

Gleichungen

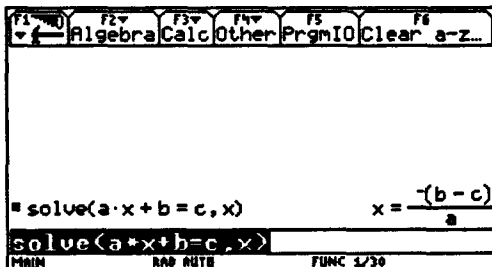
Dieser Themenbereich durchzieht den gesamten Schulstoff von der Klasse 7 bis zur Klasse 13. Dabei spielen algebraische Verfahren die zentrale Rolle, aber im Zusammenhang mit dem Funktionsbegriff werden auch graphische Verfahren und zur Förderung algorithmischen Denkens iterative Verfahren behandelt.

Inhalte	Ziele
<ul style="list-style-type: none"> • Lineare Gleichungen • Quadratische Gleichungen • Gleichungen höheren Grades • Lineare Gleichungssysteme 	<ul style="list-style-type: none"> • Gleichungen auf verschiedenen Ebenen lösen können: numerisch, symbolisch, graphisch, iterativ • Wechselbeziehung zwischen den verschiedenen Ebenen herstellen können • Zusammenhang zwischen Zahlen, Termen, Funktionen und Gleichungen erkennen • Umformungen von Gleichungen veranschaulichen lernen

1. Gemeinsame Erarbeitung grundlegender Befehle

1.1 Lineare Gleichungen

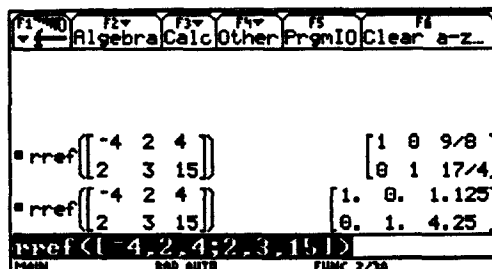
Aufgabe: Löse die Gleichung $a \cdot x + b = c$ nach x auf!



1.2 Lineare Gleichungssysteme

Der TI-92 kann lineare Gleichungssysteme nur dann lösen, wenn sie in die 'Grundform' übergeführt wurden.

Beispiel: I. $-4x + 2y = 4$
 II. $2x + 3y = 15$



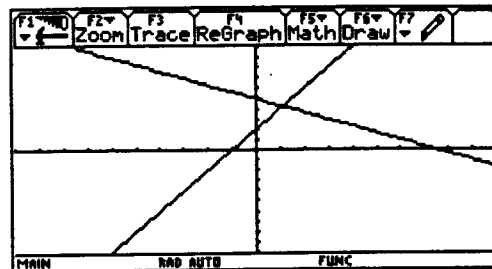
a) Symbolische Lösung:

Befehle: `2nd Math Matrix rref(`

Systembezogene Anmerkung: Der `rref`-Operation beim TI-92 entspricht der `ROW_REDUCE`-Befehl in DERIVE.

b) Graphische Lösung

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clear	a-z...
■ solve(-4·x+2·y=4,y)		y=2·x+2			
■ solve(2·x+3·y=15,y)		y= $\frac{-(2·x-15)}{3}$			
■ Graph 2·x+2		Done			
■ Graph $\frac{-(2·x-15)}{3}$		Done			
Graph -<2·x-15>/3					
MAIN	RAD AUTO	FUNC 4/30			



1.3 Lineare Ungleichungen

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clear	a-z...
■ solve(3·x-5<7,x)		x<4			
■ solve($\frac{3·x-5}{5}<7,x$)		3·x-5<35			
■ ($\frac{3·x-5}{5}<7$)·5		3·x-5<35			
■ solve(3·x-5<35,x)		x<40/3			
solve(3·x-5<35,x)					
MAIN	RAD AUTO	FUNC 4/30			

■ solve($\frac{3·x-5}{x}<7,x$)		$\frac{3·x-5}{x}<7$	
■ ($\frac{3·x-5}{x}<7$)·x		x·($\frac{3·x-5}{x}<7$)	
$\lll 3·x-5 \ggg \lll 7 \ggg \cdot x$			
MAIN	RAD AUTO	FUNC 6/30	

Systembezogene Anmerkung: Das Lösen von Ungleichungen ist mit dem TI-92 nur in einem sehr begrenzten Rahmen möglich.

1.4 Quadratische Gleichungen

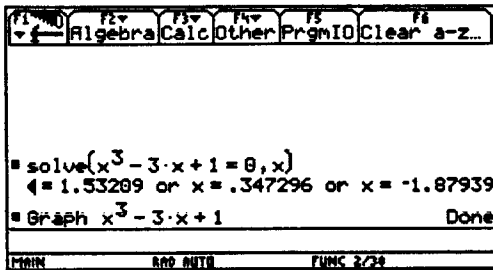
F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clear	a-z...
■ solve(a·x ² -b·x+c=0,x)					
x = $\frac{-\sqrt{4·a·c-b^2}-b}{2·a}$		or x = $\frac{-\sqrt{4·a·c-b^2}+b}{2·a}$			
■ solve(a·x ² -b·x+c<0,x)		a·x ² -b·x+c<0			
solve(a·x ² -b·x+c<0,x)					
MAIN	RAD AUTO	FUNC 2/30			

Systembezogene Bemerkung: Der TI-92 besitzt die Operationen solve, nsolve, factor oder zeros. Man beachte, daß bei der Voreinstellung APPROXIMATE (u. U. auch bei AUTO) im Mode-Menü numerische Näherungen ausgegeben werden bzw. bei der Voreinstellung EXACT nicht sämtliche Lösungen gefunden werden. nsolve sucht stets iterativ eine numerische Lösung.

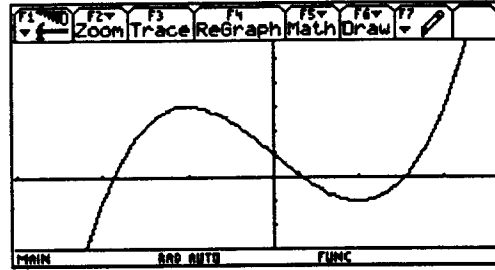
3.5 Gleichungen höheren Grades

Beispiel: $x^3 - 3x + 1 = 0$

a) numerische Lösung 'auf Knopfdruck':



b) graphische Lösung



c) numerische Lösung mit Hilfe einer Tabelle (hier ohne Darstellung).

Systembezogene Bemerkung: Beim TI-92 können beliebige Ausdrücke unter einschränkenden Bedienungen ausgewertet werden. Die Auswertung von $\text{solve}(x^5 + x^4 - x^3 - 3x^2 + 1 = 0, x) | x < 0$ liefert $x = -.678262$.

2. Aufgaben

1. Bestimmen Sie die Lösung der Gleichung $3x^5 + 4 = -x^3 + x$.

2. Lösen Sie die folgenden Gleichungssysteme:

I. $3x - 5 = 7y$
 II. $-6x + 14y = 4$

I. $6x + 1 = 5y$
 II. $-2x - 1/3 = -5/3y$

2. Eine Halbkugel vom Radius 1 soll durch eine zur Grundfläche parallelen Ebene in zwei inhaltsgleiche Teile zerlegt werden. Wie muß die Höhe dieses Kugelabschnittes gewählt werden?

Das Volumen eines Kugelabschnitts oder Kugelsegments der Höhe h beträgt

$$V = \frac{1}{3} \pi h^2 (3r -$$

