zu entwickeln. Dazu schaffen wir zuerst die Möglichkeit, jede Eigenzeit in mehrere Teile aufzuspalten: Jeden zusammenhängenden kompakten n-dimensionalen Teilraum von ${}^aT$ nennen wir dafür einen ´Abschnitt` von ${}^aT$; damit ist insbesondere ${}^aT$ selbst ein Abschnitt von ${}^aT$, und auch jeder Abschnitt hat in bezug auf die Ordnungsrelation *vor* einen ersten und einen letzten Zeitpunkt. Nun gilt der *Zwischenwertsatz*:

Lemma 3.18 : Ist $0<r\in\mathbb{R}$ der Abstand eines Zeitpunktes eines Abschnitts vom ersten, dann ist auch jedes $s\in\mathbb{R}$ mit $0<s<r$ ein Abstand (eines Zeitpunktes) vom ersten.

Danach ist jeder Abschnitt $<t,t'>$ einer Eigenzeit in zwei Abschnitte $<t,t_1>$ und $<t_1,t'>$ aufzuteilen. Nach der Dreiecksungleichung gilt für jede solche Aufteilung: $\delta(t,t') \leq \delta(t,t_1)+\delta(t_1,t')$.[1] Demnach gibt es keinen Zeitabschnitt, dessen Anfangs- und Endpunkt einen *kleinsten* Abstand voneinander hätten. Also gilt

Theorem 3.19 : Es gibt kein kleinstes Zeitquantum.

Weil jeder Abschnitt somit wiederum aufgeteilt werden kann, ist die Aufteilung beliebig zu verfeinern. Das Ergebnis der Addition der Abstände der Teilabschnitte ist dabei wegen der Dreiecksungleichung schwach monoton steigend. Da die Abstandsfunktion δ eine stetige Funktion auf einem Abschnitt von ${}^aT$ und somit auf einem Kompaktum ist, konvergiert die Summe der Abstände in $\mathbb{R}$. Den Limes nennen wir die ´Länge` des Abschnitts $<t,t'>$. Daraus folgt

Satz 3.20 : Jeder Abschnitt einer Eigenzeit hat eine Länge.

Dabei ist jede Länge eine positive reelle Zahl. Insbesondere die ganze Eigenzeit ${}^aT$ hat somit eine Länge. Wir nennen daher jedes Item, das eine Eigenzeit hat, ´zeitlich ausgedehnt`. Damit gilt

Satz 3.21 : Jedes veränderliche Item ist zeitlich ausgedehnt.

§ 4 Veränderung und Geschehen

1. Veränderung als spezielle *früher*-Relation. Die soeben aufgezeigte Struktur der Eigenzeit ${}^aT$ eines Items a versuchen wir nun mit Hilfe der Eigenzeitrelation ${}^a\varphi$ möglichst weitgehend auf den Variationsbereich ${}^aV$ von a zu übertragen. Zunächst kann man mittels der linearen Ordnung *vor*, die auf ${}^aT$ liegt, auch auf ${}^aV$ eine Gliederung installieren. Dazu führen wir eine 2-stellige Relation ´früher` ein, die auf Bitupeln von Einheiten jeweils eines Variationsbereiches definiert ist. Der Variationsbereich ${}^aV$ enthält ja nach Satz 2.4 nur einfache Verhalte des Items a. Daher können wir für die Extension der Relation *früher* mittels der Extensionen von *vor* und ${}^a\varphi$ fordern

(4F1) f(a) früher g(a) gilt genau dann, wenn für Zeitpunkte $t_i,t_j\in{}^aT$ $[t_i,f(a)]$ und $[t_j,g(a)]$ Zustände sind und t_i *vor* t_j liegt.

Wir veranschaulichen dieses Verhältnis durch das Schema

(4.1)
$$\begin{tikzcd} t_i \arrow[r, dashed, no head, "vor"] \arrow[d, no head, "{}^a\varphi"'] & t_j \arrow[d, no head, "{}^a\varphi"] \\ f(a) \arrow[r, dashed, no head, "\text{früher}"'] & g(a) \end{tikzcd}$$

Weil eine Eigenzeitrelation ${}^a\varphi$ i.a. weder linkseindeutig noch rechtstotal ist, d.h. ein einfacher Verhalt h(a) einerseits zu mehreren Zeitpunkten ein Zustand sein *kann*, andrerseits aber kein Zustand sein *muß*, ist die Relation *früher* i.a. weder asymmetrisch oder irreflexiv noch konnex. Sie ist daher *keine* Ordnungsrelation auf den Zuständen eines Items. Aus (4F1) folgt lediglich

Satz 4.1 : Die *früher*-Relation ist linkstotal und transitiv.

[1] Dies ist eine i.a. *echte* Ungleichung, da Homöomorphismen i.a. nicht den Abstand erhalten.

Die weitere Untersuchung der *früher*-Relation wird erleichtert dadurch, dass sie mit der Komplexbildung verträglich ist; aufgrund von (2F7), d.h. der Verträglichkeit von ${}^a\varphi$ mit der Komplexbildung gilt nämlich:

Satz 4.2 : Für Zustände von a gilt: $[f_1 \cdot f_2(a)$ früher $g_1 \cdot g_2(a)] \Leftrightarrow [f_i(a)$ früher $g_j(a)]$ $i,j \in \{1,2\}$.

Damit ist die *Extension* der *früher*-Relation bestimmt durch die Extension der Relation ${}^a\varphi$ auf Bitupeln $[t_i,f_i(a)]$ mit *einfachen* Attributen f_i von a. Wir erfassen also die *früher*-Relation zwischen *sämtlichen* Zuständen von a, wenn wir sie nur auf den Zuständen von a mit *einfachen* Attributen betrachten.

Daher dürfen wir den *Itembereich* der *früher*-Relation einschränken zunächst auf Bitupel der Gestalt [f(a),g(a)] mit *einfachen* Attributen f,g. Da sie einfach sind, liegen diese Attribute in je einer Pertinenzklasse. Innerhalb dieser Bitupel zeichnen wir nun diejenigen aus, deren Attribute in *derselben* Pertinenzklasse liegen, und schränken die *früher*-Relation auf derartige Bitupel ein. Die so aus der allgemeinen *früher*-Relation durch zweifache Einschränkung des Itembereichs induzierte 2-stellige Relation ´Änd` nennen wir ´(Ver)änderung´. Dadurch wird (4.1) zu

(4.2)
$$\begin{array}{ccc} & \textit{vor} & \\ t_i & \text{- - - - - - - - - - - - - - -} & t_j \\ {}^a\varphi \,\big| & & \big|\, {}^a\varphi \\ f(a) & \text{- - - - - - - - - - - - - -} & g(a) \;\text{ mit f pertinent zu g} \\ & \textit{Veränderung} & \end{array}$$

Die Extension der Veränderung wird demnach bestimmt durch die Extension der *früher*-Relation:

Satz 4.3 : Änd(f(a),g(a)), d.h. ´a verändert sich von f nach g` gilt genau dann, wenn f(a) früher ist als g(a) und f und g pertinent sind.

Jede Veränderung an a geschieht ja in der Eigenzeit ${}^aT$ von a. Verändert sich a von f zum Zeitpunkt t_i nach g zum Zeitpunkt t_j, dann muß t_i *vor* t_j liegen. Danach geschieht eine Veränderung nur zwischen *verschiedenen* Zeitpunkten einer Eigenzeit. Die Länge des Abschnitts $<t_i,t_j>$ nennen wir die ´Dauer` der Veränderung. Somit gilt

Satz 4.4 : Die Dauer jeder Veränderung ist eine positive reelle Zahl.

Eine Veränderung kann also nicht zu einem *Zeitpunkt* geschehen. Jede Veränderung vollzieht sich somit

(i) an einem Item

(ii) in einem Abschnitt der Eigenzeit dieses Items

(iii) zwischen einfachen Verhalten dieses Items mit pertinenten Attributen.

In diesem Rahmen ist eine Veränderung nach Definition von jedem Verhalt zu jedem (nicht notwendig davon verschiedenen) möglich. Da somit einerseits jeder einfache Verhalt Ausgangs- und/oder Zielpunkt einer Veränderung sein *kann*, andrerseits keiner dieser Verhalte Ausgangs- oder Zielpunkt sein *muß*, ist die Veränderungsrelation weder links-, noch rechtseindeutig, weder links-, noch rechtstotal. Ein Item verändert sich also i.a. weder *von* genau einem, noch *zu* genau einem Zustand.

2. Ereignis und Prozeß. Nachdem wir bisher Veränderungsverhalte Änd(f(a),g(a)) nur als einzelne betrachtet haben, setzen wir nun mehrere solcher Verhalte in Beziehung zueinander. Dazu führen wir auf ihnen eine 2-stellige Relation der ´Fortsetzung` ein, für deren Extension wir fordern:

(4F2) Änd(f(a),g(a)) *wird fortgesetzt* durch Änd(f´(a),g´(a)) genau dann, wenn (1) Änd(f(a),g(a)) und Änd(f´(a),g´(a)) gelten und
(2) $[t_i,f(a)]$, $[t_j,g(a)]$, $[t_j,f´(a)]$ und $[t_k,g´(a)]$ je Zustände sind und
(3) g(a) = f´(a) gilt.

Das Ergebnis der ersten Veränderung ist also Ausgang der zweiten. Wir veranschaulichen dies, indem wir das Schema (4.2) verdoppeln

(4.3)
$$\begin{array}{ccccc} & \textit{vor} & & \textit{vor} & \\ t_i & \text{- - - - - - - - - - - -} & t_j & \text{- - - - - - - - - - - - -} & t_k \\ {}^a\varphi \mid & & \mid {}^a\varphi & & \mid {}^a\varphi \\ f(a) & \text{- - - - - - - - - - -} & g(a)=f'(a) & \text{- - - - - - - - - - -} & g'(a) \\ & \textit{Veränderung} & & \textit{Veränderung} & \end{array}$$

Da *Veränderung* nach Satz 4.1 transitiv ist, wird durch die (2-stellige) Relation der *Fortsetzung* eine (3-stellige) Relation ´<u>□(-,-,-)</u>` zwischen Veränderungen an einem Item induziert, für deren Extension wir fordern:

(4F3) □(Änd(f(a),g(a)), Änd(f´(a),g´(a)), Änd(f´´(a),g´´(a)))

$\Leftrightarrow$ Änd(f(a),g(A)) wird fortgesetzt durch Änd(f´(a),g´(a))

sowie f´´(a)=f(a) zum Zeitpunkt t_i und g´´(a)=g´(a) zum Zeitpunkt t_k.

Danach gilt

Satz 4.5 : Die Relation □ ist in jeder ihrer drei Argumentstellen eindeutig.

Sie ist somit eine *Verknüpfung* zwischen Abbildungen, für deren Extension in operationaler Darstellung gilt

(4.4) Änd(f(a),f´(a)) □ Änd(f´(a),g´(a)) = Änd(f(a),g´(a))

Jede der beiden Änderungen, die darin miteinander verknüpft werden, nennen wir ein ´<u>Ereignis</u>`, das Ergebnis ihrer Verknüpfung einen ´<u>Prozeß</u>`. Ereignis und Prozeß haben also keinen absoluten Status, sondern sind lediglich (bzgl. der Verknüpfung) aufeinander bezogene Rollen. Die in (4.4) auftretenden Verhalte müssen nicht voneinander verschieden sein. Danach muß insbesondere ein Prozeß – abgesehen von den Zeitpunkten – nicht von seinen Ereignissen verschieden sein. Nach Satz 4.5 bestimmen aber in (4.4) jeweils zwei Ereignisse eindeutig einen Prozeß, und ein Prozeß zusammen mit einem Ereignis das andere Ereignis.

Da die Veränderung von f(a) zum Zeitpunkt t_1 zu g´(a) zum Zeitpunkt t_n kein Ereignis ist, falls t_1 der erste und t_n der letzte Zeitpunkt von ${}^aT$ ist, gilt

Bemerkung 4.6 : Nicht jede Veränderung ist ein Ereignis.

Aus dem Zwischenwertsatz (Lemma 3.18) ergibt sich aber

Satz 4.7 : Jede Veränderung ist ein Prozeß.

Jede Veränderung ist somit Ergebnis von Ereignissen. Da jedes Ereignis wiederum eine Veränderung und damit ein Prozeß ist, kann somit kein „kleinstes" Ereignis auftreten, d.h. kein Ereignis, das nicht ein Prozeß wäre.[1] Denn wegen Satz 4.4 gilt ja

Bemerkung 4.8 : Zu einem *Zeitpunkt* kann nie ein Ereignis stattfinden.

3. Wege zwischen Zuständen. Wie aus (4.2) ersichtlich ist, findet an jedem Item a während jedes Abschnitts <t_i,t_j> seiner Eigenzeit ${}^aT$ bzgl. jeder zeithaften Pertinenzklasse (mindestens) eine Veränderung statt, nämlich von einem Zustand [t_i,f(a)] in einen Zustand [t_j,g(a)]. Da nach Satz 2.8 bzgl. jeder Pertinenzklasse alle Zustände eines Items eindeutig bestimmt sind durch seine unterste Zustände, d.h. solche mit infimae species als Attributen, folgt

Satz 4.9 : Jede Veränderung eines Items bzgl. einer Pertinenzklasse ist eindeutig bestimmt durch eine Veränderung zwischen untersten Zuständen dieser Klasse.

Es genügt also, in (4.2) die Eigenzeitrelation ${}^a\varphi$ für eine zeithafte Pertinenzklasse F einzuschränken zu einer Eigenzeit*abbildung* ${}^a\varphi_F$. Damit wird Schema (4.2) zu

(4.5)
$$\begin{array}{ccc} & \textit{vor} & \\ t_i & \text{- - - - - - - - - - - - - - -} & t_j \\ {}^a\varphi_F \mid & & \mid {}^a\varphi_F \end{array}$$

[1] Satz 4.7 ist also eine Folge von Theorem 3.19, wonach es kein *kleinstes* Zeitquantum gibt.

$$f(a) \underset{\textit{Veränderung}}{- - - - - - - - - - - - -} g(a) \quad \text{mit } f,g \text{ infima species aus F.}$$

Weil durch die lineare Ordnung *vor* der Eigenzeit ^aT die Veränderung eine *Richtung* hat, ergibt sich – operational gesehen – der Eindruck, es werde bei jeder Veränderung an a bzgl. einer Pertinenzklasse jeweils genau eine infima species zum Zeitpunkt t_i durch genau eine (nicht notwendig andere) zum Zeitpunkt t_j *ersetzt*. Wegen Lemma 3.18 gilt dabei aber

Satz 4.10 : Kein Zustand [t,f(a)] hat bei einer Veränderung einen nächstfolgenden.

Das Schema (4.5) gilt für jede zeithafte Pertinenzklasse. Damit ändert sich a im Abschnitt $<t_i,t_j>$ nicht nur bzgl. einer einzigen, sondern bzgl. *jeder* zeithaften Pertinenzklasse und somit in jedem Aspekt seines Profils, denn jedes Item a trägt ja nach Theorem 2.12 zu jedem Zeitpunkt genau ein Profil, d.h. aus jeder zeithaften Pertinenzklasse genau eine infima species. Also folgt

Satz 4.11 : Das Profil jedes Items ändert sich in jedem Abschnitt seiner Eigenzeit.

Weiter ergibt sich aus Satz 4.9

Satz 4.12 : Jede Änderung eines Items ist reduzierbar auf eine Änderung seines Profils.

Da die Veränderungen des Items a in jeder Pertinenzklasse in bezug auf dieselbe Eigenzeit ^aT geschehen, laufen die Veränderungen in den einzelnen Pertinenzklassen zwar parallel zueinander ab, die Eigenzeitabbildungen von Zeitpunkten in die untersten Verhalte der einzelnen Pertinenzklassen sind aber nach Definition unabhängig voneinander. Man kann daher die Veränderungsrelation *Änd* auf Verhalte mit Attributen jeweils einer Pertinenzklasse einschränken, etwa auf die Klassen der Gewichte, Größe, Temperatur...

Daher ist eine weitere Verschärfung der Veränderung möglich, falls auf den Verhalten aus $F^a:=\{f(a);f\in F_{inf}\}$ einer Pertinenzklasse F eine zusätzliche Struktur liegt.[1] Weil die in einer Änderung auftretenden Verhalte sämtlich dasselbe Item haben, ist die zusätzliche Struktur abhängig nur von der Struktur, die auf den Attributen, d.h. den infima species von F liegt:

Satz 4.13 : Die untersten Zustände einer Pertinenzklasse tragen dieselbe Struktur wie die infimae species dieser Pertinenzklasse.

Somit genügt es, die *infimae species* einer Pertinenzklasse auf Strukturen zu untersuchen. Dabei haben natürlich verschiedene Pertinenzklassen i.a. verschiedene Strukturen. Von solchen Strukturen wollen wir hier nur diejenigen kurz behandeln, die auch auf jeder *Eigenzeit* liegen, nämlich topologische und Ordnungsstrukturen, ohne aber die damit jeweils verbundenen Konsequenzen weiter zu verfolgen.

Eine Topologie ist auf den infimae species einer Pertinenzklasse zu installieren, um „Nähe" fassen zu können. Dass Ereignisse beliebig „klein" werden können, bezieht sich bisher ja ausschließlich auf die *Dauer* der Ereignisse und somit auf die topologische Struktur der *Eigenzeit*. Nun wollen wir erreichen, dass im Falle einer Veränderung von f(a) nach g(a), die nur eine kurze Dauer hat, g(a) in der „Nähe" von f(a) liegt, was nur möglich ist, falls eine Topologie auf den infimae species der Pertinenzklasse liegt, zu der f und g gehören. Bilden diese infimae species von F sogar einen *zusammenhängenden* topologischen Raum, nennen wir die *Pertinenzklasse* ´topologisch`; in diesem Fall ist die Eigenzeitabbildung $^a\varphi_F$ eine Abbildung zwischen zusammenhängenden toplologischen Räumen und kann damit stetig sein. Wir fordern, dass sie unter diesen Bedingungen sogar stetig *ist*, d.h. dass jede Eigenzeitabbildung $^a\varphi_F$ stetig ist, wenn die Struktur der infimae species von F dies ermöglicht:

[1] Für die bisherigen Ergebnisse war ja keinerlei besondere Struktur auf dem Sein, d.h. den zeithaften einfachen Verhalten erforderlich.

(4F4) Jede Eigenzeitabbildung ${}^{a}\varphi_{F}$ ist stetig, wenn F eine topologische Pertinzklasse ist.

Die Extension von ${}^{a}\varphi_{F}$, d.h. die Klasse der Zustände von a während des Abschnittes $<t_i,t_j>$ nennen wir einen ´Weg` zwischen den Zuständen von a zu den Zeitpunkten t_i und t_j. Damit gilt

Satz 4.14 : In topologischen Pertinenzklassen liegt zwischen zwei Zuständen genau ein Weg.

Da ${}^{a}T$ kompakt ist und das Bild eines Kompaktums unter einer stetigen Abbildung kompakt ist, ergibt sich, weil Kompaktheit Vollständigkeit impliziert,

Folgerung 4.15 : Jeder Weg ist ein Kontinuum.

Nach Satz 4.9 ist jede Veränderung eindeutig bestimmt ist durch eine Veränderung zwischen untersten Zuständen;[1] daraus folgt mit Satz 4.14 und Folgerung 4.15

Theorem 4.16 : In einer topologischen Pertinenzklasse geschieht jede Veränderung a auf (genau) einem kontinuierlichen Weg.

Ein Satz wie „Die Natur macht keine Sprünge" besagt danach, dass dieses Theorem in der Natur generell anwendbar ist, bzw. dass die Anwendbarkeit dieses Theorems notwendig für den Naturbegriff ist:

(4.6) Jede naturbezogene Pertinenzklasse ist topologisch.

Da die Struktur jeder Pertinenzklasse in unser Belieben gestellt ist, wobei wir uns bei unserer Festlegung von beliebigen Annahmen und Erfahrungen leiten lassen können, ist (4.6) keine These, sondern eine (fragwürdige) Forderung.

4. Geschwindigkeit von Veränderung. Mit Hilfe von Wegen ist nun das Ausmaß einer Veränderung an a bzgl. einer Pertinenzklasse in ein Verhältnis zu setzen zur dabei abgelaufenen Zeit. Dazu ist aber auf der Pertinenzklasse eine noch speziellere, nämlich eine *metrische* Struktur nötig. Eine solche Struktur liegt nach Lemma 3.9 auf den infimae species einer Pertinenzklasse F genau dann, wenn dieser topologische Raum nicht nur kompakt ist, sondern zudem noch eine abzählbare Basis hat. Auf ihm ist dann also eine Abstandsfunktion δ^F definiert. Wir nennen eine Pertinenzklasse F ´metrisch`, wenn ihre infimae species F_{inf} mit einer Abstandsfunktion δ^F einen metrischen Raum (F_{inf},δ^F) bilden. Die Eigenzeitabbildung ${}^{a}\varphi_{F}$ ist daher in diesem Fall aufgrund von Satz 4.13 eine Abbildung zwischen metrischen Räumen. Da nach Satz 2.8 sämtliche Zustände durch unterste Zustände bestimmt sind, folgt

Satz 4.17 : Bezüglich jeder metrischen Pertinenzklasse haben je zwei Zustände desselben Items einen Abstand voneinander.

Da jede Veränderung an a zwischen zwei Zuständen stattfindet, ist somit auch das *Ausmaß* jeder Veränderung an a als *Abstand* zu fassen. Damit wiederum sind alle Veränderungen an a bzgl. einer metrischen Pertinenzklasse der Größe nach vergleichbar. Mittels dieses Maßes für Veränderungs*schritte* können wir nun auch Veränderungs*wegen* ein Maß zuordnen. Denn da nach Lemma 3.18 jeder Zeitabschnitt $<t_i,t_j>$ aufzuteilen ist in zwei Zeitabschnitte $<t_i,t'>$ und $<t',t_j>$, ist auch der Weg zwischen den Zuständen von a zu den Zeitpunkten t_i und t_j aufzuteilen in die beiden Wege zwischen den Zuständen zwischen t_i und t' und denen zwischen t' und t_j. Aufgrund der Dreiecksungleichung gilt dann

$$\delta^F({}^{a}\varphi_F(t_i), {}^{a}\varphi_F(t_j)) \leq \delta^F({}^{a}\varphi_F(t_i), {}^{a}\varphi_F(t')) + \delta^F({}^{a}\varphi_F(t'), {}^{a}\varphi_F(t_j))$$

Die Aufteilung ist iterierbar; daher kann die Länge der einzelnen Zeitabschnitte beliebig verkleinert werden. Das Ergebnis der Abstandsaddition ist dabei dank der Dreiecksungleichung schwach monoton steigend. Da jeder Zeitabschnitt $<t_i,t_j>$ und somit auch die Menge $\{{}^{a}\varphi_F(t);\ t\in<t_i,t_j>\}$ als stetiges Bild dieses Abschnitts kompakt sind, konvergiert die Folge der Summen in $\mathbb{R}$; den Limes nennen wir die ´Länge` des

[1] Damit sind Veränderungen nach der Struktur der infimae species der Pertinenzklasse zu typisieren.

Weges, die Länge des Zeitabschnitts $<t_i,t_j>$ die ´Dauer` des Weges zwischen den Zuständen zu den Zeitpunkten t_i und t_j. Da Länge und Dauer eines Weges reelle Zahlen sind, sind sie in ein Verhältnis zueinander zu setzen. Den Quotienten

$$\frac{\text{Länge des Weges von } {}^a\varphi_F(t_i) \text{ nach } {}^a\varphi_F(t_j)}{\text{Länge des Abschnitts } <t_i,t_j>}$$

nennen wir die ´(Durchschnitts)geschwindigkeit` der Veränderung auf diesem Weg.

Um nicht nur Zeit*abschnitten*, sondern auch Zeit*punkten* eine Geschwindigkeit bzgl. einer Abbildung ${}^a\varphi_F$ zuordnen zu können, ist eine weitere Voraussetzung nötig: Ist die Abbildung ${}^a\varphi_F$ zu einem Zeitpunkt t_0 differenzierbar[1], dann nennen wir die Ableitung von ${}^a\varphi_F$ zum Zeitpunkt t_0 die ´Veränderungsgeschwindigkeit` zum Zeitpunkt t_0. Einem Zeitpunkt kann demnach gemäß Bemerkung 4.8 zwar keine *Veränderung*, wohl aber eine Veränderungs*geschwindigkeit* zugeordnet sein.

Ist die Abbildung ${}^a\varphi_F$ in *jedem* Zeitpunkt t_0 eines Zeitabschnittes $<t_i,t_j>$ differenzierbar, dann wird somit vermöge der dadurch induzierten Ableitungsfunktion

$${}^a\varphi_F{}' : <t_i,t_j> \rightarrow \mathbb{R}$$

jedem Zeitpunkt dieses Abschnittes eine Veränderungsgeschwindigkeit zugeordnet. Geschwindigkeit hat also keine Maßeinheit, sondern es gilt nach Definition

Satz 4.18 : Jede Geschwindigkeit ist eine reelle Zahl ≥ 0.

Differenzierbare Eigenzeitabbildungen desselben Items a sind also durch ihre Ableitungsfunktionen vergleichbar, da diese je Abbildungen von ${}^aT$ in $\mathbb{R}^+$ sind.

Diese Zahl ist natürlich abhängig von den Metriken auf der Eigenzeit und auf der Pertinenzklasse. Ein *Vergleich* von Geschwindigkeiten ist also aussagekräftig nur für Veränderungen an *demselben* Item und innerhalb *derselben* Pertinenzklasse.

Ist die Veränderungsgeschwindigkeit ${}^a\varphi_F{}'$ wiederum eine Funktion, die in einem Zeitpunkt t_0 differenzierbar ist, nennen wir die Ableitung dieser Funktion zu diesem Zeitpunkt die ´Beschleunigung` der Änderung in $t_0$. Ist ${}^a\varphi_F{}'$ zu jedem Zeitpunkt eines Abschnitts $<t_i,t_j>$ differenzierbar, dann nennen wir die Ableitungsfunktion ${}^a\varphi_F{}''$ von ${}^a\varphi_F{}'$ eine ´Beschleunigungsfunktion`. Eine Beschleunigung ist damit keine Änderung und insbesondere keine Änderung einer Änderung. Da eine Beschleunigungs- anders als eine Geschwindigkeitsfunktion auch negative Werte annehmen kann, ist eine Beschleunigung keine Geschwindigkeit.

Da eine Beschleunigungsfunktion erneut differenzierbar sein kann, ist jedoch eine 2. Ableitung der Beschleunigung und somit eine Beschleunigungsbeschleunigung möglich. Die Ableitbarkeit ist also iterierbar.

5. Geschehen. Bisher haben wir nur solche Verhalte einer Zeit ausgesetzt, d.h. im Sein (einer Zeitrelation) gesehen, die *auch* in einem *statischen* Sinnsystem liegen. Ihre Attribute nennen wir ´statisch`. Nun untersuchen wir Verhalte, die ausschließlich in *dynamischen* Systemen (siehe § 2.1) auftreten. Solche einfachen Verhalte nennen wir ´Geschehensverhalte`, ihre Attribute ´rein zeithaft`. Auch rein zeithafte Attribute sind aber wie jedes Attribut *starr*. Beispiele von Geschehensverhalten sind etwa

(i) a wächst
(4.7) (ii) a wird kälter

[1] Wir nennen eine Abbildung ψ zwischen metrischen Räumen (M,δ^M) und (N,δ^N) ´differenzierbar im Punkt $x_0 \in M$`, wenn für jede Folge $(x_i)$ $i \in \mathbb{N}$ mit dem Limes $x_0$, die Folge der Quotienten $\delta^M(\psi(x_i),\psi(x_0))/\delta^N(x_i,x_0)$ einen Limes hat und er stets derselbe ist. Wir nennen ihn die ´Ableitung` von ψ im Punkt x_0. Ist die Abbildung ψ in jedem Punkt $x \in M$ differenzierbar, heißt sie schlechthin ´differenzierbar`; die damit eindeutig bestimmte Abbildung, die jedem Punkt aus M die Ableitung von ψ in diesem Punkt zuordnet, heißt die ´Ableitungsfunktion´ ψ' von ψ. Jede Ableitungsfunktion ist also eine Abbildung (von einem metrischen Raum) in die nichtnegativen reellen Zahlen.

(iii) a lernt B

Weil solche Verhalte im Sein liegen, treten sie jeweils zu einzelnen Zeitpunkten t_i einer Eigenzeit ^aT auf. Da nach Bemerkung 4.8 Veränderung nie zu *einem* Zeitpunkt stattfinden kann, folgt

Bemerkung 4.19 : Geschehensverhalte sind *keine* Änderungsverhalte.

Wir vermuten aber, dass sie mit Veränderungsverhalten und daher mit Verhalten rein statischer Systeme in Zusammenhang stehen. Einen solchen Zusammenhang zeigen wir hier für spezielle Pertinenzklassen statischer Attribute auf, nämlich für solche, auf deren infimae species – ebenso wie auf jeder Eigenzeit – neben der Topologie noch eine *Ordnungsrelation* liegt; diese stellen wir dar als „$\angle$“. Für jede solche Pertinenzklasse F wird dann durch „$\angle$“ eindeutig eine Pertinenzklasse rein zeithafter Attribute bestimmt; wir nennen sie die aus F durch „$\angle$“ ´abgeleitete` Klasse F´. So liegt z.B.

(i) das Wachsen in der aus der Pertinenzklasse der Längen abgeleiteten,
(ii) das Kälter werden in der aus der Pertinenzklasse der Temperaturen abgeleiteten,
(iii) das Lernen in der aus der Pertinenzklasse H des Wissens abgeleiteten Klasse.

Die Attribute einer Pertinenzklasse und der aus ihr abgeleiteten Klasse haben jeweils denselben Itembereich. Ihre Verhalte liegen also jeweils im Sein derselben Eigenzeit. Damit kann ein Item a zu demselben Zeitpunkt sowohl Attribute aus der Klasse F wie aus der Klasse F´ tragen. Möglich sind danach

sowohl der Zustand (α) zum Zeitpunkt t ist a 2 m lang
als auch der Zustand (β) zum Zeitpunkt t wächst a.

Solche Koinzidens von Zuständen eines Items a für Attribute aus F und F´ ist nun nicht nur *möglich*, sondern *notwendig*; durch sie wird ein Zusammenhang hergestellt zwischen *Änderung* (bzgl F) und *Geschehen* (bzgl. F´). Denn für die Extensionen gilt z.B.

a wächst zum Zeitpunkt t $\Leftrightarrow \forall t_1,t_2$ einer Umgebung U von t gilt:
t_1 vor $t_2 \rightarrow {}^a\varphi_F(t_1) \angle {}^a\varphi_F(t_2)$

a schrumpft zum Zeitpunkt t $\Leftrightarrow \forall t_1,t_2$ einer Umgebung U von t gilt:
t_1 vor $t_2 \rightarrow {}^a\varphi_F(t_2) \angle {}^a\varphi_F(t_1)$.

Im ersten Fall *erhält* die Eigenzeitabbildung $^a\varphi_F$ in der Umgebung von t die Ordnung $\angle$, im zweiten kehrt sie die Ordnung um. Daraus folgt allgemein

Satz 4.20 : Ein rein zeithaftes Attribut trifft auf ein Item niemals nur zu einem einzigen Zeitpunkt, sondern stets in Zeitabschnitten zu.

Dabei ist das Bild einer Eigenzeitabbildung ja stets ein einfacher Verhalt mit einer infima species als Attribut, im obigen Beispiel etwa $^a\varphi_F(t_1)=f_1(a)$, $^a\varphi_F(t_2)=f_2(a)$. Zwischen ihnen findet nach Definition während des Zeitabschnittes $<t_1,t_2>$ eine Veränderung statt: Änd($f_1(a),f_2(a)$). Damit ist das Fließen während eines solchen Zeitabschnittes auf zweierlei Weisen zu beschreiben:

(1) als Veränderung zwischen statischen Attributen
(2) mit einem rein zeithaften Attribut.

Ersteres ist immer möglich, falls die Attribute in einer zeithaften Pertinenzklasse F liegen, letzteres ist nur möglich, falls F eine abgeleitete Klasse F´ induziert.

Im ersten Fall wird nur auf die Zustände von a (bzgl. F) zu Anfang und am Ende des Zeitabschnittes Bezug genommen, während die Zustände im Innern des Abschnitts offen bleiben; im zweiten Fall wird auf sämtliche Zustände (bzgl. F´) im Innern Bezug genommen – dort trägt a stets dasselbe Attribut –, während Anfang und Ende *nicht* erfaßbar sind. Da jeder Zeitabschnitt in beliebig viele kleinere Abschnitte aufteilbar ist, werden also im ersten Fall *beliebig viele* einzelne Zustände mit Attributen aus F betrachtet, im zweiten Fall während des ganzen Abschnitts nur *ein einziges* Attribut aus F´.

Da auch jede *abgeleitete* Pertinenzklasse Kontraria wie etwa Wachsen und Schrumpfen enthält, ist auch bzgl. solcher Klassen Änderung möglich. Doch trägt ein Item, das Attribute aus einer Pertinenzklasse F trägt, nicht notwendig zu jedem Zeitpunkt seiner Eigenzeit mindestens ein Attribut aus der abgeleiteten Klasse F´. Man denke etwa an Extrema bzgl. einer metrischen Pertinenzklasse. Abgeleitete Klassen tragen also *nicht* zur Bestimmtheit eines Items bei. Allgemein gehören danach rein zeithafte Attribute nicht zum Profil eines Items. Somit gilt

Theorem 4.21 : Jedes Profil enthält ausschließlich *statische* Attribute.

Auch *Werden* und *Vergehen* sind wie Wachsen und Schrumpfen rein zeithafte Attribute; die einfachen Verhalte damit sind Geschehensverhalte. Diese Attribute sind abgeleitet aus der Pertinenzklasse der Existenz. Als Voraussetzung dafür muß allerdings angenommen werden, dass diese Pertinenzklasse unter einer topologischen Struktur zusammenhängend ist.

§ 5 Zeit im Sinnsystem

1. Typisierung zeitlicher Einheiten. Bisher haben wir Zeit- und weitere damit in Verbindung stehende Relationen wie etwa die Veränderung nur daraufhin untersucht, auf welche Argumente sie anwendbar sind oder gar zutreffen. Wir haben sie also ausschließlich als *Attribute* betrachtet. Nun wollen wir sie und Verhalte, in denen sie als Attribut auftreten, auch *thematisieren*, d.h. sie als Items oder Argumente betrachten, und zwar insbesondere wieder zu Zeit- und damit verwandten Relationen.

Dazu müssen wir die in § 1.2 bereits genannte Bedingung erfüllen, die für jede Einheit als solche notwendig ist: Sie muß (genau) eine Position im Sinnssystem einnehmen. Um eine solche Position beschreiben zu können, legen wir hier grob den Aufbau des Sinnsystems dar. Wie in § 1.2 erwähnt, enthält es nur *Items*, *Attribute* und *einfache Verhalte*, die in einem relationalen Verhältnis zueinander stehen: Durch Anwendung eines Attributes auf ein Item ergibt sich ein durch beide eindeutig bestimmter einfacher Verhalt. Die Relationalität des Systems wird ersichtlich daraus, dass jede Einheit zwar – wie bei einem begrifflichen System – *mindestens* eine, aber – anders als dort – nicht *höchstens* eine der drei Rollen einnehmen muß. Die Entscheidung, *welche* Rollen dabei zugleich eingenommen werden können, führt zum Grundaufbau des Systems: Eine Einheit kann höchstens zwei Rollen tragen; sie ist nie Attribut und einfacher Verhalt, sondern sie ist entweder Attribut und Item, oder sie ist einfacher Verhalt und Item. Diese beiden möglichen Doppelrollen spannen das gesamte System auf.

Die Doppelrolle Item/Attribut liefert dabei eine Differenzierung innerhalb eines Hofes, d.h. innerhalb des Rahmens, in dem wir uns bisher bewegt haben: Jeder Einheit eines Hofes ist (bzgl. des Hofes) genau ein ´<u>Typ</u>` einer 2-dimensionalen Matrix zuzuordnen derartig, dass genau die Einheiten vom Typ (m,n+1) Attribut sind zu Einheiten vom Typ (m+1,n) und genau die Einheiten vom Typ (m+1,n) Item sind zu Einheiten vom Typ (m,n+1); die Ergebnisse dieser Attribution, die einfachen Verhalte, sind jeweils vom Typ (1,1), innerhalb dieses Hofes also weder Items noch Attribute.

Wenn ein einfacher Verhalt also thematisiert werden und somit zudem ein Item sein soll, dann nur innerhalb eines *anderen* Hofes. Da dieses Verfahren iterierbar ist, ergibt die Doppelrolle Item/einfacher Verhalt gemäß SaK eine Linearisierung der Höfe; und zwar werden die Einheiten des einen Hofes jeweils genau einem Typ des andern Hofes zugeordnet, in dem keine Attribute dieses Hofes liegen:

Lemma 5.1 : Für je zwei verschiedene Höfe sind die einfachen Verhalte eines der Höfe im andern Hof Einheiten vom Typ (2,1).

Damit können wir nun den *Typ* der bisher im Zusammenhang mit der Zeit eingeführten Einheiten festlegen. Dazu gehen wir aus von einem einfachen Verhalt f(a), d.h. einer Einheit vom Typ (1,1); sie ist, falls sie als Item oder Argument auftritt, nach Lemma 5.1 zudem – innerhalb eines andern Hofes - eine Einheit vom Typ (2,1). Die Relationen, zu denen sie Argument sein soll, müssen also innerhalb des zweiten Hofes vom Typ (2,2) sein. Damit sind die Eigenzeitrelation ${}^{a}\varphi$, die *früher*-Relation und die Veränderung je Einheiten vom Typ (2,2).

Weil die Argumente einer Relation nach SaK je vom gleichen Typ sein müssen, sind die Zeitpunkte t_i der Eigenzeitrelation ${}^{a}\varphi$ ebenso wie f(a) vom Typ (2,1). Also ist auch die Relation *vor* vom Typ (2,2), da ihre Argumente Zeitpunkte sind. Die Anwendung der genannten Relationen ergibt jeweils einen einfachen Verhalt und somit eine Einheit vom Typ (1,1). Insgesamt erhält man daraus bzgl. der Eigenzeit ${}^{a}T$ eines Items a die folgende Einordnung:

(5.1)

	Typ (m,1)	Typ (m,2)
Typ (1,n)	Zeitverhalte *früher*- und *vor*-Verhalte Veränderungsverhalte	
Typ (2,n)	einfache Verhalte f(a), g(a) Zeitpunkte t_i, t_j	Eigenzeitrelationen ${}^{a}\varphi$ *früher*- und *vor*-Relationen
Typ (3,n)	$[t_i,f(a)]$, $[t_i,t_j]$ [f(a),g(a)]	

In diese Matrix sind in gleicher Weise auch die Eigenzeitrelationen und Verhalte aller anderen Items b,c... des Hofes einzuordnen. Damit sind Eigenzeitrelationen, Veränderung u.s.w. als Relationen in je einen Hof des Sinnsystems eingegliedert.

2. Zeit in den Stufen des Sinnsystems. Wie in SaK aufgezeigt wird, sind die Höfe des Systems aufgrund von Lemma 5.1 linear zu stufen; ein Hof ist ´höherer Stufe` als ein anderer, falls er im Typ (2,1) dessen Einheiten enthält. Die Attribute eines Hofes höherer Stufe sind dann im Verhältnis zu denen von Höfen niederer Stufe ´transzendent`. Wir können daher jeder Einheit eine bestimmte Stufe und somit einen bestimmten Hof zuordnen, indem wir festlegen: a ist eine Einheit ´k-ter Stufe`, wenn a zwar im Hof dieser Stufe, nicht aber in einem Hof tieferer Stufe auftritt. Jeder Hof ist danach durch jede Einheit zu charakterisieren, die in ihm erstmals auftritt. Nach SaK setzt die Eröffnung jedes (neuen) Hofes (höherer Stufe) die Einführung eines geeigneten Transzendentales voraus, der in diesen Hof einzuordnen ist, sodass ein leerer Hof unmöglich ist:

Lemma 5.2 : Jeder Hof (n+1)-ter Stufe enthält mindestens ein Transzendentale.

Jedes transzendente Attribut ist aber eine Einschränkung eines umfassenderen Attributes, nämlich eines dessen Itembereich sogar *sämtliche* Einheiten des Typs (2,1) in diesem Hof umfaßt. Jedes solche 1-stellige Attribut vom Typ (1,2) – wie z..B. *besteht* (in einem Hof) oder *ist wahr* (in einem anderen) – nennen wir eine ´Valenz`. Damit ist jede Einheit in der zweiten möglichen Doppelrolle, nämlich als Item und einfacher Verhalt, an eine Valenz gebunden:

Lemma 5.3 : Ein einfacher Verhalt f(a) ist genau dann (*zudem*) ein Item, wenn er Item einer *Valenz* ist.

Wir zeichnen keine Stufe vor einer anderen aus. Mit Hilfe der bisherigen Ergebnisse können wir aber nun die *relative* Stufe von Eigenzeitrelationen festlegen. Zunächst liefert Lemma 5.3 eine Grundbedingung dafür, dass ein Item a überhaupt eine Eigenzeitrelation ${}^{a}\varphi$ und damit eine Eigenzeit ${}^{a}T$ haben kann:

Satz 5.4 : Ein Item a hat höchstens dann eine Eigenzeitrelation ${}^{a}\varphi$, wenn mindestens ein mit a gebildeter Verhalt f(a) ein Item ist.

Damit ist die Eigenzeitrelation ${}^a\varphi$, falls sie auftritt, in jedem Fall höherer Stufe als das Attribut f von a. Wir fordern nun, dass sie um *genau eine* Stufe höher ist als f:

(5F1) Für jedes Attribut f k-ter Stufe ist jede Eigenzeitrelation ${}^a\varphi$ eines Items a von f, in dessen Variationsbereich f(a) liegt, (k+1)-ter Stufe; d.h.

(5.2)

	Item	Attribut	einf.Verhalt/ Item	Attribut	einf. Verhalt
Stufe k	a	f	f(a)		
Stufe k+1			t,f(a)	Valenz v; ${}^a\varphi$	v(f(a)); ${}^a\varphi$(t,f(a))

Das Auftreten einer Eigenzeit ${}^aT$ für ein *Item* a setzt also das Auftreten einer Valenz für die *Verhalte* von a voraus. Falls a die Eigenzeitrelation ${}^a\varphi$ hat, ist deren Stufe nach Lemma 5.2 durch die Valenzen dieser Stufe charakterisiert. Ist etwa f(a) ein Sachverhalt, dann liegt

der (zeithafte) *Zustand* „f(a) zum Zeitpunkt t“

auf derselben Stufe wie

die (zeitlose) *Tatsache* „f(a) besteht“;

beide sind einfache Verhalte in demselben Hof. Sie sind aber unabhängig voneinander. So können Zustand und Tatsache unabhängig voneinander wahr oder falsch sein.

Diese Überlegungen gelten insbesondere dann, wenn wir statt des Items a das Item f(a) betrachten. Gemäß Satz 5.4 hat f(a) höchstens dann eine Eigenzeit ${}^{f(a)}T$, wenn mindestens ein Verhalt F(f(a)) zudem ein *Item* ist, d.h. nach Lemma 5.3, wenn mindestens ein und damit jeder Verhalt F(f(a)) mit dem Item f(a) eine Valenz trägt. Diese Bedingung, die lediglich verlangt, dass Einheiten einer höheren Stufe als der von f(a) überhaupt auftreten, ist aber i.a. nicht hinreichend.[1] Wir fordern nämlich zudem, dass Verhalte nur zusammen mit ihren Items veränderlich sind:

(5F2) Ein einfacher *Verhalt* f(a) hat höchstens dann eine Eigenzeit, wenn sein *Item* a eine Eigenzeit hat.

Alle Verhalte, in denen nur Zeitpunkte als Argumente auftreten, haben danach keine Eigenzeit, da Zeitpunkte nach Satz 2.1 keine Eigenzeit haben. Alle Verhalte, die nur die Zeit betreffen, sind daher selbst zeitlos und somit unveränderlich. Also sind z.B. alle *vor*-Verhalte zeitlos.

Falls jedoch bereits a eine Eigenzeit ${}^aT$ hat, dann sollen die beiden notwendigen Bedingungen auch *hinreichend* für das Vorliegen einer Eigenzeit ${}^{f(a)}T$ sein. Daher fordern wir

(5F3) Ein Item f(a) (k+1)-ter Stufe hat dann eine Eigenzeit ${}^{f(a)}T$, wenn es eine Valenz trägt und a eine Eigenzeit hat.

Somit zieht die Einführung der Eigenzeit für ein Item in jedem höheren Hof, der ja nach Lemma 5.2 je eine Valenz enthält, die weiterer Eigenzeiten nach sich: Mit einem Item a hat stets auch jeder Verhalt f(a) eine Eigenzeit. Mit (5F2) folgt

Satz 5.5 : Ein Verhalt f(a) hat genau dann eine Eigenzeit, wenn sein Item a eine hat.

Ist dabei das Attribut f eine n-stellige Relation und das Item a somit ein n-Tupel $[a_1,..,a_n]$, dann ergibt sich daraus wegen Forderung (3F1)

Folgerung 5.6 : Ein relationaler Verhalt $f(a_1,..,a_n)$ hat genau dann eine Eigenzeit, wenn mindestens eines seiner Argumente $a_1,..,a_n$ eine Eigenzeit hat.

Die Veränderlichkeit bleibt also beim Übergang in die Transzendenz erhalten bzw. kann gar für ein unveränderliches Item in Relation mit einem veränderlichen *hinzu-*

[1] Eine Valenz einer Stufe zieht ja nicht notwendig eine Eigenzeitrelation dieser Stufe nach sich; zeitlose Verhalte können bewertet werden, ohne in einer Eigenzeit zu liegen.

gewonnen werden. Beim Aufstieg in eine höhere Stufe des Sinnssystems geht also die Veränderlichkeit nie verloren.

Nach Satz 5.5 zieht zwar das *Auftreten* einer Eigenzeit ${}^{a}T$ eines Items a in einem Hof k-ter Stufe das von Eigenzeiten ${}^{f(a)}T$ und ${}^{g(a)}T$ höherer Stufe nach sich. Deren Gestalt ist aber noch offen. Wir binden diese Gestalt nun an die von ${}^{a}T$, d.h. an die Eigenzeit niederer Stufe, indem wir sie damit identifizieren durch die Forderung

(5F4) Haben a und f(a) je eine Eigenzeit, dann sind die Zeiten identisch, d.h. ${}^{f(a)}T = {}^{a}T$.

Die Zeitrelationen ${}^{f(a)}\varphi$ und ${}^{a}\varphi$ sind somit zwar verschieden, da ihre Argumentbereiche verschieden sind, nämlich verschiedene Variationsbereiche ${}^{f(a)}V$ und ${}^{a}V$, d.h. verschiedenes *Sein* haben. Ihre *Zeit* ist aber dieselbe. Insbesondere sind damit Anfangs- und Endzeitpunkt t_1 und t_n von ${}^{f(a)}T$ dieselben wie die von ${}^{a}T$. Weiter gilt danach

Satz 5.7 : Falls ein Item a eine Eigenzeit hat, sind die Eigenzeiten sämtlicher einfachen Verhalte f(a),g(a),h(a)... dieses Items identisch.

Jede Einheit a hat also zum einen auf jeder Stufe *dieselbe* Eigenzeit. Zudem vererbt sich diese Eigenzeit auf jeden einfachen Verhalt f(a), in dem sie auftritt. Da diese Vererbung iterierbar ist, haben alle höherstufigen Einheiten, in denen a auftritt, dieselbe Eigenzeit. Daraus ergibt sich insbesondere

Folgerung 5.8 : Die Eigenzeit ${}^{[t,f(a)]}T$ eines *Zustandes* von a ist gleich der Eigenzeit ${}^{a}T$ von a.

Damit haben die innerhalb des Sinnsystems *vertikal* eingeordneten Einheiten dieselbe Eigenzeit. Auf den *horizontalen* Zusammenhang zwischen Eigenzeiten ${}^{a}T$ und ${}^{b}T$ verschiedener Einheiten a und b werden wir an anderer Stelle[1] eingehen.

3. Meta- und Objektzeit. Nun betrachten wir die Eigenzeiten spezieller einfacher Verhalte g(C), nämlich solcher, in denen C einen Zeitpunkt t einer Eigenzeit ${}^{B}T$ enthält. Falls g(C) zeithaft oder gar *rein* zeithaft ist – und nur dieser Fall ist hier ja interessant –, kann dabei t nicht das Item des Verhalts g(C), also nicht gleich C sein. Demnach muß t in irgendeiner Weise echt innerhalb von C auftreten. Eine solche Situation liegt etwa vor, wenn g eine Relation ist. Ein Beispiel dafür haben wir in (4.7)(iii) bereits genannt, die Relation des Lernens: a lernt B zum Zeitpunkt t*. Dies ist ein Geschehensverhalt mit einer rein zeithaften Relation als Attribut und dem Bitupel [a,B] als Item, wobei t* in der Eigenzeit ${}^{[a,B]}T$ dieses Bitupels liegt, die ja nach Satz 3.1 definiert ist als ${}^{a}T\times{}^{B}T$.

Das Argument B einer solchen Relation g kann dabei eine besondere Gestalt, nämlich die Gestalt [t,f(b)] haben und somit ein Zustand sein, der Zustand eines Items b zum Zeitpunkt $t\in{}^{b}T$. Damit tritt ein Zeitpunkt $t\in{}^{b}T$ innerhalb eines Items eines Attributes g auf, das rein zeithaft ist und so zu Zuständen der Gestalt [t*,g(a,[t,f(b)]) mit einem Zeitpunkt $t^*\in{}^{a}T\times{}^{b}T$ führt; nach Folgerung 5.8 ist ja ${}^{[t,f(b)]}T$ gleich ${}^{b}T$. In diesem Fall werden also Zeitpunkte zweier Eigenzeiten in ein Verhältnis zueinander gesetzt: Ein Zeitpunkt t eines Zustandes von b wird zu einem Zeitpunkt t* eines Items [a,b] thematisiert: ${}^{[a,b]}\varphi(t^*,g(a,[t,f(b)]))$. Wir nennen dann die Eigenzeit höherer Stufe ´<u>Meta-</u>, die niederer Stufe ´<u>Objektzeit</u>`.

Diese Thematisierung durch das Attribut g kann z.B. auf der Ordnungsstruktur auf den Eigenzeiten beruhen. Dies ist z.B. der Fall, falls das Attribut g

(α) das Erinnern, (β) das Erwarten oder (γ) das Bewußtsein ist.

Denn falls eine (mit den Ordnungen *vor* auf einzelnen Eigenzeiten verträgliche) Ordnung *Vor* auch zwischen Zeitpunkten verschiedener Eigenzeiten vorliegt,[2] kann man nämlich folgende Sinnbedingungen einführen:

---

[1] Siehe M.H., Der Zeitenraum

[2] Eine solche Ordnung wird entwickelt in M.H., Der Zeitenraum.

(α) für das Erinnern muß $t \in {}^{b}T$ *Vor* $t^* \in {}^{[a,b]}T$,

(β) für das Erwarten t^* *Vor* t liegen;

(γ) für das Bewußtsein muß $t=t^*$ sein

Damit ergeben sich für die Beispiele die folgenden Zustände des Items B=[t,f(b)]

(α) a *erinnert sich* zum Zeitpunkt t*, dass f(b) zum Zeitpunkt t.

(β) a *erwartet* zum Zeitpunkt t*, dass f(b) zum Zeitpunkt t.

(γ) a *ist es* zum Zeitpunkt t* *bewußt,* dass f(b) (zum Zeitpunkt t*).

Gemäß Satz 4.17 liegen diese Zustände stets für die Dauer eines Zeitabschnittes vor; sie können nicht nur *momentan* , d.h. in nur einem Zeitpunkt auftreten.

Durch spezielle Bedingungen an den Verhalt f(b) sind nun spezielle Ergebnisse zu gewinnen.

So kann etwa f erneut ein rein zeithaftes Attribut sein, sodass die bisherigen Überlegungen iterierbar sind. Somit sind etwa in Futur II beschriebene Zeitverhältnisse formal begreifbar.

Weiter kann b=a sein, sodass die Erinnerung, die Erwartung oder das Bewußtsein von a sich auf eigene Zustände richtet. Im letzten Falle wird dabei die Identität der Zeitpunkte ausgedrückt durch „jetzt“. Beispiele dafür sind etwa die Zustände

a ist es zum Zeitpunkt t* bewußt, dass er jetzt braun ist/wächst/... o.ä.

Also ist ´jetzt` an die Überlagerung von Meta- und Objektzeit und darin an zweierlei Identitäten gebunden, an die von zwei *Zeitpunkten* dieser Zeiten (Bewußtsein) und an die von zwei *Items* (Meta- und Objekt-Item).

4. Zeit und Valenz. Aus (5.2) ist ersichtlich, dass die Einführung einer Eigenzeitrelation ${}^{a}\varphi$ ebenso wie die einer Valenz v jeweils zwei (aufeinander folgende) Stufen betrifft; ${}^{a}\varphi$ ist ebenso wie v ein Attribut (k+1)-ter Stufe und hat einen Verhalt k-ter Stufe als Argument. Bei Anwendung dieser Attribute ergeben sich die einfachen Verhalte v(f(a)) bzw. ${}^{a}\varphi(t,f(a))$. Damit liegen zwei Sprungverfahren von einer

k-ten in eine (k+1)-te Stufe vor:

die Bewertung: **B:** f(a) -------> v(f(a)) und

die Dynamisierung: **D:** f(a) -------> ${}^{a}\varphi(t,f(a))$.

Dass diese Verfahren, falls die einschlägigen Bedingungen erfüllt sind, (unabhängig voneinander) *nebeneinander* angewandt werden können, wurde bereits gezeigt. Hier wollen wir untersuchen, inwieweit die beiden Verfahren (auf dann insgesamt drei Stufen) *nacheinander* angewandt werden können. Dabei sind kombinatorisch insgesamt vier Fälle möglich, nämlich die Fälle (i) B·B[1], (ii) B·D (iii) D·B und (iv) D·D.

(i) B: f(a) -------> $v^{k+1}(f(a))$

B: $v^{k+1}(f(a))$ -------> $v^{k+2}(v^{k+1}(f(a)))$

Mit v^{k+1}:= *ist der Fall,* v^{k+2} := *ist wahr* ergibt sich das Beispiel:

Es ist wahr, dass es der Fall ist, dass Fritz rot ist.

(ii) D: f(a) -------> ${}^{a}\varphi(t,f(a))$

B: ${}^{a}\varphi(t,f(a))$ -------> $v^{k+2}({}^{a}\varphi(t,f(a)))$

Mit v^{k+2} := *ist wahr* ergibt sich das Beispiel:

Es ist wahr, dass Fritz zum Zeitpunkt t rot ist.

(iii) B: f(a) -------> $v^{k+1}(f(a))$

D: $v^{k+1}(f(a))$ ------> ${}^{f(a)}\varphi(t´, v^{k+1}(f(a)))$

Mit v^{k+1}:= *ist der Fall* ergibt sich das Beispiel:

Es ist zum Zeitpunkt t´ der Fall, dass Fritz rot ist.

(iv) D: f(a) -------> ${}^{a}\varphi(t,f(a))$

[1] Dieser Fall ist *nicht* zeitbezogen und daher unproblematisch.

$$D:\ {}^{a}\varphi(t,f(a)) \text{ ------> } {}^{[t,f(a)]}\varphi(t^*,{}^{a}\varphi(t,f(a)))$$

Der letzte Fall ist zwar möglich, aber überflüssig, denn darin wird lediglich ermöglicht, dass das Bitupel [t,f(a)] zu verschiedenen Zeitpunkten seiner Eigenzeit ${}^{[t,f(a)]}T$ verschiedene Eigenzeitabbildungen ${}^{a}\varphi_i$ trägt. Da diese Abbildungen sämtlich denselben Urbildbereich ${}^{a}T$ haben, unterscheiden sie sich nur durch den Bildbereich. Weil weiter nach (5F4) die Eigenzeit ${}^{[t,f(a)]}T$ gleich der Eigenzeit ${}^{a}T$ ist, wird somit bei diesem Fall durch Zwischenschaltung der Eigenzeitabbildung ${}^{[t,f(a)]}\varphi$ jedem Zeitpunkt von ${}^{a}T$ ein einfacher Verhalt zugeordnet, der ihm bereits durch eine Eigenzeitabbildung ${}^{a}\varphi$\` hätte zugeordnet werden können. Danach gilt $D{\cdot}D = D$\`, d.h.

Satz 5.8 : Eine Dynamisierung einer Dynamisierung eines Verhaltes ergibt lediglich eine Dynamisierung dieses Verhaltes.

5. Sein und Existenz. Mit diesen Mitteln können wir jetzt die Dynamik des Existierenden logisch erfassen. Das *statisch* Valente, d.h. Existierende, Wahre, u.s.w. haben wir in SaK bereits konstruieren können. Dazu haben wir dort in jedem Hof aus der Klasse von Einheiten, die gewisse systematische Konsistenzbedingungen[1] erfüllen und so je eine ´<u>mögliche Welt</u>\` bilden, genau eine Klasse als ´<u>wirkliche Welt</u>\` ausgezeichnet. Damit war dann für jedes Attribut f k-ter Stufe die ´<u>Extension</u>\` von f zu definieren als Klasse $\{a_p;p\in P\}$derjenigen Items, die mit f einen einfachen Verhalt $f(a_p)$ bilden, der in der wirklichen Welt (k+1)-ter Stufe liegt. Umgekehrt haben wir dort jeder wirklichen Welt (k+1)-ter Stufe genau ein Attribut, nämlich eine Valenz v_1 (k+2)-ter Stufe zugeordnet, derartig dass gilt

Lemma 5.9 : Genau die Einheiten der wirklichen Welt (k+1)-ter Stufe bilden die Extension der Valenz v_1 (k+2)-ter Stufe.

Diese dadurch eindeutig bestimmte Valenz v_1 heißt die ´<u>positive</u>\` Valenz (k+2)-ter Stufe. Dabei ist die Wirklichkeit, d.h. die positive Valenz, höherer Stufe jeweils an die niederer Stufe gebunden vermöge

Lemma 5.10 : Ein einfacher Verhalt f(a) liegt höchstens dann in der Extension der positiven Valenz v_1, wenn a in der Extension von f liegt.

Diese Konstellation muß natürlich bei einer Erweiterung des statischen zu einem dynamischen Sinnsystem erhalten bleiben. Wir ziehen Extension und Valenzen daher auch zur Erfassung der „dynamischen Wirklichkeit“ heran. So gilt nach Lemma 5.10

(1) Ein einfacher Verhalt ${}^{a}\varphi(t,f(a))$ liegt höchstens dann in der Extension einer positiven Valenz v_1, wenn [t,f(a)] in der Extension von ${}^{a}\varphi$ liegt, d.h. nach Definition, wenn [t,f(a)] ein Zustand von a ist.

Ein Beispiel mit v_1 = *wahr* liefert der obige Fall (ii): Dass Fritz zum Zeitpunkt t rot ist, ist höchstens dann *wahr*, wenn Fritz zum Zeitpunkt t rot ist.

(2) Ein einfacher Verhalt Änd(f(a),g(a)) liegt höchstens dann in der Extension einer positiven Valenz v, wenn [f(a),g(a)] in der Extension von Änd liegt, d.h. wenn a sich von f zu g ändert.

Damit ist nun das Grundproblem der Dynamik anzugehen, die scheinbare Unvereinbarkeit von *bestimmter* Existenz und ständigem *Fließen*: Zum Zeitpunkt t_1 ist es der Fall, dass f(a), zum Zeitpunkt t_2 ist es der Fall, dass g(a). Wie ist etwas als wirklich und somit als statisch auszuzeichnen, das sich ständig ändert?

Bei diesem Problem geht es um die Kombination von Zeitrelation (d.h. Dynamik) und Valenz (d.h. Wirklichkeit). Diese Kombination haben wir soeben in § 5.3 erörtert. Wir betrachten die beiden dort genannten Fälle (ii) und (iii). Nach (5F4) ist darin die Eigenzeit ${}^{f(a)}T$ identisch mit der Eigenzeit ${}^{a}T$. Sowohl t in (ii) als auch t´ in (iii) liegen also in derselben Eigenzeit ${}^{a}T$. Jeder Zeitpunkt des einen Falles tritt auch im

[1] Diese sind im Kern auf den Satz vom Widerspruch und das Tertium non datur zurückzuführen.

andern auf. Daher können wir für die *positiven* Valenzen (k+1)-ter und (k+2)-Stufe v_1^{k+1} und v_1^{k+2} – wie etwa ´ist der Fall´ und ´ist wahr´ – fordern

(5F6) In jeder Kombination mit positiven Bewertungen sind zu gleichen Zeitpunkten Dynamisierung D und Bewertung B vertauschbar, d.h. $D \cdot B = B \cdot D$.

Für die beiden Beispiele positiver Valenzen ´ist der Fall´ und ´ist wahr´ gilt dann also für jeden Zeitpunkt $t_i \in {}^aT$ und für jede infima species f_j einer Pertinenzklasse F:

Es ist zum Zeitpunkt t_i der Fall, dass $f_j(a)$ $\Leftrightarrow$ Es ist wahr, dass zum Zeitpunkt t_i $f_j(a)$.

Die ständig im Fluß befindliche Wirklichkeit (k+1)-ter Stufe ist äquivalent zu einer nicht zeithaften (k+2)-Stufe. Letztere wiederum kann für jeden Zeitpunkt $t_i \in {}^aT$ zugleich problemlos die notwendige Bedingung des Lemmas 5.10 erfüllen, wonach $f_j(a)$ zum Zeitpunkt t_i höchstens dann in der Extension von ´ist wahr` liegt, wenn $f_j(a)$ zum Zeitpunkt t_i ein Zustand von a ist.

6. Ergebnis. Die in der griechischen Tradition stehende abendländische Philosophie ist gegründet auf eine starre Begrifflichkeit. Mit *statischen* Begriffen wie dreieckig oder kalt ist diese Starrheit offenbar gut vereinbar. Schwierig wird es, die Starrheit bei der Erfassung *dynamischer* Begriffe wie dem Wachsen oder dem Vergehen und bei der logischen Konstruktion der *Veränderung* beizubehalten.

Die Starrheit jedes Begriffs bezieht sich zunächst auf seinen Inhalt: Dieser ist fix fest umrissen. Weiter bezieht sie sich auf seine Funktion, etwas zu erfassen: Er hat eine scharf abgegrenzte Intension und wird insofern (als *Attribut*) von genau diesen und nicht jenen Substraten (als *Item*) getragen. Da nach diesem philosophischen Ansatz Begriffe die *einzigen* Erfassungsmittel sind, zielt er darauf ab, jedes Item durch Attribute zu bestimmen, denn das ist dann Voraussetzung für jeden Diskurs, jede Erkenntnis, ist doch deren Gegenstand *direkt* nicht zugänglich. Ein solcher auf Starrheit gegründeter Ansatz ermöglicht so mittels einer geeigneten Begriffspolitik eine durchsichtige Charakterisierung jedes Items durch ein überschaubares Raster von Attributen. Dasselbe Item kann nämlich verschiedene Attribute, und verschiedene Items können dasselbe Attribut tragen.

Die Frage, welches Item welches Attribut trägt, ermöglicht nun einen logischen Rahmen für sämtliche Einheiten. In SaK haben wir ein rein *formales* System entwickelt, das allein bzgl. dieser Frage konstruiert ist, die die Funktionen des Items und des Attributes verbindet mit der des daraus zusammengesetzten *einfachen Verhalts*. Dabei werden die Attribute, die ja – anders als die Items – verfügbar sind, in ständig feiner werdende disjunkte Klassen eingeteilt.

Schließlich wird in jedem Fall eine Klasse erreicht, in der der Unterschied zwischen *Anwendbarkeit* und *Zutreffen* (Frege) eines Attributes auf ein Item virulent wird, wobei ersteres schwächer ist als letzteres: Ein Attribut muß auf ein Item anwendbar sein, um darauf zutreffen zu können; d.h. die Extension eines Attributes liegt innerhalb seines Itembereichs. Diese Differenzierungsstufe ist die der Pertinenz, wie etwa Temperatur oder Wahrheitswert. Hier wird nun die genannte Unterscheidung wirksam, denn die Attribute jeder Pertinenzklasse sind eindeutig auf infimae species reduzierbar, von denen aus jeder Klasse jede auf ein Item anwendbar ist, d.h. zutreffen *kann*, mindestens eine zutreffen *muß* (Tertium non datur), aber nur höchstens eine zutreffen *darf* (Satz vom Widerspruch). Im auf diese Weise entwickelten *statischen* System ist dann jedes Item *bestimmt* durch ein Profil, das aus jeder Pertinenzklasse genau eine infima species enthält.

Damit sind durch unübersehbar viele Begriffe unübersehbar viele Items bestimmt. Die Begriffe sind dabei durch Unterordnung zu hierarchisieren; für die Items fehlt eine solche Gliederungsmöglichkeit. Doch ist es möglich, gewisse Items zu identifizieren, d.h. als identisch aufzufassen. Dazu haben wir innerhalb des Sinnsystems 2-stellige Relationen eingeführt zwischen Punkten des (2n+1)-dimensionalen reellen

Raumes $\mathbb{R}^{2n+1}$ und der Klasse aller einfachen Verhalte mit 1-stelligen infimae species eines Hofes, deren Extension die folgenden Bedingungen erfüllt:

(a) Verhalte mit *demselben* Item stehen in Relation mit *denselben* Punkten;

(b) Verhalte mit *verschiedenen* Items stehen in Relation mit *verschiedenen* Punkten.

Stehen dabei Verhalte in Relation mit allen Punkten eines zusammenhängenden n-dimensionalen Teilraums des $\mathbb{R}^{2n+1}$, dann sind die Items dieser Verhalte zu identifizieren. Falls mindestens ein solcher Teilraum auftritt, ist das System *dynamisch*. Durch Einführung der Dynamik wird also die Anzahl der Items gewaltig reduziert, wenn man bedenkt, dass jeder solche Teilraum die Mächtigkeit des Kontinuums hat.

Wir wählen nun die geringstmögliche Dimension der reellen Räume. Dann ergibt sich eine Zuordnung zwischen einfachen Verhalten und (1-dimensionalen) Kurven im $\mathbb{R}^3$.[1] Falls dann jede Kurve ein *Kurvenbogen*, d.h. homöomorph zum Einheitsintervall ist und somit auf ihr eine lineare Ordnung liegt, dann identifizieren wir die Items der zugehörigen einfachen Verhalte mit dem gemäß dieser Ordnung ersten Item. Der Kurvenbogen ist dann die *Eigenzeit* dieses Items. Es trägt zu jedem Zeitpunkt dieser Eigenzeit genau ein Profil. Auch für zeithafte Verhalte, d.h. Verhalte in der Eigenzeit ihres Items gelten also der Satz vom Widerspruch und das Tertium non datur.

Die Eigenzeit jedes Items ist dann ein Kontinuum und ein metrischer Raum, in dem eine Ordnung installierbar ist. Die Strukturen der Eigenzeit sind dann auf jede Pertinenzklasse zu übertragen. Bzgl. jeder Pertinenzklasse eines Profils ist dann die Beziehung von einem früheren zu einem späteren Verhalt eines Items eine *Änderung* dieses Items. Die Geschichte jedes Items verläuft also auf genau einem Kurvenbogen im $\mathbb{R}^3$. Es ist zeitlich ausgedehnt; jede Veränderung daran ist ein Prozeß. Er ist zerlegbar in Ereignisse, die wiederum Prozesse sind. Die Länge von Abschnitten ist gleich der Dauer von Prozessen in der Geschichte. Es gibt kein kleinstes Zeitquantum; zu einem *Zeitpunkt* kann kein Ereignis stattfinden. Jeder dynamische Begriff ist nun abzuleiten von Begriffen je einer Pertinenzklasse statischer Begriffe, auf denen eine lineare topologische Struktur vorliegt, etwa das Wachsen von der Klasse der Länge. Ihm ist dieselbe Eigenzeit zuzuordnen wie den entsprechenden statischen Begriffen; eine Einheit a hat zu demselben Zeitpunkt t eine gewisse Länge und wächst. Das Wachsen ist daher, insofern es zu einzelnen Zeitpunkten stattfindet, keine Veränderung. Die Transzendentalien wie etwa die Existenz sind nun als spezielle statische Begriffe in diese dynamische Konstruktion einzubeziehen. Damit ist es möglich, dass jedes Item zu jedem Zeitpunkt mit gewissen statischen Eigenschaften existiert und diese zugleich im Fließen begriffen sind.

Das Problem der Veränderung und dynamischer Begriffe wie dem Fließen wird demnach gelöst, dadurch dass Items, die verschieden *sind* und verschieden *bleiben*, mit topologischen Mitteln identifiziert, d.h. als miteinander identisch aufgefaßt werden, indem ihnen eine gemeinsame Eigenzeit zugeordnet wird. In diesem Sinne ist dann das Item in seiner Eigenzeit kontinuierlich dasselbe. Die Kontinuität des Items ist eine Folge der Kontinuumsstruktur seiner Eigenzeit. Von der Zeit betroffen sind ausschließlich Items, Begriffe sind starr und nicht der Zeit unterworfen. Auch die dynamischen Begriffe sind also in ein starres Sinnsystem einzuordnen. Das System ist vollständig.

<u>Verwendete Literatur:</u>

[1] Den Verlauf der (zueinander disjunkten) Kurvenbögen im $\mathbb{R}^3$ werden wir an anderer Stelle (in M.H., Der Zeitenraum) untersuchen und so die Bewegung von Items konstruieren können.

Frege, Gottlob,
FuB Funktion und Begriff. Vortrag, gehalten in der Sitzung vom 9.1.1891 der Jenaischen Gesellschaft für Medizin und Naturwissenschaft. Nachdr. in: G.Frege, *Funktion, Begriff , Bedeutung*, hrsg. v.G.Patzig. Göttingen 1975, S.18-39.

Hohelüchter, Martin
FAA Formale mathematische Axiome als Attribute. Münster 2007
Kon Kontrarietät. Münster 1988
SaK Sinn als Konstrukt. Münster 2008
Zr Der Zeitenraum. Münster 2008

Koenne, Werner,
sdAB Statischer und dynamischer Aufbau der Begriffe. Wien 1974

Platon Theaitet. Leipzig 1923