Fachgebiet Erziehungswissenschaft

Computerunterstützte Prävention und Frühförderung bei Rechenschwäche

Inaugural-Dissertation

Zur Erlangung des Doktorgrades

der

Philosophischen Fakultät

der

Westfälischen Wilhels-Universität

zu

Münster (Westf.)

Vorgelegt von

Elke Focke

aus Haselünne

2004

Dekan:	Prof. Dr. Tomas Tomasek
Erster Gutachter:	Prof. Dr. Friedrich Schönweiss
Zweiter Gutachter:	Prof. Dr. Franz Stuber
Tage der mündlichen Prüfungen:	30.08.2004 & 13.10.2004
Tag der Promotion:	13.10.2004

Vorwort

Infolge der steigenden Anzahl von Kindern und Jugendlichen mit Rechenschwierigkeiten werden vermehrt Lösungen und adäquate Fördermaßnahmen für dieses Problem gesucht. Im Rahmen meiner praktischen und wissenschaftlichen Tätigkeit, war es mir möglich, Erfahrungen, die ich in mathematischen Diagnosegesprächen und Lerntherapien gesammelt habe, anhand der wissenschaftlichen Debatte aufzuarbeiten. Ich hoffe daher, einen Beitrag dazu zu leisten, wie einer Rechenschwäche im schulischen Rahmen durch eine computerunterstützte Prävention und Frühförderung begegnet werden kann. Bei diesem Projekt bin ich von vielen Seiten unterstützt worden.

An dieser Stelle sei daher allen gedankt, die zum Gelingen der Arbeit beigetragen haben, insbesondere Herrn Prof. Dr. Friedrich Schönweiss für die wegweisenden Diskussionen. Mein Dank gilt aber auch den Dyskalkulietherapeuten des Osnabrücker Zentrums für mathematisches Lernen, des Mathematisch-Lerntherapeutischen Zentrums in Dortmund sowie meinen lieben Kollegen des Mathematisch-Lerntherapeutischen Instituts in Düsseldorf, vor allem Kerstin Schuckmann und Christian Bussebaum. Der anregende wissenschaftliche Austausch mit ihnen und die zahlreichen wertvollen Hinweise aus ihrer lerntherapeutischen Praxis waren mir bei der Planung, Durchführung und Auswertung der Diagnose-, Präventions- und Frühfördermodule eine sehr große Hilfe.

Weiterhin möchte ich mich bei allen Kindern bedanken, mit denen ich in den Therapieeinrichtungen arbeiten konnte, weil sie mir gezeigt haben, wie sie rechnen und mir dadurch wesentliche Anregungen gegeben haben. Ohne die Arbeit mit rechenschwachen Kindern wäre es nicht in der Form möglich gewesen, praxisbezogene computerunterstützte Präventions- und Interventionskonzepte zu entwickeln.

Zuletzt danke ich ganz besonders meiner Familie und meinen Freunden für ihr Verständnis und die Unterstützung.

Inhaltsverzeichnis

Einleitung

In der vorliegenden Arbeit werden computerunterstützte Möglichkeiten zur Prävention und Frühförderung bei Rechenschwäche aufgezeigt. Die besonderen Schwierigkeiten beim Erlernen des Rechnens einiger Schüler[1] sind nicht auf individuelle schulische Probleme zu reduzieren, sondern müssen als gesellschaftliches Problem eingestuft werden. (Lenart 2003: 7) Aktuell ist davon auszugehen, dass 3 bis 7% der Grundschüler massive Verständnisschwierigkeiten beim Erlernen mathematischer Inhalte haben. Ein weitaus größerer Anteil von 15% wird als föderungsbedürftig angesehen. (Lorenz 2003a: 15) Die Probleme, die aus der auffallenden Minderleistung im mathematischen Lernbereich resultieren, tangieren nicht nur die betroffenen Schüler, sondern auch Eltern, die in der Regel besorgt, ängstlich und hilflos dem Problem gegenüberstehen, sowie Lehrer, die oft sehr motiviert sind, ihren Unterricht zu verändern, denen es aber an praktischen Ideen und Handreichungen fehlt.

Die mathematischen Defizite betroffener Kinder zeigen sich häufig bereits im Bereich elementarer Abstraktionsleistungen, beim Relationsverständnis, bei der Mengen- und Zahlbegriffsbildung, beim Operationsverständnis sowie beim Stellenwertsystem. Da Mathematik ein Schullaufbahn entscheidendes Fach ist, kann ein Scheitern nicht nur berufliche, sondern auch private Entwicklungsmöglichkeiten verhindern. (Lorenz 2003a: 7) Des Weiteren erfordern alltägliche Situationen, wie das Lesen der Uhr oder der Umgang mit Geld mathematische Grundeinsichten. Zu unterscheiden ist jedoch zwischen Rechenproblemen, die viele Schüler im Laufe ihrer Schulbahn einmal haben, und gravierenden Verständnisschwierigkeiten, die durch schulische Maßnahmen nicht mehr aufgefangen werden können. Übersteigen die Probleme der Kinder alle bestehenden schulischen Fördermöglichkeiten, welche den Förderunterricht sowie qualifizierte Nachhilfe mit einschließen, wird im Folgenden von einer Rechenschwäche gesprochen. Der

[1] Aufgrund der besseren Lesbarkeit wird in der Arbeit durchgehend auf die weibliche Form verzichtet, obwohl selbstverständlich auch Schülerinnen, Lehrerinnen etc. gemeint sind.

Begriff Rechenschwäche umschreibt daher massive Verständnisschwierigkeiten im mathematischen Lernbereich, dessen Behebung einer lerntherapeutischen Intervention bedarf, da auch psychische Begleiterscheinungen die Regel sind. Betroffene Kinder entwickeln früh eine Abneigung gegen sämtliche mathematische Lerninhalte und häufig kommt es zu Beeinträchtigungen des Selbstbildes, zu familiären Spannungen und zu Schulängsten.

Neben dem Begriff Rechenschwäche zur Kennzeichnung und Klassifizierung der Problemlage existieren zahlreiche andere Bezeichnungen, wie z. B. Rechenschwierigkeiten, Rechenstörung oder auch Dyskalkulie und Arithmasthenie. Aufgrund der Vielzahl der Benennungen ist bei der Verwendung eine genaue Bestimmung notwendig. Dabei ist immer zu berücksichtigen, dass es weder um eine Vereinheitlichung noch um eine Abklassifizierung rechenschwacher Kinder geht, sondern darum, auf das Problem mit seinen vielfältigen Ausprägungen aufmerksam zu machen. Unter Berücksichtigung dessen wird im Folgenden der Begriff Rechenschwäche verwendet. Auf die unterschiedlichen Ansichten, die mit den verschiedenen Begriffen in Verbindung gebracht werden, wird im Kapitel 1.2. „Wissenschaftliche Definitionen und Vorurteile'" eingegangen.

Die therapeutische Arbeit mit rechenschwachen Kindern, sowie die wissenschaftliche Analyse dieses Phänomens, haben deutlich gezeigt, dass diese Probleme durch eine gezielte Intervention zu beheben sind. Insofern weisen unzureichende Lernergebnisse mit den daraus folgenden beruflichen und privaten Entwicklungshindernissen verbunden mit teilweise fatalen psychischen Begleiterscheinungen auf einen Missstand des Schulsystems hin. An dem Phänomen Rechenschwäche und dessen Auswirkungen ist zu beobachten, dass sich die Kluft vergrößert zwischen den Kindern, die ergebnislos das System Schule durchlaufen und den wenigen, denen ein erfolgreicher Zugang zu Bildung und Wissen gelingt. Anders ausgedrückt besteht das Problem unseres Schulsystems darin, dass das Verhältnis des Kindes zum Lerngegenstand gestört ist, so dass ein selbstständiger Zugang zu dem Wissen nicht funktioniert. Gerade vor dem Hintergrund, dass Kinder durchaus an Wissen und Bildung interessiert sind und sich die Abwehrhaltung gegenüber den Lerngegenständen in der Regel erst während der Schulzeit einstellt, ist es dringend angeraten, dieses gestörte Verhältnis aufzubrechen. Hierbei können die Neuen Medien einen Beitrag leisten. (Schönweiss 2000a: 276 ff.) „Die Initiative *Schulen ans Netz*, 1996 ins Leben gerufen, hat das Augenmerk der Öffentlichkeit auf die Neuen Medien und ihren Einsatz in der Schule gelenkt. [...] Dabei nimmt die Beschaffung mit Computern einen großen Raum ein, während inhaltliche Konzepte und Fragen der Didaktik und Methodik sowie die angemessene Beteiligung von LehrerInnen und SchülerInnen kaum thematisiert werden." (Westram 2000: 9) Dabei ist nicht entscheidend, *dass* Neue Medien eingesetzt werden, sondern vielmehr welche neuen pädagogischen und didaktischen Möglichkeiten sich aus einem Computereinsatz ergeben. Zu berücksichtigen ist, dass der Computer sowohl in der Schule wie auch in den privaten Haushalten vermehrt eingesetzt wird. Auch die Anzahl von Lern- und Übungssoftware steigt stetig an, so dass Eltern, Nachhilfeeinrichtungen und auch Lehrpersonen vermehrt auf diese Angebote zurückgreifen, um schulischen Lernschwierigkeiten zu begegnen. Auch wenn aktuell zu beobachten ist, dass das Thema Rechenschwäche sowohl in der wissenschaftlichen Diskussion als auch in der Praxis behandelt wird, kann auf kein repräsentatives Forschungsergebnis verwiesen werden, welches theoretische und praktische Möglichkeiten aufzeigt, wie einer Rechenschwäche computerunterstützt vorgebeugt werden kann bzw. wie eine computerunterstützte Frühförderung bei Rechenschwäche aussehen könnte. Computerunterstützte Präventions- und Interventionsmaßnahmen bei Rechenschwäche sollten einen eigenständigen Zugang des Kindes zu den Lerninhalten ermöglichen. Der Computer kann dazu beitragen, dass die konkreten Lebensbedürfnisse der Kinder im Mittelpunkt des Lernprozesses stehen, dass die individuellen Interessen und Motivation mehr zum Zuge kommen, dass der Unterricht insgesamt spannender und wirklichkeitsnaher gestaltet wird, und dass sich Lernen nicht ausschließlich im Schulunterricht abspielen muss. (Vgl. Schönweiss 2000a: 279 f.)

Unter Berücksichtigung bestehender Schwachstellen der mathematischen Erstunterrichtung und der Erfordernis einer Umgestaltung des Lernprozesses zum eigenständigen Wissenserwerb geht es in der vorliegenden Arbeit um die Frage, wie computerunterstützte Prävention und Frühförderung bei Rechenschwäche in den ersten beiden Grundschuljahren gestaltet werden kann. Der Anspruch der Arbeit besteht allerdings weder darin, eine völlig neue Mathematikdidaktik aufzustellen, noch fertige Reformvorschläge für die Erstunterrichtung zu geben. Vielmehr geht es um das Aufzeigen von praktischen Ansatzpunkten bezogen auf den Mathematikunterricht der ersten beiden Grundschuljahre, um Möglichkeiten darzustellen, wie einer Rechenschwäche durch den Einsatz des Computers vorgebeugt, bzw. wie bestehenden Rechenschwierigkeiten entgegengewirkt werden kann. Diese Fragestellung gewinnt vor allem deshalb an Bedeutung, weil der Computer in allen Lebensbereichen der Schüler vermehrt eingesetzt wird, ohne dass geklärt ist, welche Besonderheiten gerade bei rechenschwachen Kindern zu beachten sind und vor allem welche Möglichkeiten durch ein computerunterstütztes Lernen bei gravierenden Rechenschwierigkeiten gegeben sind. Dabei gilt es auch zu klären, welche Förderungen unter Berücksichtigung der Problemlage rechenschwacher Kinder nicht mithilfe des Computers erfolgen können.

Während sowohl zu dem Thema Neue Medien bzw. Computereinsatz in der Schule als auch zu Rechenschwäche zahlreiche Forschungsergebnisse vorliegen, gibt es bislang keine Verknüpfung dieser beiden Themengebiete im Sinne der der Arbeit zugrunde liegenden Fragestellung. Zu dem Thema Rechenschwäche wird in verschiedenen wissenschaftlichen

Disziplinen, vor allem aber der Neuropsychologie, der Psychologie, der Pädagogik, der Sonderpädagogik sowie der Mathematikdidaktik geforscht. Aufgrund der unterschiedlichen Forschungsrichtungen sind verschiedene Akzentuierungen entstanden, so dass elementare Fragen nach der Entwicklung mathematischer Kompetenzen und Schwierigkeiten, die im Prozess der Aneignung auftreten können, noch nicht geklärt sind. (Fritz u. a. 2003: 452 f.) Bezogen auf praktische Handreichungen, um einer Rechenschwäche zu begegnen, haben sich im deutschsprachigen Raum vor allem acht typische Förderlernwerke durchgesetzt:

- Niedermann (1993): Mathematik in der Primarschule – Lernstandserfassung, Fördermaßnahmen. Abklärungsmittel bei Rechenstörung. 1994: Lernstandserfassung im Fach Mathematik;
- Jost / Erni / Schmassmann (1993): Mit Fehlern muß gerechnet werden. Mathematischer Lernprozeß, Fehleranalyse, Beispiele und Übungen;[2]
- Lorenz / Radatz (1993): Handbuch des Förderns im Mathematikunterricht;
- Grissemann / Weber (1996): Grundlagen und Praxis der Dyskalkulietherapie.
- Wittmann / Müller (1990): Handbuch produktiver Rechenübungen.
- Kutzer (1995): Mathematik entdecken und verstehen.
- Ganser (2001): Rechenstörungen. Diagnose. Förderung. Materialien. Ein Fortbildungsmodell der Akademie für Lehrerfortbildung Dillingen.
- Gerster / Schulz (2002a): Zahlverständnis, Operationsverständnis, und von nicht-zählenden Rechenstrategien zur Automatisierung des Rechnens im Anfangsunterricht.

Ist bei einem Kind eine Rechenschwäche diagnostiziert worden, in dem Sinne, dass sein individueller Lernstand sich um mehr als zwei Jahre von dem seiner altersgleichen Lerngruppe unterscheidet, greifen zur Behebung dieser Schwierigkeiten schulische Maßnahmen oft nicht mehr. Deshalb ist es umso wichtiger, mit der Förderung früh genug zu beginnen bzw. den Unterricht von Anfang an so zu gestalten, dass mögliche Missverständnisse ausgeschlossen werden können. Das Ziel der Prävention von Rechenschwäche sollte fester Bestandteil jedes Mathematikunterrichtes sein. Geeigneter Zeitpunkt der Prävention sind die ersten beiden Schuljahre, da hier die Basiseinsichten für darauf aufbauende Lerninhalte erarbeitet werden. Dazu gehören konkret der Mengen- und Zahlbegriff, das Operations- und Stellenwertverständnis sowie die Multiplikation und die Division. Auch wenn die Prävention zu Beginn der Schulzeit immer vorrangiges Ziel sein muss, besteht auch während der zweiten Klasse noch die Möglichkeit, bestehenden

[2] Leider ist dieses Förderlernwerk in den praktischen Anregungen auf den Sekundarschulbereich beschränkt.

Rechenschwierigkeiten im schulischen Rahmen entgegenzuwirken. Somit sind die computerunterstützten Module sowohl für die Prävention als auch für die Frühförderung bei Rechenschwäche ebenso geeignet wie für den Regelunterricht. Denn der Lernprozess bei schwächeren Schülern verläuft nicht anders als bei leistungsstarken Schülern. (Gerster 2002a: 37)

Der Erfolg der Präventions- und Interventionsmaßnahmen bei Rechenschwäche hängt nicht von dem Einsatz des Computers ab, sondern davon, ob die entsprechenden mathematikdidaktischen Inhalte auch computerunterstützt transportiert werden. Weil sich das Gelingen jeder computerunterstützten Förderung an den Lerninhalten entscheidet, sind Auswahl und Darbietung der Lerngegenstände ausschlaggebend. Die Lerninhalte des Mathematikunterrichtes der Grundschule sind den drei Bereichen Arithmetik, Geometrie und Größen zugeordnet. (Kultusministerium des Landes Nordrhein-Westfalen 2003: 23) Die folgenden Konzepte beziehen sich nicht auf alle drei Disziplinen, sondern beschränken sich auf die Entwicklung arithmetischer Kompetenzen. Diese Eingrenzung ist deshalb sinnvoll, weil erstens rechenschwache Kinder durch grundlegende Probleme beim Rechnenlernen auffallen, das heißt dass sie in der Regel an den arithmetischen Inhalten scheitern und zweitens die mathematische Grundschulunterrichtung in der ersten Klasse mit der Arithmetik beginnt. Umgekehrt soll die Eingrenzung nicht implizieren, dass die beiden anderen Bereiche für die Entwicklung des mathematischen Verständnisses unbedeutend sind. (Bönig 2003: 131) Dennoch geht es im Folgenden immer um arithmetische Basiskompetenzen, auch wenn von Mathematik die Rede sein wird.[3] Die inhaltlichen Lerngegenstände der theoretischen Module sind das Anzahlverständnis, das Operationsverständnis, das Stellenwertsystem, die Multiplikation und die Division sowie Sachaufgaben. Letztere stellen einen Sonderfall dar, weil mit ihnen keine neuen arithmetischen Kompetenzen erarbeitet werden, sondern anhand der Sachaufgaben überprüft wird, inwieweit das arithmetische Wissen anwendungstauglich geworden ist. (Bönig 2003: 131)

Die vorliegende Arbeit gliedert sich in zwei Hauptteile und ein Schlusskapitel. In dem ersten Teil der Arbeit werden theoretische Vorüberlegungen angestellt, im zweiten Teil werden die computerunterstützten Präventions- und Frühförderkonzepte erläutert. Das Abschlusskapitel beinhaltet grundlegende Rahmenbedingungen und Folgeüberlegungen, die es bei der Arbeit mit rechenschwachen Kindern vor dem Hintergrund ihrer psychischen Notlage

[3] Selbstverständlich muss die Mathematik von der Arithmetik unterschieden werden. Da es aber in dieser Arbeit um die arithmetischen Kompetenzen der ersten beiden Grundschuljahre geht, soll der Unterschied aufgrund einer Vereinfachung in dieser Arbeit vernachlässigt werden. Wird demnach der Begriff Mathematik verwendet, bezieht sich die Aussage auf den arithmetischen Bereich.

zu beachten gilt. Im Folgenden wird die Argumentation der einzelnen Kapitel kurz vorgestellt:

1. Um adäquate computerunterstützte Präventions- und Interventionskonzepte aufzeigen zu können, muss als erstes geklärt werden, was eine Rechenschwäche ist. Dabei werden neben der Analyse wissenschaftlicher Erklärungen und Definitionen von Rechenschwäche psychische Ursachen und Symptome besprochen, die sich zum Teil reell aus den Lernschwierigkeiten des Kindes ableiten lassen, teilweise aber auch Resultat von Fehlurteilen und Missverständnissen vieler Lehrer und Eltern sind. Die Kombination der Lernschwierigkeiten der Kinder mit der Konfrontation von bestehenden Fehlurteilen und die psychische Problemlage rechenschwacher Kinder wird anhand des „Teufelskreis Rechenstörung" erläutert. Im Anschluss daran werden Fehlerkategorien aus den Bereichen der Pränumerik, des Mengen- und Zahlbegriffs, des Operationsverständnisses, des Stellenwertsystems, der Multiplikation und der Division sowie des Sonderfalls der Sachaufgaben vorgestellt, die geeignet sind, die mathematische Vorstellungswelt rechenschwacher Kinder zu erklären. Das Wissen über die arithmetischen und psychischen Probleme der zu fördernden Kinder muss auch der Ausgangspunkt der computerunterstützten Präventions- und Interventionskonzepte sein.

2. Das zweite Kapitel der Arbeit beschäftigt sich mit den schulbedingten und den psychischen Faktoren einer Rechenschwäche. Das Erlernen arithmetischer Sachverhalte vollzieht sich als interaktiver Prozess zwischen dem Schüler, dem Lerninhalt und dem Lehrer. Lernstörungen sind demnach als gestörte Interaktionen zu verstehen, weshalb die einzelnen Momente des Lernprozesses nach Störungsfaktoren untersucht werden. Da sich sowohl die Lehrenden selber als auch ein Großteil der Schulbücher, der Lernsoftware, der Anschauungsmaterialien etc. an lerntheoretischen Ansätzen orientieren, werden die vorherrschenden Lerntheorien Behaviorismus, Kognitivismus und Konstruktivismus kurz vorgestellt und anschließend analysiert. Im weiteren Verlauf des Kapitels wird untersucht, ob Störungen im Lernprozess auf der Seite des Lerninhalts, der Lehrenden und der Schüler im Zusammenhang stehen mit der lerntheoretischen Fundierung und ob diese daher ein Faktor für das Auftreten einer Rechenschwäche sein können. Auf der Seite des Lerninhalts werden exemplarisch Schulbücher, multimediale Lernprogramme und Anschauungsmaterialien hinsichtlich möglicher Missverständnisse auch aufgrund ihrer lerntheoretischen Ausrichtung untersucht. Auf der Seite der Lehrperson spielen zwei Aspekte eine entscheidende Rolle: zum einen die unzureichende Diagnostik im Mathematikunterricht und zum anderen die ausbleibende individuelle Betreuung der Schüler, die beide im Zusammenhang stehen können mit dem Entstehen einer Rechenschwäche. Neben diesen zwei schulbedingten Faktoren einer Rechenschwäche auf

der Seite des Lerninhalts und des Lehrenden spielen auf der Seite des Schülers psychische Aspekte eine Rolle, die im letzten Punkt dieses Kapitels besprochen werden.

3. Im dritten Kapitel geht es um die Fragen, auf welcher lerntheoretischen Grundlage computerunterstützte Prävention und Frühförderung basieren sollten und wie die Neuen Medien zu einem Bildungsfortschritt der Kinder beitragen können. Als erstes werden diesbezüglich Möglichkeiten für den computerunterstützten Lernprozess unter pragmatischen Gesichtspunkten aufgezeigt. Weil sich der Lernprozess als Zusammenwirken von Lerninhalte, Lehrenden und Schüler vollzieht, werden diese drei Bereiche im Anschluss daran gesondert untersucht. Dabei werden lerntheoretische Komponenten für computerunterstütztes Lernen auf der Seite der Lernenden und Lehrenden sowie der multimedialen Lernumgebung betrachtet. Nachdem die Vorteile eines computerunterstützten mathematischen Lernprozesses auch unter dem Gesichtspunkt der Medienwirkungsforschung herausgestellt worden sind, werden „intelligente tutorielle Systeme“ als ein positives Beispiel für die Umsetzung der entwickelten Prinzipien vorgestellt. Neben allgemeinen Kriterien für computerunterstütztes Lernen werden anschließend zusätzliche Kriterien aus der psychischen Notlage rechenschwacher Kinder abgeleitet, die es aufgrund der besonderen Fragestellung zu beachten gilt.

4. Nach den theoretischen Vorüberlegungen der ersten drei Kapitel geht es im zweiten Teil der Arbeit um die computerunterstützten Präventions- und Interventionskonzepte. Da sich der Lernerfolg nur an den Lerninhalten entscheiden kann, werden diese in ihrem hierarchisch logischen Aufbau entsprechend der gängigen Mathematikdidaktik nacheinander betrachtet. Somit gliedert sich der zweite Teil der Arbeit in fünf Unterkapitel, in denen die entscheidenden Lerngegenstände der Arithmetik, die Bestandteile der Erstunterrichtung sind, betrachtet werden: Anzahl- und Operationsverständnis, Stellenwertsystem, Multiplikation und Division sowie Sachaufgaben. In allen fünf Kapiteln wird erstens das mathematische Lernziel hinsichtlich des Lerninhalts formuliert, zweitens folgen Diagnosemodule, mithilfe deren die mathematische Lernausgangslage des jeweiligen Kindes bezogen auf den konkreten Inhalt ermittelt werden kann und drittens werden die speziellen Präventions- und Frühfördermodule vorgestellt. Bei den Konzepten gibt es neben dem Erfordernis von therapeutisch ausgerichteter Förderung rechenschwacher Kinder einige Handlungsansätze für die Schule, die als elementar zu bezeichnen sind. Wichtig sind z. B. eine differenzierte Ermittlung des Lernstandes unter Berücksichtigung des Lernumfeldes sowie eine kontinuierliche Beobachtung des Lernprozesses. Weiterhin sind die Erstellung eines Profils des individuellen Förderbedarfes und die Einbeziehung von Erkenntnissen aus Diagnose- und Fördermaßnahmen im Vorfeld elementar.

Da es um Möglichkeiten einer computerunterstützten Prävention und Intervention bei Rechenschwäche geht, werden auch exemplarisch bestehende Lernprogramme analysiert.

Dabei geht es nicht um eine allgemeine Bewertung der Software, sondern bezüglich der konkreten Lerninhalte, um die Frage, inwieweit der Einsatz dieser oder ähnlich gestalteter Programme einen Beitrag leisten kann bzw. wie Verbesserungen aussehen könnten oder welche Aspekte der Software unbedingt zu vermeiden sind. Dabei dienen die Programme in erster Linie zur Verdeutlichung der Ausführungen. Bei allen Vorschlägen geht es immer darum, den Kindern einen Weg aufzuzeigen, wie sie ihren mathematischen Wissenserwerb in die eigene Hand nehmen können und wie sie selbstständig mit mathematischen Lernanforderungen umgehen können. Deshalb sind anwendungsorientierte und alltagsbezogene Konzepte einer sturen Aufarbeitung der Lerngegenstände vorzuziehen, damit die Kinder einen praktischen Bezug zu dem Wissen erhalten können und ihre rein funktionale Stellung zur Schule und zum Lernen aufgeben. Somit ist es auch didaktisch entscheidend, dass den Kindern nicht ein Lösungsweg in Form eines einzuhaltenden Algorithmus vorgegeben wird, sondern dass sie am Ende der Prävention und Frühförderung eigenständig und flexible mit mathematischen Lernanforderungen umgehen können.

4.1 Anzahlverständnis: In diesem Kapitel geht es darum, den Verständnisschwierigkeiten rechenschwacher Kinder hinsichtlich wesentlicher Anzahlaspekte des Mengen- und Zahlbegriffs, die im ersten Kapitel herausgestellt worden sind, zu begegnen. Die Kinder müssen verstehen, dass eine Zahl eine quantitative Zusammenfassung von bestimmten wohl unterschiedenen Objekten zu einem Ganzen darstellt. Gefördert werden soll das Anzahlverständnis durch die gezielte Simultan- und Quasisimultanerfassung kleinerer Mengen, z. B. durch den Aufbau eines Fingerbildes oder mithilfe von Würfelbildern, Strichmengen sowie Punktmengen. Bei dem Aufbau eines sachgerechten Anzahlverständnisses mithilfe der verschiedenen Materialien steht immer das Lernziel im Vordergrund, dass eine Zahl eine bestimmte Anzahl von Elementen unabhängig von ihrer Qualität rein quantitativ zusammenfasst sowie die zu vermittelnde Erkenntnis, dass sich die Zahlen in Teilmengen und Gesamtmenge zerlegen lassen.

4.2 Operationsverständnis: Auf der Grundlage eines sachgerechten Anzahlverständnisses, das die Mengeninklusion und Zerlegbarkeit von Zahlen einschließt, geht es in diesem Kapitel um die mathematischen Operationen der Addition und der Subtraktion. Neben der Bedeutung der Rechenzeichen muss der Mengen- Operationszusammenhang aufgearbeitet werden. Der Zusammenhang arithmetischer Operationen in Ziffernschreibweise mit Mengenvorstellungen sowie ihre sprachliche Umsetzung ist dabei entscheidend. (Gerster 2002a: 351) Unter dieser Voraussetzung werden anschließend praktische computerunterstützte Handreichungen dafür gegeben, wie Verdopplungs- und Nachbaraufgaben, Umkehr- und Tauschaufgaben und einfache Gleichungen adäquat gelöst werden können. (Vgl. Padberg 1996: 105)

4.3 Stellenwertsystem: Aufgrund vieler Missverständnisse hinsichtlich des Stellenwertsystems wird in diesem Kapitel herausgearbeitet, wie zu vermitteln ist, dass sich in unserem dekadischen Positionssystem jeweils zehn Einer zu einem Zehner bündeln lassen und dass mit dieser Bündelung eine neue Qualität erreicht wird: die Position der jeweiligen Ziffer bestimmt ihre Wertigkeit. Zur Verdeutlichung des Prinzips werden die Tauschprozesse und das Themenfeld „Vorgänger und Nachfolger“ gesondert thematisiert. Auf der Grundlage des verstandenen Zehnersystems werden anschließend Hilfestellungen für das sachgerechte Lösen der Additions- und Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 100 gegeben.

4.4 Multiplikation und Division: Das mathematische Lernziel hinsichtlich der beiden neuen Rechenarten besteht darin, dass das Kind den Zusammenhang der Addition mit der Multiplikation und den der Division mit der Subtraktion sowie die Umkehroperationen der Multiplikation und der Division erkennt. Bei der Division sind die beiden Bedeutungen des Auf- und Verteilens zu unterscheiden. Da sich das Operationsverständnis nicht nur auf die Addition und die Subtraktion bezieht, die im Kapitel zum Operationsverständnis besprochen worden sind, sondern auch auf die Multiplikation und die Division wird an dieser Stelle der Zusammenhang zwischen der symbolischen, mengenhandelnden und der sprachlichen Ebene thematisiert. (Gerster 2002a: 387) In den Diagnosemodulen wird die Lernausganglage des Probanden hinsichtlich beider Rechenarten ermittelt. Während sich eine parallele Diagnostik der beiden Rechenarten anbietet, werden die Präventions- und Frühfördermodule gesondert behandelt, da speziell auf eine Rechenart bezogene Verständnisschwierigkeiten ausgeräumt werden sollen und sich die Division zumindest in den ersten beiden Grundschuljahren nur auf der Grundlage eines gefestigten Verständnisses der Multiplikation erarbeiten lässt. Deshalb werden als erstes Maßnahmen zur Multiplikation vorgestellt und daran anschließend die Division mit ihren speziellen Besonderheiten erarbeitet. Im Anschluss werden Automatisierungssequenzen vorgestellt, die auf den Zusammenhang der Grundrechenarten, die mit dem Abschluss dieser Lerneinheit erarbeitet worden sind, verweisen. Damit sind die wesentlichen Bestandteile der Arithmetik der Erstunterrichtung hinsichtlich ihrer möglichen computerunterstützten Aufarbeitung entwickelt.

4.5 Sachaufgaben: Der letzte Lerngegenstand der Präventions- und Frühfördermodule bezieht sich auf das Sachrechnen, welches eine Art Krönung des Arithmetik- Unterrichts geworden ist, da es bei den Sachaufgaben darauf ankommt, das arithmetische Wissen anwendungstauglich umzusetzen. (Bönig 2003: 131) Bei den Sachaufgaben, die von den Textaufgaben zu unterscheiden sind, geht es darum, das in einem Text eingekleidete mathematische Problem zu erkennen und in eine Rechenoperation zu übersetzen. Wie dieses Verfahren, angefangen von einer gezielten Förderung der Textkompetenz bis hin zu einem Antwortsatz, Schritt für Schritt computerunterstützt aufgearbeitet werden kann, ist Gegenstand dieses Kapitels.

5. Während bei den Präventions- und Frühfördermodulen das mathematische Denken der Kinder im Vordergrund stand, muss unter besonderer Berücksichtigung der psychischen Notlage rechenschwacher Kinder im Weiteren herausgestellt werden, wie die zusätzlichen Kriterien, die im dritten Kapitel herausgearbeitet worden sind, umgesetzt werden können. Dafür werden wiederum ausgewählte Lernprogramme herangezogen, um zu überprüfen, inwieweit die psychischen Verarbeitungsprozesse der Kinder mit ihren Problemen berücksichtigt werden und was es darüber hinaus zu beachten gilt.

Da im Rahmen dieser Arbeit nicht alle zentralen Bereiche behandelt werden konnten, werden abschließend noch Themenfelder angesprochen, die einer besonderen Berücksichtigung bedürfen. Darunter fällt das Verhältnis von Spielen und Lernen. Es soll darauf aufmerksam gemacht werden, dass zahlreiche Lernprogramme von einem Gegensatz zwischen Spielen und Lernen ausgehen, woraus sich wiederum Lernnachteile ergeben können. In Abgrenzung dazu werden Ansatzpunkte aufgezeigt, wie dieses Verhältnis eine produktive Wendung bekommen könnte. Ein weiterer wesentlicher Punkt bezieht sich auf wünschenswerte Schlüsselqualifikationen des Computerlernens, die oft als inhaltslose Floskeln stehen bleiben, weshalb der Versuch unternommen wird, zumindest in wenigen Punkten praxisorientierte Vorteile des Computerlernens aufzuzeigen.

Im Anschluss daran werden zwei wesentliche Bereiche angesprochen, die bei einer vorliegenden Rechenschwäche zum Erfolg der Förderung beitragen. Zum einen Elternarbeit und zum anderen Möglichkeiten von außerschulischen Förderungen, die dann angeraten erscheinen, wenn die schulischen Möglichkeiten ausgeschöpft sind. Auch wenn die Prävention immer das vorrangige Ziel sein sollte, muss abschließend darauf hingewiesen werden, dass leider nicht alle Fördermaßnahmen im schulischen Rahmen stattfinden können. Liegen gravierende Verständnisschwierigkeiten im Basiszahlenraum vor, müssen Hilfen angeboten werden, wie diesen adäquat zu begegnen ist.

1 Was ist Rechenschwäche?

Die Anzahl der betroffenen Kinder[4], die unter massiven Rechenschwierigkeiten leiden, ist in den letzten Jahren erheblich angestiegen. Es ist davon auszugehen, dass „international je nach Untersuchung (und damit engerer oder weiterer Definition) 3 bis 7 Prozent der Grundschüler als extrem rechenschwach qualifiziert werden.“ (Lorenz 2003a: 15, vgl. dazu Gaidoschik 2000a: 1; Lorenz u. a. 1993: 15). Bei 15 Prozent der Schüler wird die vorliegende Rechenstörung als förderungsbedürftig angesehen. (Vgl. Lorenz 2003a: 15) So gehen Lorenz und Radatz davon aus, „daß mindestens 15% eines Schülerjahrganges Minderleistungen im Rechnen aufweisen, die durch den erteilten Unterricht nicht aufgefangen werden können.“ (Lorenz u. a. 1993: 4) Die steigende Anzahl der betroffenen Kinder lässt sich vor allem auf die Aufklärungsarbeit vieler wissenschaftlicher Fachdisziplinen zurückführen und nicht darauf, dass das Phänomen „Dyskalkulie“ neu ist.[5] Aufgrund einer veränderten wissenschaftlichen und praktischen Sensibilität mit der Problemlage, erlangt das Thema daher eine neue Aktualität, die dazu führt, dass „Dyskalkulie“ kein unbekannter Begriff mehr ist. Zumindest existieren Vorstellungen und Assoziationen, sobald bei einem Kind von einer Rechenschwäche oder Dyskalkulie gesprochen wird. Die Liste der Terminologie reicht von Akalkulie bis Zahlen-dyssymbolismus. (Vgl. Lorenz u. a. 1993: 17) Im deutschsprachigen Raum hat sich die Bezeichnung Rechenschwäche als Synonym für Dyskalkulie und Arithmasthenie durchgesetzt. (Vgl. auch Röhrig 1998a) Gaidoschik bezeichnet den Begriff „Rechenschwäche“ als einen „Hilfsausdruck“, da die Bezeichnung zum einen fälschlicher-

---

[4] In der Arbeit wird immer von rechenschwachen Kindern ausgegangen, weil sich die Fragestellung der computerunterstützten Präventions- und Förderkonzepte auf den Altersbereich der ersten beiden Jahren der Grundschule erstreckt. Damit soll selbstverständlich nicht ausgeschlossen werden, dass auch Jungendliche und Erwachsene unter dieser Lernstörung leiden.

[5] Lorenz weist darauf hin, dass Rechenschwierigkeiten bereits vor 3000 Jahren von den alten Ägyptern untersucht worden sind. (Vgl. Lorenz 2003a: 13)

weise eine Einheitlichkeit der Probleme unterstellt und zum anderen eine „Quasi-Behinderung“[6] am Kind impliziert. (Vgl. Gaidoschik 2003a: 9) „Nun ist es aber schwierig, mit unscharfen Begriffen zu operieren und einige Kinder mit dem Etikett ‚rechenschwach‘ zu versehen, andere hingegen nicht.“ (Lorenz 2003a: 13) Obwohl sich in dieser Arbeit von den beiden gängigen Fehldeutungen des Begriffes distanziert werden soll, erscheint die Bezeichnung „Rechenschwäche“ deshalb am brauchbarsten, weil er im deutschsprachigen Raum vergleichsweise bekannt ist und bestimmte Vorstellungen weckt. „In diesem Sinne ist Rechenschwäche eine Metapher (Lorenz, 1990), die es erlaubt, zu allgemeinen Aussagen über mathematische Lernprozesse zu kommen, auch jenseits des vermeintlich Pathologischen und mit einer Gültigkeit für ungestörte Verläufe.“ (Lorenz 1996: 22) Daher wird im Folgenden mit Berücksichtigung dessen, dass man weder von einer Einheitlichkeit des Problems noch von einer Lernbehinderung ausgehen kann, der Begriff Rechenschwäche benutzt.

Weder die Auswahl der Terminologie noch die genaue Anzahl der Betroffenen geben Auskunft über den Inhalt der Lernstörung und die Probleme rechenschwacher Kinder. Für das Ziel von praxisorientierten Präventions- und Förderkonzepten ist es wenig relevant, eine Rechenschwäche in wenigen Worten definieren zu können. Die Fragestellung erfordert eine inhaltliche Auseinandersetzung mit den Problemen der Kinder, und zwar der einzelnen Kinder. Klauer befürwortet deshalb bei diagnostischen Verfahren eine Einzelfallanalyse, da eine Vereinheitlichung der Rechenschwierigkeiten kontraproduktiv sei. (Vgl. Klauer 2003: 349)

Obwohl in dieser Arbeit die qualitative Förderdiagnostik jedem Definitionsversuch vorgezogen wird, werden im Folgenden theoretische Erklärungsversuche mit den daraus resultierenden Schwierigkeiten kurz vorgestellt, um deren Schwächen und mögliche Konsequenzen aufzuzeigen.

1.1 Wissenschaftliche Definitionen und Vorurteile

Es gibt verschiedene Definitionen einer Rechenschwäche, die sich je nach Erkenntnisinteresse stark unterscheiden und sogar widersprechen können. Die Forschung dazu und damit auch die Definitionsversuche stammen aus verschiedenen Bereichen, vor allem der

[6] Vgl. auch: „Nur am Rande sei bemerkt, daß sie [die Kinder] in diesem ebenso schlechten wie ungerechten Urteil häufig von Eltern, Lehrern, Psychologen bestärkt wurden und immer noch werden: Der Terminus ‚Lernbehinderung‘ ist keineswegs ausgestorben! Selbst eine massive Lese-, Rechtschreib- oder Rechenschwäche rechtfertigt nicht eine Zuschreibung, die absoluten, endgültigen Charakter hat...“. (Schönweiss 1998: 468, vgl. auch Schönweiss 2000a: 183 ff.)

Neuropsychologie (Teilleistungsstörung), der Psychologie, der Pädagogik und Sonderpädagogik sowie der Mathematikdidaktik. Wissenschaftlich ist der Begriff Rechenschwäche nicht abschließend geklärt und „Grenzziehungen daher letztlich willkürlich“.[7] (Vgl. Schipper 2002) Phänomenologisch gesprochen meint Rechenschwäche „Schwierigkeiten im Erlernen von Mathematik“ (Laschkowski 1992: 460). Das Problem von Laschkowskis Definition liegt in der mangelnden Bestimmung der Schwierigkeiten, da damit weder quantitativ noch qualitativ Fehler beschrieben worden sind. Qualitativ bleibt fraglich, welcher Art die Fehler sind, wo die Ursachen dafür liegen, und quantitativ ist nicht definiert, ab welcher Fehleranzahl bzw. ab welcher Fehlerhäufigkeit von einer Rechenschwäche gesprochen werden kann. „Ab wann Rechenfehler quantitativ und qualitativ als üblich, erwartet und damit ‚normal‘ einzustufen sind oder bereits eine Grenze überschreiten, hinter der man das un- und außergewöhnliche, das schon ‚pathologische‘ vermutet, ist ein Streitpunkt, der kaum gelöst werden kann.“ (Lorenz 1985a: 70) In der Neuropsychologie ist die Erklärung einer „minimalen cerebralen Dysfunktion“ (MDC) bzw. eines „Psychoorganischen Symdroms“ (POS) weit verbreitet. Die Annahme geht von einer geringfügigen Hirnstörung aus. Diese Hirnstörung von vielfältig miteinander verknüpften Basisfunktionen wird in der Regel mit dem Rückschluss begründet, dass die so klassifizierten Kinder die erforderlichen mathematischen Denkprozesse nicht durchführen können und folglich eine celebrale Dysfunktion vorliegen muss. Bislang ist es jedoch keinem Wissenschaftler gelungen, diese Hirnstörung nachzuweisen. Auch vielfältige wissenschaftliche Versuche, ein „Rechenzentrum“ im Gehirn zu lokalisieren, sind bislang erfolglos geblieben (vgl. Ganser 2001: 9), weil es sich beim Rechnen um einen Denkprozess handelt, der ein Zusammenspiel von Einzelleistungen des Wahrnehmens und Denkens zu einem höheren Ganzen voraussetzt. (Vgl. von Aster 2000) Allein aus dem Resultat, dass jemand nicht rechnen kann, zu schließen, dass eine Hirnstörung vorliegen muss, erklärt diese Rechenfehlleistung nicht, sondern benennt sie schlicht ein zweites Mal; denn der Ausgangspunkt und die Erklärung sind identisch: ein Kind kann nicht rechnen, also hat es eine Hirnstörung. Woher weiß man aber, dass es eine Hirnstörung hat? Nur weil das Kind nicht rechnen kann. Diese Art der Argumentation ist deshalb tautologisch.[8] Aufgekommen ist die Erklärung einer MCD,

---

[7] „Es existiert keine von der Mehrheit der Fachleute akzeptierte Definition einer Rechenschwäche, sondern es gibt eine Vielzahl von Definitionen und Definitionsversuchen, die jeweils auf die Erfordernisse einer wissenschaftlichen Arbeit oder auf die Intension des Urhebers ausgerichtet sind. Es ist deshalb auch nicht möglich objektive Kriterien anzugeben, warum eine bestimmte Definition allgemein allen anderen vorgezogen werden sollte. Vielmehr sollte die für eine wissenschaftliche Arbeit gewählte Definition der behandelten Fragestellung angepaßt sein.“ (Vgl. amor.rz.hu-berlin.de 2003)

[8] „Wir müssen unterscheiden zwischen zwei Arten von Sätzen: solchen, die etwas Tatsachliches aussagen, und solchen, die lediglich eine Abhängigkeit in der Zuweisung der Bezeichnungen an die

also einer nicht weiter nachweisbaren Beeinträchtigung des Gehirns, Ende der 60er Jahre. Aber auch heute noch assoziieren Konzepte und Definitionen eines mathematischen Fehlerprofils mit einer irgendwie dahinter verborgenen „Zahlenkrankheit". Zahlenkrankheit ist die Übersetzung des häufig verwendeten Fachbegriffes „Arithmasthenie". Das Problem solcher Ansätze besteht zum einen darin, dass sie unschlüssig sind und keine Erklärungen anbieten und zum anderen, dass sie den Betroffenen Hirnschädigungen unterstellen, die, konsequent zu Ende gedacht, als solche hinzunehmen sind. Würde sich ein solcher Ansatz etablieren, wäre jedes Förderkonzept aussichtslos, weil eine Behebung der Schwäche aufgrund der vorliegenden Hirnstörung nicht möglich wäre. „Die Diagnose einer MCD wirft neben ihrer biologischen, klassifikatorisch-symptomatologischen und therapeutischen Problematik auch prognostische Probleme auf, als daß der Begriff der cerebralen Dysfunktion die jeweilige Störung als überdauernd und (relativ) therapieresistent erscheinen lässt." (Lorenz 1984: 75)

Aufgrund der Unzulänglichkeiten in der Erklärung einer Rechenschwäche mit der MCD ist man von dieser Definition weitgehend abgerückt.[9] Der umfangreichere Gedanke einer Teilleistungsstörung gewann an Bedeutung. „Das Konzept der Teilleistungsstörung, das mit Jean Ayres, Ingeborg Milz u. a. stark in die Sonderpädagogik eingeflossen ist, zielt darauf ab, Bausteine für schulisches Lernen bewußt anzubahnen und auszubauen." (Ganser 2001: 10) Definiert wird eine Teilleistungsstörung bzw. -schwäche als Leistungsminderung einzelner Faktoren oder Glieder innerhalb eines größeren funktionalen Systems, das Anpassungsleistung hervorbringen kann. (Brühl u. a. 2003: 21-22) Demnach sind basale Funktionen oder Bausteine für komplexere Anpassungsleistungen gestört. (Brühl u. a. 2003: 22) Diese basalen Fähigkeiten sind z. B. das Wiedererkennen gleicher Formen und Größen, die Feinabstimmung der Hand- und Fingerbewegungen, die Abstimmung der Körperbewegungen beim Gehen, Laufen etc. (vgl. Gaidoschik 2003b: 1) Zusammengefasst beziehen sich die Folgen bzw. Auswirkungen basaler Störungen auf die

---

Gegenstände ausdrücken; die Sätze dieser zweiten Arten wollen wir tautologisch nennen [FN] sie sagen nichts über Gegenstände aus und sind eben deshalb sicher, allgemein gültig, durch Beobachtung unwiderlegbar […]. Die logischen Sätze vom Widerspruch und vom ausgeschlossenen Dritten sind tautologisch, ebenso z. B. der Satz: ‚Kein Gegenstand ist sowohl rot als blau.'" (Hahn 1932: 154)

[9] Dieser Ansatz ist aber nach wie vor präsent und findet seine aktuelle Ergänzung in der Vorstellung, Rechenschwäche sei ein genetischer Defekt. „Developmental dyscalculia, defined as a disproportionate deficit in calculation and arithmetic, is a relatively frequent deficit (3-6% of children) which can be observed either in conjunction with reading and/or attention disorders, or in isolation. […] Two recent papers have observed clear impairments of the left parietal cortex in children with developmental dyscalculia associated with prematurity […] or of unknown origin […]. In those cases, no link to a genetic defect could be made. However, the hypothesis that at least some of the dyscalculias are of genetic origin is strengthened by the finding that dyscalculia is often found in several members of the same family." (Brunadet u. a. 2004: 288-289)

Motorik, die Wahrnehmung und die Integrationsprozesse, sowie auf Gedächtnisfunktionen, die oft vor dem Hintergrund von MCD stehen. Wird eine Rechenschwäche als Teilleistungsstörung definiert, kann sie zum einen als Hirnleistungsstörung begriffen werden oder zum anderen als Schulleistungsstörung, die sich lediglich auf einen Lernbereich, das Rechnen, bezieht. Lorenz definiert die Teilleistungsstörung als „minderentwickelte Fähigkeit aus den Bereichen der Wahrnehmung, der Speicherung und der Integration von Informationen." (Lorenz 1984: 75)

Eng verknüpft mit den Ansätzen der Teilleistungsstörung ist die Theorie des ganzheitlichen Lernens, so dass Motorik-Probleme, Störungen der Auge-Hand-Koordination, Störungen der Raum-Lage-Beziehungen als Ursache für eine Rechenschwäche gesehen werden. Für Fördermaßnahmen bei einer Rechenschwäche würde ein solcher Ansatz bedeuten, dass basales Training die adäquate Methode wäre, eine Rechenschwäche zu beheben. Ein ursächlicher Zusammenhang zwischen basalen Funktionen und einer Rechenschwäche konnte bislang jedoch nicht nachgewiesen werden und auch der praktische Umgang mit rechenschwachen Kindern erfordert andere Maßnahmen, als das alleinige Trainieren der basalen Fähigkeiten. (Vgl. Brühl u. a. 2003: 20 ff.) Treten bei Kindern feinmotorische Defizite oder visuelle Wahrnehmungsprobleme auf, die ihren Lebensalltag nachweislich erschweren, sind entsprechende Übungen sicherlich angeraten. Zu bezweifeln ist allerdings, dass als Folge dieser Übungen das schulische Lernen verbessert wird. (Gerster : 2002b)[10]

Resonanz findet zu dem Thema Rechenschwäche die Diskrepanzdebatte, d. h. die Debatte um die Relevanz der Diskrepanz von mathematischen zu anderen Schulleistungen. Danach wird ein Kind als rechenschwach definiert, wenn sich die Lernschwierigkeiten auf mathematische Lerninhalte beschränken, d. h. wenn eine normale geistige Entwicklung bzw. ein altersgerechter Intelligenzquotient vorhanden ist. „Dyskalkulie ist die Bezeichnung für Schwächen beim Erlernen von Zahlen (Quantitäten in Zahlen fassen) und Rechnen (operieren mit Zahlen), die weder auf eine allgemeine

[10] „Ob bestimmte neuropsychologisch umschreibbare Beeinträchtigungen eines Kindes durch Übungsbehandlungen so gemildert werden können, dass sie die neuropsychologischen Funktionen grundsätzlich verbessern, d. h. auch ihren Gebrauch in neuen und komplexen Kontexten, muss in vielen Fällen bezweifelt werden." (von Aster 1996: 42)
„Lernen und Lernstörungen aus neuropsychologischer Perspektive betrachtet macht deutlich, dass in der sonderpädagogischen Arbeit mit teilleistungs- oder integrationsgestörten Kindern kein Bedarf besteht an ständig neuen, mehr oder weniger theoretisch begründeten Förderansätzen, die in ihrer Schlichtheit kaum der Komplexität menschlicher Lern- und Entwicklungsprozesse Rechnung tragen können. Es ist ebenfalls nicht möglich und nötig, ein neuropsychologisches Förderkonzept zu entwickeln. Mit Hilfe der Neuropsychologie lassen sich bisher lediglich Prinzipien für den förderlichen Umgang mit diesen Kindern beschreiben, wie Individualisierung, handelndes Lernen, Eigenaktivität beim Lernen usw. Dies sind jedoch keine sensationellen Neuentdeckungen der Neuropsychologie, sondern altbekannte pädagogische Weisheiten." (Breitenbach 1996: 418, zitiert nach Gerster 2002a)

Beeinträchtigung der geistigen Entwicklung, noch auf unzulänglichen Unterricht zurückgeführt werden können." (Ellrott 1998: 3-4) Ähnlich wird eine Rechenschwäche von der Weltgesundheitsorganisation definiert: „Diese Störung beinhaltet eine umschriebene Beeinträchtigung von Rechenfertigkeiten, die nicht alleine durch eine allgemeine Intelligenzminderung oder eine eindeutig unangemessene Beschulung erklärbar ist." (ICD 10, Punkt F 81.2) Problematisch an dem Diskrepanzkriterium ist zum einen der Begriff der Intelligenz selber und zum anderen die Messung bzw. Feststellungsverfahren von Intelligenz. Für letzteres gibt es zahlreiche standardisierte Testverfahren, z. B. HAWIK oder K-ABC, die lediglich Wertquotienten ermitteln und alle subjektiven Voraussetzungen der Kinder, wie z. B. Prüfungsangst oder Tagesform, unberücksichtigt lassen. Dabei handelt es sich um quantitative Diagnoseverfahren, die einen Wertquotienten ermitteln, der Auskunft über die Intelligenz des Probanden geben soll, aber nicht um eine qualitative Diagnose hinsichtlich der Ursachen der Rechenschwierigkeiten bemüht sind. Zudem enthalten die meisten Intelligenztests Abteilungen, die Rechenfertigkeiten voraussetzen und deshalb von rechenschwachen Kindern nur bedingt gelöst werden können. „Häufig gehen in die IQ-Messungen auch Rechenleistungen ein. Dadurch wird der IQ des rechenschwachen Kindes verringert, so dass es evtl. aus der Definition herausfällt. [...] Die dafür erforderliche Diagnostik soll zugleich brauchbare Hinweise für Fördermaßnahmen liefern. Die vorliegenden standardisierten Verfahren (Intelligenztests wie der HAWIK oder der K-ABC) eignen sich dafür nicht." (Gerster: 2002b) Neben den Schwierigkeiten einer aussagekräftigen Messung von Intelligenz ist fraglich, wie Intelligenz überhaupt zu definieren ist. Ohne weiter auf diese Problematik einzugehen, wird aus der Bescheinigung eines bestimmten Intelligenzquotienten als Folge eines Testverfahrens die Notwendigkeit einer Förderung abgeleitet. Wird bei einem Kind eine geringe Intelligenz diagnostiziert, ist es folglich nicht ausschließlich im mathematischen Bereich förderbedürftig, sondern sonderschulbedürftig, während Kinder mit einer durchschnittlichen Intelligenz Förderungen erhalten sollen.[11] Zudem werden in der Diskrepanzdefinition alle Besonderheiten und eigenen Gesetzmäßigkeiten einer Rechenschwäche ausgeklammert. Ein Vergleich zu anderen Schulleistungen gibt keinerlei Auskunft über die besonderen Probleme im mathematischen Bereich. Verfestigt sich diese Sicht- und Umgangsweise mit einer Rechenschwäche, sind viele Vorurteile vorprogrammiert. Denn wenn es bei den

[11] „Zusätzlich muß berücksichtigt werden, dass ein niedriges Testergebnis keinesfalls bedeutet, dass der Proband unintelligent ist, ein gutes Testergebnis jedoch nicht von unintelligenten Personen erzielt werden kann. Aufgrund eines Testergebnisses in HAWIK-R oder irgendeines anderen Intelligenztests kann nie die Feststellung abgesichert werden, daß ein Kind sonderschulbedürftig ist." (Titze u. a. 1994: 76)

Schwierigkeiten beim Erlernen mathematischer Gesetzmäßigkeiten an Intelligenz mangelt, kann es zu Fehlschlüssen, wie die Kinder seien „dumm oder faul“, kommen. Auch vernachlässigt die Diskrepanzdebatte weitere Auswirkungen einer Rechenschwäche, die in der Pädagogik oft durch den „Teufelskreis Lernstörung“ beschrieben werden.

1.2 Teufelskreis Rechenstörung

Ein anhaltender Misserfolg in Mathematik wirkt sich häufig bei den Kindern dadurch auf andere Lernbereiche aus (Grissemann u. a. 1996: 25), dass sie anfangen, sich an ihren Misserfolgen zu orientieren und diese als Maßstab jeglicher Leistungsfähigkeit nehmen. „Verminderte Schulleistung führt bei den betroffenen Schülern zu Selbstwertproblemen, zu Versagensängsten mit Verminderung der Anstrengungsbereitschaft, Schulunlust, bis hin zu Schulangst und Vermeidensreaktionen wie Schwänzen, zu morgendlichem Erbrechen, Übelkeit und anderen psychosomatischen Reaktionen.“ (Lorenz 1984: 31)[12] Obwohl dies psychische und psychosomatische Folgen der Rechenschwäche sind, ist es wichtig, zwischen den Symptomen einer Rechenschwäche und den auf Mathematik bezogenen Ursachen zu unterscheiden (Brühl u. a. 2003: 28); denn bei der Frage nach der Förderung rechenschwacher Kinder ist es wichtig, die Ursachen ihrer Probleme zu erkennen, um entsprechend reagieren zu können. „Fehldiagnosen führen zudem zu einer unnötigen emotionalen Belastung für Kinder und Eltern. So bleibt ein Dilemma der Früherkennung stets unauflöslich bestehen: Helfen und Stigmatisieren liegen nah beieinander.“ (Barth 2003a: 47) Aufbauend auf den mathematischen Hilfen sind die Symptome einer Rechenschwäche, die sich aus der psychischen Verarbeitung der Kinder mit ihren Rechenschwierigkeiten ergeben, dahingehend zu beseitigen, dass die Förderung das Selbstwertgefühl und die psychische Stabilisierung mit einzuschließen hat. (Vgl. Betz u. a. 1998) „Psychotherapeutische Maßnahmen bei Kinder mit Dyskalkulie sind dann angezeigt, wenn die diagnostische Abklärung ergibt, - daß bei der Entstehung der Dyskalkulie psychoreaktive Faktoren wesentlich mitbeteiligt sind – daß das Symptom Dyskalkulie zu einer ernsthaften Sekundärsymptomatik geführt hat.“ (Grissemann u. a. 1996: 205) Symptome eines dauerhaften Misserfolges in Mathematik sind, dass die Kinder

[12] „Zur Erfassung der *Genese der Leistungsmotivation* bzw. der Mißerfolgsängstlichkeit sind vor allem drei Bereiche zu berücksichtigen:- Die sozialschichtbedingte Sozialisation – die spezifische familiäre Einstellung zur Leistung – die schulische Entwicklung, Erfolg und Mißerfolg – vor allem in der Einschulungsphase (erstes Schuljahr).“ (Grissemann u. a. 1996: 26; Hervorhebung im Original. Im Folgenden werden alle Hervorbebungen in Zitaten übernommen und daher nicht explizit gekennzeichnet.)

sich für „dumm“ halten mit Folgen von allgemeiner Schulunlust, einer Generalisierung auf andere Lernbereiche bis hin zu Schulangst. (Brühl u. a. 2003: 32-37) Insgesamt resultiert dadurch ein gestörter Umgang zu jeder Lehr- und Lernsituation, der sich durch Blockaden, Lernverweigerungen, etc. äußert. Die Persönlichkeitsentwicklung der Kinder ist stark gefährdet. Oft kommt es zu Verlust von Sozialkontakten und Konflikten im familiären Umfeld, weil die Kinder Angst davor haben, in jeglichen Situationen zu versagen und als Folge ihres Versagens Unverständnis und Spott zu ernten. Generelle Verhaltensauffälligkeiten können psychischer Art sein, wie Alpträume und Entwicklung starker Schul- und allgemeiner manifester Ängste, oder auch psychosomatische Störungen sein, wie Bauchschmerzen, Kopfschmerzen, Übelkeit, Erbrechen, etc. Grissemann und Weber beschreiben diese Auffälligkeiten als „Resignation bis Depression mit zugehörigen psychosomatischen Symptomen (Inappetenz, Schlafstörung unw.)“. (Grissemann u. a. 1996: 205) Diese beschriebene Orientierung der Kinder an ihren anhaltenden Misserfolgen in Mathematik beschreibt den „Teufelskreis Rechenstörung“. (Vgl. Abb. in Gaidoschik 2003a:11)

1.3 Fehlinterpretationen von Misserfolgen

Schwierigkeiten liegen auch darin begründet, dass es nicht nur Selbstzuschreibungen vonseiten der Kinder gibt, sondern dass die Kinder auch mit Vorurteilen konfrontiert werden, die sich aus ihrem Versagen im Rechnen und den daraus resultierenden Fehlschlüssen ableiten lassen. Folgen können „Ablehnung und Diskrimination von seiten des Lehrers und der Mitschüler“ (Grissemann u. a. 1996: 205) sein. So gibt es auch noch im wissenschaftlichen Bereich Annahmen, die sich nicht mit der Klärung und Ausdifferenzierung einer Rechenschwäche auseinandersetzen, sondern Betroffenen Unlust, mangelnde Intelligenz, Unkonzentriertheit etc. bescheinigen.[13] Barth warnt ausdrücklich davor, diese Kinder als „Mängelwesen“ zu sehen. (Barth 2003a: 45) Erfolg und Misserfolg der Kinder werden häufig vonseiten der Lehrer, Eltern und Erzieher falsch interpretiert. In der Arbeit mit rechenschwachen Kindern kann ein falscher Umgang mit ihren Misserfolgen weitreichende Konsequenzen haben, so dass die Probleme zum

[13] Die von Schenk-Danzinger in Anlehnung an Roth entwickelte Begabungstheorie beschreibt z. B. Begabung als die Wechselbeziehung zwischen Intelligenz und deren Stützfunktion. (Vgl. Grissemann / Weber 1996: 28) Das Benennen von kongenitalen Ursachen ist ebenso keine Seltenheit: „Am ehesten könnten kongenitale Ursachen bei einzelnen rechenschwachen Schülern im Bereich der Intelligenz bzw. der Intelligenzfaktoren und der Intelligenzstruktur angenommen werden.“ (Grissemann u. a. 1996: 28)

Selbstläufer werden und die Kinder jegliche Art von Motivation und Selbstvertrauen verlieren können.[14]

Aufgrund der erforderlichen Sensibilität im Umgang mit rechenschwachen Kindern muss genau untersucht werden, welche Fehlschlüsse sich aus einer falschen Vorstellung bzw. Definition einer Rechenschwäche ableiten lassen, um diese unbedingt zu vermeiden bei computerunterstützten Präventions- und Förderkonzepten. „Ziel muß daher sein, zu verhindern, daß Schüler in diesen Teufelskreis geraten." (Ganser 2001: 20)

Der gemeinsame Ausgangspunkt einer falschen Beurteilung von Erfolgen und Misserfolgen liegt in dem Irrtum, dass die individuellen Leistungen und Anstrengungen das Mittel für den schulischen Erfolg sind. Auf der einen Seite wird sich ohne Leistungen und Anstrengungen kein Erfolg einstellen. (Vgl. Huisken 1991) Falsch ist jedoch der Umkehrschluss, der in diesen beiden Momenten das Kriterium für den Erfolg sieht. So ist es kein Geheimnis, dass die gleichen Leistungen in einer Klasse mit leistungsstarken Schülern schlechter bewertet werden als in einer durchschnittlich schlechteren Klasse.

1.3.1 „Mathematik kann ich nicht verstehen"

Ein schlechtes Abschneiden im Mathematikunterricht wird manchmal damit begründet, dass man Mathematik einfach nicht verstehen kann. Das Fach bzw. die Sache sei zu abstrakt, zu logisch oder auch bloß quantitativ.[15] Dieses zu beweisen unterstellt aber schon ein Wissen über den Gegenstand, welches folgerichtig auch schon die Widerlegung dieses Schlusses ist; denn wenn sich inhaltlich die Schwierigkeiten eines Gegenstandes bestimmen lassen, ist die fertige Bestimmung selber der Beweis dafür, dass der Gegenstand erfasst worden ist. Weiterhin wird in diesem Urteil der Umstand ignoriert, dass viele Schüler die Materie durchaus durchschauen und gute Noten erbringen. Deshalb stellt sich die Frage, warum ein Unverständnis der Mathematik, welches in dem Gegenstand selber begründet sein soll, sich nur auf einige wenige Schüler bezieht.

Das Fatale an diesem falschen Urteil über die Mathematik besteht darin, dass der folgerichtige Umgang mit dem Fehlschluss Resignation bedeutet; denn wenn sich der Gegenstand nicht erschließen lässt, warum sollte man dann Bemühungen anstellen, irgendetwas überhaupt verstehen zu wollen?

---

[14] Ebenso ist es keine Seltenheit, dass „daß wenn sich dann bei einer lerntherapeutischen Betreuung von Kindern herausstellt, daß die Mütter diejenigen sind die auch Hilfe brauchen: wenn sie an diesem von Schule oder Ehegatten explizit erteilten Auftrag scheitern oder wenn sie selbst, aus Sorge um das Kind und seine Zukunft, ihre eigene Wertigkeit ganz mit dem Schulerfolg des Kindes verknüpfen." (Schönweiss 1998: 475)

[15] Zur Erklärung bzw. Widerlegung dieser Fehlschlüsse s. Röhring 1998: 112 ff.

1.3.2 „Es fehlt an Begabung“

Stellt sich nach vielen Bemühungen kein schulischer Erfolg ein, ist der Befund von Schülern, Eltern und Pädagogen, „es fehlt an Begabung“, keine Seltenheit. Damit wird die Begabung zur quasi natürlichen Voraussetzung der mathematischen Leistung, d. h. wenn jemand gut rechnen kann, ist er begabt, stellen sich keine Erfolge ein, wird eine mindere Begabung oder sogar das Fehlen von Begabung diagnostiziert. Indem die Begabung als versteckte Potenz betrachtet wird, die nur durch die erbrachte Leistung begründet werden kann, leistet man sich eine Tautologie, bei der die Rechenleistung nur verdoppelt wird. „Die Wirklichkeit des mathematischen Könnens wird so mit seiner Möglichkeit begründet.“ (Röhring 1998: 119) Bezieht sich die mangelnde Begabung vorerst nur auf den mathematischen Lernbereich, ist dieser Fehlschluss vereinbar oder sogar ableitbar aus der Diskrepanzdebatte, in der eine Hirnleistungsstörung unterstellt wird. Strasser (1987: 14 f.) warnt aus diesen Gründen vor dem Begriff „Lernbehinderung“: „Ein weiterer fragwürdiger Aspekt dieser Begriffe ist ihre einseitige Lokalisierung der Probleme beim Kind.“ (Trommer-Melliger 1992: 30) Aus einer tautologischen Begründung Schlüsse zu ziehen, ist unsachlich; denn bei einem guten Rechner zu sagen, er hätte wohl die Möglichkeit zum Rechnen, blamiert sich daran, dass diese in dem Urteil bereits enthalten ist, da er sie doch gerade unter Beweis gestellt hat.

Auch diese Diagnose der Rechenschwäche setzt sich nicht mit den wirklichen Gründen des Misserfolges auseinander, sondern versucht diese zu erklären, indem sie nichts anderes als den Misserfolg heranzieht.

Nur was folgt aus dem Urteil „ich bin unbegabt, ich kann Mathematik nicht verstehen“?[16]

1.3.3 „Ich bin ein Versager!“

Häufen sich schlechte Noten und bleiben Erfolge auch trotz vieler Fördermaßnahmen aus, kann aus dem Urteil „Ich verstehe Mathematik nicht“ oder „Mir fehlt es an mathematischer Begabung“ das Urteil folgen „Ich bin ein Versager“. „Fehler bekommen in der Schule und, schlimmer noch: in Bezug auf das eigene Selbstbild recht schnell einen wertenden, moralisch- prinzipiellen und gleich auf die ganze Person bezogenen

---

[16] In einem Interview werden erste Folgen beschrieben: „Solche Bemerkungen kränken, sie beschämen und sie werten ab. Anspornen tun sie nicht. Sie vermitteln viel mehr, dass man den Anderen, den „Besseren“ viel mehr schätzt. Er kann ja was. Und man selbst? Man steht als Versager oder Versagerin dar. Man schafft es einfach nicht, den Abstand aufzuholen. Die große Schwester ist nun mal sprachlich besser. Und der große Bruder was schon immer in Mathe ein As.“ (Speck 2003)

Beigeschmack: man hat sich nicht einfach ‚nur' verrechnet [...]. Zumindest in der Wahrnehmung des Kindes wird aus einer Antwort, wenn sie nicht voll auf die Zustimmung der Instanz Lehrer stößt, fast automatisch eine reine Blamage: es schiebt sich die Empfindung in den Vordergrund, man habe legitime Erwartungen enttäuscht, sei einfach schlecht, auf jeden Fall schlechter als die anderen und womöglich sogar schlicht dumm." (Schönweiss 2000a: 289) Damit ist der falsche Übergang perfekt und das Scheitern wird als Eigenschaft des Kindes festgehalten. Während bei dem Schluss „Ich verstehe Mathematik nicht" die Betonung noch auf *Mathematik* liegt, wird jetzt das *Ich* zum ausschlaggebenden Moment. „Wer schon in jungen Jahren immer wieder zu hören bekam, dass es mit seiner Intelligenz im Allgemeinen oder Besonderen – ‚In Mathe bist du einfach hoffnungslos' - nicht zum besten stünde, wird oft auch später wenig Vertrauen in seine geistigen Fähigkeiten setzen. Diese frühen negativen Suggestionen haben häufig weitreichende Folgen und wirken manchmal geradezu wie eine ‚self-fulfilling prophecy'. Einmal davon überzeugt, in Mathematik ein totaler Versager zu sein, wächst dieses Fach sich zu einem wahren Schreckgespenst aus. Schlechte Noten, verhauene Klassenarbeiten und verpatzte berufliche Tests häufen sich, die intellektuelle Unzulänglichkeit scheint immer deutlicher zutage zu treten, und das Gefühl der Unsicherheit hinsichtlich der eigenen geistigen Fähigkeiten wächst - kaum die besten Voraussetzungen für weitere Lernversuche." (Ostrander 1990)

Unberücksichtigt bleibt bei diesen Fehlurteilen der Grund für die mathematischen Fehler. Nur weil zahlreiche Fördermaßnahmen die Wurzeln der Probleme nicht beseitigen können und sich zwangsläufig auch kein Erfolg einstellen kann, heißt das noch nicht, dass das Kind nicht denken kann. Selbst die Diagnose, jemand macht mathematische Fehler bzw. Denkfehler, darf nicht heißen, er sei nicht in der Lage zu denken, oder die Materie zu durchschauen.[17] Denn dass er Schlüsse zieht (zwar falsche) und deshalb in der Lage ist, zu denken, hat er ja unter Beweis gestellt.

1.3.4 Faulheit

Bevor zu psychologischen Begründungen des Misserfolges gegriffen wird, wird man oft mit dem Urteil konfrontiert, das Kind sei einfach nur faul.[18] Diesem Schluss liegt der Fehler

[17] Anhand dieser Fehlschlüsse wird der Stellenwert der psychologischen Intervention unterstrichen. Sind die Urteile erst mal bei Eltern, Pädagogen und den Kindern verfestigt, bedarf es auch an dieser Stelle Hilfen.

[18] Nach den von Bronfenbrenner unterteilten Systemkategorien ließe sich dieses Fehlurteil dem Mikrosystem zuordnen. (Vgl. Grissemann u. a. 1996: 32)

zugrunde, die individuelle Anstrengung würde eine Garantie für den schulischen Erfolg darstellen. Dabei wird zum einen negiert, dass in der Schule nicht alle gute Noten erhalten können, (vgl. Bauersfeld 1996: 9) und zum anderen stellt sich diese Diagnose ignorant gegen die Mühen und Anstrengungen der rechenschwachen Kinder, die oft wesentlich mehr Zeit und Aufwand investieren als andere.[19]

Die vier genannten Fehlinterpretationen sind nicht nur in sich unschlüssig, sondern können überdies dazu beitragen, dass sich Betroffene in dem falschen psychologischen Trost einrichten, ein quasi-medizinischer Fall zu sein, statt sich um die Behebung der Schwäche zu kümmern.

Insgesamt betrachtet erhält man aus den Versuchen, eine Rechenschwäche zu definieren,[20] wenig Auskünfte über die Probleme rechenschwacher Kinder und deren Ursachen. Auf der anderen Seite geben die beschriebenen Definitionsversuche viel Spielraum für Fehlinterpretationen und Fehlschlüsse, die den Teufelskreis der Rechenstörung weiter ausweiten. Weiterhin unterstützen unzureichende oder falsche Definitionen Rechtfertigungen für ausbleibende oder verweigerte Förderungen. „Dyskalkuliedefinitionen haben die Aufgaben, aus der Gesamtheit der förderbedingten Schüler diejenigen herauszuheben, für welche pädagogisch-therapeutische und eventuell psychotherapeutische Maßnahmen indiziert sind, welche einen Förderunterricht übersteigen.“ (Grissemann 1984: 159) Weil die Schwierigkeiten in der Kategorisierung der Kinder und die falschen Fehlschlüsse aus den Definitionen resultieren, ist erfreulich, dass Fragen der Förderung und Prävention von Rechenschwäche gegenüber den Definitionsversuchen Priorität erhalten haben. Es „wurde zumindest im deutschsprachigen Raum das Definitionsproblem zurückgestellt und hat der mathematikdidaktischen Frage nach a) den Ursachen der Rechenschwäche und b) den Möglichkeiten ihrer Erkennung und Behebung Platz gemacht." (Lorenz 1993: 8)

[19] Umgekehrt kann man sagen, dass gute Rechner es sich leisten können, faul zu sein, wo hingegen schwache Rechner ihre Verständnisdefizite oft durch viele Anstrengungen und Übungsmaßnahmen zu kompensieren versuchen.

[20] Grissemann fasst die verschiedene Möglichkeiten, wie eine Dyskalkulie definiert werden kann, noch mal wie folgt zusammen:
"Dyskalkulie als Teilleistungsschwäche bei mindestens durchschnittlicher Intelligenz[...] Dyskalkulie als partielles Underachievement auf jeder Intelligenzstufe […], d.h. Meßfehlerintervalle der Ergebnisse des Intelligenztests und eines standardisierten Rechentests dürfen sich nicht überschneiden […] Dyskalkulie verstanden als akzentuiertes Rechenversagen im Schulleistungsbereich […] Dyskalkulie im Rahmen eines allgemeinen Underachievements bei mindestens durchschnittlicher Intelligenz […] signifikante Diskrepanzen der rechnerischen Leistungen (und weiterer Schulleistungen) auf jeder Intelligenzstufe". (Grissemann 1989: 76)

Unter Berücksichtigung der beschriebenen Probleme eines Definitionsversuches bestimmt Gaidoschik eine Rechenschwäche als einen auf der Ebene des kindlichen Denkens klar beschreibbaren Zusammenhang „von Fehlvorstellungen, fehlerhaften Denkweisen und letztlich nicht zielführenden Lösungsmustern zu den ‚einfachsten' mathematischen Grundlagen." (Gaidoschik 2003a: 13) Um diese als inhaltslos erscheinende Aussage zu füllen, stehen im nächsten Untersuchungspunkt die angedeuteten fehlerhaften Denkweisen rechenschwacher Kinder im Mittelpunkt der Analyse.

1.4 Fehlerkategorien rechenschwacher Kinder

Für eine Entwicklung adäquater computerunterstützter Präventions- und Förderkonzepte ist folglich keine theoretische Definition vonnöten, sondern eine Befassung mit der mathematischen Sichtweise rechenschwacher Kinder. Ausgehend von der Fragestellung der Arbeit ist eine Bestimmung der Rechenschwäche, die sich mit der subjektiven Gedankenwelt rechenschwacher Kinder auseinandersetzt, die einzig angemessene. „Ziel ist nicht, das Kind mit einem Etikett zu versehen, sondern seine fehlerhaften Denkprozesse zu verstehen, sie nachvollziehen zu können." (Lorenz 2003a: 16) Eine inhaltliche Auseinandersetzung und Analyse der Strategien dieser Kinder wird deshalb einem weiteren neuen Definitionsversuch vorgezogen mit dem Ziel, auf diese Weise zu verdeutlichen, was unter einer Rechenschwäche zu verstehen ist. Somit wird analysiert, wie die betroffenen Kinder rechnen und welche Gemeinsamkeiten sich aus diesen „Fehlern" bzw. „Fehlschlüssen" ziehen lassen. „Wenn Lernschwierigkeiten in Mathematik untersucht werden sollen, müssen mathematische Konzepte und Denkweisen behandelt werden." (Gerster 2000: 237) Dabei geht es in diesem Kapitel um die Frage, *wie* rechenschwache Kinder rechnen und nicht darum, warum sie so rechnen.[21] Da der erwähnte Fehler einer Vereinheitlichung der Problematik durch die Klassifizierung „Rechenschwäche" vermieden werden soll, muss erneut darauf hingewiesen werden, dass sich die mathematischen Vorstellungswelten rechenschwacher Kinder stark voneinander unterscheiden. Jedes Kind hat andere „falsche" Vorstellungen von der Mathematik, die sich anders, d. h. anhand unterschiedlicher Fehler bemerkbar machen. Dennoch gibt es falsche Rechenalgorithmen, die bei rechenschwachen Kindern gehäuft auftreten. Eben jene

[21] Diese Frage macht sich auch in der Diagnostik bemerkbar. Während standardisierte Testverfahren quantitativ arbeiten, setzt sich eine qualitativ ausgerichtete förderdiagnostische Untersuchung mit den Problemen der Kinder und deren Ursachen auseinander. In dieser Weise ist eine Förderdiagnostik zu verstehen, die immer auf eine *Förderung* ausgerichtet ist. (Vgl. Grissemann 1990: 9)

Fehlerquellen, die aufgrund ihrer Quantität und ihrer Qualität repräsentativ sind, sollen im Folgenden vorgestellt und kategorisiert werden. „Die Fehleranalyse versucht, ausgehend von durch den Schüler gelösten Aufgaben (Hausaufgaben, Probearbeiten...) für die beobachteten Fehler Kategorien zu entwickeln.“ (Ganser 2001: 11) Charakteristisch für rechenschwache Kinder sind diese Fehlerkategorien deshalb, weil sie einem verständigen Umgang mit mathematischen Lernanforderungen entgegenstehen. Eine Beschäftigung mit den Fehlerquellen rechenschwacher Kinder ist unter dem Gesichtspunkt der Prävention elementar. Zur Früherkennung einer Rechenschwäche müssen Lehrer in der Lage sein, diese falschen Rechenwege erfassen zu können; denn „Fehler sind also nicht nur dazu da, mit roter Tinte angestrichen zu werden, sondern sie geben (manchmal) Hinweise auf zugrunde liegende Denkprozesse.“ (Lorenz 2003a: 17) Das Erkennen und Zuordnen dieser Denkprozesse wird den Lehrern aber nur insofern gelingen, wie sie mit den falschen Lösungswegen der Kinder vertraut sind bzw. inwieweit sie typische Rechenmuster erkennen können. Notwendig ist deshalb eine detaillierte Kenntnis der möglichen Missverständnisse. (Vgl. auch Gaidoschik 2003a: 23) Dasselbe gilt selbstverständlich auch für eine Computergestützte Diagnose.

Während sich eine Fehlerkategorisierung auch anhand der auftretenden Schwierigkeiten in den einzelnen Schulstufen (vgl. dazu Gaidoschik 2003a) oder Entwicklungsstufen (vgl. dazu Grissemann u. a. 1996) vornehmen lässt, wird in dieser Arbeit ein Ausschnitt der Fehlerkategorien anhand des arithmetischen Aufbaus aufgezeigt. Weil es viele verschiedene „falsche Rechenverfahren“ gibt, kann nur exemplarisch ein Ausschnitt vorgestellt werden mit dem Ziel, die Gedankenmodelle rechenschwacher Kinder zu verstehen. Die Fehlertypen sind alters- und schulstufenunabhängig, weil Probleme bspw. mit dem kardinalen Aspekt der Zahl sowohl bei Kindern der 1. Klasse als auch bei Jugendlichen der Sekundarstufe I vorhanden sein können.[22] Da viele spätere Fehlerquellen auf ein mangelndes Verständnis des Mengen- oder Zahlbegriffs oder der mathematischen Operationen zurückzuführen sind, erscheint dieses Vorgehen sinnvoll, da der defizitäre Ausgangspunkt des mathematischen Denkens beim Kind entscheidend ist. Deshalb stehen die repräsentativen Fehlerhäufigkeiten aus mathematischen Themenbereichen der ersten beiden Schulklassen im Mittelpunkt der Analyse: Pränumerik (1.4.1), Mengenbegriff (1.4.2), Zahlverständnis (1.4.3), Operationsverständnis (1.4.4), Stellenwertsystem (1.4.5), Multiplikation und Division (1.4.6) und als Sonderfall die Sachaufgaben (1.4.7) Die Fehlerkategorien beziehen sich ausschließlich auf den Bereich der Arithmetik und

[22] „Wenn doch in der Sekundarstufe I eine Rechenschwäche vermutet wird, dann handelt es sich meist um unerkannte Lernprobleme aus dem Elementarbereich, die noch immer fortwirken.“ (Lorenz 2003a: 17)

klammern die Bereiche Geometrie und Größen aus. (Vgl. dazu Kultusministerium des Landes Nordrhein- Westfalen 2003)

1.4.1 Pränumerik

Grundlagen aus dem Bereich der Pränumerik sind für eine richtige mathematische Vorstellung unabdingbar. Einigen rechenschwachen Kindern fehlen bereits diese pränumerischen Grundlagen, was einem verständigen Umgang mit mathematischen Lernanforderungen im Wege steht. Die häufigsten Defizite rechenschwacher Kinder aus dem pränumerischen Bereich liegen im Aufgabengebiet der Relationen, des Klassifizierens und des Mengenbegriffs. Deshalb sollen im Folgenden exemplarisch einige Fehlermuster dieser Bereiche vorgestellt werden, um die mathematische Vorstellungswelt rechenschwacher Kinder nachvollziehbar zu machen.

Relationen

Die Probleme im Umgang mit Relationen werden als basale Teilleistungsstörungen eingestuft (vgl. Gaidoschik 2003a: 23) und ziehen Schwierigkeiten für ein notwendiges mathematisches Verstehen nach sich. Ein Unverständnis hinsichtlich der Relationen wird deshalb verhängnisvoll, weil der Umgang mit Relationen bzw. das Verständnis von Relationsbegriffen im Mathematikunterricht vorausgesetzt wird. Die belangreichsten Relationen sind neben den räumlichen und zeitlichen Relationen, die Größenrelationen und die Relationen zum Körper. „Im Vorschulalter werden Orientierungen bei der Unterscheidung oben – unten, vorne – hinten und links – rechts verwendet.“ (Lorenz 2003a: 54)

Rechenschwache Kinder verwechseln oft die Größenrelationsbegriffe als Bestimmung einer Beziehung zwischen zwei Dingen mit Eigenschaftswörtern. So fällt ihnen bei dem Satz „Das Glas ist größer.“ nicht der Widerspruch auf, dass es für die Bestimmung „größer“ einen zweiten Bezugspunkt braucht, damit eine Relationsaussage möglich ist. Diese Kinder erkennen in dem Wort „größer“ eine Eigenschaft des Glases. (Vgl. Mathematisch- Lerntherapeutisches Institut 2002) Neben den Problemen in der Relativität kann es Probleme hinsichtlich des Zusammenhangs von „größer“ und „kleiner“ geben, d. h. wenn etwas größer ist, ist gleichzeitig indiziert, dass es etwas „kleineres“ gibt.

Des Weiteren haben rechenschwache Kinder häufig Probleme mit den Relationen zum Körper. (Vgl. Grissemann u. a. 1996: 109) Bemerkbar werden die Probleme in der Unsicherheit der Bestimmung von „rechts“ und „links“. Die Schwierigkeiten resultieren aus der Unsicherheit in der Konstanz der Körperwahrnehmung und / oder der Konstanz des Verhältnisses zur Körperachse. Ebenfalls kann die Zuordnung zur Körperachse nicht immer gelingen, z. B. bei der Frage „Auf welcher Seite ist die Tafel?“. Eine weitere Schwierigkeit, die bei rechenschwachen Kindern häufig zu beobachten ist, besteht in dem Verständnis hinsichtlich der Variabilität des Verhältnisses zur Körperachse. Wenn z. B. die Tafel sich rechts von dem Kind befindet, was vorher festgehalten worden ist, und das Kind im Folgenden aufgefordert wird, sich umzudrehen und zu überlegen, ob die Tafel sich immer noch rechts von dem Kind befindet, kann es bei rechenschwachen Kinder oft zu Verwirrungen und deutlichen Unsicherheiten kommen. (Vgl. Mathematisch-Lerntherapeutisches Institut 1997)

Klassifikationen

Abstraktionsleistungen, Oberbegriffsbildung und Sortieren sind Fähigkeiten, die im Mathematikunterricht nicht thematisiert oder eingeführt, sondern von Anfang an vorausgesetzt werden. „Die Fähigkeit zur Klassifikation ist bedeutsam beim Umgang mit Mengen.“ (Ganser 2001: 56) Haben rechenschwache Kinder Probleme in diesen Bereichen, so sind sie darin begründet, dass die Kinder nicht in der Lage sind, diese Abstraktionsleistungen zu vollziehen, d. h. bei dem Zusammenfassen von Gegenständen nach einem Kriterium von den anderen Kriterien dieser Gegenstände zu abstrahieren. Sollen z. B. die so genannten „logischen Blöcke“ nach einem Kriterium (Farbe, Form, Größe, Dicke) sortiert werden, ist es notwendig, die anderen Eigenschaften dabei unberücksichtigt zu lassen. (vgl. auch Grissemann u. a. 1996: 141) So halten einige rechenschwache Kinder es für falsch, alle „roten“ zusammenzulegen, weil dann Kreise und Dreiecke auch zusammengelegt werden. Dass beim Sortieren von bestimmten Eigenschaften abgesehen werden muss, ist den entsprechenden Kindern unklar.[23]

1.4.2 Mengenbegriff

Der Mengenbegriff schließt die Mengenkonstanz bei Variation der Anordnung (Invarianz), die Mengenkonstanz bei Größenveränderung (Repräsentanz) und die Mengenkonstanz bei kontinuierlichen Mengen ein. (Vgl. Wehrmann 2003b) Eine entscheidende Voraussetzung in der Zahlbegriffsbildung ist das Herstellen von Zuordnungen als Grundlage für das Erkennen von Mächtigkeitsrelationen. Sind Probleme in einem dieser Bereiche vorhanden, ist demnach der Mengenbegriff nicht abgesichert, was die Grundlage für die Zahlbegriffsbildung, insbesondere des kardinalen Aspektes ist.

---

[23] Weil Klassifikationen immer sprachlich vermittelt sind, fallen sprachliche Defizite hier zusätzlich ins Gewicht. (Vgl. Gaidoschik 2003a: 24)

Stück-für-Stück-Zuordnung (1:1)

Ein Kind sollte vor Schuleintritt in der Lage sein, zwei Mengen (bspw. Plättchen, Muscheln, Steckwürfel) mithilfe der 1:1-Zuordnung zuzuordnen und zu bestimmen, welche Menge größer bzw. kleiner ist oder ob sie gleich groß sind. Rechenschwache Kinder zählen oft beide Mengen getrennt durch und nennen dann ihr Zählergebnis, z. B. „10 und 10, also gleich“. Die Tatsache, dass in der Anordnung jedes Plättchen (Bsp.) einen „Partner“ hat, reicht bei rechenschwachen Kindern oft nicht aus zur Beantwortung der Frage. (Vgl. Mathematisch- Lerntherapeutisches Institut 1997) Weiterhin treten oft Schwierigkeiten bei Ungleichmächtigkeiten und dabei mit den Begriffen „mehr“ und „weniger“ auf. Dann wird die Frage „wie viel mehr“ (bei ungleicher Anordnung der Plättchen, z. B. 10:12) nicht verstanden als die Frage nach einem Verhältnis zwischen beiden Mengen, sondern als eine Eigenschaft einer Menge. So ist dann die Antwort „12 mehr“ und „10 weniger“. Diese Kinder sind nicht in der Lage, die Begriffe „mehr“ und „weniger“ im mathematischen oder objektiven Sinn unter dem rein quantitativen Gesichtspunkt zu gebrauchen. Der Begriff „Unterschied“ bereitet dann ebenfalls Probleme. (Vgl. Mathematisch- Lerntherapeutisches Institut 1997) Eine weitere Schwierigkeit, die auch getrennt von den oben genannten Problemen der Ungleichmächtigkeiten existieren kann, besteht darin, dass vielen rechenschwachen Kindern nicht klar ist, dass wenn bei einem Mengenvergleich auf der einen Seite z. B. 2 Plättchen mehr sind, das automatisch bedeutet, dass auf der anderen Seite 2 Plättchen weniger liegen. Dass es sich um dieselbe Relation nur von verschiedenen Seiten aus betrachtet handelt, ist den Kindern oft unklar. (Vgl. Mathematisch- Lerntherapeutisches Institut 2002)

Invarianz

Probleme der Invarianz (der Abstraktion von der räumlichen Anordnung) sind bei einem Kind vorhanden, wenn z. B. das Verhältnis zweier durch die 1:1- Zuordnung hergestellten gleichen Mengen nicht mehr richtig bestimmt werden kann, sobald sich die räumliche Anordnung einer oder beider Mengen verändert hat. (Vgl. Kutzer 1990) Wird bspw. eine dieser Mengen auseinander geschoben, so dass diese räumlich betrachtet weiter auseinander liegt und ein Kind behauptet, diese gerade veränderte Menge wäre größer, hat das Kind nicht erkannt, dass das Verhältnis der beider Mengen unverändert geblieben ist. Umgekehrt, wenn bspw. eine Plättchenmenge zusammen geschoben wird und ein Kind sagt, diese Menge wäre jetzt kleiner.[24] Diese Kinder haben Probleme mit der Abstraktionsleistung, von der bestimmten Anordnung einer Menge abzusehen. „Eine Menge oder eine Gruppe von Gegenständen ist nur vorstellbar, wenn ihr Gesamtwert unverändert bleibt, gleich welche Veränderungen in den Verhältnissen der Elemente eintreten mögen. Eine Zahl ist nur in dem Maße verständlich, wie sie mit sich selbst gleich bleibt, unabhängig von der Disposition der Einheiten, aus denen sie zusammengesetzt ist. Überall und immer setzt der Geist die Erhaltung von irgend etwas als notwendige Bedingung für jedes mathematische Verständnis voraus.“ (Piaget 1975: 15 f.)

Einige Hindernisse rechenschwacher Kinder liegen in der Mengenkonstanz bei Größenveränderungen (Repräsentanz). Wird z. B. eine Menge durch größere Plättchen repräsentiert als die zweite Menge, gibt es den Fehler, dass das Kind davon ausgeht, die voluminösere Menge wäre jetzt rein quantitativ betrachtet größer. (Vgl. Wehrmann 2003b) Auch auf die Frage: „Was sind mehr Tiere? Zehn Ameisen oder zehn Elefanten?“ antworten Kinder, bei denen die Repräsentanz von Mengen nicht abgesichert ist, „Zehn Elefanten“. „So verwenden einige Kinder den Begriff ‚mehr‘ nicht im quantitativen Sinn, sondern sie bezeichnen damit eine größere räumliche Ausdehnung, so dass zwei große Dinge mehr sind als drei kleine. Eine durchaus verständliche Begriffsbildung, die aber gegen diejenige der Mathematik steht.“[25] (Lorenz 2003a: 48, vgl. auch Dehaene 1999)

Repräsentative Fehler bei einer Rechenschwäche treten auch bei der Mengenkonstanz bei kontinuierlichen Mengen auf. „Piaget setzte bei seinen Versuchen Umschüttaufgaben ein. Dieses Vorgehen mag möglicherweise den Entwicklungsstand genauer beschreiben, ist aber schulisch kaum relevant.“ (Ganser 2001: 56) Liegen zwei als gleich groß bestimmte Mengen in zwei gleichen Behältnissen vor (z. B. Wasser (kontinuierlich) oder Reis (quasi-kontinuierlich), und wird eine dieser Menge in ein anderes sich von dem ersten Behältnis unterscheidbares umgefüllt, ist die Frage interessant, ob sich der vorher angestellte Mengenvergleich verändert hat. Rechenschwache Kinder gehen oft davon aus, obwohl sie parallel dazu behaupten, es wäre beim Umkippen nichts dazugekommen oder weggekommen. (Vgl. dazu auch Piaget u. a. 1975)

---

[24] Vgl. dazu das Testverfahren von Gerster (2002a: 248): „Es geht um Urteile über die Auswirkungen von Veränderungen an einer Menge, die nicht gezählt wurde. In den Aufgaben unter Punkt 10 sind Invarianz- und Varianzurteile hinsichtlich einer gezählten Menge verlangt.“

[25] Dass es sich dabei um eine verständliche Begriffsbildung handelt, bezieht sich darauf, dass das Wort „mehr“ in der Tat auch eine andere Bedeutung zulässt. In der Mathematik hingegen ist die Bedeutung von „mehr“ ausschließlich unter dem quantitativen Aspekt zu verstehen.

1.4.3 Zahlbegriff

Für ein zweckvolles Mathematikverständnis wird ein kardinales Zahlverständnis benötigt, was sich in der Kenntnis der Zahl und der Zahlbeziehungen zueinander ausdrückt. „Die entsprechenden Richtlinien fast aller Bundesländer gehen davon aus, daß Schulanfänger bereits bei Schuleintritt über ein grundlegendes Zahlverständnis und über sichere Zählfertigkeiten verfügen.“ (Wember 1996: 130) Rechenschwachen Kindern fehlt häufig ein Verständnis des kardinalen Zahlaspektes. Wie und woran dieses fehlende kardinale Zahlverständnis bemerkbar wird, das im Zusammenhang mit dem Mengenbegriff als Anzahlverständnis bezeichnet wird (vgl. Gerster 2002a), soll im Folgenden aufgezeigt werden.

Zählende Rechner besitzen häufig ein rein lineares Zahlverständnis, d. h. sie verbinden Zahlen mit einem bestimmten Rangplatz und nicht richtig mit einer bestimmten Anzahl von Dingen (wie viel?). (Vgl. Gaidoschik 2003a) Dieses Fehlverständnis kann sich ganz unterschiedlich bemerkbar machen und vielfältige Ausprägungen haben. Es liegen z. B. 10 Steckwürfel auf einem Tisch und das Kind soll 5 Steckwürfel zeigen. Fängt das Kind an zu zählen und stoppt bei dem fünften Steckwürfel mit der Behauptung, das wären 5, verwechselt das Kind 5 Steckwürfel mit dem fünften Steckwürfel. Augenfällig wird das gleiche Problem, wenn ein Kind nach der Gesamtanzahl der Steckwürfel gefragt wird, vorne anfängt zu zählen und richtig 10 als Ergebnis benennt, dann aber bei der Aufforderung an der andern Seite mit dem Zählen anzufangen, erneut alle 10 Steckwürfel durchzählen muss. (Vgl. Mathematisch- Lerntherapeutisches Institut 1997) Dem Kind fehlt das Bewusstsein, „mit dem Zählen eine gleich bleibende Anzahl ein für allemal ermittelt zu haben“ (Gaidoschik 2003a: 30). Auffällig ist auch die Situation, in der 5 Steckwürfel auf dem Tisch liegen und von dem Kind richtig als 5 Steckwürfel bestimmt worden sind, nach der Aufforderung 7 Steckwürfel zu legen, das Kind aber erst einmal alle bereits vorhandenen 5 Steckwürfel wieder weglegt und von vorne anfängt 7 Steckwürfel zu legen. (Vgl. Gerster 2002a: 259) Das Kind hat offensichtlich nicht verstanden, dass in der 7 bereits eine 5 enthalten ist (Seriation), da es die Zahlen rein ordinal oder linear betrachtet. Neben diesen drei Beispielen gibt es ähnliche Ausprägungen, die ein fehlendes Anzahlverständnis zum Ausdruck bringen. (Vgl. Gerster 2002a) Häufig treten sie im Zusammenhang mit unadäquaten Zählstrategien mit den Fingern auf. Meistens ist eine falsche Zahlauffassung jedoch nicht so eindeutig feststellbar, weil der ausgeprägte ordinale Zahlaspekt vermischt wird mit vagen Vorstellungen des kardinalen Zahlaspektes. So ist den meisten rechenschwachen Kindern z. B. klar, dass 5 Bonbons mehr sind als 2 Bonbons und dass der Besitz von 5 Bonbons sich auch nicht auf nur 1 Bonbon bezieht. Stehen Reihenfolgeüberlegungen also bei den beschriebenen rechenschwachen Kindern im Vordergrund, heißt das umgekehrt nicht, dass Anzahlüberlegungen nicht vorkommen können. (Vgl. Gaidoschik 2003a: 29) Worin sich ein falsches Denken konkret vor allem im Schulalltag äußern kann, soll im Folgenden an einigen Beispielen aus der praktischen Arbeit mit rechenschwachen Kindern beschrieben werden.

Typische Defizite hinsichtlich des Anzahlverständnisses fallen auf, wenn ein Kind Zahlen als ein Nacheinander begreift ('3 kommt nach 2') und nicht als ein ‚Mehr oder Weniger' ('3 ist einer mehr als 2'). „Hat das Kind ‚eins mehr als' und ‚eins weniger als' mit den Nachbarn einer Zahl in der Zahlreihe verknüpft? Kann es zwei benachbarten Zahlen eine Differenz (von ‚eins') zuordnen?" (Gerster 2002a: 257) Viele Kinder können nicht beantworten, welche Zahl einer mehr ist als z. B. die fünf, während eine Frage, „Welche Zahl kommt gleich nach der fünf" keine Probleme bereitet. Die Zahlwortreihe ist präsent.

Ist das Zahlverständnis rechenschwacher Kinder auf die Reihenfolge beschränkt, bleiben den Kindern für das Lösen von Additions- und Subtraktionsaufgaben nur zwei Möglichkeiten: entweder kennen sie die entsprechenden Aufgaben auswendig oder sie müssen die Aufgaben durch Rauf- und Runtergehen der Zahlreihe in Einerschritten (später auch in Zehner, Hunderterschritten etc.) lösen. (Vgl. Wehrmann 2003b) Rechenschwache Kinder, die bei den Zahlen und Zahlbeziehungen den Gedanken des „Wie viel?" nicht verstanden haben, sind auf das Zählen angewiesen. Betrachten diese Kinder Zahlen nicht als ein „mehr" oder „weniger" stellt z. B. das Wissen, 2+2=4 keine Hilfe für die Aufgabe 2+3 dar. Sie erkennen den Zusammenhang beider Aufgaben, d. h. „Einer mehr wird addiert, also muss auch einer mehr herauskommen", nicht, sondern behandeln die zweite Aufgabe als erneute Aufforderung zum Hochzählen. (Vgl. Wehrmann 2003b: 17 f.) Hinweise ergeben sich anhand der Zählweisen: wird z. B. die Aufgabe 3+4 gelöst, indem 1, 2, 3 und im Weiteren mithilfe der Finger 1, 2, 3, 4, gezählt wird, ist das Kind weder in der Lage, von 3 an weiterzuzählen noch den zweiten Summanden als Teilmenge zu addieren. Typische daraus resultierende Fehler sind Verzählfehler um 1. Beim Abzählen der Aufgabe 3+4 zählt das Kind von 3 vier weiter (3, 4, 5, 6) mit dem Ergebnis 6 oder bei Subtraktionsaufgaben, wie z. B. 9-3 wird 9, 8, 7 gezählt.[26] Lorenz stellt an der Aufgabe 10-

---

[26] Viele rechenschwache Kinder haben als Folge ihrer Verzählfehler um 1 einen Umgang damit gefunden, der darin besteht, dass sie bei der nächsten Zahl mit dem Zählen beginnen. Also bei der Aufgabe 3+4 nicht bei der 3 mit dem Hochzählen beginnen, sondern bei der 4 und bei der Aufgabe 9-3 fangen sie bei der 8 an 3 herunterzuzählen.
Weil zählende Rechner aufgrund von mangelndem Wissen ihrer Bezugspersonen oft Unverständnis hinsichtlich ihrer Zählstrategien ernten, versuchen sie, das Zählen an den Fingern oder an Material zu vermeiden. Da sie aber ein mangelndes Zahlverständnis besitzen, können sie das Zählen nicht vermeiden, sondern es sich nur weiter erschweren, indem sie „im Kopf" zählen. Damit ist ihr mathematisches Defizit nicht beseitigt, aber ihre umständlichen Zählstrategien weiter verkompliziert. Erkennen kann man „im Kopf-Zähler" z. B. an ihrer Anspannung, am Schließen der Augen oder angestrengten „Fensterblick", am leichten Mitnicken des Kopfes oder Mitzucken von Fingermuskeln. (Gaidoschik 2003a: 35)

7 mögliche Denkweisen von Kindern vor, die zu dem Ergebnis 4 gelangt sind: „(a) Die Antwort ‚4' kann durch die bei Zählern häufig anzutreffende Vermischung zweier richtiger Zählstrategien zustande kommen: Beim Rückwärtszählen wird die Ausgangszahl mitgezählt ‚10, 9, 8', nicht aber die letzte Zahl (7); Entsprechendes kann beim Vorwärts-zählen geschehen, also ‚7, 8, 9', wobei die 10 nicht mitgesprochen wird; die Ausgangszahl wird nicht genannt, hingegen die letzte Zahl: ‚9, 8, 10', d. h. die Lösung ist in beiden Fällen ‚3'. Hier zählt aber der Schüler tatsächlich ‚10, 9, 8, 7', indem er gleichzeitig beide Verfahren benutzt, und erhält so als (= Anzahl der gesprochenen Zahlen) ‚4'." (Lorenz 2003a: 55)

1.4.4 Operationsverständnis

Das Feststellen von Fehlerquellen ist nicht ausreichend, um rechenschwache Kinder zu erkennen. Gerade in den ersten beiden Schulklassen kann es rechenschwachen Kindern gelingen, mithilfe ihrer subjektiven Algorithmen bzw. auswendig gelernten unverstandenen Rechenregeln viele richtige Ergebnisse zu produzieren. Diese Kinder bleiben meistens während der ersten Klassen unauffällig. Deshalb beziehen sich die im Folgenden darzustellenden Fehlerhäufigkeiten des Operationsverständnisses auf Missverständnisse mathematischer Lerninhalte und ihrer mathematischen Ursachen, die nicht zwangsläufig durch falsche Ergebnisse repräsentiert werden.

Besitzt ein Kind kein ausreichendes Anzahlverständnis, kann es den Gehalt von Plus und Minus nicht begreifen. Die Vorstellung des operativen Zusammenhangs von Gesamt- und Teilmenge ist nicht vorhanden. D. h. eine Addition wird nicht begriffen als ein Hinzufügen einer Anzahl (Teilmenge) zu einer bereits vorhandenen Anzahl (Teilmenge), wobei das Ergebnis des Hinzufügens die Gesamtanzahl (Gesamtmenge) darstellt. (Vgl. Gerster 2002a: 261 ff.) Wird z. B. die Zahl fünf lediglich unter dem „Rangfolgeplatz-Denken" anstatt unter dem „Anzahlaspekt" betrachtet, ist für einen solchen Betrachter nicht einzusehen, warum sich die fünf in Teilmengen zerlegen lässt. Dass z. B. die 2 und die 3 oder auch die 4 und die 1 Teilmengen der Gesamtmenge 5 darstellen können, ist dem Kind nicht klar. (Vgl. Mathematisch- Lerntherapeutisches Institut 1997) Dieses Fehlverständnis erklärt auch die Probleme bei den so genannten Tausch- und Umkehraufgaben. (Vgl. Gerster 2000: 270) Wäre dem Kind der Sachverhalt klar, dass die 5 aus der 2 und der 3 bestehen kann, wären ihm ebenso die dazugehörigen mathematischen Operationen klar. Für ein rechenschwaches Kind stehen die Aufgaben 2+3, 3+2, 5-3, 5-2 in keinem Zusammenhang zueinander, sondern werden getrennt voneinander hoch- bzw. runtergezählt. Der Zusammenhang der Rechenarten mit den Techniken der Zahlzerlegung ist unverstanden. „Selbst wenn gut gegliederte Mengen vorliegen, projizieren hartnäckig oder hilflos zählend rechnende Kinder die Zahlwörterreihe auf das Material und rechnen damit in Einerschritten zählend, obwohl nichtzählende Rechenstrategien – für den sachkundigen Beobachter offensichtlich – besser geeignet wären.“ (Gerster 2003: 207) Erkennbar wird die gleiche Problematik anhand folgender Aufgaben: Kann ein Kind spontan die Aufgabe 7+1 lösen, fängt aber bei der darauf folgenden Aufgabe 1+7 erneut an hochzuzählen, hat es den Zusammenhang der Aufgaben nicht erkannt.[27] Entsprechendes gilt für die Aufgaben 3+3 und 6-3. Besondere Schwierigkeiten bereiten Kindern mit einem unzureichendem Operationsverständnis analytische Aufgaben (z. B. 3+( )=9, 9-( )=6, ( )-6=3). „Die verständige Lösung von Platzhalteraufgaben erfordert eine Analyse der Rolle der gesuchten Zahl im Aufgabentext. Neben dem operationalen Verständnis ist hierfür ein Gleichungsbegriff notwendig, d. h. die Bedeutung des Symbols, = , als Aussage über die Gleichheit der Anzahl auf beiden Seiten muss erarbeitet sein.“ (Wehrmann 2003b: 19) Zum Bewältigen dieser Aufgaben verwenden sie neben ihren Zählstrategien Rechenregeln, wie bei Plus weiter- bzw. hochzählen und bei Minus zurückzählen. Dabei kann die Anwendung der gleichen Rechenregel zu richtigen [9-(3)=6] und falschen [(3)-6=3] Ergebnissen führen. Aufgrund des unverstandenen Zusammenhangs der mathematischen Operationen ist den Kindern selbst kein adäquates Kriterium dafür bekannt, wann sie welche Rechenregel anwenden sollen.

Demgemäß fehlt rechenschwachen Kindern häufig der Zusammenhang arithmetischer Operationen in Ziffernschreibweise mit Mengenvorstellungen und -handlungen. So sind sie nicht in der Lage, Mengenoperationen in Ziffernschreibweise zu überführen. Mit Zahloperationen, die ihnen in Ziffernschreibweise vorgegeben sind, assoziieren sie keine sachgerechten Vorstellungen von Mengen. Häufig zeigen sich besonders bei der Subtraktion keinerlei Anbindungen an Mengenoperationen. „Voll entwickeltes Operationsverständnis bei der Addition und Subtraktion besteht in der Fähigkeit, Verbindungen herzustellen zwischen a) konkreten Sachsituationen [...] b) modell- oder bildhaften Darstellungen [... sowie] c) symbolischen Schreibweisen...“ (Gerster 2000: 265)

Ein wiederholtes Problem stellt die Zahl 0 dar. Vom Gesichtspunkt einer linearen Zahlauffassung ist die 0 nicht zu verstehen, da sinnvollerweise bei der 1 mit dem Zählen begonnen wird. Einen nullten Finger gibt es nicht. Häufige Umgangsformen rechenschwacher Kinder bestehen darin, dass sie die 0 als ‚gar nichts‘ betrachten und der 0 die Bedeutung geben, ‚alles verschwinden zu lassen‘. So werden Fehler wie 6+0=0 und 6-0=0 erklärbar. (Vgl. Gaidoschik 2003a: 39; Mathematisch- Lerntherapeutisches Institut 1997)

[27] „Man präsentiert zuerst ‚7+2‘, gleich danach ‚2+7‘. Antwortet das Kind sofort oder rechnet es erneut (eventuell zählend)?“ (Gerster 2000: 270)

Im dekadischen Positionssystem ist die 0 unentbehrlich, da sie den Ziffern den Stellenwert zuweisen, z. B. bei der 5000. (Vgl. auch Wagner 2003: 238)

1.4.5 Stellenwertsystem

Die Probleme rechenschwacher Kinder mit dem dekadischen Positionssystem liegen im Fehlverständnis des Zusammenhangs von Zifferposition und Wertigkeit begründet. Die Position einer Ziffer bestimmt ihre Wertigkeit, so dass z. B. ein anderer Zahlenwert ausgedrückt wird, wenn die Ziffer 2 die Einer- oder die Zehnerstelle besetzt. Unverstanden bleibt ebenso der Wertzuwachs an der neuen Stelle, d. h. jeder Zehner ist genau so viel wert wie 10 Einer. Die Bündelungen von einmal 10, zweimal 10 etc. und damit die Zehner, später Hunderter-, Tausenderzahlen etc. werden nicht begriffen.[28] „Auch Schwierigkeiten bei Bündelungsaufgaben (insbesondere der Zehnerbündelung) weisen darauf hin, dass allgemeine Fähigkeiten wie Anschauungsprobleme und Handlungsverallgemeinerungen im Sinne eines Abstraktionsvermögens, Handlung- Symbol- Zusammenhang z. Ä. betroffen sein können.“ (Lorenz 2003a: 54)

Aus diesem Unverständnis des Stellenwertsystems resultieren Fehlerquellen. Häufig werden Ziffer und Zahl verwechselt bzw. nicht unterschieden. Bemerkbar macht sich das daran, dass Kinder z. B. die Zahlen 37 und 73 nicht unterscheiden können. Typisch für rechenschwache Kinder sind folglich die so genannten Zahlendreher (25 = 52). Hierbei kommt erschwerend hinzu, dass in der deutschen Sprache im Unterschied zu den meisten anderen Sprachen die ausgeschriebenen und gesprochenen Einer und Zehner vertauscht werden: gesprochen werden zuerst die Einer, in der Notation stehen zuerst die Zehner. (Vgl. Gaidoschik 2003a) Wird die Zahl dreitausendachthundertsechzig geschrieben als 300080060, zeigt das ein unzureichendes Verständnis des Stellenwertsystems. „Oft lesen die Kinder die Zahl 349 als 3, 4, 9 oder schrieben die 128 als 100820 (oder, bei bereits vorhandener geringer Kenntnis, als 10028). Auch fällt es ihnen schwer, Zahlen bezüglich ihrer Größe miteinander zu vergleichen, etwa bei 1879 – 3002.“ (Lorenz 1996: 30-31)

Werden zweistellige Zahlen gar nicht als solche, sondern als zwei aneinander gereihte Einerstellen aufgefasst, kann es zu folgenden Rechenfehlern kommen: 34+25=68. Die dazugehörige falsche Rechenregel heißt: „innen + innen und außen + außen“. Die falsche Bestimmung der Nachbarzehner (Nachbarzehner von 37 sollen 70 und 80 sein) einer Zahl

[28] Mithilfe des Dezimalsystems lassen sich Zahlen in beliebiger Größe dadurch darstellen, dass jeder Ziffer zwischen 0 und 9 ein Stellenwert zugewiesen wird und dass diese Stellen von rechts nach links aufsteigende Potenzen der Zahl 10 darstellen. Die jeweils nachfolgende Bündelung fasst dabei zehn Einheiten der vorhergehenden zusammen. (Vgl. Röhrig 1998a: 29)

und das Tauschen der Ziffern beim Zählen (23, 24, 52, 53) ist ein Indiz für die unverstandene Stellenwertgrundlage.[29] Ist die wertmäßige Unterscheidung von Zehner und Einer unverstanden, werden diese konsequenterweise willkürlich verknüpft, wie z. B. 80-2=60, 50+4=90, 43+2=63). In diesem Zusammenhang resultieren Fehler folgender Art: 35+42=95. Das Kind hat die Aufgabe 53+42 gerechnet. (Vgl. dazu Grissemann u. a. 1996: 21; Gerster 2000)

Weil in Folge eines mangelnden Verständnisses des Dezimalsystems Aufgaben mit Zehnerüberschreitungen nicht mithilfe der Zahlzerlegung bis zum nächsten Zehner gelöst werden können, sind die Kinder auf das Abzählen angewiesen. Dabei kommt es häufig zu den typischen oben beschriebenen Verzählfehlern. Sollen zwei zweistellige Zahlen addiert bzw. subtrahiert werden, helfen sich viele rechenschwache Kinder, indem sie die Stellenwerte getrennt berechnen, d. h. einfach die Einer und die Zehner getrennt addieren oder subtrahieren. Die strikt getrennte Berechnung der Stellenwerte ergibt bei fehlerhafter Verwendung des Übertrages bei Zehnerüber- oder Unterschreitungen falsche Ergebnisse. Deshalb werden oft unverstandene und falsche Rechenregeln angewandt, um mit der neuen Hürde zurechtzukommen. Dazu zwei Beispiele:

32+49=72: Die Stellenwerte sind getrennt addiert worden mit dem Ergebnis 7 vorne und 11 hinten. Da die Bündelung von 10 Einern zu 1 Zehner nicht verstanden worden ist, wird einfach 1+1 gerechnet, mit dem neuen Ergebnis 2 an der Einerstelle.

83-36=53: Weil an der Einerstelle nicht 3-6 gerechnet bzw. gezählt werden kann, wechselt das Kind zwischen Minuenden und Subtrahenden. (Weitere Beispiele bei Grissemann u. a.1996 und Gerster 2000)

1.4.6 Multiplikation und Division

Sind bei einem Kind die oben beschriebenen Probleme vorhanden, fehlt ihm die Verständnisgrundlage für die Multiplikation und die Division. Betroffene Kinder verfügen über keine Mengenvorstellung der Multiplikation und Division und der Zusammenhang zwischen der Multiplikation zur Addition und der Division zur Subtraktion bleibt unklar. (Vgl. Wehrmann 2003b; Mathematisch- Lerntherapeutisches Institut 1997) Dennoch gelingt es einigen Kindern im multiplikativen Bereich schulische Erfolge zu erzielen, da sie sich alle 121 Multiplikationsaufgaben aus dem Basisbereich durch viel Üben und

[29] „Ein weiteres Beispiel: Zwei Schüler in einer Klasse rechnen 17+4=31. Der erst zerlegt im Kopf die Aufgabe in 7+4 und erhält 11; dann kommt die verbleibende 10 hinzu (=21), allerdings muss irgendwo noch ein Übertrag gemacht werden, also 31. Der zweite Schüler rechnet aufgrund einer Orientierungsstörung 17+4=13 (Subtraktion statt Addition) und invertiert das Ergebnis ebenso zu 31.“ (Lorenz 2003a: 56)

Konzentration gemerkt haben. Die meisten rechenschwachen Kinder merken sich allerdings lediglich die als einfach empfundenen Multiplikationsreihen (1ner, 2er, 5er, 10ner). (Gerster 2002a) Nicht auswendig gewusste Aufgaben müssen dann in der Regel durch das Hochzählen der entsprechenden Reihen erschlossen werden. Die Kinder sind nicht in der Lage, auf die so genannten Kernaufgaben oder Königsaufgaben zurückzugreifen, so dass z. B. der Zusammenhang der Aufgaben 6*8 und 5*8 nicht erkannt wird.[30]

Die Bedeutung der Division bleibt aufgrund des mangelnden Zahlverständnisses und der Verständnismängel des multiplikativen Bereichs als Umkehroperation der Multiplikation unklar. Oft ist festzustellen, dass ein Fehlverständnis zu einem Vertauschen der Rechenzeichen führt (z. B. 4/2=8).

1.4.7 Sonderfall: Sachaufgaben

Ist der mathematische Gehalt der Grundrechenarten nicht verstanden, fehlt den Kindern die Basis für die Sachaufgaben. „Wenn rechenschwache Kinder in diesem Bereich versagen, so liegen die sehr unterschiedlichen Ursachen in dem unglücklichen Zusammentreffen der spezifischen Darstellungsform mit den individuellen Besonderheiten des Kindes.“ (Lorenz 2003a: 67) Somit haben Sachaufgaben in der Tat eine Sonderrolle, weil bei dem Bewältigen der Aufgabenstellungen neben den mathematischen Grundeinsichten weitere Kompetenzen notwendig sind. Die mathematischen Bezüge sind für das Verständnis von Sachaufgaben zwar unentbehrlich, aber die Hauptschwierigkeit liegt im Erkennen und der Umsetzung der im Text gefassten mathematischen Problemstellung. (Vgl. Gerster 2000: 261) Die erste Leistung des Kindes besteht im richtigen Erfassen des Textes, was eine nicht zu unterschätzende Sprachkompetenz voraussetzt. Erschwerend kommt hinzu, dass spätestens ab der dritten Klasse nicht bereits Gelerntes in Form von Textaufgaben abgefragt wird, sondern eine problemorientierte Anwendung vom Kind gefordert wird. (Vgl. Gaidoschik 2003a: 57) Ein Anwenden einer unverstandenen Regel bzw. ein subjektiver Algorithmus hilft bei Sachaufgaben in der Regel nicht weiter. Die folgenden Beispiele verdeutlichen die Schwierig-

[30] „Zuerst wird die Grundaufgabe 9*9 (bzw. 8*7 und 10*9) als Kopfrechenaufgabe gestellt. Wird vom Probanden nicht das korrekte Ergebnis ermittelt, wird versucht, dies mit ihm gemeinsam zu erarbeiten. Gelingt es dem Probanden, das richtige Ergebnis zu benennen, werden die Transferaufgaben gestellt, ansonsten wird abgebrochen. Vor *jede* weitere Frage wird das erste Ergebnis voran gestellt, um auf den mögliche Zusammenhang hinzuweisen: „*Neun* mal neun ist 81. Was ist dann *acht* mal neun?“; „*Neun* mal neun ist 81 und acht mal neun ist 72. Was ist dann 81 minus neun?“; „Neun mal neun ist 81. Was ist dann *acht* mal neun?“ (Wehrmann 2003b: 20)

keiten bei Sachaufgaben aufgrund der fehlenden Differenzierung zwischen dem kardinalen und dem ordinalen Zahlaspekt (1) und am Beispiel einer Aufgabenstellung zum Problem der Teile-Ganzes- Reflexionen bei Sachsituationen (2):

1. An einer Straße stehen 10 Häuser. Das dritte und das fünfte Haus gehören Kai. Wie viele Häuser gehören Kai? Rechnung: 3+5=8. Antwort: Kai gehören acht Häuser.
2. „Im Autobus sind 4 Personen. An der nächsten Haltestelle steigen 9 Personen ein, niemand steigt aus. An der Folgenden Haltestellte steigen 4 Leute aus, niemand steigt ein. Wie viele Menschen sind jetzt im Bus?“ (Gerster 2000: 261)

1.4.8 Zwischenresümee

Die beschriebenen Fehlerkategorien aus den ersten beiden Schulstufen sollen verdeutlichen, wie elementar eine qualitative Fehleranalyse ist. „Die Untersuchung von Lernschwierigkeiten in Mathematik benötigt als Grundlage detailliertes und gründliches Wissen über die kognitiven Prozesse beim Erwerb von mathematischem Verständnis.“ (Gerster 2003: 214) Ergebnis einer Analyse der mathematischen Gedankenwelt rechenschwacher Kinder kann nicht einfach das Urteil sein, die Kinder hätten falsch gerechnet. Die Fehler basieren auf Fehlvorstellungen, die einem verständigen Umgang mit mathematischen Lernanforderungen im Wege stehen. „Schülerfehler im Mathematik-unterricht entstehen nur selten zufällig oder durch flüchtiges Verrechnen, ihnen liegt fast immer eine bestimmte Lösungsstrategie bzw. Rechenregel des Schülers zugrunde, die für den Schüler selber sinnvoll ist. Diese Fehlermuster wenden die Schüler bei gleichartigen Aufgaben durchweg systematisch und konsequent an.“ (Lorenz u. a. 1993: 59) Deshalb eignen sich die Kinder einige Rechenregeln an, die so genannten subjektiven Algorithmen. Diesen liegen sowohl eine eigene Logik also auch eigene Techniken und Strategien zugrunde, die oft sehr phantasievoll und trickreich, aber zur Bewältigung mathematischer Lernanforderung unadäquat sind. Voraussetzung für alle computerunterstützten Präventions- und Förderkonzepte bei Rechenschwäche ist die Kenntnis der mathematischen Gedankenwelt der Kinder. „Die Fehleranalyse ist eine hilfreiche und praktikable Methode, die Lernschwierigkeiten einzelner Schüler beim Lösen von mathematischen Aufgaben zu erkennen. Schülerfehler und die ihnen zugrunde liegenden Strategien/Fehlermuster [...] bilden für die Lehrerin einen hilfreichen diagnostischen Informationshintergrund, um gezielt Förder- und Differenzierungsmaßnahmen einleiten zu können.“ (Lorenz u. a. 1993: 59) Deshalb wird eine ständig fortlaufende, individuelle und punktgenaue Differentialdiagnostik notwendig. Ohne das Wissen über die Denkweisen des zu fördernden Kindes muss die Förderung zwangsläufig misslingen, da die Problemlage des Kindes nicht der Ausgangspunkt war. Die Darstellung der Fehlkategorien sollte deshalb auch auf die Unverzichtbarkeit einer qualitativen förderdiagnostischen Untersuchung hinweisen. „Es geht dabei eben nicht um eine bloße Inventarisierung des vorhandenen und fehlenden mathematischen Wissens, sondern um eine Diagnostik im Dienst des pädagogischen Prozesses. Die diagnostischen Hilfsmittel sollen dazu beitragen, Ansatzpunkte zu entdecken, die es der Lehrkraft gestatten, nicht nur eine Rechenschwäche festzustellen, sondern zugleich Hinweise zu erhalten, auf welche Weise speziell diesem Kind weitergeholfen werden kann. Das ist gemeint, wenn von Förderdiagnostik die Rede ist.“ (Klauer 2003: 349) Darüber hinaus muss betont werden, dass die obigen Ausführungen lediglich zur Schärfung des diagnostischen Blicks beitragen können und die Notwendigkeit der weiteren Befassung mit den Gedanken und Vorstellungen rechenschwacher Kinder herausstreichen sollen.[31] Neben diesen Aussagen soll anhand der Ausführungen deutlich gemacht worden sein, was unter einer Rechenschwäche zu verstehen ist.

[31] Zur weiteren Analyse der Fehlerkategorien bzw. der subjektiven Algorithmen rechenschwacher Kinder vgl. Gerster (2002), Gaidoschik (2003a), Brühl (2003).

2 Schulbedingte und psychische Faktoren für Rechenschwäche – Bedingungsfelder zur Erklärung der Störungen im Lernprozess und ihre lerntheoretische Fundierung

Bei der Frage nach den Gründen für das fehlende mathematische Verständnis einiger Kinder und dem Auftreten von Rechenschwäche unterscheidet Graumann zwischen den „gesellschaftlich-soziologischen, den schulbedingten und den individuellen Ursachen." (Graumann 2002: 132.). Für die Entstehung der Rechenstörung gibt es „nicht die *eine*, in allen Fällen gleiche *Ursache*" (Gaidoschik 2003a: 14). Vielmehr handelt es sich um ein System von Wechselwirkungen zwischen dem Kind und seiner Umwelt, bei der viele Faktoren eine Rolle spielen können. (Vgl. auch Ellrott u. a. 1998: 3-8) Deshalb ist es unangemessen, eine eindeutige Ursache-Wirkung-Beziehung konstruieren zu wollen.[32] Somit hat die wissenschaftliche Auseinandersetzung mit den Ursachen der Rechenschwierigkeiten in den letzten Jahren dahingehend einen Fortschritt gemacht, dass nicht mehr eine eindeutige Ursache für die Lernstörung definiert wird, sondern erkannt worden ist, dass es sich um ein Zusammenspiel vieler einzelner Faktoren handelt. (Vgl. auch Wehrmann 2003a: 58-59) Kretschmann bezeichnet diese wissenschaftliche Neuorientierung als einen Paradigmenwechsel, bei dem monokausale Modelle von multivarianten, deterministische Modelle von prozesshaften und systemischen, lernzentrierte Modelle von entwicklungsökologischen abgelöst werden; Risikomodelle werden durch Resulienzmodelle ergänzt etc. (Kretschmann 2003: 179)

Das Erlernen mathematischer Sachverhalte vollzieht sich als interaktiver Prozess zwischen dem Schüler, dem Lerninhalt und dem Lehrer, womit die Metapher des Kind-Umwelt-Bezuges näher bestimmt wird. (Vgl. Kretschmann 2003: 179) „Man faßt das Lernen von Mathematik als interaktiven Prozeß zwischen dem Individuum und dem Inhalt auf, wobei hier der schon in curriculare, unterrichtliche Form transportierte Inhalt

[32] „Solche eindeutige Ursache für Rechenschwäche – ‚Immer wenn dies und das vorliegt, wird das Kind zwangsläufig rechenschwach werden.' – liegen nach dem heutigen Stand der Forschung nicht vor." (Gaidoschik 2003a: 14)

gemeint ist. Dieser Lernprozeß und seine Störungen lassen sich weder hinlänglich durch Eigenheiten dieses reinen Inhalts alleine, die über curriculare Stoffanalyse bestimmt werden (Reismann, 1978; Reismann & Kauffman, 1980), noch durch globale Persönlichkeitsmerkmale des Schülers beschreiben.“ (Lorenz 1996: 21) Lernstörungen sind demnach als gestörte Interaktionen zu verstehen und „die Ursachen für solche Lernschwierigkeiten sind in einem *komplexen* Zusammenwirken verschiedener Bedingungen zu suchen.“ (Thiel 2003: 219)

Bei der Frage nach den Entstehungsfaktoren für Rechenschwäche sind Momente im Lernprozess nach Störungsfaktoren zu untersuchen. Diese Störungsfaktoren bzw. kognitiven Defizite „können, überspitzt formuliert, als ‚didaktogen‘, als durch das unglückliche Zusammentreffen einer bestimmten Veranschauungsart, einer bestimmten methodischen Vorgehensweise oder eines didaktischen Prinzips mit den Vorkenntnissen und Lernbesonderheiten eines individuellen Schülers bedingt charakterisiert werden.“ (Lorenz 2003a: 59) Eine abgesonderte Betrachtung der Störungsfaktoren auf der Seite der Lerninhalte, des Schülers und des Lehrers, die im Folgenden vorgenommen wird, soll nicht implizieren, dass die Störungen getrennt voneinander auftreten, sondern die verschiedenen zu berücksichtigenden Aspekte mit ihren jeweiligen speziellen Auswirkungen hervorheben. Dabei handelt es sich um Kumulationen verschiedenster Faktoren unterschiedlichster Ausprägung, die wiederum weitere Faktoren bedingen können. Erneut muss auch an dieser Stelle erwähnt werden, dass nicht von *einer* Rechenschwäche gesprochen werden kann, sondern dass jedes betroffene Kind einen anderen Hintergrund mit anderen Entstehungsfaktoren und deren Wechselwirkungen aufweist. (vgl. Gaidoschik 2003a; Ganser 2003)

Da es in dieser Arbeit um Fragen möglicher computerunterstützter Präventions- und Frühfördermaßnahmen in der Schule geht, spielen hier Faktoren für Rechenschwäche auf der Seite des Lerninhalts, des Schülers und des Lehrers, also die schulbedingten und die psychischen Faktoren, die entscheidende Rolle; aus ihnen lassen sich im Weiteren sinnvolle Veränderungen des Mathematikunterrichtes herleiten. „Rechenstörungen müssen in erster Linie als schulische Probleme aufgefasst werden.“ (Schipper 2003: 113) Erklärungen für die Entstehung einer Rechenschwäche, die sich auf basale Teilleistungsstörungen (vgl. dazu Grissemann u. a. 1993: 15), organische Faktoren[33],

---

[33] „Die spezifischeren Ursachen für diese Störung werden nun, je nach Standpunkt, in der Erbmasse („hereditäre Dyskalkulie; Nissen, 1977), dem Cortex (Kosc, 1974; Lempp, 1979, 1981) oder höheren corticalen Funktionsbereichen (Frostig & Müller, 1981; Luria, 1969) verortet.“ (Lorenz 1996: 20)

gesellschaftliche oder familiäre Rahmenbedingungen[34] (vgl. dazu Gaidoschik 2003a: 13) etc. stützen, spielen in dieser Arbeit keine Rolle.[35]

Ausgehend von den drei Bedingungsfeldern Lerninhalt – Schüler – Lehrer sollen Lernstörungsfaktoren auf den drei Ebenen festgemacht werden, um daraus im Weiteren computerunterstützte Präventions- und Frühfördermaßnahmen ableiten zu können; denn „Fehler, die ein Schüler macht, sind aus dieser Sicht niemals nur in individuellen Anpassungsschwierigkeiten zu suchen oder in organischen Dispositionsmängeln, sondern prinzipiell ebenso und zunächst in Defiziten des inhaltlichen Lernangebotes oder allgemeiner: in den spezifischen Bedingungen der jeweils konkret gegebenen Lehr-Lern-Situation." (Radatz 1980: VII)

Auf der Seite des Lerninhalts sollen exemplarisch elementare Faktoren für das Entstehen von Rechenschwäche herausgestellt werden, die sich aus inhaltlichen Schwachstellen in der Lehre und des Materials begründen. (Schulz 1995: 19) Eine definitive Analyse und Bewertung des Lerninhalts müsste sich sowohl mit den inhaltlichen und didaktischen Vorgaben des Mathematikunterrichtes, also mit den Richtlinien, Lehrplänen, Curricula etc. auseinandersetzten als auch mit deren Realisierung im Unterricht. (Vgl. Thiel 2003: 224) Weil diese Auseinandersetzung in dieser Arbeit nicht geleistet werden kann, beschränken sich die Ausführungen auf das Lehr- und Lernmaterial und dessen lerntheoretische Fundierung. Es sollen im Folgenden beispielhaft Lehrmaterialien wie Schulbücher und Lernsoftware sowie verwendete Anschauungsmaterialien auf inhaltliche pädagogische Ungenauigkeiten und Schwachstellen hin untersucht werden.

Ein zweiter schulbedingter Faktor für das Auftreten von Rechenschwäche lässt sich bezüglich der Lehrenden damit zusammenfassen, dass die einzelnen Schüler mit ihren individuellen Lernschwierigkeiten in der Schule nicht ausreichend betreut werden.[36] So wird bspw. der individuelle mathematische Entwicklungsstand des Kindes nicht berücksichtigt, es werden standardisierte Aufgaben gestellt, auf Probleme einzelner Kinder

---

[34] „Nur in ganz wenigen Ausnahmefällen kommt es aufgrund spezifischer familiendynamischer Konstellationen zu isolierten Beeinträchtigungen des mathematischen Lernprozesses." (Lorenz 1996: 32) „Man beachte etwa exemplarisch Dührssens Falldarstellung eines neunjährigen Jungen (1960, S. 324 f.), der neben leichten Stottern und Clownerien besonders durch Rechenversagen auffiel. Der Konflikt bestand in häuslichen Eigentumsproblemen, d. h. im Erleben von Versicherungsbetrügen im Zusammenhang mit der Sozialunterstützung des Vaters." (Grissemann u. a. 1996: 27)

[35] „Ältere Ursachenforschungen, die von kongenitalen, d. h. angeborenen Schädigungen oder Schwächen, ausgehen, lassen sich nicht bestätigen und bleiben aus dem Grund an dieser Stelle unberücksichtigt." (Thiel 2003: 218)

[36] Obwohl die persönliche fachliche und didaktische Kompetenz und die teilweise mangelhafte Lehrerausbildung bei den schulischen Komponenten entscheidend ist, richtet sich diese Kritik nicht gegen die individuellen Lehrer, sondern gegen den schulischen Rahmen, der die Mängel auf Seiten der Lehrer zulässt.

wird nicht in ausreichendem Maße eingegangen etc. (Vgl. Lorenz 1997) Dazu kommt oft eine ausbleibende Diagnostik im Unterricht. Die von den Schülern gemachten Fehler werden häufig nur als solche festgehalten. Die Frage, warum und in welcher Weise die Kinder eine Aufgabe verkehrt „gelöst“ haben, bleibt völlig unberücksichtigt. (Schulz 1995: 19)

Beim Schüler selbst spielen die psychischen Faktoren einer Rechenschwäche die bestimmende Rolle. Dabei sind kognitive und nicht-kognitive Faktoren zu unterscheiden. Kognitive Faktoren spielen im Zusammenhang mit dem Vorhandensein von Intelligenz eine Rolle, so dass auf der „kognitiven Seite [...] natürlich an erster Stelle die Intelligenz zu nennen ist“ (Thiel 2003: 220). Diese Annahmen werden hier explizit ausgeklammert (s. Kapitel 1), stattdessen sind die nicht-kognitiven Komponenten, wie Motivation, Einstellungen, Werte, Haltungen, Arbeitsverhalten und Selbstkonzept (Schulz 1995: 18) zu betrachten. So haben rechenschwache Schüler, die schon einmal schlechte schulische Erfahrungen gemacht haben – für viele im Laufe der Schulzeit ein wiederkehrendes Erlebnis – Misserfolgserwartungen in diesem Lernbereich entwickelt. Diese können mit einem geringem intellektuellen Selbstvertrauen und teilweise daraus resultierender fehlender Motivation bis hin zur Lernverweigerung verknüpft sein: „Z. B. wirken sich die schlechten Leistungen in Mathematik nicht nur negativ auf das relative Fähigkeits-selbstbild in Mathematik, sondern auch auf das in Englisch und Rechtschreiben aus.“ (Thiel 2003: 222) Was für psychische Folgen aus den Problemen im mathematischen Bereich entstehen können, wie diese teilweise zum „Selbstläufer“ werden und wie ein falscher Umgang mit den Problemen von Seiten der Bezugspersonen wie Familie und Lehrer diese Probleme mit auslösen und verstärken können, wird im dritten Unterpunkt angesprochen. (Ganser 2001: 16-22)

Weil zu prüfen ist, ob sich die schulbedingten und psychischen Faktoren für Rechenschwäche auf lerntheoretische Paradigmen zurückführen lassen, werden einleitend die vorherrschenden lerntheoretischen Grundannahmen vorgestellt und analysiert. Anhand des zu zeigenden Zusammenhangs zwischen den lerntheoretischen Paradigmen und den schulbedingten und psychischen Faktoren für Rechenschwäche soll verdeutlicht werden, inwieweit von welchen lerntheoretischen Überlegungen Abstand genommen werden sollte bzw. inwieweit brauchbare didaktische Komponenten ergänzt werden müssen, damit eine computerunterstützte Prävention und Frühförderung eingeleitet werden kann. In diesem Sinne spricht Kerres davon, den Lerntheorien nicht den Status von Paradigmen, sondern von Werkzeugen für die Konzeption von Bildungsangeboten zuzuweisen. „Die Nützlichkeit dieser Werkzeuge wird in der Anwendung sichtbar. Entscheidend ist, ob es ihnen gelingt, zur Lösung bestimmter Bildungsanliegen bzw. -probleme beizutragen.“ (Kerres 2004a: 1-2)

2.1 Paradigmen lerntheoretischer Ansätze

Die didaktische und mediendidaktische Fundierung von Lerntheorien stützt sich vor allem auf die Theorien des Behaviorismus, des Kognitivismus und des Konstruktivismus. (Wöckel 2002: 118) Diese Ansätze lassen sich dahingehend unterscheiden, wie Denkvorgänge vonstatten gehen, wie Wissen aufgenommen wird, was Wissen ist, welche Lernziele zugrunde liegen, welche Paradigmen bestehen und welche Lernstrategien verfolgt werden (vgl. Wöckel 2002: 119). Die behavioristisch orientierte Lerntheorie, die mit dem klassischen und operanten Konditionieren in Verbindung gebracht wird, ist vor allem durch ihre Vertreter Watson, Spoerl und Skinner bekannt geworden. Bereits seit dem Ende der sechziger Jahre setzte im Zusammenhang mit der kognitiven Wende (vgl. Edelmann 1996: 9) eine immer lauter werdende Kritik am Behaviorismus ein, die in erster Linie beanstandete, dass die kognitiven Vorgänge des Gehirns völlig unberücksichtigt blieben und dass die black-box-Philosophie nicht konsequent durchzuhalten sei (vgl. Buth 1995: 22). „Thissen (1999a, S. 4) bezeichnet traditionelle, am Behaviorismus orientierte didaktische Vorstellungen als ‚Nürnberger- Trichter-Didaktik', da sie den Lernenden auf eine rein passive, rezipierende Funktion reduziert." (Wöckel 2002: 120)

Als Reaktion auf die Kritik am Behaviorismus folgte der Kognitivismus, der das menschliche Gehirn als ein informationsverarbeitendes „Gerät" auffasst, Wissen dementsprechend als einen adäquaten internen Verarbeitungsprozess versteht, nach dem Paradigma der Problemlösung sucht und die Strategie des Beobachtens und Helfens durch den Betreuer oder Lehrer favorisiert (vgl. Wöckel 2001: 119). Die wesentliche Unterscheidung besteht daher darin, „daß der Lernende als ein Individuum begriffen wird, daß äußere Reize aktiv und selbständig verarbeitet und nicht einfach durch äußere Reize steuerbar ist." (Tulodziecki u. a. 1996: 43). Der Lernprozess ist nach Piaget als frühen Vertreter der Kognitionstheorie ein Austauschprozess mit der Umwelt, bei dem Handlungsweisen der Umwelt angepasst werden können (Akkomodation) oder durch Anwendung des Schemas die Umwelt verändert werde kann (Assimilation) (vgl. Hasebrook 1995: 164, Schulmeister 1996: 65). So können sich kognitive Theorien „in besonderer Weise auf die Umgebung von Lernenden fokussieren." (Filk 2003: 33) Des Weiteren besteht in diesem kognitiven Ansatz auf der einen Seite ein enger Zusammenhang mit dem Forschungsgebiet der künstlichen Intelligenz (Baumgartner u. a. 1994: 104), und auf der anderen Seite erhält das entdeckende Lernen einen starken Akzent. Nach dem Prinzip des entdeckenden Lernens steuert der Lernenden eigenständig seinen Lernprozess, indem er selber Problemlösungsfähigkeiten entwickelt. Weiterhin wird hierbei die intrinsische Motivation gefördert und das implizite Lernen betont. (Vgl. Edelmann 1996: 214 ff., Schulmeister 1996: 66).

Während der Kognitivismus von einer objektiven Vorstellung einer objektiv erkennbaren Realität ausgeht, stellt der Konstruktivismus den Lernprozess als eine aktive subjektive Interpretation und Konstruktion der Wirklichkeit dar und steht damit im Gegensatz zum Objektivismus (vgl. Tulodziecki u. a. 1996: 46). Entscheidend ist dabei das Vorwissen des Lernenden, weil neues Wissen immer mit dem bereits erworbenen Wissen neu konstruiert wird, d. h. beim Lernen findet ein Prozess des Ordnens, Korrigierens, Erweiterns etc. statt. (Wöckel 2002: 125-126) Radikale Konstruktivisten, die jedes Wissen als individuelle Konstruktion auffassen, lehnen folglich auch die Instruktion als Vermittlung von Wissen ab. „Der Selbstorganisation des Lernprozesses – im Sinne eines selbstbestimmten reflexiven Handelns – wird dabei eine besondere Bedeutung zugemessen.“ (Tulodziecki 2002: 83) Parallelen zu dem kognitivistischen Ansatz sind sowohl beim entdeckenden Lernen zu finden, da nach den Prinzipien des entdeckenden Lernens der Lernprozess stärker am Lernendem als am Lehrenden orientiert ist, als auch bei beim situierten Lernen, weil nach den Vorstellungen des situierten Lernens eine grundsätzlich erkenntnistheoretische Ausrichtung konstruktivistisch geprägt ist (vgl. Mandl u. a. 1997: 168; Filk 2003: 33). Typische konstruktivistische Gestaltungsansätze für Lernumgebungen sind Anchored Instruction und Cognitive Apprenticeship (vgl. Mandl u. a. 1997: 171). Neben diesen kurz vorgestellten allgemeinen Wurzeln der Lerntheorien spielen in den computerunterstützten Präventions- und Förderkonzepten auch daraus abgeleite didaktische Konzeptionen und Entwicklungen medienbasierter Lernumgebungen eine Rolle. Dazu zählen im Wesentlichen die Instruktionsdesigntheorien, dort wiederum vor allem die Elaborationstheorie (vgl. dazu Strittmatter u. a. 2000).[37]

2.2 Bewertung hinsichtlich ihrer Anwendbarkeit

Während der Behaviorismus wesentliche Gesichtspunkte des Lernprozesses unberücksichtigt lässt, sind die anderen Ansätze vor allem in den ergänzenden Aspekten der Lernvoraussetzungen und der Lernumgebungen deutlich differenzierter. Die Kritik muss deshalb überprüfen, inwieweit ausgehend von diesen Voraussetzungen sinnvolle Rückschlüsse auf den Lernprozess möglich sind.

Auch wenn der Behaviorismus die am Besten ausgearbeitete Theorie ist und auf jahrzehntelanger umfangreicher Forschungstätigkeit beruht (vgl. Buth 1995: 21),

[37] Nähere Ausführungen dazu werden im 3. Kapitel gemacht, wo es explizit um die Frage geht, auf welcher lern- und medientheoretischen Grundlage eine computerunterstütze Prävention und Frühförderung bei Rechenschwäche erfolgen sollte.

konzentriert sich der Ansatz auf sehr einfache psychische Vorgänge und stellt den Lernenden zu unrecht als absolut passives Individuum dar, welches bloß Reize aufnimmt und dadurch einer von außen gewollten Verhaltens- bzw. Wissensänderung folgt. (Tulodziecki 2002: 80) Richtiger behaupten kognitive Theorien dagegen, dass die Wissensvermittlung nicht getrennt vom Individuum erfolgt, sondern einen aktiven Verstehungsprozess impliziert. „In diesem Sinne wird der Lernende bei der kognitionstheoretischen Grundposition als interaktiv agierender Empfänger von medialen Botschaften betrachtet“, (Tulodziecki 2002: 80). Interessant sind insbesondere die Ansätze des situierten und entdeckenden Lernens und der intrinsischen Motivation, die auch Überschneidungspunkte mit dem Konstruktivismus aufweisen. Dieser hingegen ist in seiner radikalen Form, die eine Objektivität des Lerngegenstandes negiert, sehr fraglich. In diesem Punkt ist der konstruktivistische Ansatz auch nicht vereinbar mit den strengen curricularen Vorgaben der Lerninhalte, da Richtlinien und Lehrpläne genaue Lernziele vorgeben, die aus konstruktivistischer Sicht nicht wünschenswert wären. (Vgl. Kultusministerium des Landes Nordrhein-Westfalen 2003) „Einer der am häufigsten vertretenen Einwände gegen eine konstruktivistisch orientierte Didaktik richtet sich gegen eine – von den Kritikern so bezeichnete – ‚Beliebigkeit des Wissenserwerbs‘ (Blumstengel 1998, Kapitel ‚Konstruktivismus‘).“ (Wöckel 2002: 130) Gerade für das Unterrichtsfach Mathematik ist es unabdingbar, bestimmte Gesetzmäßigkeiten und Regeln zu kennen, um einen erfolgreichen Zugang zu erlangen und Wissen zu erwerben.[38] Eine individuelle Konstruktion des Lerngegenstandes könnte zur Beliebigkeit des Wissens führen, was dem logisch hierarchischen Aufbau der Mathematik widersprechen würde.[39] Auch ist es sehr fraglich, ob die Lernenden mit den hohen Anforderungen, die ein konstruktivistischer Lernprozess erfordert, aufgrund ihrer Lernausgangslage klar kommen können. Aufgrund der Vielseitigkeit und des Umfangs der mathematischen Lerninhalte ist oft eine Anleitung erforderlich. Muss der Lernprozess jedoch von den Schülern im Großen und Ganzen selbstständig vonstatten gehen, wäre das einerseits mit einem sehr starken Zeitaufwand verbunden. Andererseits bestünde die Gefahr, dass gerade schwächere Schüler mit „schlechteren“ Lernvoraussetzungen an den Rahmenbedingungen scheitern. „Allerdings ist die konstruktivistische Auffassung – insbesondere in ihren radikalen Ausprägungen mit der Ablehnung instruktionaler Komponenten im Lernprozess – umstritten.“ (Tulodziecki

[38] „Für die Medienentwicklung geht es im ersten Falle mehr um die Frage, wie interne Prozesse zum Aufbau geordneten Wissens unterstützt werden können, beispielsweise durch eine geeignete Strukturierung und Sequenzierung der Lerninhalte.“ (Tulodziecki 2002: 81)

[39] Näher zu analysieren wären jedoch die konstruktivistischen Lernumgebungen, die gute Ansatzpunkte liefern, aber in der Unterrichtspraxis zu Komplikationen führen könnten.

2002: 83) Was würde demnach passieren, wenn die Schüler sich nicht motivieren lassen und folglich aus eigener Initiative kein Interesse an dem Lerngegenstand aufbringen? Lässt sich auf eine Lernsteuerung völlig verzichten? Auch stellt sich die Frage, ob die Lernenden es überhaupt plausibel finden, das Wissen selbständig zu „entdecken“, obwohl der Lehrende ihnen es auch einfach erzählen könnte. Solche berechtigten Einwände gegen den Konstruktivismus bedeuten umgekehrt nicht, dass ein Lernprozess auf Grundlage des radikalen Instruktionalismus sinnvoll ist. Fraglich ist eine radikale instruktionalistische Orientierung in der Hinsicht, dass das Gestalten einer bestimmten Lernumgebung die Gefahr der Einseitigkeit in sich birgt, bei der der individuelle Lernstil und die unterschiedlichen Bedürfnisse der Lernenden zu wenig berücksichtigt werden. (Werner 2002: 20) „Mittlerweile zeichnet sich eine ‚pragmatische Zwischenposition‘ ab, die von Merrill (1991) als Instruktionales Design der zweiten Generation bezeichnet wird.“ (Tulodziecki 2002: 83)[40] Aus diesem Blickwinkel heraus überzeugen Positionen von moderaten Konstruktivisten, die die Notwendigkeit von Lernumgebungen betonen, die den Bedürfnissen der Schüler gerecht werden und individuell anpassbar sind. „Wichtig ist dabei, dass für den Fall der Gestaltung lernergesteuerter, problemorientierter Umgebungen und speziell auch für die Hypermedia-Entwicklung keine einfache Ableitung aus Lernzielen vorgenommen wird. Stattdessen sollten im Einzelfall verschiedene Formen der didaktischen und softwaretechnischen Realisierung sowie der curricularen Einbindung berücksichtigt werden.“ (Blumstengel 1998) „Als am meisten verbreiteter Ansatz der mediendidaktischen Diskussion am Ende des 20. Jahrhunderts kann die Position des ‚gemäßigten Konstruktivismus‘ gelten (vgl. Baumgartner 2003, s. a. die Kritik hieran bei Kerres und de Witt 2002).“ (Kerres u. a. 2004a: 4 / 5)[41]

Bei der kritischen Beurteilung lerntheoretischer Ansätze sind bereits die Vor- und Nachteile einzelner Grundannahmen herausgestellt worden. Im Folgenden sind die Lerntheorien unter Berücksichtigung der vorgebrachten Einwände daraufhin zu untersuchen, inwieweit sich die schulbedingten und psychischen Faktoren der Rechenschwäche auf der Seite des Lerninhalts, des Lehrenden und des Schülers auf unzureichende oder fehlerhafte lerntheoretische Überlegungen zurückführen lassen.

[40] „Diese Position ist dadurch gekennzeichnet, dass einerseits die Bedeutung von Lernen in Problem- bzw. Handlungszusammenhängen – *im Sinne* der konstruktivistischen Auffassung – betont wird, dass andererseits allerdings von der Sinnhaftigkeit eines Aufbaus kognitiver Strukturen bzw. mentaler Modelle durch geeignete Instruktionen – *im Sinne* kongnitionstheoretischer Ansätze - ausgegangen wird (vgl. Merrill 1991, S. 51 f.; Weidenmann 1993, S. 12).“ (Tulodziecki 2002: 83-84)

[41] Kerres spricht auch vom pragmatischen Konstruktivismus. (Vgl. Kerres 2004a)

2.3 Mängel der Lehrinhalte und ihrer lerntheoretischen Fundierung am Beispiel des Lehr- und Lernmaterials

In diesem Abschnitt wird am Beispiel der Lehr- und Lernmaterialien des Mathematikunterrichtes der Grundschule aufgezeigt, dass der Lerninhalt ein (schulbedingter) Faktor für Rechenschwäche sein kann. (Vgl. dazu Grissemann u. a. 1996: 37) Insofern das Lehr- und Lernmaterial auf Lerntheorien basiert, sind auch diese Bestandteile der Analyse. Entscheidend ist dabei der Zusammenhang zwischen den lerntheoretisch fundierten Lehr- und Lernmaterial und dem Auftreten einer Rechenschwäche.

Da im Mathematikunterricht meistens der Unterricht am Schulbuch orientiert ist, wird erstens exemplarisch ein Auszug aus einem Schulbuch hinsichtlich der Fragestellung untersucht. Zweitens sollen ausgewählte Lernsoftware-Programme für das Erlernen mathematischer Lerninhalte besprochen werden, weil Lernprogramme nicht nur im schulischen Alltag immer mehr in den Vordergrund treten, sondern auch weil mit inhaltlich fundiertem computerunterstützten Lernen eine Erfolg versprechende Wende der Mathematikdidaktik eingeleitet werden könnte. (Padberg 1996: 304-307) Weiterhin spielen gerade für den Mathematikunterricht in der Grundschule Anschauungsmaterialien eine entscheidende Rolle, die deshalb als Drittes besprochen werden. (Vgl. Lorenz 1992)

2.3.1 Schulbücher

Die Schulbücher für den Mathematikunterricht der Grundschule orientieren sich zweifellos an den entsprechenden Richtlinien und Rahmenplänen, wobei ein begrenzter Ermessensspielraum gegeben ist. (Vgl. Kultusministerium des Landes Nordrhein-Westfalen 2003)

Behavioristische Ansätze kommen an der Stelle zum Tragen, bei denen die Aufgabenstellungen nur einen Lösungsweg zulassen. Schulbücher, die Lösungswege vorgeben, sind sehr verfahrensorientiert und werden deshalb oft kritisiert. So lässt sich bspw. die Aufgabe 7+8 nicht nur dadurch lösen, dass die 8 in 3 und 5 zerlegt wird, d. h. erst 7+3 und im Folgendem 10+5 gerechnet wird. Sondern durch den Lösungsweg der Verdopplung, indem 7+7+1 gerechnet wird, gelangt man ebenfalls zu dem richtigen Ergebnis. Da Kinder am Ende der zweiten Klasse nach der Einführung der Multiplikation in der Regel die Verdopplungen aller Zahlen des Zahlenraums bis 10 automatisiert haben, kann ihnen der zweite Lösungsweg unter Umständen leichter fallen als der erste. Des Weiteren fördert eine individuelle kreative Lösungssuche, die auf richtigen Gesetzmäßigkeiten (und keinen inadäquaten Rechenalgorithmen) basiert, das mathematische Verständnis, während ein stures Anwenden von Regeln oft Unverständnis erhält. „Wenn durch unterrichtliche Versäumnisse Operationen nicht in elaborativen Prozessen aufgebaut und verinnerlicht worden sind, stellen sich nur mechanisch-assoziative Drilldressate ein, die nicht flexibel und transferierbar sind.“ (Grissemann u. a. 1996: 20) Ein an dem Beispiel vorgestelltes bloßes Anwenden von Regeln, die im unerfreulichsten Fall nicht verstanden worden sind, lässt sich vereinbaren mit behavioristischen lerntheoretischen Ansätzen, da ein bestimmter Reiz, die Aufgabenstellung, eine ganz bestimmte Reaktion hervorrufen soll, unabhängig von den kognitiven Voraussetzungen und Fähigkeiten der Lernenden. (Buth 1995: 22)

Verfahrensvorschriften anstatt ein operatives Durcharbeiten der Lerninhalte lassen sich für das Lösen von Aufgaben verschiedenster Inhalte in einigen Schulbüchern wieder finden. Folglich können Lehrbücher, die im beschriebenen Sinne auf stures Auswendiglernen von Regeln abzielen und bestimmte Lösungswege vorschreiben, als ein Faktor für das Auftreten von Rechenschwäche angesehen werden, weil das Lehrziel nicht das Verständnis bei den Lernenden ist. Stures Drillrechnen ohne operative Durcharbeitung kann zu Lücken in der operativen Flexibilität und der logischen Strukturierung führen (vgl. Graumann 2002: 133).

Als zweites Fallbeispiel wird exemplarisch ein Schulbuch besprochen, welches die Lerninhalte Verdoppeln und Halbieren (s. Diesterweg 1990), Primzahlen und den ordinalen Zahlbegriff gleichzeitig in Form eines Bildes von einem Briefträger mit dazugehörigen Aufgabenstellungen einführt (s. Abb. 1).

Ein erster Kritikpunkt an dieser Einführung ist, dass die Abgrenzung der Themenbereiche überhaupt nicht vorgenommen wird. Des Weiteren stehen die Aufgabenstellungen z. T. in keinem Zusammenhang mit dem Bild; so sollen alle Primzahlen markiert werden, ohne dass vorher herausgestellt worden ist, was Primzahlen überhaupt sind. Den einzigen Hinweis bietet die vorangegangene Übung der Verdopplung, jedoch ohne Klarstellung eines Bezuges bzw. Zusammenhangs. Lässt man bei den Autoren des Schulbuches die Indizien von Unkenntnis oder Ungenauigkeiten unberücksichtigt, liegt der Schluss nahe, dass es sich bei der Einführung um entdeckendes Lernen handeln soll. (Vgl. dazu Schreiber 2001: 4) Leider ist es für viele Schüler nicht möglich, den Zusammenhang bspw. von Verdoppeln und Halbieren und Primzahlen selbstständig zu entdecken. Ihnen fehlt es an Erklärungen, die das Schulbuch ihnen jedoch versagt. Mit diesem Beispiel soll gezeigt werden, dass das Prinzip des entdeckenden Lernens, welches sowohl kognitivistische als auch konstruktivistische Ansätze enthält (Mandl u. a. 1997: 168), ebenfalls als ein Faktor für das Entstehen von Rechenschwäche nicht ausgeschlossen werden kann, zumindest dann, wenn notwendige Erklärungen den Schülern vorenthalten werden.[42]

Abb. 1: Gerade und ungerade Zahlen in einer Veranschaulichung.

Auch ein unstrukturierter Aufbau eines Arbeitsblattes oder von Schulbuchseiten kann als inhaltsübergreifender Faktor einer Lernstörung angesehen werden. „Die Anordnung der Aufgaben / Zahlen auf einem Arbeitsblatt / einer Schulbuchseite bereitet Schwierigkeiten. Die Aufgabe wird nicht (wieder)gefunden.“ (Lorenz 2003b: 44)

Problematisch erscheint auch die Verwendung des Prinzips der intrinsischen Motivation in Schulbüchern, da ein interner Anreiz, der als subjektiv interessant und notwendig angesehen wird, in Schulbüchern nicht individuell für den jeweiligen Lernenden ausgewählt, sondern der gesamten Klasse auferlegt wird. Homberger sieht zwar die Vorteile der intrinsischen Motivation, hält den schulischen Rahmen jedoch für keinen idealen Ort: „Neugiermotivation in diesem Sinne ist der Musterfall für ‚intrinsische Motivation‘ (Heckhausen, 1989). Der Aufforderungscharakter der Objekte hat hiernach eine auslösende Bedeutung; das möglicherweise neu zu Entdeckende regt das Individuum an, aktiv zu werden, sofern die entsprechenden Bedürfnisse oder Strebungen latent in ihm vorhanden sind. Allerdings findet diese Interaktion nicht in einem idealen Raum statt. Bestimmte Situationsfaktoren können dem Lernprozeß förderlich sein oder ihn behindern.“ (Homberger 2004) Vielleicht finden nicht alle Schüler Autorennen, Abzählreime etc. interessant und verstehen die Verwendung dieser Motivationsanimationen nicht als Anreiz, sich mit dem Lerninhalt intensiver auseinander zu setzen, sondern eher als

[42] Die Kritik wird selbstverständlich dadurch entschärft, dass die Aufgabe der Wissensvermittlung nicht primär bei dem Schulbuch liegt, sondern in erster Linie bei der Lehrperson, die gegebenenfalls diese beschriebenen Defizite ausräumen kann.

zusätzliche Belastung. Im Extremfall stellen diese Motivationsaspekte nicht nur keinen Vorteil für den Lernprozess und Wissenserwerb dar, sondern können ihn sogar behindern, wenn das eigentliche Lernziel in den Hintergrund gerät. Wenn z. B. die Zahl 5 für einen Schüler identisch ist mit fünf Luftballons hat er kein sachgerechtes Anzahlverständnis entwickeln können, da es ihm nicht gelungen ist, bei einer Menge von ihrer Qualität zu abstrahieren. (Vgl. dazu die Ausführungen zur Repräsentation in 1.4.2) Der Grund dafür könnte im durchgehenden Repräsentieren von Mengen durch Luftballons im verwendeten Schulbuch liegen.

2.3.2 Multimediale Lernprogramme

Multimediale Lernprogramme sind für die Untersuchung nicht nur deshalb interessant, weil sie vermehrt im Unterricht eingesetzt werden, sondern auch, weil ein umfassendes und fast unüberschaubares Angebot an Mathematiksoftware für den Altersbereich der Grundschule auf dem Markt ist.

„Die Entwicklung computergestützten Unterrichts begann mit schulischer Lernsoftware, die sich an einem eher behavioristischen Modell von Lehr-Lern-Prozessen orientiert:“ (Pauli 1998: 55) Lernprogramme, die einen behavioristischen Hintergrund haben, sind auf das sture Einüben bestimmter Lernziele eingestellt. Die Übungen müssen ohne Hilfestellung gelöst werden und der Lösungsprozess dauert so lange, bis die richtige Lösung gefunden worden ist. „Mathematikunterricht, der nur auf Ergebnisse abzielt und die dazu gehörenden Prozesse vernachlässigt, verfehlt sein Ziel.“ (Buchner 2003: 161) In der Regel ist der Erfolg verbunden mit einer Vergabe von Punkten, einem Spiel oder ähnlichem. Ein Beispiel für diese Art von Lernsoftware ist „Mega Mathe Blaster“ (1996). (Vgl. Thissen 1999: 4) Problematisch ist sicherlich der der Software zugrunde liegende Ausgangspunkt, Regeln der Mathematik ließen sich durch wiederholtes Lösen von Aufgaben begreifen. Völlig unberücksichtigt bleiben bei den Programmen Erklärungen der Lerninhalte und die Möglichkeiten, individuelle Lösungsstrategien zu entwickeln. Währenddessen gibt es nur die Unterscheidung in richtig oder falsch, wobei der subjektive Lernprozess bewusst ausgeklammert wird. Vgl. dazu Thissen 1999: 6) Wissensvermittlung mithilfe eines auf behavioristischen Grundannahmen basierenden Lernprogramms kann dann eine Rechenschwäche bedingen, wenn eben die subjektiven Lernvoraussetzungen unberücksichtigt bleiben, eine Erklärung der Lerninhalte sowie geeignete Hilfestellungen nicht vorgesehen sind und bestrafende oder belohnende Faktoren im Vordergrund stehen. Denn dann besteht die Gefahr, dass es dem Lernenden nicht mehr um das Begreifen von Mathematik geht, sondern nur noch um die Belohnung (bspw. mit einem Spiel) oder um das Vermeiden einer Bestrafung. Natürlich muss man auch berücksichtigen, dass nicht jede Lernsoftware den Anspruch der Wissensvermittlung erhebt, sondern bewusst die Bereiche der Mathematik auswählt, die in der Tat eingeübt werden müssen, wie bspw. die Zahlzerlegung oder die Multiplikation. (Vgl. dazu „Blitzrechnen“ 1998) Das hat dann wiederum den Vorteil, dass nach einer schulischen Einführung in das Thema diese Software von dem Kind selbständig verwendet werden kann. Diese multimedialen Lernprogramme sind für die Fragestellung vorläufig irrelevant, da sie nicht den Anspruch erheben, den jeweiligen Lerngegenstand dem Kind zu vermitteln bzw. zu erklären, sondern bereits erworbene Erkenntnisse festigen wollen.

Kognitivistisch ausgerichtete Lernprogramme führen nicht nur in das Thema ein, sondern zeigen dem Lernenden auch Zusammenhänge auf und bieten verschiedene Vorgehensweisen an. Meistens gibt es einen Tutor, der den Lernenden durch das Programm führt und ihm entsprechende Hilfestellungen bieten kann. Kritisiert werden derartige Lernprogramme darin, dass immer noch eine klare Linie vorgegeben ist, die dem Lernenden nicht erlaubt, selbstständig seinen Lernprozess in die Hand zu nehmen. (Vgl. Tulodziecki u. a. 1996: 46) Andere Kritikpunkte beziehen sich auf den dieser Theorie zugrunde liegenden Vergleich des menschlichen Gehirns mit einem Computer, da damit die Komplexibilität des Gehirns unterschätzt wird. (Vgl. Thissen 1999: 11 f.)

Weil der Konstruktivismus davon ausgeht, dass der Lehrende den Konstruktionsprozess des Lernenden immer nur anregen, fördern oder unterstützen kann, gilt dieses auch für konstruktivistisch ausgerichtete multimediale Lernprogramme. In diesen Programmen geht es nicht mehr darum, den Lernenden zu führen oder zu leiten, sondern explizit darum, ihn zu begleiten und zu beraten. Dabei werden komplexe Umgebungen angeboten, authentische Situationen dargeboten und andere Themengebiete zugänglich gemacht. In der Lernsoftware „Emil und Pauline im Weltraum“ (1999) wird die intrinsische Motivation durch zwölf unterschiedliche interaktive Spielszenen mit zahllosen auditiven und visuellen Lernanreizen geweckt. (Vgl. e- Lisa 2004)

An den Lernenden stellt eine derartige Lernsoftware sehr hohe Anforderungen, weil er seinen Lernprozess praktisch selbstständig organisieren muss. (Vgl. Thissen 1999: 17 f.) Negativ gesprochen impliziert dieser Anspruch auch schon die Kritik, da es nicht mehr zu erkennen ist, ob der Lernende vielleicht überfordert ist. Der Schüler muss sich auf die Lernumgebungen und die Lernsituationen einlassen, damit sein Wissenserwerb überhaupt funktionieren kann. Bezieht man diese letzt genannten Lernprogramme auf die Fragestellung, kann auf der einen Seite betont werden, dass ein so stattgefundener erfolgreicher Lernprozess als sehr positiv zu bewerten ist. Auf der anderen Seite besteht die Gefahr, dass ein Lernprozess bei schlechteren oder anderen Lernvoraussetzungen erst gar nicht statt finden kann.

Für Kinder, die Probleme mit dem Verständnis mathematischer Lerninhalte haben, bietet sich eine solche Lernsoftware nicht an, weil sie nicht nur begleitet werden müssen, sondern intensiv unterstützt und gefördert werden müssen. Aus diesem Grunde kann der Einsatz konstruktivistischer Lernsoftware im Unterricht die ungleichen Lernvoraussetzungen der Schüler nicht aufheben, sondern eher noch verstärken.[43]

2.3.3 Anschauungsmaterialien

Die Verwendung von Anschauungsmaterialien wie Steckwürfel, Perlenkette, Zahlenstrahl etc. sind im Mathematikunterricht der Grundschule sehr beliebt; denn seit „Jahrhunderten ist man sich in der Mathematikdidaktik einig, dass Kinder günstigerweise durch Handlungen lernen.“ (Lorenz 2003a: 28) Das Ziel des Einsatzes ist in der Regel, das Verständnis der mathematischen Sachverhalte zu fördern und die mathematischen Inhalte anschaulich darzustellen. (Lorenz 1992) Die Frage ist, ob Anschauungshilfen diesem Ziel gerecht werden oder ob „im visuellen Bereich, eine Ursache für die Rechenschwäche eines Teils der Kinder liegen? Oder in der Fähigkeit zur Ablösung vom Material, in der Abstraktionsfähigkeit oder im Mut zum Auswendigrechnen?“ (Krüll 1996: 32) „Könnte es sein, dass das Handeln, das Manipulieren der konkreten Objekte gar nicht automatisch zu entsprechenden Anschauungsbildern führt?“ (Lorenz 2003a: 28)

Weil es nicht um eine Veranschaulichung im Unterricht gehen sollte, sondern um ein Begreifen der Sachverhalte bzw. ein Durchschauen der mathematischen Struktur wäre der Begriff des Erarbeitungsmaterials durchaus treffender als der Begriff Anschauungsmaterial (vgl. Gaidoschik 2000a: 3). Es ist zu differenzieren, ob das Material *alleine* die mathematische Struktur erklären soll oder ob es unterstützend und mit fachlicher Anleitung die Lerninhalte erarbeiten soll. Im ersten Fall kann man von einer kognitivistischen, konstruktivistischen Lerntheorie ausgehen, da die Kinder eigenständig mithilfe des Materials die damit aufgezeigte mathematische Struktur entdecken sollen. Das sich daraus unter Umständen ergebende Problem ist, dass einige Kinder jegliches Material „erst einmal im Sinne ihrer bereits vorhandenen Fehlvorstellungen verstehen … Ihre falschen mathematischen Konzepte werden durch das ‚richtige‘ Material also nicht automatisch korrigiert. Sondern das Kind wird auf sich alleine gestellt, umgekehrt das Material in den Dienst seiner falschen Konzepte stellen.“ (Gaidoschik 2000a: 3).

[43] Zur Analyse und Bewertung von Computer-Lernprogrammen für die Grundschule vgl. auch Meißner (1996): 311 ff., in: Mitzlaff 1996).

Sowohl das Rechenbrett, Finger, Kugel-Ketten, Steckwürfel, Spielgeld, Zahlenstrahl usw. können eine unsachgemäße Denkvorstellung bei Kindern fördern anstatt sie zu beseitigen. Ist der kardinale Aspekt der Zahl bei den Schülern noch nicht verstanden oder abgesichert, werden sie die Materialien als bloße Abzählhilfe „miß“brauchen: die Zahl drei wird dann nicht als quantitative Menge betrachtet, sondern linear als der dritte Finger, der unverstandene vierte Strich auf dem Zahlenstrahl etc. (Gaidoschik 2000a :3) Die Tatsache, dass fast jedes Material als Zählhilfe verwendet werden kann, die dann der Entwicklung einer sachgerechten Anzahlvorstellung im Wege steht, weist darauf hin, dass insbesondere bei schwächeren Kindern klare Vorgaben und strukturierende Anregungen zur Verwendung des Materials vonnöten sind. „Kinder mit Rechenschwäche brauchen das Anschauungsmaterial länger als andere Kinder.“ (Krüll 1996: 32) Dabei darf nicht vernachlässigt werden, dass Veranschaulichungsmittel dem Kind verschiedene Fähigkeiten abverlangen. (Lorenz 2003a: 49) Damit soll verdeutlicht werden, dass nicht das Material selber im Sinne des entdeckenden Lernens für den Erfolg entscheidend sein kann, sondern alleine seine richtige Verwendung. „Störungen entstehen dadurch, dass die Schülerinnen und Schüler die mathematische Äquivalenz der Veranschaulichungsmittel nicht erkennen: Die arithematischen Operationen an den Cuisenaier- Stäben und der Hundertertafel, an den Mehrsystem-Blöcken und dem Zahlenstrahl erscheinen ihnen so verschieden, dass sie diese nicht oder nur mit großen Schwierigkeiten ineinander übersetzen können.“ (Lorenz 2003a: 50) Werden deshalb Anschauungsmaterialien auf der Grundlage konstruktivistischer Lerntheorien eingesetzt, können diese Faktoren für das Entstehen von Rechenschwäche sein und / oder bereits vorhandene Lücken verstärken. (Vgl. dazu auch Lorenz 1992) „So zeichnen sich Kinder, die erhebliche Probleme beim Rechnen haben, z. B. dadurch aus, dass sie nicht in angemessener Weise mit den Materialien umgehen können, die ihnen beim Rechnenlernen helfen sollen, während die mathematisch leistungsstarken Kinder diese Materialien nicht (mehr) benötigen (Rottmann /Schipper 2002).“ (Schipper 2003: 112-113) Umso wichtiger erscheint es, nicht nur bei der Auswahl der Veranschaulichungsmaterialien genau zu differenzieren, sondern auch die Verwendung des Materials selber zum separaten Gegenstand zu erklären: „Jedes Veranschaulichungsmittel und die Regeln seiner Verwendung müssen neu gelernt werden, sie stellen einen eigenen Unterrichtsgegenstand dar.“ (Lorenz 2003a: 50)[44]

[44] Lorenz beschreibt ausführlich einige Veranschaulichungsmittel und ihren Gebrach von rechenschwachen Kindern. S. Lorenz 2003a: 28-36.

2.4 Mängel auf der Seite der Lehrpersonen – Mangelnde individuelle Betreuung der Schüler und fehlende oder unzureichende Diagnostik

2.4.1 Mangelnde individuelle Betreuung der Schüler

Die unzureichende individuelle Betreuung der Schüler von Seiten der Lehrpersonen kann ein schulbedingter Faktor für das Entstehen von Rechenschwäche sein. Entscheidend für eine treffende Beurteilung dieses Faktors ist der jeweilige Unterrichtsstil der Lehrer.[45]: Deshalb muss unterschieden werden zwischen dem Frontalunterricht, dem offenem Unterricht, dem situierten Unterricht etc., (vgl. auch Fraedrich 2001: 1) da die verschiedenen Unterrichtsstile auf unterschiedlichen lerntheoretischen Hintergründen basieren und demzufolge eine unterschiedliche individuelle Betreuung implizieren.

Der Frontalunterricht stützt sich bei konsequenter Anwendung auf behavioristischen Lerntheorien, da die individuellen Lernvoraussetzungen unberücksichtigt bleiben und es in erster Linie darum geht, richtige Antworten von den Schülern zu erhalten. (Buth 1995: 22) „Der Frontalunterricht ist ein Stiefkind der wissenschaftlichen Didaktik. In der Schulpraxis aber wird er überwiegend praktiziert.“ (Gudjons 2003b: 7) Zusammenfassend liegen die Probleme dieser Vorgehensweise darin, dass ein Lernprozess nicht fremdbestimmt sein soll, nicht getrennt von dem jeweiligen Wissenstand einzelner Schüler vonstatten geht, so dass viele individuelle Faktoren und Vorgehensweisen eine Rolle spielen. „Die Lernenden werden in einer reaktiven, nur aufnehmenden Rolle gesehen, man muss ihnen notfalls gegen ihren Widerstand etwas eintrichtern (s. u. Nürnberger Trichter). Assoziationen wie ‚einem Hund Kunststücke beibringen‘ oder gar ‚jemanden die Flötentöne beibringen‘ liegen nahe.“ (Gudjons 2003b: 8) Die subjektiven Besonderheiten der Schüler müssen jedoch individuell betreut werden, damit der Wissenserwerb gelingen kann. (Fritz 2003: 287) Ist die notwendige Betreuung aufgrund fraglicher lerntheoretischer Ideen nicht gewährleistet, verwundert es wenig, dass einigen Schülern der erforderliche Zusammenhang der mathematischen Inhalte vorenthalten bleibt mit Folgen der Schulunlust und des Schulversagens. (S. Kapitel 2.3.)[46]

---

[45] Idealtypisch konstruierte Erziehungsstile sind 1. weltnah vs. isolierend, 2. frei/liberal/Wachsenlassen vs. gebunden/autoritär/Führen, 3. vorgreifend vs. entwicklungstreu und 4. uniform vs. individualisierend. (Vgl. Weber 1986 u. Schneewind 1980.)

[46] Mit dieser Kritik am Frontalunterricht, der sich in seiner Reinform aus behavioristischen Lerntheorien ableiten lässt, soll umgekehrt nicht dafür plädiert werden, Elemente des frontal orientierten Unterrichtes vollständig aus dem Unterricht zu streichen. Vielmehr sollte es darum gehen, den Frontalunterricht in offene Unterrichtsformen zu integrieren. (Gudjons 2003b: 255-268)

Offener Unterricht ist ein Sammelbegriff für „unterschiedliche Reformansätze in vielfältigen Formen inhaltlicher, methodischer und organisatorischer Öffnung mit dem Ziel eines veränderten Umgangs mit dem Kind auf der Grundlage eines veränderten Lernbegriffs." (Wallrabenstein 1991: 5) Eine inhaltliche Öffnung in Form des offenen Unterrichtes, die auf die Interessen der Schüler eingeht und Initiativen von ihnen herausfordert, ist mit einer größeren individuellen Betreuung der Schüler von Seiten der Lehrenden verbunden als beim Frontalunterricht. „Die Lernorganisation läßt sich durch rigide Stundenpläne nicht gängeln, sie bevorzugt freie Arbeit und flexible Tages- und Wochenpläne, Projekte in Gruppen, individuelle Zeitverfügung, Lernberatung für den Einzelnen oder für die Arbeitsgruppe, gemeinsame Besprechung im Kreis etc." (Lorenz 1997: 8) Hier spielen explizit gemeinsame Lernformen, selbstentwickelte Regeln und eigene Entscheidungen eine wesentliche Rolle. (Tulodziecki u. a. 1996: 43) Die organisatorische Öffnung im offenen Unterricht in Form von Morgenkreisen, Wochen- und Tagesplänen, Freiarbeiten, Stationenlernen und Projekten implizieren nicht nur eine hohe Motivation der Lernenden, sondern auch eine hohe Anforderung an die individuelle Betreuung durch die Lehrpersonen. (Lorenz 1997: 8) Offener Unterricht lässt sich teilweise auf kognitivistische Ansätze zurückführen, wenn der Lehrer als Tutor auftritt, der lehrt und erklärt. (Wöckel 2001: 119) Zum größten Teil liegen ihm jedoch konstruktivistische Lerntheorien zugrunde, bei denen der Lehrer als „Coach" fungiert, der lediglich berät und kooperiert. (Baumgartner u. a. 2001: 103) Streng genommen kann im letzteren Fall das Problem auftreten, dass der „Coach" eine zu starke, aber erforderliche individuelle Betreuung aus dem Grunde ablehnen wird, weil er den Lernenden nicht instruieren oder leiten will, sondern lediglich beraten. Diese gut gemeinte „Vernachlässigung' könnte fatale Folgen für die Schüler haben, die stringente Erklärungen der Lerninhalte benötigen und eigenständig noch nicht in der Lage sind, die Vorgaben selbständig zu verarbeiten. Umgekehrt sollte gerade bei leistungsschwächeren Schülern darauf geachtet werden, dass der Unterricht die Schüler „in ihren individuellen, auch fehlerhaften Lösungsversuchen unterstützt, auch ihre Lösungsversuche ernst nimmt und nicht nur die leistungsstarken Kinder sich vordrängen lässt;" (Lorenz 2003a: 94) Daher kann ein derartiger offener Unterricht insbesondere für schwächere Schüler dem Lernprozess entgegenstehen und als Anstoß für Rechenschwäche nicht ausgeschlossen werden. Ein anderer vorher schon angesprochener Kritikpunkt bezieht sich auf die klar definierten Lerninhalte der Grundschulmathematik. Um einen Wissenserwerb dieser Inhalte zu garantieren, muss der Lernprozess zumindest in der Weise gesteuert werden, dass diese Grundkenntnisse erlangt werden im Gegensatz dazu, dass die Lernenden ihren Lerngegenstand eigenständig bestimmen sollen und vielleicht andere Prioritäten setzten würden. Lorenz äußert bezüglich der Umsetzung des offenen Unterrichts weitere Bedenken: „Auch kleine Veränderungen in Richtung einer offenen Unterrichtsgestaltung stellen sich aufgrund des schon habituellen Lehrverhaltens als ausgesprochen schwierig heraus.“ (Lorenz 2003a: 96)

Situiertes Lernen tritt im Kontext konstruktivistischer Theorien mit der Forderung auf, die Lernumgebungen situiert zu gestalten und beim Lernprozess konstruktive Aktivität und Kontextbezug in den Vordergrund zu stellen. (Mandl u. a. 1997: 168) Diese Zielsetzung impliziert wie beim offenen Unterricht ein Zurückdrängen der lehrenden, erklärenden und helfenden Lehrperson. Demzufolge sind auch die Kritikpunkte die gleichen: schwächere Schüler benötigen eben Erklärungen und sind im Extremfall nicht in der Lage, ihren Lernprozess eigenständig zu steuern. „Analysen der individuellen Wissensaneignung und der individuellen Wissensstrukturen sind daher auch ein wesentlicher Baustein einer modifikationsorientierten Diagnostik.“ (Fritz 2003: 287) Die Akzentuierung auf den individuellen Lernprozess erfordert eben auch eine individuelle Lernunterstützung.[47]

Eine konsequente Unterrichtsgestaltung mithilfe konstruktivistischer Lernideen kann als schulbedingter Faktor für das Auftreten von Rechenschwäche nicht ausgeschlossen werden, da eine notwendige individuelle Betreuung und Förderung der Lernenden nicht immer vorgesehen ist; denn „[g]erade diejenigen Schüler, die unsere professionelle Hilfe brauchen, werden durch solch einen Unterricht alleine gelassen mit der Aufgabe, mathematische Strukturen aufzubauen.“ (Buchner 2003: 161)

2.4.2 Fehlende oder unzureichende Diagnostik

Eine mangelnde Diagnostik bezüglich der Einzelfehler der Schüler kann mathematische Lernprobleme herbeiführen, da der mathematische Entwicklungsstand des Schülers nicht ausreichend berücksichtigt wird und darüber der subjektive Lernprozess negativ beeinflusst werden kann. Deshalb ist zu überlegen, welche lerntheoretische Grundlegung die notwendige Diagnostik nicht nur bei auffallenden Lernschwierigkeiten impliziert und welche sie unberücksichtigt lässt.

Kommt z. B. ein Schüler bei der Aufgabe 22+5 auf das Ergebnis 9, hat er vermutlich alle Ziffern einfach addiert. Während die Frage, *wie* das Kind gerechnet hat, im Mathematikunterricht in der Regel nicht gestellt wird, müsste genau bei dem beschriebenen Fehler eine weitere qualitative Diagnostik stattfinden. (Vgl. Wehrmann 2003a) Würde das Kind bei der Aufgabe 32+5 analog verfahren, liegt der Rückschluss nahe, dass

[47] „Der Unterricht sollte von den Kindern ausgehen und damit nicht mehr die Lehrperson im Zentrum der Klassenwahrnehmung stehen.“ (Lorenz 2003a: 96)

das Kind Probleme mit dem Stellenwertsystem hat, d. h. die Zahlen lediglich als Ziffern betrachtet und die Wertigkeit der jeweiligen Stelle nicht kennt. Wären die mathematischen Defizite des Kindes aufgrund einer guten Diagnostik bestimmt, könnte im weiteren Unterrichtsverlauf ein für das Kind entsprechendes Förderkonzept ausgearbeitet werden. „Öffnung des Unterrichts unter einem inhaltlichen, und das heißt hier mathematischem Aspekt bedeutet vor allem eine Orientierung an dem Vorverständnis der Kinder." (Lorenz 1997: 9) Die Grundlage dafür, auf die Probleme der Kinder in adäquater Form zu reagieren, ist deshalb eine den Unterricht ständig begleitende Diagnose, was bedeutet, „dass sich die Lehrerin bzw. der Lehrer über den Wissensstand der Schüler/innen Kenntnis schaffen muß" (Lorenz 1997: 9). „Die Grundfragen werden neu gestellt: Wie kommt das Kind zur Zahl? und: Welche Diagnosemöglichkeiten hat die Lehrerin?" (Bauersfeld 1996: 12)

Da es in behavioristischen Ansätzen nicht um die kognitiven Leistungen der Lernenden geht, sondern ausschließlich um das richtige Ergebnis, kann ein darauf basierender Unterricht subjektive Rechenalgorithmen fördern, die zwar zum richtigen Ergebnis kommen, aber auf ein fehlendes Verständnis mathematischer Strukturen aufbauen. „Wenn man die kognitionspsychologischen Befunde der letzten zwanzig Jahre berücksichtigt (*Gardner*, 1994), dann erscheint es mehr als zweifelhaft, ob standardisiertes Lernen überhaupt möglich ist. Lernen heißt vor allem: verstehen." (Lorenz 1997: 9) So kann ein zählender Rechner, der ein rein lineares Zahlverständnis besitzt, zu richtigen Ergebnissen gelangen und in dem behavioristisch ausgeprägten Lehrer nicht auffallen, weil es dem nur um das richtige Ergebnis geht. „Jeder, der elementare Mathematik unterrichtet, weiß es: Nicht das richtige Ergebnis hinter einer Gleichung zeigt an, ob ein Kind überhaupt versteht, was es macht, sondern der Weg, auf dem es zu diesem Ergebnis gelangt ist." (Buchner 2003: 161) Eine Diagnostik in dem Sinne, *wie* die Kinder rechnen, findet nicht statt und kann daher falsche Denkvorstellung mit teilweise fatalen Auswirkungen unterstützen.

Im kognitivistisch orientierten Unterricht geht es hingegen explizit um die Denkweisen der Lernenden. Aus dem Grunde impliziert dieser Unterricht eine ständige Diagnostik durch die Lehrenden, bei denen inadäquate Rechenalgorithmen beobachtet und korrigiert werden. Somit kann ein gut geführter kognitivistisch ausgerichteter Unterricht nicht im Zusammenhang gebracht werden mit dem Entstehen einer Rechenschwäche aufgrund einer mangelnden Diagnostik.[48]

[48] Zu berücksichtigen sind jedoch immer noch andere Faktoren des Unterrichtes, die hier erst einmal bewusst ausgeklammert worden sind.

„Aus konstruktivistischer Sicht ist es nicht nur wichtig, in Erfahrung zu bringen, welche Aufgaben ein Kind noch und welche es nicht mehr lösen kann, also den Kenntnisstand des Kindes in Bezug auf das schulische Curriculum abzubilden, sondern vielmehr, ein ‚Modell der Mathematik des Kindes' (Gerster / Schulz 2000, S. 240) zu konstruieren." (Fritz 2003: 288) Auf der anderen Seite erlaubt der konstruktivistische Unterricht in seiner konsequenten Anwendung wiederum subjektive unsachgerechte Rechenalgorithmen, die zwar diagnostiziert werden können, aber im Extremfall nicht korrigiert werden sollen, da eine solche Unterweisung den Aufgaben des „Coachs" widersprechen würde. Das schon häufig erwähnte Problem des konstruktivistischen Abstreitens objektiver mathematischer Gesetzmäßigkeiten könnte einer Diagnose im Wege stehen, da Fehlvorstellungen der Schüler bspw. bei dem Anzahlverständnis als ihre Sichtweise der Mathematik zugelassen oder sogar gefördert werden könnten. Wenn Fördermaßnamen sich möglichst genau auf die Lernvoraussetzungen des Kindes beziehen sollen, müssen die Ergebnisse der Diagnose nicht nur festgehalten, sondern auch umgesetzt werden. (Fritz 2003: 288) Positiv an diesem Ansatz bezüglich der Diagnostik ist die Tatsache, dass der individuelle mathematische Entwicklungsstand der Lernenden für den Lernprozess eine besondere Rolle spielt. (Gerster u. a. 2000: 140)

Insgesamt lässt sich feststellen, dass im praktizierten Mathematikunterricht ein Zusammenhang zwischen den schulbedingten Faktoren für Rechenschwäche und den lerntheoretischen Ansätzen nicht ausgeschlossen werden kann.

2.5 Psychische Faktoren für Rechenschwäche auf der Seite des Schülers

Neben den schulbedingten Faktoren für Rechenschwäche auf der Seite des Lerninhalts und der Lehrperson können nicht-kognitive psychische Faktoren auf der Seite des Lernenden eine Rolle spielen. Einige Ausführungen zu den psychischen Symptomen einer Rechenschwäche sind bereits gemacht worden. (S. Kapitel 1.3) Die Symptome einer Rechenschwäche sind nicht mit den Ursachen identisch (vgl. Brühl, u. a. 2003), sondern resultieren aus bereits vorhandenen Rechenschwierigkeiten mit der möglichen Wirkung, diesen Schwierigkeiten eine weitere Komponente hinzuzufügen und damit im Teufelskreis Rechenschwäche gefangen zu sein. (Gaidoschik 2003a: 20; Ganser 2001) Auf der anderen Seite soll auch betont werden, dass „[v]erantwortlich für eine Störung […] stets ein individuell gelagertes Wirkungsgefüge [ist]" (Ganser 2003: 227), also die individuelle psychische Situation des Lernenden für weitere Lernstörungen ausschlaggebend sein kann. „Betz / Breuninger (1998) haben im Modell des Teufelskreises dargelegt, wie umfassend sich ein Störungsbild ausweiten kann, wenn nicht auch die Umweltbedingungen und deren Modifikation mit in die Diagnose einbezogen werden." (Fritz 2003: 285)

Weil eine Rechenschwäche nie isoliert, sondern immer systemisch (Kind – Verhaltensdisposition – Umwelt) (Ganser 2003: 228) betrachtet werden muss, können die ausschlaggebenden Faktoren nicht ausschließlich beim Kind liegen. Betz / Breuninger beschreiben die Entwicklung einer Rechenschwäche als Prozess in vier Stadien (Betz u. a. 1998), bei denen die psychischen Faktoren den Ausschlag geben können. Das erste Stadium besteht im Sichtbarwerden der Rechenschwierigkeiten, d. h. der Schüler ist offensichtlich nicht mehr in der Lage, dem Unterricht im Fach Mathematik mit ausreichendem Verständnis zu folgen (Betz u. a. 1998). Im zweiten Stadium nehmen die Schüler ihr Versagen wahr und „beginnen nach unterschiedlichen Erklärungen zu suchen, die beispielsweise möglichst wenig Selbstwert ‚kosten': Ich will nicht mehr rechnen lernen! Es interessiert mich nicht." (Ganser 2003: 228) Neben dieser Abwehrhaltung gegenüber mathematischen Lerninhalten kann es zu negativen Selbstzuschreibungen, aber auch zu Fehlurteilen von der Umwelt (Lehrer, Eltern etc.) kommen. (S. Kapitel 1.3.1) Nach Betz / Breuninger ist das dritte Stadium dadurch gekennzeichnet, dass den Kindern Anerkennung fehlt, sie zunehmend in eine Außenseiterrolle schlüpfen und auch gedrängt werden, Störungen im Unterricht (aggressives Verhalten, Clownerie, etc.) auftreten und sie selbst jedes Selbstvertrauen hinsichtlich ihrer Fähigkeit, mathematische Lerninhalte begreifen zu können, verlieren. (Betz u. a. 1998) „Im Laufe dieses Stadiums wird sich in der Regel eine gravierende Leistungsstörung entwickeln, die mit immer größer werdenden Lernlücken, Schulangst, Vermeidungsverhalten, Angst vor Misserfolg oder ähnlich gelagerten Problemen einhergeht. Den Kindern selbst erscheinen ihre Defizite nicht mehr überwindbar." (Ganser 2003: 228) Im vierten Stadium kommt der psychische Faktor gravierend zum Tragen. Alle Misserfolge werden als persönliches Versagen interpretiert, das Selbstwertgefühl ist drastisch gesunken, es kann aufgrund der Misserfolgserwartung zu einer Generalisierung auf andere Lernbereiche kommen, jegliche Motivation und Lernbereitschaft ist aufgrund der selbst zugeschriebenen negativen Erwartungen verschwunden etc. Diese psychische Komponente wird oft durch die Haltung der Bezugspersonen noch verstärkt. (Vgl. Betz u. a. 1998)[49]

Obwohl deutlich hervorgehoben wird, dass sowohl die nicht- kognitiven psychischen Komponenten nicht isoliert betrachtet werden können, als auch, dass die Ausprägungen

---

[49] Ganser beschreibt den Teufelskreis Rechenstörung an Fallbeispielen (Mathias und Markus). Ganser 2001: 16-22; Ganser 2003: 227-234)

dieses beschriebenen Teufelskreis Rechenstörung sehr unterschiedlich ausfallen können, ist diese psychische Komponente ein wesentlicher Faktor bei der Entwicklung einer Rechenschwäche. (Gaidoschik 2003a: 20; Ganser 2001: 17-18)

Während bei den beiden schulbedingten Faktoren für Rechenschwäche der lerntheoretische Hintergrund nicht unberücksichtigt bleiben konnte, spielen bei dem psychischen Faktor auf Seiten des Lernenden lerntheoretische Komponenten nur dann eine Rolle, wenn es um die computerunterstütze Prävention und Frühförderung geht. „Daher hat eine effektive Förderung – auch im Regelunterricht – von einem ganzheitlichen Ansatz auszugehen: Steigerung des individuellen fachlichen Lernstands *und* Unterstützung im sozial-emotionalen Bereich." (Ganser 2003: 227) Wie der Lehr-Lernprozess unter Berücksichtung der psychischen Notlage des Lernenden lerntheoretisch fundiert gestaltet werden sollte, wird Gegenstand des nächsten Kapitels sein.

3 Mathematischer Lernprozess als Bildungsprozess unter Einsatz Neuer Medien

Ausgehend von den Problemen des Mathematikunterrichtes in der Grundschule, die im Zusammenhag stehen mit den schulbedingten und psychischen Faktoren für Rechenschwäche, muss im Folgenden überlegt werden, auf welcher lerntheoretischen Grundlage computerunterstütze Präventions- und Frühförderkonzepte basieren sollten. Dabei steht die Frage im Mittelpunkt, „ob und wie die neuen Techniken zu einem Bildungsfortschritt der Kinder beitragen können." (Schönweiss 1997: 67)[50]

„Lerntheoretische Überlegungen zur Mediengestaltung und Medienverwendung können Bezüge zu unterschiedlichen lehr- lerntheoretischen Grundorientierungen aufweisen. Solche Grundorientierungen können behavioristischer, kognitionstheoretischer oder konstruktivistischer Art sein." (Tulodziecki u. a. 2002: 80) Zur Beantwortung der Frage, auf welcher lern- und medientheoretischen Grundlage einer Rechenlernlernstörung vorgebeugt werden kann (Prävention) und wie auf eine bereits entstandene Rechenschwäche reagiert werden kann (Frühförderung), werden die als förderlich einzuschätzenden Aspekte lerntheoretischer Ansätze (s. Kapitel 2.1) unter dem Blickwinkel eines mathematischen computerunterstützten Bildungsprozesses aufgezeigt. „Für einen Lernerfolg kommt es darauf an, den ‚richtigen Mix' dieser Komponenten zu finden. Notwendig sind dafür mediendidaktische Konzeptionen, die auf dem Hintergrund von theoretischen Ansätzen begründet werden können." (Kerres u. a. 2004a: 3). Dabei kann es in Anlehnung an die Einsicht, dass die Vorstellung eines besten Unterrichts in der Allgemeinen Didaktik und der Lehr- Lernforschung längst überwunden ist (Terhart 1997), auch bei der Mediendidaktik nicht darum gehen, dass richtige Paradigma des computerunterstützten Lehrens und Lernen zu finden. „Bei einer theoretischen Fundierung von Mediendidaktik kann es nicht darum gehen, das eine, richtige Paradigma des Lernens oder Lehrens zu identifizieren. Die zentrale Frage lautet vielmehr, unter

---

50 „Multimedia ist sicherlich kein Allheilmittel gegen jede Art von Problemen der Informationsvermittlung oder gegen Mängelzustände im Bildungswesen, es ist aber auch kein Placebo." (Issing u. a. 1997: 3)

welchen Bedingungen Menschen mit den Medien erfolgreich lernen können.“ (Kerres u. a. 2004a: 5)

Das didaktische Design muss so gewählt werden, dass durch eine ideale Verbindung der drei Momente im Lernprozess (Lerninhalt, Lehrende und Lernende) und dem Einsatz der Neuen Medien der interaktive Lernprozess verbessert werden kann. Unter Einbeziehung dieser Komponenten nennt Schulmeister zentrale didaktische Aspekte hypermedialer Lernsysteme (Schulmeister 2000: 1): Darunter fallen Adaption an Lernvoraussetzungen versus Reproduktion von Fachstandards, Orientierung an Lernzielen versus Orientierung am Fach; Motivation versus Kognition, Abstraktion versus Kognition, Lernzentriertheit versus Fachzentriertheit, Disziplinorientierung versus Praxisbezug; Sequentieller Aufbau versus Hierarchischer Aufbau; leichte versus komplizierte Bedienbarkeit; Monomodalität versus Mulitmodalität, Instruktion versus Lernen. Im Folgenden werden diese von Schulmeister (Schulmeister 2000: 1) genannten didaktischen Aspekte unter der Fragestellung betrachtet, welche Relevanz sie hinsichtlich der computerunterstützten Prävention und Frühförderung bei Rechenschwäche haben. Bevor die wesentlichen Merkmale computerunterstützten Lernens (s. Kapitel 3.3) und besondere Kriterien von Lernprogrammen hinsichtlich der psychischen Notlage rechenschwacher Kinder (s. Kapitel 3.6) diskutiert werden, werden Überlegungen dahingehend angestellt, unter welchem neuen Blickwinkel der mathematische Lernprozess zu betrachten ist, um die drei Komponenten im Lernprozess zu berücksichtigen.

3.1 Der Lernprozesses unter pragmatistischen Gesichtspunkten

Angesichts schulischer Missstände – wobei die Besonderheiten der Mathematikdidaktik in ihrer inhaltlichen Ausprägung einer speziellen Berücksichtigung bedürfen (s. Kapitel 4) – hat sich eine Debatte entwickelt, ob es nicht an der Zeit ist, dem Lernprozess und dem Lernen einen grundsätzlich neuen Charakter zu geben. „Medien, so die Annahme, tragen ursächlich dazu bei, grundlegende Veränderungen des Lernens und Lehrens, der Bildungsarbeit und der Bildungsorganisation herbeizuführen.“ (Kerres 2003: 1) Unter Berücksichtigung der neuen Möglichkeiten im Zusammenhang mit dem e-Learning verweist Kerres auf den Pragmatismus[51], in dessen theoretischen Grundlagen er Chancen

[51] Der Pragmatismus beschränkt sich nicht auf den reinen „pragmatischen“ Umgang mit Theorien und Methoden, sondern leitet daraus eine eigenständige Erkenntnistheorie ab, die allerdings keinen Beitrag zur Beantwortung der der Arbeit zu Grunde liegenden Fragestellung leistet und deshalb aus pragmatischen Erwägungen zu vernachlässigen ist.

für eine Neugestaltung von e-Learning entdeckt. „Der Pragmatismus ist keine neu zu entdeckende Modeströmung, die die bisherigen Paradigmen um eine neue Variante bereichert oder gar in Konkurrenz zu den bisherigen Ansätzen, etwa des Behaviorismus oder Konstruktivismus, tritt. Es handelt sich eher um einen Ansatz, der ‚quer' zu bisherigen Konzepten liegt." (Kerres 2004a: 5-6)[52]

Das von vielen Schülern verfolgte Lernen kommt einem funktionellem Lernen gleich, da die Schüler oft nicht ihren individuellen Wissenserwerb anstreben, sondern eine gute Note, ein gutes Zeugnis, die Zufriedenheit der Lehrer und Eltern (Schönweiss 2000a: 304), etc.[53] Der Pragmatismus betont eine andere Form des Wissenserwerbs und damit auch der Wissenschaft, indem er einen klaren Theorie-Praxis- Bezug fordert. „Statt Wahrheitsfindung geht es dem Pragmatismus auch in der Wissenschaft in einem auf die Lebenswelt ausgerichteten Handeln um ‚experimentelle Erkenntnis'." (Kerres 2004a: 7) Unter diesem Blickwinkel erhält auch die Theorie des Behaviorismus eine Neudefinition, indem die vom Lernenden in früheren Ansätzen als passiv wahrgenommene Reaktion im Pragmatismus verstanden wird als aktive und auf das Individuum bezogene Wirkung auf den Reiz. (Nagl 1998: 118).

Neben der funktionalen Stellung der Schüler zur Schule und zu den Lerninhalten der Schule gewährleistet die Schule selber auch an vielen Stellen nicht, dass die Interessen der Schüler ausreichend berücksichtig werden. „Das Fatale dabei ist, daß die Beschäftigung mit dem Stoff dadurch – obwohl man sich gleichzeitig an ihm abarbeitet – immer mehr in den Hintergrund zu treten droht. Statt daß die Kinder aus ihrer eigenen Kenntnis der Rechtschreibung heraus selbstbewußt mit ihrem Wissen umgehen können, oder weil sie sich unter den Zahlen etwas vorstellen können und sich in dieser abstrakten Welt selbst zurechtfinden, werden sie eher verunsichert." (Schönweiss 2000a: 304) Um dieses Dilemma zu lösen, muss der Lernprozess als Bildungsprozess begriffen werden und zwar auf beiden Seiten. Auf der Seite der Schule müssen die Interessen und Wünsche der Schüler mehr berücksichtig werden und in den Mittelpunkt gestellt werden und auf der

---

[52] Kerres datiert die Wurzeln des Pragmatismus ins 19. Jahrhundert und benennt Dewey als den entscheidenden Vordenker des Pragmatismus (Kerres 2004a) „Die Philosophie des Pragmatismus entwickelte sich in der 2. Hälfte des 19. Jahrhunderts in den USA vor allem durch die Arbeiten von Charles Peirce, William James, George H. Mead und John Dewey." (Kerres 2004a: 6)

[53] „Tendieren Kinder nicht ohnehin dazu, die schulischen Inhalte in lauter Fragmente und singuläre Merksätze zu isolieren, die dann keine Frage des Verstehens und Begreifens mehr sind, sondern nur ein einziges Problem darstellen: sie sollen gemerkt werden, zumindest bis zur nächsten Prüfung." (Schönweiss 1998: 464)

Seite der Schüler muss ein neues Bewusstsein zu den Lerninhalten hergestellt werden.[54] „Anstatt Bildung also immer nur abzuhaken und den Stoff möglichst nicht an sich als Person heranzulassen, gilt es, die individuelle Bildungsbiographie sukzessive selbst fortzuschreiben.“ (Schönweiss 2000a: 272) Das Lernen oder Denken darf nicht mehr als Selbstzweck betrachtet werden, sondern der Zweck des Lernens sollte vom Lernenden selbst definiert werden und damit als sein eigenes Ziel bestimmt werden. „Schule muß wieder mehr zum Angebot statt zum lästigen Bündel von lauter Anforderungen werden.“ (Schönweiss 2000a: 295) An die „Stelle eines mehr oder weniger pflichtbewussten Durchlaufens der Institution, die man mit all ihren Prozeduren als undurchschaubaren Auftrag eher passiv über sich ergehen läßt [FN], tritt für den Schüler die Verantwortung für sich und dafür, seine Bildung in die eigene Hand zu nehmen.“ (Schönweiss 2000a: 272) So wird z. B. im erfahrungsbezogenen Unterricht versucht, „gegen die Entfremdung schulischen Lernens die Aufarbeitung der von den Schülern und Schülerinnen gemachten (sozialen, politischen, familiären) Erfahrungen in den Mittelpunkt des Unterrichts zu stellen.“ (Gudjons 2003b: 251) Zudem soll das Lernen zu praktischen Zielen benutzt werden. (Kerres 2004a: 8) „Denken hat sowohl ein theoretisches als auch ein praktisches Ziel. Wir lernen aber nicht von den Dingen an sich, sondern durch den *Gebrauch* der Dinge.“ (Kerres 2004a: 8) Die Betonung auf „den Gebrauch der Dinge“ verdeutlicht, dass der Lernprozess so ausgerichtet sein sollte, dass der Lernende sein erworbenes Wissen auch nutzen kann. Dieses wird nur dann gelingen, wenn er den Lernprozess als *seinen* Lernprozess begreift und daher selber ein praktisches und theoretisches Interesse zeigt. Die konkreten Lebensbedürfnisse der Kinder sollten auf diese Weise in den Lernprozess integriert werden. (Schönweiss 2000a: 277) „Das zentrale Argument des Pragmatismus kristallisiert sich im Begriff des ‚Nutzens‘. Ideen, Werthaltungen und Meinungen sind grundsätzlich dahingehend zu überprüfen, welche Wirkung, welchen Ertrag sie für die konkrete Lebenserfahrung und die konkreten Lebensbedürfnisse und vor allem die (Lebens)-Erwartungen zeitigen.“ (Schubert 2003: 58) Nehmen die Lernenden eine neue positive Haltung zu den Lerninhalten ein, verändert jede neue Lernerfahrung die Lernvoraussetzungen und damit den weiteren Lernprozess. „Damit wird ein Lernprozess als Entwicklungsprozess beschrieben, der nur dann Wachstum bedeutet, wenn diese Entwicklung zu weiterem Wachstum anregt. So sollte jede Erfahrung als Motivation wirken, Interesse wecken und Initiative und Ziele entstehen lassen.“ (Kerres 2004a: 8) Das Wecken des Interesses wird nur dann gelingen, wenn der Lernende einen praktischen

[54] Ob die funktionale Stellung der Schüler zu den Lerninhalten Resultat des Schulsystems ist, soll hier nicht thematisiert werden. Entscheidend ist an dieser Stelle das Feststellen der Misere und Ansätze zur deren Überwindung.

Bezug bzw. eine Nützlichkeit des Lerninhaltes erkennt.[55] „Und es geht auch nicht darum, ein fest strukturiertes Kanonwissen zu vermitteln, sondern Erkenntnis gewinnt der Lernende, in dem er sich mit der Welt auseinandersetzt und Erfahrungen macht." (Kerres 2004a: 9)

Mit diesen kurz vorgestellten Grundannahmen stehen pragmatische Positionen in einigen Nuancen konträr zu den Paradigmen des Behaviorismus, Kognitivismus und Konstruktivismus. Obwohl Elemente der konstruktivistischen Theorie vorhanden sind, gibt es doch wesentliche Unterschiede: Während der Konstruktivismus die Wahrnehmung in den Vordergrund stellt, betont der Pragmatismus die Handlung, die Erfahrung wird der Kognition des Konstruktivismus entgegengestellt, Metakognition wird durch Rekonstruktion von Erfahrung abgelöst und das Lernen in der Gemeinschaft wird durch die Lernende Gemeinschaft ersetzt. (Kerres 2004a: 16)

Wird eine Umorientierung des Lernprozesses zum pragmatischen Bildungsprozess unter dem Gesichtspunkt der Prävention und Intervention bei Rechenschwäche gefordert, fällt sofort die psychische Komponente ins Auge, die im herkömmlichen Schulsystem in der Regel zu wenig Berücksichtigung findet, da Mathematik nicht als „soziales Phänomen" gesehen wird. (Lorenz 2003a: 95) Anhand des Teufelskreises Lern- bzw. Rechenstörung ist die Notwendigkeit der Sensibilität im Umgang mit betroffenen Kindern herausgestellt worden. (Betz u. a. 1998) Diese erforderliche Sensibilität muss auf allen Ebenen elementarer Bestandteil des Bildungsprozesses sein. Ob diese Ebene mit dem im Pragmatismus formulierten Primat der Erfahrung ausreichend berücksichtigt worden ist, ist sicherlich fraglich. Die entscheidende Frage an der Stelle sollte sich immer auf den Inhalt der Erfahrung beziehen. Dazu existiert im Pragmatismus auf der einen Seite die richtige Vorstellung, dass sich der Inhalt des Lerngegenstandes der praktischen und theoretischen Lebenswelt der Lernenden entnehmen sollte (Kerres 2004a: 14 ff.). Auf der anderen Seite werden Erfahrungen immer positiv bewertet, da sie nach den Grundannahmen des Pragmatismus den Lernprozess vorantreiben. Anhand des „Teufelskreises Rechenstörung" ist beschrieben worden, wie Erfahrungen einen negativen Charakter erhalten können und sich in ihren Wechselwirkungen nicht positiv, sondern negativ auf den weiteren Lernprozess auswirken können. (Betz u. a. 1998) Daher sollte das Primat der Erfahrung näher bestimmt werden; denn es kann nicht nur darum gehen, „einfach"

[55] „Auf die Idee, daß der Lernstoff vielleicht für mehr als das nervtötende (aber ab und an dennoch nötige!) Abfragen taugt, daß man sich die gerade anstehenden oder anderen Themenbereiche gemeinsam mit dem Kind erarbeiten könnte, oder darauf, daß die Bildungsinhalte durchaus auch genügend Material für unbeschwerte Spiele abgeben könnte, kommt kaum einer der Beteiligten." (Schönweiss 2000a: 304- 305)

Erfahrungen zu sammeln und diese zu verarbeiten, sondern die Erfahrungen selber sollten gesteuert werden, so dass negative Erfahrungen, die negative Auswirkungen auf den weiteren Lernprozess haben, im Vorfeld verhindert werden. Eine „Verhinderung“ negativer Erfahrungen mit ihren beschriebenen Konsequenzen erfordert einen sensiblen und bewussten Umgang gerade mit Kindern, die Lernschwierigkeiten haben. Deshalb sollte es sich bei der Förderung rechenschwacher Kinder auch im schulischen Rahmen um therapeutische Arbeit handeln.[56] Während bei Präventionsmaßnahmen ein fehlendes therapeutisches Vorgehen noch aufgefangen werden kann, hat eine mangelhafte therapeutische Förderung bei rechenschwachen Kindern in der Regel weiterreichende Konsequenzen, die immer auf Kosten der Kinder gehen.

3.2 Lerntheoretische Komponenten für (computerunterstütztes Lernen (CUL)

Anknüpfend an bestehenden lerntheoretischen Aspekten und an den drei Bedingungsfeldern eines Lernprozesses, dem Schüler, dem Lehrer und dem Lerninhalt sollen im Folgenden die drei Bereiche unter Berücksichtigung der psychischen Faktoren um Möglichkeiten computerunterstützten Lernens ergänzt und in ihren Wechselbeziehungen dargestellt werden. Aus den Wechselbeziehungen der drei Bedingungsfelder lassen sich dann essentielle Merkmale mulimedialer Lernumgebungen aufstellen.

3.2.1 Lernende

Die wichtigste Komponente eines erfolgreichen Lernprozesses sind die Lernenden selber. Die Schüler sind im Mathematikunterricht diejenigen, die das Wissen aufnehmen und verarbeiten müssen. „Das Interesse an der eigenen Bildung läßt sich nicht verordnen. Und das Sicherstellen von Schulqualität ist eine inhaltliche Angelegenheit, kein hoheitlicher, formal zu bewerkstelligender Akt.“ (Schönweiss 2000a: 298) In diesem Punkt liegt die Stärke der Kognitionstheorie, da sie den Lernprozess als aktiven und bewussten Vorgang der Lernenden definiert. „Die kognitivistisch orientierte Didaktik unterstützt […] den aktiven Lernenden und seine kognitiven Verarbeitungsprozesse.“ (Toman 2002: 215)[57] So

[56] Lorenz plädiert in diesem Zusammenhang für eine schulinterne Beraterin für Rechenschwäche und einer engen Zusammenarbeit mit Schulpsychologen und Dyskalkulieeinrichtungen. (Lorenz 2003a: 103)

[57] An diesem Punkt treffen sich kognitivistische und pragmatische Annahmen.

ist es eine erste unabdingbare Voraussetzung für den Lernprozess, dass die Schüler sich willentlich mit den Inhalten auseinandersetzten. Um diese Grundeinstellung bei den Lernenden zu erreichen, betont die Theorie des Pragmatismus den Bezug zur Lebenswelt der Lernenden. (Kerres 2004a: 12) Erkennen die Schüler in dem Lerngegenstand ein komplexes Problem, welches sie aus ihrer Alltags- und Lebenswelt kennen, fällt ihnen zum einen der Bezug zum Lerninhalt leichter und zum anderen steigert genau dieser praktische und theoretische Bezug ihre Lernmotivation. „In konstruktivistisch-interaktionistischer Sicht geschieht Lernen am besten in komplexen Problemsituationen, die für das Kind bedeutsam sind, etwa so, wie das Kind das Gehen oder Radfahren oder Sprechen lernt.“ (Gerster 2002a: 36) Die Tendenz des Kindes, etwas aktiv zu erforschen und zu erkunden, sollte durch eine lebensnahe Aufarbeitung der Lerngegenstände gefördert werden im Gegensatz dazu, dass durch eine realitätsferne Darbietung der Inhalte der Anreiz genommen wird, sich mit den Gegenständen auseinander zu setzen. „Neugierde gilt es zu fördern statt vermeintlich fertige Rezepte zu pauken.“ (Schönweiss 2000a: 296) Deshalb sollte der situative Kontext authentische und kontext- sensitive Lernaufgaben beinhalten. (Strittmatter u. a. 1997: 52)

Die zweite Bedingung für einen erfolgreichen Wissenserwerb besteht darin, dass die Schüler den Lerngegenstand auch verstehen.[58] D. h. eine kognitive Bereitschaft reicht dann nicht aus, wenn die Lernvoraussetzungen den Lernanforderungen nicht entsprechen. Daher wird die Bestimmung der Lernvoraussetzungen bzw. des aktuellen mathematischen Entwicklungsstandes der Schüler zur notwendigen Voraussetzung für den Lernprozess. Es muss „auf den individuellen Wissens- und Kenntnisstand Rücksicht“ (Schönweiss 1997: 71) genommen werden.[59] „Die Kunst des Lehrens (Skinner, 1954) besteht nun darin, für eine *optimale Passung* zwischen dem (intern) gegebenen Unterstützungs*bedarf* der lernenden Person und dem (extern) in der Lehr- Lernsituation zur Verfügung gestellten Unterstützungs*angebot* zu sorgen (Snow, 1992).“ (Leutner 1997: 141) Schwierigkeiten ergeben sich daraus, dass in einer Klasse keine gleichen Lernvoraussetzungen vorhanden sind. Diese Unterschiede werden durch den bestehenden Unterricht, in dem die individuellen Vorraussetzungen oft nicht berücksichtigt werden, noch verstärkt. Die

[58] „Altogether, the subjective structures of knowledge, therefore, are subjective constructions functioning as viable models, which have been formed through adaptations to the resistance of 'the word' and through negotiations in social interactions.” (Bauersfeld 1988: 39; zitiert nach Gerster 2002a: 35)

[59] Gerade bei rechenschwachen Kindern ist dieses im bestehenden Mathematikunterricht ihr Verhängnis; denn wie soll ein Schüler, der keinen kardinalen Zahlbegriff hat, Additions- oder Subtraktionsaufgaben lösen, die den Zahlenraum von 20 überschreiten. Kennt der Schüler lediglich das Zählen als Strategie zur Lösung der Aufgaben, hängt das Scheitern nicht an seinen fehlenden Willen oder seiner fehlenden Bereitschaft, sondern daran, dass ihm die erforderlichen Grundlagen der Arithmetik fehlen. Daraus folgt, dass ein erfolgreicher Lernprozess an den individuellen Vorkenntnissen anknüpfen muss.

Diskrepanz zwischen den Schülern, die erfolgreich lernen und denjenigen, die an den Lerngegenständen scheitern, vergrößert sich. Gerade bei der Frage nach einer Förderung rechenschwacher Kinder ist dieses ein zentraler Punkt, da gerade schlechtere Schüler mit schlechteren Lernvoraussetzungen wieder erfolgreich in den schulischen Lernprozess integriert werden müssen. „Es ist notwendig, an den Lernvoraussetzungen der Studierenden anzuknüpfen bzw. die Studierenden selbst in die Lage zu versetzen, sich den Anknüpfungspunkt ihren Lernvoraussetzungen entsprechend auswählen zu können.“ (Schulmeister 2000: 2) Dafür bedarf es als erstes der genauen Kenntnis ihres jeweiligen mathematischen Entwicklungsstandes. „Auch ohne daß das Kind laut sein Denken erläutert, gibt eine Fehleranalyse Hinweise darauf, ob die Probleme im inhaltlichen Bereich liegen (z. B. fehlerhaftes schriftliches Verfahren) oder ob tieferliegende Störungen vorliegen.“ (Lorenz 1997: 15)

Drittens gibt es nicht nur bei den Lernvoraussetzungen individuelle Unterschiede, sondern auch im Lernstil. Deshalb ist es notwenig, die unterschiedlichen Lernstile zu berücksichtigen. „Ist das Angebot so reich und komplex, dass unterschiedliche Lerner ihre je spezifischen Zugänge zum Thema finden?“ (Landesinstitut für Schule und Weiterbildung 1999: 18) Braucht ein Schüler zum Lösen von Aufgaben mehr Zeit als ein anderer Schüler, sollte dem langsamen Schüler die für ihn notwendige Zeit gegeben werden.[60] (Schönweiss 1998: 478) Gibt es bspw. Schüler, die in Gruppen besser lernen können oder Erlerntes laut wiederholen wollen, sollte ihnen dieses nicht verwehrt bleiben.

Viertens gibt es individuelle Lerntypen. In diesem Zusammenhang ist auch die beschriebene intrinsische Motivation problematisch, da nicht jeder Schüler Motivationsaspekte benötigt und für die verschiedenen Schüler andere Aspekte motivierend sein können. Dieses bezieht sich ebenfalls auf das standardisierte situierte Lernen. Sicherlich ist es ratsam, die Lerninhalte mit authentischen Situationen zu verbinden, jedoch sollten die individuellen Situationen und Interessen dabei berücksichtigt werden, so dass „ihr Vorwissen und ihre besondere Interessen [...] stärker in den Unterricht einbezogen werden“. (Schönweiss 2000a: 295)

Die vier medidiendidaktischen Komponenten auf der Seite des Schülers können wie folgt dargestellt werden:

[60] Einige rechenschwache Schüler wären zumindest bei einigen Lerninhalten durchaus in der Lage, das Wissen zu erwerben, wenn ihnen ausreichend Zeit zur Verfügung stehen würde. Da dieses im Moment in der Regel nicht der Fall ist, scheitern diese Kinder mit Folgen von psychischer Belastung und Einschränkungen ihres Selbstbildes.

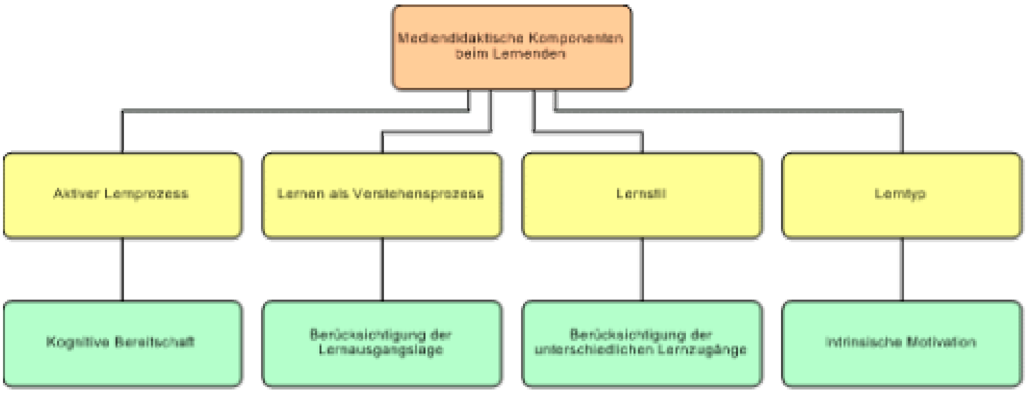


Abb. 2: Mediendidaktische Komponenten beim Lernenden.

Hält man als Ausgangspunkt auf der Seite der Lernenden fest, dass ein Interesse am Lernprozess besteht, d. h. dass bei den Schülern anfangs ein Wissensdurst vorhanden ist, darf dieser nicht dadurch unterbunden werden, dass individuelle Voraussetzungen, Vorwissen, Interessen, Motivationen, Einstellungen, Lernstile und Lerntypen negiert werden. Auch selbstbezogene Kognitionen und Einstellungen (Selbstkonzept, Selbstwert, Kontrollüberzeugungen, Identitätsentwicklung) müssen berücksichtigt werden (vgl. hierzu Strittmatter u. a. 2000: 35). Somit impliziert dieser Ansatz streng genommen einen für jeden Schüler individuell zugeschnittenen Mathematikunterricht. Wie dieses dennoch im Klassenverbund zu bewerkstelligen ist, soll unter Einbeziehung der anderen Bereiche des Lernprozesses und vor allem unter Berücksichtigung multimedialer Lernumgebungen überlegt werden.

3.2.2 Lehrende

Neben den Schülern spielen die Lehrer eine wichtige Rolle im Lernprozess, da es ihre Aufgabe ist, das mathematische Wissen zu vermitteln. Die verschiedenen lerntheoretischen Ansätze schreiben den Lehrenden eine unterschiedliche Rolle zu. So nimmt die Lehrersteuerung vom behavioristischen über den kognitiven zum konstruktivistischen Ansatz ab, während die Nutzerkompetenz der Schüler entgegengesetzt verläuft (vgl. Wöckel 2002: 133).[61] Wie wichtig die richtige „Steuerung“ vonseiten der Lehrenden ist, ist an der Notwendigkeit von individueller Betreuung und der Diagnostikfähigkeit herausgestellt worden (s. Kapitel 2). Aus diesen Gründen ist der behavioristische Lehrertyp für den erfolgreichen mathematischen Lernprozess ungeeignet, da er mit der richtigen Reaktion

[61] Neben den entgegengesetzten Merkmalen Steuerung versus Nutzerkompetenz lassen sich in der Literatur auch Merkmale Lenkung versus Emotionen finden. Für diese Untersuchung erscheint jedoch die erst genannte Unterscheidung sinnvoller.

der Schüler zufrieden ist ohne der Frage nachzugehen, wie sie zu dem Ergebnis gekommen sind. (Vgl. auch Lorenz 2003a: 95) Eine sinnvolle Steuerung des Lernprozesses sollte sich hingegen nicht ausschließlich mit den Ergebnissen auseinandersetzen, sondern vor allem mit den Denkweisen und Vorstellungen der Kinder und diese entsprechend „korrigieren". Bei einem behavioristisch ausgerichteten Lehrer ist nicht gewährleistet, dass er einer Rechenschwäche entgegenwirken könnte, da er sich nicht für den aktiven Denkprozess seiner Schüler interessiert und sowohl die individuelle Betreuung als auch die Diagnostik zu kurz kommen lässt.

Die Probleme, die den Idealen eines konstruktivistischen Lehrers entsprechen, sind zusammengefasst folgende: Abstreiten der Objektivität und Gesetzmäßigkeiten der Mathematik[62], Möglichkeiten einer fehlerhaften Diagnostik zugunsten der subjektiven Rechenalgorithmen der Schüler und die mangelnde Gewährleistung, dass auch schwächere Schüler ihren Lernprozess selbständig bewerkstelligen können. (S. Kapitel 2)

Der kognitive Lehrer hingegen berücksichtigt stark die Denkweisen der Schüler und versucht diese gegebenenfalls zu korrigieren unter Berücksichtigung der objektiven mathematischen Lerninhalte. „Der Paradigmenwechsel vom rezeptiven zum aktiv-konstruierenden Lernen für den Schüler die Verlagerung vom Empfangen auf das Erarbeiten. Für den Lehrer bedeutet er Verlagerung vom Darbieten und Entwickeln des Stoffes zur Veranlassung der Gelegenheit und Anregung der Schüler zu eigner Aktivität (Wittmann in Müller & Wittmann, 1995, 11)." (Gerster 2002a: 37)

Eine Ergänzung zu diesem positiven Ansatz wäre eine Anknüpfung des Lernprozesses an den konstruktivistischen Paradigmen der Berücksichtigung der Lernvoraussetzungen. Deshalb sollen Lehrende zur Prävention von Rechenschwäche und zur adäquaten Förderung rechenschwacher Kinder in der Grundschule favorisiert werden, die konstruktivistisch betrachtet, die Lernvoraussetzungen berücksichtigen und kognitiven Lehranforderungen entsprechen, d. h. die Denkweisen ihrer Schüler einbeziehen, bewerten, lenken und korrigieren können unter Bezugnahme der vorgegebenen Lerninhalte und Lerngegenstände. Unter diesem Gesichtpunkt wird dann auch der Einsatz der Neuen Medien betrachtet: „Medien mit einer eigenen didaktischen Steuerung gehen – vom Standpunkt des Lehrers gesehen – mit ‚Nebenwirkungen' einher: Steigerung der Unterrichtsqualität und methodische Bereicherung, Entlastung für Lehrer und Adressaten, die Möglichkeit der Individualisierung und der Lernerautonomie, aber auch Inflexibilität und Autoritäts- sowie Identifikationsprobleme." (Strittmatter u. a. 1997: 48-

[62] Im Gegensatz zu anderen Schulfächern sind die mathematischen Inhalte an objektive Gesetzmäßigkeiten gebunden, was umgekehrt nicht implizieren soll, dass der Unterricht sich auf „die (vermeintliche) Objektivität der Mathematik" (Lorenz 2003a: 95) verlassen soll.

49) Neben den beschrieben Vorteilen stellt ein computerunterstützter Mathematikunterricht auch neue Anforderungen an die Lehrer. „Auch wird die mit dem Einsatz von Computern möglich gewordene Individualisierung und Differenzierung von ihnen sehr viel mehr verlangen: an inhaltlicher, fachdidaktischer Kompetenz ebenso wie hinsichtlich sozialpädagogischer und lernpsychologischer Kompetenz – ganz abgesehen von der Beherrschung der neuen Medien selbst.“ (Schönweiss 2000a: 294)

Sind auf der Seite der Lernenden und der Lehrenden optimale Voraussetzungen vorhanden, müssen zusätzlich für einen Erfolg versprechenden computerunterstützen mathematischen Lernprozess bestimmte Merkmale multimedialer Lernumgebungen geschaffen werden, die im Folgenden vorgestellt werden.

3.3 Merkmale Multimedialer Lernumgebungen

Interaktivität:[63]

„Medien sind in dem Maße als ‚interaktiv‘ zu bezeichnen, indem Abfolge, Auswahl und Darbietungszeitpunkt der vom Medium zu übermittelnden Informationen wesentlich durch Aktionen bzw. Reaktionen des Benutzers (Lerners) auf die jeweils aktuell dargebotenen Informationen bestimmt werden.“ (Floyd & Floyd 1982, zitiert nach Strittmatter u. a. 2000: 123)

Schulmeister bezeichnet Interaktivität als Doppelheit von physikalischem und symbolischem Handeln. (Schulmeister 2000: 9)[64] Grundsätzlich lassen sich hinsichtlich der medialen Interaktivität drei Interventionen unterscheiden: „(1) eine einfache Ja/ Nein-Intervention als Reaktion auf ein vorgegebenes Programm, (2) eine Intervention, die ein vorgegebenes Programm eingeschränkt modifiziert, (3) eine selbstbestimmte kommunikative Intervention, die ein Programm im Sinnes des Intervenierenden gestaltet.“ (Schanze 2002: 152) Interessant erscheint die dritte Variante. „Als ein wesentliches Potential digitaler Multimedia-Systemen gelten erweiterte und neue Möglichkeiten der *Interaktivität.*“

[63] „Die aktuelle Faszination des Schlagwortes ‚interaktiv‘ geht zurück auf eine alte Kritik an (massenmedialer) unidirektionaler Kommunikation, wie sie von B. Brecht zu Beginn des Rundfunks Anfang der 1930er Jahre geübt worden ist, später prominent auch von H. M. Enzensberger.“ (Schanze 2002: 152)

[64] „Es ist wichtig, den physikalischen oder technischen Aspekt der Interaktivität vom symbolischen Aspekt der Interaktion zu unterscheiden. Sobald man diese Unterscheidung trifft, nehmen der Inhalt des Programms und die Intentionalität der Benutzerhandlungen eine wichtige Funktion ein, und die Interaktion im Multimedial- Programm wird zu einer kognitiven Handlung mit symbolischen Inhalten.“ (Schulmeister 2000: 9)

(Kerres 1997: 32) Ungeeignet ist eine Interaktivität, die den Lernenden schlicht auffordert, seinen Lernprozess eigenständig zu bewerkstelligen (s. o. zu Konstruktivismus) ohne dass die Bereitschaft und Kompetenz des Lernens sichergestellt ist. Interaktivität im positiven Sinne bedeutet hingegen, dass Reaktionen des Benutzers verarbeitet werden, so dass der Fortgang des Programms sich an den Eingaben der Lernenden orientiert. „Eine grundsätzliche Veränderung der Interaktivität ergibt sich in diesem Szenario erst, wenn die medialern Informationen nicht mehr nur von dem Speichermedium *abgerufen* werden, sondern diese während der Laufzeit *generiert* werden.“ (Kerres 1997: 35) Werden z. B. Fehler gemacht, muss das Programm Erklärungssequenzen enthalten, ist eine Übung zu einfach, muss das Programm eine darauf aufbauende Sequenz einleiten, etc. Somit bekommt der Lerner eine Reihe von Eingriffs- und Steuermöglichkeiten. (Haack 1997: 153) „[D]ie verschiedenen *Möglichkeiten der Interaktivität mit einzelnen Programmelementen* stellen völlig neue Lern- und (Lehr)möglichkeiten dar, lassen individuelle Reaktionsweisen des Anwenders zu und stellen damit den *Schüler in den Mittelpunkt des ‚Unterrichts'-geschehens.“* (Bauer 1997: 381) Der Lerner kann auf diese Weise in die präsentierte Situation eingreifen und die Folgen beobachten. (Weidemann 1997: 79)

Interaktivität bedeutet deshalb, dass sowohl eine ständige Diagnostik stattfindet als auch dass das Programm sich den individuellen Lernvoraussetzungen anpasst und entsprechend reagiert. Im Idealfall sollten alle Aktions- und Reaktionsmöglichkeiten der Schüler vom Programmautor bzw. Lehrer antizipiert und zur Verfügung gestellt werden (Strittmatter u. a. 2000: 125).[65] Diese Form der Interaktivität erfordert bestimmte Anforderungen an eine multimediale Lernumgebung. Darunter fällt die Einbettung des Lerngegenstandes in authentische und komplexe Situationen, die Konfrontation der Lernenden mit mehreren Perspektiven und Kontexten des Sachverhaltes, „Learning by doing“, die Möglichkeit der Konstruktion eigener Inhalte und Medien- Welten, die Möglichkeit der Artikulation und der Sebstreflexion über die eigenen Lern- und Lösungsstrategien und die sofortige Anwendung des Gelernten auf lebensnahe Problemsituationen. (Strzebkowski 1997: 271) „Bei näherer Betrachtung dieser Prinzipien wird deutlich, daß diese vom Lernenden Aktivitäten fordern, um Informationen zu sammeln, Situationen zu erkennen, Fähigkeiten zu entwickeln und schließlich die Aufgabe oder das Problem zu lösen.“ (Strzebkowski 1997: 271) Da die Bereitschaft der Lernenden die Voraussetzung für den Wissenserwerb bleibt, muss die Annahme, dass interaktiv ausgerichtete Lernumgebungen automatisch zu einem Lernerfolg führen, negiert werden.

[65] Leider lassen sich diese Anforderungen an die Interaktivität bislang aufgrund fehlender technischer Voraussetzungen und Möglichkeiten noch nicht in ausreichendem Maße realisieren.

„Fischer & Mandl (1990) beschreiben eine Psychophysik von Hypermedia und weisen darauf hin, daß interaktive Multimedia-Programme nur dann in Existenz kommen, wenn Lernende sie wahrnehmen und interpretieren. Die Qualität der Interaktion wird entscheidend durch Fertigkeiten und Erfahrungen bestimmt, die die Lernenden mit solchen Systemen mitbringen." (Haack 1997: 154-155)

Individualität und Adaptivität

Individualität sollte in der Ausrichtung des Lehrprogramms auf die subjektiven Lernvoraussetzungen der Schüler gegeben sein. Auswahl und Sequenz der Lerninhalte, Dauer und Intensität des Lernens und Übens, Ort und Zeit des Lernens sollten in Abhängigkeit des Lernenden stehen. So basieren „die Lernprozesse in dieser Umgebung wesentlich auf Eigenaktivitäten von Lernenden." (Toman 2002: 217)

Adaptivität wird in folgender Weise definiert: „Adaptiv ist ein interaktives Programm in dem Maße, in dem ‚das Verhalten' des Programms an Merkmalen des individuellen Lerners orientiert ist, insbesondere am jeweiligen Vorwissen, der Lese- bzw. Verarbeitungsgeschwindigkeit, an systematischen Fehlern, der individuell benötigten Lernzeit, individuell präferierten Lernstrategien u. ä." (Strittmatter u. a. 2000: 125)

Mit den beiden Merkmalen Individualität und Adaptivität sind lerntheoretisch ausgerichtete Aspekte benannt worden, die notwendig für den erfolgreichen Lernprozess sind. „[D]ie *individuelle Bearbeitung und Veränderung von dafür vorgesehenen Programminhalten* durch Eingabe [...] macht ein entsprechend konzipiertes Programm zu einem *neuartigen persönlichen und unabhängigen Übungs- und Testpartner*, der eine grenzenlose Geduld aufbringt." (Bauer 1997: 381-382)

Impliziert sind Fehleranalysen und Fehlerdiagnosen, brauchbare Rückmeldungen, eine Differenziertheit der möglichen Lernwege etc., wobei die Instruktion an die Schüler sich an das Lehrziel, die Lehrmethode und die Lehrzeit anpassen sollte. Vom Gesichtspunkt des Adaptionszwecks unterscheidet Leutner das Fördermodell, das Kompensationsmodell und das Präferenzmodell (vgl. Leutner 1997). Während beim Fördermodell diagnostizierte Lerndefizite durch zusätzliche Instruktionen ausgeglichen werden, werden beim Kompensationsmodell Defizite kompensiert und beim Präferenzmodell die besonderen Stärken der Schüler zu nutzen versucht. Lassen sich für den Mathematikunterricht alle Modelle in Form von Lernprogrammen anwenden, müsste dies allen Schülern gerecht werden, da je nach Interesse, Voraussetzung, Wissensstand, usw. unterschiedliche Möglichkeiten für den weiteren Lernprozess eröffnet werden. „Die Frage nach der *Adaptivität* multimedialer Lehr- und Informationssysteme bezieht sich damit auf die Frage, inwieweit das System selbst in der Lage ist, den Unterstützungsbedarf der

Lernenden zu diagnostizieren und das Ergebnis der Diagnose in geeignete angepasste Lehrtätigkeiten umzusetzen.“ (Leutner 1997: 141)

Kontrollinstanz

Im Gegensatz zu konstruktivistischen Ansichten ist die Kontrolle des Lernprozesses für den Wissenserwerb unabdingbar, da „ansonsten nicht alle Lernenden im gleichen Maß von der Verwendung multimedialer Lernumgebungen“ (Mandl u. a. 1997: 176) profitieren. „Mandl, Schnotz, Picard und Henninger (1992) fanden, daß lediglich Lernende mit besseren generellen Voraussetzungen eine Hypertext-Lernumgebung angemessen nutzen konnten.“ (Mandl u. a. 1997: 176) Um zu vermeiden, dass Lernende mit schlechteren Lernvoraussetzungen von dem Einsatz Neuer Medien nicht profitieren, ist die Kontrolle und Lenkung des computerunterstützten Lernprozesses notwendig. Neben der Gewährleistung der inhaltlichen Lehr- und Lerngegenstände kann das Lerntempo und der Individualisierungsgrad kontrolliert werden. Umgekehrt sollte die Kontrolle nicht behavioristisch ausgerichtet sein, d. h. adäquate individuelle Lernwege etc. sollten immer vorgesehen sein. Auch die von Kerres favorisierten Erfahrungen sollten einer Kontrolle unterliegen, damit sie sich nicht negativ auf den Lernprozess auswirken. (Kerres 2004a: 8) Die Kontrolle kann zum Teil vom Computer oder Lernprogramm übernommen werden; es bedarf aber auf jeden Fall auch einer Lehrperson, die den Lernprozess begleitet, unterstützt, anregt und fördert, also auch Lernkontrolle ausübt; denn zum „Lehren braucht man Lehrer.“ (Schönweiss 1997: 71) Die Intensität der Lernsteuerung sollte individuell erfolgen, d. h. in Abhängigkeit von subjektiven Voraussetzungen.

3.4 Vorteile eines computerunterstützten mathematischen Lernprozesses - Medienwirkungsforschung

Weil es aufgrund einer unzureichenden oder falschen lerntheoretischen Fundierung zu Problemen im mathematischen Lernprozess kommen kann, ist beschrieben worden, auf welchen lerntheoretischen Komponenten computerunterstütztes Lernen basieren sollte. Multimediale Lernumgebungen mit den Merkmalen Interaktivität, Adaptivität und Kontrollinstanz eignen sich für den mathematischen Bildungsprozess, weil sie die drei Komponenten Lerninhalt, Schüler und Lehrer in idealer Weise verbinden können. Neben diesen Prinzipien von multimedialen Lernumgebungen gibt es noch weitere positive Medienwirkungsfaktoren, die im Folgenden genannt werden sollen.

Im Vorfeld sollte erwähnt werden, dass es nachweislich keine Lerninhalte gibt, die nicht auch ohne den Einsatz des Computers erlernt werden können. „Wenn auch einige ausgewählte Inhalte auf andere Weise kaum so anschaulich und selbst entdeckend gelernt werden können, so ist doch am Computer grundsätzlich kein neues Lernen möglich; inhaltlich existiert nichts, was nicht prinzipiell auch ohne Computer lernbar wäre.“ (Mohr 2003: 1) Betont werden muss vor allem, dass alleine der Einsatz der neuen Medien keine Verbesserung der Bildungsprozesse erreichen kann, weil die *aktive Erarbeitung* der Lerninhalte die Bedingung für den erfolgreichen Wissenserwerb bleibt. „Schon erhofft man sich von Fortschritten auf der technischen Ebene einen Automatismus, der gleichsam wie ein *deus ex machina* das Ende jeglichen Schulstresses bewirken soll.“ (Schönweiss 1997: 67)

Bezieht man die Chancen eines computerunterstützen Unterrichtes jedoch nicht ausschließlich auf die Lerninhalte, sondern schließt vor allem die Medienwirksamkeit mit ein, lassen sich durchaus positive Aspekte der Neuen Medien festhalten, die sich positiv auf die Lerninhalte und damit den Lernprozess auswirken können. „Neue Medien erleichtern das Lernen und Lehren durch eine bessere Lernmotivation, sie ermöglichen neue didaktische Methoden und führen schließlich zu besseren Lernergebnissen.“ (Kerres 2003: 1)[66] Somit ist auch die Frage nach der Legitimation des Computereinsatzes in der Schule, also die Frage „Computer ja oder nein“ zurückzuweisen, da die inhaltliche und nicht die mediale Komponente bei dem Lernprozess im Vordergrund stehen muss.

Im Vergleich zu herkömmlichen Lernmedien ist ein hoch entwickeltes computer-unterstütztes Lernsystem gekennzeichnet durch ein sehr hohes Ausmaß an Informations-reichtum, Aktivierung, Differenzierung und Rückmeldung an die Lernenden und bietet dadurch in vielerlei Hinsicht Lernmöglichkeiten, die die traditionelle Instruktion übertreffen (vgl. Weidemann 1994: 548). „Das Internet kann dem Lehrer dabei als Informationsquelle und elektronische Bibliothek dienen und ihn bei der Suche nach aktuellen Informationen effizient unterstützen.“ (Hentig 2002: 213) Ein nicht zu unterschätzender Aspekt ist die weltweite Verfügbarkeit von Wissen und Bildung: „Inhalte und Expertisen, die sonst kaum zugänglich waren, können vor allem durch das Internet weltweit zugänglich gemacht werden.“ (Kerres 2003: 2) Dagegen betont Schönweiss richtig, dass die Schwierigkeit der modernen Menschen nicht darin besteht, über „zuwenig Informationen zu verfügen, sondern […], nicht zu wissen, was man mit all der Datenfülle anfangen will.“ (Schönweiss 1998: 463)[67] Mithilfe der Neuen Medien wird aber nicht nur

---

[66] „Und dies alles, so die Hoffnung, bei gegenüber bisherigen Verfahren reduzierten Kosten!“ (Kerres 2003: 1)

[67] „Nicht in der ‚Wissenssintflut', wie Hartmut von Hentig die permanent auf den Menschen einströmende Datenfülle nannte, jegliche Orientierung zu verlieren, setzt nämliche eines voraus: Bildung.“ (Schönweiss 1997: 69)

das weltweite Wissen verfügbar, sondern der Lernende hat mehr als bei herkömmlichen Bildungs- und Wissenszugängen die Möglichkeit, sich selbstständig um seinen individuellen Wissenserwerb zu kümmern. „Vielleicht glückt es dann auch, die vorschulische Lern-Begeisterung über das Kindergartenalter hinaus zu bewahren, die sich nach der Einschulung bislang meist rasch wieder verliert." (Schönweiss 1997: 71)

Auf der einen Seite spielt das weltweite Vorhandensein der Lerninhalte eine wichtige Rolle, auf der anderen Seite kann der Lernende durch den Einsatz der Neuen Medien ebenso den zeitlichen Rahmen und das Lerntempo seines Wissenserwerbes bestimmen. „Medien führen zum Wechsel von fremd gesteuertem Lehren hin zu selbst organisiertem Lernen: Bei Lernen mit digitalen Medien kann der Einzelne sein Lerntempo, aber auch die bearbeiteten Lerninhalte selber steuern." (Kerres 2003: 2) „Der Einsatz der neuen Technologien (in der Schule wie zu Hause) hat sich daran zu orientieren, daß Kinder in die Lage versetzt werden, Bildung als ihre eigene Angelegenheit anzusehen." (Schönweiss 2000a: 295) Aus der Kritik der konstruktivistischen Prämisse, dass der Schüler seinen Lernprozess eigenständig ohne Instruktion steuern sollte, ist das Kriterium der Kontroll-instanz erarbeitet worden. Weiterhin ist betont worden, dass gerade Schüler mit Lernschwierigkeiten aufgrund ihrer Lernvoraussetzungen Probleme mit dem selbstorganisierten Lernen haben können. Dennoch ist gerade bei schwächeren Schülern der Wechsel zu einem gelenkten selbstorganisierten Lernen anzustreben. Für diesen Wechsel bieten die Neuen Medien besonders bei schwächeren Lernern gute Möglichkeiten. Evaluationsstudien zeigen, dass computerunterstütztes Lernen im Vergleich zum Standardunterricht gerade in Sonderschulen, Schulen für Lernbehinderte und Primarschulen am erfolgreichsten war (vgl. Frey 1989, zitiert nach Strittmatter u. a. 2000: 141). Da es sich dabei hauptsächlich um lernschwache Schüler handelt, liegt der Schluss nahe, dass computerunterstütztes Lernen zur Prävention und Frühförderung von Rechenschwäche geeignet ist, weil rechenschwache Kinder den vorgegebenen Unterricht oft aufgrund der ausgeführten unterschiedlichen Faktoren (s. Kapitel 2) nicht folgen können. So bestätigen Evaluationsstudien deutlich, dass gerade schwache Lerner von einem Computereinsatz profitieren und dass Lernzeit gespart wird (Weidemann 1994: 548 f.). „Nicht zuletzt unsere Erfahrung mit Kindern und Jugendlichen, die mit Schule und tradiertem Lernen nicht zurechtkamen, zeigt, daß der Computer hier sehr wohl für einen neuen, unbeschwerten Zugang zur Bildung sorgen kann." (Schönweiss 2000a: 305)

Auch können durch den Computereinsatz die traditionellen Einsatz- und Nutzungsmöglichkeiten verbreitet und erweitert werden. Ein von der Lehrperson kontrollierter Umgang mit dem Computer verhilft den Heranwachsenden auch zu den Schlüsselqualifikationen, die durch den immer selbstverständlicher werdenden Umgang mit den neuen Medien erforderlich sind. Denn der Computer erobert nicht nur die

Schulen, sondern viele Lebensbereiche der Schüler; so benötigen die Heranwachsenden beim Einkauf, beim Kaufen einer Zugfahrkarte, beim Bestellen von Büchern, CDs übers Internet, etc. praktische Computerbezogene Kenntnisse. „Medien implizieren eine grundlegende Erneuerung des Bildungswesens, sie stellen Bildungsinstitutionen infrage und führen zu weitreichenden Veränderungen des Bildungswesens, insbesondere zu zeitlich und inhaltlich wesentlich passgenaueren Lernangeboten.“ (Kerres 2003: 2)

Einige Untersuchungen gehen sogar noch weiter: Seymour Parker und seine Mitarbeiter behaupteten im Zusammenhang mit ihrem Programm LOGO, dass das Erlernen einer Computersprache schon im Kindesalter die kognitive Entwicklung beschleunige. D. h. durch Programmieren und Interagieren mit dem Computer würde ein über die jeweils vermittelte Information hinausgehender Lernprozess angeregt. Diese These wird von der aktuellen Forschungslage jedoch nicht bestätigt. (Weidemann 1994: 549f.)

Kritikpunkte des Computerlernens bezogen sich gerade in der Anfangsphase auf ein Auftreten von psychologischen Begleiterscheinungen. So ist gesagt worden, dass starke Interesse vieler Heranwachsenden an dem Computer sei zu vergleichen mit einem Suchtverhalten. Diese Aussage konnte aber durch keinerlei Forschungsergebnisse gestützt werden. (Weidemann 1994) Positiv herauszustreichen ist die Motivation vieler junger Menschen, den Umgang mit dem Computer zu erlernen bzw. am Computer zu arbeiten. „Medien tragen zu einer höheren Motivation bei: Das Lernen mit digitalen Medien, mit Bildern und Simulationen, macht mehr Spaß und schafft einen engeren Bezug zur Situation der Anwendung.“ (Kerres 2003: 2) In vielerlei Hinsicht ist die junge Generation auf diesem Gebiet der alten Generation überlegen, was einen erneuten Ansporn bieten kann.

Auch die prognostizierten Schädigungen im Sozialverhalten lassen sich nicht bestätigen. Umgekehrt muss betont werden, dass ein Computergebrauch keineswegs isolierte Einzelarbeit bedeutet, sondern dass sich Kooperationen von Lernern ergeben, dass ein enger Informationsaustausch stattfindet und dass gegenseitige Beratung und Ermutigung die Regel ist. Im Vergleich zu einer Lehrperson hat der Computer den Vorteil, dass er unendlich geduldig ist (Bauer 1997: 382) und somit den Lernprozess nicht aufgrund von persönlichen Charakterzügen scheitern lässt. (Weidemann 1994: 554).

Während in der vorangegangenen Ausführung der Computer immer als ideales Lernmedium aufgrund seiner beschriebenen Vorteile dargestellt worden ist, lassen sich die Neuen Medien auch sinnvoll im Unterricht einsetzen, wenn es lediglich um Übungsaufgaben zum Rechnen, zum Fragen stellen etc. geht. „Einem lehrerzentrierten Unterricht zuzuordnen ist das sog. ‚Enrichment-Modell‘ sowie die Zuordnung von Medien als Hilfsmittel für den Lehrer, während das Modell der Medien als eigenständige Komponenten des Lehrsystems, das direct-teaching-Modell, der Programmierte Unterricht

(PU) sowie der Methoden-Medien-Verbund die Rolle des Lehrers sukzessive in die Rolle eines Lernberaters verwandeln.“ (Strittmatter 1997: 49) Die positiven Merkmale computer-unterstützten Lernens müssen nicht immer zum Tragen kommen, es kann auch sinnvoll sein, den Lehrpersonen eher anspruchslose Informationsvermittlung und –einübung abzunehmen. Welche konkrete Form das Team-Teaching von Lehrer und Computer annimmt, liegt nicht nur im Ermessungsspielraum der Lehrperson, sondern ist vor allem abhängig von den Interessen, Bedürfnissen und Voraussetzungen der Lernenden. Wenn die Neuen Medien als eigenständige Komponente in den Lernprozess eingeführt werden, hat dieses selbstverständlich Wirkungen auf die Lehrpersonen und die Schüler: „Medien führen so zu einer Veränderung der Rolle von Lernenden und Lehrenden: Die Lehrenden werden zu Beratern von Lernenden, die ihren Lernprozess zunehmend selbstständig steuern.“ (Kerres 2003: 2)

3.5 Intelligente Tutorielle Systeme

Die lerntheoretisch gestützten Merkmale Interaktivität, Individualität, Adaptivität und Kontrollinstanz lassen sich z. T. in bestehenden Computerlernprogrammen wieder finden. Traditionell wird unterschieden zwischen „Drill- and Practice“- Programmen, „tutoriellen Programmen“, „Simulationsprogrammen“, „Lernspielen“, „intelligenten tutoriellen Systemen“, „Hyper“- und „Multimedia-Lernsystemen“ und „Telelearning“.[68] Ein für die Fragestellung Erfolg versprechendes Programm ist das intelligente Tutorielle System (ITS), dessen Prinzip im Folgenden aufgezeigt werden soll. Parallel soll hier schon im Vorfeld darauf hingewiesen werden, wie ein Einsatz von ITS eine geeignete Präventionsmaßnahme von Rechenschwäche in der Grundschule sein kann.

Im Zusammenhang mit der so genannten kognitiven Wende wurden die mentalen Prozesse, die der Behaviorismus tabuisierte, zentrales Thema der Kognitionspsychologie und der Mensch wurde in Anlehnung an das Computermodell als Informations-verarbeitendes System gesehen (vgl. math.unisb.de 2003). Parallel zu dieser Entwicklung kam eine neue Art von Lernprogrammen auf: ITS oder Intelligent Computer Assisted Instruction: ICAI. Als Ergänzung und Flexibilisierung des traditionellen tutoriellen Ansatzes sind ITS hochadaptive Systeme, die Methoden der Künstlichen Intelligenz (KI) verwenden. (Vgl. dazu auch Uni-paderborn.de 2004).

[68] Erläuterungen zu den unterschiedlichen Programmen lassen sich bei Issing und Klisma finden. (Issing 1997)

Im Gegensatz zu CAI-Systemen bzw. traditionellen tuoriellen Systemen basieren sie nicht auf einen fest vorprogrammierten Lehr-Algorithmus, durch den die Abfolge der Programmschritte als Reaktion auf die Antworten festgelegt wird. Als Expertensysteme für das Lernen sollen eben diese Nachteile des programmierten Unterrichts aufgehoben werden. ITS basieren auf einer lernfähigen Wissensbasis „mit Fakten- und Regelwissen, sowie einem lernfähigen Tutor- und Lernermodell“ (User.cs.tu-berlin.de 2004). Weil jede Reaktion des Lerners situationsbedingt jeweils neu generiert werden kann, besitzen diese Systeme eine hohe Flexibilität und Adaptivität. Das Tutormodell kann aufgrund der Eingabe des Lerners über den Lernweg, die Methode des Lernens und die Art der Präsentation des zu lernenden Stoffs entscheiden. Weiterhin erlaubt es lernerbezogene Hilfen und Rückmeldungen durch Abspeichern der Lernwege und „Fehler“ des Lerners. Aufgrund der selbständigen Anpassung des Systems an die Bedürfnisse der Lernenden ist es vergleichbar mit dem Einsatz individualisierter Strategien durch einen Lehrer. Technisch betrachtet wird der vom System ständig generierte Wissensstand des Lerners, der auf Grundlage des Lernverhaltens ermittelt wird, verglichen mit einem Expertenmodul, um aus dem Ergebnis Instruktionsschritte festzulegen. Die wichtigsten Funktionskomponenten eines ITS-Systems sind „das Expertenmodul, welches die Fakten und Regeln eines bestimmten inhaltlichen Bereichs abbildet, das Lernermodul, das eine Repräsentation des jeweiligen Wissensstandes der Lernenden abbildet, und das tutorielle Modul, welches den tutoriellen Dialog festlegt.“ (Vgl. Ku-eichstaett.de 2003; Schulmeister 2002: 182 ff.)

Insgesamt betrachtet erfüllen ITS die Kriterien, die als Grundlage für eine erfolgreiche Wissensvermittlung von mathematischen Lehrinhalten notwendig sind. Werden ITS im Unterricht verwendet, sind die folgenden oben genannten Prinzipien ausschlaggebend für eine Prävention und Frühförderung von Rechenschwäche: erstens diagnostiziert und bewertet das System die Aktionen des Lerners während des Lernprozesses und zweitens können durch einprogrammierte Verfahren Instruktionsentscheidungen vom System getroffen werden, die auf Grundlage der Lernvoraussetzungen eine für den Lerner adäquates Lernangebot bereitstellen. Damit ist auf der einen Seite theoretisch gewährleistet, dass alle Lernenden am Lernprozess auf Grundlage ihrer Voraussetzungen und Interessen teilnehmen können, auf der anderen Seite bieten ITS auch „Überfliegern“ oder den so genannten Hochbegabten im Schulunterricht die Möglichkeit, ihren Wissensdurst nachzukommen, der oft im herkömmlichen Unterricht begrenzt wird. Zum anderen eröffnen ITS zahlreiche Gelegenheiten zum entdeckenden Lernen, machen dieses Prinzip jedoch nicht zur ausschließlichen Voraussetzung für den Lernprozess, d. h. dass „schwächeren“ Schülern, die Unterstützung für ihren Wissenserwerb benötigen, diese auch in angemessener Form gegeben wird. Auf diese Weise ist gewährleistet, dass die

Unterschiedlichkeit der Lernenden auf allen auf den Lernprozess bezogenen Ebenen nicht nur berücksichtigt, sondern darauf auch in Form des individuellen tutoriellen Dialoges reagiert wird.

Voraussetzung für ITS ist allerdings, dass das Programm mit dem Expertenwissen ausgestattet ist. Weil es sich bei der Mathematik um einen klar inhaltlich strukturierten Wissensbereich handelt, stellt diese Anforderung kein Problem dar. Schwieriger gestaltet sich die Programmierung des Lernermoduls, weil dieses eine ständige Diagnostik aller Lernerreaktionen beinhalten muss. Hingegen ist die Programmierung des tutoriellen Moduls auf Grundlage eines gelungenen Experten- und vor allem Lernermoduls lediglich mit mathematikdidaktischen und mediendidaktischen Anforderungen verbunden, die zu realisieren sind. ITS erscheinen daher theoretisch durchaus in der Lage, den oben beschriebenen Anforderungen an den Lernprozess gerecht werden zu können. Auch wenn es zahlreiche Vorstöße einer praktischen Umsetzung von ITS gibt, muss leider festgestellt werden, dass diese nicht so hinreichend differenzierte Modelle über die kognitive Struktur der Lernenden aufweisen, wie sie für eine gezielte individuelle Unterweisung bei Rechenschwäche nötig wären. (S. Kapitel 3.6)

Kritikpunkte an bestehenden ITS basieren zum größten Teil darauf, dass das Wissen über menschliche Lernprozesse noch unzureichend ist und auf die Frage, ob es überhaupt möglich ist, Verstehensprozesse eines menschlichen Tutors maschinell nachzubilden (Math.unisb.de 2003).

Auch wenn die technische Umsetzung von ITS oft in Frage gestellt wird, kann insgesamt festgehalten werden, dass diese Systeme auf einer der Mathematikdidaktik angemessenen lerntheoretischen Grundlage aufbauen und dass ein Einsatz von ITS im Unterricht den Lehrenden adäquate Unterstützung für eine Prävention und Frühförderung von Rechenschwäche bieten könnte. (Vgl. Schulmeister 2002: 192 ff.)

3.6 Kriterien für Lernprogramme vor dem Hintergrund der psychischen Notlage des Kindes

Die vorgestellten Merkmale computerunterstützten Lernens „Interaktivität, Individualität und Adaptivität und Kontrollinstanz“ sollten elementare Bestandteile eines Erfolg versprechenden computerunterstützens mathematischen Lernprozesses sein. Da es in dieser Arbeit um den möglichen Einsatz von Lernsoftware im Mathematikunterricht der ersten beiden Grundschuljahre geht, sollten die einzusetzenden Lernprogramme zusätzliche Kriterien aufweisen. „Für eine Begutachtung von Lernsoftware können ganz unterschiedliche Kriterien und Ansätze herangezogen werden.“ (Nicklaus 2000: 1) In der

Literatur existieren vor allem fachliche, pädagogische, mediendidaktische, fachdidaktische und programmspezifische Kriterien zur Beurteilung von Lernprogrammen. (Lichtsteiner 2004) Wesentliche Kriterien, die für die Fragestellung Relevanz haben, sind bereits erläutert worden. Eine umfassende Kriterienaufstellung hingegen würde den Rahmen dieser Arbeit sprengen.[69] Bezogen auf die Prävention und Frühförderung bei Rechenschwäche sollte jedoch zusätzlich bei der Konzeption und Auswahl von Lernprogrammen die psychische Notlage des Kindes eine Rolle spielen. D. h. computerunterstütztes Lernen erfordert eine weitere Sensibilisierung, die im Folgenden anhand von notwendigen Kriterien aufgezeigt werden soll, da bestehende Kriterienkataloge diesen Gesichtspunkt, der für diese Untersuchung besonderes Gewicht hat, nicht ausreichend genug einbeziehen.

3.6.1 Lernen ohne Notendruck

Eine (Selbst-)Stigmatisierung aufgrund von Fehlinterpretationen ruft eine Einstellung beim Lernenden hervor, die dem Lerninhalt nicht angemessen ist. Nicht dem Begreifen einer Sache gilt das Streben, sondern der Noten. (Vgl. Schönweiss 2000a: 304, 1)

Ein Lernprogramm, das das vernünftige Erfassen eines Sachverhalts zum Ziel hat, darf also keine schulähnliche Form von Noten und Bewertung aufweisen. „Die Orientierung an formalen Erfolgen muß so weit wie irgend möglich zurückgedrängt werden. Das Bewertungssystem, an das wir uns leider gewöhnt haben, muß grundsätzlich überdacht werden." (Schönweiss 2000a: 295) Wird eine Aufgabe nicht oder falsch gelöst, ist der korrekte Umgang mit den Schwierigkeiten der Lernenden notwendig. „Auf die Fehler von Kindern sich ernsthaft beziehen zu können, ist eine ‚Fähigkeit' von Lehrern, die oft viel zu wenig zum Tragen kommt." (Schönweiss 2000a: 285) Der Lernende darf nicht das Gefühl bekommen, wenn er die Aufgabe nicht löst, ist er schlecht, bekommt keine neuen Aufgaben, Punkte, Belohnungen, etc. Auch eine positive Bewertung, z. B. in Form eines Spiels oder Punkten, wirft das gleiche Problem auf. Die Gefahr besteht darin, dass das Kind die Aufgaben nur wegen dem Spiel, den Punkten etc. bearbeiten möchte. Um dem Kind zu zeigen, dass seine Leistungen nicht bewertet werden und es selber den Ansporn aufbringt, den Stoff zu verstehen, könnten Spiele, Lieder in die Software eingebaut werden, die jederzeit auf Wunsch der Kinder abrufbar sind.

---

[69] Brauchbare Kriterienkataloge sind vor allem vom Landesinstitut für Schule und Weiterbildung NRW 1999, Landesinstitut für Erziehung und Unterricht 1999, Bildungsserver von Lern-Line NRW, Weber 1994, Nicklaus 2000, Timm, Uni-Bremen erstellt worden. Für eine über die Fragestellung dieser Arbeit hinausgehende Beurteilung sollten die angegebenen Kriterienkataloge herangezogen werden. Vgl. auch Pzm-luzern.ch 2004.

3.6.2 Kein Zeitdruck

Ein Grund für schulische Misserfolge ist das Lernen unter Zeit. (Röhrig 1998a: 79) Sobald die Bearbeitungszeit nicht ausreicht, steht unabhängig von den individuellen Gründen dafür das Resultat fest: eine schlechte Note. Diese wird wiederum nicht damit begründet, dass es sich unter dem Diktat der Zeit schwer lernen lässt, sondern Fehlinterpretationen (s. Kapitel 1) kommen zum Zuge. Geht es jedoch um die richtige Aufarbeitung des Inhalts, dessen Dauer durch die subjektiven Schwierigkeiten des Kindes bestimmt ist, muss Zeitdruck vermieden werden. Das Lerntempo sollte vom Lernenden selbst bestimmt werden können. (Landesinstitut für Erziehung und Unterricht 1999: 2) „Die Menge der jeweils zu bearbeitenden Aufgaben und das Tempo ihrer Bearbeitung sollte flexibel an die Kinder angepaßt werden können. Kinder, die sich lieber in Ruhe ihre Antwort überlegen, sollten ebenso zu ihrem Recht kommen wie Kinder, die (zunächst) erst einmal loslegen und ‚powern' wollen." (Schönweiss 1998: 478)

Computerprogramme sollten keine Zeitvorgaben für bestimmte Lern- und Übungssequenzen haben. (Schönweiss 1997: 68) Fatal sind auch solche Programme, die nach Ablauf einer bestimmten Zeit neue Aufgaben stellen, unabhängig davon, wie viele und wie gut das Kind die vorherigen gelöst hat. Aus diesem Grund sollte das Zeitverhalten sich der Bedürfnislage des Nutzers anpassen. (Landesinstitut für Schule und Weiterbildung 1999: 17)

3.6.3 Umfassend und Differenziert

Zu kritisieren sind Lernprogramme, die den Stoff nur teilweise abdecken, d. h. auf Wissen und Verständnis aufbauen, das vielleicht noch nicht vorhanden ist. Angemessen dagegen ist eine computerunterstützte Begleitung dann, wenn die Lerninhalte umfassend und differenziert behandelt werden und wenn Erklärungen und Hilfestellungen integriert sind. (Schönweiss 1997: 68) Entscheidend dabei ist auch, ob die Möglichkeit geboten wird, „sich umfassend und aus verschiedenen Perspektiven zu informieren bzw. gibt es Hinweise auf weitere Informationsquellen?" (Landesinstitut für Schule und Weiterbildung 1999: 17)

Gerade der logische Aufbau der Mathematik erfordert einen Ablauf der Lerneinheiten, die dieser Logik angemessen sind. Deshalb muss eine bestimmte Reihenfolge mit integrierter Absicherung des Gelernten eingebaut sein, weil ansonsten ein lückenhaftes Wissen produziert wird. „Ist die Strukturierung der Inhalte der Sache angemessen und logisch?" (Landesinstitut für Schule und Weiterbildung 1999: 17) Lernprogramme, die dem Kind, dessen Lernschwierigkeiten vorher nicht diagnostiziert werden, selber die Wahl lassen, was sie als nächstes lernen wollen, ob Multiplikation oder Bruchrechnung, ignorieren die Lernausgangslage des Kindes. „Damit jeder Schüler im Programm ‚sein'

Niveau findet, auf dem es für ihn möglich und sinnvoll ist, zu üben, muß der Stoff umfassend differenziert sein. Nur dann, wenn sie sich nicht überfordert fühlen, haben Kinder die Chance unverkrampft mit den Inhalten umzugehen und in die Materie hineinzufinden.“ (Schönweiss 1998: 478) Die didaktische Transformation sollte folglich sach- und addressatengemäß sein. (Landesinstitut für Schule und Weiterbildung 1999: 17)

3.6.4 Sachbezogene Hilfen bei Fehler

Rechenschwache Kinder haben oft schlechte Erfahrungen gemacht, sobald sie Fehler produzieren. Unverständnis und Vorwürfe, sowie das ganze Spektrum der beschriebenen Fehlinterpretationen können die Folge sein. (Vgl. Kapitel 1) Eine dem Kind hilfreiche Reaktion auf Fehler ist die Auseinandersetzung mit den Gründen der Fehler im Gegensatz zu dem Ziehen von voreiligen Fehlschlüssen. (Schönweiss 2000a: 309) Unmittelbare Fehlerrückmeldung ist deshalb für den weiteren Lernprozess wichtig. (Landesinstitut für Erziehung und Unterricht 1999: 2) Ebenso sollte eine Hilfe bei Fehlern immer sachbezogen sein. (Schönweiss 1997: 68) „Gibt es verständliche Anfragen und verständliche Fehlermeldungen?“ (Landesinstitut für Schule und Weiterbildung 1999: 19)[70]

Ist eine freie Arbeitsatmosphäre geschaffen, in der das Kind nicht unter Zeit oder Notendruck lernen muss, ist das Kind in der Regel bereit, seine Gedankengänge, die das Zustandekommen des Fehlers erklären, offen zu legen. Damit wäre für den Lehrer die Möglichkeit gegeben, die Ursachen des Fehlers zu bestimmen und die angemessenen Erklärungsschritte zur richtigen Lösung der Aufgabe zu benennen. (Schönweiss 2000a: 314) Diese Art von Hilfestellung kann ein Computerprogramm sicherlich nicht leisten, da sie den persönlichen Kontakt voraussetzt.

Deshalb ist zu überlegen, welche Möglichkeiten zur Hilfestellung der Computer geben kann. Ein wichtiger Punkt ist, dass das Kind an jeder Stelle die Gelegenheit haben muss, Hilfe zu erlangen, beispielsweise über das Anklicken eines Hilfebuttons, der ihm sachbezogen für die jeweilige Aufgabe Erklärungen anbietet. „Steht überall im Programm eine der Situation angepasste Hilfe zur Verfügung?“ (Nicklaus 2000: 1) Das Problem besteht in dem Inhalt der Hilfestellung.[71] Soll das Computerprogramm dem Kind die

---

[70] „Gibt es verständliche Hilfestellungen auf allen Programmebenen?“ (Weber 1994: 1)

[71] „Zu einem sinnvollen Umgang mit Fehlern gehört auch, daß Kinder nach Möglichkeit eine differenzierte Rückmeldung bekommen, wenn sie einmal daneben liegen. Dies ist vor allem auch deshalb wichtig, wenn sich die Kinder durchaus etwas Richtiges gedacht haben mögen und erst an einem bestimmten Punkt ins Schleudern geraten sind. Ohne eine inhaltliche Rückmeldung (etwa durch ein Protokoll, das die Leistung der Kinder inhaltlich festhält), werden sei auch das anzweifeln, was eigentlich richtig

Aufgabe richtig vorrechnen oder sollen Erklärungen anhand anderer Aufgaben gegeben werden? Aufgrund dieser Probleme können sich Lernprogramme durch mehrere aufeinander aufbauende Hilfestellungen auszeichnen. Wichtig ist eine logische Abfolge verschiedener Hilfestellungen. (Landesinstitut für Erziehung und Unterricht 1999: 2) Passiert eine zeitlang gar nichts, könnte das Programm fragen, ob Hilfe benötigt wird. (Hier darf allerdings nicht der Eindruck entstehen, dass es wichtig ist, die Aufgabe möglichst *schnell* zu lösen). Der nächste Schritt könnte darin bestehen, eine analoge Aufgabe mit allen Rechenschritten vorzurechnen bzw. die Sachverhalte aus der Lernphase zu wiederholen. (Landesinstitut für Erziehung und Unterricht 1999: 2) Gibt es immer noch keine Reaktion vonseiten des Kindes, kann mithilfe von geeignetem Anschauungsmaterial die zu lösende Aufgabe gerechnet werden. Eine andere Möglichkeit besteht darin, einen Schritt zurückzugehen und leichtere Aufgaben vorzustellen. Wichtig ist, dass Fehleingaben vom Programm abgefangen werden und „auf dem Bildschirm durch klare Meldungen erläutert“ (Weber 1994: 1) werden. Hier zeichnet sich die Notwendigkeit einer guten Förderdiagnostik ab, die individuellen Schwierigkeiten des Kindes zu erkennen und dem Kind bei seinen subjektiven Problemen zu helfen. Die Genauigkeit sollte die Voraussetzung für das Vorwärtskommen sein. (Landesinstitut für Erziehung und Unterricht 1999: 2) So reagiert eine Hilfestellung z. B. auch auf ein wahlloses Tastaturgeplätscher des Kindes, das nur Spaß daran findet, dem Computer Reaktionen zu entlocken und weit entfernt ist von einem Einlassen auf die Lerninhalte. Dieses Dilemma wird keine Lernsoftware vollständig auflösen können. Gewährleistet müsste sein, dass alle Informationen und Hilfen verstanden werden. (Nicklaus 2000: 2)

Im Anschluss soll noch mal erwähnt werden, welche „Hilfestellungen“ Resultat von falschen Urteilen und unbedingt zu vermeiden sind. Äußerungen bei falschen Lösungen wie „Willst du mich ärgern?“; „Streng dich einfach an!“, „Das ist doch ganz einfach!“ oder „Noch einmal!“ haben gemeinsam, dass sie sich nicht auf die Aufgabe beziehen, sondern einen Unwillen des Kindes unterstellen. „Häufig wird den Kindern auch noch zu Unrecht unterstellt, daß sie den Fehler ‚mit Fleiß‘ gemacht hätten; so gibt es tatsächlich mit viel Aufwand auf den Markt geworfene Programme, von denen die Möglichkeit der Soundausgabe dazu mißbraucht wird, daß sich der vorgeblich gute Geist bei einem Fehler nölend darüber beschwert, daß man ihn wohl ärgern wolle.“ (Schönweiss 1998: 479) Eine wirkliche Hilfe in dem Sinne, dass das Kind dadurch einen Schritt näher an der Lösung wäre, ist damit nicht gemacht worden. Im Gegenteil, derartige Äußerungen entsprechen

gewesen wäre. Es entsteht das Gefühl, einem unverstanden Anspruch genügen zu müssen.“ (Schönweiss 1998: 480) den Kategorien der falschen Interpretation von Misserfolgen, und schöpfen aus dem Reportarie von Sprüchen, mit denen die Kinder in der Regel schon viel zu häufig konfrontiert wurden. (Betz u. a. 1998)

3.6.5 Veranschaulichungshilfen

Ein adäquater Umgang mit Material ist unbedingt zu beachten. Vielen Schulbüchern und Lernprogrammen liegt der Fehler zugrunde, dass Veranschaulichungshilfen die Erklärung der mathematischen Sachverhalte vollständig ersetzen sollen bzw. dass das Material die Erklärung sein soll. (S. Kapitel 2) Wird deshalb Material verwendet, ist es notwendig, dieses vorher einzuführen und den Umgang mit ihm zu erklären. (Brühl u. a. 2003: 197) Das Lernprogramm sollte Handlungsorientiertes Lernen anregen. (Landesinstitut für Schule und Weiterbildung 1999: 18) Auch bei Material, welches in der Schule gebraucht wird, sollte auf eine Einführung nicht verzichtet werden, da man nicht immer davon ausgehen kann, dass die Kinder das Material kennen bzw. es angemessen zur Hilfestellung heranziehen können. (Gaidoschik 2000a) Ein Beispiel ist die Hundertertafel. Kindern, die den Aufbau dieser Tafel verstanden haben, hilft sie sicherlich bei der Lösung von Aufgaben. Bei den meisten rechenschwachen Kindern hingegen dient dieses Material schlicht als Abzählhilfe mit Zusatzregeln, wie z. B. „wenn ich an einer Reihe hinten angekommen bin, muss ich in der nächsten Reihe wieder vorne anfangen.“ „Es unterstützt den Aufbau des Zahlenraumes in der Vorstellung nicht. Daher kommt es häufig zu Fehlvorstellungen von Grundschülern über die Struktur der Hundertertafel.“ (Lorenz 2003a: 32) Zu dem unangemessenen Umgang mit dem Material kommt aufgrund des Unverständnisses ein zweites Problem auf, nämlich das Behalten und Lernen von Regeln, die dem Kind eben deshalb als notwendig erscheinen, weil es die Logik der Hundertertafel nicht erschlossen hat.[72] Eine der größten Schwierigkeiten von Anschauungshilfen besteht in dem Problem, dass sie häufig nur dann richtig verwendet werden können, wenn der Sachverhalt dem Kind bereits klar ist. „Aber die Vorstellung des Hunderterraums muss bereits entwickelt sein, bevor dieses Mittel eingesetzt werden kann.“ (Lorenz 2003a: 32)

Konsequenzen eines schlechten Umgangs mit Anschauungsmaterial können auch dann entstehen, wenn ein Kind das Material nicht mehr als Anschauung betrachtet, sondern als die mathematische Erklärung. (Gaidoschik 2000a) Erklärt z. B. das Schulbuch

[72] Vgl. auch: „Kindern, die sich keine eigene ‚Rechenwelt‘ zulegen konnten oder ihr einfach nicht trauen mögen, bliebt nurmehr der Versuch, sich – ohne jedes Vertändnis – daran zu erinnern, wie man eine Aufgabe rechnen ‚muß‘, wie der Rechen‚befehl‘ von Eltern oder Lehrern gelautet hat. Dieser Versuch, ‚nach Vorschrift‘ zu denken, muß schießlich noch die letzte Sicherheit untergraben, die irgendwann einmal verstanden haben mag. Mathematik wird zum reinen ‚Paukfach‘.“ (Schönweiss 2000a: 210)

und der Mathematikunterricht eine Zahl richtig als Symbol für eine Menge, benutzt jedoch in der Mengenvorstellung immer die gleichen Symbole, wie z. B. Luftballons, kann für ein rechenschwaches Kind der Schluss nahe liegen, die Zahl 3 bedeutet 3 Luftballons, die Zahl 5 bedeutet 5 Luftballons, etc. In diesem Fall ist das Kind nicht mehr in der Lage, die Zahl als abstrakte Repräsentanz für die Menge zu betrachten, die Abstraktion von den Luftballons gelingt nicht. (S. Kapitel 1)

Auf der anderen Seite kann Anschauungsmaterial das mathematische Verständnis auch befördern. (Schönweiss 1997: 68) „Dies soll keine abwertende Kritik an dem Veranschaulichungsmaterial darstellen.“ (Lorenz 2003a: 32) Lernsoftware sollte deshalb darauf überprüft werden, ob die Anschauungshilfen dem jeweiligen Lerninhalt angemessen sind. (Schönweiss 2000a: 314) Bei einigen Lerngegenständen kann es sogar sinnvoll sein, zur Einführung Material zu verwenden in der Hoffnung, dass sich darüber dem Kind die mathematischen Inhalte erschließen.

Überflüssig wird Anschauungsmaterial dann, wenn das Kind den Sachverhalt bereits verstanden hat. In dem Fall bietet dieses keine zusätzliche Hilfestellung mehr und es kann problemlos auf das Material verzichtet werden. (Gaidoschik 2003a: 73-74) Viele Lernprogramme werben aber gerade damit, dass sie viele verschiedene, bunte, etc. Anschauungshilfen aufweisen. An dieser Stelle sollte genau überprüft werden, ob dadurch ein Lernerfolg erreicht werden kann oder nicht.[73]

3.6.6 Verschiedene Schwierigkeitsstufen

Eine adäquate Förderung setzt bei den individuellen Schwierigkeiten des Kindes an, die durch eine qualitative Förderdiagnostik herausgestellt worden sind: Jede therapeutische Förderung ist demnach ideal ausgerichtet auf das einzelne Kind.

Gute Lernprogramme behandeln die mathematischen Inhalte in ihrer logisch-hierarchischen Abfolge. Sie können aber nicht leisten, auf das einzelne Kind bzw. auf die subjektiven Schwierigkeiten gesondert einzugehen. Um dieses elementare Problem zu kompensieren, sind verschiedene Schwierigkeitsstufen für ein Lernprogramm unverzichtbar. (Schönweiss 1997: 68; Schönweiss 2000a: 314)[74] Schwierigkeitsstufen gewährleisten zumindest im eingeschränkten Maße, dass die Kinder Aufgaben gestellt bekommen, die annähernd ihrem Können entsprechen und sie sich weder langweilen noch überfordert

[73] Der Ausgangspunkt der vielfältigen Anschauungshilfen liegt oft in dem Irrtum begründet, dass Spielen und Lernen identisch wäre. Werbesprüche, wie „spielendes Lernen“ etc. weisen klar darauf hin.

[74] „Kannst du den Schwierigkeitsgrad der Aufgaben einstellen oder auswählen?“ (Nicklaus 2000: 2)

fühlen. Bei zu großer Fehlerhäufigkeit sollte die Schwierigkeitsstufe gewechselt werden. (Landesinstitut für Erziehung und Unterricht 1999: 2) So sollte nach dem erfolgreichen Bearbeiten einer Lerneinheit eine neue darauf aufbauende Schwierigkeitsstufe eingeleitet werden. (Landesinstitut für Erziehung und Unterricht 1999: 2) Deshalb ist es notwendig, dass es bei den Schwierigkeitsgraden Anpassungsmöglichkeiten an den Lernenden gibt. (Landesinstitut für Schule und Weiterbildung 1999: 17)

Zum Vorschein kommt an dieser Stelle erneut das Problem der Diagnostik, da ein Computerprogramm schwer herausstellen kann, welche Aufgaben für welches Kind angemessen sind. Alle Übungen sollten nach dem individuellen Bedarf und der individuellen Lernvoraussetzungen des jeweiligen Kindes ausgewählt werden. (Landesinstitut für Erziehung und Unterricht 1999: 2) Beurteilt das Programm die Schwierigkeitsstufe für das Kind anhand der vom Kind erbrachten Lösungen, muss diese Beurteilung nicht zwangsläufig richtig sein. (Schönweiss 1998: 464) Rechenschwache Kinder lösen verschiedenste Aufgaben oft fehlerfrei und produzieren Traumergebnisse trotz fehlenden mathematischen Verständnisses. Aufgrund ihrer subjektiven Rechen-algorithmen und perfekten Zählfertigkeiten und –strategien sind Eltern und Lehrer auf der einen Seite häufig erstaunt und auf der anderen Seite völlig fassungslos hinsichtlich anderer mathematischer Probleme der Kinder. (Lorenz 2003a: 36-37) Gelingt diese „Überlistung“ vereinzelt sogar bei Erziehern, liegt der Schluss nahe, dass Lernprogramme diese Aufgabe, die Ergebnisse der Kinder angemessen zu diagnostizieren, ohne personelle Hilfen nur schwer erfüllen können.

Dass es für Kinder mit einer Teilleistungsstörung im mathematischen Bereich enorm wichtig ist, ihrem Können im Lernprozess gerecht zu werden, lässt sich aus der unzureichenden Diagnostik als ein schulbedingter Faktor für das Entstehen einer Rechenschwäche ableiten. (Vgl. 2) Falls ihnen ein Computerprogramm Aufgaben stellt, die sie nicht annähernd verstehen, liegt der Schluss für das Kind nahe: „Ich bin selbst für Computerspiele zu blöd.“ Im Extremfall verlieren sie nicht nur die Lust am Weiterrechnen, sondern entwickeln eine Abneigung zu einem ganz neuem Medium, dem Computer, obwohl dieser und die Arbeit mit und am Computer, mit den Schwierigkeiten des Kindes nichts zu tun hat. Der so genannte Teufelskreis der Lernstörung bekommt eine neue Komponente. (Vgl. dazu Betz u. a. 1998)

3.6.7 Protokoll- und Auswertungshilfen

Eine Förderdiagnostik ist nicht nur die Vorraussetzung jeder Fördermaßnahme, sondern auch ständiger Begleiter therapeutischer Intervention. An jeder Stelle der Förderung muss ersichtlich sein, welchen Wissenstand das Kind aktuell hat, um den Fortgang der Arbeit zu planen. „Kann das Programm [...] Antworten auswerten und mit Grafiken, Statistiken oder Fehlerlisten darstellen?“ (Nicklaus 2000: 1) Der Ausdruck von Leistungsstatistiken und die Speicherung von Arbeitsergebnissen sollten vorgesehen sein. (Landesinstitut für Erziehung und Unterricht 1999: 2; Weber 1994:1)

In Ergänzung zu den vorherigen Punkten zeigt sich an dieser Stelle wieder einmal, dass dies der Computer zumindest die Auswertung nicht leisten kann. Soll er jedoch als Unterstützung therapeutischer Arbeit dienen, ist es elementar, dass Protokoll- und Auswertungshilfen in die Lernsoftware integriert sind. (Schönweiss 1997: 68) Es muss möglich sein, die Lösungen der Kinder abrufen zu können, um sie einer genaueren Begutachtung zu unterziehen. (Schönweiss 2000a: 314) Hilfreich ist es dabei, wenn die Lernsoftware bestimmte Fehlerkategorien aufweist, die die Auswertung durch den Therapeuten vereinfacht. Denkbare Fehlerkategorien wären Verzählfehler um 1, Fehler bei der Zehnerüberschreitung bzw. -unterschreitung, Zahlendreher etc. (S. Kapitel 1) Obwohl es einige Fehlerkategorien gibt, die mehrfach bei rechenschwachen Kinder auftreten, gibt es auch viele Fehler, die sich keiner „typischen“ Kategorie zuordnen lassen.[75] Eine falsche Zuordnung vonseiten des Programms muss ausgeschlossen werden. Auf der anderen Seite kann sicherlich nicht verhindert werden, dass viele Fehler einfach nur als Fehler auftauchen, d. h. ohne Erklärung des falschen Rechenweges des Kindes. Solche Aussagen helfen dem Kind gar nicht. Deshalb ist eine „gezielte Vorgabe neuer Übungen aufgrund von Fehleranalysen“ (Landesinstitut für Erziehung und Unterricht 1999: 2) anzustreben.

Soll ein Computerprogramm regelmäßige Hilfestellung für das Kind sein, ist es wichtig, dass alle Ergebnisse des Kindes abgespeichert werden, d. h. dass das Kind beim nächsten Mal an der Stelle weitermachen kann, an der es aus dem Programm ausgestiegen ist. Auch sollte dem Kind die Möglichkeit gegeben werden, seine eigenen Leistungen einzuschätzen. (Landesinstitut für Erziehung und Unterricht 1999: 2) Damit das Lernprogramm auch von mehreren Nutzern verwendet werden kann, sollte sichergestellt sein, dass keine Lernergebnisse bzw. Lernfortschritte gelöscht werden: „Kann jemand anders das Programm benützen, ohne dass deine Ergebnisse gelöscht werden?“ (Nicklaus 2000: 2)

3.6.8 Jederzeit Ausstieg aus dem Programm möglich

In der Schule und bei den Hausaufgaben werden rechenschwache Kinder häufig dazu gezwungen, Aufgaben zu bearbeiten, die sie nicht verstehen. In Kombination mit den

[75] Der Grund dafür liegt darin, dass jede Rechenlernstörung durch subjektive Verständnisschwierigkeiten des jeweiligen Kindes gekennzeichnet ist und sich deshalb die Defizite rechenschwacher Kinder nicht verallgemeinern lassen.

Reaktionen der Bezugspersonen kann das fatale Folgen für das Kind haben, die im ersten Kapitel beschrieben worden sind.

Wichtig ist das Schaffen einer möglichst zwangfreien Atmosphäre, bei der das Kind das Tempo und den Schwierigkeitsgrad vorgibt, welches sich logisch aus den subjektiven Problemen ableiten lässt. (Schönweiss 2000a: 314) „Kannst du Teile einer Übung überspringen, in eine andere Übung wechseln, sie unterbrechen und später dort fortfahren, wo du aufgehört hast?" (Nicklaus 2000: 2) Dieses sollte für Lernsoftware gelten. Da das Kind auch alleine vor dem Computer sitzt, ist von elementarer Wichtigkeit, dass das Kind an jeder Stelle des Programms dieses auch beenden kann. (Schönweiss 1997: 68; Weber 1994: 1) Falls der Lernende nicht mehr weiter kommt und die Hilfestellung keine passende Hilfe bietet, muss klar sein, dass das Kind nicht gezwungen wird, die Aufgabe trotzdem bearbeiten zu müssen, sondern dass es vorgesehen ist, ein Spiel spielen zu können oder das Programm einfach verlassen zu können. „Ermöglicht das Angebot selbstständiges und eigenverantwortliches Lernen?" (Landesinstitut für Schule und Weiterbildung 1999: 18) Auf der anderen Seite sollte die Bereitschaft eines Lernenden, sich intensiver und länger mit der entsprechenden Lernsequenz auseinanderzusetzen als vorgesehen ist, nicht gestoppt werden. Eine freiwillige längere Übungsdauer sollte vorgesehen sein. (Landestinstitut für Erziehung und Unterricht 1999: 2)

3.6.9 Abwechslungsreich

Die Forderung, ein Programm müsse möglichst abwechslungsreich sein, verfehlt das Prinzip von mathematischen Präventions- und Förderkonzepten. Das Ziel der therapeutischen Arbeit besteht darin, die Probleme des Kindes zu diagnostizieren und ein auf die individuellen Schwierigkeiten aufbauendes Förderprogramm zu erstellen. Alle Aufgaben werden diesem Ziel untergeordnet und nicht dem Zweck, dem Kind möglichst viel Abwechslung zu bieten. „Der Versuch, die Kinder zu gewinnen, indem man multimedial, mit viel Getöse und allerlei bunten Spektakel um ihre Aufmerksamkeit buhlt, ist nicht nur äußerst resignativ. Er ist auch zum Scheitern verurteilt." (Schönweiss 1997: 68) Spürt das Kind, dass es um seine Probleme geht und erkennt es die Hilfen und das Engagement des Lehrers, kommt es auch nicht vor, dass das Kind sich langweilt. Langeweile und Unlust sind in der Regel Resultat einer unangemessenen Intervention oder eines fehlgeleiteten Lern- und Bildungsprozesses. Nur in dem Fall braucht man auch Abwechslung in Form von neuen Materialen, Spielen etc., um das Kind zu motivieren. Interessiert sich ein Kind für Lernprogramme aus dem Grund, dass diese abwechslungsreich sind, ihm Spiele, Märchen etc. bieten und nicht, weil das Kind das

Gefühl hat, es lernt inhaltlich etwas dazu, erfüllt das Programm auch nur diesen Zweck, nämlich den des Spielens.

Um diesem Unhaltungsprinzip gerecht zu werden, sind die Übungen vieler Lernprogramme eingebettet in eine Story. Problematisch wird das an der Stelle, an der die spannende Story das Entscheidende für das Kind ist, und es ihm nicht mehr darum geht, rechnen zu lernen. „Das Spielen drängt das Lernen in den Hintergrund." (Schönweiss 2000a: 314) Das kann manchmal zu dem Mangel führen, dass die eigentlichen Lernziele gar nicht mehr erkennbar sind.

Auf der anderen Seite ist es sicherlich richtig und auch für eine Förderung selbstverständlich, dass man sich darum bemüht, die Intervention kindgerecht zu gestalten, indem man Beispiele aus der Erfahrungswelt des Kindes anführt, innerhalb der Methoden wechselt, usw.

3.7 Schlussfolgerungen

Anhand der theoretischen Vorüberlegungen der ersten drei Kapitel ist verdeutlicht worden, was unter einer Rechenschwäche zu verstehen ist (1), welche schulbedingten und psychischen Faktoren und deren lerntheoretischen Fundierungen mit dem Auftreten einer Rechenschwäche im Zusammenhang stehen (2) und in welcher theoretischen, mediendidaktischen Lernumgebung mit Berücksichtigung eines neu zu gestaltenden pragmatischen Wissensprozesses eine computerunterstützte Prävention und Frühförderung stattfinden kann. Die Merkmale Medienbasierter Lernumgebungen und die Kriterien hinsichtlich der psychischen Notlage rechenschwacher Kinder sind ebenfalls benannt worden.

Computerunterstütze Prävention und Intervention bei Rechenschwäche bedarf folglich nicht nur mathematisch, lern- und medientheoretisch einer auf das Kind abgestimmte Förderung, sondern zugleich auch eine psychotherapeutische Begleitung. Dieses ist relevant, weil rechenschwache Kinder in der Regel schon mit zahlreichen Fehlschlüssen konfrontiert worden sind, die im Extremfall eine Zerstörung ihres Selbstbildes zur Folge haben können. Eine solche Haltung, die Unterstützung finden kann bei Eltern und Lehrer, bezieht sich dann oft nicht mehr nur auf die mathematischen Defizite, die Ausgangspunkt der Unzufriedenheit waren, sondern kann sich auf alle Fächer und auch Lebensbereiche übertragen. (Betz u. a. 1998)

Daher ist es sehr fraglich, wenn nicht sogar ausgeschlossen, dass ein Computer bzw. ein Lernprogramm richtig auf die Bedürfnisse eines rechenschwachen Kindes eingehen kann. Im Zusammenhang mit den Ausführungen über die Notwendigkeit einiger Kriterien, die ein Lernprogramm aufweisen sollte, sind die Grenzen von Lernsoftware immer wieder ins Auge gesprungen. Die erforderliche Diagnostik, eine geeignete Hilfestellung, die Befreiung vom Zeit- und Notendruck, um nur einige zu nennen, zeigen Konflikte auf, denen ein Lernprogramm nur äußerst bedingt gewachsen ist. Auf der anderen Seite ergeben sich gerade durch den Einsatz der neuen Medien im Schulunterricht neue Möglichkeiten und Chancen, wie die Kindern ihren Lernprozess und ihren Wissenserwerb wieder in die eigene Hand nehmen können. Damit eine Umgestaltung des Wissenserwerbs nach pragmatischen Gesichtspunkten gelingen kann, bedarf es neben den theoretischen und mediendidaktischen Lernumgebungen vor allem der Lerninhalte und der Bereitschaft der Lernenden, sich mit den Lerngegenständen auseinanderzusetzen. Wie dieses funktionieren kann, dafür sind einige Anregungen gemacht worden. Dennoch bleibt es eine Frage der Lerninhalte, an denen sich eine erfolgreiche Prävention und Intervention bemerkbar macht. Aus diesen Gründen stellt der 2. Teil der Arbeit die praktisch ausgerichteten Lerninhalte in den Vordergrund, die auf den bisherigen theoretischen Vorüberlegungen basieren.

Als Zwischenfazit kann festgehalten werden, dass davon abzuraten ist, Präventions- und Förderkonzepte ausschließlich auf dafür ausgeschriebene Lernsoftware aufzubauen oder die Förderung vollständig durch die Arbeit am Computer zu ersetzen.

4 Computerunterstützte Prävention und Frühförderung

Die im Folgenden vorzustellenden computerunterstützten Präventions- und Interventionskonzepte sind das Resultat der Analyse der mathematischen „Stolpersteine" rechenschwacher Kinder. (Vgl. Kapitel 1) Es soll diskutiert werden, inwieweit den falschen Vorstellungen und mathematischen Denkweisen der Kinder mithilfe der Konzepte zum einen vorgebeugt werden kann (Prävention) und zum anderen, wie bereits vorhandenen Defiziten entgegengewirkt werden kann (Intervention).

Da sich der Erfolg eines Konzeptes an den Lerninhalten entscheidet, ist die Gliederung an den verschiedenen Kategorien dieser Inhalte ausgerichtet: Anzahlverständnis, Operationsverständnis, Stellenwertsystem, Multiplikation und Division sowie dem Sonderfall der Sachaufgaben. Somit wird der arithmetische Bereich der ersten beiden Grundschuljahre zum einen in seinem mathematisch hierarchischen Aufbau bearbeitet und zum anderen soll auch innerhalb der einzelnen Kategorien gewährleistet sein, dass die „Anforderungen sukzessive gesteigert werden[;] so wird selbst dem leistungsschwächsten Kind das Erfolgserlebnis nicht verwehrt. Voraussetzung ist allerdings, daß der zu übende Stoff wirklich verstanden ist und daß z. B. die automatisierenden Übungen nicht zu früh einsetzen." (Leutenbauer 1998: 27) Unter diesem Gesichtspunkt werden anhand der einzelnen Lerninhalte sowohl der adäquate Computereinsatz thematisiert als auch die einzelnen Momente des Lernprozesses bezüglich der Lerninhalte, der Schüler und der Lehrer in die Konzepte integriert.

Für den Bereich der Pränumerik, insbesondere Vergleichen, Raumerfahrung, Invarianz und Zuordnung und Seriation[76] (Grissemann u. a. 1969: 78)[77], werden in dieser Arbeit keine computerunterstützten Präventions- und Förderkonzepte erörtert, da es sich bei den

[76] „*Seriation*: Die Fähigkeit, Elemente nach zunehmender oder abnehmender Größe zu ordnen bzw. Gegenstände gemäß eines quantitativen Merkmals in eine auf- oder absteigende Reihe zu ordnen. Für die Zahlbegriffsentwicklung besonders relevant ist der Bereich der Seriationsleistung, in dem Mengen nach Mächtigkeit geordnet werden." (Barth 2003b: 60)

[77] Barth macht darauf aufmerksam, dass auch ein Sprachverständnis für präpositionale Beziehungen, welches den sicheren Umgang mit den Begriffen wie „vor", „hinten", „zwischen", „oben", „unten" etc. impliziert, für das Verstehen mathematischer Sachverhalte unabdingbar ist. (Vgl. Barth 2003b: 61).

Konzepten vor allem um *schulische* Präventions- und Fördermöglichkeiten bei Rechenschwäche handeln soll und die pränumerischen Grundlagen im *Vor*schulbereich zu verorten sind.[78] „Der mathematische Anfangsunterricht der Grundschule setzt bei den Kindern einen gewissen Grad an Einsicht in die Grundlagen des Zahlbegriffs voraus." (Barth 2003b: 57) Auch die pränumerischen therapeutischen Förderkonzepte, die bei Grissemann und Weber vorgestellt werden, richten sich daher speziell an „Lehrkräfte, die Schulanfänger mit Lern- und/oder Verhaltensschwierigkeiten unterrichten." (Grissemann u. a. 1996: 78) Im Gegensatz dazu beziehen sich die folgenden computerunterstützten Präventions- und Interventionskonzepte explizit auf die *reguläre* Erstunterrichtung. Liegen bei einem Kind grundlegende Defizite im pränumerischen Bereich vor, ist eine ausschließlich schulische Intervention in der Regel nicht mehr ausreichend und außerschulische therapeutische Interventionen dringend angeraten. (Vgl. dazu Grissemann u. a. 1996)[79]

Die folgenden Lernschwerpunkte (Anzahlverständnis, Operationsverständnis, Stellenwertsystem, Multiplikation und Division sowie Sachaufgaben) sind inhaltliche Bestandteile der ersten beiden Klassen der Grundschulmathematik. (Kultusminesterium des Landes Nordrhein- Westfalen 2003; Müller u. a. 1984; Gaidoschik 2003a) Im Rahmen der Arbeit lassen sich selbstverständlich nicht alle Lerninhalte abhandeln. Daher sollen im Folgenden hauptsächlich Vorschläge für den Bereich der Arithmetik des Mathematikunterrichtes in Form von computerunterstützten Präventions- und Förderkonzepten vorgestellt werden. „Diese Beschränkung [auf den Bereich der Arithmetik] erscheint zunächst gerechtfertigt, fallen Kinder mit Schwierigkeiten in Mathematik doch vor allem aufgrund ihrer Probleme beim Rechnenlernen auf." (Bönig 2003: 131)

Da eine Vielzahl von Lernsoftware für den Altersbereich der 6 – 8 jährigen vorhanden ist, werden auch exemplarisch ausgewählte Programme daraufhin untersucht, ob sie für die Prävention und Frühförderung bei Rechenschwäche in Frage kommen. Bei der Lernsoftware handelt es sich in der Regel um Übungsprogramme (vgl. Krauthausen u. a. 2003: 244), die oft mit den Lehrplänen abgestimmt sind, aber aufgrund fehlender technischer Rahmenbedingungen oder inhaltlicher Defizite nicht im Unterricht Anwendung finden. Somit beschränkt sich der Einsatz der meisten Lernprogramme auf

[78] Brauchbare praktische Fördermöglichkeiten hinsichtlich der pränumerischen Grundlagen bietet Brettschneider (Brettschneider 2001).

[79] Radatz und Schipper nennen einen weiteren Grund für die Ausklammerung pränumerischer Lerninhalte aus dem regulären Schulunterricht: „Mit H. Winter (1981b) stimmen wir überein, daß bei Schulanfang den vielfältigen Vorerfahrungen der Kinder zu den Zahlen Rechnung getragen werden sollte und einem längeren pränumerischen Vorspann im Sinne eines Unterrichts über Zahlen und deren Eigenschaften dringend abzuraten ist." (Radatz u. a. 1983: 53)

den häuslichen Übungsbereich. Daneben existieren aber auch Programme, die mit dem Anspruch konzipiert worden sind, die mathematischen Lerninhalte nicht ausschließlich zu wiederholen, sondern dass mithilfe des jeweiligen Programms neue Lerninhalte erarbeitet werden können. (Vgl. Padberg 1996: 305) Diese Unterscheidung ist für eine *Beurteilung* von Lernprogrammen nötig, da sich eine Kritik immer an den angegebenen Lernzielen messen sollte. Weil es nicht das Ziel dieser Arbeit ist, eine Bewertung von Lernsoftware vorzunehmen, wird das Lernziel der zur Kenntnis genommenen Programme ausgeklammert und jedes Lernprogramm ausschließlich unter der der Arbeit zugrunde liegenden Fragestellung begutachtet.[80] Aus diesem Grund kann ein Lernprogramm, welches für die Prävention und Frühförderung von Rechenschwäche ungeeignet ist, durchaus zweckmäßig sein für andere Einsatzbereiche. Somit ist eine kritische Beurteilung der Lernsoftware unter dieser Fragestellung nicht gleichzusetzen mit der abschließenden Beurteilung des Programms.

Die Präventions- und Frühförderkonzepte sind nicht zu verwechseln mit der Präsentation bzw. Vorstellung einer neuen Mathematikdidaktik. Es geht weder darum, eine neue Mathematikdidaktik aufzustellen, noch darum, den Königsweg für *alle* Kinder zu finden. (Gaidoschik 2003a: 65) „Es gibt keine ‚schnellen Generalisierungen' mehr, keine einfache Klassifikation der individuellen Rechenschwäche und somit auch keine ‚standardisierten Interventionen'." (Bauersfeld 1996: 12) Gerade als rechenschwach diagnostizierte Kinder unterscheiden sich in ihren mathematischen Vorstellungswelten stark voneinander und von ihren Mitschülern, so dass die Konzepte in dieser Arbeit eine Richtschnur oder Tendenzen aufzeigen, aber nicht für alle Kinder gleichermaßen anzuwenden sind. Obwohl es aufgrund der unzweckmäßigen Pauschalisierung einer Rechenschwäche kein allgemeingültiges und auf alle Kinder übertragbares Präventions- und Förderkonzept geben kann, dienen die folgenden Vorschläge als Richtschnur sowohl für die Prävention als auch für die Intervention; denn lernschwache Kinder erlernen mathematische Grundeinsichten didaktisch und lerntheoretisch betrachtet nicht anderes als „normal begabte" Schüler. (Wehrmann 2003a: 205; Gerster 2002a: 37).

Um bei der Prävention und Förderung den individuellen Schwierigkeiten des Kindes gerecht zu werden, bedarf es einer qualitativen Diagnostik, die die Lernausgangslage des Kindes ermittelt (Diagnosemodul). „Vor der eigentlichen Förderung eines rechenschwachen Schülers kommt es darauf an, die sog. Lernausgangslage oder den Lernstand zu erfassen." (Lorenz u. a. 1993: 48) Im Zusammenhang mit den Fehlerkategorien (s. Kapitel 1) ist

[80] Zur Beurteilung von Lernsoftware siehe: Kapitel 3; Krampe u. a. 1999; Uni-paderborn.de 2004; Medienwerkstatt-online.de 2004; Lernnetz-sh.de 2004; Bildungsserver.de 2004; Uni-bayreuth.de 2004; Padberg 1996: 305)

herausgestellt worden, dass das Fehlerproduzieren alleine die Fehler nicht erklären kann, sondern dass die Gründe für die Fehler in der Regel in einem Fehlverständnis mathematischer Grundeinsichten liegen können. (Schönweiss 2000a: 286) „Systematische Lerndiagnosen, die die entscheidenden, oft weit zurückliegenden Stellen aufspüren können, gibt es kaum. Das ist der Grund für die oft beklagte mangelnde Effektivität der meisten Förderkonzepte: Es wird an Symptomen gearbeitet, an Schwächen, die der Schüler gerade in der letzten Klassenarbeit zeigte, aber die Ursachen der Fehler werden nicht beseitigt.“ (Viet 1982: 19)

Deshalb ist die entscheidende Frage nicht, ob das Kind Fehler macht, sondern *warum* es diese macht. (S. Kapitel 1) Um die Frage zu beantworten, bedarf es keiner quantitativen Fehleranalyse, die die Häufigkeit der Fehler benennt, sondern einer qualitativen Fehlerdiagnostik, die die Ursachen der Fehler ergründet.[81] Dafür ist es notwendig, sich mit der mathematischen Vorstellungswelt der Kinder auseinanderzusetzen, d. h. nachzuvollziehen, *wie* die Kinder rechnen. „Ohne genaue Ermittlung der kognitiven Verinnerlichung mathematischer Stoffinhalte macht eine Förderung wenig Sinn.“ (Wehrmann 2003a: 197) Eine qualitative Diagnostik ist auch deshalb von elementarer Bedeutung, weil auch falsche Denk- und Rechenstrategien zu richtigen Ergebnissen führen können. (Schönweiss 2000a: 285-286) „Zu unterscheiden sind Lösungsstrategien und Fehlerquellen.“ (Schönweiss 2000a: 286) Da es gegenwärtig noch keine allgemein anerkannten Prüfverfahren gibt[82], auf die zurückgegriffen werden könnte, sollen im Hinblick auf die Notwenigkeit einer qualitativen Förderdiagnostik Segmente aus Verfahren herangezogen werden, die sich in der alltäglichen Förderdiagnostik bei rechenschwachen Kinder bewährt haben. Weil die Fehlerdiagnostik die Gründe der Rechenschwierigkeiten ermitteln soll, bezieht sich die Diagnostik daher nicht ausschließlich auf den aktuellen Schulstoff bzw. auf momentane Rechenprobleme des Kindes, sondern vorgelagerte Elementaria der Arithmetik sollen in die Diagnostik integriert werden. Bezogen auf ein Lernprogramm heißt das, dass bevor ein Kind spezielle mathematische Lernsegmente bearbeiten soll, sichergestellt sein muss, dass es über die notwendigen mathematischen Kenntnisse verfügt, um diese Aufgaben lösen zu können. Eine Diagnostik, die den

[81] „Zu entwickelnde Prüfverfahren sollten die kindlichen Prozesse der Lösung von Aufgaben feststellen können und sich auf die wesentlichen Symptome für Rechenstörungen konzentrieren, nämlich auf das verfestigte zählende Rechnen, auf die Probleme der Kinder bei der Links-/ Rechts- Unterscheidung, auf die einseitigen Zahl- und Operationsvorstellungen und auf Intermodalitätsprobleme.“ (Schipper 2003: 109)

[82] „Gegenwärtig gibt es weder Prüfverfahren zur Frühdiagnostik von zu erwartenden Problemen beim Erlernen des Rechnens noch ein mathematikdidaktisch anerkanntes Testverfahren zur Feststellung vorliegender Schwierigkeiten.“ (Schipper 2003: 108)

mathematischen Entwicklungsstand des Kindes festhält, ist demnach immer die Voraussetzung für eine Lerneinheit. (Vgl. dazu Lorenz 2003a: 97-99) Die Schwierigkeiten einer computerunterstützten Diagnostik sind bereits mehrfach erwähnt worden. Vor allem die beiden Diagnoseinstrumente „Befragung des Klienten bzw. informelles Interview des Klienten" und „Verhaltensbeobachtung" (vgl. Radatz u. a. 1983: 213/214) kann ein Computerprogramm unmöglich leisten. Deshalb empfiehlt es sich, die Lehrperson oder außerschulische Experten insbesondere bei auffälligen Kindern in die Diagnostik mit einzubeziehen, damit die anschließende Förderung Erfolg versprechend ist; denn „Zu analysieren, welchen Fehler ein Kind gemacht hat, wenn es sich verrechnet hat, kostet Mühe. Im Grunde läßt sich nur durch begleitendes Nachfragen genauer feststellen, was dabei im Kopf so alles stattfindet." (Schönweiss 2000a: 286) Aus diesen Gründen folgt jedem arithmetischen Teilgebiet nach der Bestimmung des Lernziels ein Diagnosemodul, welches oft die Grenzen des Computers aufzeigt und personelle Hilfen erfordert.[83]

4.1 Mengen- und Zahlbegriff: Anzahlverständnis

4.1.1 Mathematisches Lernziel

Im Anschluss an den Mathematiker Cantor wird der Begriff der Menge in folgender Weise definiert: „Unter einer Menge wird jede Zusammenfassung von bestimmten, wohl unterschiedenen Objekten zu einem Ganzen verstanden." (Uni-bielefeld.de 2004)

Über die richtige Erarbeitung des Zahlbegriffs im Mathematikunterricht gibt es viele unterschiedliche Ansätze, die die Vielzahl der Diskussionen und Streitigkeiten innerhalb der Mathematikdidaktik widerspiegeln. (Vgl. dazu Radatz u. a. 1983: 48) Obwohl ein korrekter Zahlbegriff neben dem kardinalen Zahlaspekt auch den ordinalen Zahlaspekt, den Operatoraspekt, den Maßzahlaspekt, den Codierungsaspekt und den Rechenaspekt einschließt[84], werden im Folgenden hauptsächlich Lernziele hinsichtlich des kardinalen

---

[83] In den Diagnosemodulen stehen die Schülerfehler im Mittelpunkt der Analyse. Eine umfassende Förderdiagnostik müsste selbstverständlich weitere Bereiche, u. a. die nicht- kognitiven Bedingungen des Mathematiklernens und den häuslichen und schulischen Rahmen miteinbeziehen. (Vgl. dazu Lorenz u. a. 1993: 36-80)

[84] „Verfolgt man Piagets Darstellungen des Zahlbegriffes unter seinem logischen Aspekt, so springt die systematische Verknüpfung seiner Genese mit der Entwicklung der elementaren logischen Strukturen ins Auge. Wird nun dasselbe System, allerdings indem von den Qualitäten abgesehen wird, auf Mengen angewandt, so vollzieht sich die Verschmelzung von Inklusion und Seriation zu einer einzigen operativen Gesamtheit, die aus der Vereinigung von Klassen und asymmetrischen Relationen besteht und diese Gesamtheit bewirkt die Reihe der endlichen ganzen Zahlen, deren ordinaler und kardinaler Aspekt nicht voneinander getrennt werden kann. Nur im Falle der Zahl kann man sagen, daß die Klassifikation, d.h. die Betrachtung der Elemente als äquivalente Gegebenheiten und die Seriation,

Zahlaspektes angestrebt, da dieser zum einen die größte Schwierigkeit bei rechenschwachen Kindern darstellt und zum anderen ein fehlerhaftes kardinales Zahlverständnis den adäquaten Umgang mit darauf aufbauenden mathematischen Lernanforderungen unmöglich macht. (Gaidoschik 2003a: 27) Aus diesen Gründen wird im Folgenden von dem *Anzahlverständnis* die Rede sein als Zusammenfassung der Kenntnisse, die für den Erwerb der arithmetischen Grundeinsichten hinsichtlich des Mengen- und Zahlbegriffs vonnöten sind. (Gerster 2002a: 331 ff.) Ein adäquater Mengenbegriff schließt die Herstellung von Zuordnungen, das Differenzieren von Mengenkonstanz und Ungleichmäßigkeit, das Urteil über die Repräsentanz[85] und die Invarianz von Mengen ein. Weil das arithmetisch relevante Beurteilungskriterium zweier Mengen die Quantität ist, müssen die Begriffe „mehr", „weniger" und „gleich viel" verstanden und angewandt werden können. (Barth 2003b: 60) Diese Grundeinsichten sind somit für ein richtiges Anzahlverständnis vorausgesetzt. (Vgl. auch Behring 1999)

Neben diesen Voraussetzungen ist für das Anzahlverständnis ein ausreichendes Verständnis von der Seriation sowie der Inklusion und der Zerlegbarkeit von Zahlen (in Teil- und Gesamtmengen) elementar. Konkret ausgedrückt muss Klarheit darüber bestehen, „daß die Zahlwörter bzw. Ziffern Zwei, Drei und Fünf drei Mengen unterschiedlicher Mächtigkeit repräsentieren [...] daß diese Mengen nach Mächtigkeit geordnet werden können [...] daß die Elemente dieser Mengen beliebig gewählt werden können, solange sie voneinander unterscheidbar und folglich zählbar sind [...und] daß die räumliche Anordnung der Elemente innerhalb einer Menge beliebig ist, solange die Mengen eindeutig voneinander unterscheidbar bleiben." (Wember 1996: 114).[86]

Fast alle Kinder kennen vor Schuleintritt die Zahlwortreihe bis 10 oder auch bis 20. „Knapp die *Hälfte* der Schulanfänger kann also schon *mindestens* bis 29 zählen, *praktisch alle* Schüler beherrschen die Zahlwortreihe bis 10." (Padberg 1996: 10) In der Regel kann

---

d. h. das Aufreihen der als nichtäquivalent gedachten Elemente zusammenfallen. Ihre operatorische Synthese, konstituiert eine originale Struktur, die über die elementaren logischen Strukturen des qualitativen Typs hinausgeht" (Steiner, 1973, 35); vgl. auch Radatz u. a.1983: 49; Krauthausen u. a. 2003: 8)

[85] „Alle beliebigen Elemente – gleichgültig welche Merkmale sie haben – können zu einer Menge (von ‚Zähldingen') zusammengefasst werden. D. h. die drei bisherigen Zählprinzipien lassen sich auf jede beliebige Menge, auf ‚alles Zählbare' anwenden: konkrete Materialien (Kastanien, Perlen, Bauklötze etc.), Personen, Tiere, Gegenstände, Lichtsignale, Glockenschläge, Klingelzeichen, usw.), die in keinem nahe liegenden Bezug zueinander stehen müssen (Abb. 1/3) aber gleichwohl gezählt werden können (13 ‚Zähldinge')." (Krauthausen u. a. 2003: 11)

[86] Gerster spricht in diesem Zusammenhang von fünf Zählprinzipien, die für ein adäquates Anzahlverständnis notwendig sind: das Eins- zu Einsprinzip, das Prinzip der stabilen Ordnung, das Kardinalzahlprinzip, das Abstraktions-Prinzip und das Prinzip der beliebigen Reihenfolge. (Gerster 2002a: 333)

man davon ausgehen, dass auch als rechenschwach diagnostizierte Kinder in den ersten beiden Schuljahren die Zahlwortreihe bis 10 aufsagen können. Die Schwierigkeit besteht in dem Erarbeiten des Anzahlverständnisses, welches in dem Aufsagen der Zahlwortreihe nicht notwendig mitgedacht werden muss. „Schwache Kinder verbinden mit der Zahl ‚vier' noch in den ersten Grundschuljahren nur die Vorstellung ‚das vierte Ding' oder bestenfalls die Vorstellung von vier einzelnen Dingen." (Gerster 2002a: 333) Deswegen ist es nötig, ein zählendes Rechnen oder ein lineares Zahlverständnis, welches in dem Aufsagen der Zahlwortreihe nahe gelegt wird, zu ersetzen durch ein sachgerechtes Anzahlverständnis. (Gerster 2002a: 333) Somit muss Prävention darauf ausgerichtet sein, einer einseitig zählenden Zahlauffassung entgegenzuwirken; denn zusammenfassend lässt sich feststellen: „Zählen ist eine wichtige Tätigkeit und Fähigkeit, die im Laufe der Grundschulzeit immer wieder angewandt, geübt und perfektioniert werden muß. Zählendes Rechnen ist zwar ein natürliches Verfahren, das die meisten Schulanfänger mitbringen, wird es jedoch verfestigt bzw. die einzige Lösungstechnik bei arithmetischen Operationen, dann stellt es eine Sackgasse dar, aus der die Schüler im 2. oder im 3. Schuljahr kaum mehr herauskommen." (Lorenz u. a. 1993: 117) Das bedeutet vor allem, dass die Unterrichtung Segmente vermeiden muss, die eine solche einseitige Zahlauffassung hervorrufen oder bestärken können (vgl. Gaidoschik 2003a: 69; Lorenz 2003a: 95)

Als Resultat der bisherigen Überlegungen lässt sich zusammenfassend folgendes Lernziel hinsichtlich des Anzahlverständnisses formulieren: Bei dem Abzählen von Mengen bekommt jedes Objekt einen Namen, z. B. „Eins", „Zwei" oder „Drei". Entscheidend ist, dass das zuletzt genannte Objekt nicht nur den Namen „Drei" erhält, sondern die Anzahl der insgesamt abgezählten Objekte bezeichnet: „Die zuletzt benutzte Zahl im Abzählprozess gibt die Anzahl der Elemente (die ‚Mächtigkeit') der abgezählten Menge an." (Krauthausen u. a. 2003: 11) Damit werden alle gezählten Objekte zu einer Menge bzw. einem Ganzen zusammengefasst.[87] Für das Anzahlverständnis sind nach Gerster zwei Leistungen zu erbringen: „Erstens die Herstellung einer Einzueins-Zuordnung zwischen Einzeldingen und Zählwörtern und zweitens eine Klassifikationsleistung, das gedankliche Zusammenfassen der gezählten Dinge zu einer Menge und das Zuordnen eines *einzigen* Zahlwortes (beispielsweise des Wortes ‚Sieben' zur *gesamten* Menge)." (Gerster 2002a: 332)

[87] Piaget bezeichnet diesen Vorgang als Synthese einer Seriations- und einer Klassifikationsleistung. (Vgl. Gerster 2002a: 332)

4.1.2 Diagnosemodule

Eine abzählbare Menge wird angezeigt. Dann fragt das Computerprogramm: „Wie viele sind es?“ Zur Beantwortung der Frage soll das Kind das entsprechende Zahlsymbol, welches auf dem Bildschirm zu sehen ist, anklicken. Danach soll das Kind die Menge per „Mausziehen“ z. B. in einen Karton legen. Zu prüfen ist, ob das Kind die erneut gestellte Frage „Wie viele sind es (jetzt)?“ ohne dass die Menge im Karton abzählbar ist, richtig beantworten kann. (Vgl. Gerster 2002a: 333-334)

Das Kind soll aus einer großen Menge eine Teilmenge auszählen. (Vgl. Gerster 2002a: 334; Leutenbauer 1998: 87) Es werden z. B. zehn Bäume angezeigt, von denen das Kind acht Bäume fällen soll.

Das Kind soll zwei Mengen abzählen, die sich in der Größe, Form oder Farbe unterscheiden, aber in der Anzahl gleich sind und herausfinden, ob die beiden Mengen gleich oder verschieden sind. (Vgl. Gaidoschik 2003a: 24-25) Z. B. sind auf dem Bildschirm acht Schaukeln und zehn Kinder dargestellt und die Frage wird gestellt, ob jedes Kind auf einer Schaukel sitzen kann. Dabei muss es für das Kind die Möglichkeit geben, diese Frage mithilfe der 1:1-Zuordnung zu beantworten, d. h. die Kinder müssen auf die Schaukeln gesetzt werden können, damit das lernende Kind handelnd feststellen kann, dass für zwei Kinder keine Schaukel mehr zur Verfügung steht, also zwei Kinder mehr vorhanden sind als Schaukeln. (Vgl. Luit u. a. 2001: 12; Grissemann u. a. 1996: 139; Müller / Wittmann 1984: 12 ff.)[88]

Die Bestimmung der Anzahl von Elementen ist unabhängig von ihrer Anordnung oder Reihenfolge:[89] „Die Reihenfolge, in der die Elemente einer Menge abgezählt werden, und die Anordnung der zu zählenden Elemente, sind für das Zählergebnis irrelevant.“ (Krauthausen u. a. 2003: 11) Zur Überprüfung dieses Prinzips können z. B. sechs Kinder auf dem Bildschirm angezeigt werden. In der nächsten Sequenz verändern dieselben Kinder ihre Position, indem sie z. B. ein Spiel spielen. Muss das lernende Kinde bei der Frage: „Wie viele Kinder sind es jetzt?“ nicht erneut abzählen, hat es den Gedanken, dass sich die Anzahl nicht verändert, wenn die Position sich verändert, verstanden. (Luit 2001: 12) Weiterhin sollte überprüft werden, ob das Kind versteht, „dass die Aussage wie ‚mehr als‘ oder ‚weniger als‘ sich auf die Anzahl der Elemente in einer Menge bezieht und nicht

[88] „Herstellen von Eins zu Eins Relationen. Dies umfasst die Möglichkeit zur Reihenfolgebildung anhand der Anzahl von Objekten. Dabei können jeweils zwei Mengen miteinander verglichen werden. Ein Element der ersten Gruppe wird einem Element der zweiten Gruppe zugeordnet. Die Eins zu Eins Relation ist eine Möglichkeit des Mengenvergleichs.“ (Barth 2003b: 60)

[89] Kutzer hat bereits 1978 darauf hingewiesen, dass gerade unter Kindern mit Rechenstörung viele Kinder variante Auffassungen haben. (Gaidoschik 2003a: 26)

auf die räumliche Ausdehnung.“ (Barth 2003b: 60) Alleine durch ein Computerprogramm lässt sich schwer herauszufinden, ob das lernende Kind zur Beantwortung der Fragen die Menge erneut abzählt oder nicht. Hierzu bedarf es einer Lehrperson, die entweder den Ablauf und das Verhalten des Kindes genau beobachtet oder mit dem Kind im schulischen oder außerschulischen Rahmen weitere Versuchsreihen durchführt.

Der Gedanke der kardinalen Invarianz lässt sich auch überprüfen, indem z. B. eine abzählbare Menge - nachdem diese vom Kind abgezählt worden ist - anders angeordnet wird, z. B. auseinander geschoben oder zusammengezogen wird, und dann die Frage gestellt wird: „Wie viele sind es jetzt?“ (Gerster 2002a: 334; vgl. auch Radatz u. a. 1983: 50) Ob das Kind den Gedanken verstanden hat oder die Menge erneut abzählen muss, kann das Computerprogramm alleine sicherlich nicht herausbekommen.

4.1.3 Präventions- und Frühfördermodule

Simultanerfassung

Hilfen für die Ausbildung eines richtigen Anzahlverständnisses bietet die Simultanerfassung. Aus Untersuchungen geht hervor, dass Kinder, deren Simultanerfassung bei der Einschulung nur bis drei reichte, erheblich Probleme im Mathematikunterricht hatten. (Weichbrodt 1994). Es wird davon ausgegangen, dass beim Menschen die Simultanerfassung bis vier reicht (vgl. Gerster 2002a: 334)[90] „Das sichere, blitzartige Erkennen von Anzahlen bis vier scheint eine wichtige Voraussetzung zu sein für erfolgreiche Teilnahme am Mathematikunterricht. Zahlreiche Arbeitsmittel werden erst praktikabel und effektiv, wenn diese Voraussetzung erfüllt ist.“ (Gerster 2002a: 336) Kinder müssen lernen, von einer gezählten Anzahl auf die Gesamtmenge zu schließen. Dies soll durch ein gezieltes Erlernen der Simultanerfassung erarbeitet werden. Deshalb ist zu differenzieren zwischen den Kindern, die die Anzahl vier simultan erfassen können und denjenigen, denen dies nicht gelingt. Deshalb werden praktische Handreichungen vorgestellt, um die Simultanerfassung bis vier zu üben. Daran anschließend werden Strukturierungshilfen für größere Mengen aufgezeigt.

Werden Vierer-Mengen von einem Kind nicht simultan erfasst, ist es sinnvoll, vorerst auf kleinere Mengen zurückzugreifen. Hilfreich ist das Erkennen und Bilden von Zweier-Mengen. (Gerster 2002a: 336) So können z. B. aus einer überschaubaren Menge Zweier-

[90] Der in wissenschaftlichen Veröffentlichungen gemachte Vergleich zur Tierwelt, welcher oft als Beleg herangezogen wird, dass auch Tiere kleinere Mengen simultan erfassen können, ist für die Fragestellung und für den Vorgang der Argumentation irrelevant. (Vgl. dazu Gerster 2002a)

Mengen (Pärchen) gebildet werden. (Padberg 1996: 26) Auf dem Bildschirm erscheinen 10 Steckwürfel (Plättchen, Kinder etc.). Diese Menge soll in Zweier-Mengen zerlegt werden, indem z. B. immer zwei eingekreist oder angemalt werden können. Untersuchungen zur Folge wird der kindliche Blick durch die Wiederholung dieser Zweier-Mengenbildung geschult, so dass das Bearbeiten ähnlicher Pärchenbildung immer schneller geht (Gerster 2002a: 336) Beim Programmieren sollte jedoch darauf geachtet werden, dass nicht eine bestimmte Zeit für die Bearbeitung der Pärchenbildung festgesetzt ist, die es bei jeder weiteren Aufgabe zu unterbieten gilt. Vielmehr ist die Anforderung an das Programm, festzustellen, inwieweit das Kind Fortschritte in der Schnelligkeit der Pärchenbildung erzielt ohne dabei das Kind unter dem Diktat der Zeit lernen zu lassen. Ist das Kind wiederholt in der Lage, innerhalb von ca. 10 Sekunden (Gerster 2002a: 336) eine Zehner-Menge in Zweier-Mengen zu zerlegen, sollte das Computerprogramm neue Lernsequenzen anbieten. Die Simultanerfassung der Vier könnte dadurch erworben werden, dass das Kind die Vierer-Menge als zwei Zweier-Mengen erkennt. Ebenfalls kann es hilfreich sein, die Vierer-Menge als eine Einer- und eine Dreier-Menge zu entdecken. (Gerster 2002a: 336) Dazu bieten sich zahlreiche Übungen an: Auf dem Bildschirm werden Vierermengen in unterschiedlichen Anordnungen dargestellt, die dem Kind nahe legen, diese Menge zu zerlegen, in zwei und zwei oder in eins und drei. Mit Hilfe von Computeranimationen ist es möglich, die Menge vier unterschiedlich darzustellen, um damit bei dem Kind zwei Lernerfolge zu erzielen: Zum einen entdeckt das Kind, dass die vier sich in verschiedene Teilmengen (zwei und zwei; eins und drei) zerlegen lässt und zum anderen erfährt das Kind, dass die Gesamtmenge vier unabhängig von ihrer Anordnung (Stichwort: kardinale Invarianz) gleich bleibt. (Vgl. Leutenbauer 1998: 87) Das Lernziel dieser Einheit besteht zusammengefasst darin, dass das Kind die Menge vier ohne Abzählen oder bewusstes Zerlegen simultan erkennt bzw. erfasst. (Vgl. auch Weigel 2003)

Ist die Simultanerfassung der vier abgesichert, sollten die Mengen fünf bis zehn als quasi-simultane Anzahlerfassung erarbeitet werden. „Ausgehend von Viererbündelungen, wie sie im täglichen Leben vorkommen (können), sollen anschließend Punktmengen nach Vierern gebündelt und die Anzahl der Vierer und Einer festgehalten werden.“ (Padberg 1996: 59) Dabei ist es sinnvoll, an Vorerfahrungen bzw. Kenntnisse der Kinder anzuknüpfen und ein Material bzw. eine Struktur zu wählen, die ihnen bekannt ist. Geeignet für dessen Erarbeitung sind Würfelbilder sowie Fingerbilder (nähere Ausführungen zu Fingerbildern unten). (Lorenz 1992: 145) Sind diese Bilder dem Kind als Repräsentanz einer Menge nicht bekannt, müssen sie vorab erklärt werden. In der Regel kann man davon ausgehen, dass Kinder vor Schuleintritt die Würfelbilder sowie die Fingerbilder präsent haben: „Die Zahldarstellungen auf den Würfelseiten und Dominosteinen sind den meisten Vorschulkindern bereits bekannt“ (Lorenz 1992: 145).

„Die Finger stellen gemeinhin die erste Versinnbildlichung der Zahlen dar…“ (Lorenz 1992: 174). Der adäquate Umgang mit diesem Material kann ihnen allerdings Schwierigkeiten bereiten. Die Kinder sollen lernen, nicht auf Anhieb erfassbare Mengen anstatt Einerweise abzuzählen in kleinere erfassbare Mengen zu strukturieren. (Radatz u. a. 1983: 54) Dieses kann durch eine bekannte Struktur oder durch eine sinnvolle Gruppierung der Objekte erreicht werden: „Andererseits ergibt sich durchaus die Möglichkeit, die ungeordneten Objekte in *geeigneter* Weise zu gruppieren, zu ordnen, ihre Lage zu verändern.“ (Lorenz 1992: 144) Wenn die fünf als Würfelbild dargestellt ist, wird sie von den meisten Kindern als eine fünf erkannt. Erscheint die fünf jedoch in Form von Kreisen, Rechtecken oder einer anderen nicht bekannten Figur, muss das Kind lernen, nicht fünf einzelne Elemente abzuzählen, sondern sich die fünf in zwei bekannte Strukturen zu zerlegen, z. B. in zwei und drei oder in eins und vier. „Die Basen 3, 4, oder auch 5 bieten gegenüber der relativ großen Basis 10 den deutlichen Vorteil, daß entsprechende Elementanzahlen leicht *simultan* erfaßt“ (Padberg 1996: 160) werden können. Hilfestellungen der Computerprogramme könnten darin bestehen, dass dem Kind eine bestimmte Aufteilung der Fünf durch das Verbinden oder Einfärben der zu sehenden Elemente nahe gelegt wird. Dabei ist jedoch zu beachten, dass es für die Mengen unterschiedliche Strukturierungsmöglichkeiten gibt und dass das Computerprogramm nicht weiß, welche Strukturierung das jeweilige Kind befürwortet oder nicht. Bei ungeordnetem Material greifen Kinder oft auf Würfelmuster oder auf die Zweiermenge zurück.[91] Sinnvoll sind Übungen, bei denen das Kind selber aufgefordert wird, eine größere Menge so darzustellen, dass diese mithilfe der quasi-simultan Erfassung erkannt werden kann. (Vgl. dazu auch Radatz u. a. 1983: 56 ff.) Mit dieser Aufgabenstellung wird das Kind dazu angehalten, sich selber Zerlegungsmöglichkeiten auszudenken und diese einem anderem bzw. dem Computer nahe zu legen. Ein gutes Programm müsste daraufhin in der Lage sein, erstens die Strukturierungsvorlieben des Kindes zu erkennen, um dann zweitens dem Kind angemessene Verbesserungsvorschläge bzw. Hilfestellungen bieten zu können. Weiterhin muss die Flexibilität beim Kind erhöht werden. Viele Kinder strukturieren z. B. immer in Zweier-Mengen, oder eine Achtermenge besteht für sie immer aus einer fünf und einer drei. Mit Hilfe des Programms sollte darauf geachtet werden, dass alle Möglichkeiten in Betracht kommen können und dass es z. B. auch möglich ist, eine Menge in drei Teilmengen zu zerlegen (z. B. die 8 in 3, 3 und 2).

Für die Darstellung der Menge ist es wichtig, dass eine sinnvolle Strukturierung der Menge nicht von vornherein ausgeschlossen wird. Liegen z. B. 10 Bleistifte ganz gerade

[91] Möglichkeiten der Strukturierungen zeigt Gerster (2002a: 337).

nebeneinander in einer Reihe und das Kind soll die Anzahl benennen, bleibt dem Kind keine andere Möglichkeit, als die Aufgabe zählend zu lösen. Werden die Bleistifte hingegen als zwei Fünfer-Mengen dargestellt, deren jeweilige Anordnung der Würfelfünf entspricht, könnte das Kind die Anzahl u. U. richtig benennen ohne auf das Abzählen der Menge angewiesen zu sein.

Anzahlverständnis in Lernprogrammen

Inwieweit bestehende Lernprogramme die Simultan- bzw. Quasi-Simultanerfassung fördern und damit für diese Lerneinheit der Prävention bzw. Frühförderung bei Rechenschwäche dienlich sind, soll im Folgenden betrachtet werden. Das erste oben genannte Kriterium ist, dass die Mengen strukturiert und anschaulich dargestellt sind, so dass das Kind „Nicht-Zählend“ vorgehen kann. (Gerster 2002a: 337-338) Dafür werden im Folgenden unterschiedliche Lerninhalte ausgewählter Programme herangezogen, um zu überprüfen, ob dem Kind Hilfestellungen in Form einer strukturierten Anschauung für ein Nichtzählendes Rechnen gegeben werden.[92]

In vielen Lernprogrammen wird in Anlehnung an die von Müller/Wittmann geprägte „Kraft der Fünf“ (vgl. Müller u. a. 2000: 33 ff. u. Gerster 2002a: 344 ff.) die Fünfermenge als Strukturhilfe gewählt. (Vgl. „Alfons Abenteuer“ Kl. 1und 2 2002[93], „Blitzrechnen“ 1998) Im „Abenteuer mit Alfons“ (2002) fallen z. B. aus einem Regal Äpfel, deren Anzahl sowie die Anzahl der noch verbliebenen Äpfel richtig benannt werden soll.

In jedes Regalbrett gehören immer genau 5 Äpfel. Sobald das Kind diese Struktur erkannt hat, d. h. darauf zurückgreifen kann, kann das Kind ohne zu zählen 6 Äpfel richtig benennen, wenn ein Regalbrett voll ist und auf dem zweiten Brett 1 Apfel liegt. Auch 9 Äpfel können mithilfe dieser Anschauung quasi-simultan erfasst werden, wenn das Kind erkennt, dass 1 Apfel fehlt, damit zwei Regalbretter gefüllt sind, also 10-1 rechnen kann. Entscheidend ist, dass die eingeführte Struktur wie in dem Beispiel eingehalten wird, damit das Kind darauf zurückgreifen kann und wie im Beispiel die Zerlegung über die 5 lernt. Dass das Kind beim ersten Anblick bzw. bei der ersten Aufgabe die Fünferstruktur über das Zählen der Elemente erst erkennen muss, fördert nicht das Zählen, weil das Ziel gerade darin besteht, über die Erkenntnis der „Kraft der Fünf“ eine nichtzählende Zerlegung zu erkennen. (Vgl. dazu Müller u. a. 2000: 33 ff.)

---

[92] Da nicht davon ausgegangen werden kann, dass die Lernprogramme bekannt sind, werden im Folgenden auch entsprechende Ausschnitte aus der jeweiligen Software gezeigt.

[93] Die Lernprogramme „Alfons Abenteuer“ Klasse 1 und 2 (2002) sind nicht identisch mit „Alfons Lernwelt“ (1999).

Abb. 3: Illustration zum Thema „Kraft der Fünf" im Lernprogramm „Alfons Abenteuer".

Negativbeispiele, bei denen eine Simultan- bzw. Quasi-Simultanerfassung unmöglich gemacht wird, finden sich z. B. in der Duden Lernsoftware „Plus und Minus". (1998) In der Lerneinheit „Zähle zusammen", die von einem Pinguin und einem Eisbären begleitet wird, wird das Kind aufgefordert, verschiedenes Material, z. B. Hummeln zusammenzuzählen.

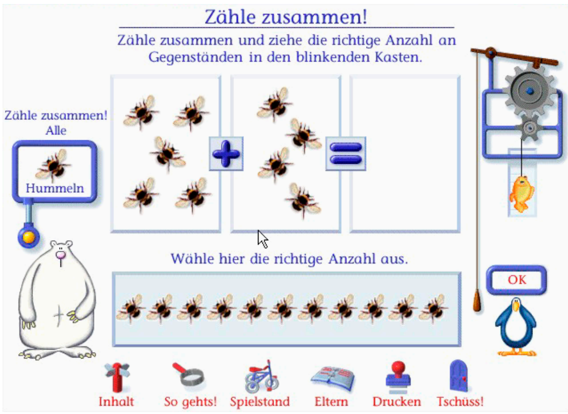


Abb. 4: Illustration zur „Quasi-Simultanerfassung" im Lernprogramm „Plus und Minus".

Während bei der Aufgabenstellung im oberen Bildschirmbereich kleinere Mengen noch erfasst werden können, muss das Kind das Ergebnis bzw. die richtige Anzahl per Maus in ein Kästchen ziehen. Dazu stehen in dieser Einheit im unteren Bildschirmbereich viele Hummeln zur Verfügung, die ohne erkennbare Struktur nebeneinander angeordnet sind. Auch wenn das Kind die Lösung bereits weiß, wird es dazu aufgefordert, die richtige Anzahl erneut abzuzählen und die Hummeln einzeln in das Ergebniskästchen zu ziehen. In diesem Fall würde das Kind gezwungen werden, bei der Lösung der Aufgaben unadäquat vorzugehen, weil es einen sachgerechteren Lösungsweg bereits kennt. In der beschriebenen Lerneinheit erfolgt die Ermittlung des Ergebnisses nie über die unten dargestellten Hummeln, sondern über die im oberen Bildschirmbereich dargestellte Aufgabe.

Hat das Kind das Ergebnis berechnet, muss es jedoch diese dargestellte einerweise Abzählung vornehmen, um die Aufgabe richtig gelöst zu haben.[94]

Ein Fördern des Zählens bzw. Abzählens am konkreten Bildschirmmaterial anstatt einer sinnvoller Aufarbeitung der Simultan- und Quasi-Simultanerfassung wird ebenfalls in der Lernsoftware „Die Zahlenstadt“ (1996) nahe gelegt. In der Lerneinheit zur Zahl 7 wird der Lerner dazu aufgefordert, verschiedene Elemente auf Susis Fotographien zu zählen. So hat Susi z. B. sieben Kinder, die völlig unstrukturiert herumstehen, fotografiert, die jetzt vom Kind ausgezählt werden soll, damit das Kind beantworten kann, wie viele Kinder auf dem Foto zu sehen sind. Leider bleibt nur die Möglichkeit, die Kinder einzeln abzuzählen und damit das Zählen als solches zu üben.

Abb. 5: Quasi-Simultanerfassung im Lernprogramm „Die Zahlenstadt“.

Lorenz fasst dieses Problem der Darstellung mittels ungeordneter Mengen folgendermaßen zusammen: „[Sie] können nicht anders als durch Abzählen angegangen werden: Die Schüler haben kein anderes Verfahren zur Verfügung (Erwachsene auch nicht).“ (Lorenz 1992: 143) Eine Förderung des Anzahlverständnisses selber kann mithilfe dieser Sequenz nicht stattfinden, da durch das Programm nicht sichergestellt werden kann, ob das lernende Kind bei seiner Antwort sieben auch wirklich alle sieben Kinder als Gesamtmenge meint oder nur 7 sein letztes aufgesagtes Zahlwort ist.

Ähnliche Schwierigkeiten existieren in der Lernsoftware „Lollipop Mathematik 1. Klasse“ (2001) in der Lerneinheit „Sieben gewinnt“. Eine Quasi-Simultanerfassung ist schwer möglich, weil bspw. vierzehn Blumen oder zehn Mützen unstrukturiert auf dem Bildschirm zu sehen sind.

[94] Weil bei dieser Lerneinheit auch andere didaktische Fehler auffällig sind, wird sie weiterhin Gegenstand der Analyse bleiben.

Um die Aufgabe zu lösen, ist das Kind auf das Abzählen der Blumen angewiesen. Während in dem beschriebenen Beispiel Verbesserungen hinsichtlich der Möglichkeit der Erfassung simultaner Mengen angestrebt werden sollten, gibt es in der gleichen Übung auch positive Beispiele. So werden größere Mengen, die von dem Lerner erfasst werden sollen, auch in einem Zwanzigerfeld angeordnet, was dem Kind die quasi-simultane Erfassung der Menge erleichtert bzw. diese auch befördert.

Abb. 6: Quasi-Simultanerfassung im Lernprogramm „Lollipop Mathematik Klasse 1“: Positives und negatives Beispiel.

Die Förderung eines zählenden Rechnens wird ebenfalls in dem Lernprogramm „Alfons Abenteuer Mathematik Klasse 1“ (2002), in dem Alfons den Nordpol von Hitzemonstern befreien soll, betrieben.

In einer Lerneinheit soll das Kind die richtige Anzahl Schneebälle in ein vom Hitzemonster gemachtes Loch ziehen. In dem Hitzeloch steht bspw. die Zahl 9 und das Kind muss dann genau neun Schneebälle in das Loch ziehen. Die Schwierigkeit besteht darin, dass die Schneebälle völlig ungeordnet auf dem Boden liegen, so dass das Kind die Aufgabe nur richtig lösen kann, wenn es zählend vorgeht. Eine Struktur, die die Simultan- bzw. Quasisimultanerfassung vorgibt, liegt nicht vor. Der Vorteil bzw. das Lernziel dieser Lernsequenz besteht darin, dass das Kind erfährt, dass die Zahl 9 die Menge 9 z. B. in Form von Schneebällen repräsentiert und dass damit eben nicht der neunte Schneeball gemeint ist, sondern insgesamt 9 Schneebälle. Dennoch wird das Kind dazu aufgefordert, die Schneebälle einzeln abzuzählen. Diesem Problem könnte z. B. dadurch entgegengewirkt werden, dass die Schneebälle in einer Fünferstruktur auftauchen, so dass das Kind sich diesem Wissen bedienen kann und zusätzlich die Zerlegungen über die 5 einübt.

In der darauf folgenden Lernsequenz des Alfons Abenteuers sollen Hitzemonster mit Schneebällen beschossen werden, die vorher von dem Kind in eine Wurfmaschine gelegt werden müssen. Dabei soll das Kind die Anzahl der Hitzemonster ermitteln und genau die gleiche Anzahl von Schneebällen in die Wurfmaschine legen, damit jedes Hitzemonster genau von einem Schneeball angeschossen werden kann.

Abb. 7: Förderung zählenden Rechnens bei „Alfons Abenteuer Mathematik".

Es ist zu vermuten, dass mit dieser Lernsequenz die im Kapitel 1 beschriebene 1:1-Zuordnung (Korrespondenz) erarbeitet werden soll. Dabei geht es nach Piaget darum, dass einem Element der einen Menge genau ein Element einer zweiten Menge zugeordnet wird. (Piaget u. a. 1965) Im Lernprogramm ist es jedoch nicht möglich, diese Zuordnung nicht-zählend zu lösen, da die Schneebälle nicht direkt auf die Hitzemonster gezogen werden können, sondern erst in die Wurfmaschine gelegt werden müssen. So muss das Kind als erstes die Anzahl der Hitzemonster ermitteln. Da diese Monster völlig unstrukturiert dargestellt sind, kann der Lerner dabei nur zählend vorgehen. Danach muss das Kind die richtige Anzahl Schneebälle in die Wurfmaschine legen. Weil die Schneebälle ebenfalls wieder unstrukturiert sind, muss das Kind erneut die richtige Anzahl abzählen. In dieser Übung wird das Kind also gleich zweimal dazu ermutigt, zählend vorzugehen, wenn es die Aufgabe lösen möchte. Weiterhin ist zu bemerken, dass mit dieser Übung der Zahlenraum auf 20 erweitert worden ist, so dass das Kind bspw. 18 Hitzmonster und 18 Schneebälle abzählen muss, was von dem eine enorme Konzentrationsleistung fordert. Im Verhältnis zu dem Lerneffekt ist die aufzubringende Zeit und Konzentration zur Lösung dieser Aufgabe unverhältnismäßig.

Aufbau eines Fingerbildes

Weil den meisten Kindern die Fingerbilder bekannt sind, d. h., dass sie auf Anhieb in der Lage sind, jedem Fingerbild ohne Abzählen der einzelnen Finger eine Anzahl zuzuordnen (Lorenz 1992: 174), soll an diesem Wissen der Kinder angeknüpft werden, um darüber ein sachgerechtes Anzahlverständnis zu erarbeiten. (Lühr 2003: 10) Die Vorteile des Materials „Finger" bestehen zum einen darin, dass den Kindern das „Material" vertraut ist und zum anderen darin, dass durch die Struktur der zehn Finger in zwei „Fünferportionen“ der Zahlenraum bis 10 überschaubar und gut gegliedert ist. (Vgl. Lokale Lehrerfortbildung im Schulamt für den Kreis Unna 2001: 26) Obwohl die Kinder die Fingerbilder richtig benennen können, benutzen sie ihre Finger bei dem Lösen mathematischer Operationen oft als Abzählhilfe. (Gaidoschik 2003a: 31) Z. B. die Aufgabe 8-5 wird mithilfe des Materials „Finger“ oft nicht so gelöst, dass die Kinder in dem Fingerbild der 8 in der einen Hand die 5 entdecken und wegnehmen können, so dass das Ergebnis 3 an der noch verbleibenden zweiten Hand ablesbar ist. (Brühl u. a. 2003: 191) Die am Häufigsten bei Kindern mit Schwierigkeiten im mathematischen Lernbereich zu beobachtende Lösungsstrategie besteht darin, dass sie von den 8 Fingern 5 einzelne Finger zählend wegnehmen und dabei beginnen an der Hand mit den 3 Fingern. (Vgl. auch Lorenz 1992: 174 f.)

Das Anzahlverständnis soll hier darüber gefördert werden, dass die Kinder über den sachgerechten Einsatz ihrer Finger die Zahlen in ihrem „Beziehungsgeflecht“ zu anderen Zahlen auffassen lernen. (Gaidoschik 2003a: 30 ff.) Das kardinale Verständnis der Zahl 7 umfasst neben der 7 als sieben Einer auch die 7 als einer mehr als die 6, als einer weniger als die 8 oder auch als 5+2, als 6+1, als 0+7 und als 3+4. (Vgl. Gaidoschik 2003a: 70) Kinder, bei denen das Anzahlverständnis nicht oder lückenhaft vorhanden ist, begreifen die Zahl 7 hingegen als die Zahl nach der 6 und vor der 8 in der Zahlwortreihe.

Computerunterstützt bieten sich zahlreiche Möglichkeiten, ein Anzahlverständnis über den Aufbau der Fingerbilder zu fördern. Als erstes sollte dem Kind verständlich gemacht werden, dass eine volle Hand immer fünf Finger zeigt und zwei volle Hände immer zehn Finger. (Vgl. Radatz u. a. 1983: 39) Ist dieses Wissen dem Kind bekannt, sollen weitere Zerlegungsmöglichkeiten aus diesem Wissen erarbeitet werden. Die 6, die das Kind dem gezeigtem Fingerbild entnehmen kann, ist nicht nur eine 6, sondern sie besteht auch aus einer vollen Hand und einem Finger (5+1), die 7 besteht auch aus einer 5+2, die 8 ist auch eine 5+3 und die 9 eine 5+4. Während die letzt genannten Förderbeispiele Zerlegungen mit der 5 darstellen, ist es auch ratsam, die Zahlen von 1-10 der Reihe nach mit ihren gesamten Zerlegungen zu besprechen, d. h. die 1 besteht aus einer 1+0, die 2 aus 2+0/1+1, die 3 aus 3+0/2+1, die 4 aus 4+0/3+1/2+2, die 5 aus 5+0/4+1/3+2, die 6 aus 6+0/5+1/4+2/3+3, die 7 aus 7+0/6+1/5+2/4+3, die 8 aus 8+0/7+1/6+2/5+3/4+4, die 9 aus 9+0/8+1/7+2/6+3/5+4, die 10 aus 10+0/9+1/8+2/7+3/6+4/5+5.[95] (Vgl. Brühl u. a. 2003: 183 ff.) Für die Darstellung der Zerlegungen könnten z. B. die auf dem Bildschirm gezeigten Finger mit verschiedenen Farben eingefärbt werden oder ein Gegenstand, z. B.

[95] Auf die Umkehrungen wurde hier zwecks Übersichtlichkeit verzichtet.

ein Bleistift, könnte als „Abtrennhilfe“ die Zerlegungen verdeutlichen. (Vgl. Radatz u. a. 1983: 37)

Mithilfe der Zerlegungen über die Fingerbilder lassen sich ohne ein Zurückgreifen auf die symbolische Schreibweise zahlreiche mathematische Operationen erarbeiten. Dabei geht es darum, „dem Kind alternative, auf Mengen bezogene Weisen der Zahlverknüpfungen zu eröffnen. Gerade dafür sind, richtig verwendet, die Finger sehr brauchbar.“ (Brühl u. a. 2003: 191) Anhand z. B. der 7, die aus einer vollen Hand und zwei Fingern besteht, lassen sich Zerlegungen, Additionen, Subtraktionen und Ergänzungen ableiten ohne dass diese in Rechenaufgaben mit entsprechenden Rechenzeichen überführt werden müssen. (Vgl. dazu Gaidoschik 2003a: 72)

Darauf aufbauende computerunterstützte Fördermöglichkeiten bestehen darin, dass dem Kind die Finger nicht mehr konkret gezeigt werden müssen, sondern dass eine Äußerung wie „eine volle Hand“, ausreichen muss, um dem Kind verständlich zu machen, dass es von der Anzahl fünf ausgehen soll. „Das Kind soll lernen, mit 5 die Vorstellung ‚alle Finger an einer Hand‘ spontan zu verknüpfen.“ (Brühl u. a. 2003: 191) Das Ziel besteht darin, dass die Finger zwar als Erarbeitungshilfe für den Aufbau eines sachgerechten Anzahlverständnisses herangezogen werden, aber dass die Kinder später ohne das Material auskommen sollen. „Dieses ‚Wegwerfen des Materials‘ gelingt in der Regel nur dann, wenn es in der Arbeit mit dem rechenschwachen Kind gezielt angesteuert wird. Das Kind muss also immer wieder dazu angehalten und ermutigt werden, das mittels Material bereits erarbeitete Verständnis auch ohne Materialeinsatz anzuwenden.“ (Brühl u. a. 2003: 188)

Würfelbilder/Strichmengen/Punktmengen zur Erarbeitung eines sachgerechten Anzahlverständnisses

Neben den Fingern als Anschauungs- bzw. Erarbeitungsmaterial eignen sich weitere Materialien, wie Würfelbilder oder Strichmengen, um bei dem Kind ein sachgerechtes Anzahlverständnis zu fördern. (Radatz u. a. 1983: 38; Schilling u. a. 2000: 67-68) Es muss jedoch darauf hingewiesen werden, dass das Material selber keine Einsicht bei dem Kind hervorrufen kann, sondern durch das Handeln mit dem Material das Begreifen des Sachverhalts erleichtert werden soll. Eine Erklärung kann das Anschauungsmaterial nicht ersetzen. (Brühl u. a. 2003: 185) Das Kind muss selber denken und begreifen und dieser aktive Denkprozess kann ihm von keinem Material abgenommen werden. (Vgl. dazu auch Lorenz 1991) Aus diesem Grund sind die Einführung des Materials und der Umgang mit ihm entscheidender als das Material selber. (Gaidoschik 2003a: 73-74) Kinder, die über kein adäquates Anzahlverständnis verfügen, benutzen jedes Anschauungsmaterial als Abzählhilfe, weil diese Verwendung ihrem subjektiven Verständnis entspricht. (S. Kapitel

2.1.3) „Selbst das beste Anschauungsmaterial kann von rechenschwachen Kindern falsch verwendet werden. Zum Abzählen kann man vieles nehmen.“ (Brühl u. a. 2003: 185) Ein ständiger Wechsel zwischen verschiedenen Materialien befördert entgegen weit verbreiteter Lehrerhoffnungen das Verständnis nicht und sollte aus den beschriebenen Gründen vermieden werden. (S. Kapitel 2.3.3) „Mangels Grundeinsichten fällt es ihnen zumeist schwer, das Gemeinsame an den Materialien zu erkennen. Die Vielfalt wird dadurch verwirrend, statt – wie beabsichtigt – die Einsicht in das allen Materialien Wesentliche zu beschleunigen.“ (Gaidoschik 2003a: 74) So kann ein zu häufiger Wechsel von Anschauungsmaterialien zu mehr Verwirrung beitragen, als dass es adäquate Hilfen bietet. (Brühl u. a. 2003: 185) Diese allgemeinen Aussagen über den Materialeinsatz gelten selbstverständlich ebenso für die Anschauung am Bildschirm.

Elementar ist demnach, *wie* die Anschauung am Bildschirm erfolgt, ob also das bei vielen rechenschwachen Kindern vorliegende Rangplatzdenken unterstützt wird oder ob dieser falschen Zahlvorstellung entgegengewirkt wird. (Brühl u. a. 2003: 185 ff.) Ein Gesichtspunkt ist bereits am „Material Finger“ erläutert worden. Dem Kind muss eine Struktur geboten werden, die eine Simultan- bzw. Quasisimultanerfassung unterstützt.[96] Weiterhin ist es notwendig, dass die Reaktionen des Kindes genau beobachtet werden, um sicherzustellen, dass die Anschauung nicht das Zählen beim Kind fördert. Viele Kinder mit einer lückenhaften bzw. falschen kardinalen Zahlauffassung haben das Zählen an den unterschiedlichsten Materialen so intensiv betrieben, dass sie nicht nur zumindest bis zur zweiten Klasse dadurch auch schulische Erfolge erzielen können, sondern dass ihnen jeder andere ihnen fremde Gebrauch der Anschauung Überwindung kostet und deshalb nachhaltig betreut werden muss. (Vgl. Brühl u. a. 2003: 285 ff.)

Computerunterstütze Prävention und Frühförderung des Anzahlverständnisses kann durch folgende Aufgabenstellungen erfolgen: Sind die Würfelbilder einem Kind klar, so dass es die Anzahl der Punkte ohne Zählen benennen kann, sollte versucht werden, Zahlen aus zusammengesetzten Würfelbildern zu erarbeiten, um dadurch die Zahlzerlegung zu entwickeln. (Müller u. a. 2000: 52) So können z. B. zwei Würfel gezeigt werden mit den Bildern fünf und drei. (Vgl. auch Barth 2003b: 61) Daraufhin wird das Kind aufgefordert, die acht als fünf und drei zu benennen. Umgesetzt werden kann diese Übung z. B., indem der Computer selber verschiedene Zerlegungsmöglichkeiten anbietet und das Kind daraus die richtige auswählen muss. Für diese Übung bietet sich eine Kombination aus visuellem, auditivem und vor allem handelndem Lernen an, d. h. das Kind kann die

[96] „In bestimmten Anordnungen (Würfelbildern usw.) können auch höhere Anzahlen „auf einen Blick“ erkannt werden, hier vermischt sich *dann* allerdings die eigentliche Simultanerfassung mit dem Wissen über Zahlensätze und dem Sich-Einprägen einer bestimmten *Gestalt*.“ (Gaidoschik 2003a: 150 FN 42)

Lösungen nicht nur auf dem Bildschirm sehen und über die Soundausgabe hören (Flückiger Bösch 2002), sondern hat auch die Möglichkeit, die Handlungen eigenständig durchzuführen, z. B. indem dem Kind das entsprechende Material (z. B. Würfel) zur Verfügung gestellt wird. „Vorstellungen und Vorstellungsbilder bestimmen die Qualität des mathematischen Denkens und helfen dem Verständnis, sie sind nach PIAGET und AEBLI gerade im Grundschulalter das wichtigste Bindeglied zwischen den Handlungserfahrungen und der Verinnerlichung. Die visuellen Vorstellungsbilder entwickeln sich bei Grundschülern auf der Basis von selbstausgeführten Handlungen, selten allein durch die Beobachtung von Handlungen anderer oder durch das Betrachten von Bildern.“ (Lorenz u. a. 1993: 50) Hat das Kind erkannt, dass die acht aus einer fünf und einer drei bestehen kann, sollte in der darauf folgenden Sequenz die acht dargestellt werden als eine sechs und eine zwei, als eine vier und eine vier etc. Analog zu den Fingerbildern kann darüber jede Zahl mit ihren Zerlegungsmöglichkeiten erarbeitet werden. Grenzen ergeben sich aus dem Material des Würfels, weil dieser in seiner klassischen Form nur die Mengen 1-6 darstellen kann. Dadurch können mit diesem Material nicht alle Zerlegungen, vor allem der höheren Zahlen, erarbeitet werden. Strichmengen und Punktebilder hingegen haben den Nachteil, dass sie den Kindern im Gegensatz zu Finger- und Würfelbildern nicht geläufig sind. Deshalb ist es für die Anschauung mit Strichmengen und Punktbildern entscheidend, dass sie gut strukturiert dargestellt werden. (Vgl. dazu Brühl u. a. 198 ff.) Die Punktmengen könnten z. B. in zwei Fünferreihen auftreten und die Strichmengen könnten die Fünferstruktur beinhalten, wenn der jeweils fünfte Strich ein Querstrich durch die vier vorhandenen ist. (Vgl. die Abbilungen von Brühl u. a. 2003: 198 ff.) Mithilfe dieser Darstellung sollen analog zu den oben beschriebenen Aufgaben die Zahlen mit ihren Zerlegungsmöglichkeiten erarbeitet werden.

Ist das lernende Kind in der Lage, zu jeder Zahl alle Zerlegungsmöglichkeiten richtig zu finden, ohne dabei auf das Abzählen des Materials angewiesen zu sein, was vom Diagnosemodul oder einer Lehrperson bestätigt werden muss, sollte im nächsten Schritt das Anschauungsmaterial kombiniert werden. Ein richtiges Anzahlverständnis beinhaltet die Sicherheit in dem Gedanken, dass für den kardinalen Zahlaspekt ausschließlich die Quantität entscheidend ist und man von jeder Qualität abstrahieren muss. (S. Kapitel 1.5.2)[97] Erkennt das Kind die acht auch in einer Würfelfünf und drei Fingern hat es diesen Gedanken verstanden. Übungen, die die Zahlzerlegungen beinhalten, sind erforderlich, da dieses für den darauf folgenden operativen Umgang benötigt wird. „Zahlzerlegungen dienen

[97] Auf dieser Grundlage stellen auch Mächtigkeitsvergleiche keine neuen Probleme mehr dar. (Radatz u. a. 1983: 52)

einerseits zur Orientierung im Zahlenraum, andererseits stellen sie eine unerlässliche Vorübung zu den Grundrechenarten dar.“ (Leutenbauer 1998: 70) Eine Automatisierung der Zahlzerlegung sollte in Form von produktivem und operativem Üben stattfinden: „Verfügbare Fertigkeiten und Kenntnisse und der Aufbau von Fähigkeiten erfordert intensives produktives und operatives Üben.“ (Kultusministerium des Landes Nordrhein-Westfalen 2003: 27; vgl. auch Krauthausen u. a. 2003: 109 ff.)

Ein sachgerechtes Anzahlverständnis schließt die Kenntnis über den Zahlaufbau mit ein. Im weiteren Verlauf sollte mit dem Kind systematisch das erworbene Wissen gefestigt werden. Dazu bieten sich weitere Übungssequenzen zu dem Gebiet „Gesamtmenge und Teilmengen“ an. (Padberg 1996: 24) Besteht die Gesamtmenge aus zehn Elementen lassen sich diese in verschiedene Teilmengen zerlegen: (Vgl. auch Grissemann u. a. 1996: 163; Radatz u. a. 1983: 63)

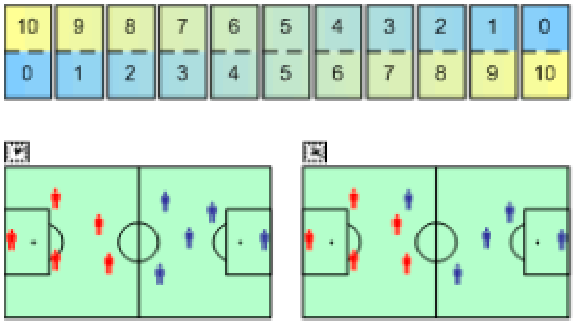


Abb. 8: Beispielhafte Übungssequenz zum Sachgebiet „Gesamtmenge und Teilmengen“.

Das Kind soll erkennen, dass wenn in der linken Spalte ein Einer weggenommen wird und in der rechten Spalte einer hinzukommt, die Gesamtmenge gleich bleibt, obwohl sich die Teilmengen jeweils um einen verändert haben.[98] Umsetzen lässt sich dieser Gedanke durch zahlreiche computerunterstützte Übungen. So könnte z. B. ein Fußballfeld mit zehn Spielern dargestellt werden, welches in zwei Teile aufgeteilt ist. Immer ein Spieler wechselt von einem Teil (einer Mannschaft) in die andere und das Kind soll die Spieleranzahl jedes Mal bestimmen. Ähnliche Darstellungen sind auch mit Bonbons möglich, die auf zwei Tellern verteilt werden sollen oder Blumen, die in allen Anzahlkombinationen zu zwei Sträußen zusammengebunden werden.[99]

---

[98] Diese Kenntnis wird in darauf aufbauenden Lerninhalten immer wieder eine Rolle spielen. Es handelt sich um eine vereinfachte Darstellung des Monotoniegesetzes, wofür der Baustein bereits an dieser Stelle gelegt werden sollte.

[99] Die meisten Kinder neigen dazu, die Gesamtmenge immer in zwei gleich große Teilmengen zu zerlegen. Anhand der Beispiele erscheint diese Zerlegung auch plausibel (Fußballmannschaft). Dass auch andere Zerlegungsmöglichkeiten gesucht werden, muss dem Kind nahe gelegt werden.

Entscheidend für die Lernsequenz ist, dass die Gesamtmenge jeweils gleich bleibt. Das Ziel besteht darin, die Zahlzerlegungen aller Zahlen unter der Verdeutlichung der beschriebenen Zusammenhänge zu automatisieren. „Die Zahlzerlegungen in immer neuer Variation stellen eine der wichtigsten Übungen im Anfangsunterricht dar." (Leutenbauer 1998: 89)[100] Diese Übungen bzw. Automatisierungseinheiten sollten aber erst auf der Grundlage der beschriebenen Einsichten hinsichtlich des Anzahlverständnisses erfolgen. „Nicht die Automatisierung ist zu kritisieren, wie dies vielfach im Zuge falsch verstandener Eigenaktivität und Konstruktivität geschehen ist, sondern deren zu früher Einsatz und deren Beliebigkeit." (Bönig 2003: 133) Leider liegt bislang keine gute Lernsoftware vor, die die Zahlzerlegung als gesonderte Lernsequenz zum Inhalt hat. Brauchbare Ansätze zeigt das Lernprogramm „Blitzrechnen" (1997).

Im Großteil der bestehenden Lernsoftware geht es direkt um mathematische Operationen, bei denen die Rechenzeichen von Anfang an benutzt werden. Aus diesen Gründen wird die entsprechende Software exemplarische im folgenden Punkt zum Operationsverständnis besprochen.

4.2 Operationsverständnis

4.2.1 Mathematisches Lernziel

Nachdem das Anzahlverständnis aufgearbeitet worden ist, werden mathematische Rechenoperationen behandelt. Anknüpfend an die Zerlegbarkeit von Zahlen ist neben der sicheren Bestimmung ihres jeweiligen Verhältnisses zueinander auch die Bedeutung der Rechenzeichen entscheidend. Für den Mengen-Operationszusammenhang ist der Zusammenhang arithmetischer Operationen in Zifferschreibweise mit Mengenvorstellungen sowie die sprachliche Umsetzung in den so genannten Rechengeschichten grundlegend. (Gerster 2002a: 351) Das Operationsverständnis ist Voraussetzung für das Gelingen von Verdopplungs- und Nachbaraufgaben, analytischen Aufgaben, Umkehr- und Tauschaufgaben, einfachen Gleichungen und Lösungen unter Anwendung der Einsicht in die Konstanz der Summe und der Konstanz der Differenz. (Vgl. Padberg 1996: 105)

[100] „So ist die erste Operation, von der ausgehend den Kindern ein Zugang zur Welt der Zahlen eröffnet werden sollte, in den meisten Werken für den arithmetischen Erstunterricht das Zerlegen." (Dreher 2003: 206)

4.2.2 Diagnosemodule

Zur Überprüfung des Verständnisses des Teil-Ganzes-Konzeptes (Gerster 2002a) auf der symbolischen Ebene in Ziffernschreibweise ist folgender Einstieg denkbar: Dem Kind wird die Aufgabe 2+3 vorgelegt. Berechnet das Kind die Aufgabe richtig und kann anschließend 5-3 auf Anhieb und *ohne erneutes Zählen* korrekt bestimmen, hat es den Gedanken verstanden, dass sich beide Aufgaben aus der Zerlegung der 5 in 2 und 3 ableiten lassen. (Vgl. auch Lenart u. a. 2003: 86) Ob die Überprüfung dieses Verständnisses durch ein Computerprogramm erfolgen kann, ist fraglich, weil kein Computer das kindliche Verhalten beobachten kann. Deshalb ist zu überlegen, ob das Kind stattdessen dazu aufgefordert wird, zu Zerlegungen eine Anzahl von Additions- und Subtraktionsaufgaben zu bilden.

Weiterhin muss überprüft werden, ob das Kind zu einem „vergleichenden Rechnen“ in der Lage ist. (Gaidoschik 2003a: 75 ff.) Kann sich das Kind unbekannte Aufgaben über ein Zurückgreifen auf gewusste Zahlensätze[101] erschließen, indem es z. B. Nachbaraufgaben korrekt bilden kann? (Radatz u. a. 1983: 67) Eine computerunterstützte Diagnostik kann dies auf folgende Weise bewerkstelligen: Das Kind soll sich über die richtig berechnete Aufgabe 3+3[102] z. B. die Aufgabe 3+4 erschließen, indem es erkennt, dass sich aufgrund der Erhöhung des 2. Summanden um einen ebenfalls der Wert der Summe um einen erhöht.[103] Die oben genannten Schwierigkeiten bezüglich des computerunterstützten Erkennens von Zählstrategien des Kindes sind auch bei dieser Diagnosesequenz zu berücksichtigen. Die Möglichkeit, die Diagnostik von der benötigten Bearbeitungszeit des Kindes abhängig zu machen, ist kaum sinnvoll, da andere Faktoren wie Unlust bzw. Motivation eine Rolle spielen können, so dass eine lange Bearbeitungszeit alleine keine Auskunft darüber geben kann, ob das Kind zählend vorgeht oder nicht. Deshalb sollte das Kind dazu aufgefordert werden, eigenständig Nachbaraufgaben zu bilden. Hierzu eignet sich folgender Ansatz: „Du sollst die Aufgabe 4+5 berechnen. Welche dir bekannte Aufgabe könnte dir dabei helfen?“[104]

---

[101] Gewusste Zahlensätze sind hier Aufgaben, die das Kind bereits auswendig kennt.

[102] In der Regel gehören die Verdopplungsaufgaben zu den Aufgaben, die von den Kindern als erstes auswendig gewusst werden.

[103] Zu berücksichtigen ist, dass viele Erstklässler – selbst Kinder mit Rechenschwierigkeiten – die Aufgaben aus dem Zahlenraum bis 10 auswendig kennen. Daher muss die Diagnostik in aller Regel differenzierter sein, da ein richtiges Ergebnis keine aussagekräftigen Rückschlüsse auf die Zahlvorstellung und das Operationsverständnis der Kinder zulässt.

[104] Sachgerechte Hilfsaufgaben wären 4+4 und 5+5.

Das Operationsverständnis inklusive des Verständnisses der Rechenzeichen könnte durch Fragen der folgender Art geprüft werden, die eine Figur eines Computerprogramms dem zu diagnostizierenden Kind stellt: „Ich denke mir eine Zahl. Zu dieser Zahl tue ich zwei dazu und erhalte die Zahl 7. Welche Zahl habe ich mir gedacht? Ich denke mir eine Zahl. Von dieser Zahl nehme ich drei weg und erhalte die Zahl 2. Welche Zahl habe ich mir gedacht?“ Die Lösungen können entweder vom Kind selber eingegeben werden, oder das Kind kann sich aus vorgegebenen Lösungsvorschlägen die richtige Lösung auswählen.

Ob das Kind Mengenhandlungen in Ziffernschreibweise überführen kann, lässt sich gut computerunterstützt überprüfen. Es wird eine in zwei unterscheidbare Teilmengen geteilte Gesamtmenge dargestellt, beispielsweise 5 Äpfel in einem Korb, davon 2 rote und 3 grüne. Findet das Kind zu dieser Mengendarstellung nicht zwei Additions- und zwei Subtraktionsaufgaben, sind Hilfestellungen der folgenden Art nötig (vgl. auch Radatz u. a. 1983: 63 ff.): In einer Animation befinden sich nur 2 rote Äpfel in dem Korb. Die drei grünen werden hinzugelegt. Dann wird nach der passenden Rechenaufgabe gefragt. Oder aus dem Korb mit den 5 Äpfeln werden die 2 roten Äpfel herausgenommen. Anschließend wird das Kind dazu aufgefordert, die richtige Aufgabe zu dieser Operation zu benennen bzw. einzugeben. Die Fähigkeiten eines Kindes hinsichtlich des Transfers von einer ikonischen Darstellung in die Ziffernschreibweise lassen sich mithilfe von Lernsoftware gut überprüfen, da durch Computeranimationen die Abfolge der Ereignisse, die in mathematische Operationen überführt werden sollen, besser dargestellt werden können als mit Bildergeschichten. So können z. B. 5 spielende Kinder dargestellt werden, von denen 2 keine Lust mehr haben und weggehen.[105] Zu dieser Handlung soll das Kind die adäquate Rechenoperation in Ziffernschreibweise angeben. (Vgl. dazu Lenart 2003: 93)

Umgekehrt muss das Kind auch in der Lage sein, Rechenaufgaben in Mengenhandlungen und Rechengeschichten zu überführen. (Gerster 2002a: 351) Dem Kind können hierfür zu einer Aufgabe verschiedene Veranschaulichungen angeboten werden, aus denen es sich die passende aussuchen muss. Denkbar ist es ebenfalls, dass das Kind aufgefordert wird, zu einer bestimmten Aufgabe Mengenhandlungen darzustellen, indem es z. B. verschiedene Äpfel in einen Korb legen muss bzw. aus ihm herausnehmen soll. Ein häufiger Fehler rechenschwacher Kinder besteht darin, dass sie bei der Aufforderung, Subtraktionsaufgaben anschaulich mit Material darzustellen, die Gesamtmenge um den Subtrahenden (einer Teilmenge) erhöhen: Bei der Aufgabe 5-3 legen sie erst 5 Steckwürfel und nehmen dann nicht richtig von diesen 3 Würfel weg, sondern

[105] Es soll darauf hingewiesen werden, dass nicht alle mathematischen Operationen Handlungen sein müssen.

legen 3 weitere hinzu. Von den resultierenden 8 Steckwürfeln entfernen sie anschließend 3 und erhalten 5. (Gaidoschik 2003a)[106]

Ein sachgerechtes Berechnen von Tausch- und Umkehraufgaben ist Bestandteil des Operationsverständnisses. (Gerster 2002a: 357) Bei Kindern mit den im 1. Kapitel beschriebenen Problemen ist häufig ein falsches Berechnen von Tauschaufgaben bei Subtraktionen zu beobachten (5-3=2 und 3-5=2), welches es anhand von konkreten Aufgabenstellungen zu überprüfen gilt. (Gaidoschik 2003a: 36-37)

4.2.3 *Präventions- und Frühfördermodule*

Im Zusammenhang mit dem Anzahlverständnis ist bereits die Zahlzerlegung in der Gesamtmenge und ihren Teilmengen besprochen worden. Dieses ist die Grundlage für das Operationsverständnis, d. h. wenn das Kind verstanden hat, dass Zahlen sich in Teilmengen zerlegen lassen und dass sich diese Teilmengen wieder zu einer Gesamtmenge zusammenfügen lassen, hat es den Gedanken der Addition und der Subtraktion bereits erkannt. (Grissemann u. a. 1996: 128) Addieren bedeutet, dass zu einer Teilmenge eine andere Teilmenge dazugegeben[107] wird und Subtrahieren heißt, dass von einer Gesamtmenge eine Teilmenge weggenommen wird[108]. (Vgl. Gaidoschik 2003a: 104) Sobald diese Inhalte klar sind, aber auch erst dann, ist es sinnvoll, Symbole für Zahlen und Rechenoperationen einzuführen: „Symbole für Zahlen und Rechenoperationen sollen erst dann eingeführt werden, wenn die Kinder mit den Inhalten bereits vertraut sind.“ (Gerster 2002a: 356) Anknüpfend am aktuellen Lernstand des Kindes, welcher durch das Bearbeiten des vorherigen Förder- und Präventionsmoduls zum Anzahlverständnis entwickelt worden ist, muss das Kind im Weiteren den darin bereits implizierten Zusammenhang zu den mathematischen Operationen in Form von konkreten Sachsituationen, modell- oder bildhaften Vorstellungen von Quantitäten und der symbolischen Schreibweise nachvollziehen. (Vgl. Gerster 2002a: 351) „*Operations-*

---

[106] „Häufig beobachtet man, dass rechenschwache Kinder besondere Schwierigkeiten mit der Subtraktion haben, weil ihnen das Verständnis des Zusammenhangs einer Subtraktionsaufgabe mit der dazugehörigen Mengenoperation fehlt. Insbesondere das Verständnis des Subtrahenden als Teil des Minuenden fehlt dabei häufig. Kinder, die diesen Zusammenhang nicht verstanden haben und daher auf Zählstrategien angewiesen bleiben, fallen durch Langsamkeit und Fehler auf und entwickeln deutliche Aversionen gegen Subtraktionsaufgaben.“ (Mathematisch- Lerntherapeutisches Institut 2002: 7)

[107] „Die *Addition* kann in N als das Zusammenfassen zweier Anzahlen begriffen werden.“ (Wehrmann 2003a: 16)

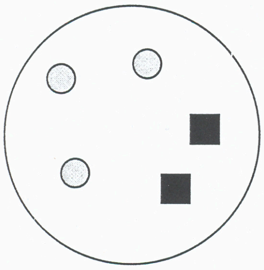
[108] „Die *Subtraktion* ist in N die Verminderung einer Anzahl und dadurch die Umkehrung der Addition.“ (Wehrmann 2003a: 17)

verständnis zeigt sich in der Fähigkeit, zwischen diesen verschiedenen Sprachen hin- und herübersetzen zu können (Huinker, 1993, Van de Valle, 1994, 116).“ (Gerster 2002a: 351)[109] Zech spricht in diesem Zusammenhang von dem EIS-Prinzip (*e*naktiv – *i*konisch – *s*ymbolisch). (Zech 1998: 117)

In Anschluss an die beim Anzahlverständnis erarbeiteten Zahlzerlegungen wird beschrieben, wie dieses Verständnis übertragen werden soll auf mathematische Operationen. Weil „(d)as Grundverständnis für ‚Plus‘ ebenso wie jenes für ‚Minus‘ (...) mit einem richtigen Zahlverständnis untrennbar“ (Gaidoschik 2003a: 104) verknüpft ist, können vom dem jetzigen Lernstand der Kinder die Rechenzeichen und ihre Bedeutung bei mathematischen Operationen auf der symbolischen Schreibweise eingeführt werden. „Plus, Minus und Ist-gleich sind höchst abstrakte Zeichen, die auf keinen Fall naiv zu verstehen sind. Damit Kinder reif für das Verständnis – wohlgemerkt nicht für das mechanische und gedankenlose Anwenden! – dieser Zeichen werden, müssen sie oft und oft Handlungen ausgeführt haben, die diesen Zeichen entsprechen.“ (Buchner 2003: 163) Viele rechenschwache Kinder können auf der Handlungsebene die Operationen sachgerecht durchführen und benennen. Existiert eine Teilmenge z. B. mit drei Steckwürfeln und kommt eine weitere Teilmenge von zwei Steckwürfeln hinzu, gehen sie richtig davon aus, in diesem Beispiel nun eine Gesamtmenge von fünf Steckwürfeln als Addition der beiden Teilmengen (zwei und drei) zu erhalten. Schwierigkeiten ergeben sich häufig bei der Frage nach der Rechenaufgabe zu der eben ausgeführten Handlung. Dass ihr eigenes Handeln selber eine mathematische Operation darstellt, die durch die Aufgabe 2+3=5 beschrieben werden kann, ist ihnen oft unklar, da sie Rechnen nur mit Zahlen verbinden, d. h. Rechnen rein auf die symbolische Ebene beschränken. In diesem Zahlenraum gelingt es rechenschwachen Kindern manchmal, mithilfe ihrer subjektiven Algorithmen richtige Additionsaufgaben zu einer Mengenhandlung zu finden. Dabei sehen sie die beiden Teilmengen und zählen sie zusammen, da sie aufgefordert worden sind, eine Plusaufgabe zu ermitteln. Dass sie den Sachverhalt nicht verstanden haben, kann man daran erkennen, dass sie ihren gleichen Algorithmus bei Minusaufgaben anwenden. Wenn von einer Gesamtmenge 5 die Teilmenge 3 weggenommen wird und eine Teilmenge von 2 übrig bleibt, ermitteln sie oft die Subtraktionsaufgabe 3-2=1.

---

[109] „Viele Grundschüler haben zu den mathematischen Operationen nur wenige Handlungserfahrungen und Vorstellungen aus Sachsituationen, wenn der selbständige, operative Umgang mit den verschiedenen Materialien und das frühzeitige Bearbeiten von Rechengeschichten im Unterricht zu kurz kommen.“ (Lorenz u. a. 1993: 127)



1. Kannst Du mir daraus eine „Plus-“ Aufgabe machen?	3 + 2 = 5	rechnet 8 + 3, 8 + 5, 8 + 2	S
2. Weist Du denn noch eine?	2 + 3 = 5	2 - 3, 3 - 5 Unverständnis der Addition	S
3 Kannst Du mir denn jetzt noch eine “Minus-“ Aufgabe machen?	3 − 2 = 1	Findet nur eine Aufgabe zur Subtraktion	L
4. Weißt Du noch eine?	2 − 3 = 1	findet nur eine Aufgabe zur Addition	S

Abb. 9: Diagnosebeispiel zum Operationsverständnis.

Hier sehen wir ein weiteres Beispiel dafür, dass ein richtiges Ergebnis – wie es bei der Addition der Fall war - nicht Resultat eines sachgerechten Verständnisses sein muss, sondern dass auch falsche Algorithmen zu richtigen Ergebnissen führen können. So ist mithilfe des gleichen falschen Algorithmus die Additionsaufgabe richtig, die Subtraktionsaufgabe aber falsch gelöst worden. (Vgl. auch Gaidoschik 2003a: 34-38)

Bevor zu dem oben genannten Schwierigkeiten konkrete Präventions- und Fördermodule entwickelt werden, werden bestehende Lernprogramme diesbezüglich analysiert.

Operationsverständnis in Lernprogrammen

Symbolische Schreibweise

Obwohl das Operationsverständnis nicht nur den richtigen Umgang mit Zahlen in der symbolischen Schreibweise einschließt, sondern auch die Übertragung des Sachverhaltes auf die ikonische und sprachliche Ebene (Gerster 2002a: 352), wird in etlichen Lernprogrammen die symbolische Ebene in den Vordergrund gestellt. Weil diese in vielen Lernprogrammen fälschlicherweise gesondert oder ausschließlich betrachtet wird, werden im Folgenden Sequenzen von Lernsoftware begutachtet, die das Operationsverständnis auf der symbolischen Schreibweise zum Inhalt haben.

In der Lernsoftware „Mega Mathe Blaster“ (1996) gibt es die Lerneinheiten „Zusammenzählen“ und „Abziehen“, in denen der Lernende Aufgaben stur berechnen muss. Obwohl die Aufgaben in eine nette Geschichte integriert sind, steht die Aufgabenstellung selber zu dieser in keinen Bezug mehr, d. h. im Programm werden dem Kind keine sachgerechten Veranschaulichungshilfen geboten. Dass sich das Kind im Spiel in einem Raumschiff befindet und durch das Weltall reisen kann, ändert nichts daran, dass es sich bei der Lerneinheit im besten Fall um pure Reproduktion handelt. Selbes gilt für das Lernprogramm „Mathe Workshop“ (1995). Auch hier steht die Rahmengeschichte bzw. Handlung in keinem Zusammenhang mit der Aufgabenstellung. Vertretbar sind solche Lerneinheiten nur, wenn das Kind die mathematischen Operationen verstanden hat und bereits Gelerntes in konkreten Aufgaben anwenden bzw. reproduzieren soll. Liegt bei dem Lerner ein sachgerechtes Operationsverständnis *nicht* vor, werden falsche subjektive Algorithmen nicht erkannt und korrigiert. Das Programm gibt nur Auskunft darüber, *ob* die Aufgabe richtig oder falsch ist und beschäftigt sich *nicht mit dem Rechenweg* des Kindes. Lerntheoretisch basiert das Programm klar auf behavioristischen Ansätzen.

Weiterhin existieren die Lerneinheiten „Zusammenzählen“ und „Abziehen“ als getrennte Sequenzen und werden nicht als zusammenhängende, ergänzende oder umkehrende Operationen dargestellt. Weil in der Zerlegung von Zahlen bereits die Zusammensetzung von Teilmengen zu einer Gesamtmenge und das Wegnehmen einer Teilmenge von einer Gesamtmenge, also die Addition und die Subtraktion enthalten sind (Grissemann 1996: 128), sollten diese Operationen nicht getrennt voneinander behandelt werden, sondern in ihren Beziehungen zueinander.

Auch in der Lernsoftware „Startklar. Abenteuer Zahlen“ (1999) für die Altersgruppe von 6-9 Jahren wird in einer Lernsequenz in einem Raumschiff dem Kind die Wahl überlassen, welche Rechenart es üben möchte, d. h. dass Kind kann selbstständig entscheiden, ob es Additions- oder Subtraktionsaufgaben berechnen will. Allein mit den Aufgaben der Lerneinheit wird nicht überprüft, ob das Kind die mathematischen Operationen sachgerecht anwenden kann. Ein zählender Rechner könnte sich Additionsaufgaben auswählen und bei der beschriebenen Übung das Vorwärtszählen eintrainieren ohne den Sachverhalt verstanden zu haben. Selbst wenn nur richtige Ergebnisse erzielt werden, ist dadurch nicht gewährleistet, dass die Operationen als solche verstanden worden sind. Deshalb bietet sich eine derartige Lernsequenz nicht für die Erarbeitung des Operationsverständnisses an. Auch wenn das Kind den Sachverhalt bereits verinnerlicht hat und sachgerecht anwenden kann, ist das Üben von reinen Additonen oder Subtraktionen nur bedingt sinnvoll, weil es auf das „Beziehungsgeflecht“ der Zahlen bzw. der Zahlen zueinander ankommt. (Gaidoschik 2003a: 77-78)

Auch wenn die Additions- und Subtraktionsaufgaben dem Kind abwechselnd angeboten werden, ist erstens auf die Auswahl der Aufgaben zu achten und zweitens auf die richtige Verknüpfung der Darstellungsebenen (die allerdings erst im nächsten Punkt behandelt werden). In der Lernsoftware „Spaß mit Mathe (1)“ (1999) werden sowohl Additions- als auch Subtraktionsaufgaben abgefragt. Der Abfolge der Aufgabenstellungen liegt allerdings kein sinnvolles Prinzip zugrunde. Es handelt sich offensichtlich um beliebig aneinander gereihte Aufgaben. Daher muss der Lerner jede Aufgabe getrennt berechnen und kann sich keiner Analogien zu gestellten Aufgaben bedienen. Im Gegensatz zu dieser Lernsequenz bestünde eine sinnvollere Aufgabenstellung z. B. in folgender Abfolge: 2+3, 3+2; 5-3; 5-2; 5-1; 1+4 etc. Dem Kind werden durch die vorherigen Aufgaben adäquate Hilfestellungen angeboten, und über das Erkennen des Zusammenhangs der Aufgaben lernt das Kind Beziehungen von Zahlen und Operationen. (Vgl. auch Wehrmann 2003b: 205)

Für einen erfolgreichen Lernprozess ist es wichtig, dass an dem Vorwissen bzw. dem individuellen Lernstand des Kindes angeknüpft wird, d. h. dass das Kind sowohl die Aufgabenstellungen innerhalb der Lernsequenzen mit seinem durch die vorherigen Lerneinheiten aufgebauten Verständnis sachgerecht lösen kann als auch dass dem Kind Hilfen für ein Verständnis aufbauender Lerninhalte vermittelt werden. (Lorenz 2003a: 99-100) Auf alle Fälle vermieden werden sollte einerseits, dass das Kind mit falschen Verfahrensweisen die Sequenz absolvieren kann (z. B. zählend), andererseits aber auch, dass das Kind aufgrund in Ermangelung geeigneter Herausforderungen die Freude am Lernen verliert Deshalb ist die Diagnostik, die den Lernstand des Kindes ermittelt, auch für diesen Lerngegenstand unabdingbar. Schwierigkeitsgrad und Auswahl der Aufgabenstellungen *sollten immer Resultat einer guten Diagnostik* sein; sie sollten weder hauptsächlich dem Belieben des Kindes überlassen werden noch durch ein Computerprogramm zufällig bestimmt. Die Lernprogramme „Startklar. Abenteuer Zahlen“ (1999), „Mega Mathe Blaster“ (1996) und „Blitzrechnen“ (1998) sind in dieser Hinsicht defizitär, da der Schwierigkeitsgrad vom Kind selber eingestellt werden kann. Damit sind die oben beschriebenen Probleme vorprogrammiert: subjektive Algorithmen werden nicht erkannt und das Kind erhält keine seinem Lernstand angemessene Förderung.

Während eine an der Lernausgangslage des Kindes vorbeigehende Förderung zum Scheitern verurteilt ist, ist eine Selbsteinschätzung und Selbststeuerung des Kindes auch mit Vorteilen verbunden. Wenn das Kind Schwierigkeitsgrad und Lerninhalt selber aussuchen darf, ist dies ein erster Schritt dahin, dass das Kind seinen Lernprozess in die eigene Hand nimmt. Selbstverständlich sollten die oben angesprochenen Gefahren umgangen werden, so dass es die Aufgabe des Lernprogramms bzw. der Lehrperson ist, einen guten Mittelweg zu finden, bei dem die Förderung auf der einen Seite den individuellen Schwierigkeiten des Kindes gerecht wird und auf der anderen Seite das Kind aktiv in den Mittelpunkt seiner eigenen Förderung stellt.

Durch die Beispiele aus Lernprogrammen sollte verdeutlicht werden, dass ein sachgerechtes Operationsverständnis nicht allein durch die schriftliche (symbolische) Aufarbeitung erarbeitet werden kann, da Kinder den Zusammenhang mathematischer Operationen auch auf der sprachlichen und der handelnden Ebene erfassen müssen. (Gerster 2002a: 352) Wird die symbolische Ebene wie in den besprochenen Lernprogrammen in den Mittelpunkt gestellt, ist auf den Zusammenhang der Zahlen und Operationen zu achten, welcher sich aus dem Anzahlverständnis ergibt, im Gegensatz dazu, dass bloß Additions- und Subtraktionsaufgaben eingeübt werden. Die Schwierigkeit besteht darin, dass inadäquate Lösungsverfahren nicht erkannt und korrigiert werden, so dass das Kind seine möglicherweise falsche mathematische Vorstellungswelt bestätigt sehen oder sich als Folge der Aufgabenstellungen eine solche zurechtlegen könnte. Gerade Kindern mit Lernschwierigkeiten im mathematischen Lernbereich sollten Hilfen angeboten werden, die das Verständnis darauf aufbauender mathematischer Sachverhalte nicht erschweren. Eine Förderung sollte deshalb immer die Aufarbeitung ihrer bisher falschen Algorithmen mit einbeziehen. „Aber erst ein intensives Beobachten des Schülers erlaubt, auf die idiosynkratischen Probleme einzugehen, denn falsche Lösungen können auf unterschiedliche Weise zustande kommen und bedürfen verschiedener zusätzlicher Angebote." (Lorenz 1997: 15) Zusammenfassend leisten die besprochenen Lernprogramme dieses nicht, weil z. B. ein zählender Rechner mit einem rein linearen Zahlverständnis in seiner falschen mathematischen Vorstellung nicht korrigiert wird, sondern mithilfe seiner Algorithmen die Aufgaben sogar richtig lösen kann.

Operationsverständnis auf der handelnden Ebene in Lernprogrammen

In diesem Abschnitt werden Lernprogramme daraufhin untersucht, ob sie sachgerechte Veranschaulichungshilfen zur Erarbeitung bzw. Festigung des Operationsverständnisses beinhalten. Die Notwendigkeit dieser Darstellungsebene ist bereits im Zusammenhang mit der Kritik an Lernprogrammen erläutert worden, die mathematische Operationen lediglich auf die Ziffernschreibweise beschränken.

Veranschaulichungshilfen, die sich auf die handelnde Ebene beziehen, sind nur dann sinnvoll, wenn sie den mathematischen Operationen entsprechen. Am Beispiel des Lernprogramm „Mega Mathe Blaster" (1996) ist gezeigt worden, dass die dem Lernprogramm bestimmende Handlung bzw. Erzählung selber in keinem Zusammenhang mit den mathematischen Aufgabenstellungen steht. Eine Veranschaulichung bzw. eine Hilfestellung bei der Bewältigung der Operationen ist dadurch nicht gegeben. Ebenso werden in „Lollipop Mathematik 1. Klasse" (2001) in der Lernsequenz „Häuser bauen" verschiedene Zahlenhäuser zur Erarbeitung der Zahlzerlegung gezeigt.[110]

In dem Dach des Hauses steht bspw. eine 8, welche im unteren Bereich des Hauses in verschiedene Teilmengen zerlegt werden soll. Dafür ist das Haus selber zweigeteilt: Eine der Teilmengen ist bekannt, der Lerner hat die zweite Teilmenge zu ermitteln. Bezogen auf das Anzahlverständnis wird gut herausgestellt, dass sich die 8 in verschiedene Teilmengen zerlegen lässt. Schwierigkeiten ergeben sich allerdings dadurch, dass jedes Haus mehrere Zerlegungen beinhaltet. Die Zusammensetzung der verschiedenen Teilmengen zur

[110] Diese Veranschaulichungsart lässt sich auch in vielen produktiven Rechenübungen wieder finden. (Vgl. dazu Müller u. a. 2000: 105 ff.)

Gesamtmenge 8 kann zwar richtig in den verschiedenen Spalten ermittelt werden. Alle Zerlegungen zusammen ergeben jedoch mehr als die 8, die im Dach zu sehen ist.

Abb. 10: Veranschaulichung der Zahlzerlegung durch Zahlenhäuser in der Lernsoftware „Lollipop Mathematik Klasse 1".

Diese Darstellung führt bei denjenigen Kindern zu Verwirrungen, die davon ausgehen, dass die Summe *aller* Zahlen im Haus die Zahl im Dach nicht überschreiten darf. Für diese Lernsequenz ist es deshalb wichtig, dass dem Kind die Aufgabenstellung sehr deutlich erläutert wird. Rechenschwache Kinder neigen oft dazu, alle Zahlen einfach zu addieren, da sie diese Rechenart im Vergleich zur Subtraktion vorziehen, ohne sich zu überlegen, was die Aufgabenstellung eigentlich von ihnen fordert. Die fehlenden Kästchen könnten im konkreten Fall mit ihrem Gesamtergebnis ausgefüllt werden. Auch wenn die Zahlenhäuserstruktur den meisten Kindern aus ihren Schulbüchern vertraut ist (vgl. Müller u. a. 2000: 105 ff.), benötigen also gerade förderungsbedürftige Kinder eine angemessen Einführung. Des Weiteren ist zu überlegen, ob die Vorteile der Veranschaulichung mit Zahlenhäusern im Vergleich zu den möglichen auftretenden Verwirrungen gerechtfertigt erscheinen. Die Darstellung als solche bietet keine sachgerechte Mengendarstellung[111], sondern operiert mit der Ziffernschreibweise. Es ist zu bedenken, ob eine einfache Tabelle, wie sie weiter oben im Abschnitt über das Anzahlverständnis dargestellt worden ist, die die Zerlegungen selber auch noch in ihren Beziehungen zueinander darstellt, nicht vorzuziehen ist. Weil es sich nicht um eine mengenhandelnde Veranschaulichungshilfe handelt, kann auf die Darstellung ohne inhaltliche Einbußen verzichtet werden. Ein weiteres Lernprogramm, das mit Zahlenhäuser operiert, ist „Mathematikus Klasse 1" (2000). Die entsprechende Lerneinheit

[111] Auch wenn die Darstellung innerhalb der Zahlenhäuser auf der symbolischen Ebene verbleibt, werden in der Lernsequenz zusätzlich Anzahlen auf der handelnden Ebene korrekt durch ein Zwanzigerfeld veranschaulicht.

bezieht sich auf den Zahlenraum bis 20. Eine ähnliche Darstellung, in der die zu lösende Aufgabe nicht im Zusammenhang mit ihrer „Veranschaulichung“ steht, zeigt in diesem Lernprogramm die Lerneinheit „Verliebte Herzen“.

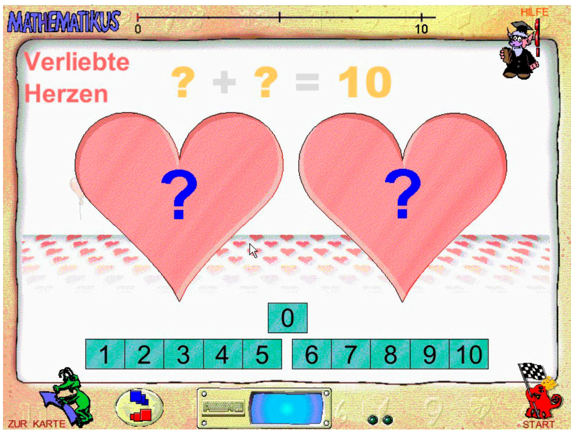


Abb. 11: Ergänzungsaufgaben zur 10 in der Lernsoftware „Mathematikus Klasse 1“.

Auf dem Bildschirm sind zwei Herzen zu sehen, die durch ein Additionszeichen verbunden sind. In einem der Herzen befindet sich eine Zahl. Das Kind bekommt die Aufgabenstellung, auf 10 zu ergänzen, d. h. in dem zweiten noch leeren Herz die Zahl zu notieren, die zusammen mit der Zahl aus dem ersten Herz 10 ergibt. Diese so genannten Passeraufgaben (Ergänzungsaufgaben zur 10) werden dem Kind in Ziffernschreibweise präsentiert. Der einzige Unterschied zur herkömmlichen symbolischen Schreibweise besteht darin, dass die Zahlen von Herzen umrandet sind. Weil die Herzen demnach keine Hilfen für das Bewältigen der Aufgabenstellungen darstellen, sie allenfalls optisch ansprechender ausschauen lassen und möglicherweise sogar vom Lernziel ablenken, kann auf diese Art der Darstellung sowohl vom mathematischen als auch vom didaktischen Standpunkt aus betrachtet völlig verzichtet werden.[112]

Neben den vorher angesprochenen Veranschaulichungshilfen die nicht in Bezug zur Aufgabe stehen und daher stets das Risiko vermehrter anstelle verminderter Verständnisschwierigkeiten mit sich bringen, gibt es in Lernprogrammen auch Lerneinheiten, die schlechte mengenhandelnde Veranschaulichungshilfen anbieten. Ein solches negatives Beispiel zur Aufarbeitung des Operationsverständnisses findet sich bei der Lernsoftware „Plus und Minus“ (1998). In der Lernsequenz „Zähle zusammen“ bekommt das Kind folgende Aufgabenstellung: „Zähle zusammen und ziehe die richtige Anzahl an Gegenständen in den blinkenden Kasten“. Im oberen Bildschirmbereich sind

---

[112] Nähere Ausführungen zum Verhältnis von Spielen und Lernen und damit vom Gedanken der guten Aufbereitung von Lernprogrammen kommen später. (S. Kapitel 5.2)

drei Kästchen zu sehen, das erste und das zweite Kästchen sind durch ein Pluszeichen und das zweite und das dritte Kästchen durch ein Gleichheitszeichen abgetrennt.

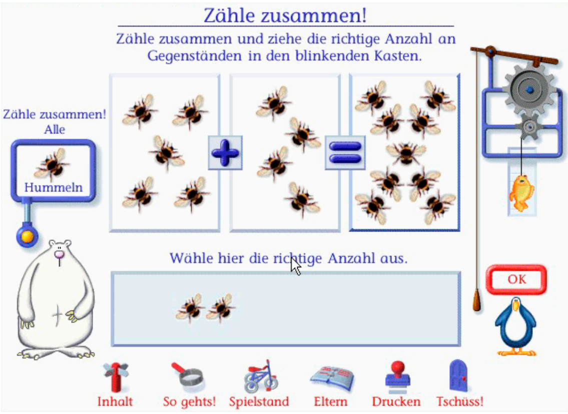


Abb. 12: Negativbeispiel auf der handelnden Ebene: „Plus und Minus“.

Nun sieht das Kind bspw. in den ersten beiden Kästchen 5 und 4 Hummeln und soll die richtige Hummelanzahl in das leere, blinkende Kästchen ziehen. Dafür steht im unteren Bildschirmbereich eine Vielzahl von Hummeln zur Verfügung. Hier wechseln Darstellung und Veranschaulichung zwischen der Mengendarstellung und der Zifferndarstellung, weil neben abgebildeten Hummeln auch Rechenzeichen (+;=) auftreten. Eine Addition, die mengenhandelnd ausgeführt werden soll, bezieht sich lediglich darauf, dass zu einer Teilmenge eine weitere Teilmenge hinzukommt. Das Rechenzeichen *darf in dieser Darstellung nicht mehr auftreten*, da das Kind gerade begreifen soll, dass in der Handlung selber die mathematische Operation enthalten ist, d. h. eben Plusrechnen bedeutet, dass etwas hinzukommt. (Wehrmann 2003a: 204) Das Verständnis mathematischer Operationen beinhaltet das Wissen darum, dass diese Operationen nicht ausschließlich in Ziffernschreibweise existieren, sondern auch durch Hinzulegen und Wegnehmen von Elementen ausgedrückt werden können. (Grissemann u. a. 1996: 128) Dieser Grundgedanke wird in der Lerneinheit nicht gefördert. Im Gegenteil wird durch das Festhalten an den Rechen- und Gleichheitszeichen die symbolische Ebene in den Vordergrund gerückt. Weil die meisten förderungsbedürftigen Kinder im mathematischen Lernbereich Rechnen nur mit der Ziffernschreibweise verbinden, muss diesem lückenhaften und einseitigen Verständnis mit sachgerechten Veranschaulichungshilfen entgegengewirkt werden; denn wenn „das Wissen über die Ausführung bestimmter Prozeduren nicht gleichzeitig von einem konzeptuellen Verständnis darüber begleitet ist, warum diese Verfahren tatsächlich zu einer Lösung führen und für welchen Sachbereich und welche Probleme und Anwendungssituationen sie Geltung haben, dann ist das lernende Kind nicht in der Lage, diese Operationen auf neue Gegebenheiten zu übertragen.“ (Lorenz 1997: 14)

Resultat dieser inkorrekten Darstellung ist ein weiterer Fehler: Die Mengen, in diesem Beispiel Hummeln, werden in ihren beiden Teilmengen und ihrer Gesamtmenge, also *doppelt*, dargestellt. Löst das Kind die Aufgabe 5+4=9 richtig und zieht 9 Hummeln in das blinkende Kästchen, sieht es anschließend tatsächlich *18 Hummeln*. Trotz richtiger Berechnung ist die Darstellung irreführend, weil nicht zu einer Teilmenge von 5 eine Teilmenge von 4 Elementen hinzugekommen ist und sie nun *zusammen* als Menge von 9 Elementen vorliegen, sondern neben den beiden Teilmengen eine *andere, neue* Menge dargestellt wird. Der entscheidende Punkt, dass sich die Gesamtmenge aus dem Zusammenfügen der beiden Teilmengen ergibt, wird verfehlt. Dieses Problem kann beseitigt werden, indem die Operationen erstens rein mengenhandelnd, d. h. ohne Rechen- und Gleichheitszeichen dargestellt werden. Zweitens ist die doppelte Darstellung der Mengen unbedingt zu vermeiden. Die fehlerhafte Darstellung kann zu Missverständnissen bei den lernenden Kindern führen, die sie oft genug durch unsachgemäße Zählstrategien kompensieren (s. Kapitel 4.1): „Nahezu alle Grundschüler mit Lernschwierigkeiten im Mathematikunterricht werden im Laufe des ersten Schuljahrs zählende Rechner.“ (Lorenz u. a. 1993: 116)

Während eine fehlerhafte mathematische Vorstellungswelt rechenschwacher Kinder bei Additionen häufig verborgen bleibt, werden die Missverständnisse bei Subtraktionsaufgaben in der Regel offensichtlich. Dass bei der Subtraktion von einer Gesamtmenge eine Teilmenge weggenommen wird und eine andere Teilmenge übrig bleibt, ist vielen Kindern unklar. Der Subtrahend ist Bestandteil des Minuenden und existiert nicht als gesonderte Menge. (Radatz u. a. 1983: 66) Rechenschwache Kinder haben damit häufig Schwierigkeiten: Sie erkennen z. B. bei der Aufgabe 5-2 nicht, dass die 2 eine Teilmenge, ein *Bestandteil der 5* ist und von dieser Gesamtmenge weggenommen wird. (Mathematisch- Lerntherapeutisches Institut 2002: 7) Analog zu den oben genannten Argumenten für die Addition wäre es eine falsche Darstellung, wenn im ersten Kästchen 5 Hummeln dargestellt werden, dann ein Minuszeichen, im zweiten Kästchen 2 Hummeln abgebildet werden und das Kind dazu aufgefordert wird, nach dem Gleichheitszeichen Hummeln in das blinkende dritte Kästchen zu ziehen.[113]

Richtig dargestellt wird der Sachverhalt, dass der Subtrahend Bestandteil bzw. Teilmenge des Minuenden ist, im Lernprogramm „Lollipop Mathematik 1. Klasse“ (2001). Obwohl sowohl die symbolische Schreibweise als auch die Mengendarstellung auf dem

[113] Die Ausführungen sollen verdeutlichen, welche Probleme sich durch eine mangelhafte Darstellung in Lernprogrammen ergeben können. Die beschriebene falsche Darstellung einer Subtraktion ist jedoch nicht Bestandteil der Duden Lernsoftware „Plus und Minus“ (1998). In der Lerneinheit „Klicke weg“ wird die Subtraktion richtig veranschaulicht.

Bildschirm zu sehen sind, ist die Veranschaulichung gut gelungen, weil die beiden Ebenen nicht wie in anderen Lernprogrammen durchmischt werden, sondern in ihrer jeweiligen Darstellung gesondert auftreten.

Abb. 13: Korrekte Darstellung des Teile-Ganzes-Konzeptes auf der handelnden Ebene bei „Lollipop Mathematik Klasse 1".

Ein gute Veranschaulichung hinsichtlich des Operationsverständnisses auf der handelnden Ebene zeigt „Alfons Abenteuer. Mathematik Klasse 1" (2002). Hier werden Hitzemonster auf Löffeln dargestellt, die gut mithilfe einer Fünferstruktur vom Kind erfasst werden können. Die mathematischen Operationen werden sachgerecht aufgearbeitet: bei Subtraktionen wird eine Teilmenge von einer Gesamtmenge weggenommen und bei Additionen werden zwei Teilmengen zu einer Gesamtmenge zusammengefügt. Das Teile-Ganzes-Konzept wird außerdem auch in der Lerneinheit, in der das Kind mit einem Pinsel Bilder bemalen soll, gut veranschaulicht.

Veranschaulichungen, deren Erfassung für das Kind unnötige Anstrengungen kostet und aus diesem Grunde kaum als Hilfen zur Bewältigung der Aufgaben fungieren, sollten ebenfalls vermieden werden. Ist eine Simultan- bzw. Quasisimultanerfassung bildlich dargestellter Mengen unmöglich gemacht, wird anstelle des Operationsverständnisses kontraproduktiv zählendes „Rechnen" befördert. In der Lernsoftware „Die Zahlenstadt" (1996) wird das Kind zum Zählen verleitet, selbst dann, wenn die Aufgabe von ihm gewusst wird. Eine Veranschaulichung des Teile-Ganzes-Konzeptes findet nicht statt, die Veranschaulichungen können von den Kindern ausschließlich dazu benutzt werden, die Aufgabenstellungen zählend zu lösen.

Eine vom Lernziel aus betrachtet unverhältnismäßige Veranschaulichung des Operationsverständnisses wird in dem Lernprogramm „Startklar. Abenteuer Zahlen" (1999) präsentiert. Löst das Kind die Aufgaben richtig, muss es nach der entsprechenden Antwort bzw. Zahl erst suchen. Im Extremfall benötigt das Kind für diese Suche sehr viel Zeit. Das eigentliche Lernziel rückt in den Hintergrund, weil das Kind nicht mehr mit den mathematischen Operationen beschäftigt ist, sondern mit dem Suchen von Zahlen auf dem Bildschirm.

Obwohl sich die Ausführungen zum Großteil auf die Aufarbeitung des Operationsverständnisses in Lernprogrammen auf den Zahlenraum bis 10 beschränkt haben, setzen sich die zu beobachteten Mängel auch in höheren Zahlenräumen fort.

Operationsverständnis auf der sprachlichen Ebene

Ein adäquates Operationsverständnis beinhaltet den Umgang mit mathematischen Operationen auf der symbolischen, mengenhandelnden und sprachlichen Ebene. (Gerster 2002a: 352) Deshalb sollten Kinder in der Lage sein, zu den Operationen Rechengeschichten erzählen zu können und diese in die Ziffernschreibweise umsetzen zu können. In dem Lernprogramm „Denken und Rechnen 1“ (2002) existiert eine gesonderte Lerneinheit „Rechengeschichten“. Dabei werden Handlungen dargestellt und das Kind muss entscheiden, ob das Dargestellte eine Plus- oder eine Minusaufgabe zeigt („Handelt es sich um eine Plus-, oder um eine Minusaufgabe?“). So sind z. B. auf dem Bildschirm Hasen zu sehen, zu denen weitere hinzukommen oder Äpfel, die von einem Löwen zum Teil aufgegessen werden.

Abb. 14: Operationsverständnis auf der sprachlichen Ebene: Rechengeschichten in der Lernsoftware „Denken und Rechnen 1“.

Die beschriebene Lerneinheit ist sehr gut dafür geeignet, dem Kind zu verdeutlichen, was eine Addition und eine Subtraktion bedeutet. Leider hat das Kind nicht die Möglichkeit, selbständig Rechengeschichten zu mathematischen Operationen zu erzählen. Deshalb werden im Folgenden Vorschläge unterbreitet, die eine solche Verknüpfung herstellen und damit für die Förderung und Prävention von Rechenschwäche hinsichtlich des Operationsverständnisses geeignet wären.

Vorschläge für die Umsetzung des Operationsverständnisses in Lernprogrammen

Bei der Analyse und Kritik bestehender Lernsoftware im Hinblick auf das Erzielen eines korrekten Verständnisses mathematischer Grundoperationen ist herausgestellt worden, dass dieses weit mehr beinhaltet als richtige Ergebnisse bei Additions- und Subtraktionsaufgaben. Wie eine Förderung und Prävention diesbezüglich aussehen könnte, ist Gegenstand der folgenden Ausführungen, die an der aktuellen Lernausgangslage, welche sich aus der erfolgreichen Bearbeitung zum Anzahlverständnis ergibt, anknüpfen.

Wie schon herausgearbeitet, ist das Operationsverständnis auf drei Ebenen zu erarbeiten, der sprachliche, der mengenhandelnden und der symbolischen. „*Operationsverständnis* beim Addieren/Subtrahieren besteht nach unserer Auffassung in der Fähigkeit, Verbindungen herstellen zu können zwischen a) (meist verbal beschriebenen) konkreten Sachsituationen, b) modell- oder bildhaften Vorstellungen von Quantitäten, c) symbolischen Schreibweisen (meist in Form von Gleichungen) für die zugrunde liegenden Quantitäten und Rechenoperationen.“ (Gerster 2002a: 351) Insofern das Operationsverständnis sich auf alle drei Ebenen gleichermaßen bezieht und unabhängig von einer bestimmten Ausdrucksweise existiert, ist das Urteil, die Kinder mögen erst einmal die eine, dann die andere begreifen, an dieser Stelle unsachgemäß. Vielmehr sollte von Anfang an die Verknüpfung der Ebenen im Vordergrund stehen.

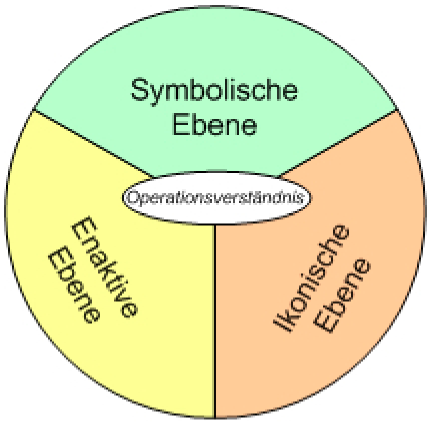


Abb. 15: Die drei Ebenen des Operationsverständnisses.

Des Weiteren sollte die Erarbeitung des Operationsverständnisses zuerst einmal im Zahlenraum bis 10 erfolgen, weil ein erweiterter Zahlenraum das Verständnis des

Stellenwertsystems voraussetzt.[114] Rechenschwache Kinder haben oft auch Probleme mit dem dekadischen Positionssystem. Eine separate Aufarbeitung dieser Schwierigkeiten erfolgt im nächsten Kapitel. (S. Kapitel 4.3) Ist jedoch umgekehrt der Zusammenhang der mathematischen Operationen vorher erarbeitet worden, ergeben sich nach der Aufarbeitung des Stellenwertsystems auch im erweiterten Zahlraum keine Probleme mehr mit dem Operationsverständnis. Deshalb ist diese systematische Frühförderung und Prävention vorzuziehen.

Es ist sinnvoll, mit Operationen aus Kernzahlzerlegungen zu beginnen, die dem Kind einfach erscheinen und nicht aus zwei gleichen Teilmengen bestehen. Deshalb sollten die Zerlegungen über die 5 und Zerlegungen zur 10 erstmal im Vordergrund stehen. An der Zerlegung der 5 in 2 und 3 könnten bspw. die dazugehörigen Operationen aufgearbeitet werden. Anfangs bietet sich die ikonische Ebene an, bei der z. B. auf dem Bildschirm 2 Kinder zu sehen sind, zu denen 3 hinzukommen. Das Kind erhält die Aufgabe, dieses Geschehen in eine Additionsaufgabe in Ziffernschreibweise umzusetzen. Dafür ist es notwendig, dem Kind verständlich zu machen, dass „hinzukommen" „Plusrechnen" bedeutet und auf der symbolischen Ebene mit dem Rechenzeichen „+" beschrieben wird. Eine Einführung der Rechenzeichen ist in der Regel nicht notwendig, da die Kinder die Rechenzeichen aus dem Schulalltag kennen. Schwierigkeiten bestehen darin, dass Kinder mit diesem Zeichen oft nicht „Hinzukommen" verbinden, sondern „Weiterzählen oder –hüpfen" in der Zahlwortreihe. (Gaidoschik 2003a: 36) Um diesem Missverständnis bei Kindern entgegenzuwirken bzw. vorzubeugen, muss die *Bedeutung* des Pluszeichens herausgestellt werden. Dieses kann dadurch erfolgen, dass verschiedene Handlungen dem Kind auf dem Bildschirm vorgestellt werden und das Kind entscheiden muss, wie die Handlungen in Additionsaufgaben übersetzt werden können. An dieser Stelle bietet sich eine Einbeziehung der sprachlichen Ebene an, indem dem Kind kleine Geschichten erzählt oder gezeigt werden, die in eine Additionsaufgabe übersetzt werden können. Beispielhafte Themen hierfür sind Tiere auf einer Weide, denen sich weitere Tiere (der gleichen Art) hinzugesellen, oder auch das Schenken von Süßigkeiten durch die Mutter, denen der Opa weitere Süßigkeiten hinzufügt (Vgl. dazu Radatz u. a. 1983: 68) Um sicherzustellen, dass

---

[114] Müller und Wittmann schlagen eine parallele Erarbeitung der Einspluseins-Aufgaben vor: „Obwohl in der mathematischen Theorie der Stellenwertsysteme nur die Aufgaben mit einstelligen Summanden zum ‚1+1' des Zehnersystems gehören, ist es aus didaktischen Gründen sinnvoll, die Aufgaben mit den Summanden 10 trotzdem dazuzunehmen, genau wie beim ‚1*1'." (Müller u. a. 2000: 43) Da es in der vorliegenden Arbeit jedoch um die Erarbeitung von Präventions- und Frühförderkonzepten geht, erscheint es ratsam, hierbei nur Aufgaben zu thematisieren, bei denen Wert der Summe 10 nicht übersteigt.

das Kind die Operationen versteht, sollten auch falsche Operationen dargestellt werden, die das Kind erkennen muss.

In direktem Zusammenhang mit der Addition sollte die Subtraktion erarbeitet werden. Sinnvollerweise sollten dazu die gleichen Thematiken wie vorher verwendet werden. Von den auf der Weide befindlichen Tieren gehen nun also einige wieder weg, ein Teil der Süßigkeiten wird verspeist.

Erkennt das Kind die von dem Lernprogramm dargestellten Operationen richtig auf allen Ebenen und falsche Darstellungen bzw. Aufgaben ebenfalls, sollte das Kind im nächsten Schritt selber aufgefordert werden, Operationen durchzuführen. Dies könnte umgesetzt werden, indem dem Kind eine Aufgabe in Ziffernschreibweise gezeigt wird, die es in ein Modell oder Bild umsetzen soll und zu der es eine Rechengeschichte erzählen soll. Auch wenn die Spracherkennung von Lernprogrammen solchen hohen Anforderungen noch nicht gewachsen ist, sind Implementierungen denkbar, bei denen aus vorgegebenen Rechengeschichten eine passende auszuwählen ist. An dieser Stelle könnte auch eine Bezugsperson bzw. Lehrperson den Lernprozess unterstützen, indem sie die Rechengeschichten des Kindes kommentiert und ihm zusätzliche Anregungen und Hilfestellungen gibt. Zweckmäßig ist es ebenso, wenn dem Kind ein Mengen-Operationszusammenhang vorgegeben wird, zu dem es die sachgerechten Aufgaben in Ziffernschreibweise eingeben kann. Wie viele Aufgabenstellungen dem Kind gegeben werden sollten, ist abhängig von der individuellen Lernausgangslage des Kindes. Sind die Schwierigkeiten des Kindes groß, so dass ihre Probleme auf einem fehlerhaften Verständnis der mathematischen Operationen basieren, muss die Förderung umfangreicher ausfallen als wenn einem Kind die eigenständige Umsetzung in Rechengeschichten schwer fällt.

Ob das Operationsverständnis abgesichert ist, lässt sich u. a. durch folgende Aufgabenstellung überprüfen: Auf dem Bildschirm wird eine bestimmte Zahlzerlegung präsentiert, z. B. befinden sich in einem Korb 4 rote und 5 grüne Äpfel. Das Kind wird dazu aufgefordert, die Äpfel mit der Maus zu bewegen, so dass sich aus dieser Bewegung sachgerechte Additions- und Subtraktionsoperationen, die das Kind ebenfalls in Ziffernschreibweise eingeben soll, ergeben. Weiterhin soll das Kind die Operationen kommentieren, d. h. ihnen angemessene Rechengeschichten erzählen. Löst das Kind die Problemstellungen, kann man davon ausgehen, dass dem Kind der Sachverhalt klar ist. (Wehrmann 2003a: 89 ff.) Nebenher ist so das Verständnis von Tausch- und Umkehraufgaben aufgearbeitet worden.

Durch das bisher Erarbeitete ist ein gegliedertes Zahlwissen auf den drei dargestellten Ebenen im Zahlenraum bis 10 vorhanden. Das Nachzählen der Aufgabe 7-2 erübrigt sich z. B. durch die gekannte Aufgabe 5+2. Gerster beschreibt konkrete Situationen des

Addierens und Subtrahierens, die zur Festigung des Gelernten herangezogen werden können. (Gerster 2002a: 354f.)

Wie das Operationsverständnis im Weiteren durch ein „vergleichendes Rechnen“ gefördert werden kann, ist Gegenstand der weiteren Ausführungen.

Bei der Analyse und Kritik von Lernsoftware ist herausgestellt worden, welche Missverständnisse durch eine unsachgemäße Veranschaulichung nahe gelegt werden. Deshalb werden einige Übungssequenzen vorgestellt, mit denen die Einführung der Rechenzeichen auf der Grundlage des vorher ausgeführten Operationsverständnisses unterstützt werden kann. Das Pluszeichen soll verstanden werden „als ein *Zeichen für die Zusammensetzung eines Ganzen aus Teilen* (Gerster 2002a: 356)“ und das Minuszeichen als „Zeichen dafür, dass die Anzahlen eines Ganzen und eines Teiles des Ganzen bekannt sind.“ (Gerster 2002a: 358) Auf der modell- oder bildhaften Ebene werden Symbole für Mengen dargestellt, bei denen die Gesamtmenge mit ihren beiden Teilmengen zu erkennen ist. Die Addition ist die Zusammenfügung der beiden Teilmengen zu einer Gesamtmenge und die Subtraktion das Wegnehmen einer Teilmenge von der Gesamtmenge. Dem Kind sollte neben der Subtraktion als Abziehen auch die Subtraktion als Ergänzung klar gemacht werden. (Wehrmann 2003a: 17) Gerster misst dem Ergänzungsverfahren bei der Subtraktion sogar den höheren Stellenwert bei, da mit dem Verständnis der additiven Zerlegung die subtraktive Ergänzung vorhanden ist, Vorwärtsrechnen den Kindern oft einfacher fällt, das Teile-Ganze-Konzept sich gut anwenden lässt und schriftliche Rechenverfahren mit dem Ergänzungsverfahren arbeiten (Gerster 2002a: 377).

Sinnvoll ist eine Aufarbeitung der Operationen an den verschiedenen Zahlzerlegungen, wobei das Diagnosemodul sowohl die für das Kind einfachen Zahlzerlegungen als auch jene Zerlegungen ermitteln soll, die mit ihm besonders eingeübt werden müssen. Beginnend bei einer subjektiv als einfach empfundenen Zahlzerlegung, z. B. der 5, werden Gesamtmenge und Teilmengen (z. B. mit Einfärbungen) dargestellt. Aufgaben, die mit der „Kraft der Fünf“ oder Ergänzungsaufgaben zur 10 (Passeraufgaben) operieren, sind für die Kinder oft einfache Aufgaben und vermitteln außerdem eine gute Strukturierung des Zahlenraums.[115] Diese Kernaufgaben sind auch die Grundlage für das Bewältigen vieler darauf aufbauender Aufgaben. Neben der statischen Operation, die vom Kind richtig verstanden werden muss, kann die Operation mittels Computeranimation auch dynamisiert werden.[116]

[115] „Eine wichtige Rolle beim Aufbau innerer Zahlenbilder spielt die Fünf.“ (Buchner 2003: 166)

[116] Eine gute Veranschaulichung zeigt Gerster (2002a: 356).

Analytische Aufgaben

Hat das lernende Kind das Teile-Ganze-Konzept verstanden, bereiten ihm die so genannten Lückenaufgaben (analytischen Aufgaben) keine Probleme mehr, da hier auf das vorher erarbeitete Wissen zurückgegriffen werden kann. „Kinder, die eine innere Vorstellung vom Zahlenraum aufgebaut sowie das Teil-Ganzes-Schema und die Umkehrbarkeit von Rechenoperationen verstanden haben, lösen solche Aufgaben mit kaum mehr Schwierigkeiten als ‚normale' Plus- und Minusaufgaben." (Krüll 1996: 119) Die Aufgabenstellungen sollten so konzipiert sein, dass das Kind erst einmal ermitteln soll, wo sich die Gesamtmenge und wo sich die Teilmengen befinden, um darüber den Unterschied zwischen den Operationen Addition und Subtraktion zu wiederholen. Bei Kindern mit Schwierigkeiten sollte die Lernsoftware Beispiele aufzeigen, bei denen die Zusammenhänge in Ziffernschreibweise klar werden. Bei der Aufgabe 5+( )=8 ist 8 die Gesamtmenge, die aus der Teilmenge 5 und der gesuchten Teilmenge besteht. (Vgl. Radatz u. a. 1983: 70) Oft kann es hilfreich sein, die verschiedenen Mengen z. B. farblich zu markieren, um dem Kind das Prinzip zu verdeutlichen, dass die beiden Teilmengen zusammen die Gesamtmenge ergeben. Von diesem Wissen ausgehend sollte das Computerprogramm zeigen, dass sich die fehlende Teilmenge darüber ermitteln lässt, dass man die andere Teilmenge von der Gesamtmenge abzieht, also 8-5 rechnen kann. (Vgl. Radatz u. a. 1983: 70) Um das zu verdeutlichen, kann das Computerprogramm gerade bei schwachen Lernern auf vorher eingeführte Veranschaulichungen bei der Zahlzerlegung zurückgreifen. Weil ein sachgerechtes Operationsverständnis auch die sprachliche Ebene einschließt, kann zu der analytischen Aufgabenstellung eine entsprechende Rechengeschichte gefordert werden. Ein Kind hat z. B. 5 Bonbons und bekommt von einem Freund weitere Bonbons geschenkt. Jetzt hat das Kind 8 Bonbons. Wie viele Bonbons hat das Kind geschenkt bekommen?[117] In diesem Beispiel ist genau wie bei der Aufgabe die Veränderung in der Addition unbekannt und soll ermittelt werden. (Vgl. auch Radatz u. a. 1983: 68)

Im weiteren Verlauf der Lerneinheit sollten analytische Aufgaben zur Addition und Subtraktion folgen, die ebenfalls in Sachsituationen dargestellt werden sollten. Bei der Addition gibt es neben dem obigen Beispiel, bei dem der 2. Summand oder die Veränderung unbekannt ist, die Möglichkeiten, dass der Wert der Summe oder das Ergebnis und der 1. Summand oder die Ausgangslage unbekannt ist. Folgende Beispiele dazu sind denkbar:

---

[117] Vgl. hinsichtlich der im Folgenden genannten Sachsituationen zur Addition und Subtraktion auch Gerster 2002a: 355.

- 3+4=( ); „Nina hat drei Bonbons. Lynn gibt ihr noch 4 Bonbons dazu. Wie viele Bonbons hat Nina jetzt?“
- ( )+2=6; „Am Anfang hatte Nina einige Bonbons. Dann gab Lynn ihr 2 Bonbons dazu. Jetzt hat sie 6 Bonbons. Wie viele hatte sie zu Anfang?“

Auch bei diesen Aufgaben bietet es sich an, die Gesamtmenge und die beiden Teilmengen zu markieren und anschließend mit dem Erarbeiteten adäquate Lösungsstrategien zu suchen. Neben den Additionen sollten auch die Subtraktionen in analytischen Aufgaben bearbeitet werden. Dazu sind folgende Beispiele denkbar, bei denen das Kind analog zu den Additionsaufgaben vorgehen sollte.

- Wert der Differenz (Ergebnis unbekannt): 5-3=( ); „Fünf Äpfel hängen an einem Baum. 3 davon fallen herunter. Wie viele Äpfel hängen noch an dem Baum?“
- Subtrahend (Veränderung unbekannt): 8-( )=2; „Lisa hat 8 Bonbons. Davon gibt sie ihrer Freundin einige ab. Dann hat sie noch 2 Bonbons. Wie viele hat sie ihrer Freundin gegeben?“
- Minuend (Ausgangslage unbekannt): ( )-4=6; „Lisa hat einige Bonbons. Dann gibt sie ihrer Freundin 4 ab. Jetzt hat Lisa noch 6 Bonbons. Wie viele hatte sie zu Anfang?“

Umstritten ist die Frage, ob Terme, bei denen der Rechenterm rechts und das Ergebnis links steht, in der Grundschule eingeführt werden sollten. Während diese Behandlung durch den Lehrplan in Baden-Württemberg gefordert wird, verzichten viele Schulbücher auf die Einführung. Das in Nordrhein-Westfahlen meistbenutzte Zahlenbuch von Müller und Wittmann verzichtet darauf und benutzt ausschließlich Terme, bei denen der Rechenterm links und das Ergebnis rechts steht. Begründet wird dieser Verzicht damit, dass im Anfangsunterricht Verunsicherungen vermieden werden sollen. (Gerster 2002a: 361)

Kinder, bei denen das Operationsverständnis z. B. durch die oben genannten Lernsequenzen abgesichert ist und denen die Bedeutung des Gleichheitszeichens klar ist, haben in der Regel keine Schwierigkeiten damit, Terme folgender Art zu lösen: z. B. 3=( )–5; ( )=5+5, 6=5+( ). Deshalb gibt es keinen Grund, auf derartige Aufgaben zu verzichten. Des Weiteren vermeiden derartige Aufgabenstelllungen, dass die Kinder sich beim Lösen der Aufgaben Regeln merken und diese anwenden, ohne den Sachverhalt selber ausreichend verstanden zu haben. „Eine Belehrung, die in deutschem Mathematikunterricht häufig die Form des Vormachens-Nachmachens besetzt, trägt zum Verständnis nur selten bei. Sie ist erst dann erfolgreich, wenn das Verfahren, das von der Lehrperson vorgemacht wird, an bisheriges Wissen angebunden und mit ihm vernetzt werden kann. Anderenfalls kann nur imitiert, böse formuliert: unverstanden nachgeäfft werden, aber Zusammenhänge entziehen sich dem tieferen Verständnis.“ (Lorenz 2003a: 37) Die bei rechenschwachen Kindern ausgeprägten subjektiven Algorithmen greifen oft nicht mehr, sobald sie den Rechenterm rechts und das Ergebnis links vorfinden. Deshalb können diese Aufgabenstellungen der *abschließenden* Diagnostik dienen, weil damit gut überprüft werden kann, ob die mathematischen Operationen verstanden worden sind.

Gleichungen

Eine Besonderheit sind Gleichungen, die im Zahlenraum bis 10 schon eingeführt werden können. Während die bisher vorgestellten Übungen zum Operationsverständnis das Teile-Ganze-Konzept beinhalten und damit mathematisch betrachtet eine Termumformung darstellen, sollten Gleichungen vor dem Hintergrund der Grundeinsichten in Gleichungsverhältnisse eingeführt werden. Voraussetzung dafür ist ein richtiges Verständnis des Gleichheitszeichens. „Stellt schon die Symbolisierung von Zahlenbeziehungen durch die Zeichen Plus und Minus einen gewichtigen Schritt in Richtung Abstraktion dar, so wird mit der Verwendung des Gleichheitszeichens ein Abstraktionsniveau erreicht, das nur den wenigsten Erstklässlern auf Anhieb begreifbar ist.“ (Buchner 2003: 164) Das Gleichheitszeichen darf nicht missverstanden werden als „rechne aus“, „jetzt kommt das Ergebnis“ oder „ergibt“, sondern es ist zu verstehen als ein „bezeichnet dieselbe Zahl wie...“ oder „ist gleich“. (Gerster 2002a: 361)[118] Weil das Gleichheitszeichen „*ein Zeichen zwischen Symbolen*“ (Gerster 2002a: 361) ist, sollte es auf dieser Ebene, d. h. der symbolischen Ebene in Ziffernschreibweise als Symbol für die gleiche Anzahl eingeführt werden. Neben dem Gleichheitszeichen spielen im Mathematikunterricht ebenfalls die Vergleichszeichen „größer“ und „kleiner“ eine bedeutende Rolle, die in diesem Zusammenhang ebenfalls erarbeitet werden können.

Der elementare Unterschied zu den Termumformungen, die im Anfangsunterricht sachgerecht in Form des Teile-Ganzes-Konzepts entwickelt werden, besteht darin, dass in Gleichungen *zwei* Mengen miteinander verglichen werden. Ein solcher Mengenvergleich lässt sich mithilfe von Lernprogrammen gut veranschaulichen. Dabei ist jedoch wiederum darauf zu achten, dass die Veranschaulichung dem Lerninhalt entspricht und keine Missverständnisse durch die Veranschaulichungshilfen nahe gelegt werden. Deshalb stellt Gerster die Veranschaulichung mithilfe einer Waage in Frage, da hier Missverständnisse

[118] „Schüler interpretieren das Gleichheitszeichen oft im Sinne einer Operation (‚kommt heraus', ‚ergibt', ‚macht' u. a.), auf einer gleichen Begriffsebenen wie die Operationszeichen + oder -.“ (Radatz u. a. 1983: 70)

vorprogrammiert sind. „Die Gleichung x–4=7 formen Kinder dadurch um, dass sei auf beiden Seiten (der vorgestellten Waage) 4 wegnehmen. Denn es heißt ja ‚-4'. Dies ergibt die Aussage x=3, die offensichtlich keine Lösung der obigen Gleichung ist. Fragwürdig ist auch die Verwendung der Rechenwaage, die sich auf das Hebelgesetz stützt, das den Grundschülern nicht ausreichend bekannt sein dürfte." (Gerster 2002a: 361) Im Gegensatz dazu schlägt er eine Veranschaulichung mit zwei parallelen Stangen vor, wobei der Lage der oberen Stange das Verhältnis der beiden zu vergleichenden Mengen entnommen werden kann. Zwischen den beiden Stangen befinden sich zwei verschiedene Mengen, die durch Kugeln dargestellt werden. Sind die beiden Stangen zueinander parallel, handelt es sich bei den beiden Mengen um die gleiche Anzahl von Kugeln.

Eine gute computerunterstütze Erarbeitung von Gleichungen sollte die intrinsische Motivation des Kindes fördern. Deshalb könnten Gleichungsaufgaben in Form von dem Kind bekannten Alltagssituationen veranschaulicht werden. Es ist auffällig, dass Kinder eine Menge häufig in zwei gleich große Mengen aufteilen wollen. Diese Vorliebe der Kinder ist bei der Erarbeitung der *Zahlzerlegungen* oft hinderlich, da es darum geht, *alle* Zerlegungsmöglichkeiten einer Zahl zu kennen. Bei der Behandlung von Gleichungen lässt sich jedoch gut auf diese Vorliebe vieler Kinder aufbauen und damit anhand von Alltagssituationen die Gleichungen erarbeiten, weil es in dieser Lernsequenz gerade darum geht, zwei Mengen miteinander zu vergleichen, d. h. auf ihre gleiche Anzahl hin zu überprüfen.

„Dein Freund hat 5 Bonbons. Du hast 3 Bonbons. Wie viele brauchst du noch, damit du genauso viele Bonbons hast, wie dein Freund?"

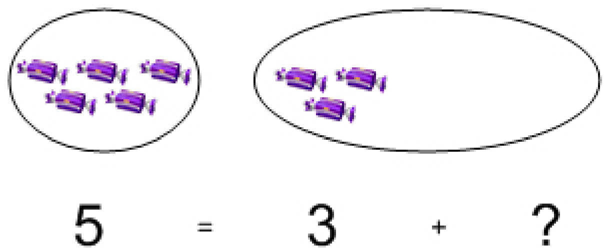


Abb. 16: Bei der Veranschaulichung von Gleichungen ist die doppelte Darstellung der Mengen zweckmäßig.

Denkbar sind weitere Aufgaben, die diesem Muster entsprechen. Damit das lernende Kind den zu vermittelnden Sachverhalt richtig versteht und nicht einfach unverstandene Regeln anwenden kann, sollte darauf geachtet werden, dass sich Additionen und Subtraktionen ebenso abwechseln wie der zu ergänzende oder zu vermindernde Term (links oder rechts). Während es sich im obigen Beispiel um Gleichungen mit nur einem zusammengesetzten Term handelt, sollten auch Gleichungen mit zwei Termen eingeführt werden (z. B.

5+3=6+( ). (Vgl. Radatz u. a. 1983: 72) Dass sich die Terme „umdrehen“ lassen, sollte vom Kind erfasst werden, indem es z. B. die Terme auf dem Bildschirm beliebig anordnen kann.

Computerunterstützt bieten sich viele Veranschaulichungsmöglichkeiten an, die aus der Alltagswelt des Kindes entspringen, um das Thema „Gleichungen“ zu behandeln. Vorstellbar wären spielende Kinder, die sich in zwei Gruppen aufteilen sollen, oder wie im obigen Beispiel Bonbons, die gerecht auf zwei Kinder verteilt werden sollen, oder Pferde, die auf zwei Weiden verteilt werden sollen, etc.

Vergleichendes Rechnen mit Verdopplungs- und Nachbaraufgaben

Die Einsicht in das Operationsverständnis setzt eine sachgerechte Zahlauffassung voraus. Diese besteht, vereinfacht ausgedrückt, darin, dass die Zahlen in ihren Bezügen zu anderen Zahlen verstanden bzw. gedacht werden (Gaidoschik 2003a: 78): „Das Anwenden von Ableitungsstrategien setzt die Kenntnis einiger Grundaufgaben und Einsichten in die Zahlbeziehungen sowie in die Eigenschaften der Rechenoperationen voraus.“ (Lorenz u. a. 1993: 128)[119] Die Erarbeitung entsprechender Inhalte ist bereits in der Lerneinheit zum Anzahlverständnis entwickelt worden. Welche weiteren Hilfen dem Kind im Hinblick auf dessen Grundlage und die mathematischen Operationen gegeben werden können bzw. wie eine strukturierte Erarbeitung des kleinen Einspluseins erfolgen kann, soll nun thematisiert werden. Viele rechenschwache Kinder verfügen nicht über ein strukturiertes Verständnis des Basiszahlenraums und versuchen dieses Unverständnis durch verstärktes Üben zu kompensieren; denn wenn „der Schüler nicht begreift, wenn ihm die wirkliche Bedeutung entgeht, so muß er sich starre Automatismen erwerben, die durch ihren rein äußerlichen, immer gleichen Mechanismus den Ablauf der gewünschten Reaktion sichern.“ (Aebli 1976: 63) Diese unreflektierten Mechanismen müssen ersetzt werden durch ein gezieltes Automatisieren im Zahlenraum bis 10, was auf der Grundlage eines adäquaten Anzahlverständnisses möglich ist.

Die Ergebnisse von Verdopplungsaufgaben, wie 2+2, 3+3, 4+4, sind auch den meisten Kindern mit einer rein linearen Zahlauffassung bekannt. An diesem Vorwissen der Kinder sowie einer Aufarbeitung des Anzahl- und Operationsverständnisses anknüpfend können über Verdopplungsaufgaben weitere Aufgaben abgeleitet werden. (Radatz u. a. 1983: 58 ff.) Bei Kindern mit größeren Schwierigkeiten bietet es sich an, im Vorfeld zuerst die Verdopplungen selbst zu thematisieren. Am Bildschirm könnten die Verdopplungen und damit auch die Halbierungen der Aufgaben im Zahlenraum bis 10 z. B. an einem

[119] „Gerade das Vergleichen setzt das Verständnis von Ungleichungen voraus und verlangt das Quantifizieren zu Gleichungen bzw. Rechensätzen.“ (Radatz u. a. 1983: 69)

Zehnerfeld dargestellt werden. Auch das Erinnern an Alltagserfahrungen kann hier hilfreich sein. So hat ein Käfer z. B. 3+3 Beine, eine Spinne 4+4, die Hände bestehen aus 5+5 Fingern etc. (Vgl. dazu Gerster 2002a: 366) Weiterhin ist die gleichzeitige Verwendung von Spiegelungen in Erwägung zu ziehen.[120] Das Vorgehen sollte zur optimalen Ausnutzung der Lernausgangslage von den diesbezüglich vom Kind gesammelten Erfahrungen abhängig gemacht werden.

Auf den Verdopplungsaufgaben aufbauend sind im Weiteren die Aufgaben der Form n+(n+1) sowie n+(n+2) gut behandelbar. Kennt das Kind z. B. die Aufgabe 3+3, müssen ihm geeignete Hilfen für die Aufgabe 3+4 angeboten werden. Diese Hilfen sollten durch eine Veranschaulichung am Bildschirm erfolgen, da es für rechenschwache Kinder nicht ausreichend ist, Wissen auf der symbolischen Ebene einzuführen. „Solche Notationen bleiben für Kinder bedeutungslos und wenig einprägsam, wenn sie nicht auf der Ebene des konkreten, strukturierten Handelns“ (Gerster 2002a: 370) erfolgen. Die beiden Aufgaben könnten durch Material, das dem Kind aus vorherigen Lerneinheiten vertraut ist, nebeneinander dargestellt werden, wobei das Kind den Unterschied dieser Aufgaben beschreiben soll. Werden die Aufgaben z. B. durch Bonbons veranschaulicht, könnte das Kind eigenständig feststellen, dass auf dem „Haufen“, der durch die Aufgabe 3+4 repräsentiert wird, ein Bonbon mehr dargestellt ist als auf dem „Haufen“, der durch die Aufgabe 3+3 repräsentiert ist. Weiterhin müssen dem Kind Hilfen dafür angeboten werden, dass es erkennt, dass auf dem einen „Haufen“ deshalb ein Bonbon mehr liegt, weil in der Aufgabe ein Bonbon mehr als auf dem anderen „Haufen“ hinzugelegt worden ist. Für die Veranschaulichung ist es elementar, dass das Kind den Unterschied um 1 selber erkennen kann. (Vgl. dazu Radatz u. a. 1983: 71) Das kann dem Kind besser gelingen, wenn die Mengen simultan oder quasi-simultan erfasst werden können. Deshalb bietet sich bei größeren Mengen eine strukturierte Veranschaulichung an, die sich bspw. an der Fünferstruktur orientiert. Auch könnten die Bonbons z. B. in einem 10er-Feld angeordnet sein, so dass das Kind die Anzahl sofort erkennen kann. Elementar ist, dass das Kind selber durch sein eigenes Handeln den Sachverhalt nachvollzieht; denn „[e]ine Operation ist eine effektive, vorgestellte (innere) oder in ein Zeichensystem übersetzte Handlung, bei deren Ausführung der Handelnde seine Aufmerksamkeit ausschließlich auf die entstehende Struktur richtet.“ (Aebli 1995: 209)

Hilfen könnten auch darin bestehen, dass dem Kind Verdopplungsaufgaben plus 1 gegeben werden mit der Aufgabenstellung, dass das Kind Aufgaben finden soll, die ihm bei

[120] Spiegelungen gehören in dem Bereich der Geometrie, der für die Erstunterrichtung entscheidend ist, in dieser Arbeit aber ausgeklammert wird.

der Lösung der Aufgabe helfen könnten. Der psychologische Vorteil besteht darin, dass das Kind nicht unter dem Druck steht, eine direkte Lösung zu präsentieren und deshalb auch nicht Gefahr läuft, im Extremfall in alte Zählstrategien zu verfallen, sondern durch diesen Umweg zum Nachdenken angeregt wird. Auf dem Bildschirm erscheint z. B. die Aufgabe 4+5 und das Kind wird dazu aufgefordert zu überlegen, welche Aufgabe ihm bei der Lösung helfen könnte. Dabei sollte das Kind die Aufgabe durch das Legen von Bonbons oder Plättchen auf dem Zehnerfeld reflektieren, so dass die Nachbarverdopplungsaufgabe auch anschaulich gefunden werden kann. Auch wenn das Computerprogramm dem Kind gute Hilfen in Form von Veranschaulichungen bieten kann, ist es an dieser Stelle vielleicht von größerem Nutzen, wenn eine Bezugsperson den Lernprozess des Kindes mit unterstützt, indem diese geeignete Fragen stellt und das Kind ermutigt, nach Lösungen zu suchen. Hilfreiche Fragen könnten z. B. sein: „Hilft dir die Aufgabe 3+3 bei der Lösung für die Aufgabe 3+4?“ oder „Welche bekannte Rechnung könnte dir helfen?“ (Vgl. auch Gaidoschik 2003a: 76 f.)

Auf der Grundlage des Verdoppelns plus 1 lässt sich anschließend das Verdoppeln plus 2 erarbeiten. „Auch diese Strategie muss – soll sie von Kindern übernommen werden – durch konkretes Handeln mit Quantitäten eingeführt oder noch besser von Kindern in einer geeigneten Lernumgebung selbst erfunden werden.“ (Gerster 2002a: 370-371). Dass Kind soll die Aufgaben durch Mausziehen von Elementen, z. B. Bonbons oder einfachen Kreisen, in ein Zehnerfeld legen. Ist die vorhergehende Lerneinheit erfolgreich beendetet worden, wird das Kind entdecken, „dass man die Summe der beiden Zahlen leicht mit einem Blick erkennt, wenn man die kleinere der beiden Zahlen verdoppelt (was einfach ist) und dann noch 2 addiert (was ebenfalls einfach ist).“ (Gerster 2002a: 371). Um die Aufgaben zu vereinfachen, kann man an den Verdopplungsaufgaben plus 1 ansetzen und den 1. Summanden jetzt nicht um 1, sondern um 2 erhöhen (z. B. 3+3, 3+4, 3+5). An dieser Stelle lässt sich gut das Verständnis der Konstanz der Summe entwickeln, da eine Lösungsstrategie auch darin besteht, die Zwischenzahl zu addieren (Leutenbauer 1998: 162 f.), z. B. die Aufgabe 5+3 zu lösen, indem das Kind 4+4 rechnet. „Eine Summe ändert sich nicht, wenn man den einen Summanden um einen Betrag verkleinert und den anderen Summanden um denselben Betrag vergrößert (gegensinniges Verändern der Glieder der Summe).“ (Gerster 2002a: 371).[121] Zusätzlich mit der Veranschaulichung am Bildschirm kann das Kind durch ein „vergleichendes Rechnen“ die Lösungen finden. Damit können systematisch die Aufgaben aus dem Zahlenraum bis 10 aufgearbeitet werden. Am

[121] Abhängig von den Lernschwierigkeiten und -erfolgen des Kindes bzw. von der Lernausgangslage sollte überlegt werden, ob an dieser Stelle auch das Verständnis in die Konstanz der Differenz thematisiert wird.

Anfang stehen die Additionsaufgaben plus 1 und plus 2, dann folgen die Verdopplungsaufgaben, im Anschluss daran die Verdopplungsaufgaben plus 1 und plus 2. (Vgl. auch Lorenz u. a. 1993: 128)

Da das additive und subtraktive Zerlegen von Zahlen in der Lernsequenz zum Anzahlverständnis erarbeitet worden ist und die mathematischen Operationen ebenfalls beim Kind zu diesem Zeitpunkt klar sind, können im Weiteren aus den additiven Verdopplungsstrategien und den Aufgaben plus 1 und plus 2 auch deren entsprechende Subtraktionen besprochen werden. Anschließend an diese Aufgaben und den dazugehörigen Bildschirmveranschaulichungen werden die Subtraktionen minus 1 und minus 2 (z. B. 5-1, 5-2) behandelt, dann die Subtraktionen mit dem Unterschied 1 und dem Unterschied 2 (z. B. 5-4,5-3). (Gerster 2002a: 381)

Zwischen den einzelnen Aufgabentypen bestehen enge Querverbindungen. Wenn das Kind z. B. die additive Zerlegung von 4+1 verstanden hat, wird es auch die Aufgabe 5-4 verstehen. (Radatz u. a. 1983: 70) Ob das Kind diese Aufgabe mithilfe der Umkehroperation oder durch das Erkennen des Unterschiedes um 1 löst, bleibt dem Kind überlassen. Es soll auch nicht darum gehen, dem Kind für bestimmte Aufgabenstellungen bestimmte Lösungsstrategien nahe zu legen, sondern umgekehrt, dem Kind die vielfältigen Beziehungen zwischen den Zahlen zu verdeutlichen und ihm damit ein sachgerechtes Repertoire zum Lösen von Aufgaben zu geben. Die Flexibilität des Kindes bei der Bearbeitung der Aufgaben ist insbesondere dadurch zu fördern, dass es mehrere adäquate Lösungsstrategien kennt, aus denen es auswählen kann. „Der Eigenkonstruktion und Vielfalt möglicher Lösungswege wird in der unterrichtlichen Realisierung durch Strategie- beziehungsweise Rechenkonferenzen Rechnung getragen, nicht ohne zu betonen, dass Vielfalt nicht Beliebigkeit ist und dass in diesen Konferenzen auch deutlich Vor- und Nachteile bestimmter Strategien zu thematisieren sind.“ (Bönig 2003: 133)

Für die strukturierte Erarbeitung der Operationen im Zahlenraum bis 10 sind mathematisch-logische Vorgaben zu beachten. (Vgl. auch Wehrmann 2003a: 12) Diese der Mathematik immanenten Vorgaben bedeuten aber keineswegs, dass die hier ausgearbeiteten Lerneinheiten nur so und in dieser Abfolge konzipiert sein sollten. Bei der Arbeit mit rechenschwachen Kindern kommt es in erster Linie darauf an, die Förderung ihrem individuellen Lernstand anzupassen und daran anknüpfend eine sinnvolle und strukturierte Aufarbeitung der Lerninhalte einzuleiten. „Rechenschwache Kinder benötigen Probleme und Hinweise, die es ihnen ermöglichen, in die Zone *ihrer* nächsten Entwicklung vorzustoßen.“ (Lorenz 2003a: 100) Dafür sind bestimmte mathematische Vorgaben zu beachten und ein Wechsel zwischen verschiedenen Aufgabentypen muss vom Kind verstanden werden können und sollte nicht als ein „Hin und Her“ auftreten, welches „dann zu Verwirrungen führen [kann], wenn das Verständnis der Ersteren noch nicht genügend abgesichert ist.“ (Gaidoschik 2003a: 78)

Am Ende dieser Lernsequenz zum Operationsverständnis sollten die vorher formulierten Lernziele erreicht sein, d. h. der Lerner ist in der Lage, das Verhältnis der Zahlen in ihren Teile-Ganze-Beziehungen zu benennen, die Rechenzeichen Plus und Minus sachgerecht anzuwenden und den Mengen-Operationszusammenhang sowohl in Ziffernschreibweise umzusetzen und mit Mengenvorstellungen zu verknüpfen sowie richtige Rechengeschichten zu den mathematischen Operationen zu erzählen. Folglich stellen Verdopplungs- und Nachbaraufgaben, analytische Aufgaben, Gleichungen und Lösungen unter der Anwendung der Einsicht in die Konstanz der Summe und der Konstanz der Differenz keine Schwierigkeiten mehr dar, sondern erhöhen die Flexibilität und operative Fähigkeit des Lerners in der Bearbeitung und Lösungssuche von Aufgaben.[122] Dennoch bedarf es auch an dieser Stelle einer Automatisierung der erlernten Lerninhalte. Beispiele dafür zeigen Müller und Wittmann. (Müller u. a. 2000: 75 ff.)

4.3 Stellenwertsystem

Nachdem das Operationsverständnis hinsichtlich der Addition und Subtraktion aufgearbeitet worden ist, wird im Folgenden das Stellenwertsystem[123] behandelt. Dabei wird als erstes das mathematische Lernziel formuliert. Im Anschluss daran werden Diagnosesequenzen vorgestellt, mit denen die jeweilige Lernausgangslage des Kindes bezüglich des Verständnisses des dekadischen Positionssystems ermittelt wird. Anschließend werden die konkreten computerunterstützten Präventions- und Frühfördermodule vorgestellt.

4.3.1 Mathematisches Lernziel

Das Verständnis des dekadischen Positionssystems oder auch Stellenwertsystems beruht auf dem Wissen, dass jeder Ziffer ein Stellenwert zugewiesen wird und dass die jeweils

---

[122] Beim Rechnen mit der 0 haben rechenschwache Kinder Schwierigen. Es muss daher gesondert thematisiert werden. Auch im Zusammenhang mit zweistelligen Zahlen, die Gegenstand der nachfolgenden Ausführungen sind, ergeben sich neue Stolpersteine. Im Rahmen dieser Arbeit soll jedoch auf die gesonderten Schwierigkeiten mit der Zahl und Ziffer 0 weitestgehend verzichtet werden. Einige Ausführungen sind allerdings im Modul zur Multiplikation und Division nachzulesen.

[123] Die Begriffe „Stellenwertsystem“, „dekadisches Positionssystem“ und „Dezimalsystem“ werden hier synonym verwendet.

nachfolgende Bündelung zehn Einheiten der vorhergehenden umfasst. (Wehrmann 2003a: 15)[124]

4.3.2 Diagnosemodule

Die erste diagnostische Einheit sollte überprüfen, ob das Anzahl- und Operationsverständnis wirklich abgesichert ist; denn wenn Zahlen im Zahlenraum bis 10 bzw. bis 9 nicht als Quantitäten begriffen werden, kann die Ausweitung des Zahlenraums wieder individuelle Zählstrategien hervorrufen. (Brühl u. a. 2003: 57) Analog zu den Diagnosemodulen zum Anzahlverständnis sind Aufgabenstellungen aus dem höheren Zahlenraum denkbar. Sind die vorherigen Lerneinheiten jedoch erfolgreich abgeschlossen worden, kann davon ausgegangen werden, dass Probleme mit dem Anzahl- und Operationsverständnis nicht mehr auftreten.

Diagnostiziert werden sollte, ob dem Kind der Unterschied zwischen Zehnern und Einern bekannt ist. Dieses Verständnis des Stellenwertsystems unterstellt das Verstehen und Differenzieren der unterschiedlichen Wertigkeiten der Ziffern, die abhängig von ihrer jeweiligen Stelle sind. (Krüll 1996: 118)[125] Zur Überprüfung der Sicherheit in dem Gebrauch von Zehner und Einer bietet es sich an, dem Kind eine zweistellige Zahl vorzusprechen, die es dann notieren (Zahlendiktat) oder aus einer Menge von Zahlen auswählen soll. (Gaidoschik 2003a: 87) Dabei ist herauszufinden, ob das Kind den Zehner und den Einer richtig benennen und seiner Stelle zuordnen kann. Da bei rechenschwachen Kindern der so genannte Zifferntausch häufig auftritt (Brühl u. a. 2003: 103), könnten dem Kind beim Vorsprechen einer Zahl bewusst irreführende Möglichkeiten vorgegeben werden, um dieses Missverständnis ausschließen bzw. bestätigen zu können. (Vgl. Leutenbauer 1998: 39) Dem Kind wird z. B. die Zahl 63 vorgelesen und es soll zwischen den Möglichkeiten 36 und 63 die richtige Zahl zu dem gesprochenen Zahlwort auswählen.

Das Bestimmen der Wertigkeit der Ziffern einer Zahl könnte in der Form geschehen, dass das Kind der Zahl die Einer- und Zehnerstellen zuordnet, indem es z. B. die Ziffern in eine Zehner-Einertabelle verschieben soll oder die Aufgabenstellung per Eintragung beantworten muss, „Wie viele Zehner und wie viele Einer hat die Zahl?“

[124] „Ein weiteres typisches Kennzeichen der heutigen Zahlschrift ist die reine Zehnerbündelung, daher auch die Bezeichnung dezimales Stellenwertsystem.“ (Padberg 1996: 54)

[125] „Manchen Kindern ist nicht einsichtig, daß 1 einziger Gegenstand (z. B. ein Zehnpfennigstück) den gleichen Wert wie 10 ähnliche Gegenstände (Einpfennigstücke) haben soll. Sie verwenden die Zahl 10 nur dann, wenn sie auch 10 voneinander getrennte Teile wahrnehmen.“ (Krüll 1996: 118)

Rechenschwache Kinder haben oft Schwierigkeiten „bei der Benennung des Vorgängers eines ‚vollen Zehners'" (Brühl u. a. 2003: 99). Deshalb sollte überprüft werden, ob das Kind in der Lage ist, die Nachbarzehner einer Zahl zu bestimmen. Schwierigkeiten, die auf die gleichen Defizite hinsichtlich des Zahlaufbaus im erweiterten Zahlenraum beziehen, zeigen sich auch oft beim Zählen. Deshalb sollte das Kind aufgefordert werden, ab einer gewissen Ausgangszahl weiterzuzählen bzw. zurückzuzählen, wobei darauf geachtet werden sollte, dass der Zählvorgang mindestens eine Zehnerüber- oder Unterschreitung beinhaltet. (Luit u. a. 2001: 21-23) Einfacher ist es für ein Kind, wenn es die Ausgangszahl visuell wahrnehmen und auch die Zahlwortreihe notieren kann, da seine Zählschritte somit permanent visuell überprüfbar bleiben und das Kind sich die Zwischenzahlen nicht merken muss. Diagnostisch aufschlussreicher ist es allerdings, dem Kind diese Hilfen vorzuenthalten und es aufzufordern, ohne visuelle Unterstützung seinem Altersstandard entsprechend zu zählen. An dieser Stelle bietet sich eine personelle Unterstützung an, die mit auftretenden Schwierigkeiten des Kindes angemessen umgehen kann, um eine dem Kind adäquate Diagnose zu erhalten.

Herauszufinden ist, ob dem Kind bekannt ist, dass sich zweistellige Zahlen zerlegen lassen und dass die Zerlegung der Zahl in Zehner und Einer für das Rechnen vorteilhaft ist. (Brühl u. a. 2003: 57 ff.) Kann das Kind die Aufgabe 16-6 ohne Probleme spontan lösen, weiß es, dass die Zahl 16 aus einem Zehner und sechs Einern besteht. Darüber hinaus ist dem Kind bewusst, dass wenn man die sechs Einer wegnimmt der Zehner übrig bleibt. Gelingen dem Kind analoge Aufgaben, wie 23-3, 46-6 nicht auf Anhieb, ist davon auszugehen, dass die oben benannten Gesetzmäßigkeiten unklar sind.

Ob dem Kind die Zehnerzahlen als „etwas Besonderes" (Bündelung von 10 Einern) bekannt sind, lässt sich an Aufgaben, wie 10+5, 30+7 etc. überprüfen. Kann das Kind diese Aufgaben spontan lösen, versteht es die Zehnerzahlen zumindest als eine „Zahl, mit der man gut rechnen kann, da man nur die Einer anhängen muss" (Zitat eines rechenschwachen Kindes). Mit der „Kraft der Zehn" kann das Kind operieren. (Vgl. auch Brühl u. a. 2003: 60 f.)

Für ein adäquates Rechnen im Zahlenraum bis 100 sind Analogieschlüsse von Nutzen. (Gaidoschik 2003a: 89) Ob das Kind in der Lage ist, Analogien zu bereits bekanntem Wissen auf dem Zahlenraum bis 10 zu ziehen, lässt sich z. B. an folgender Aufgabenkette überprüfen: 2+3, 12+3, 22+3, 32+3, 42+3 etc. Auch bezüglich des Zehnerübergangs lassen sich Aufgabenketten bilden, die die Analogie der Rechenschritte verdeutlichen, z. B.: 8+5; 18+5; 28+5. (Vgl. Leutenbauer 1998: 39)

Rechenschwache Kinder verwechseln manchmal die mathematischen Operationen, wenn ihnen die andere Rechenart für die jeweilige Aufgabe einfacher erscheint. (Radatz u. a. 1998: 63) Ob das Kind diese Verwechslung macht, was auf ein Unverständnis der

Bedeutung der Rechenzeichen und damit der dazugehörigen Operationen schließen lässt, sollte kontrolliert werden. Dieses könnte mithilfe von Aufgabenstellungen erfolgen, bei denen die Lösung der Aufgabe durch die umgekehrte Rechenart wesentlich einfacher ist. Obwohl die Einfachheit von Aufgabentypen individuell anders eingeschätzt wird, bieten sich folgende Aufgabentypen an: 26+6 (26-6 wäre vielleicht leichter), 18+4 (18-4 wäre vielleicht einfacher). Diese Verwechslung der Rechenzeichen sollte bei den folgenden Diagnosemodulen stets mitberücksichtigt werden.

Aufgaben ohne Zehnerüber- und Unterschreitungen, z. B. 25+3, 57-5 sollten gestellt werden, um herauszufinden, ob dem Kind bekannt ist, dass sich nur an der Einerstelle etwas verändert. Parallel zu der Aufgabenstellung in symbolischer Schreibweise sollte das Kind aufgefordert werden, die Stelle zu markieren, an der sich was verändert hat.

Im Anschluss daran sollten Additionen und Subtraktionen mit vollen Zehnern erfolgen und das Kind wiederum dazu aufgefordert werden, die Stelle, an der eine Veränderung eintritt, zu markieren. Aufgabenstellungen wären z. B. 25+40 oder 73-20. (Vgl. dazu Brühl u. a. 2003: 102-103)

Dass das Kind den Bündelungsgedanken verstanden hat, d. h. dass 10 Einer zu einem Zehner zusammengefasst werden, ist notwendige Voraussetzung für das Rechnen im Zahlenraum über 10. (Radatz u. a. 1998: 26) Die Einsicht in diese Tauschprozesse muss überprüft werden. Dieses könnte dadurch geschehen, dass dem Kind Unterschreitungsaufgaben gestellt werden mit der Aufforderung, diese zu erklären oder an dem Kind vertrautem Material darzustellen. Dafür bieten sich z. B. die Aufgaben 32-5 oder 45-7 an, weil der Minuend weniger Einer hat als der Subtrahend, d. h. das Kind wird gedanklich dazu aufgefordert, einen Zehner in 10 Einer einzutauschen, um die restlichen Einer zu subtrahieren. Sind dem Kind z. B. die Zehnerstangen und die Einerwürfel aus dem Schulalltag bekannt, könnte ein Computerprogramm mithilfe des dem Kind vertrautem Materials die Aufgabe vorrechnen und das Kind muss selber überprüfen, ob ihm dieses Vorgehen einleuchtet. Wenn auf Material verzichtet werden soll, da nicht gewährleistet ist, dass das Kind mit einem bestimmten Material umgehen kann, können diese Aufgabentypen und die entsprechenden Lösungsschritte dem Kind auch auf der symbolischen Ebene vorgestellt werden: 32-5= 32-2-3=30-3=20+10-3=20+7=27. Ob das Kind die Zerlegung der 5 über den vollen Zehner verstanden hat, sollte eventuell von einer Lehrperson oder anderen Bezugsperson beobachtet werden, da ein Computerprogramm lediglich durch Aufgabenstellungen, deren Bearbeitungszeit und Fehlertypen diagnostizieren, aber die Methode des „lauten Denkens“ (vgl. Radatz u. a. 1983) nicht bieten kann. Deshalb bietet es sich an, diesen diagnostischen Bereich in Kooperation mit therapeutisch ausgebildeten Fachkräften durchzuführen.

Das Bearbeiten von Additionsaufgaben mit zweistelligen 1. Summanden und einstelligen 2. Summanden mit Zehnerüberschreitungen sollte der Diagnose dienen, ob das Kind erst zum nächsten vollen Zehner die fehlenden Einer ergänzt und danach mithilfe der Zerlegung des 2. Summanden die noch verbleibenden Einer zu dem vollem Zehner addieren kann. (Brühl u. a. 2003: 103) Analog zu Subtraktionsaufgaben mit Zehnerunterschreitungen wird dadurch das Verständnis des Bündelungsgedanken überprüft. Diese Überprüfung sollte wiederum von therapeutisch ausgebildeten Fachkräften begleitet werden, da ein Computerprogramm nicht den individuellen Lösungsweg des Kindes exakt herausfinden kann. Zum anderen kann das Kind die Aufgabentypen, z. B. 35+7, auch durch Analogieschlüsse lösen, indem es z. B. das Ergebnis der Aufgabe 5+7 präsent hat und die dazugehörige Zehnerzahl korrekt bestimmen kann. Dieser Lösungsweg ist adäquat und unterstellt eine sachgerechte Vorstellung von Zahlen. (Vgl. Padberg 1996: 84) Auch andere subjektive Ökonomisierungsverfahren für das Lösen von Aufgaben können sachgerecht sein, die dem Kind dann nicht untersagt werden sollten. Löst das Kind z. B. die Aufgabe 35+9, indem es zu der 35 zehn addiert und dann einen Einer abzieht, bedient es sich einer angemessenen Einsicht und sollte nicht falsch diagnostiziert werden. Da die Diagnose aufzeigen soll, wie das Kind mit Aufgabenstellungen umgeht, ist ein vorher festgeschriebener bzw. genau definierter Lösungsweg uneffektiv, da eine sachgerechte Zahlauffassung selber kein ausschließliches Lösungsverfahren vorschreibt. Deshalb ist es nach dem Ermitteln des Lösungsverfahrens des Kindes primär elementar, die Zahlauffassung, die dieser Lösungsstrategie zugrunde liegt, zu bewerten. Um der Gefahr einer Fehldiagnose vorzubeugen, bedarf es dazu personeller Hilfen.

Der nächste Diagnoseschritt besteht darin, Additions- und Subtraktionsaufgaben zweistelliger Zahlen mit Zehnerüber- und Unterschreitungen berechnen zu lassen. „Ein besonderer Höhepunkt der Schwierigkeiten erleben rechenschwache Grundschüler im letzten Drittel des 2. Schuljahres, insbesondere dann, wenn beim Addieren und Subtrahieren gemischter Zehnerzahlen bei den Einern ein Übertrag notwendig ist.“ (Lorenz u. a. 1993: 134) Diagnostisch interessant ist der individuelle Lösungsweg des Probanden, d. h. wie berechnet das Kind die Aufgaben? Für das Lösen der Aufgabe 25+36 gibt es verschiedene Lösungswege, die es zu ermitteln gilt, z. B. 25+36=25+30+6=55+6=60+1=61 oder 25+36=20+30+5+6=50+11=61. Analog dazu lassen sich Subtraktionsaufgaben berechnen: 72-56=72-50-6=22-6=20-4=16. Bei der getrennten Berechnung der Stellenwerte kommt es häufig zu Fehlern, die im ersten Kapital der Arbeit thematisiert worden sind. (Vgl. auch Brühl u. a. 2003: 99) Ein häufig zu beobachtender Fehler besteht in dem Vertauschen von Minuenden und Subtrahenden (z. B. 72-56=70-50-*6-2*=20-4=16) Diesem Fehler liegt das Missverständnis zugrunde, dass vom Subtrahenden die Einerzahl des Minuenden abgezogen wird.[126] In Wirklichkeit ist der Subtrahend Bestandteil des Minuenden und wird von ihm abgezogen. Eine Verwechslung dieser beiden deutet auf ein unzureichendes Verständnis der Operationen und der Einsicht in das Teil-Ganzes-Konzept hin, obwohl mit diesem Verfahren bei Unterschreitungen richtige Ergebnisse erzielt werden. Die subjektive Strategie eines rechenschwachen Kindes lautet: „2-6 geht nicht, also rechne ich 6-2“. Augenfällig wird die gleiche Rechenstrategie bei Aufgaben ohne Unterschreitungen, da dann auch typische Fehler gemacht werden: 56-24=50-20-6-4=30-2=28. Dass die 6 Einer Bestandteil des Minuenden sind, von dem etwas abgezogen wird, bleibt dem Kind verborgen. Für ein diagnostisch sicheres Urteil ist ein Computerprogramm nicht ausreichend, da kein Programm die Denkleistungen des Kindes erfragen bzw. ermitteln kann. Für eine Förderung sind die subjektiven Algorithmen aber entscheidend. Deshalb sollte an dieser Stelle eine personelle Diagnose mit einbezogen werden.

Diagnostisch interessant ist es, ob das Kind den Zahlenraum bis 100 insofern überblicken bzw. strukturieren kann, dass es Ökonomisierungen anwenden kann. Fragen diesbezüglich beziehen sich darauf, ob das Kind den oben angesprochenen 9ner- Trick sachgerecht anwenden, d. h. Aufgaben wie 35+19 lösen kann, indem es zu der 35 zwanzig addiert und dann einen Einer wieder abzieht. Ob das Kind den Zahlenraum sachgerecht erfasst hat, lässt sich ebenso an „offensichtlich“ leichten Aufgaben überprüfen, die eine schrittweise Berechnung nicht erfordern, z. B. an den Aufgaben 99-98 oder 19-18. Erkennt das Kind, dass 99 einen Einer mehr hat als 98, müsste ihm das Ergebnis klar sein. Zur Überprüfung dieser Ökonomisierungsfähigkeit des Kindes ist es hilfreich, das Kind dazu aufzufordern, seine Zwischenergebnisse offen zu legen.

Beim Operationsverständnis waren Umkehr- und Tauschoperationen und analytische Aufgaben Gegenstand der Untersuchung. Das Kind muss auch im Zahlenraum über 10 in der Lage sein, diese Aufgabentypen sachgerecht zu bewältigen. (Radatz u. a. 1998: 56-57) Deshalb sollte diagnostisch ermittelt werden, ob zu einer Additionsaufgabe die entsprechende Umkehraufgabe gebildet werden kann und ob das Kind merkt, dass sich das Ergebnis direkt ablesen lässt, weil es sich um die umgekehrte Operation handelt (z. B. 25+36=61; 61-36=25). Bei analytischen Aufgaben ist es interessant zu ermitteln, wie das Kind die Aufgaben zu lösen versucht. Eine Möglichkeit besteht darin, die Lösung mithilfe der Umkehroperation zu berechnen (z. B. 25+( )=61, Lösungsweg: 61-25=( ), eine weitere Lösung könnte mithilfe des Ergänzungsverfahrens ermittelt werden (z. B. 25+(5)=30, 30+(30)=60, 60+(1)=61, insgesamt sind 5+30+1=36 ergänzt worden). Auch wenn dieses im

[126] „21-19=18: Die Stellenwerte werden einzeln berechnet: 2 Zehner minus 1 Zehner sind 1 Zehner. 1 Einer minus 9 Einer lässt sich nicht zählen, deshalb wird das Kommutativgesetz angewendet: 9 Einer minus 1 Einer sind 8 Einer. Die Lösung lautet 18.“ (Brühl u. a. 2003: 99)

Zahlenraum bis 10 verstanden und abgesichert worden ist, kann es unter Hinzunahmen der Schwierigkeiten bezüglich des Stellenwertsystems neue Probleme geben, die es unter Berücksichtigung der Schwierigkeiten mit dem erweiterten Zahlenraum zu diagnostizieren gilt.

Da es sich um förderdiagnostische Module handelt, d. h. die Ergebnisse der diagnostischen Untersuchung stellen den Ausgangspunkt für die daran anschließende Förderung dar, sollte der Umgang und die Verwendung mit Material untersucht werden. Im Schulalltag dienen Anschauungsmaterialen oft der Strukturierung des Zahlenraums, weil den Kindern darüber häufig Stützen gebaut werden können, auf dessen Grundlage sie den Sachverhalt zumindest anfangs besser verstehen können. (Radatz u. a. 1998: 48 ff.) Dabei ist erstens herauszufinden, welches Material den Kindern bekannt ist und welches ihnen Hilfen bietet bzw. welches Material sie nur sachfremd, z. B. als Abzählhilfe, benutzen können. Zu ermitteln gilt es, ob das Kind nicht nur vertraut ist mit der Hundertertafel, sondern den Aufbau verstanden hat und folglich das Material vorteilhaft nutzen kann. Sinnvolle Diagnoseeinheiten könnten darin bestehen, dass das Kind am Bildschirm eine Hundertertafel vorfindet, die unvollständig ausgefüllt ist, so dass die fehlenden Zahlen vom Kind ergänzt werden müssen. Dabei ist es interessant, wie das Kind die fehlenden Zahlen ermittelt. Fehlt z. B. eine volle Zehnerzahl, ist zu diagnostizieren, ob das Kind die zu suchende Zahl spontan in der letzten Spalte vermutet, denn dann hat das Kind verstanden, dass in jeder Reihe jeweils 10 Einer sind und sich jede Reihe zu einem Zehner zusammenfassen lässt. Zu überprüfen gilt es auch, ob das Kind weiß, dass die Einer der untereinander liegenden Reihen identisch sind. Ist z. B. die Zahl 45 gesucht, lässt sich diese Zahl einfach ermitteln, wenn die Zahlen 35 und 55 angeben sind, da sich die untereinander liegenden Zahlen wiederum jeweils um 10 unterscheiden. „Sie [die Kinder] wissen, dass die Zahlen dort in einer Reihenfolge stehen, es ist aber selbst nach langem Gebrauch keineswegs gesichert, dass sich jeweils zehn Zahlen in einer Reihe befinden, dass die einer in einer Spalte identisch sind etc.“ (Lorenz 2003a: 32) Ein Computerprogramm kann falsche Eintragungen des Kindes festhalten, aber nur schwer herausbekommen, wie das Kind zu seinen Lösungen gelangt ist. Richtige Lösungen können auch Resultat von Unverständnis dieser oben beschriebenen Grundeinsichten sein, wenn das Kind einfach zählend vorgeht mit der Zusatzregel „wenn ich hinten angekommen bin, muss ich in der nächsten Reihe vorne wieder anfangen zu zählen.“ Deshalb wäre an dieser Stelle wieder eine personelle Unterstützung von Vorteil. Ein anderes vielen Kinder aus dem Schulalltag bekanntem Material ist der Zahlenstrahl. Die Probleme, die das Material hervorbringen kann, sind an anderer Stelle bereits thematisiert worden. (S. Kapitel 2.3.3) Sie bestehen oft darin, dass die Kinder den Zahlenstrahl als Abzählhilfe nutzen. „Häufig verwenden die Schülerinnen und Schüler dieses Mittel (wie die anderen Mittel übrigens auch) lediglich als Fingerersatz, sie zählen an dem Material vorwärts oder rückwärts.“ (Lorenz 2003a: 30) Diese Missverständnisse sollten jedoch weder dem Material noch den Kindern vorgeworfen werden, sondern es sollte sich darum bemüht werden, eine sachgerechte Einführung und Besprechung des Anschauungsmaterials mit den Kindern einzuleiten, damit diese das Material als adäquate Hilfestellungen nutzen können. Diagnostische Einheiten könnten darin bestehen, dass das Kind Zahlen am Zahlenstrahl ergänzen muss. Schwierigkeiten ergeben sich häufig darin, dass die Kinder den Abstand, und damit die Einheiten, falsch bestimmen. Die Einheit des Abstands zwischen zwei Strichen auf dem Zahlenstrahl muss ermittelt werden anhand der Zahlenangaben auf dem gleichen Zahlenstrahl. Deshalb bietet es sich an, mehrere Zahlstrahle zu haben, bei denen der Abstand zwischen zwei Strichen jeweils unterschiedliche Einheiten repräsentiert, z. B. einmal einen Einerabstand, einmal einen Zehnerabstand. Ermittelt das Kind die fehlenden Zahlenangaben richtig, kann davon ausgegangen werden, dass ihm der Umgang mit dem Material keine Schwierigkeiten bereitet. Oft verwendetes Material sind Zehnerstangen und Einerwürfel. Ist dem Kind dieses Material vertraut, sollten die oben beschriebenen Diagnosemodule bereits mit dem Material operieren und es sollte überprüft werden, ob der Einsatz des Materials dem Kind sachgerechte Hilfestellungen bietet. „Allerdings kommt es bei diesem Material durch ausbleibende Bündelung oder Entbündelung zu typischen Fehlern, die bei anderen Veranschaulichungsmitteln nicht beobachtet werden.“ (Lorenz 2003a: 29) Diagnostiziert werden muss, wie das Kind das Material verwendet. Dazu bedarf es eventuell wiederum die diagnostische Unterstützung von therapeutischen Bezugspersonen. Ähnlich wie der Einsatz des Materials kontrolliert werden muss, um in den darauf folgenden Präventions- und Fördermodulen daran anknüpfen und eventuelle Missverständnisse ausräumen zu können, dient das Aufschreiben bzw. Festhalten von Zwischenschritten während der Berechnung von Aufgabenstellung der Analyse der Lernausgangslage des jeweiligen Kindes.

4.3.3 Präventions- und Frühfördermodule

„Ein solides Grundlagenwissen über den dekadischen Aufbau unseres Zahlsystems ist unabdingbar, um Kindern die durchgängig geltenden Prinzipien des Zahlsystemaufbaus zu verdeutlichen, ihnen sinnvolle Aktivitäten dazu anzubieten und ggf. durch angemessene Übungen helfen zu können.“ (Krauthausen u. a. 2003: 14) Voraussetzung für ein solches Grundlagenwissen, sachgerechtes Verständnis des Stellenwertsystems und von adäquaten Lösungsverfahren beim Rechnen im Zahlenraum bis 100 ist der erfolgreiche Abschluss der vorangegangen Präventions- und Fördermodule. Das Kind muss verstanden haben, „dass

Zahlen Gesamtheiten von Einern sind, die auf verschiedene Weise in andere Gesamtheiten = Zahlen ‚zerlegt' werden können." (Gaidoschik 2001: 2) und auf Grundlage dieses Verständnisses die Zerlegung einer Zahl im Zahlenraums bis 10 automatisiert haben, was die Ergänzungen bis zur 10 mit einschließt. (Brühl u. a. 2003: 57; Gaidoschik 2001: 2)[127] Daran anschließend müssen die Schwierigkeiten hinsichtlich des Stellenwertsystems in kleinen Schritten und vor allen an den individuellen Lernvoraussetzungen des jeweiligen Kindes anknüpfend aufgearbeitet werden. „Der Zehner ist die unterste Ordnungseinheit des dekadischen Systems, er muss gut erfasst werden." (Buchner 2002: 167) Als erstes ist es sinnvoll, den Unterschied zwischen einer Ziffer und einer Zahl zu verdeutlichen, um dann das Prinzip des Stellenwertsystems zu erarbeiten. Daran anschließend wird die Entstehung von Zahlwörtern erklärt. Auf dieser Grundlage werden als nächstes Hilfen für das Rechnen mit vollen Zehnern und Rechenvorteile unter Ausnutzung von Analogien aufgezeigt. Wie der Materialeinsatz hinsichtlich der Verwendung von Zehnern und Einern in ausgewählten Lernprogrammen auftaucht, ist Gegenstand des nächstens Unterpunktes. Nachdem die Prinzipien des Stellenwertsystems besprochen worden sind, werden konkrete Aufbausequenzen bezüglich der Tauschprozesse und der Ermittlung von Vorgänger und Nachfolger vorgestellt, um damit die abschließende Voraussetzung für das Rechnen im Zahlenraum bis 100 zu schaffen. Somit werden im nächsten Schritt Hilfestellungen für den Zehnerübergang gegeben und im Abschluss werden Additions- und Subtraktionsaufgaben mit zwei zweistelligen Zahlen aufgezeigt.

Unterschied zwischen einer Ziffer und einer Zahl

Kinder, bei denen das Anzahlverständnis lückenhaft war, so dass diese Probleme aufgearbeitet werden mussten, damit sie Zahlen nicht mehr als Positionen, Rangplätze oder lineare Bestandteile der Zahlwortreihe begreifen, kann der Unterschied zwischen einer Ziffer und einer Zahl zumindest vor dem Bearbeiten der vorangegangenen Module nicht klar gewesen sein. Ist ein sicherer Umgang mit Zahlen im Zahlenraum bis 10 vorausgesetzt, kann es zu erneuten Schwierigkeiten mit zweistelligen Zahlen kommen, da bei zweistelligen Zahlen wegen dem doppelten Auftreten der Ziffern die sachgerechte Unterscheidung zwischen einer Zahl und einer Ziffer unabdingbar ist. (Radatz u. a. 1998: 23) Im dekadischen Positionssystem bestimmen die Stellen der Ziffern ihre jeweilige Wertigkeit; so setzen sich die Zahlen 13 und 31 aus den gleichen beiden Ziffern zusammen, drücken aber unterschiedliche Wertigkeiten aus, da die Ziffer 1 bei der ersten

[127] „Möglichst viele Grundaufgaben automatisiert zu haben, ist Voraussetzung für die Bewältigung komplexerer Aufgaben." (Krüll 1996: 104)

Zahl ein Zehner ist und bei der zweiten Zahl ein Einer, umgekehrt bei der Ziffer 3. Diesen Unterschied gilt es im Folgenden aufgrund der häufig zu beobachteten Schwierigkeiten herauszustellen.[128]

Bei Kindern mit großen Schwierigkeiten ist es häufig eine gute Hilfestellung, an ihnen bekannten Situationen bzw. Erfahrungen anzuknüpfen und aus bereits bekannten und gewussten richtige Analogieschlüsse zu ziehen. (Vgl. auch die von Radatz und Schipper vorgestellten ganzheitlichen Zugänge: Radatz u. a. 1998: 19 ff.) Deshalb bietet es sich an dieser Stelle an, eine Parallelität zur deutschen Sprache bzw. zur Wortbildung aufzuzeigen. Dafür soll das Kind erst einmal überlegen, wie viele Buchstaben es in der deutschen Sprache bzw. im Alphabet gibt. Mit Hilfe eines Computerprogramms sollen alle Buchstaben auf dem Bildschirm erscheinen. Falls das Kind Schwierigkeiten hat, die Buchstaben zu ermitteln, sollte das Computerprogramm entsprechend intervenieren. Sind nun alle Buchstaben gesammelt, z. B in einem großen Kasten oder in einer Kiste oder einem Kreis, wird das Kind dazu aufgefordert, aus diesen Buchstaben Wörter zu bilden. Falls dem Kind Spiele ähnlicher Art nicht bekannt sind, kann das Lernprogramm ihm einige Hilfen dabei geben und z. B. den Namen des Kindes zusammensetzen. Wichtig dabei ist, dass die Buchstaben so oft wie nötig verwendet werden können, d. h. unbegrenzt vorliegen, z. B. indem sie automatisch nach der Verwendung wieder ersetzt werden. Das Lernprogramm sollte sicherstellen, dass auch Wörter von ihm oder dem Kind gebildet werden, bei denen einzelne Buchstaben doppelt oder mehrfach auftreten. Wie intensiv die Hilfen des Programms ausfallen, soll abhängig sein von den Voraussetzungen hinsichtlich der Wortbildungsfähikeit des Kindes, d. h. inwieweit es eigenständig in der Lage ist, mit den Aufgabenstellungen zu Recht zu kommen. Wie lange dieses „Spiel“, diese „Lernsequenz“ andauert, sollte ebenfalls dem Kind überlassen werden. Im Anschluss an die Wortbildungsphase soll das Kind folgendes erfasst haben: Das Alphabet besteht aus 26 Buchstaben, aus denen sich Wörter zusammensetzen lassen, wobei die einzelnen Buchstaben mehrmals auftreten können. Dieses sollte exemplarisch an einigen Wörtern gezeigt werden. Der Name Anna enthält z. B. mit insgesamt vier nur zwei verschiedene Buchstaben, nämlich A und N. Ähnliche Schlüsse soll das Kind aus anderen Wörtern ziehen. Falls das Kind Spaß an der Übung bzw. dem Spiel hat, kann auch entschieden werden, diese Sequenz auszubauen, indem z. B. ganz Sätze gebildet werden können

[128] „Eine herausragende Rolle spielen im 2. Schuljahr die Bündelungsidee und die Stellenwertschreibweise der Zahlen, die Zusammensetzung von Zahlen aus Zehnern und Einern und die Möglichkeit, zweistellige Zahlen in Zehner und Einer zu zerlegen, um auf diese Weise z. B. Rechenoperationen leichter durchführen zu können.“ (Radatz u. a. 1998: 17)

inklusive Satzzeichen. Eine dem „Scrabble-Spiel“ abgeleitet Einheit könnte bei Interesse des Kindes anschließen.

Dem Wortbildungsprozess folgend soll geklärt werden, dass in der Mathematik analog zu den Buchstaben und den Wörtern, aus Ziffern Zahlen gebildet werden. Zur Erklärung dessen soll nun im Folgenden im gleichen Kästchen, in dem sich vorher die Buchstaben befanden, die Ziffern gelegt werden. Das Kind muss als erstes lernen, dass es im Dezimalsystem zehn Ziffern gibt (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9).[129] Schwierigkeiten ergeben sich häufig mit der Ziffer 0, da sie von vielen Kindern weder als Ziffer noch als Zahl wahrgenommen wird. Inwieweit und in welcher Form ein Lernprogramm Hilfestellungen mit dem Ermitteln der 10 Ziffern leistet, hängt wiederum von dem Vorwissen und der Auffassungsgabe des Kindes ab. Sind die 10 Ziffern ermittelt, geht es anschließend darum, aus den Ziffern Zahlen zu bilden. Auch wenn das Kind in der Schule nur mit zweistelligen Zahlen operieren muss, ist noch jedem Kind das Vorhandensein von größeren Zahlen bekannt. Möchte ein Kind große Zahlen bilden, sollte ihm dieses nicht untersagt werden, weil sie die altersgemäßen Anforderungen überschreiten. Währenddessen sollten dem Kind Hilfen beim Lesen der von ihm gebildeten Zahlen gegeben werden. Die Analogien zu den Wörtern sollten jedoch im Zahlenraum bis 100 erfolgen. Dazu kann ein Zahlenpaar herausgenommen werden, bei dem die gleiche Ziffer auftaucht, aber eine andere Bedeutung hat, da sie an einer anderen Stelle steht. Z. B. die Ziffer 3 in 13 bedeutet etwas anderes als in 31. Zahlen mit zwei gleichen Ziffern, z. B. 33 sollten ebenfalls auftauchen, mit dem Hinweis, dass die Zahl 33 eine andere Zahl darstellt als die Zahl 3 oder 2*3.

Hat das Kind das Prinzip verstanden, d. h. dass es einen Unterschied zwischen der Zahl und der Ziffer gibt, können daran anschließende Übungssequenzen folgen. Selbstverständlich sind die Wertigkeiten selber an dieser Stelle der Prävention und Intervention och nicht thematisiert worden. Hier geht es lediglich um den Hinweis, dass Zahlen sich aus Ziffern zusammensetzen lassen und dass es ein Unterschied ist, an welcher Stelle die einzelnen Ziffern stehen. Der Inhalt dieses Unterschiedes muss selbstverständlich daran anschließend noch erarbeitet werden.

Eine spielerische Lerneinheit könnte darin bestehen, dass dem Kind Buchstaben vorgeben werden, aus denen es Wörter bilden soll und Ziffern vorgegeben werden, aus

---

[129] „Die Leistungen der Schulanfänger sind beim Ziffern*lesen* erwartungsgemäß *höher* als beim (schwereren) Ziffern*schreiben*. So benennen die Schüler im Durchschnitt 9 Ziffern richtig, mehr als *Dreiviertel* können sogar *alle 10 Ziffern* richtig lesen.“ (Padberg 1996: 12-13) Die Schwierigkeiten beim Ziffernschreiben können bei Schulanfängern mithilfe des Computers dadurch vorerst überwunden werden, dass das Kind die entsprechenden Ziffern, die es in der Regel lesen kann, auf der Tastatur drücken muss und sie nicht handschriftlich schreiben muss.

denen es Zahlen bilden soll. Z. B. lassen sich aus den Buchstaben r/o/t die Worte rot, Tor und Ort bilden und aus den Ziffern 2/3/5 die Zahlen 235, 325 und 532.[130]

Zur Systematik des Stellenwertsystems

Im nächsten Schritt muss es darum gehen, die Systematik des Stellenwertsystems zu erarbeiten.[131] Anknüpfend an der Unterscheidung von Ziffer und Zahl soll im Folgenden erarbeitet werden, dass die Wertigkeit der Ziffer davon abhängt, an welcher Stelle sie steht, d. h. die Stelle der Ziffer bestimmt ihre Wertigkeit. „Die Position oder die Stelle (daher der Name Positions- oder Stellenwertsystem) einer Ziffer innerhalb einer Zahl gibt Aufschluss über den Wert dieser Ziffer:“ (Krauthausen u. a. 2003: 16) Anfangs geht es darum, dem Kind nahe zu legen, dass 10 Einer zu einem Zehner zusammengefasst bzw. gebündelt werden und dass mit dieser Bündelung von 10 Einern eine neue Stelle im Stellenwertsystem erreicht wird. „‚Bündeln‘ bedeutet, die Elemente einer vorgegebenen Menge (z. B. eine große Anzahl Tischtennisbälle) zu gleich großen (‚gleichmächtigen‘) Gruppierungen zusammenzufassen. [...] Im Zehnersystem gehören *immer 10* Tischtennisbälle in eine ‚Packung‘, [...]“ (Krauthausen u. a. 2003: 15)[132]

Spielerisch könnte das Prinzip des Stellenwertsystems dadurch erarbeitet werden, dass das Computerprogramm sich ein Pferderennen oder ein Autorennen vorstellt (je nach Interessenlage des Kindes). Auf dem Bildschirm sieht man eine Rennbahn und ein Pferd, welches möglichst viele Runden zurücklegen muss. Das Kind wird dazu aufgefordert, die zurückgelegten Runden des Pferdes zu ermitteln. Damit das Festhalten der gerittenen Runden dem Kind einfacher fällt, werden ihm dafür Materialien angeboten. Das Kind bekommt 10 rote und 3 blaue Plättchen, die es in einer Tabelle ablegen kann und an den

---

[130] Das spielerische Hantieren mit dreistelligen Zahlen sollte nur bei relativ leistungsstarken Kindern erfolgen. Das Spiel selber lässt sich genauso gut mit zweistelligen Zahlen spielen.

[131] Hier geht es explizit um das dekadische System. „Es gab in der Geschichte und gibt auch heute noch Anwendungen solcher nicht- dekadischer Stellenwertsysteme (vgl. Ifrah 1991; Menninger 1990).“ (Krauthausen u. a. 2003: 17)

[132] Radatz und Schipper schlagen zur Erarbeitung der Grundidee der Bündelung des Stellenwertsystems und der Stellenwertschreibweise von Zahlen vor, „zunächst auch andere Bündelungsregeln (Basen) als 10 zuzulassen. Die von den Kindern selbst gewählten Bündelungsverfahren werden im Unterricht thematisiert. Auf die Weise kann auf der Grundlage der verschiedenen Bündelungsverfahren der Kinder die allgemeine Idee des Bündelns und der Stellenwertschreibweise erarbeitet werden, um dann deutlich werden zu lassen, dass es für die Schreibweise der Zahlen in unserem (dezimalen) System von Vorteil ist, die Gegenstände nach der Zehner-Regel zu bündeln, weil das Ergebnis des Bündelungsvorgangs direkt in die Stellenwertschreibweise unserer Zahlen übersetzt werden kann.“ (Radatz u. a. 1998: 26) Obwohl nichts Wesentliches gegen diese Einführung spricht, außer dass für einen Zweitklässler die Erklärung sehr schwer werden wird, wird auf die Thematisierung anderer Bündelungen aufgrund der nicht ersichtlichen Vorteile verzichtet.

von ihm gelegten Plättchen die zurückgelegten Runden ermitteln kann. Wichtig dabei ist, dass die Tabelle aus zwei Spalten mit genau zehn Zeilen besteht. Dabei sollte versucht werden, dass das Kind seine Aufgabenstellung bzw. seine Unterstützung bei dem spielerischen Erarbeiten des Zehnersystems möglichst eigenständig entwickelt, d. h. so wenige Hilfestellungen wie nötig sollten dem Kind gegeben werden. Auf der anderen Seite muss darauf geachtet werden, dass das Kind an der Aufgabenstellung nicht verzweifelt, d. h. die Hilfestellungen, die es benötigt, sollten auch vorsehen sein. Ein sensibler Umgang mit dem Kind, der die Auffassungsgabe des Kindes diagnostiziert und entsprechend reagiert, ist Voraussetzung für die Motivation und den Lernfortschritt des Kindes, denn „Misserfolgserlebnisse führen zu einer zunehmenden Angst vor Fehlern.“ (Radatz u. a. 1998: 19) Der motivationale Aspekt kann durch gelungene Computeranimationen noch gesteigert werden, indem z. B. eine gute Moderation, Zuschauer etc. in die Lerneinheit integriert werden oder das Kind sich das Pferd und seine typischen Geräusche oder die von ihm zu spielende Figur selber aussuchen kann.

Der Spielverlauf sieht so aus, dass das Kind die zurückgelegten Runden seines Pferdes mithilfe der farblichen Plättchen in einer Tabelle festhält. Wählt das Kind für eine Runde ein rotes Plättchen, wird es z. B. nach der dritten Runde gefragt, wie viele Runden das Pferd bereits geritten ist. Das Kind kann die Antwort leicht über einen Blick auf die Tabelle ermitteln. Danach läuft das Pferd weiter. Ein Zuschauer, das Programm o. ä. fragt erneut nach der siebten oder achten Runde. Das Pferd läuft weiter, nach der neunten Runde die zehnte Runde. Nach der zehnten Runde hat das Kind alle roten Plättchen aufgebraucht. Wichtig ist, dass hier das Lernprogramm erst mal nicht stoppt, sondern „beobachtet“, wie das Kind reagiert, wenn die elfte Runde durchlaufen ist. Das Problem, mit dem das Kind konfrontiert ist, besteht darin, dass es seine zehn roten Plättchen bereits gelegt hat und nur noch drei blaue Plättchen zur Verfügung hat. Da vorher klar ist, dass das Pferd mehr als drei weitere Runden laufen wird, werden die drei blauen Plättchen auch nicht ausreichen, wenn auch jedes blaue Plättchen eine weitere Runde repräsentieren soll. Dabei muss vorher klargestellt worden sein, dass das Kind nur diese Hilfen zur Verfügung hat und nicht auf weiteres Material zurückgreifen kann. Deshalb muss das Kind überlegen, wie es sachgerecht mit dem Problem umgeht. Die Lösung besteht darin, dass es sich anhand eines blauen Plättchens merkt, dass das Pferd bereits 10 Runden (= eine volle Spalte) gelaufen ist. Es ersetzt die 10 roten Plättchen durch ein blaues Plättchen, die dasselbe repräsentieren. Die elfte Runde kann jetzt wieder durch das Legen eines roten Plättchens, welches aus dem Tauschprozess 10 rote gegen 1 blaues Plättchen freigeworden ist, festgehalten werden. Hat das Kind diesen Tauschprozess nur mithilfe des Computers bewerkstelligen können, ist es erneut genau zu beobachten, wie das Kind nach der 20 bzw. 21 Runde reagiert. Wenn es den Prozess verstanden hat, tauscht es automatisch 10 rote

Plättchen gegen 1 blaues Plättchen, sobald die Spalte voll ist bzw. die roten Plättchen aufgebraucht sind. Inwieweit und welche Hilfen dem Kind angeboten werden, muss das Computerprogramm durch die Diagnose ermitteln und darauf entsprechend reagieren. Eine Variante zur genaueren Absicherung des Erarbeiteten könnte darin bestehen, dass Pferd rückwärts laufen zu lassen. Da kommt es darauf an, dass das Kind die Zehn, die durch ein blaues Plättchen repräsentiert wird, wieder zerlegt, also gegen 10 rote Plättchen eintauscht, so dass beim Rückwärtslaufen wieder einzelne rote Plättchen weggenommen werden können.[133] Sobald das Kind automatisch nach jeweils 10 Runden alle roten Plättchen durch ein blaues Plättchen ersetzt, muss dazu übergegangen werden, den Zusammenhang zu benennen und auf der symbolischen Schreibweise in einer Gleichungsform festzuhalten. „Je intensiver auf dieser naiven Stufe gehandelt, gedacht und symbolisiert wird, desto leichter fällt Kindern anschließend der Übergang zu Symbolisierung durch Gleichungen." (Buchner 2003: 163) Dabei können z. B. 10 rote Plättchen und ein blaues Plättchen auf dem Bildschirm erscheinen und das Kind wird dazu aufgefordert, ein Vergleichszeichen, welches es aus vorhergehenden Sequenzen kennt, zwischen den beiden Mengen einzusetzen. Zur Überprüfung sollten mehrere gleichungsähnliche Darstellungen in Mengendarstellungen, in Form von Plättchendarstellungen, dem Kind vorgegeben werden mit der Aufforderung, das richtige Vergleichszeichen einzusetzen. Anschließend kann auf die Mengendarstellung verzichtet werden und das Kind muss die Gleichungsaufgaben rein auf der symbolischen Ebene lösen.

Ergeben sich bei den Aufgabenstellungen, die bislang auf den Gegenstand des Pferderennens beschränkt sind, keine Probleme mehr und das Kind kann die Tauschprozesse eigenständig und sicher durchführen, muss daran anschließend die Analogie zum Stellenwertsystem erarbeitet werden. Dabei kommt es darauf an, dass das Kind das Prinzip der Bündelung, d. h. 10 rote Plättchen haben den gleichen „Wert" wie ein blaues Plättchen, überträgt auf Zehner und Einer. Sinnvoll ist es, dass das Lernprogramm diese Analogie selber vorgibt, indem es den Sachverhalt an dem neuen Gegenstand der Zehner und Einer veranschaulicht. Folgende Ausführungen wären denkbar: „Dass was wir gerade bei dem Zählen der Runden mit den blauen und roten Plättchen gemacht haben, machen wir beim Rechnen mit Einer und Zehner. Dabei sind die roten Plättchen die Einer und die blauen Plättchen die Zehner. Immer wenn du zehn Einer hast, bekommst du dafür einen Zehner, genau wie beim Pferderennen!" Neben dieser sprachlichen Erklärung sollten

---

[133] Die Schwierigkeit bei dieser Variante, das Pferd Rückwärtslaufen zu lassen, besteht darin, dass sie der Vorstellung des Kindes widersprechen könnte, weil das Kind es zu Recht absurd finden könnte, dass ein Pferd rückwärts läuft. Auf der anderen Seite lässt sich bei vielen Kindern gerade im Hinblick auf realitätsferne Aspekte eine enorme Phantasie beobachten.

Veranschaulichungen gegeben werden. Die Auswahl des Materials sollte dem Kind angemessen sein. Kennt es z. B. aus der Schule bestimmtes Material, welches sich gut als Veranschaulichungshilfe eignet, sollte auf dieses Material zurückgegriffen werden anstatt neues Material einzuführen. Eine zu große Vielfalt an Material führt bei Kindern oft zu noch mehr Verwirrungen anstatt ihnen Hilfen zu bieten. (Gaidoschik 2003a: 73-74) Maßstabsgerechte Einer-Würfel oder –Plättchen und Zehnerstangen eignen sich ansonsten sehr gut. Gut geeignetes Material sind u. a. Dienes, Montessorie, Legemax, wodurch durch die Bildschirmveranschaulichung gut angeknüpft werden könnte. Eine zusätzliche Veranschaulichungshilfe ist die Tabelle mit den zwei Spalten und den zehn Zeilen aus dem Spiel, da damit über die Verwendung der gleichen Materialien weitere Hilfen für die Analogiebildung gegeben werden. Anschließend werden zehn Einer in der Tabelle dargestellt und das Kind muss erkennen, dass es diese zehn Einer gegen einen Zehner eintauschen soll. Gelingen weitere Aufgabenstellung mit unterstützenden Mengendarstellungen, sollte das allgemeine Prinzip auf der symbolischen Ebene in Gleichungsform eingeübt werden. Das Kind wird dabei dazu aufgefordert, Vergleichszeichen zu setzen, diesmal aber nicht zwischen roten und blauen Plättchen, sondern zwischen Zehnern und Einern. Das Kind muss zum einen verstanden haben, dass 10 Einer und 1 Zehner den gleichen Wert haben und sich deshalb austauschen lassen und zum anderen, dass man in der Mathematik immer nur dann tauschen darf, wenn es gleich viele sind, d. h. der Wert identisch ist.[134] (Radatz u. a. 1998: 26-27)

Der Wissenstand, der mit der Aufarbeitung des Anzahl- und Operationsverständnisses und des vorher beschriebenen Prinzips des Stellenwertsystems erreicht worden ist, ermöglicht es, Aufgaben aus dem Zahlenraum über 10 zu lösen. Weil es gerade bei schwächeren Kindern notwendig ist, in kleinen Schritten vorzugehen, um eine Überforderung des Kindes zu vermeiden und Erfolge im Elementarbereich zur Stabilisierung des Selbstbildes zu erreichen, soll im Folgenden erarbeitet werden, wie ein voller Zehner beim Rechnen erreicht wird. „Erst wenn Zahlenmengen gut vorgestellt und gegliedert werden können, sind die Voraussetzungen für das Auffüllen von Zehnern geschaffen." (Buchner 2003: 161) Der Lehrplan für den Mathematikunterricht gibt üblicherweise vor, dass der Zahlenraum schrittweise erweitert wird, erst auf 20 und so weiter. (Krauthausen u. a. 2003: 7) Das Bearbeiten von Aufgaben im Zahlenraum bis 20 birgt die Gefahr, dass die Kinder in alte Rechenstrategien des zählenden Rechnens zurückfallen, weil in diesem Zahlenraum ihre falschen subjektiven Algorithmen oft

[134] Bei guten Kindern kann auch versucht werden, dieses Prinzip auf den Hunderter zu erweitern. Dabei geht es in dem Alter dann darum, dass das Kind eben das Prinzip des Zehnersystems erkennt und nicht unmittelbar darum, die Hunderterstelle korrekt zu benennen.

ausreichen, um Lösungen in einem angemessenen Zeitrahmen zu erzielen, da die Zählwege überschaubar bleiben und die Zahlwortreihe sich relativ gut lernen lässt. „Das Aufsagen der Zahlenreihe selbst ist bis 20 auch ohne eine Einsicht in den Aufbau zweistelliger Zahlen erlernbar.“ (Gaidoschik 2003a: 85) Zum anderen birgt die Erarbeitung des Zahlenraums bis 100 in Zehnerschritten, wie es durch die Lehrpläne vorgegeben wird, die Gefahr, dass die vollen Zehner ohne ein quantitatives Mengenbewusstsein analog zur bekannten Zählreihe aus dem Zahlenraum bis 10 gezählt werden, so dass jede Einsicht in den Zahlenaufbau fehlt. (Gaidoschik 2003a: 85) Vom mathematischen Gesichtspunkt aus betrachtet, ist die 10 nicht einfacher zu verstehen als die 20 oder 80 und das Rechnen mit diesen, vorausgesetzt das Prinzip des Stellenwertsystems ist verstanden, ist nicht schwieriger oder leichter. Weil es auf das Prinzip ankommt, also die Bündelung von jeweils 10 Einern einen Zehner ergibt, kann es lernpsychologisch betrachtet sogar leichter nachzuvollziehen sein, wenn neben der Bündelung der 10 auch Bündelungen der 20, 30 etc. besprochen und erarbeitet werden.

Aus den beschriebenen Gründen erscheint es sinnvoll, als erste Übung die Ergänzungen zum vollen Zehner zu besprechen und dann anschließend den Tauschprozess durchführen zu lassen. „Dieses Auffüllen wiederum und das Begreifen der Besonderheit von Zehnerbündeln ist die Voraussetzung schlechthin, um auf der Ebene von Denken und nicht von bloßem Anzählen in die Auseinandersetzung mit dem Dezimalsystem einzusteigen.“ (Buchner 2003: 161) Anknüpfend an das Material in der Tabelle sollten die Einerstellen bis zum nächsten Zehner aufgefüllt werden.

Anschließend werden die 10 Einer getauscht gegen einen Zehner (=30), d. h. 2Z+10E=3Z. „Ein Zehner muss dabei von den Kindern als Zusammenfassung von zehn einzelnen Objekten verstanden werden, also als eine neue Einheit, mit der im Folgenden wie mit einzelnen Objekten operiert wird.“ (Radatz u. a. 1998: 26) Im nächsten Schritt lässt sich erarbeiten, dass nach dem oben beschriebenen Tauschprozess kein Einer mehr vorhanden ist. Das Kind muss verstehen, dass zweistellige Zahlen mit 0 Einern volle Zehner sind und dass die 0 sich auf die aufgefüllte Zehnerstelle bezieht. Damit ist auch besprochen, dass die 0 an der Einerstelle nicht überflüssig ist, sondern den Stellenwert festhält. Die entsprechende Regel, die dem Kind klar werden muss, heißt: „Auf jeder Stelle darf nur eine Ziffer stehen, muss es aber auch!“

Computerunterstützt kann dieses Prinzip auf vielfältige Weise dargestellt werden. Anfangs ist es immer sinnvoll, mit einer deutlichen Zehnerstruktur, wie sie in der Tabelle vorzufinden ist, zu arbeiten. Dabei kann es sich um das klassische Zehnerfelder handeln, aber auch um Eierkartons, in denen bekanntlich 10 Eier Platz finden etc. (Vgl. dazu Radatz u. a. 1998: 27) Selbstverständlich ist es nicht schlecht, eigene Zehnerstrukturen zu erfinden und diese dem Kind nahe zu legen.

In dem Abenteuer mit Alfons („Alfons Abenteuer“ 2002) sind z. B. Schubkarren zu sehen, auf denen jeweils 10 Elemente Platz finden. Hat das Kind dieses einmal erfasst, lässt sich mithilfe dieser Zehneranschauung das oben Beschriebene erarbeiten. Wichtig aber bei der Auswahl der Veranschaulichung ist es, darauf zu achten, dass das Kind diese Art der Veranschaulichung versteht und entsprechend nutzen kann. Dabei ist elementar, dass die Veranschaulichung selber die Erklärung nicht ersetzen kann, sondern zusätzlich von dem Lernprogramm bzw. einer begleitenden Lehrperson eingeführt werden muss. Sobald das Kind diese Hilfen als Unterstützungen begreift und darauf zurückgreifen kann, eignet sich jedes Material für das weitere Verständnis.

Entstehung von Zahlwörtern

Nachdem erarbeitet worden ist, was Zehner und Einer sind, muss erläutert werden, wie die daraus entstehenden Zahlen gebildet werden, um das Sprechen, Lesen und Schreiben der Zahlen zu vereinfachen. „Das Aufschreiben von Zahlen als Wort erfolgt weniger unter rechtschriftlichen Gesichtspunkten, sondern hat den Sinn, den Schülern gerade den Unterschied zwischen Sprech- und Schreibweise zwei- und mehrstelliger Zahlen deutlich zu machen.“ (Leutenbauer 1998: 64) Kinder mit Rechenschwierigkeiten haben oft gravierende Probleme mit dem Notieren von Zahlen, was sich z. B. im Zifferntausch bemerkbar macht. (Brühl u. a. 2003: 103) Diese Auffälligkeiten sind entgegen einiger Annahmen nicht auf eine Rechts- Links- Problematik oder auf Defizite mit dem Sprachgebrauch zurückzuführen, sondern in der Regel Resultat eines Unverständnisses mit der Systematik des Stellenwertsystems und des damit verbundenen Zahlaufbaus.[135]

Der erste Gesichtspunkt besteht in dem Wissen, dass der Zahlaufbau von rechts nach links hin stattfindet, wohingegen die Leserichtung die Umgekehrte ist. Die erste Zahl von der Leserichtung aus betrachtet gibt den höchsten Stellenwert an, die letzte Zahl den kleinsten, die Einerstelle. Der Zahlaufbau beginnt aber mit der Einerstelle und erreicht bei jeweils 10 Einern die Zehnerstelle. Das ist deshalb von enormer Wichtigkeit, da die Tauschprozesse aufgrund des Zahlaufbaus immer bei den Einern beginnen müssen.

Nicht nur bei Kindern mit großen Schwierigkeiten, ist es hilfreich, diese Gesetzmäßigkeiten mit Veranschaulichungshilfen zu verdeutlichen. Dabei muss sichergestellt sein, dass dem Kind keine Tricks nahe gelegt werden, sondern dass es die Notwendigkeit

[135] Es „handelt sich beim „Zifferntausch“ (gelesenes „sechsunddreißig“ für geschriebenes 63 u. a.) nicht einfach um „legasthene“ Auswirkungen einer zugrunde liegenden Raumorientierungsstörung. Die wesentliche Grundlage von nicht nur vorübergehend auftretendem Zifferntausch ist vielmehr zumeist das Fehlen jeglicher Einsicht in die Notwendigkeit einer Stellenunterscheidung.“ (Gaidoschik 2003a: 90)

der Stellenunterscheidung aufgrund ihrer unterschiedlichen Wertigkeiten nachvollzieht. Jedes noch so gute Material kann selber die Einsicht nicht ersetzen. (Gaidoschik 2003a: 73) An dieser Stelle könnte die diagnostische Unterstützung einer Lehrperson hilfreich sein, die durch präzises Nachfragen ermittelt, inwieweit das Kind den Zahlaufbau und seine Umsetzung in Ziffernschreibweise und in Buchstabenschreibweise nachvollziehen kann. Um bei der Aufarbeitung nicht unnötige Verwirrung zu stiften, bietet sich das oben bereits beschriebene Material an. Auf dem Bildschirm sind rote und blaue Plättchen zu sehen, die in der Tabelle angeordnet sind. Darunter befindet sich eine Kreuztabelle, in der das Kind die zu sehenden Plättchen unter den entsprechenden Bezeichnungen Zehner und Einer eintragen soll.[136] Bei drei roten und zwei blauen Plättchen werden drei Einer und zwei Zehner eingetragen, woraus sich die Zahl 23 ergibt. (Radatz u. a. 1998: 28) Diese Zahl wird dem Kind im Folgenden nicht nur vorgelesen, sondern auch in Buchstabenform (dreiundzwanzig) gezeigt. Um den Zahlaufbau nachvollziehen zu können, bietet es sich an, die Zehner sowohl in dem Zahlwort als auch in der Schreibschrift blau zu hinterlegen und die Einer rot. So kann das Kind die Zuordnung selber nachvollziehen. Dieses sollte an einigen weiteren Beispielen wiederholt werden. Dabei bietet es sich an, auch die Aufgabenstellungen zu variieren, so dass das Kind dem Zahlwort die entsprechende Schriftfarbe zuordnen muss, oder dass das Kind die farblichen Einfärbungen für Zehner und Einer selber ausführen muss. Da es sich für den Altersbereich der ersten beiden Schulklassen vorerst nur um zweistellige Zahlen handelt, müssen an dieser Stelle erst nur die Besonderheiten dieser Zahlen in der geschriebenen und gesprochenen Form behandelt werden: Die Einer werden als erstes für sich alleine gesprochen. Im Anschluss daran spricht man ein „und“, was als Verbindungsstück zwischen den Einern und den Zehnern eingeführt werden kann; dann werden die Zehner gesprochen, die bis auf einige Ausnahmen (Zahlen 10 – 19 sowie die Zahl 20[137]) mit einem „zig“ am Ende versehen werden. Hört das Kind ein Zahlwort und ein direkt darauf folgendes „zig“ kann es davon ausgehen, dass es sich um den Zehner handelt, fehlt ein entsprechender Appendix, sind die Einer genannt worden. Diese Gesetzmäßigkeit muss dem Kind mit vielen Hilfen klar gemacht werden. Geeignete Hilfen sind die farblichen Unterstreichungen, bei denen es direkt die Wertigkeiten mitdenkt.

[136] „In der Stellentafel ist der Wert eines Plättchens nur noch an seiner Lage in der Zehner- bzw. Einerspalte ablesbar.“ (Radatz u. a. 1998: 28) In den beschriebenen Präventions- und Frühfördermodulen tritt jedoch noch das Unterscheidungskriterium der Farbe hinzu.

[137] Bei der Zahl 20 wird nicht das Zahlwort „zwei“ gesprochen, sondern daraus abgeleitet das Wort „*zwan*zig“.

Daran anschließend können dem Kind, je nach Verständnisschwierigkeiten und Motivation, zahlreiche Aufgabenstellungen mit unterschiedlichen Herausforderungen gegeben werden:

Beim Zahlendiktat geht es darum, der gesprochenen Zahl die Einer und Zehner zu entnehmen und an der richtigen Stelle zu notieren. „Kinder stolpern beim Schreiben mehrstelliger Zahlen immer wieder darüber, daß beim Sprechen die Einer vor den Zehnern genannt werden. Deshalb sollen die Kinder häufig Zahlen notieren müssen, wobei die Art der Vorgabe variiert wird." (Leutentauer 1998: 113) Treten hierbei große Schwierigkeiten auf, ist eine kleinschrittigere Aufarbeitung angeraten. Das Programm spricht eine Zahl vor und das Kind soll nur mündlich angeben, wie viele Zehner diese Zahl hat. Funktioniert das, kann das Kind daran anschließend nur die Einer einer Zahl benennen. Gelingt auch dieses ohne Probleme, soll das Kind jetzt Zehner und Einer der vom Lernprogramm vorgelesenen Zahl benennen, jedoch ohne diese aufzuschreiben. (Gaidoschik 2003a: 94-96) Der zusätzliche Lerneffekt besteht vor allem darin, dass die Zahlen den entsprechenden Wertigkeiten zugeordnet werden sollen, indem das Kind Zehner und Einer mit benennen muss ohne in ein bekanntes Raster der Ziffernschreibweise verfallen zu müssen. Sind die Stellenwerte der vorgelesenen Zahlen abgesichert, so dass das Kind die Anzahl der Zehner und Einer richtig benennen kann, sollen im letzten Schritt die Zahlen notiert werden. Falls das Kind Hilfestellungen dafür benötigt, bietet sich ein Stellenraster an.

Beim Vorlesen von Zahlen in Ziffernschreibweise geht es darum, dass das Kind die Differenz zwischen der gesprochenen Zahl und der Zahl in Ziffernschreibweise sachgerecht erkennt und entsprechend übertragen kann. Die Leserichtung ist von links nach rechts, die gesprochene Richtung ist genau umgekehrt, zuerst werden im Zahlenbereich bis 100 die Einer genannt und danach die Zehner.

Beim Übertragen des geschriebenen Zahlwortes mit Buchstaben in Ziffernschreibweise muss das Kind wie oben die Positionen von Zehner und Einer beachten.[138]

Rechnen mit „vollen" Zehnern

Das Kind kann jetzt benennen, wie viele Zehner und wie viele Einer eine Zahl hat ohne dabei konkretes Veranschaulichungsmaterial, z. B. Plättchen vorliegen zu haben. „Auf dieser Grundlage sind im nächsten Schritt Aufgabenstellungen wie ‚10+3' bzw. ‚5+10'

[138] Dass die Einer zuerst gelesen, aber als letztes notiert werden, ist eine Besonderheit der deutschen Sprache. Im Englischen z. B. gibt es diese Differenz nur bei den Zahlen zwischen 10 und 20: Nineteen, sixteen etc.

lösbar.“ (Gaidoschik 2003a: 88), da das Kind den Bündelungsgedanken der 10 verstanden hat und Aufgaben mit „vollen“ Zehnern folglich einfach zu lösen sind. Anfangs sollten Additionsaufgaben aus dem Zahlenraum bis 20 gestellt werden, bei denen zu einem Zehner eine Einerzahl addiert werden muss. Diese Aufgaben können auch mit Veranschaulichungen gelegt werden. (Vgl. dazu Radatz u. a. 1998: 28) Das Kind soll am Ende dieser Lerneinheit in der Lage sein, diesen Aufgabentyp ohne symbolische oder bildliche Darstellung im Kopf zu lösen. Überprüft werden sollte das anhand von Kopfrechenaufgaben. Ist die Spracherkennung eines Computerprogramms nicht gut genug, so dass die kindliche Stimme nicht eindeutig einer Zahl zugeordnet werden kann, sollte eine Lehrperson diesen Lernprozess entsprechend unterstützen. Denkbar ist es an dieser Stelle auch ein kooperativer Lernprozess mit zwei oder mehreren Kindern. Dabei könnte ein Kind einem anderen Kind, eine Aufgabe stellen, die dann von dem aufgabenstellenden Kind in den Computer eingegeben werden kann. Das andere Kind, welches diese Eingaben nicht sehen sollte, löst dann die Aufgaben und das erste Kind kann die Lösung zwecks Überprüfung durch das Programm eingeben und dem anderen Kind die entsprechende Rückmeldung geben. Damit ist gewährleistet, dass die Richtigkeit der Aufgaben mithilfe des Programms überprüft wird. Zum anderen hat diese Übung auch einen Lerneffekt für das Kind, welches die Aufgaben stellt. Zum einen wird es aufgefordert, sich selber bestimmte Aufgaben auszudenken, was ein Verständnis der Aufgabentypen voraussetzt und zum anderen hat es den psychologischen Effekt, dass das Kind sich in der Rolle des Pädagogen versetzt und Fehler entsprechend korrigieren kann. Um kein Missverhältnis bzw. Konkurrenzverhältnis zwischen den Kindern aufkommen zu lassen, sollten die Rollen getauscht werden, so dass jedes Kind Aufgaben stellen und überprüfen kann, aber auch Aufgaben im Kopf lösen muss. Beherrschen die Kinder diese Additionsaufgaben bis 20, kann der Zahlenraum erweitert werden, vorausgesetzt, diese Aufgaben sind im schulischen Mathematikunterricht bereits behandelt worden. Die Zahlenraumerweiterung über 20 erfolgt in der Schule in der Regel erst am Anfang der 2. Klasse. (Radatz u. a. 1998: 17) Bei Kindern mit hoher Motivation und einem sicheren Umgang mit den vorherigen Lernmodulen kann auch überlegt werden, den Zahlenraum zu erweitern, obwohl die Aufgaben noch nicht bekannt sind. Ein solches Vorgehen, was sich nicht mehr am Schulstoff orientiert, sollte auf jeden Fall von mit der Lehrperson abgesprochen werden. Aufgabentypen wären z. B. 30+5, 40+9.

Subtraktionsaufgaben, bei denen von einer zweistelligen Zahl alle vorhandenen Einer subtrahiert werden, so dass im Ergebnis eine Zehnerzahl steht, sollten sich anschließen (15-5, 26-6 etc.) Ist das Prinzip des Bündelungsgedankens verstanden, dürften bei diesen Aufgaben keine Probleme auftreten. Dennoch sollten am Anfang Veranschaulichungshilfen gegeben werden, damit das Kind auch hier den Zusammenhang zur Menge herstellen und darüber die dahinter liegende mathematische Operation am Material nachvollziehen kann. Für die Bearbeitung bieten sich ähnliche Übungssequenzen wie bei den Additionsaufgaben an, die wiederum auch in Kooperationsarbeit durchgeführt werden können. Der zu bearbeitenden Zahlenraum richtet sich wiederum zum einen nach dem Schulstoff und zum anderen nach den Fähigkeiten und Interessen des Kindes.

Analogien

Erarbeitet worden sind bislang die Bündelungen und damit die Tauschprozesse, so dass dem Kind die vorher vorgestellten Aufgaben leicht erscheinen. Auf dieser Grundlage bietet es sich an, Analogien aus dem Zahlenraum bis 10 aufzuzeigen. „Wir bezeichnen solche Additions- und Subtraktionsaufgaben als Analogienaufgaben, in denen die gleichen Einer zu addieren oder subtrahieren sind, unabhängig davon, wie groß die Gesamtzahl ist, zu der die Einer gehören." (Krüll 1996: 122-123)

Additions- und Subtraktionsaufgaben ohne Zehnerunter- bzw. Überschreitung sind auf dieser Grundlage nicht schwieriger als Additionen und Subtraktionen im Zahlenraum bis 10. An dem bereits Gewussten anknüpfend, sollen jetzt das Gemeinsame und der Unterschied von Aufgaben, wie 2+3 und 42+3, erarbeitet werden. (Vgl. auch Leutenbauer 1998: 169) Dazu bietet es sich an, die Aufgaben an geeignetem Material aufzuzeigen. Das Gemeinsame der beiden oben genannten Aufgaben besteht in der identischen Anzahl der Einer, die addiert werden sollen. Der Unterschied besteht darin, dass die zweite Aufgabe im 1. Summanden einen Zehner zusätzlich enthält. (Radatz u. a. 1998: 57) Fragen, die gute Hilfen bei dem Bearbeiten der Aufgaben geben könnten, sollten vom Computerprogramm gestellt werden: „An welcher Stelle ändert sich was? Welche Stelle bleibt gleich?" Die Überlegungen des Kindes sollen damit darauf gelenkt werden, dass es mit der Unterscheidung von Zehner und Einer eigenständig darauf gestoßen wird, dass im Ergebnis beider Aufgaben nur die Einerstelle sich verändert und in der zweiten Aufgabe der Zehner gleich bleibt. Dabei muss das Kind auch merken, dass die zweite Aufgabe nicht schwieriger ist als die erste, da der Unterschied, der in dem Vorhandensein eines Zehners besteht, für das Berechnen der Aufgabe kein Problem darstellt.

Ähnlich bei Subtraktionsaufgaben ohne Zehnerunterschreitung, z. B. 48-5 und 58-5 Hier kann das Kind entdecken, dass es von den acht Einern fünf Einer wegnehmen muss ohne dass die Zehnerstelle tangiert wird und diese im Ergebnis wieder notiert werden kann. (Radatz u. a. 1998: 57) Zur Festigung und Automatisierung von bereits Erlerntem können auch die entsprechenden Umkehraufgaben gebildet werden. (S. Kapitel 4.2).

Die Analogieschlüsse werden von den Kindern leichter gezogen, wenn ihnen ähnliche Aufgaben vorgeben werden:

- 2+3=
- 12+3=
- 22+3=
- 32+3=
- …

Ist der Sachverhalt verstanden, sind die Kinder in der Regel auch eigenständig in der Lage die Reihen, wovon eine oben exemplarisch vorgestellt worden ist, durch das systematische Verändern der ersten Zahl weiterzuführen.[139] Wichtig ist dabei, dass das Kind selber begründet, wie es zu den Aufgaben kommt und welche Gemeinsamkeiten und Unterschiede es feststellt und worauf es beim Notieren des Ergebnisses achten muss: „Gerade bei der Behandlung von Analogieaufgaben kommt es deshalb darauf an, im Unterrichtsgespräche (in Strategiekonferenzen) die Lösungswege zu thematisieren und die Ergebnisse zu begründen." (Radatz u. a. 1998: 57) Um diese Analogien herauszustreichen, sollte das Kind seine Erklärungen am Material, z. B. Zehnerstangen und Einerwürfel, selber vorführen, um dann zu erklären, dass der Unterschied zu der nächsten Aufgabe darin besteht, einen Zehner hinzuzulegen.

Zur Automatisierung bieten sich wiederum Partnerarbeiten an, bei denen ein Kind einem anderen Kind Aufgabenstellungen der oben beschriebenen Form geben soll. In der Arbeit mit Kindern ist an dieser Stelle häufig zu beobachten, dass das Kind die richtige Antwort bereits vor der Aufgabenstellung gibt, da es die nächste Aufgabe bereits erschlossen hat. In diesem Fall sollten einige Zehner ausgelassen werden, um zu überprüfen, ob das Kind nicht rein schematisch[140] vorgeht, sondern die Gemeinsamkeit an der Einerstelle auch anhand dieser neuen Aufgabenstellung erklären kann. Hilfen dafür stellen wiederum geeignete Materialien dar.

Das Addieren und Subtrahieren von „vollen" Zehnern kann auch über Analogieschlüsse mit gutem Material erarbeitet werden. Dabei kommt es darauf an, dass sich Zehner genauso gut addieren bzw. subtrahieren lassen wie Einer. Z. B. an den Aufgaben 5+3 und 50+30, die dem Kind mit Einerwürfel und Zehnerstangen vorgegeben

---

[139] „Die Fähigkeit, diese Analogien zu erkennen und sich dadurch das Rechnen zu erleichtern, hängt sehr eng mit dem Verständnis des Zahlaufbaus unseres Zahlensystems als dekadischem Positionssystem zusammen." (Krüll 1996: 123)

[140] Es muss strikt unterschieden werden zwischen einem schematischen Bearbeiten von gemerkten Aufgabentypen und einem sachgerechten Anwenden von Analogieschlüssen. Damit diese Unterscheidung gewährleistet ist, sollte das Kind dazu aufgefordert werden, seine Lösungsschritte offen zu legen und zu erklären.

werden, lässt sich gut veranschaulichen, dass das Wissen über das Ergebnis der Aufgabe 5+3 dem Kind für das Ergebnis 50+30 hilft. Für das Ziehen dieser Analogien, die allein dazu dienen sollen, dem Kind das Rechnen zu vereinfachen, indem sachgerechte Gemeinsamkeiten aufgezeigt werden, muss allerdings vorausgesetzt sein, dass dem Kind klar ist, dass es einmal Einer und in der zweiten Aufgabe Zehner addiert. Nur unter dieser Voraussetzung sind diese Analogien wirkliche Hilfestellungen beim Rechnen. Ansonsten verleiten sie das Kind zu unsachgemäßen Schematismen, die es zu verhindern gilt und die durch ein adäquates Verständnis der Zusammenhänge zu ersetzten sind. Subtraktionen mit „vollen" Zehnern sind demzufolge auf dieser Grundlage ebenso einfach zu berechnen, z. B. 50-20. Da es sich hierbei um volle Zehner handelt, kann man die Einer unberücksichtigt lassen, so dass sich nur die Zehnerstelle verändert. Somit ist die Aufgabe nicht schwieriger als die bereits bekannte Aufgabe aus dem Zahlenraum bis 10 (5-2).

Hat das Kind mithilfe von geeignetem Material die Unterscheidung von Zehnern und Einern beim Berechnen von Aufgaben sachgerecht beachtet und kann den Sachverhalt auch selber erklären, z. B. einem anderen Kind verständlich machen oder selber Aufgaben stellen, sollen im nächsten Schritt daran anknüpfend weitere Aufgaben berechnet werden, bei denen sich entweder die Einer- oder die Zehnerstelle verändert. Aufgaben der Art 25+3, 59-2, 23+10, 87-30 sollten sich anschließen. Je nachdem wie die Auffassungsgabe des Kindes ist, sollten die Aufgaben getrennt eingeführt werden. Am Anfang sollten Aufgaben stehen, bei denen sich die Einerstelle verändert, weil das Berechnen von bloßen Einern dem Kind aus dem Zahlenraum bis 10 nicht nur vertraut ist, sondern weil es die Operationen bereits automatisiert hat. Im Anschluss daran sollten die Zehnerzahlen addiert und subtrahiert werden. Bei Kindern mit weniger Verständnisschwierigkeiten kann eine parallele Einführung der beiden Aufgabentypen hilfreich sein, bei der es sofort darum geht, herauszufinden, an welcher Stelle sich etwas verändert. Das Computerprogramm könnte das Kind anfangs dazu auffordern, die Stelle auf dem Bildschirm zu markieren, an der etwas hinzukommt (+) oder etwas hinweggenommen (-) wird. (Vgl. dazu Radatz u. a. 1998: 57)

Kann das Kind die Analogien aus dem Zahlenraum bis 10 zur Vereinfachung der Aufgaben unter Berücksichtigung der sachgerechten Unterscheidung von Einern und Zehnern bilden, sollten die Aufgabentypen kombiniert werden. Dabei soll es bei jeder Aufgabe darum gehen, dass das Kind die Besonderheit der jeweils gestellten Aufgabe erkennt und erklären kann, z. B. an geeignetem Material. Bei guten Kindern kann das Computerprogramm auch dazu auffordern, selber Aufgaben zu bestimmten Typen zu stellen. „Zeige mir eine Aufgabe, bei der zwei volle Zehner addiert werden!" „Zeige mir eine Aufgabe, bei der ein voller Zehner übrig bleibt, wenn ich alle vorhandenen Einer wegnehme!". Denkbar sind auch Aufgaben, die nur mit dem Material vorgegeben sind, so dass das Kind erst einmal die Aufgabe selber herausfinden muss, bevor es das Ergebnis ermitteln kann. Geht es hierbei um die Festigung und Automatisierung von bereits Gelerntem und Verstandenem könnten diese Aufgabentypen sehr schön im Klassenverbund spielerisch gestellt werden. Dabei kann das Computerprogramm immer einen Teil der Aufgabe vorgeben, z. B. die Aufforderung „Subtrahiere einen vollen Zehner!". Ein Kind könnte sich zu dieser Aufforderung eine Aufgabe in Ziffernschreibweise ausdenken und an der Tafel notieren. Ein nächstes Kind führt die mathematische Operation mit Material, welches allen Kindern vertraut ist, durch. Ein weiteres Kind nennt nur das Ergebnis und notiert es an der Tafel. Daran anschließend sollte ein weiteres Kind die Aufgabe erklären und die Lösungswege allen Kindern verständlich machen. Ein anderes Kind könnte zu der Aufgabe eine passende Rechengeschichte erzählen, ein weiteres Kind könnte die Umkehraufgabe zu der Ausgangsaufgabe bilden etc. Es sind viele Variationen denkbar, bei denen viele Schüler integriert werden können. Eine Lehrperson sollte diesen Prozess beobachten, damit zum einen sichergestellt werden kann, dass die Aufforderungen richtig verstanden und beantwortet werden und zum anderen, dass auf Fehler mit sachgerechten Erläuterungen und Hilfestellungen reagiert wird. Bei dieser Automatisierungsphase können die Vorlieben und Interessen jedes einzelnen Kindes gut bedient werden, da sie selber entscheiden können, ob sie die Übungsaufgaben alleine vor dem Computer, in Partner- oder Gruppenarbeit bearbeiten wollen. Unter Berücksichtigung der Interessen und Vorlieben der Kinder sollte die Lehrperson darauf achten, dass individuell *und* gemeinsam gelernt wird. „Individuell und gemeinsam lernen ist insbesondere für Schülerinnen und Schüler mit mathematischen Lernschwierigkeiten notwendig, damit ihr individuelles Tun und ihre eigenen Gedanken von allen wahrgenommen werden. So können auch sie am Lernen aller teilnehmen und dazu beitragen." (Schmassmann 2003: 215)

Materialeinsatz bzw. Veranschaulichungshilfen von Zehnern und Einern in Lernprogrammen

Im Vorfeld muss festgestellt werden, dass keine Lernprogramme vorliegen, die das Stellenwertsystem neu aufarbeiten, d. h. ihre Lerneinheiten auf rechenschwache Kinder ausrichten, denen das dekadische Positionssystem völlig unklar ist, so dass sie nicht benennen können, aus wie vielen Einern ein Zehner besteht und keine Einsicht in das Prinzip des Bündelns und Entbündelns bzw. in Tauschprozesse besitzen. Der Anspruch der vorhergegangenen Präventions- und Interventionsmodule besteht darin, genau den Kindern, die elementare Defizite mit dem Stellenwertsystem haben, diese Inhalte nahe zu legen, um anschließend Additions- und Subtraktionsaufgaben aus dem Zahlenraum bis 100 sachgerecht lösen zu können. Ausgewählte Lernprogramme werden unter der der

Arbeit zugrunde liegenden Fragestellung begutachtet, um herauszufinden, ob sie eine geeignete Hilfestellung für die computerunterstützte Prävention und Frühförderung von rechenschwachen Kindern leisten können, um damit zu entscheiden, unter welchen Umständen und zu welchem Zeitpunkt sie in die Intervention eingebaut werden könnten. Es geht daher nicht um eine Bewertung der jeweiligen Software, da die formulierten Lernziele der Hersteller dabei unberücksichtigt bleiben. Unter Beachtung dessen und mit dem Wissen, dass die Kinder oft eigene mathematische Vorstellungswelten entwickelt haben, sollen Missverständnisse, die durch eine Verwendung einer bestimmten Veranschaulichung des Stellenwertsystems auftreten können, im Folgenden thematisiert werden.

Materialien zur Veranschaulichung des Prinzips des Stellenwertsystems, die sich gut für die Arbeit mit rechenschwachen Kindern eignen, sollten Einer und Zehner maßstabgerecht symbolisieren. Dazu zählen z. B. die Einerwürfel und Zehnerstangen (z. B. Dienes, Montessori, Legemax), bei denen ersichtlich ist, dass 10 Einerwürfel „genauso viel" sind wie eine Zehnerstange. Zum anderen lassen sich die zusammengefassten Einerwürfel in der Zehnerstange optisch noch durch die Abtrennung wieder finden. Wie schon bereits erwähnt, kann die Veranschaulichung selber die Erklärung bzw. die Einsicht nicht ersetzen, d. h. „Arbeitsmittel sind nicht selbstredend, sie sind didaktische Codierungen, die von den Kindern erst entschlüsselt werden müssen." (Radatz u. a. 1998: 32) Diese Entschlüsselung der Codierung sollte *vor* dem Arbeiten an und mit den Materialen stattfinden, denn Materialien, „in denen die Einheit des Zehners erst vom Kind selbst durch eine eigene Wahrnehmungsleistung *hergestellt* werden muss" (Gaidoschik 2003a: 88), sind für die therapeutische Arbeit mit rechenschwachen Kindern ungeeignet, da sie Missverständnisse nahe legen.

In dem Lernprogramm „Freddy vampirisch gute Noten" (2002) werden für Zehner Striche verwendet und für Einer Punkte.

Diese Art der Veranschaulichung lässt sich in vielen Schulbüchern wiederfinden und wird auch im Schulunterricht oft verwendet. (Vgl. dazu Müller u. a. 2000: 89) Deshalb könnte ein Vorteil dieser Veranschaulichung darin bestehen, dass dem Kind diese Anschauung vertraut ist und es aufgrund der Erarbeitung und Verwendung in der Schule und mit dem Schulbuch sachgerecht mit der Veranschaulichung umgehen kann. Ist dem Kind diese Art der Veranschaulichung jedoch nicht klar, sei es, dass es noch nicht damit konfrontiert worden ist oder dass es bereits die Erarbeitung mit dem Material in der Schule nicht verstanden hat, löst das Lernprogramm dieses Unverständnis nicht auf. In dem Programm wird der adäquate Umgang mit der Veranschaulichung vorausgesetzt. Zum anderen wird in ihm das Prinzip des Bündelns bzw. Entbündelns nicht deutlich, was sich auf die Unzulänglichkeit des Materials diesbezüglich zurückführen lässt. Die Zehner und

Einer in Form von Strichen und Punkten werden immer nur separat gezeigt, so dass Über- und Unterschreitungen, die mit dem Prinzip der Tauschprozesse gelöst werden, an diesem Material nicht thematisiert werden (können). Diese Problematik birgt weiterhin die Gefahr, dass die Kinder das Material rein schematisch verwenden, weil eine sachgerechte Einsicht nicht überprüft wird. Die Aufgabenstellungen in dem Lernprogramm beugen nicht einem schematischen Erlernen des Sachverhalts vor.

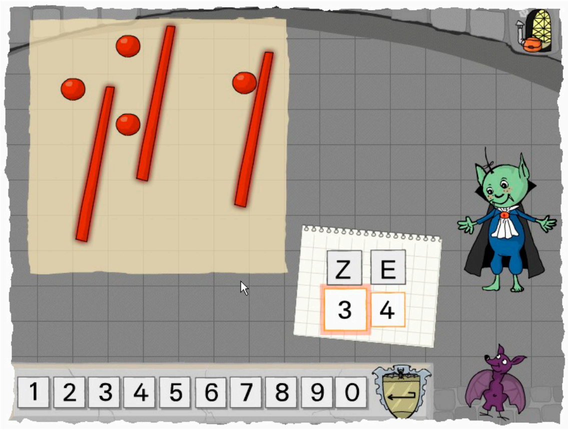


Abb. 17: Veranschaulichung von Einern und Zehnern im Lernprogramm „Freddy vampirisch gute Noten".

Wenn ein Kind die oben beschriebenen Probleme mit dem dekadischen Positionssystem hat, befördert das Lernprogramm in dieser Lerneinheit sogar das schematische Erlernen, da es einem Kind, welches den Sachverhalt nicht verstanden hat, keine ihm nützlichen Erklärungen anbietet. Deshalb sollte diese Lerneinheit des Programms nicht von Kindern eigenständig bearbeitet werden, bei denen eine Rechenschwäche diagnostiziert worden ist. Zur Unterstützung für eine Lehrperson, die zur Erklärung des Zehnersystems ähnliches oder das gleiche Material verwendet, kann die Lerneinheit im späteren Unterrichtsverlauf eine sinnvolle Hilfe sein. Die Unterstützung besteht dann in der Absicherung von bereits Erlerntem. Die Lehrperson kann auch überlegen, ob sie bei der Einführung des Materials die Lernsequenz unterstützend hinzunimmt. Dabei sind allerdings sowohl Erklärungen der Lehrperson als auch eigenständige Handlungen der Schüler notwendig. Eine solche parallele Einführung, bei der der Computer bereits von Anfang an eine Rolle spielt, kann dann sinnvoll sein, wenn dadurch die Motivation der Schüler gesteigert wird. Viele Schüler empfinden eine solche Einführung besser als eine separate Besprechung im Dialog, so dass die Lehrerin aufgrund der Klassenstruktur und Interessenlage der Schüler eine Entscheidung diesbezüglich treffen muss.

Im Gegensatz zu der Veranschaulichung mit Strichen und Punkten sind Hilfen sinnvoller, bei denen auch optisch die Bündelung von zehn Einern zu einem Zehner herausgestellt wird. In dem Lernprogramm „Billi Bannis interaktive Rechenreise" (1997) wird in der Anschauung differenziert zwischen *einer* Einheit und *zehn* Einheiten. Gerade die Bündelungen (von jeweils zehn Kühen in einem Heißluftballon) helfen dem Kind bei dem Lösen der Aufgaben, da es die einzelnen Kühe in dem Korb des Heißluftballons nicht abzählen muss, sondern richtig davon ausgehen kann, dass sich in einem Korb jeweils zehn Kühe befinden. Des Weiteren wird in der Lerneinheit eine gelungene Verknüpfung zwischen der symbolischen Schreibweise und der modellhaften Ebene gezeigt, weil das Kind die „10“ in Ziffernschreibweise parallel in Form von zehn Kühen erkennen kann. Weil es in dieser Übungseinheit ausschließlich um die Ermittlung der Gesamtanzahl der Kühe geht, ist die Form der Veranschaulichung für das spezielle Lernziel sachgerecht.

Im dem Lernprogramm „Denken und Rechnen 1“ (2002) wird zur Veranschaulichung ein Zwanzigerfeld verwendet.

Der Vorteil des Zwanzigerfeldes besteht darin, dass die jeweiligen Zahlen, die in dem Feld repräsentiert werden, sehr gut quasi-simultan erfasst werden können, vorausgesetzt das Kind hat die Struktur verstanden. (Vgl. Leutenbauer 1998: 47) Dadurch, dass das dargestellte Zwanzigerfeld durch zwei aneinander liegende Zehnerfelder gezeigt wird, ist eine Gliederung von 2 Zehnern mit jeweils 2 Fünfern gegeben. Alle anderen Zahlen lassen sich dann relativ leicht mithilfe dieser Struktur ableiten ohne auf das Abzählen der Kästchen verwiesen zu sein. Der Nachteil des beschriebenen Zwanzigerfeldes besteht darin, dass die besondere Qualität eines Zehners als Bündelung von zehn Einern nicht eindeutig ersichtlich wird. Für ein Kind, welches mit der Struktur sachgerecht arbeitet, ergibt sich der Bündelungsgedanke darüber, dass in einem Zehnerfeld jeweils 10 Einer vorhanden sind. Sobald sich das Kind beim Lösen von Aufgaben auf dieses Wissen bezieht, ist der Bündelungsgedanke unterstellt. Deshalb sollte bei der Verwendung dieses Materials unterschieden werden zwischen Kindern, die die Struktur nutzen können aufgrund ihrer Einsicht in das Stellenwertsystem und Kindern, denen diese Struktur noch erklärt werden muss. Im letzteren Fall kann diese Erklärung gut anhand der Lerneinheit stattfinden, indem eine Lehrperson dem Kind das Prinzip des Zwanzigerfeldes verdeutlicht und vor allem betont, dass ein Zehnerfeld, d. h. ein Zehner – wie zu sehen ist - aus zehn Einern besteht und damit ein „voller Zehner“ ist.

Mit dem Zwanzigerfeld arbeitet auch das Lernprogramm „Mathematikus Klasse 1“ (2000) Zur weiteren Thematisierung des Stellenwertsystems eignet sich die Lerneinheit zum Zwanzigerfeld aus „Mathematikus Klasse 1“ (2000) sehr gut. Dabei werden anfangs einige zusammenhängende Einerkästchen rot und das lernende Kind muss ermitteln, wie viele rote Kästchen zu sehen sind. Gut an der Aufgabenstellung ist, dass das Kind dazu angehalten wird, sich der oben beschriebenen Struktur zu bedienen und somit auch die Zehnerstruktur nutzen kann. Weiterhin bietet das Lernprogramm auch bei falschen Antworten gute Hilfestellungen, indem die Aufgabenstellung länger zu sehen bleibt und das Kind nicht dazu gezwungen wird, die Antwort quasi-simultan zu erfassen, sondern bei Nichtwissen eigenständig sich die Struktur erneut erschließen kann. Eine Lehrperson sollte jedoch darauf achten, dass das Kind wirklich die Hilfen der Veranschaulichung sachgerecht nutzt und ihm gegebenenfalls weitere Erklärungen gibt. Zudem sollte sie sicherstellen, dass das Kind nicht die einzelnen Kästchen getrennt abzählt, d. h. das Material lediglich als Abzählhilfe gebraucht.

Abb. 18: Darstellung der Zehnerbündelung in den Lernprogrammen „Billi Bannis interaktive Rechenreise“ und „Denken und Rechnen 1“.

Additions- und Ergänzungsaufgaben im Zahlenraum bis 20, deren adäquate Berechnung ein Verständnis des Stellenwertsystems unterstellt, werden in dem Lernprogramm „Mathematikus Klasse 1“ (2000) mithilfe von Zahlenhäusern gestellt. Diese Veranschaulichung ist bereits im Zusammenhang mit dem Lerngegenstand des Operationsverständnisses thematisiert worden. Neben den Problemen, die bereits erörtert worden sind, birgt der Zahlenraum über 10 die neue Schwierigkeit des Stellenwertsystems, die in der Veranschaulichung nicht deutlich wird. Dass zehn Einer zu einem Zehner zusammengefasst werden, ist anhand dieser Darstellung nicht ersichtlich. Deshalb sollte diese Übungseinheit nur dann von einem Kind gelöst werden, wenn sichergestellt ist, dass das Kind das Stellenwertsystem verstanden hat sowie ein sachgerechtes Anzahl- und Operationsverständnis besitzt. In diesem Fall hat diese Lerneinheit den Charakter einer Übungseinheit und Automatisierung von bereits Gelerntem.

In dem gleichen Lernprogramm wird auch der Zahlenstrahl als Veranschaulichung herangezogen. Dabei geht es anfangs darum, die Zahlen von 0 bis 20 auf dem Zahlenstrahl zu finden oder einem Strich die richtige Zahl zuzuordnen: „Versuche die Zahl auf dem Zahlenstrahl anzuklicken. Welche Zahl ist an dieser Stelle des Zahlenstrahls?“ Der Zahlenstrahl als Veranschaulichungshilfe wird in vielen Lernprogrammen verwendet. Im „Alfons Abenteuer“ (2002) z. B. befindet sich der Zahlenstrahl in Aufgabenstellungen sowie in den Hilfestellungen, den mathematischen Logbüchern. „Der Zahlenstrahl ist für viele

Kinder ein nur schwer zu verstehendes Modell der natürlichen Zahlen. Er enthält zahlreiche Konventionen, die erst erlernt und verstanden werden müssen bzw. – schlimmer noch – zu den bisherigen Erfahrungen im Umgang mit Zahlen und deren Repräsentanten im Widerspruch stehen.“ (Radatz u. a. 1998: 38)

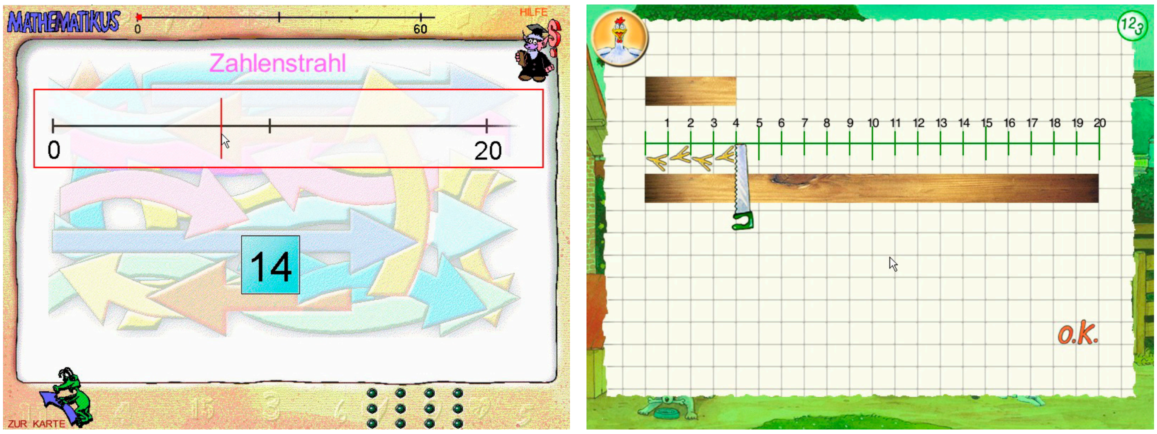


Abb. 19: Zahlenstrahldarstellung in den Lernprogrammen „Mathematikus Klasse 1“ und „Lernen macht Spaß“.

Zusammengefasst bestehen die Probleme des Zahlenstrahls darin, dass der quantitative Zahlaufbau nicht eindeutig zu erkennen ist und dass der Zehner als Bündelung von 10 Einern nicht ersichtlich wird. „Auch beim Zahlenstrahl macht sich mangelnde Reflexion über die Zahlbeziehungen bemerkbar, wenn die Handlung und nur sie allein im Vordergrund des Unterrichts steht.“ (Lorenz 2003a: 30) Jede Zahl wird durch einen Strich repräsentiert, wobei der 9. und der 11. Strich sich von dem 10. Strich in der Regel nur durch die Länge unterscheiden. Die Zehnerbündelung und damit die Bedeutung der Zehnerstelle werden allein durch den Zahlenstrahl nicht erkennbar. „Diese Einheit kann ein Kind aber nur dann „*sehen*“, wenn es sie bereits *weiß*“ (Gaidoschik 2003a: 88). Des Weiteren kann der Zahlenstrahl bei Kindern mit Rechenproblemen als Abzählhilfe benutzt werden, was ein sachgerechtes Verständnis des Zahlaufbaus nicht mit einschließen muss. „Die Striche dienen dazu, leicht antippend den Zählprozess aufrecht zu halten. Aber leider bilden sich damit keine Strukturen aus.“ (Lorenz 2003a: 30) Wird deshalb ein Zahlenstrahl herangezogen, sollte unbedingt darauf geachtet werden, dass der Zehner zumindest durch eine ersichtlich längere oder dickere Markierung hervorgehoben wird, bestenfalls sollte auch die Bündelung von jeweils fünf Einern gesondert dargestellt werden, so dass dem Kind die Strukturierung des Zahlenraums durch die Eindeutigkeit der Markierungen erheblich leichter fällt. Weil der Zahlenstrahl auch in vielen Schulbüchern und im Schulunterricht Anwendung findet, ist es umso wichtiger, sich zu überlegen, wie ein sinnvoller Gebrauch der Veranschaulichung den Kindern sachgerechte Hilfen geben kann. (Vgl. dazu Radatz u. a. 1998: 38 ff.)

Die Probleme mit dem Zahlenstrahl haben Kinder, die generelle Probleme mit dem Anzahl- und Operationsverständnis sowie mit dem Stellenwertsystem haben, da sie den Zahlenstrahl dann gemäß ihrer subjektiven linearen Zahlvorstellung lediglich als Abzählhilfe gebrauchen können. Ist das Verständnis inklusive des Bündelungs- und Tauschgedankens abgesichert, eignet sich der Zahlenstrahl wiederum gut zur Aufarbeitung der Lerninhalte. Wichtig ist jedoch, dass dieses Material nicht zu früh bzw. als Einführung verwendet wird, sondern für das darauf aufbauende Rechnen im Zahlenraum bis 100. Dann kann der Zahlstrahl auch gute Hilfen für die Strukturierung des Zahlenraums bieten. Gut geeignet ist der Zahlstrahl für die Erarbeitung der Zahlenraumvorstellung. „Zahlanalogien, bestimmte Zahlbeziehungen und die Operationen des Halbierens bzw. Verdoppelns lassen sich mithilfe des Zahlenstrahles leicht erkennen bzw. erarbeiten.“ (Lorenz u. a. 1993: 120) Das Kind soll verstehen, dass es sich bei dieser Darstellung um den kardinalen Aspekt der Zahl handelt, d. h. die 5 auf dem Zahlenstrahl bedeutet das gleiche wie z. B. 5 Einer und nicht der fünfte bzw. sechste Strich. (Radatz u. a. 1998: 38) Aus diesem Grund wird der Zahlenstrahl in dem Lernprogramm „Lernen macht Spaß“ (2001) gut einsetzt, da die gesamte „Länge“ gesondert herausgestellt wird und damit der kardinale Aspekt der Zahl hervorgehoben wird.

Genau dieses Verständnis sollte mit dem Kind erarbeitet werden. Im nächsten Schritt könnte das Kind immer 10 Einer = 1 Zehner auf dem Zahlenstrahl ausfindig machen. Dann bedeuten 2 Zehner = 20 Einer, 3 Zehner = 30 Einer etc. Darüber lassen sich die Zehnerzahlen in ihrem Aufbau gut erarbeiten. Größen- bzw. Mächtigkeitsvergleiche von Zahlen lassen sich mithilfe des Zahlenstrahls vornehmen. Zwei Zahlen, z. B. 39 und 93 sollen auf dem Zahlenstrahl markiert werden. Um den kardinalen Aspekt der Zahl hervorzuheben, ist es hilfreich nicht nur die Striche zu markieren, sondern die gesamte Strecke in unterschiedlichen Farben vom Kind darstellen zu lassen. Daran soll das Kind erkennen, dass die Zahl 39 aus 3 Zehnern und 9 Einern und die Zahl 93 aus 9 Zehnern und 3 Einern besteht. Das Kind muss weiterhin entdecken, dass eine Zahl größer bzw. „mehr“ ist, wenn die Strecke auf dem Zahlenstrahl länger ist. Inhaltlich ist diese Erkenntnis bereits in der Anzahl der Einer und Zehner gefasst. Ist diese Basis im Umgang mit dem Zahlenstrahl entwickelt worden, können auf der Grundlage die Markierungen entsprechend mit Zahlen ergänzt bzw. einer Zahl die richtige Markierung zugeordnet werden. Lorenz empfiehlt sogar die Verwendung eines leeren Zahlenstrahls (vgl. Lorenz 1997: 96), bei dem das Kind auf Grundlage seines erworbenen Wissens sich am Zahlenstrahl die Mächtigkeiten eigenständig erschließen muss und darüber Hilfen für das

Lösen der Aufgaben erlangt.[141] Über diese sinnvolle Strukturierung des Zahlenraums unter Zuhilfenahme des Zahlenstrahls können „Nachbarzehner“ und das Ergänzen zum Nachbarzehner gut thematisiert werden. Anschließend daran eignet sich der Zahlstrahl gut für die Erarbeitung von Ergänzungsaufgaben. Orientierungsübungen lassen sich am Zahlenstrahl gut durchführen. (Vgl. dazu Gaidoschik 2003a: 103). In diesem Rahmen, bei dem das inhaltliche Verständnis des Kindes und der richtige Gebrauch des Zahlenstrahls aufgrund der vorangegangenen Lerneinheiten unterstellt sind, können die Übungssequenzen der oben genannten Lernprogramme Bestandteil der Prävention und Intervention sein. Gute Beispiele, wie der Zahlenstrahl Hilfen für das Lösen von Aufgaben im Zahlenraum bis 100 bietet, zeigt das Lernprogramm „Denken und Rechnen 2“ (2003)

So dient der Zahlenstrahl der Festigung und Automatisierung des Gelernten und kann auch bei folgenden Lernschritten, die nachfolgend Gegenstand sind, immer wieder zu dem oben genannten Zweck Bestandteil der Förderung sein.

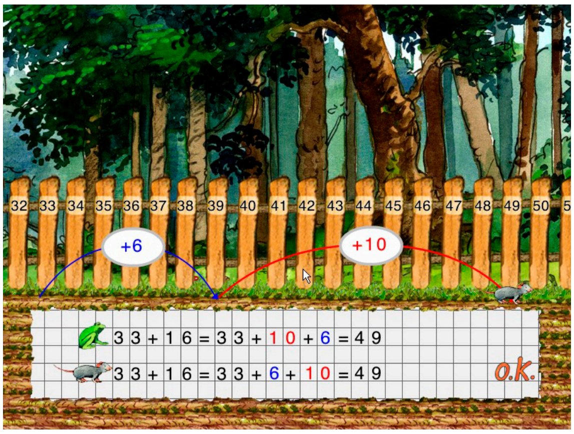


Abb. 20: Gelungene Einsatzmöglichkeit für den Zahlenstrahl in „Denken und Rechnen 2“.

Neben dem Zahlenstrahl als Veranschaulichungshilfe wird auch in vielen Lernprogrammen auf die Hundertertafel zurückgegriffen. Wie bereits erwähnt worden ist (s. Kapitel 2.3.3) bietet die Hundertertafel für ein Kind nur in dem Fall Hilfestellungen, wenn es die Struktur und den Aufbau dieser Veranschaulichung verstanden hat. (Vgl. Lorenz 2003a: 31 f.) In dem Fall eignet sich die Hundertertafel wiederum sehr gut für die Orientierung und das Verständnis der Zahlen im Hunderterraum, da sowohl die Zusammenfassung von

[141] „Will man bei Kindern ähnlich kraftvolle Vorstellungsbilder entwickeln, dann sollten sie diese Beziehungen im Kopf strukturieren. Als hilfreich hat sich in vielfältigen niederländischen Erprobungen das Hilfsmittel des ‚leeren Zahlenstrahls‘ erwiesen. Während bei einem markierten Zahlenstrahl die Schüler durchaus abzählend die Aufgaben lösen können, sind sie hierbei angehalten, eigenen Konstruktionen vorzunehmen.“ (Lorenz 1993: 96)

zehn Einern zu einem Zehner (in der jeweiligen Reihe) deutlich wird als auch Größenunterschiede anhand des Hunderterfeldes ersichtlich werden.

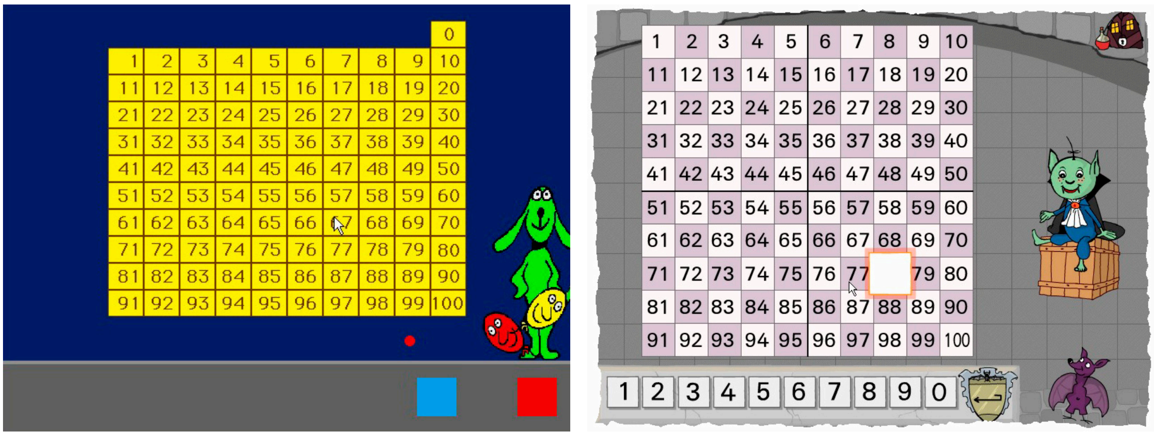


Abb. 21: Veranschaulichungen mithilfe der Hundertertafel in den Lernprogrammen „Spaß mit Mathe“ und „Freddy vampirisch gute Noten“.

Bei der Betrachtung der Veranschaulichungshilfen zur Verdeutlichung des Stellenwertsystems in Lernprogrammen kann zusammenfassend festgestellt werden, dass es viele sachgerechte Veranschaulichungshilfen gibt, jedoch gerade vor dem Hintergrund der enormen Verständnisschwierigkeiten rechenschwacher Kinder stärker darauf geachtet werden sollte, dass die entsprechenden Hilfen auch adäquat verstanden und nicht falschen subjektiven Algorithmen der Kinder untergeordnet werden. Dieses sollte bei der computerunterstützten Prävention und Frühförderung bei Rechenschwäche beachtet werden.

Tauschprozesse

Das Elementare des Stellenwertsystems, welches in der Bündelung von jeweils 10 Einern zu einem Zehner enthalten ist, ist bereits erarbeitet worden. Auf dessen Grundlage und zur weiteren Absicherung des Prinzips sollten die Tauschprozesse gesondert an konkreten Aufgaben behandelt werden. „Gerade die von Rechenstörungen ‚bedrohten‘ Kinder müssen die Notwendigkeit des Tauschens von Zehnern in Einer und Einern in Zehner im handelnden Umgang mit Material selbst erlebt haben, um sie später auch ohne Material verstehen zu können.“ (Gaidoschik 2003a: 93)[142] Beim Lösen aller Aufgaben mit

[142] Die Frage, ob das Verständnis notwendigerweise an die eigenständige Handlung mit dem Material geknüpft ist, soll hier nicht beantwortet werden. An dieser Stelle soll jedoch betont werden, dass gerade rechenschwache Kinder die Tauschprozesse besser nachvollziehen, wenn sie diese im Zusammenhang mit sachgerechten Erklärungen eigenständig am Material durchführen.

Zehnerüber- und Unterschreitungen bedarf es der Tauschprozesse. Im Folgenden soll es aber vorerst darum gehen, dieses Prinzip anhand einfacherer Aufgaben in den Mittelpunkt zu stellen, um später über diese Einsicht das Rechnen zu vereinfachen.

Subtraktionsaufgaben, bei denen von einem „vollen“ Zehner Einer abgezogen werden sollen, bieten sich als Einführungsaufgaben an, da zumindest das Lösen der Aufgaben mit Material, wie Einerwürfel und Zehnerstangen, die Entbündelung eines Zehners zu zehn Einern erfordert. Sollen die Kinder die Aufgaben am Bildschirm mit Material veranschaulichen, werden sie dazu „gezwungen“, den Zehner zu entbündeln. Im Gegensatz zu diesen zwingenden Entbündelungen bei Subtraktionsaufgaben mit Unterschreitungen können entsprechende Additionsaufgaben ohne Bündeln von 10 Einern zu einem Zehner am Material dargestellt werden. So kann z. B. die Aufgabe 25+5 vom Kind gelöst werden, indem es einfach die fünf Einer des 2. Summanden zu dem 1. Summanden richtig hinzufügt und das Ergebnis an den zwei Zehnern und den 10 Einern (=30) ablesen kann. (Gaidoschik 2003a: 99) Für das Kind muss keine Notwendigkeit bestehen, die 10 Einer in einen Zehner einzutauschen, da es das Ergebnis bereits weiß und sieht. Aus dem Grund der zwingenden Entbündelung sollten die Subtraktionsaufgaben den Additionsaufgaben vorangestellt werden.

Das lernende Kind soll den Tauschprozess selber durchführen. Deshalb muss das entsprechende Material, welches das Entbündeln bei diesen Subtraktionsaufgaben erfordert, am Bildschirm dargestellt sein. Am Besten eignet sich eine getreue Darstellung der Einerwürfel und der Zehnerstangen.[143]

Das Computerprogramm gibt in Ziffernschreibweise eine Aufgabe vor, z. B. 20-5. Als Einführung bieten sich eher leichtere Aufgaben an, bei denen der Subtrahend 1 oder 5 ist, da die Aufgabe 10-1 bzw. 10-5 den meisten Kindern bekannt ist, so dass es hier keine zusätzlichen Rechenschwierigkeiten gibt. (Brühl u. a. 2003: 60) Auf der anderen Seite ist an dieser Stelle der Prävention und Intervention auch gewährleistet, dass die Ergänzungen zur 10 automatisiert sind. Deshalb sollten diese „eher leichteren“ Aufgaben nur als Einführungsaufgaben zum Verständnis des neuen Sachverhalts gestellt werden, damit sich das Kind ganz auf den Tauschprozess konzentrieren kann und die anderen Berechnungen ihm keine große Anstrengung mehr kosten. Das Kind soll nur die Aufgabe

[143] Gerade bei diesen Einführungssequenzen, bei denen das Kind die Tauschprozesse selber handelnd durchführen soll, wäre es hilfreich neben der Bildschirmanimation konkretes Material vorliegen zu haben, das das Kind auch anfassen und somit eintauschen kann. Wird der Lernprozess demnach vom Computer nicht mehr überprüft, sollte auf jeden Fall eine Lehrperson die Tauschprozesse begleiten und entsprechende Hilfestellungen bieten. Im nächsten Schritt, wenn es darum geht, die Ablösung vom Material einzuleiten, bietet sich die computerunterstützte Hilfe wiederum sehr gut an, da dem Kind immer noch Hilfen gegeben werden, diese aber entsprechend dem Lernfortschritt des Kindes reduziert werden können, um die Ablösung vom Material zu erreichen.

mit dem am Bildschirm zur Verfügung stehenden Material legen. Bei der Aufgabe 20-5 legt das Kind 2 Zehnerstangen und erkennt, dass es hiervon 5 Einer wegnehmen muss. Das Problem, welches das Kind erkennen und auch benennen soll, besteht darin, dass es 5 Einer subtrahieren muss, aber keine Einer vorhanden sind. Vor diesem Problem gestellt, muss das Kind nun nach Lösungen suchen. Aufgrund der vorangegangen Lernsequenzen wird das Kind die Lösung, nämlich einen der 2 Zehner gegen 10 Einer einzutauschen, vermutlich selbstständig finden. Treten Schwierigkeiten auf, müssen Hilfen gegeben werden, die die Lösung nicht vorgeben, sondern das Kind schrittweise selber zur richtigen Lösung führen. Ein möglicher Fehler könnte z. B. darin bestehen, dass das Kind einfach 5 weitere Einerwürfel dazu nimmt, um diese dann wieder wegzunehmen. Dann könnten der Reihenfolge nach folgende Fragen gestellt werden: „Wie lautet die Aufgabe? *Wovon* sollst du 5 Einer wegnehmen? Sollst du 5 von 20 oder von 25 wegnehmen?“ Findet das Kind keinen Lösungsweg, sind folgende Aussagen und Fragen denkbar: „Du sollst 5 Einer wegnehmen, hast aber keine Einer. Wie kommst du an Einer? Du hast ja Zehner. Kann man Zehner in Einer eintauschen?“ Tauscht das Kind nun einen Zehner in zehn Einer ein, so dass sich auf dem Bildschirm 1 Zehner und 10 Einer befinden, sollte das Kind die Frage beantworten; „Wie viel hast du jetzt?“ Dem Kind muss klar sein, dass es sich immer noch um 20 handelt. Nach dem Tauschprozess können jetzt die folgenden 5 Einer weggenommen werden. Die Aufgabe, die vom Kind dazu zu berechnen ist, ist 10-5. Sobald dieser Tauschprozess verstanden worden ist, sollte das Kind die Aufgabe in Ziffern-schreibweise aufschreiben und sich im Klaren darüber sein, warum es nur noch einen statt 2 Zehnern besitzt und was an der Einerstelle passiert ist. Dafür ist es hilfreich, wenn das Computerprogramm eine Aufgabe im Anschluss von der vom Kind erarbeiteten Einführungsaufgabe vorrechnet und erklärt. Anschließend sollen diese Aufgabentypen von dem Kind selbständig mit Material durchgeführt und in Ziffernschreibweise notiert werden. Dabei kommt es nicht darauf an, dass das Kind möglichst viele Aufgaben eigen-ständig durchführt, sondern dass es den Sachverhalt versteht, dass es weiß und erklären kann, warum es diese Schritte vollzieht. Dem Kind also möglichst viele Aufgaben zu zeigen und zu erklären muss nicht gewährleisten, dass es den Tauschprozess selber nachvollzieht.

Sobald der von diesen Aufgabentypen notwendige Tauschprozess eigenständig durchgeführt und das Ergebnis in Ziffernschreibweise notiert werden kann, sollte versucht werden, die Materialebene schrittweise zu verlassen. Anfangs sollten die Zehnerstangen und Einerwürfel noch zu sehen sein, der eigentliche Materialbezug bzw. das Hantieren mit dem Material jedoch einen wesentlichen kleineren Umfang einnehmen. Im Anschluss daran sollte das Kind den in der Aufgabe ausgedrückten Tauschprozess nur noch sprachlich durchführen, indem es erklärt, was dort passiert. Im letzten Schritt sollten diese Aufgabentypen in Ziffernschreibweise von dem Kind sachgerecht gelöst werden können. „Ist das Kind erst einmal so weit gekommen, dann ist der weitere Weg zum völlig selbständigen, materialfreien Beherrschen von gleichartigen Aufgaben tatsächlich nur noch eine Frage von Wiederholung und Übung.“ (Gaidoschik 2003a: 95)

Während die Subtraktionsaufgaben (z. B. 30-1, 50-8) das Entbündeln eines Zehners zu zehn Einern erfordern, ergibt sich bei den Additionsaufgaben (35+5, 41+9 etc.) wie oben erläutert für das Kind nicht notwendigerweise der Tauschprozess von 10 Einern zu einem Zehner, da es sich das Ergebnis auch ohne Bündeln erschließen kann. Deshalb ist der Rückgriff auf das Prinzip des Stellenwertsystems an dieser Stelle notwendig, d. h. das Kind muss die Norm des dekadischen Zahlensystems annehmen, dass an einer Stelle als höchste Anzahl die 9 stehen darf und dass 10 Elemente an einer Stelle dazu auffordern, diese zehn zu bündeln um darüber die nächst liegende Stelle zu erreichen.[144] Dieses Prinzip sollte dem Kind nicht als Regel, die es einhalten muss, nahe gelegt werden, sondern als Prinzip des Stellenwertsystems, wie es vorher ausgeführt worden ist.

Am Anfang bieten sich Aufgaben an, bei denen im Ergebnis als Wert der Summe zehn Einer erreicht werden, so dass diese zu einem Zehner gebündelt werden müssen. Wieder sollte dieses Bündeln am Bildschirm mit Material unterstützt werden. Der erste Gedanke beim Kind sollte darin bestehen, den Aufgaben zu entnehmen, ob getauscht werden muss oder nicht. So könnten dem Kind verschiedene Additionsaufgaben mit Fragestellung: „Bei welchen Aufgaben musst du zehn Einer gegen einen Zehner tauschen?“ vorgestellt werden (z. B. 12+3, 12+8, 34+6, 42+6) Kann das Kind die Aufgaben richtig von den anderen Aufgaben, bei denen es nicht tauschen muss, unterscheiden, sollte der Tauschprozess am Material durchgeführt und anschließend in Ziffernschreibweise notiert werden. Dann sollte das Kind erklären, warum sich als Resultat des Tauschprozesses bzw. Bündelns sowohl die Zehner als auch die Einerstelle ändert. Z. B. bei der Aufgabe 35+5 ist die Summe der bestehenden Einer 10 und folgerichtig werden diese 10 Einer zu einem Zehner getauscht, so dass aus den 3 Zehnern 4 Zehner werden.

Vorgänger/Nachfolger

Im Anschluss an die Tauschprozesse können auf Grundlage des Erarbeiteten *Vorgänger* und *Nachfolger* einer Zahl besprochen werden bzw. an der Thematisierung die Systematik

[144] „Das Stellenwertsystem […] ist ein Ordnungssystem der anwachsenden Zahlen. Die Zuordnung eines jeweils eindeutigen Symbols und Namens zu einem quantitativen Sachverhalt ist nicht durchführbar. Es braucht als eine (beliebige) Systematik, die ein Anwachsen der Quantitäten (es gibt keine größte Zahl) in der Handhabung ermöglicht, indem sie in deren Kennzeichnung auf sich wiederholende, bekannte Symbole zurückgreift. (Schwerin 1995: 72)

des Stellenwertsystems wiederholt werden. Die Voraussetzungen für das Verständnis von Vorgänger und Nachfolger sind bereits im Zusammenhang mit dem Anzahlverständnis entwickelt worden. Sowohl der Vorgänger als auch der Nachfolger einer Zahl unterscheidet sich von der jeweiligen Zahl um einen Einer. (Vgl. Leutenbauer 1998: 65) Alle Zahlen lassen sich als Zusammensetzung aus mehreren Einern darstellen und die nächste Zahl hat einen Einer mehr als die vorhergehende. Soll also der Vorgänger einer Zahl ermittelt werden, muss ein Einer abgezogen werden und der Nachfolger einer Zahl hat einen Einer mehr als die entsprechende Zahl. Dieses Prinzip des Zahlaufbaus sollte dem lernenden Kind zunächst an Zahlen, deren Addition und Subtraktion um Einen keinen Stellenwertwechsel erfordert, verdeutlicht werden. Auf dem Bildschirm werden dem Kind Aufgaben, wie 2+1, 5+1, 9-1 etc. präsentiert, die es berechnen soll. Im Anschluss daran wird dem Kind erklärt, dass wenn ich eine Zahl um einen addiere, ich ihren Nachfolger erhalte und wenn ich eine Zahl um einen vermindere, ihren Vorgänger. Als nächstes soll das Kind selber Vorgänger und Nachfolger einer Zahl (z. B. der Zahl 5) bestimmen und unter Anwendung der Gesetzmäßigkeiten dieses erneut erklären. Zur Überprüfung, ob der Sachverhalt verstanden worden ist, bieten sich gezielte Fragen an, die das Kind beantworten soll. Das Computerprogramm könnte folgende Aussagen treffen, bei denen das Kind entscheiden muss, ob die Aussagen richtig oder falsch sind: „Der Vorgänger einer Zahl unterscheidet sich immer um 2.“ „Der Vorgänger einer Zahl ist um einen größer als die Zahl.“ „Der Nachfolger einer Zahl ist immer um einen größer als die Zahl.“ usw. Parallel dazu sollten Kinder mit Schwierigkeiten das Prinzip mit Material selber verdeutlichen, entweder bezogen auf eine konkrete Zahl oder als allgemeines Prinzip. Eine Zahl könnte z. B. repräsentiert werden durch eine bestimmte Anzahl von Elementen in einem Kreis (Topf etc.). Außerhalb des Kreises sind noch weitere Elemente zu sehen, die alle per Mausziehen zu bewegen sind. Nachdem das Kind selber eine Zahl und dessen Vorgänger und Nachfolger gezeigt hat, wird es vom Computerprogramm mit folgender Aufgabenstellung konfrontiert: Auf dem Bildschirm befindet sich eine nicht abzählbare Menge von Elementen in dem Kreis, die eine bestimmte Zahl repräsentiert. Das Kind soll nun, ohne zu wissen, um welche konkrete Zahl es sich handelt, den Vorgänger und den Nachfolger dieser Zahl bestimmen. Zieht es ein Element aus dem Mengenkreis weg, um den Vorgänger dieser Zahl zu zeigen und zieht es ein zusätzliches Element in den Kreis, um den Nachfolger dieser Zahl zu bestimmen, hat das Kind den Sachverhalt so gut verstanden und verinnerlicht, dass es Vorgänger und Nachfolger losgelöst von konkreten Beispielen korrekt bestimmen kann.

Nachdem „Vorgänger“ und „Nachfolger“ besprochen worden sind, sollten diese bei Zahlen bestimmt werden, dessen Verminderung oder Erhöhung um Eins einen Stellenwertwechsel erfordert. Die Aufgabenstellung ist also identisch mit einer Additionsaufgabe

+1 und einer Subtraktionsaufgabe -1. Weil die Begriffe im Schulunterricht immer wieder benötigt werden und weil die Tauschprozesse anhand der Aufgabenstellungen wiederholt werden können, bieten sich Übungen aus diesem Lernbereich an. Analog zu der hervorgehenden Lernsequenz stellt das Computerprogramm die Frage: „Was ist der Vorgänger von 30?“ Zur Beantwortung der Frage muss das Kind die Aufgabe 30-1 rechnen, was die oben beschriebenen Tauschprozesse impliziert. Bei Kindern mit großen Schwierigkeiten, sollten die Tauschprozesse wie oben besprochen und mit Material vorgeführt werden. Eine andere Aufgabe zur Bestimmung des Nachfolgers könnte lauten: „Was ist der Nachfolger von 59?“ Bei der Rechnung 59+1 muss das Kind wieder 10 Einer gegen einen Zehner eintauschen. Je nach Verständnisschwierigkeiten des jeweiligen Kindes können diese Aufgabenstellungen beliebig ausgeweitet und mit Material unterstützt werden. Auch ist es denkbar, im Klassenverband oder in Gruppenarbeit Übungseinheiten zu dem Lerninhalt durchführen zu lassen. (Vgl. Leutenbauer 1998: 31)

Ist dem Kind der Sachverhalt klar, sollte je nach Altersstufe versucht werden, den Vorgänger von 100 mithilfe der Tauschprozesse zu bestimmen. In der Regel kennen auch Kinder mit gravierenden Rechenschwierigkeiten die Antwort, sind aber selten in der Lage, ihre Antwort zu begründen. Die Begründung der Zahl 99 als Vorgänger von 100 liegt darin, dass die Aufgabe 100-1 zwei Tauschprozesse impliziert, erstens muss ein Hunderter gegen 10 Zehner getauscht werden und zweitens muss ein Zehner gegen 10 Einer getauscht werden. Erst dann lässt sich ein Einer wegnehmen. Gezielte Fragen des Lernprogramms könnten lauten: „Musst du für die Berechnung der Aufgabe tauschen? Was musst du tauschen? Woher kommen die beiden Neunen?“

Zehnerübergang (Teilschrittverfahren)

Ist das Prinzip des Stellenwertsystems verstanden und sind die Bündelungen bzw. die Tauschprozesse automatisiert, kann im nächsten Schritt der Zehnerübergang erarbeitet werden. Neben der Bündelung von 10 Einern zu einem Zehner hat das Kind die Ergänzungen bis zur 10 sowie die Zahlzerlegungen und die Additionen zur 10 automatisiert (vgl. Gerster 2002a: 372) und kann den jeweils nächsten Zehner sicher bestimmen. „Bis zur Einführung der Normalverfahren werden die Schüler Zahlen zerlegen müssen, bevor sie eine Addition oder Subtraktion ausführen können. Dieser Vorgang ist deshalb intensiv zu üben.“ (Leutenbauer 1998: 174) Damit sind die Grundlagen für das Verständnis der Zehnerüber- und Unterschreitungen abgesichert.[145]

[145] „Ohne die vorherige Aufarbeitung solcher Defizite ist eine sinnvolle Arbeit an der Zehnerüberschreitung unmöglich!“ (Gaidoschik 2001: 2)

Aufgaben mit Zehnerüberschreitungen können auf verschiedene Art und Weise gelöst werden.[146] Gerster nennt hierfür fünf adäquate Lösungsstrategien: Verdoppeln, Addieren zu 10 (Zehner-Trick), Mache 10, Fünferbündel und die Berechnung über die Nachbaraufgaben. (Gerster 2002a: 375). Die im Folgenden favorisierte Methode ist die Zerlegung des 2. Summanden über den nächsten vollen Zehner. „Bei einer Addition zerlegen wir den 2. Summanden so, daß beim ersten Rechenschritt auf den nächsten Zehner ergänzt und beim zweiten Schritt der Rest dazugezählt wird." (Leutenbauer 1998: 175) Die Berechnung von Aufgaben mit Zehnerüberschreitungen mithilfe der Methode der Zerlegung des Operationsschrittes sollte schwerpunktmäßig und ausführlich mit dem Kind erarbeitet werden, da somit das zählende Rechnen durch adäquate Rechenstrategien abgelöst werden kann und mit diesem Verfahren eine gezielte Ablösung vom Material eingeleitet werden kann. Während die Lösungen z. B. über die Fünferbündelungen zwar am Material für Kinder sehr gut nachvollziehbar sind, ist in der Regel eine Lösung mit dieser Methode ohne Material unverständlich. Da das Ziel darin bestehen soll, dass das lernende Kind Aufgaben im Zahlenraum bis 100 im Kopf ohne Material oder visuelle Unterstützung in Ziffernschreibweise rechnen kann, sollte das Kind die Zerlegung des Operationsschrittes zumindest im Repertoire seiner möglichen Berechnungen haben, damit es gegebenenfalls darauf zurückgreifen kann. „Die vorschnelle Festlegung auf das Teilschrittverfahren ist aber auch problematisch im Hinblick auf die Zielsetzung einer flexiblen, situationsangemessenen und geschickten Rechenfähigkeit:" (Krauthausen u. a. 2003: 23) Umgekehrt soll also mit diesem Vorgehen nicht behauptet sein, dass es sich dabei um die einzig richtige Methode zur Berechnung der Aufgaben handelt. Eher sollte es darum gehen, dem Kind möglichst viele Strategien auf Grundlage einer sachgerechten Zahl- Operationsvorstellung zu vermitteln, damit es flexibel je nach Aufgabe die für ihn einfachste Strategie wählen kann: „Vielmehr geht es darum, allen Kindern eine *Grundlegung des Operationsverständnisses* zu ermöglichen, d. h. Einsichten darüber zu gewinnen, was bspw. die Addition / die Subtraktion (als mathematische Idee) ausmacht, und wie man lernt, sie *flexibel* zu handhaben, was v. a. ein situationsbezogen *geschicktes* Rechnen unter Ausnutzung von Rechengesetzen und strukturellen Regelhaftigkeiten der jeweiligen Operation meint (Rechenfähigkeit; vgl. Kap. 4. 2.)." (Krauthausen u. a. 2003: 22)

[146] „Der didaktische Streit darüber ist uralt, ob beim halbschriftlichen Rechnen (etwa beim Addieren / Subtrahieren bis 100) den Kindern ein Lösungsweg (‚Normalverfahren') vorgeschlagen bzw. vorgeschrieben werden sollte oder ob sie aus der Fülle der möglichen Lösungswege einen oder mehrere Wege selber entdecken und anwenden." (Radatz u. a. 1998: 42) Obwohl in dieser Arbeit das Teilschrittverfahren präferiert wird, sind selbstverständlich andere Lösungsverfahren unter der Voraussetzung möglich, dass es sich bei den gewählten Lösungswegen um sachgerechte Verfahren auf Grundlage von richtigen arithmetischen Einsichten handelt.

Je nach Alter und mathematischen Entwicklungsstand sollte der Zahlenraum ausgewählt werden. Die Zehnerüberschreitung gemäß des Schulstoffes erst im Zahlenraum bis 20 zu besprechen, muss nicht die sinnvollste Art der Besprechung sein, da die Aufgaben selber im Zahlenraum bis 100 unter Voraussetzung eines sachgerechten Anzahl-, Operations- und Stellenwertverständnisses objektiv nicht schwieriger sind. Im Zahlenraum bis 20 besteht bei Kindern, die vor der Intervention Aufgaben nur zählend lösen konnten, vielmehr die Gefahr, dass sie aufgrund des überschaubaren Zählwegs in alte inadäquate Rechenstrategien zurückfallen. „Zählende Rechner sind durchweg schneller bei den Aufgaben der ersten Zehnerüberschreitung als ihre Mitschüler, die der Lehrerin den Gefallen tun und erst den zweiten Summanden zerlegen, bis zum Zehner ergänzen und dann vom vollen Zehner aus weiterrechnen. Diese Erfolge bestärken die zählenden Rechner in ihrer Lösungstechnik." (Lorenz u. a. 1993: 116) Deshalb sollte mithilfe eines geeigneten Diagnosemoduls und gegebenenfalls der Unterstützung einer Lehrperson der Zahlenraum gewählt werden, der für das jeweilige Kind aufgrund seiner individuellen Lernausgangslage angeraten erscheint. (Vgl. dazu auch Gaidoschik 2001: 2)

Als erstes muss dem Kind klar sein, warum es den 2. Summanden zerlegen soll bzw. den 1. Summanden bis zum nächsten vollen Zehner ergänzen soll.[147] Der volle Zehner als „Zwischenstation" ist deshalb sinnvoll, weil der darauf folgende Rechenschritt, die Ergänzung zum Zehner, deshalb einfach ist, weil die noch zu addierenden Einer an der entsprechenden Stelle übernommen werden können. Diese Einsicht, die vorher erarbeitet worden ist, stellt hier den Ausgangspunkt der Überlegungen dar. Aufgaben, wie 10+5, 30+4, sind bereits automatisiert.

Auch wenn die dazugehörigen Rechenschritte, wie die Zahlzerlegungen und die Ergänzungen automatisiert sind, kann eine gut überlegte Auswahl der Aufgaben dem Kind die Einsicht erleichtern. Deshalb sollte die Zehnerüberschreitung mit Aufgaben beginnen, bei denen Zahlzerlegungen gefordert werden, die dem Kind selbstverständlich sind, z. B. die Zerlegungen über die 5 (Handzerlegungen). (Vgl. dazu Buchner 2003: 172) Da es sich bei den Zerlegungen oft um subjektive Einschätzungen und Vorlieben des jeweiligen Kindes handelt, lässt sich nicht allgemein sagen, welche Zerlegungsstrategie zu bevorzugen ist.

Die Aufgabe 5+7 sollte in folgenden Schritten berechnet werden: 5+5+2=10+2=12. Der erste Schritt besteht darin, den nächsten Zehner zu finden (10), im zweiten Schritt wird die Ergänzung zur 10 ermittelt (5), danach wird die 7 entsprechend zerlegt (5+2) und im letzten Schritt wird „der Rest" der Operationszahl zum vollen Zehner addiert (10+2). (Vgl.

[147] Aufgrund des Kommutativgesetzes können natürlich die beiden Summanden vertauscht werden.

Buchner 2003: 172 f.) Die einzelnen Rechenschritte und somit die ganze Aufgabe lassen sich gut am Bildschirm durch Veranschaulichungen erklären. Dazu bietet sich Material an, welches dem Kind aufgrund von vorangegangenen Lerneinheiten vertraut ist, z. B. Zehnerstangen und Einerwürfel. Das Kind soll die Aufgabe mit Material legen, d. h. fünf Würfel und daneben 7 Würfel. Da das Kind bereits weiß, dass das Ergebnis 10 überschreitet, soll es erst einmal so viele Würfel des 2. Summanden zu dem 1. hinzulegen, dass getauscht werden kann. Hat das Kind folglich 10 Einer gegen eine Zehnerstange eingetauscht, kann es die restlichen drei Einer direkt addieren. Weil die Gefahr besteht, dass der Umgang mit dem Material auch andere Lösungswege zulässt, z. B. einfach alle Einerwürfel zusammenschieben und dann das Ergebnis abzählen, sollte die Darstellung auf dem Bildschirm den Bündelungsgedanken der 10 entsprechend unterstützen. Eventuell bietet sich dafür die Tabelle an, die bereits während der Erarbeitung des dekadischen Positionssystems benutzt worden ist. „Wenn die Schüler das Bündeln beherrschen, sollen sie fähig werden, die Anzahl von Mengen als Ergebnis einer Bündelung zu notieren. Das geschieht zunächst in einer Stellenwerttabelle, später – vor allem für das übliche Zehnersystem – auch ohne Tabelle.“ (Maier 1990: 195) Eine gute Veranschaulichung ist auch das Zehnerfeld bzw. mehrere Zehnerfelder.

„Ist auf diese Weise ein grundsätzliches Verständnis für den Vorteil des Zerlegens erarbeitet, dann wird dieses Verfahren unschwer auch auf andere, weniger ‚einladende‘ Zahlen übertragen.“ (Gaidoschik 2001: 3) Das beschriebene Teilschrittverfahren wird kritisch hinterfragt, da es sich nach Meinungen einiger Mathematikdidaktiker um ein sehr anspruchsvolles Verfahren handelt. (Vgl. dazu Radatz 1992, Müller u. a. 2000) Aus diesem Grund wird von den betreffenden Kritikern eine gezielte Auswahl der Aufgaben präferiert. So eignet sich dieses Verfahren nach Meinung von Van de Walle (1994: 139) nur bei Aufgaben, bei denen einer der beiden Summanden 8 oder 9 ist, da bei diesen beiden Zahlen die Ergänzung zum nächsten vollen Zehner fast zwingend ist.[148] Im Vorfeld sind bereits Gründe dafür genannt worden, warum dieses Teilschrittverfahren bei allen Aufgaben besprochen werden sollte: das spätere Kopfrechnen beinhaltet weniger Zwischenschritte und die Ablösung vom Material ist einfacher als bei anderen Verfahren.

Beherrscht das Kind die Zehnerüberschreitungen, stellen die Zehnerunterschreitungen keine besondere Schwierigkeit mehr dar, weil auch die Tauschprozesse bereits im Vorfeld besprochen worden sind. Dennoch ist es sinnvoll, die Überschreitungen vorher zu besprechen und zu automatisieren, denn wenn im zerlegenden Überschreiten

[148] „Wie viel von 8 oder 9 bis zur 10 fehlt, ist nahezu allen Kindern geläufig, erfordert also keine besondere Aufmerksamkeit. Der zweite Summand verringert sich dadurch um eins oder zwei.“ (Gerster 2002a: 373)

bereits eine gewisse Sicherheit und Selbstverständlichkeit erreicht worden ist, kann die Subtraktion mit Unterschreitungen problemlos erarbeitet werden. (Gaidoschik 2001: 3) Dennoch ist „Subtrahieren [...] schwierig, Subtrahieren mit Zehnerübergang ist noch schwieriger.“ (Buchner 2003: 174) Die Voraussetzungen dafür sind im Vorfeld mit den Aufgabentypen, wie 35-5 sowie 30-2 aufgearbeitet worden, so dass Aufgaben, wie 35-7 bearbeitet werden können. Weiterhin ist anhand der Übungen zur Zahlzerlegung herausgestellt worden, dass mit der Zahl 7 die Zerlegungsmöglichkeit in 2 und 5 mitgedacht werden, was bereits bei den Überschreitungen angewendet werden musste. Somit hilft die gezielte Kombination von bereits Gelerntem dem Kind bei der Lösung dieser Aufgaben. Zur Veranschaulichung sollte bekanntes Material verwendet werden und das Kind sollte ebenfalls dazu aufgefordert werden, den notwendigen Tauschprozess eigenständig durchzuführen.

Für die Aufgabe 35-7 bieten sich folgende Hilfestellungen an: Als erstes soll das Kind die Aufgabe mit Material (Einerwürfel / Zehnerstangen) legen, also 3 Zehner und 5 Einer per Mausziehen in das Aufgabenfeld ziehen. Im Folgenden wird es dazu aufgefordert, die Anweisung, die in der Rechenaufgabe enthalten ist, wiederzugeben, d. h. z. B. „ich soll von der Zahl 35 sieben Einer wegnehmen.“ Das Problem, welches das Kind erkennen soll, besteht darin, dass die Zahl 35 bloß 5 Einer enthält, es aber 7 Einer subtrahieren soll. Deshalb werden erst einmal die Einer weggenommen, die vorhanden sind (5). Als nächstes soll das Kind benennen, wie viele Einer es noch wegnehmen muss. Hat es die richtige Zahl (2) mithilfe der Zerlegung der 7 in 2 und 5 ermittelt, stellt sich die Frage, wie das Kind zwei Einer wegnehmen kann, wenn es keine hat. So muss das Kind erkennen, dass es einen der drei Zehner in 10 Einer eintauschen muss, um die restlichen Einer wegnehmen zu können. Wie umfangreich die Hilfestellung in Form von gezielten Fragen des Lernprogramms bzw. einer Lehrperson aussehen sollte, hängt von den Schwierigkeiten und den Transferleistungen des jeweiligen Kindes ab. Bei großen Schwierigkeiten sollte eine Aufgabe vom Lernprogramm mit allen notwendigen Erklärungen vorgeführt werden. Zum Schluss muss aber sichergestellt sein, dass das Kind die Aufgaben eigenständig durchführen und seine Rechenschritte auch nachvollziehen kann. Um ein schematisches Vorgehen zu verhindern bzw. dem vorzubeugen, bietet es sich an, andere Aufgabentypen aus vorhergegangenen Lerneinheiten zu integrieren und das Kind dazu aufzufordern, die jeweilige Schwierigkeit der Aufgabe zu benennen und seine Lösungswege offen zu legen. Diese Offenlegung kann mithilfe von Material am Bildschirm oder durch gezielte Fragen vonstatten gehen. Möglich wäre es auch, dass das Programm das Kind dazu auffordert, aus einer Fülle von Aufgaben die Aufgaben zu markieren, bei denen es tauschen muss, bei denen volle Zehner subtrahiert werden etc. Zudem bieten sich auch an dieser Stelle Partnerübungen oder Übungen im Klassenverband an. Möglichkeiten der Umsetzung sind bereits erläutert worden. Am Ende der Lerneinheit sollten die Aufgaben von dem Kind ohne Schwierigkeiten bzw. selbstverständlich gelöst werden können, da dieses die Grundlage für darauf aufbauende Lerninhalte darstellt.

Rechnen mit zwei zweistelligen Zahlen

Die Voraussetzungen für die Berechnung aller Aufgaben aus dem Zahlenraum bis 100 sind bereits mit dem erfolgreichen Beenden der Präventions- und Förderkonzepte der bisherigen Lerneinheiten geschaffen worden. Dennoch sollte das Berechnen von Additions- und Subtraktionsaufgaben mit zwei zweistelligen Zahlen separat behandelt werden, da es zwar die gleichen Rechenoperationen erfordert, aber diese kombiniert werden müssen.

Mit Hilfe des Teile-Ganzes-Konzeptes und unter Verwendung von Material sollen die Aufgaben erarbeitet werden. Anfangs bieten sich Aufgaben mit zwei zweistelligen Zahlen an, die noch keine Tauschprozesse erfordern, wie z. B. 35+21 oder 87-25. (Vgl. auch Radatz u. a. 1998: 57 ff.) Während viele Schulbücher den Lösungsweg nahe legen, erst die Zehner zu addieren bzw. subtrahieren und im Anschluss die Einer, ist es sinnvoller, den 1. Summanden nicht in Zehner und Einer zu zerlegen, sondern direkt als Ausgangspunkt der Rechnung zu nehmen. (Vgl. auch Buchner 2001: 170) Der Grund dafür besteht darin, dass der im Folgenden darzustellende Rechenschritt nicht schwieriger ist, aber weniger Zwischenergebnisse bedarf. Die Aufgaben können auf folgende Weise berechnet werden: 35+21=35+20+1=55+1=56; 87-25=87-20-5=67-5=62. Unterstützt werden sollte dieses Vorgehen durch eine sachgerechte Veranschaulichung, die das Kind auch selber durchführen und nachvollziehen soll. (Vgl. dazu Radatz u. a. 1998: 56 ff.)

Daran anschließend werden Aufgaben, wie 55+26 und 71-25 besprochen, die folgendermaßen berechnet werden könnten: 55-20-6=35-6=30-1=29; 71-25=71-20-5=51-5=50-4=46. (Vgl. Radatz u. a. 1998: 52) Zur Verdeutlichung dieser Aufgaben sollte auf jeden Fall Material verwendet werden, mit denen die erforderlichen Tauschprozesse durchgeführt werden können. Da es sich bei diesen Aufgaben aus dem Zahlenraum bis 100 um Aufgaben mit mehreren Zwischenschritten handelt, so dass oft Schwierigkeiten auftreten, sollten diese Aufgaben in vielerlei Hinsicht verstärkt geübt werden. Zum einen sollten die Aufgaben auf der handelnden Ebene besprochen und vom Kind eigenständig gelöst werden, zum anderen bedarf es auch auf der symbolischen Ebene einer gezielten Förderung und Übung. Später sollte auch das Kopfrechnen trainiert werden. „Ein wichtiges Ziel des heutigen Mathematikunterrichts ist es, Kinder zu sog. Zahlenalphabeten zu erziehen, ihnen *number sense*, ein Gefühl für Zahlen und den Umgang mit ihnen zu vermitteln. In diesem Zusammenhang kommt dem Kopfrechnen nach wie vor eine herausragende Bedeutung zu – auch wenn es gesellschaftlich ‚chic' zu sein scheint, mit diesbezüglichen Defiziten öffentlich zu kokettieren." (Krauthausen u. a. 2003: 42) In welcher Form diese Automatisierung stattfindet, ob nur mit dem Lernprogramm, in Gruppenarbeit oder im Klassenverband kann der Entscheidung des Kindes überlassen werden. Soll die Automatisierungsphase und damit der Lernprozess erfolgreich sein, ist es notwendig, dass das Kind *seinen* Weg des Lernens findet und genau darin unterstützt wird. „Das Lernen auf eigenen Wegen ist insbesondere für Schülerinnen und Schüler mit mathematischen Lernschwierigkeiten notwendig, da nur so gewährleistet ist, dass Regeln oder Strategien verstanden, gespeichert und passend angewendet werden können und dass die Lehrperson Einblick in das Denken der Lernenden erhält.“ (Schmassmann 2003: 211)

Während die Form der Automatisierung dem Kind überlassen werden kann, sollte vom Lernprogramm jedoch einige Aufmerksamkeit auf spezielle Regelmäßigkeiten sowie Ökonomisierungsformen gelegt werden. In Erinnerung an die Lerneinheit zum Operationsverständnis sollte das Kind auch im Zahlenraum bis 100 Tausch- und Umkehraufgaben und analytische Aufgaben lösen können. Falls dem Kind der Transfer aus dem Zahlenraum bis 10 nicht gelingt, bieten sich die Lernsequenzen, die oben beschrieben worden sind, an dieser Stelle mit Aufgaben aus dem Zahlenraum bis 100 an.

Zu den Rechenvereinfachungen bzw. Ökonomisierungen zählen vor allem der „9ner-Trick“, das Erkennen der kardinalen Nähe und die Ausnutzung des dekadischen Transfers. Bei dem „9ner-Trick“ soll das Kind darauf aufmerksam gemacht werden, dass sich Aufgaben, wie 25+9 auch darüber berechnen lassen, dass zu den 25 erst 10 addiert werden und danach wieder einer subtrahiert wird. Analog kann bei Aufgaben, wie 25+49 (=25+50-1) vorgegangen werden. Dem Kind wird diese Rechenstrategie vielleicht durch die Veranschaulichung am Zehnerfeld deutlicher, da es so die Nähe zum vollen Zehner sowie die Differenz von eins direkt erkennt und die Additionen bzw. Subtraktionen von vollen Zehnern einfacher zu bewältigen erscheint als unter Anwendung der Teilschrittverfahren. An dieser Stelle sollten die notwendigen Schritte soweit automatisiert sein, dass eine Veranschaulichung Hilfestellungen bei der Einsicht zur Ökonomisierung bieten kann, aber zur Durchführung der Rechenschritte nicht mehr benötigt werden muss. Daher sollte das Material zu diesem Zeitpunkt lediglich als „Starthilfe“ dienen.

Bei einigen Aufgaben erübrigt sich das Berechnen mithilfe von Zwischenschritten aufgrund der kardinalen Nähe des Minuenden und des Subtrahenden. Solche Aufgaben sind z. B. 25-24, 99-98, 21-19. (Vgl. Brühl u. a. 2003: 99) Ist der Zahlaufbau verstanden, erweisen auch diese Aufgaben keine Schwierigkeiten, weil das Kind erkennt, dass der Minuend und der Subtrahend sich um einen bzw. um zwei unterscheiden und sich deshalb das Ergebnis direkt bestimmen lässt. Zur Übung dessen bietet sich eine Aufgabenstellung an, bei der das Kind aus einer Fülle von auf dem Bildschirm zu sehenden Aufgaben, die Aufgaben markieren muss, deren Ergebnis es aufgrund ihrer kardinalen Nähe direkt benennen kann.

Ein dekadischer Transfer wird in vielen Lehrbüchern zur Verdeutlichung des Prinzips des Stellenwertsystems eingeübt. (Radatz u. a. 1998: 57) Die Vorteile der Analogiebildung und die Erarbeitung dessen sind bereits oben benannt worden. Neben der Analogiebildung können Lösungen auch über Nachbaraufgaben ermittelt werden. „Durch Nachbaraufgaben wird das Umfeld einer Operation mitbetrachtet." (Leutenbauer 1998: 172)

Ist das Kind in der Lage, alle Aufgaben aus dem Zahlenraum bis 100 unter Anwendung sachgerechter Rechenstrategien zu ermitteln, ist es sinnvoll, die Strategieauswahl zu trainieren. „Geübt werden muss in der dritten Phase die vermischte Anwendung dieser Strategien, d. h. das Abrufen der verschiedenen Strategien und die Auswahl geeigneter Strategien." (Gerster 2002a: 376) Sicherheit bekommt das Kind darüber, dass es immer häufiger eigenständig und flexibel Aufgaben berechnen und überprüfen kann. Dabei ist es wichtig, dass das Kind auf unterschiedliche Methoden zurückgreifen kann. Gerade die Flexibilität in dem Lösen von Aufgaben gibt dem Kind die notwendige Sicherheit. Zur endgültigen Festigung dieser Sicherheit eignen sich fast alle bestehenden Lernprogramme, da das Kind jetzt eigenständig in der Lage ist, die Aufgaben zu überprüfen und sachgerecht zu berechnen. Große Vorteile ergeben sich daraus, wenn das Lernprogramm diagnostisch ermittelt, welche Aufgaben dem Kind leichter und schwerer fallen, so dass es durch die weitere gezielte Aufgabenauswahl die Schachstellen des Kindes speziell fördern kann.

4.4 Multiplikation und Division

Nachdem das Stellenwertsystem aufgearbeitet worden ist, sollen computerunterstützte Präventions- und Interventionskonzepte für die Multiplikation und die Division vorgestellt werden. Dabei wird *erstens* das mathematische Lernziel hinsichtlich beider neuer Rechenarten formuliert, *zweitens* erfolgt eine kurze Begründung der Vorteile der zeitlichen Trennung bei der *Erarbeitung* beider Lerninhalte, *drittens* wird das Diagnosemodul vorgestellt, welches sowohl die Multiplikation als auch die Division umfasst und *viertens* werden die computerunterstützten Präventions- und Frühfördermodule dargestellt. Während die Behandlung beider Lerngegenstände im Diagnosemodul sinnvoll ist, da es hier um die Ermittlung der individuellen Lernausgangslage des Probanden geht, wird bei den computerunterstützten Maßnahmen erst die Multiplikation behandelt und auf den neu gewonnenen Erkenntnissen aufbauend die Division. Die Gliederung der Abschnitte orientiert sich dabei am logisch hierarchischen Aufbau der Lerninhalte.

4.4.1 Mathematische Lernziele

Entscheidend für das Verständnis der Multiplikation und der Division ist das Wissen über den Zusammenhang der Addition und der Multiplikation sowie der Subtraktion und der Division. (Wehrmann 2003a: 17) Der Zusammenhang der Grundrechenarten, also auch der Division als Inversion der Multiplikation ist dabei ebenfalls vorausgesetzt. Bei der Division sind die beiden Bedeutungen des Auf- und Verteilens zu unterscheiden. (Padberg 1996: 133) Ein sachgerechtes Verständnis der neuen Rechenarten setzt - analog zum Operationsverständnis - voraus, dass ihre Operationen mengenhandelnd ausgeführt, in Ziffernschreibweise übertragen und angemessene Rechengeschichten zu den Operationen erzählt werden können. (Gerster 2002a: 387) Das sichere und anwendungsbezogene Beherrschen des kleinen Einmaleins sowie des kleinen Einsdurcheins erfordert auch ein Zurückgreifen auf Rechengesetze, die nicht als Gesetze begriffen werden, sondern als Rechenvorteile zur Hilfestellung bei der Automatisierung der Aufgaben genutzt werden sollen. (Vgl. Kultusministerium des Landes Nordrhein- Westfalen 2003)

4.4.2 Zeitliche Trennung der Multiplikation und Division

Sowohl die Multiplikation als auch die Division können gesonderte Schwierigkeiten hervorrufen, die einer speziellen Aufarbeitung bedürfen. Für das Verständnis der beiden Rechenarten ist der sichere Umgang auf Grundlage einer sachgerechten Einsicht der bisher behandelten Präventions- und Fördermodule vorausgesetzt. Da die Division zumindest in den ersten beiden Grundschuljahren als Umkehroperation der Multiplikation am Besten verständlich wird, also ein adäquates Wissen der Multiplikation voraussetzt, sollen erst die Schwierigkeiten der Multiplikation behandelt werden, um daran anschließend aus dem Erarbeiteten die Division ableiten zu können; „denn ‚In' kann nur als Umkehraufgabe zu ‚Mal' verstanden und gespeichert werden." (Gaidoschik 2003a: 109)[149] Dieses Vorgehen steht im Widerspruch zu vielen Schulbüchern und Lehreinheiten des Mathematikunterrichtes, bei denen nach der Behandlung einer speziellen Multiplikationsreihe oft direkt im Anschluss die dazugehörige Divisionsreihe besprochen wird,

[149] „Die Kinder müssen erst ein begriffliches Verständnis vom Multiplizieren und eine gewisse rechnerische Sicherheit im Umgang mit dieser Operation entwickelt haben, ehe die Umkehroperation Division im Unterricht thematisiert werden kann." (Radatz u. a. 1998: 81)

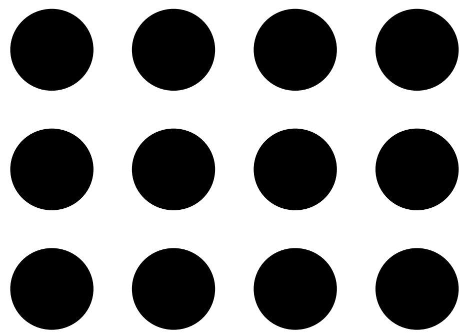
bevor das Thema der Multiplikation vollständig abschlossen wurde. Gerade bei Kindern mit besonderen Rechenschwierigkeiten sollte im Gegensatz dazu sichergestellt werden, dass bei einer Einführung in eine neue Thematik die dafür notwendigen Grundlagen vorhanden sind, so dass ein Lernerfolg nicht von vornherein beeinträchtigt oder sogar aufgrund des hierarchischen Aufbaus der Mathematik ausgeschlossen ist. „Daher wird [...] eine zeitlich getrennte Behandlung der beiden Operationen empfohlen und nicht ein gleichzeitiges Erarbeiten von Multiplikation und Division von Anfang an, wie es in einigen Schulbüchern empfohlen wird.“ (Radatz u. a. 1998: 81) Deshalb werden im Anschluss an das Diagnosemodul die computerunterstützten Präventions- und Interventionskonzepten der Multiplikation behandelt, damit aus diesem Verständnis die Division als Umkehroperation der Multiplikation abgeleitet werden kann, um daran anschließend die besonderen Schwierigkeiten der Division zu erarbeiten.

4.4.3 Diagnosemodule

Während *Prävention* und *Intervention* aus den oben genannten Gründen zeitlich nacheinander verlaufen sollten, kann die computerunterstütze Förder*diagnose* die beiden Bereiche zusammenfassen, da es hier darum geht, die individuelle Lernausgangslage des Kindes zu bestimmen. Aufgrund des Zusammenhangs der beiden Rechenarten werden im Diagnosemodul beide Bereiche Gegenstand sein, um die Problemlage des Kindes differenziert und präzise festzuhalten.

Inwieweit der Proband ein Verständnis der Multiplikation und Division besitzt, dessen Inhalte in dem Lernziel formuliert worden sind, kann einleitend anhand folgender Versuchsreihe diagnostiziert werden: Auf dem Bildschirm ist folgende Anordnung zu sehen (Mathematisch- Lerntherapeutisches Institut 1997: 16):[150]

[150] In Anlehnung an die intrinsische Motivation können die Kreise selbstverständlich auch ersetzt werden durch Symbole oder Bilder aus der Alltagswelt, zu denen das jeweilige Kind einen speziellen Zugang oder Vorlieben entwickelt hat. Diese Vorlieben könnten zu Anfang erfragt werden oder von einer Bezugsperson des Kindes angegeben werden. Der Nachteil von speziellen Veranschaulichungen besteht allgemein darin, dass das abstrakte Prinzip festgehalten werden soll und keine spezielle Eigenschaft eines Dinges. Deshalb muss sichergestellt werden, dass bei speziellen Veranschaulichungen keine Missverständnisse beim Kind auftreten.



Als erstes wird das Kind dazu aufgefordert, die Anzahl der Kreise zu ermitteln: „Kannst du mir sagen, wie viele Kreise es sind?“ Bereits an dieser Stelle kann es entscheidend sein zu beobachten, wie das Kind die Anzahl der Kreise bestimmt, ob es sich bereits einer Einsicht in die Multiplikation als wiederholte Addition bedient, oder ob es die Kreise einzeln abzählen muss, um das Ergebnis zu ermitteln. Gezieltes Nachfragen einer Lehrperson könnte diese Diagnoseeinheit erheblich erleichtern. Danach folgen die weiteren Diagnoseschritte:

Um herauszufinden, ob das Kind den Zusammenhang von Addition und Multiplikation verstanden hat, wird das Kind im nächsten Schritt dazu aufgefordert, sowohl eine Additionsaufgabe zu der Darstellung einzugeben als auch eine Multiplikationsaufgabe. Das Lernprogramm fragt: „Kannst du mir eine Plusaufgabe nennen, die zu dem Bild passt?“ und „Kannst du mir auch eine Malaufgabe nennen, die zu dem Bild passt?“ (Mathematisch- Lerntherapeutisches Institut 1997: 16) Zur Beantwortung der Frage sind jeweils zwei Antworten möglich: zum einen 3+3+3+3 und 4+4+4 und zum anderen 4*3 und 3*4.[151] Um die Unterscheidung der beiden Möglichkeiten zu verdeutlichen und um dem Kind gegebenenfalls Hilfestellungen zu geben, können die einzelnen Kreise markiert bzw. folgendermaßen abgedeckt werden: Hilfen für die Antwort 3+3+3+3 und 4*3 könnten darin bestehen, dass die Dreiermengen nacheinander gezeigt werden, indem z. B. nacheinander viermal drei Kreise farblich hervorgehoben werden. An dem gleichen Bild sollen anschließend die Vierermengen hervorgehoben werden, indem nacheinander dreimal vier Kreise akzentuiert werden. Die Diagnose muss ermitteln, ob das Kind zu der jeweiligen Darstellung die zwei Additions- und Multiplikationsaufgaben ermitteln kann.[152]

[151] Selbstverständlich gibt es mehrere richtige Antworten, die hier vernachlässigt werden. Eine weitere Antwort ist z. B. 6+6 und 2*6.

[152] Eine andere Möglichkeit der Akzentuierung zeigt Gerster, indem er die jeweiligen „Portionen“ (Multiplikanden) einrahmt. Vgl. dazu Gerster 2002a: 387.

Anhand derselben Veranschaulichung kann im Folgenden das Verständnis der Division erfragt werden. Das Lernprogramm stellt die Frage: „Kannst du mir jetzt auch eine ‚Geteilt'-Aufgabe nennen?“ Und daran anschließend, „Weist du noch eine ‚Geteilt'-Aufgabe?“. (Mathematisch- Lerntherapeutisches Institut 1997: 16) Zur Unterscheidung der beiden Divisionsaufgaben (12/3 und 12/4) könnten die einzelnen Mengen wiederum hervorgehoben werden.

Weil ein sachgerechtes Operationsverständnis der Multiplikation und der Division neben der modell- oder bildhaften Darstellung und der symbolischen Schreibweise auch konkrete Sachsituationen umfasst (Gerster 2002a: 387), fordert das Lernprogramm das Kind auf, zu der Veranschaulichung eine Rechengeschichte zu erzählen. Es sollte präzise sichergestellt werden, inwieweit das Kind zwischen den Ebenen operieren kann, d. h. inwieweit es eine Sachsituation, Ziffernschreibweise und eine bildhaften Darstellung in die jeweils anderen Darstellungsformen überführen kann.

Neben der obigen Veranschaulichung sind weitere Diagnoseeinheiten denkbar, die je nach Verständnisschwierigkeiten des Kindes notwendig werden, um die Lernausgangslage zu bestimmen:

Diagnosebeispiele für die Multiplikation, die analog auf die Division übertragen werden können:

- „Peter hat drei Tüten. In jeder Tüte sind vier Bonbons.“ Aufgabenstellung: „Schreibe mir zu der Rechengeschichte eine Aufgabe auf und zeige mir ein Bild!“ Dabei muss sichergestellt sein, dass das Kind weiß, wie es am Bildschirm die bildhafte Veranschaulichung zeigen kann. Eine andere Möglichkeit besteht darin, dass das Kind aus verschiednen modellhaften Darstellungen die richtige auswählen soll. (Vgl. auch Gerster 2002a: 388)
- „Schreibe mir eine Rechengeschichte auf, die zu dem Bild passt! Schreibe auch Aufgaben auf, die zu dem Bild passen!“ (Vgl. auch Gerster 2002a: 388) Diese Einheit entspricht der Einführungsaufgabe, die je nach Problemlage des Kindes erweitert werden kann.

Zu einer Aufgabe soll eine bildhafte Darstellung und eine Rechengeschichte erfunden werden. (Vgl. auch Gerster 2002a: 388)

Neben dem Verständnis der Multiplikation und der Division ist zu ermitteln, wie das Kind die Multiplikations- und die Divisionsaufgaben löst. Dabei muss das Computerprogramm mit eventueller Unterstützung einer Lehrperson ergründen, ob das Kind die Aufgaben spontan und auswendig lösen kann, oder ob das Kind die Aufgaben anhand des Hochzählens der Multiplikationsreihen löst. Bei dem Aufsagen der Reihen sollte wiederum unterschieden werden, ob die Reihen flüssig im Kopf oder unter Zuhilfenahme der Finger gezählt werden. (Wehrmann 2003b: 20) Ähnliches gilt für die Division. Hier muss diagnostiziert werden, ob das Kind die Aufgaben auswendig und spontan lösen kann, ob es die Analogie zur Multiplikation und zur Addition herstellen kann und ob es das Verständnis des Enthaltenseins (Analogie zur Subtraktion) besitzt. (Wehrmann 2003b: 21) Dieses sollte anhand von Beobachtungen herausgefunden werden. Die Schwierigkeit für ein Computerprogramm besteht darin, dass es lediglich die Geschwindigkeit festhalten kann, die das Kind braucht, um die Aufgaben zu lösen. Inwieweit es zum Lösen der Aufgaben die Finger oder andere Hilfen benutzt, kann ein Lernprogramm nicht ermitteln. Deshalb sollte eine Lehrperson die Diagnoseeinheit unterstützen, damit auch durch gezieltes Nachfragen ermittelt werden kann, wie das Kind die Aufgaben berechnet.

Falls diagnostiziert wird, dass das Kind die Aufgaben nicht spontan und auswendig lösen kann, muss anhand weiterer Aufgaben überprüft werden, ob das Kind sich die Lösungen mithilfe der so genannten Kernaufgaben bzw. Königsaufgaben erschließen kann:

- 6*8: Löst das Kind die Aufgabe, indem es zu 5*8=40 1*8=8 addiert oder zählt es die 8er Reihe beginnend mit 1*8 hoch.
- 9*7: Löst das Kind die Aufgabe, indem es von 10*7=70 1*7=7 subtrahiert oder durch das Hochzählen der entsprechenden Reihe. (Vgl. auch Wehrmann 2003b: 20)

Diese Aufgabentypen sollen dazu dienen, genau zu diagnostizieren, wie das Kind Aufgaben löst und welche Voraussetzungen es für das Lösen der Aufgaben hat bzw. auf welches Verständnis es bereits zurückgreifen kann. Ein Zurückgreifen auf die Kernaufgaben schließt das Anwenden des Distributivgesetzes mit ein, auch wenn das Gesetz selber bzw. die Definition dessen dem Kind unbekannt ist. (Gerster 2002a: 401)

Neben dem Distributivgesetz erleichtert das Anwenden des Kommutativgesetzes das Lösen von Multiplikationsaufgaben. (Padberg 1996: 120) Deshalb ist zu überprüfen, ob das Kind die Gemeinsamkeit dieser Aufgaben, wie z. B. 4*5 und 5*4 erkennt und erklären kann.

Das Verständnis über den Zusammenhang der Multiplikation und der Division als Umkehroperationen sollte zusätzlich zu den oben genannten Aufgabenstellungen anhand konkreter Anwendungsaufgaben überprüft werden. Geeignete Aufgaben dazu wären z. B. 56/7*7 oder 81/9*9. (Mathematisch- Lerntherapeutisches Institut 1997: 17) Entscheidend ist, ob das Kind die Aufgaben durchrechnet oder ob es erkennt, dass es das Ergebnis bereits ablesen kann. Zudem ist es wichtig, dass das Kind diesen von ihm erkannten Zusammenhang auch erklären kann.

Eine besondere Schwierigkeit bei vielen rechenschwachen Kindern ist die Multiplikation mit der 1 und der 0. (Gerster 2002a: 393-394) Daher sollte das Verständnis an einigen Aufgaben, z. B. 7*1, 1*6, 9*0,0*7 überprüft werden.

4.4.4 Präventions- und Frühfördermodule der Multiplikation

Zur Einführung der Multiplikation konkurrieren im Wesentlichen drei Grundmodelle: das Modell der Mengenvereinigung, das Kartesische Produkt (vgl. Krauthausen u. a. 2003: 27) und das Operatorenmodell. (Vgl. hierzu auch Padberg 1996: 111 ff.)[153] Aus guten Gründen (vgl. Padberg 1996: 111-118) arbeiten viele Schulbücher und Lehrpersonen mit dem Modell der Mengenvereinigung. Dieses Grundmodell stellt auch die Grundlage für die folgenden Präventions- und Frühförderkonzepte dar. Es geht also im Folgenden nicht darum, ein neues Modell zu entwickeln, sondern das wichtigste Grundmodell zur Einführung der Multiplikation computerunterstützt anzugleichen bzw. so zu erweitern, dass es auch den elementaren Rechenschwierigkeiten einiger Kinder gerecht wird. Prävention und Frühförderung sind darauf gerichtet, dass die „Stolpersteine“ vieler Kinder im Vorfeld erkannt werden, um diesen angemessen begegnen zu können. Die Aufmerksamkeit richtet sich zum einen darauf, Schwierigkeiten im Vorfeld zu vermeiden und zum anderen darauf, auf bereits vorhandenen Defiziten fachgemäß zu reagieren.

Einführung der Multiplikation

Unabdingbare Voraussetzung für das Verständnis der Multiplikation ist ein sachgerechtes Anzahlverständnis, denn bei Multiplikationsaufgaben geht es neben der Frage „Wie oft?“ auch um die die Frage „Wie viel?“ „Das Verständnis der Multiplikation ist schwierig, solange das Kind noch nicht spontan verfügt über das Konzept der Zahl als ‚abstract composite unit‘, d. h. der Zahl als *ein* Ganzes, das aus Einheiten zusammengesetzt ist und selbst wieder als zählbare Einheit auftritt.“ (Gerster 2002a: 391) D. h., dass aufbauend auf dem Anzahlverständnis eine neue Schwierigkeit hinzutritt, die darin besteht, herauszubekommen, wie oft diese Anzahl vorhanden ist.[154] In einer Aufgabe, z. B. 3*5 bezeichnet die 5 die Anzahl und die 3 gibt an, wie oft diese Anzahl vorliegt. Dass „die beiden

---

[153] Radatz und Schipper unterscheiden das zeitlich- sukzessive Modell, das zeitlich- simultane Modell und das kombinatorische Modell. (Radatz u. a. 1998: 82 ff.) Eine ausführliche Diskussion der Modelle bieten Bauersfeld u. a. 1971 und Bönig 1995.

[154] „Allerdings geht dieses Konzept der Multiplikation über das der Addition hinaus, denn der Multiplikator zählt Mengen, ist also eine Eigenschaft einer Menge von Mengen, während der Multiplikand eine Eigenschaft einer Menge ist (vgl. Abb. 9.2). Die beiden Faktoren operieren also auf verschiedenartigen Mengen, die Summanden bei der Addition dagegen auf gleichartigen.“ (Gerster 2002a: 387)

beteiligten Zahlen in dieser Operation eine völlig unterschiedliche ‚Rolle' spielen" (Gaidoschik 2003a: 106) muss das Kind für das Verständnis der Multiplikation als Rechenoperation begreifen. Genau diese Unterscheidung ist vielen Kindern unklar, so dass auf die Erarbeitung besondere Aufmerksamkeit nicht nur bei Kindern mit großen Rechenschwierigkeiten gelegt werden sollte.

Es geht im Folgenden darum, wie das Verständnis der Multiplikation computerunterstützt erarbeitet bzw. aufgearbeitet werden kann. Als erstes soll daran erinnert werden, dass den Kindern das Wort „mal" aus anderen Zusammenhängen vertraut ist, so dass die Bedeutung dieses Wortes bei der Multiplikation neu entwickelt werden muss. Kinder benutzen das Wort in Aussagen, wie, „ich war diese Woche 5 mal in der Schule!", „Ich habe das Buch schon 3 mal gelesen!"; sie benutzen das Wort als wiederholtes Tun einer Handlung. (Vgl. auch Gerster 2002a: 390) Deshalb muss das Bewusstsein dafür geschaffen werden, dass das Wort „mal" bei der Multiplikation nicht das wiederholte Tun einer Handlung ist, sondern das mehrfache Vorhandensein einer Anzahl bestimmt. Ob es sich dabei um eine Handlung handelt oder ob die Vereinigungsmengen von Anfang an vorhanden sind, spielt dabei keine Rolle. Weitere sprachliche Schwierigkeiten bei der Beschreibung konkreter Sachsituationen sieht Gerster in Begriffen wie „jeder, in jeder, für jede, jedesmal, pro, je, dreimal so viele, zweimal mehr, wievielmal so viele, auf das Wievielfache." (Gerster 2002a: 390) Die konkreten Probleme bestehen darin, dass die Begriffe nicht einfach zu verstehen sind und Unterschiedliches bedeuten können.

Anknüpfend an die intrinsische Motivation sollte die Unterscheidung von Multiplikator und Multiplikand an konkreten Alltagssituationen und mit konkretem Material am Bildschirm und deren anschließender sprachlicher Umsetzung erarbeitet werden.[155] „Auch die Einführung und Grundlegung der Multiplikation im 2. Schuljahr beginnt mit dem Erkennen und Beschreiben diesbezüglich relevanter Sachsituationen oder –kontexte in der Umwelt der Kinder." (Krauthausen u. a. 2003: 25) Auf dem Bildschirm sind z. B. Lutscher zu sehen, die sich in einem Regal, Korb oder ähnlichem befinden. Das Kind wird jetzt aufgefordert, 4 Lutscher z. B. in ein Regal zu legen. Nach Vollzug dieser Handlung wird es erneut aufgefordert, 4 Lutscher in das Regal zu legen. Daran anschließend ein weiteres Mal.[156] Danach soll es selber erklären, was es gemacht hat und wie oft es wie viele

[155] „Hier ist es für das Kind leichter als beispielsweise am Zahlenstrahl oder an der Zahlwörterfolge, die aus jeweils gleich vielen Einzeldingen zusammengesetzten Einheiten (Teilportionen) als zählbare Objekte zu erkennen." (Gerster 2002a: 392)

[156] Auch wenn es später unbedeutend ist, ob die Multiplikation als Handlung oder als Mengenvereinigung verstanden wird, spricht einiges dafür, bei der Einführung die Handlungsform zu wählen, da darüber die Bedeutung des Wortes „mal" bei der Multiplikation in der Regel leichter erschlossen werden kann.

Lutscher in das Regal gelegt hat. Die erwünschte Antwort des Kindes wäre: „Ich habe drei mal vier Lutscher in das Regal gelegt." Eine andere Möglichkeit besteht darin, das Kind aufzufordern, z. B. zwei Kreise zu malen. Diese Aufforderung bekommt das Kind dreimal. Danach wird es gefragt: „Wie oft hast du zwei Kreise gemalt?" Das Computerprogramm sollte darauf achten, dass das Kind sowohl die Handlung eigenständig vollzieht als auch sein Handeln versprachlichen kann: „Das Kind muss sein Tun begrifflich verarbeiten, es muss das mathematisch Wesentliche dieses Tuns begreifen, und das heißt immer auch: dieses versprachlichen." (Gaidoschik 2003a: 107) Sobald das Kind die Handlungsaufforderung zur Multiplikation richtig lösen und seine Lösung erklären kann, sollte es aufgefordert werden, dem Computerprogramm ähnliche Aufforderungen zu geben, z. B. „Lege mir vier mal drei Äpfel!"

Daran anschließend muss die dazugehörige Ziffernschreibweise der Multiplikation erarbeitet werden. Entscheidend dabei ist, dass das Kind den Multiplikator als „wie oft?" versteht und den Multiplikanden als die Anzahl.[157] Versteht das Kind die mathematische Operation jetzt auch in der Ziffernschreibweise, kann es den Zusammenhang zur Addition, den es bereits handelnd durchgeführt hat, auf dieser Grundlage nachvollziehen. „Dieses Unterrichtsprinzip [Operatives Prinzip] geht zurück auf Piagets Theorie der Operationen (Piaget 1969), wonach sich das Denken aus dem Wahrnehmen und Handeln des Kleinkindes entwickelt, bzw. in seiner weiteren Ausarbeitung auf Aebli (1966/1968/1976/1985)." (Krauthausen u. a. 2003: 135) Deshalb sollte im weiteren Vorgehen mit dem Kind dieser Zusammenhang anhand konkreter Aufgabenstellungen und Handlungen besprochen werden. Die entsprechenden Übungen am Computer sehen folgendermaßen aus: Ein konkretes Bild oder Modell ist zu sehen. Dazu soll das Kind die entsprechenden Additions- und Multiplikationsaufgaben eingeben. Je nach Motivationslage kann es hilfreich sein, das Modell aus dem Diagnosemodul zu wählen, um dem Kind seinen Lernfortschritt zu verdeutlichen und ihm über diesen Lernerfolg im Elementarbereich für die weiteren Lerneinheiten zu motivieren.

Neben den bisherigen Ausführungen verweisen auch die Aufgabenstellungen aus dem Diagnosemodul auf die elementare Bedeutung der Multiplikation als mathematische Operation auf den drei Ebenen.[158] Da die Verknüpfung der symbolischen Darstellung, der

---

[157] Die lateinischen Endungen weisen darauf hin; -ator (aktiv) und –and (passiv). Selbstverständlich sollte diese Terminologie dem Kind nicht nahe gelegt werden, da es nur zusätzliche Verwirrungen stiften würde.

[158] Analog zur Addition/Subtraktion „besteht auch bei der Multiplikation/Division *Operationsverständnis* in der Fähigkeit, Verbindungen herstellen zu können zwischen: a) konkreten Sachsituationen, die meist verbal beschrieben werden und möglichst realitätsnah sein sollten, b) modell- oder bildhaften Darstellungen von entsprechenden Quantitäten und Beziehungen, c) symbolischen Schreibweisen für

konkreten Sachsituation und der modellhaften Anschauung bereits gesondert anhand der Addition und Subtraktion beschrieben worden ist (s. Kapitel 4.2), soll an dieser Stelle nur der Verweis stehen, dass sich analog zu den ersten beiden Rechenarten das Verständnis der Multiplikation erschlossen werden muss. Erarbeitungshilfen dazu sind vorangehend angesprochen worden. Je nach Lernausgangslage des Kindes sollten diese entsprechend ausgebaut werden. Eine nähere Ausführung aller Möglichkeiten würde den Rahmen dieser Arbeit sprengen.

Richtig bemerkt Gerster, dass „[n]ichtzählende Strategien auf dem Verständnis der Multiplikation als Zusammensetzung eines Ganzen aus gleichen Teilportionen" (Gerster 2002a: 399) beruhen. Diese Voraussetzung für ein nichtzählendes Rechnen ist mithilfe der ersten Lerneinheiten geschaffen worden, so dass im Folgenden der Schwerpunkt auf die Anwendung von Rechenstrategien gelegt werden kann.

Rechengesetze

Für die Behandlung der Multiplikation sind drei Rechengesetze von Bedeutung, die in den ersten beiden Grundschuljahren selbstverständlich nicht in algebraischer Form besprochen werden, sondern den Schülern als Rechenvorteile nahe gelegt werden: Das Kommutativgesetz (Vertauschungsgesetz a*b=b*a), das Distributivgesetz (Verteilungsgesetz a*(b+c)=a*b+a*c) und das Assoziativgesetz (Verbindungsgesetz (a*b)*c=a*(b*c)). (Vgl. Padberg 1996: 120-122; Gerster 2002a: 400-401)

Kommutativgesetz

Dieses Gesetz ist bereits in der Lerneinheit zum Operationsverständnis anhand der Tauschaufgaben bei der Addition thematisiert worden. (Vgl. auch Leutenbauer 1998: 154) Auf der Grundlage eines abgesicherten Wissens und Verständnisses der Multiplikation als wiederholte Addition ist das Gesetz leicht nachvollziehbar. „Das Kommutativ- oder Vertauschungsgesetz der Multiplikation sagt aus, daß die Reihenfolge der Faktoren vertauscht werden kann, wobei der Wert des Produktes gleich bleibt." (Leutenbauer 1998: 240) Verdeutlicht werden sollte die Gesetzmäßigkeit anhand von Beispielen aus Alltagssituationen, die gemäß der Ausführungen zum Operationsverständnis zumindest auf der symbolischen und modellhaften Ebene dargestellt werden sollten. Anhand von zwei Aufgaben, z. B. 3*4 und 4*3 soll das Kind die dazugehörigen Mengen anhand von ihm ausgewählten Bildschirmmaterials legen. Zusätzlich sollte das Kind die entsprechenden

---

die zugrunde liegenden Quantitäten und Rechenoperationen, meist in Form von Gleichungen." (Gerster 2002a: 387)

Additionsaufgaben in Ziffernschreibweise eingeben, um die Umwandlung der Multiplikationsaufgaben in die Additionsaufgaben zu verdeutlichen. (Vgl. Leutenbauer 1998. 240) Wählt das Kind z. B. Anzahlen von Flaschen in einem Getränkekasten, muss das Kind durch gezieltes Nachfragen des Lernprogramms merken, dass die Gesamtanzahl der Flaschen bei den Aufgaben gleich bleibt und dass sich beide Aufgaben durch dasselbe Modell darstellen lassen. Je nach Blickwinkel erkennt man 3*4 oder 4*3 Flaschen. Um dem Kind die unterschiedlichen Blickwinkel zu verdeutlichen, könnten farbliche Markierungen visuelle Unterstützung geben. Entscheidend ist, dass das Kind erkennt, dass sich die Gesamtanzahl nicht verändert, wenn man Multiplikator und Multiplikand vertauscht. Mehrere auch vom Kind selbst gewählte Beispiele sollten diese Gesetzmäßigkeit verstärken. Da im Vorfeld viel Aufmerksamkeit auf die stringente Unterscheidung zwischen dem Multiplikator und Multiplikanden gelegt worden ist, erscheint es dem Kind an dieser Stelle vorerst vielleicht verwirrend, dass es die beiden Zahlen einfach vertauschen kann bzw. dass es auf die Reihenfolge der beiden Zahlen auf einmal nicht mehr ankommen soll.[159] Deshalb muss dem Kind an vielen Beispielen das Vertauschungsgesetz verdeutlicht werden. Von der vorher gemachten Unterscheidung soll kein Abstand genommen werden, da diese für das Verständnis der Multiplikation elementar ist. Auf dieser Grundlage lassen sich im weiteren Rechenvorteile, die sich aus dem Vertauschungsgesetz ableiten, entwickeln. Dem Kind kann daher der praktische Vorteil des Gesetzes nahe gelegt werden. „Das Vertauschungsgesetz ist zur Erlernung des Kleinen 1*1 sehr *hilfreich* (es reduziert die Anzahl der Aufgaben auf rund die *Hälfte*)…“ (Padberg 1996: 121) Genau die Reduzierung der Aufgaben des kleinen 1*1 ist für jedes Kind ein guter Grund, darauf zurückzugreifen, weil es sich oft mühvolle Lösungsversuche aufgrund dieser Einsicht ersparen kann.

Auch wenn das Gesetz mit der bildhaften Darstellung und der symbolischen Schreibweise leicht nachzuvollziehen ist, ist es auf der sprachlichen Ebene keineswegs selbstverständlich. Es ist ein Unterschied, ob ich z. B. 2 Tüten mit jeweils 5 Bonbons habe oder 5 Tüten mit jeweils 2 Bonbons. An dieser Stelle sollte darauf hingewiesen werden, dass die oben gemachte Unterscheidung in Multiplikator und Multiplikand weiterhin relevant ist, dass aber die Gesamtanzahl von Bonbons bei beiden Aufgaben gleich ist. Möchte ich also nur wissen, „wie viele Bonbons sich in den Tüten befinden“ erhalte ich bei beiden Darstellungen die gleiche Gesamtanzahl. Dennoch ist es sinnvoll, mit einer

[159] Aufgrund des Kommutativgesetzes wird die sprachliche Unterscheidung in Multiplikator und Multiplikand in höheren Klassen aufgeben und fast nur noch von „Faktor * Faktor = Produkt“ gesprochen.

modellhaften Darstellung, z. B. einem Punktemuster, das Vertauschungsgesetz klar zu machen, weil es daran unmittelbar für ein Kind ersichtlich wird.

Gerster stellt einen weiteren Anwendungsvorteil des Vertauschungsgesetzes heraus: „Das Vertauschungsgesetz macht *einsichtig*, dass 10*6=6*10, also 60 ist, was im Unterricht leider oft rein rezepthaft als formales „Null-Anhängen“ abgetan wird. Auf der Ebene konkreter Handlungen ist keineswegs trivial, dass in 10 Sechser- Eierschachteln genau so viele Eier passen wie in 6 Zehner-Eierschachteln. Klarer wird dies schon, wenn man die 10 Sechser-Eierschachteln aufeinander stellt. Dann befinden sich jeweils 10 Eier übereinander. Es sind also 6 Zehnerportionen, also 60 Eier.“ (Gerster 2002a: 400-401)

Distributivgesetz

„Wird ein Faktor additiv zerlegt, und werden beide Summanden mit dem zweiten Faktor multipliziert, so ist nach dem Distributiv- oder Verteilungsgesetz der Multiplikation die Summe der beiden Teilmultiplikationen gleich dem Produkt der beiden Faktoren.“ (Leutenbauer 1998: 257) Dieses Verteilungsgesetz wird sowohl auf der sprachlichen als auch auf der modellhaften Ebene ersichtlich. So lässt sich z. B. die Aufgabe 3*6 darstellen in 3*5+3*1. Auf der modell- oder bildhaften Ebene ist die Aufteilung der 6 in 5+1 sehr gut nachvollziehbar, kann aber noch durch gezielte Computeranimation unterstützt werden. Auch in Sachsituationen wird das Gesetz deutlich. Wenn sich in einer Tüte fünf Bonbons und eine Schokolade befinden, befinden sich in drei dieser Tüten 15 Bonbons und 3 Schokoladen. Das Lernprogramm sollte sicherstellen, dass das Kind das Prinzip verstanden hat, bevor es ihm die Rechenvorteile nahe legt. Deshalb sollten wieder Alltagssituationen, die eventuell vom Kind selbst gewählt werden können, herangezogen werden. Das Kind sollte weiterhin dazu aufgefordert werden, die Gesetzmäßigkeit in der bildhaften Darstellung und in Sachsituationen wieder zu finden und gegebenenfalls selber welche zu entwickeln.

Daran anschließend sollten die Rechenvorteile erarbeitet werden, d. h. der konkrete Nutzen für das Berechnen von Multiplikationsaufgaben dem Kind gezeigt werden. Vielleicht ist das Kind auch eigenständig in der Lage, diesen Nutzen selber zu entdecken. Die Rechenvorteile beziehen sich auf das Zurückgreifen auf die so genannten Kern-aufgaben bzw. Königsaufgaben. (Müller u. a. 2000: 118) „Das Verteilungsgesetz erleichtert die nichtzählende Berechung vieler Einmaleinsaufgaben (meist nach der Strategie der sogenannten *Nachbaraufgaben*).“ (Gerster 2002a: 401) Um dem Kind die Rechenvorteile nahe zu legen, sollten erst einmal die Kernaufgaben ermitteln werden, aus denen sich die weiteren Aufgaben ableiten lassen. Bei den Kernaufgaben ist ein Faktor 1, 2, 5 oder 10. Diese Aufgaben jeder Reihe müssen erarbeitet und damit auch gewusst werden, was keine besondere Schwierigkeit darstellt, da sich das Ergebnis eines Faktors 2 aus der

Verdopplung ableiten lässt und bei dem Faktor 5 aus der Halbierung der 10.[160] Daran anknüpfend lassen sich dann die folgenden Aufgaben jeder Multiplikationsreihe wie folgt ermitteln:

- 3*4=2*4+1*4
- 4*4=5*4-1*4
- 6*4=5*4+1*4
- 7*4=5*4+2*4
- 8*4=10*4-2*4
- 9*4=10*4-1*4[161]

Wenn es notwendig ist, können diese Ableitungsstrategien über die so genannten Kernaufgaben durch modellhafte Darstellungen unterstützt werden. In der Regel ist es aber auch bei rechenschwachen Kindern nicht notwendig, wenn das vorher Beschriebene ausreichend und auf allen Ebenen hinsichtlich des Operationsverständnisses behandelt worden ist. Verdeutlichungssequenzen sollten aber auf jeden Fall anhand vieler Aufgaben rein auf der symbolischen Ebene folgen. Gezielte Fragen des Computerprogramms könnten ebenso hilfreich sein. Z. B. „Welche Aufgabe könnte dir für die Lösung der Aufgabe 6*8 behilflich sein?“ Ziel der Einführung des Rechengesetzes ist es, dem Kind Möglichkeiten eines nichtzählenden Lösens von Multiplikationsaufgaben zu zeigen, soweit es die Aufgaben des kleinen 1*1 noch nicht automatisiert hat. Dafür reduziert ein gezieltes Zurückgreifen auf die Kernaufgaben weiterhin die Anstrengung des Kindes und der oft zu beobachtende psychische Druck verringert sich.

Assoziativgesetz

Das Verbindungsgesetz ist bereits in oben beschriebenen Rechenvorteilen, die im Folgenden noch einmal ausgeführt werden, enthalten. „Verdoppelt bzw. halbiert man in einem Produkt *einen* Faktor, so verdoppelt bzw. halbiert man das Produkt *insgesamt.*“ (Padberg 1996: 122)[162] Dem Kind lässt sich dieses Gesetz am Besten auf der modellhaften

[160] Halbieren und Verdoppeln sollte im Vorfeld erarbeitet und geübt werden, damit das Gesetz auch angewendet werden kann: „Halbieren und Verdoppeln wird gezielt geübt, weil diese Operationen Grundlagen für das Ableiten unbekannter Einmaleinsätze von den bekannten Königsaufgaben sind [...].“ (Radatz u. a. 1998: 89)

[161] Operativ abgeleitete Aufgabenbeispiele zeigen auch Müller und Wittmann. (Vgl. dazu Müller u. a. 2000: 118)

[162] „Das Assoziativ- oder Verbindungsgesetz sagt aus, daß der Wert des Produktes gleich bleibt, wenn die Faktoren in anderer Reihenfolge als vorgegeben verknüpft werden.“ (Leutenbauer 1998: 246)

Ebene anhand von Punktefeldern zeigen. (Vgl. Müller u. a. 2000: 132 ff.) Anhand von konkreten Beispielaufgaben sollte diese Gesetzmäßigkeit dargestellt werden, z. B. 4*6=24 und 2*6=12; weil der erste Faktor sich halbiert hat, halbiert sich auch das Produkt. Weiterführende Ausführungen können an folgenden Aufgaben gemacht werden: 5*4 ergibt das gleiche Ergebnis wie 10*2, weil der eine Faktor sich verdoppelt und der andere Faktor sich halbiert. Die wichtigste Anwendung des Gesetzes, welche vorher schon besprochen worden ist, besteht in 5*3 ist die Hälfte von 10*3 etc.

Bei der Thematisierung dieser Gesetzmäßigkeit sollte das Programm darauf ausgerichtet sein, dem Kind nicht die Ausformulierung des Gesetzes nahezulegen, sondern über die Anwendung von Gesetzmäßigkeiten Hilfen für das Erlernen der Multiplikationsreihen zu geben. „Es ist nicht das Ziel des arithmetischen Anfangsunterrichtes, diese Gesetze auszuformulieren. Der Lehrerin sollte aber bewusst sein, dass sie die Grundlage bilden für das im Lehrplan erwähnte ‚geschickte Rechnen durch Vertauschen der Faktoren, Nachbaraufgaben, Verdoppeln und Halbieren.' Zugleich sind dies wichtige *Einprägestrategien beim Erlernen des kleinen Einmaleins*." (Gerster 2002a: 401)

Computerunterstützte Wege zum Automatisieren des Einmaleins

Auf Grundlage des Verständnisses der Multiplikation, welches das Anwenden der Rechengesetze als Rechenvorteile mit einschließt, sollen im Folgenden computerunterstütze Möglichkeiten aufgezeigt werden, wie das Einmaleins automatisiert werden kann. „Das Erarbeiten und Durcharbeiten von Operationen dient der Einsicht und der Festigung und Verfügbarkeit von Einsichten. Einsichten zu gewinnen, zu verstehen, ist ein Ziel des Mathematikunterrichtes, doch Anwenden, Problemlösen und das Gewinnen höherer Einsichten erfordern einen weiteren Schritt: das Automatisieren von Kalkülen, Vorstellungen, Begriffen und Regeln." (Claus 1995: 91)

Die Frage, ob eine Automatisierung des Einmaleins im Computerzeitalter überhaupt noch angestrebt werden muss, kann eindeutig bejaht werden.[163] Sicherlich werden heutzutage viele Rechenoperationen von einfachen Taschenrechnern bis hin zu hoch entwickelten Computern erledigt, dennoch gibt es vor allem im Schulalltag viele Bereiche, bei denen eine eigene Berechnung notwendig wird. Nicht nur die darauf aufbauenden Lerninhalte, wie Einineins mit Rest, schriftliches Multiplizieren und Dividieren, Bruchrechnung etc. setzen ein Beherrschen der einfachen Multiplikationsreihen voraus,

[163] „Aufgrund der Möglichkeiten des Rechnereinsatzes liegt die Frage *nahe*, ob sich die Schüler gegenwärtig *immer noch* die Einmaleinskenntnisse unter nicht unbeträchtlichen Mühen und Zeitaufwand aneignen müssen. Die Antwort ist ein *klares Ja*." (Padberg 1996: 122)

sondern auch das Überschlagsrechnen. Vor allem der Bereich der Überschlagsberechnungen zur groben Überprüfung der Ergebnisse wird gerade im Computerzeitalter immer bedeutender. (Vgl. Padberg 1996: 123) Einen weiteren damit zusammenhängenden Grund für die Notwendigkeit der Automatisierung des Einmaleins nennt Padberg in der Hilfe für den Aufbau von Größenvorstellungen. (Padberg 1996: 123) Bezogen auf diese Gründe, die die Notwendigkeit der Automatisierung des Einmaleins herausstreichen, reicht es auch nicht aus, die meisten Reihen zu kennen, sich Aufgaben erschließen zu können oder die Aufgaben durch das Hochzählen der Reihen lösen zu können. Im Gegenteil, ein Kind beherrscht das Einmaleins erst dann, wenn es alle Aufgaben auswendig und spontan lösen kann: „Ein Kind ‚beherrscht' das kleine Einmaleins, wenn es jede der 121 Aufgaben des kleinen Einmaleins innerhalb von 2, maximal 3 Sekunden aus dem Langzeitgedächtnis abrufen kann, ohne Zählstrategien oder dergleichen zu Hilfe nehmen zu müssen. Man sagt dazu kurz: Wenn es die Ergebnisse aller 121 Aufgaben ‚auswendig weiß'." (Gerster 2002a: 402) Der Weg dahin kann ein sehr langer und intensiver Prozess sein, aber jeder Abstrich von dem Ziel der sicheren Beherrschung des kleinen Einmaleins bedeutet ein Scheitern bei den nachfolgenden Unterrichtsinhalten der Division, der schriftlichen Multiplikation und Division, der Bruchrechnung etc. Daher ist es unbedingt notwendig, dem Kind die nötige Zeit zu lassen und vor allem die notwendige Unterstützung zu geben. Wie es zu dem Ziel der Automatisierung am Besten gelangt, ist Gegenstand der folgenden Ausführungen. „Ein sinnvolles Lösen und Lernen der Einmaleinssätze setzt an bei den Kernaufgaben, die von den Schülern sicher bzw. auswendig beherrscht werden sollten. Durch Zerlegen, Verdoppeln oder Vertauschen sind alle übrigen Aufgaben aus den Kernaufgaben schnell ableitbar:" (Lorenz u. a. 1993: 140)

Der Weg dahin kann nicht darin bestehen, die Reihen einfach auswendig zu lernen, vielmehr müssen dem Kind Zusammenhänge zwischen den Aufgaben aufgezeigt werden, so dass es selber Querverbindungen herstellen kann und sich darüber die Lösungen erschließen kann. „Diese Automatisierung wird aber oft nur dann gelingen, wenn sie von Anfang an unter Beachtung der vielfältigen Zusammenhänge der Malaufgaben stattfindet." (Gaidoschik 2003a: 112) „*Understanding* multiplication comes from the ‚unification' of many schemas so that the child may recognise a mathematical (binary) operation whose application is appropriate for *solving* and *representing* a diverse range of tasks." (Anghileri 1989: 383/384, zitiert nach Padberg 1996: 111)

Welche Querverbindung für das jeweilige Kind die hilfreichste ist, kann es nur selber entscheiden. Für das Lernprogramm bedeutet das in erster Linie, dass alle Querverbindungen aufgezeigt und verdeutlicht werden, so dass das Kind nach seinen individuellen Vorlieben und Voraussetzungen, die ihm am hilfreichreichsten erscheinende Lösungsstrategie auswählt. Zudem lernt das Kind durch ein solches Vorgehen weitere

Möglichkeiten der Rechenvereinfachung kennen, auf die es gegebenenfalls bei anderen Aufgabenstellungen zurückgreifen kann. So gibt es z. B. bei der Aufgabe 7*6 zahlreiche Lösungsstrategien:

- 7*6=5*6+1*6 (Kraft der 5)
- 7*6=6*7 (Tauschaufgabe)
- 7*6=6*6+1*6 (Nachbaraufgabe zur Quadratzahl)
- 7*6=7*7-1*7 (Nachbaraufgabe zur Quadratzahl der Tauschaufgabe)
- 7*6=(7*3)*2 (Verdoppeln)
- 7*6=10*6-3*6 (Kraft der Zehn)

Anhand dieser Querverbindungen bzw. Lösungsstrategien sollte herausgestellt werden, dass es meistens für das Lösen einer Aufgabe vielfältige nichtzählende Lösungsmethoden gibt, die alle sinnvoll sind für den Weg zum automatisierten Einmaleins. „Durch Verdoppeln / Halbieren bzw. durch das Bilden von Nachbaraufgaben läßt sich durch zwei Rechenschritte jede Aufgabe einer Einmaleinsreihe mithilfe der zwei Grundaufgaben 2*( )=und 10*( )= erarbeiten." (Leutenbauer 1998: 239) Es soll damit noch einmal betont werden, dass es im Folgenden nicht darum geht, bestimmte Lösungsstrategien zu favorisieren, sondern dem Kind Querverbindungen der Aufgaben aufzuzeigen, damit ihm darüber die Automatisierung wesentlich erleichtert wird. Während es im Schulunterricht leider oft um das stupide Auswendiglernen einer bestimmten Reihe geht, bei der der Multiplikand im Vordergrund steht, soll im Folgenden der Multiplikator Priorität erhalten. Das „wie oft?" soll herangezogen werden, damit sich das Kind zuerst die so genannten Kernaufgaben erschließen kann. (Gaidoschik 2003a: 112) Dabei werden im Gegensatz zum Schulunterricht die einzelnen Reihen nicht nacheinander entwickelt, sondern in ihren Beziehungen zueinander.

Angefangen wird mit den „2mal-Aufgaben", d. h. der Multiplikator ist immer zwei. Bei den Zahlen bis 10 lassen sich diese Aufgaben gut über die Verdopplungen herleiten, die den Kindern zumindest nach der Lerneinheit zum Operationsverständnis vertraut sind. Unterstützt werden sollte diese Phase durch eine modell- oder bildhafte Darstellung auf dem Bildschirm, da zum einen der Sachverhalt dadurch deutlicher wird und zum anderen die visuelle Unterstützung den Lernerfolg nachweislich positiv beieinträchtig. Gut geeignet ist das Zwanzigerfeld, weil die Verdopplungen bzw. die „2mal-Aufgaben" auf dem Zwanzigerfeld sehr deutlich veranschaulicht werden können. (Vgl. Leutenbauer 1998: 47) Auch gut geeignet sind in der Regel die „10mal-Aufgaben", da sie sich aus dem Prinzip des Stellenwertsystems ableiten lassen, das im Vorfeld bereits Gegenstand war. (S. Kapitel 4.3) Kinder lösen diese Aufgaben oft nicht durch eine bewusste Einsicht in den Gedanken des Stellenwertsystems, sondern mithilfe einer Regel, die besagt, dass die 0 angehangen werden muss. Ob das Kind sich dieser Regel bedient oder ob es diese Aufgaben stur auswendig kennt, ist für das Automatisieren selber unbedeutend. Festgehalten werden kann jedoch, dass es den wenigsten Kindern Schwierigkeiten bereitet, die „10mal – Aufgaben“ zu lösen. Um dennoch den Stellenwertgedanken hervorzuheben und die Einsicht bei dem Kind zu wecken – aufgebaut werden kann hier auf das Modul zum Stellenwertsystem – sollten diese Aufgaben an konkretem Material veranschaulicht werden. Bei dem Multiplikanden 6 ist bereits auf das Eierkartonbeispiel von Gerster verwiesen worden. Aber auch „mit Einerwürfel und Zehnerstangen kann man sich das Verzehnfachen klar machen: Aus einem Einerwürfel wird dabei eine Zehnerstange, aus 6 Einerwürfeln werden also 6 Zehnerstangen.“ (Gerster 2002a: 401) Auf der symbolischen Schreibweise kann die Veranschaulichung mit dem Zurückgreifen auf das Distributivgesetz: 10*6=1*6*10 erfolgen. Diese Einsicht sollte dann im Folgenden durch gezieltes Material, wie eben z. B. Zehnerstangen und Einerwürfel zusätzlich verstärkt werden. Hier geht es auch wieder darum, alle „10mal-Aufgaben“ der Zahlen bis 10 auf die dargestellte Art und Weise zu erarbeiten. Daran anschließend sollen „5mal-Aufgaben“ besprochen werden. Eine Möglichkeit der Erarbeitung besteht in der Halbierung der „10mal-Aufgaben“. Schwierigkeiten ergeben sich weniger bei der Hälfte von 20, 40, 60 und 80, dafür aber oft bei der Hälfe von 30, 50, 70 und 90. (Gaidoschik 2003a: 113) Auf der bildhaften Ebene sollte auf das gewählte Material bei den „10mal-Aufgaben“ zurückgegriffen werden und daran die Halbierung zu den „5mal-Aufgaben“ besprochen werden. Es soll daran erinnert werden, dass an dieser Stelle das Distributivgesetz Anwendung erfährt, so dass ohne das Bewusst machen des Gesetztes ein solches Vorgehen nicht unbedingt nachvollziehbar wäre. Bei den „5mal-Aufgaben“ kann es ebenfalls sinnvoll sein, den Zugang über die Fünferreihe zu finden, da die meisten Kinder mit dieser Reihe wenige Schwierigkeiten haben. Über die entsprechenden Tauschaufgaben kann das Programm dann wieder den Multiplikator in den Vordergrund stellen. Eine gute Veranschaulichung aus der Alltagswelt stellt hier der Verweis auf das Ziffernblatt der Uhr dar. „Das Einmaleins der 5 verwenden wir mehr oder weniger bewußt täglich, wenn wir Minuten auf einer Zeigeruhr ablesen. Steht der Minutenzeiger auf der 7, sind es 35 Minuten nach der vollen Stunde. Der Zusammenhang zwischen Ziffern auf dem Ziffernblatt und dem Einmaleins der 5 kann Kindern helfen „die Uhr kennenzulernen“ und umgekehrt das Einmaleins / Eindurcheins der 5 zu automatisieren.“ (Gerster 2002a: 405-406) Weiterhin stellen die Quadratzahlen in der Regel keine Probleme dar, da sie von den Kindern leicht gemerkt werden. Sind jetzt die Kernaufgaben erarbeitet und gewusst, lassen sich aus diesen Aufgaben alle weiteren Aufgaben leicht ableiten. „Aus den Verdopplungen (Multiplikator 2*) leiten wir ab die Ver*drei*fachungen und Ver*vier*fachungen (Multiplikator 3* und 4*). Aus den Aufgaben mit Multiplikator 5 die Aufgaben mit dem Multiplikator 6* und 7*. Aus den Aufgaben 10*a leiten wird ab 9*a und 8*a. Das 8-fache einer Zahl läßt sich auch bestimmen durch Verdoppeln des 4-fachen.“ (Gerster 2002a: 403; vgl. dazu auch Padberg 1996: 126 und Gaidoschik 2003a: 114)[164] Hiermit sind alle Aufgaben des kleinen Einmaleins erfasst.[165]

Weil das Ziel darin besteht, über das Bewusstmachen der Querverbindungen das Einmaleins zu automatisieren, sollte hierfür viel Zeit und Aufmerksamkeit investiert werden. Um sicher zu gehen, dass das Einmaleins vollständig gelernt wird, sollte das Computerprogramm an dieser Stelle gezielt diagnostisch vorgehen, indem es für das jeweilige Kind die Aufgaben in schwere und leichte unterteilt, wobei den schweren Aufgaben mehr Aufmerksamkeit gewidmet wird. Anfangs sollten die Aufgabestellungen noch so gewählt sein, dass ein Zurückgreifen auf eine bekannte Aufgabe die Lösung hervorbringen kann, am Schluss sollten die Aufgaben jedoch in einer beliebigen Reihenfolge gestellt werden.

Gaidoschik macht darauf aufmerksam, dass Lücken in den Lernvoraussetzungen und zu schnelles Vorgehen beim Einmaleinslernen Frustrationen beim Kind hervorrufen können. Er spricht in diesem Zusammenhang vom speziellen „Teufelskreis Einmaleins-Störung“, da ein Scheitern die Misserfolgserwartung beim Kind steigern kann. (Vgl. Gaidoschik 2003a: 111) Aufgrund der erforderlichen Sensibilität beim Erlernen des Einmaleins sollte je nach der psychischen Situation des Kindes eine therapeutische Begleitung angestrebt werden, da selbstverständlich kein Lernprogramm dafür die notwendigen Voraussetzungen mitbringt.

4.4.5 Präventions- und Frühfördermodule der Division

Einführung der Division

Es ist bereits einleitend darauf hingewiesen worden, dass sich die Division auf Grundlage eines sachgerechten Verständnisses der Multiplikation leichter erarbeiten lässt. Eine Notwendigkeit für diese zeitliche Trennung besteht allerdings nicht, obwohl sie gerade für Kinder mit Rechenschwierigkeiten von Vorteil sein wird, da sie ihre gewonnenen Einsichten der Multiplikation für die Division nutzen können.[166] Der Hauptgrund für

[164] Der hier sehr kurz gefasste Erarbeitungsschritt wird in der zitierten Literatur umfangreich abgehandelt.

[165] Gerade für die Neunerreihe gibt es zahlreiche „Tricks“, die das Erlernen eventuell vereinfachen. Gerster macht hierzu einige Ausführungen. (Vgl. dazu Gerster 2002a: 406-407)

[166] „Will man Folgestörungen vermeiden, spricht deshalb vieles dafür, die Automatisation des Einmaleins von jener des Einsineins zu trennen.“ (Gaidoschik 2003a: 109) Nähere Begründungen gibt Gaidoschik dafür in seinen darauf folgenden Ausführungen.

dieses Vorgehen besteht darin, dass die Division als Umkehroperation der Multiplikation verstanden und automatisiert werden soll. Um dieses Verständnis zu fördern ist allerdings eine gute Einführung in die Division vorausgesetzt, die daher im Folgenden zum Untersuchungsgegenstand wird, besonders im Hinblick auf die Möglichkeiten einer Computerunterstützung.

Für die Einführung der Division in der Grundschule sind zwei Wege denkbar: „Will man die Division natürlicher Zahlen in der Grundschule *anschaulich* und *anwendungsnah* einführen, so sollte man zunächst das *Aufteilen* (vgl. 4.1) und das *Verteilen* (vgl. 4.2) behandeln, um so eine *anschauliche Grundlage* für die anschließende Einführung der Division zur Verfügung zu haben. *Andere* Modelle der Division spielen nur eine *untergeordnete* Rolle.“ (Padberg 1996: 133) Die Unterscheidung dieser zwei Arten der Division knüpft an die Differenzierung zwischen Multiplikator und Multiplikand an. (Vgl. dazu Gerster 2002a: 396)

Sowohl das Aufteilen als auch das Verteilen sollte unter Berücksichtigung der intrinsischen Motivation anschaulich an Alltagsgegenständen und mit Sachsituationen, die dem Kind vertraut sind, dargestellt werden.

Aufteilen

Gerster drückt das Aufteilen mathematisch wie folgt aus: „Wird a/b=( ) verstanden als die Lösung der Gleichung ( )*b=a, d. h. als Frage danach, wie viele *gleiche Teilportionen zu je b* es sind, dann sprechen wir vom *Aufteilen zu je b* (quotitive division).“ (Gerster 2002a: 396) Anders formuliert es Padberg: „Das Aufteilen lässt sich *mathematisch* exakter auch als eine Tätigkeit beschreiben, die zur Zerlegung einer Menge M in *gleichmächtige, paarweise elementfremde* Teilmengen führt. Gesucht ist die *Anzahl der Teilmengen*, während die *Elementanzahl* der Menge M und die Elementanzahl *je Teilmenge* bekannt ist.“ (Padberg 1996: 134) Dieser Sachverhalt könnte einem Kind z. B. dadurch nahe gelegt werden, dass es 18 Eier auf dem Bildschirm sieht, die es in Sechsereierkartons mithilfe der Maus ziehen soll. Die zu beantwortende Frage ist, wie viele Sechserkartons dafür benötigt werden. Beim Lösen der Aufgabenstellung würde das Kind erst einen Eierkarton komplett auffüllen, bevor es den nächsten mit Eiern füllt. An dieser kindlichen Handlung selber – vorausgesetzt das Kind geht wie beschrieben vor – zeigt sich der Zusammenhang zwischen der Division und der Subtraktion. Eine Frage des Lernprogramms, die das Kind auf diesen Zusammenhang hinweisen kann, könnte sein: „Wie oft kann ich jeweils 6 Eier von 18 Eiern wegnehmen?“ Dabei muss natürlich darauf geachtet werden, dass das Kind diese Frage nicht als eine neue Aufgabenstellung versteht, sondern die Verknüpfung zu seiner Handlung herstellt. Obwohl Kinder in der Regel solche Aufgaben richtig lösen können, ist damit noch nicht gewährleistet, dass sie den Zusammenhang verstanden haben. Deshalb erscheint es ratsam, weitere Aufgaben zu stellen. Denkbar wäre, dass z. B. auf dem Bildschirm eine Torte mit 12 Tortenstücken zu sehen ist. Daneben sind viele Teller aufgereiht. Dass Kind wird dazu aufgefordert, immer zwei Tortenstücke auf einen Teller zu legen mit der Fragestellung, wie viele Teller es dafür benötigt. Die Fragestellung, die auf den Zusammenhang zwischen der Division und der Subtraktion hinweisen soll, ist: „Wie oft kann ich jeweils 2 Tortenstücke von 12 Tortenstücken wegnehmen?“ Dabei muss das „Wegnehmen“ vom Kind als eine Subtraktionsoperation interpretiert werden. Werden diese Aufgabenstellungen, die sehr alltagsnah ausgerichtet sind, vom lernenden Kind richtig ausgeführt und erklärt, sollte der nächste Schritt darin bestehen, den gleichen Sachverhalt in abstrakterer Form auszudrücken. Ein schrittweises Vorgehen vom Konkreten zum Abstrakten ist darauf gerichtet, dass das Kind am Ende die allgemeine Bestimmung festhalten und verstehen soll. (Vgl. dazu Radatz u. a. 1998: 99) Dafür kann die Art der Veranschaulichung entscheidend sein. Während zunächst auf Elemente aus Alltagssituationen wie Eier und Tortenstücke zurückgegriffen werden kann, besteht das Veranschaulichungsmaterial im nächsten Schritt aus abstrakteren Elementen, wie Punktefelder oder Steckwürfel. Erst daran anschließend kann auf Veranschaulichungen verzichtet und allein die symbolische Schreibweise verwendet werden. So sind z. B. auf dem Bildschirm 8 Kreise zu sehen und das Kind erhält die Aufforderung, immer zwei einzukreisen mit der Fragestellung: „Wie oft kannst du jeweils zwei Kreise einkreisen?“ Dieses Prinzip des Aufteilens sollte vom Kind bei mehreren Aufgaben eigenständig durchgeführt werden. In Erinnerung zur Lerneinheit zum Operationsverständnis sollte das Kind in der Lage sein, zu benennen, was gegeben ist und was gesucht wird. Selbstverständlich sollen hier keine mathematischen Definitionen erfragt werden. Das Kind soll mithilfe des Lernprogramms überlegen, was bei den Aufgabestellungen für Informationen in Mengen ausgedrückt vorhanden sind und welche Informationen gesucht werden. Das Lernziel dieser gezielten Fragen ist darauf gerichtet, dass das Kind erkennt, dass sowohl die Gesamtanzahl der Elemente als auch die Elementanzahl je Teilmenge bekannt sind. Gesucht ist bei diesen Aufgabenstellungen des Aufteilens immer die *Anzahl* der Teilmengen. Verständlich für ein Kind wird dieser Sachverhalt an dem Beispiel 8/2 eventuell durch die Fragen folgender Art: „Wie viele Zweierportionen gibt es?“ Wie umfangreich die Hilfen des Lernprogramms jeweils ausfallen müssen, hängt von den individuellen Lernvoraussetzungen des jeweiligen Kindes ab, welche im Diagnosemodul ermittelt werden sollten.

Nicht unbedeutend ist die Einsicht, dass bei Aufgabenstellungen der Art, „Kreise mir von den 9 Punkten jeweils 3 ein!“, es mehrere Möglichkeiten der Zusammensetzung der jeweiligen Teilmengen gibt, d. h. welche drei Punkte zu einer Teilmenge zusammengefasst werden, ist für die Lösung der Aufgabe völlig irrelevant. (Vgl. Radatz u. a. 1998: 99) Um dies zu verdeutlichen, sollten zumindest an einem Beispiel mehrere Möglichkeiten der Teilmengenbildung aufgezeigt werden. Um das Missverständnis zu vermeiden, dass nur benachbarte Elemente zusammengefasst bzw. eingekreist werden können, kann das Kind am Computer von ihm ausgewählte Elemente zusammenfassen, da es die einzelnen Kreise mithilfe der Maus bewegen kann. Des Weiteren lässt sich an den Punktbildern auch sehr gut der Zusammenhang zwischen der Multiplikation und der Division veranschaulichen. Auf diesen Zusammenhang wird aber an späterer Stelle noch ausführlicher eingegangen.

Oft wird das Aufteilen richtig mit „Messen“ oder „Enthaltensein“ gleichgesetzt. „Beim ‚Messen‘ oder ‚Enthaltensein‘ geht es darum, dass eine bestimmte Anzahl in *Teile von vorgegebener Mächtigkeit* aufgeteilt wird. Ermittelt werden muss, wie viele Teile dieser Mächtigkeit ‚sich ausgehen‘ oder ‚enthalten sind‘. Dies ist im ‚in‘-Gedanken ausgedrückt: ‚5 in 15‘ bedeutet, dass 15 in *‚Fünfer-Pakete‘* aufgeteilt werden soll. Dabei ergeben sich *drei* solcher Fünfer-Pakete.“ (Gaidoschik 2003a: 109) Das Ansehen des Aufteilens als „Messen“ lässt sich sehr gut mit Alltagsbeispielen veranschaulichen. Dabei kann z. B. auf dem Bildschirm ein Stab, Stock etc. dargestellt werden, der in vorgegeben große Stücke zerlegt, zersägt werden soll. Das Kind sieht z. B. einen 12 cm langen Stab, von dem es jeweils 3 cm absägen soll. Für die abstraktere Ebene dieses „Mess-Gedankens“ bietet sich eine Veranschaulichung am Zahlenstrahl an. Dabei sollen 12 Einheiten des Zahlenstrahls in je 4 Einheiten aufgeteilt werden mit der Frage, wie viele dieser Vierereinheiten sich aus der Aufteilung ergeben. Neben dem Zahlenstrahl sind auch Cuisenairestäbe als Veranschaulichung denkbar, insofern sie dem Kind vertraut sind.

Verteilen

Die Division soll in zweifacher Hinsicht verstanden werden: als Aufteilen und als Verteilen. Deshalb wird im zweiten Schritt erläutert, wie die Division als Verteilen computerunterstützt eingeführt werden kann. Während bei dem Aufteilen die jeweilige Elementanzahl gegeben ist, ist bei dem Verteilen die Anzahl der jeweiligen Teilmengen gegeben und es muss ermittelt werden, aus wie vielen Elementen diese gegebenen Anzahlen bestehen bzw. wie groß die Teilportionen sind. „Das bisher *rein umgangssprachlich* beschriebene Verteilen läßt sich *mathematisch exakter* als eine Tätigkeit beschreiben, die zur Zerlegung einer Menge M in *gleichmächtige, paarweise elementfremde* Teilmengen führt. Gesucht ist die Anzahl der Elemente je Teilmenge, gegeben die Elementanzahl der Menge M sowie die Anzahl der Teilmengen.“ (Padberg 1996: 137) Anders drückt Gerster diesen Sachverhalt aus: „Wird dagegen a/b=( ) verstanden als die Lösung der Gleichung b*( )=a, d. h. als Frage danach, wie groß die Teilportionen werden, wenn wir *b gleiche Teile bilden*, dann sprechen wir vom <u>*Verteilen an b*</u> (partitive division, Greer in Grouws, 1992).“ (Gerster 2002a: 396-397)

Das Verteilen von bestimmten Elementen bzw. Gegenständen ist den meisten Kindern aus ihrer Alltagswelt bekannt. (Vgl. Radatz u. a. 1998: 98) Daran anknüpfend sollen im ersten Schritt für das jeweilige Kind nachvollziehbare Beispiele gewählt werden, bevor abstrakte Veranschaulichungen ausgesucht werden. Das Verteilen von Bonbons, Äpfeln, Karten etc. lässt sich sehr gut am Bildschirm zeigen. Auf dem Bildschirm sind z. B. 4 Kinder zu sehen, die vor einem Korb mit 12 Äpfeln stehen. Das lernende Kind soll nun diese 12 Äpfel gerecht bzw. gleichmäßig an die 4 Kinder verteilen. Eine weitere Möglichkeit könnte darin bestehen, dass die 4 Kinder Karten spielen. Im Spiel sind 24 Karten vorhanden, die nun gerecht verteilt werden müssen. Padberg weist darauf hin, dass der Gedanke der gerechten Verteilung bei dem Prinzip der Division als Verteilen eine große Rolle spielt, und dass es neben der gezielten darauf ausgerichteten Aufgabenstellung bei der Veranschaulichung auf die Auswahl von nachvollziehbaren Verteilelmenten ankommt. „Bei dem wichtigen Gesichtspunkt des *‚gerechten‘* Verteilens kann bei der Benutzung von *inhomogenem* Material – wie es im täglichen Leben meist vorliegt – leicht ein *methodisches* Problem auftauchen.“ (Padberg 1996: 135) Deshalb sollte darauf geachtet werden, dass nicht unterschiedlich große, schöne, leckere Bonbons etc. verteilt werden sollen, sondern dass es sich bei den Elementen um homogenes Material handelt. Für den Übergang zur abstrakteren Ebene bieten sich für die Veranschaulichung wieder Punktmuster an. Auf dem Bildschirm ist ein Mengenkreis mit Punkten zu sehen, die jetzt auf mehrere Mengenkreise verteilt werden sollen. In dem Mengenkreis befinden sich z. B. 12 Punkte, die auf vier Mengenkreise verteilt werden sollen. Die beschriebene Veranschaulichung lässt sich sehr gut am Bildschirm durchführen, da die Punkte aus dem ersten großen Mengenkreis einfach vom Kind mithilfe der Maus in die anderen kleineren Mengenkreise gezogen werden können. In vielen Schulbüchern und Arbeitsheften hingegen existiert die Schwierigkeit, dass die Punkte, die verteilt werden, immer noch zu sehen sind, d. h. dass die Menge zweimal existiert, einmal als Ausgangsmenge und einmal als verteilte Teilmengen. Diese Schwierigkeit kann jedes Lernprogramm beheben, da die Punkte sich leicht per Mausziehen virtuell bewegen lassen. An dieser Stelle kommt ein deutlicher Vorteil des computerunterstützten Lernens zum Vorschein, da eventuelle Missverständnisse des Verteilens durch eine gute Anschauung präventiv ausgeräumt werden können.[167]

Die Unterschiede des Aufteilens und Verteilens stellt Padberg in folgender Tabelle zusammen:

[167] Damit ist auch der von Gerster beschriebene Nachteil bei der Veranschaulichung des Verteilens ausgeräumt: „Auf der *Ebene bildhafter Darstellungen* ist das Aufteilen wesentlich einfacher als das Verteilen, bei dem jedes Element zweimal gezeichnet werden muss.“ (Gerster 2002a: 398)

	Aufteilen	Verteilen
Elementanzahl der Menge M	gegeben	gegeben
Elementanzahl je Teilmenge	gegeben	gesucht
Anzahl der Teilmengen	gesucht	gegeben

Abb. 22: Aufteilen und Verteilen bei der Division. (Quelle: Padberg 1996: 137)

Das Verständnis der Division als Aufteilen und Verteilen ist ausreichend für die ersten beiden Grundschulklassen. Weitere Modelle zur Einführung der Division wie das Operatormodell als Umkehroperation der Multiplikation und die wiederholte Subtraktion müssen nicht gesondert besprochen werden. Der sichere Umgang der beiden ausführlich beschriebenen Wege berechtigt, von einem ausreichenden Verständnis der Division zu sprechen. Padberg nennt zwei Aufgaben, die die Kinder auf der Grundlage der Einführung beherrschen sollten:

„(1) Bei Vorgabe einer konkreten Aufteil- wie Verteilsituation können sie die zugehörige *Divisionsaufgabe* angeben (und lösen).

(2) Bei Vorgabe einer Divisionsaufgabe können die Schüler *sowohl* eine Aufteil- *wie auch* eine Verteilsituation finden (und die ursprüngliche Aufgabe auf dieser inhaltlichen Grundlage deuten.)“ (Padberg 1996: 137)

Anschließend nennt Padberg verschiedene Gründe dafür, warum den Kindern die Klassifikation der anwendungsbezogenen Divisionsaufgaben nicht abverlangt werden sollte: Der plausible Grund, dem Kind die mathematische Terminologie nicht nahe zu legen, besteht negativ gesprochen darin, dass sich aus dem korrekten Wissen und Wiedergeben dieser Terminologie kein zusätzlicher praktischer Nutzen im Hinblick auf das Lösen der Aufgaben ergibt. Für das Verständnis ist es ausreichend, wenn das Kind sowohl das Aufteilen als auch das Verteilen auf der modell- oder bildhaften Ebene nachvollziehen und an einem konkreten Beispiel erklären kann. Alles Weitere kann Gegenstand höherer Schulklassen sein. (Vgl. dazu Padberg 1996: 137-138)

Automatisierung des Einsdurcheins

Auf Grundlage der Einführung der Division als Aufteilen und Verteilen muss auch das kleine Einsdurcheins wie das Einmaleins automatisiert werden. D. h., dass alle 110 Aufgaben des kleinen Einsdurcheins spontan und auswendig innerhalb von wenigen Sekunden gelöst werden müssen. Gespeichert und auch abgerufen werden die Aufgaben in der Regel als Umkehroperationen der Multiplikation, weshalb es vor der Automatisierung der Division notwendig war, die Einmaleinsaufgaben zu automatisieren: „Neben Übungen zum Aufteilen / Verteilen nach Rechengeschichten mit Materialien oder an Punktefeldern sind grundsätzlich Übungen zum Herleiten einer Divisionsaufgabe aus der entsprechenden Multiplikationsaufgabe hilfreich.“ (Radatz u. a. 1998: 101) Dieses kann wie bei der Multiplikation nur darüber erreicht werden, dass Querverbindungen der Aufgaben hergestellt werden, auf die das Kind zurückgreifen kann. „Je öfter solche *Ableitungswege* beschritten werden, umso rascher geht dies und umso automatischer, leichter und auch weniger bewusst ‚funktionieren‘ sie. Denn häufig gemeinsam aktivierte Neuronen im Gehirn verstärken ihre Verbindungen (Hebb`sche Regel).“ (Gerster 2002a: 408) Deshalb kommt es an dieser Stelle zum einen darauf an, die Verbindungen zu anderen Divisionsaufgaben herzustellen und zum anderen, die entsprechende Umkehroperation zur Multiplikation aufzuzeigen.

Es ist daher nicht mehr notwendig, die bildhafte und die sprachliche Ebene zu betonen, da sie im Vorfeld ausreichend behandelt worden sind. Das Operationsverständnis kann also vorausgesetzt werden und die Automatisierung kann rein auf der symbolischen Ebene stattfinden. Um jedoch die vielfältigen Möglichkeiten des computerunterstützten Lernens zu nutzen, können Veranschaulichungen selbstverständlich eine Rolle spielen. Dieses ist jedoch nicht mehr zwingend notwendig. Deshalb ist es angeraten, den Umfang der Veranschaulichungen von den Interessen und Vorlieben des jeweiligen Kindes abhängig zu machen.

Allgemein gesprochen sind ähnliche Strategien möglich, die bereits bei der Multiplikation thematisiert worden sind. Darauf aufbauend werden im Folgenden weitere computerunterstützte Wege zur Automatisierung der Division aufgezeigt. Dieser Bereich kann von einer Lehrperson nach den gemachten Vorgaben beliebig ausgeschmückt und erweitert werden. Denkbar sind natürlich auch Gruppen- oder Partnerarbeit. (Vgl. dazu Radatz u. a. 1998: 101) Dafür spricht vor allem, dass „Schüler [...] mathematische Inhalte besser von – und miteinander als von der Lehrerin bzw. dem Lehrer [lernen], da sie argumentieren, begründen, vergleichen, nachvollziehen und Hypothesen bilden müssen.“ (Lorenz 2003a: 96)

Anknüpfend an den Kernaufgaben, die bei der Multiplikation behandelt worden sind, sind diese auch bei der Division die Orientierungsaufgaben. Verdeutlichen lässt sich dieser Sachverhalt an einem Beispiel aus der 6er-Reihe. Weiß das Kind, das 10*6=60 und 60/6=10, so kann es sich die Aufgabe 54/6 darüber ableiten, dass 54 sechs weniger als 60 sind und damit das Ergebnis der Divisionsaufgabe neun lauten muss. Deshalb muss das Lernprogramm anfangs Aufgaben stellen, die sich das Kind durch ein Erinnern an gewusste Aufgaben erschließen kann. Gezielte Fragen können dafür hilfreich sein, z. B.: „Welche Aufgabe könnte dir für die Lösung der Aufgabe 24/6 helfen?“ Damit sollen genau die Querverbindungen zu bereits gewussten Aufgaben hergestellt werden. Gewusste

Aufgaben der Multiplikation, die entweder als Umkehraufgaben eingeblendet werden sollen, nachdem das Kind das Ergebnis ermittelt hat, oder Aufgaben, die von dem Kind selber eingegeben werden können sind dabei hilfreich. Letzteres beinhaltet selbstverständlich die Schwierigkeit, dass das Lernprogramm „verstehen“ muss, ob die eingegebene Aufgabe hilfreich und richtig ist.

Ein weiterer Weg besteht darin, dass die Einmaleinsergebniszahlen auf dem Bildschirm zu sehen sind. Zu den jeweiligen Ergebnissen soll das Kind entsprechende Multiplikationsaufgaben finden. Diese kann es entweder über bereits gewusste Multiplikationsaufgaben oder über die Division ausfindig machen. Hierbei ist wichtig, dass es zu den jeweiligen Ergebniszahlen mehrere Möglichkeiten gibt, die dann in ihren Zusammenhängen beschrieben werden sollen. Teilt man z. B. 24 durch 3, erhält man das Ergebnis 8; bleibt der Dividend gleich und verdoppelt man den Divisor auf 6, halbiert sich der Quotient auf 4. Dieser Zusammenhang, der sich aus dem Verdoppeln und Halbieren des Divisors und des Quotienten ergibt, sollte dem Kind grafisch veranschaulicht werden. (Vgl. dazu Gerster 2002a: 408) Andere Querverbindungen zwischen den einzelnen Aufgaben lassen sich wieder aus den Kernaufgaben (2mal, 5mal und 10mal) herleiten. (Vgl. dazu Gerster 2002a: 408)

Neben dem sturen Abfragen von Divisionsaufgaben können Zahlenmauern, Zerlegungstabellen oder Zerlegungsdreiecke, bei denen ein leeres Feld zu füllen ist, aufgestellt werden. (Vgl. Radatz u. a. 1998: 102 ff.) Damit wird der Bereich der analytischen Aufgaben behandelt, weil je nach Aufgabenstellung Dividend, Divisor oder Quotient ermittelt werden sollen. Bei diesen Aufgaben ist es hilfreich, wenn das Kind immer die Aufgabe eingibt, mit der es die Lösung ermittelt hat; in den meisten Fällen wird es sich um die Umkehraufgabe handeln. Für die Divisionsaufgaben mit dem Divisor 5 und 9 gibt es wieder spezielle Unterstützungshilfen, die bereits im Zusammenhang mit der Multiplikation angesprochen worden sind. „Für die *Division durch 5* kann die Vorstellung des Ziffernblattes der Uhr eine Hilfe sein.“ (Gerster 2002a: 409) Bei der Division durch 9 geben sowohl die Zehner als auch die Einerzahlen Hinweise auf die Lösung.[168] Letztendlich muss das Kind alle Aufgaben des kleinen Einsdurcheins „wissen“, d. h. richtige Antworten müssen auch dann spontan kommen, wenn die Aufgaben durcheinander bzw. ohne Bezüge zueinander abgefragt werden. Deshalb besteht die Aufgabe des Lernprogramms

[168] „Für das *Einsdurcheins der 9* entdecken manche Kinder den folgenden „Trick“: 72/9 = 8; 63/9 = 7; 27/9 = 3, d. h. das Ergebnis ist stets um 1 größer als die *Zehnerziffer*. In Worten bedeutet dies beispielsweise: Zweinund*siebzig* durch 9 ist gleich *acht*. Auch die *Einerziffer* der Neunerzahlen gibt einen Hinweis auf das Ergebnis: 72/9 = 8; 63/9 = 7; 27/9 = 3, d. h. die Einerziffer und das Ergebnis zusammen bilden Zehnersummen...“ (Gerster 2002a: 409)

darin, die für das jeweilige Kind schweren Aufgaben durch eine gezielte Diagnostik zu ermitteln und verstärkt zu üben.

4.4.6 Besondere Schwierigkeiten mit der 0 und der 1 bei der Multiplikation und der Division

Nicht nur Kinder mit Rechenschwierigkeiten haben Probleme bei der Multiplikation und der Division mit der 0 und der 1. (Vgl. Krüll 1996: 120) Größere Verständnisschwierigkeiten sind bei der Zahl 0 zu beobachten, „weil die Null nicht als eine ganz normale Zahl in die Erarbeitungsphasen und in die Übungsaufgabenstellungen des Unterrichts integriert wird.“ (Radatz u. a. 1998: 106) Padberg geht davon aus, dass rund die Hälfte aller gefundenen Einmaleinsfehler auf Fehler bei der Multiplikation mit der 0 entfallen (vgl. Padberg 1996: 129) Häufige Fehler sind: n*0=n; 0*n=n; 1*1=2; n/n=0. Diese Fehler lassen sich in der Regel auf ein Fehlverständnis zurückführen, welches darin besteht, dass die Kinder die Zahl 0 nicht als Zahl verstehen, sondern als ein neutrales Element oder umgangssprachlich ausgedrückt als „Nichts“. (Krüll 1996: 120 f.) „Aber auch eine *fehlerhafte* – von der Addition und Subtraktion gewonnene – *Übergeneralisierung*, daß die Null bei allen Rechenoperationen *neutral* sei, also die Ausgangszahlen nicht verändere, kann zu diesen Fehlern beitragen. Ein *fehlerhafter* Transfer von der *Addition* kann den Fehler mit der 1 erklären.“ (Padberg 1996: 131) Deshalb ist es notwendig, die Multiplikation mit der 1 und mit der 0 gesondert zum Gegenstand zu machen, was im Schulunterricht oft vernachlässigt wird. „Im Gespräch und im Zusammenhang mit Alltagssituationen läßt sich dieses Problem aber doch relativ rasch klären.“ (Krüll 1996: 120)

Bei Präventions- und Interventionsmaßnahmen hinsichtlich der beschriebenen Fehler muss der Zahlcharakter der 0 und der 1 betont werden. Gerster schlägt diesbezüglich das Permanenzprinzip vor, bei dem die Gesetzmäßigkeit der Multiplikation und der Division betont wird. Wenn sich bei den einzelnen Multiplikationsreihen der Faktor um eins verkleinert, verkleinert sich das Produkt um den jeweiligen Multiplikanden, z. B. 3*2=6 und 2*2=4, also ist 1*2=2 und 0*2=0. Die gleiche Gesetzmäßigkeit existiert ebenso, wenn man nicht den Multiplikanden, sondern den Multiplikator um eins verkleinert. Vergleichbares gilt für die Division: Verringert man den Divisor um den Wert des Dividenden, verringert sich der Quotient um jeweils 1, z. B. 12/3=4, 9/3=3, 6/3=2; 3/3=1, 0/3=0. (Vgl. dazu Gerster 2002a: 393) Diese Gesetzmäßigkeit kann sehr gut bildhaft, z. B. mit Punktefeldern, veranschaulicht werden. Die Division mit der 0 sollte darüber verdeutlicht werden, dass die Division als Umkehroperation der Multiplikation verstanden wird. 0/5=0, denn 0*5=0; 5/0 ist nicht definiert, denn es gibt keine natürliche Zahl n mit n*0= 5; 0/0 ist nicht definiert, denn für alle natürlichen Zahlen gilt n*0=0. Also können wir 0/0 nicht eindeutig einem Ergebnis zuordnen und daher 0/0 nicht sinnvoll definieren. (Padberg 1996: 142) „Das vorstehende Argumentationsniveau ist für den Bereich der Grundschule sicher zu hoch. Eine Argumentation mithilfe der Vorstellung des Aufteilens oder Verteilens wäre viel konkreter und daher angemessener.“ (Padberg 1996: 142) Konkrete Anregungen dazu erfolgen später.

Unter Anwendung des Kommutativgesetzes, welches im Vorfeld besprochen worden ist, lassen sich die entsprechenden Multiplikationsaufgaben in Additionsaufgaben umformen, bei denen die Multiplikation mit der 0 und 1 deutlicher werden können. Das Kind soll die Aufgaben 1*3 und 0*3 aufgrund der besprochenen Gesetzmäßigkeit „vertauschen“ und in Additionsaufgaben umwandeln:

- 1*3=3*1=1+1+1=3
- 0*3=3*0=0+0+0=0

Mithilfe dieser richtigen Umformung könnten die Zahlen 0 und 1 in ihrer Bedeutung als Zahlen bei der Multiplikation klar werden.

Gerster schlägt als dritte Möglichkeit zur Aufarbeitung dieser Schwierigkeiten die Anwendung eines kombinatorischen Modells mit dem Permanenzprinzip vor: „Eine einigermaßen plausible Veranschaulichung zu 0*4 ergibt sich aus dem kombinatorischen Aspekt. Zur Darstellung von 3*4 kann man sich 3 waagerechte Stäbe oder Fäden vorstellen, die sich mit 4 dazu senkrechten Stäben oder Fäden kreuzen.“ (Gerster 2002a: 394, die entsprechende Veranschaulichung ist an gleicher Stelle nachzulesen.)

Radatz geht davon aus, dass auch die Schwierigkeiten mit der Null anhand von Sachsituation veranschaulicht werden können. „Bei den anschaulichen Modellen zur Multiplikation und zur Division bietet es sich geradezu an, auch die Fälle mit der Null aufzunehmen und in der Klasse zu dividieren.“ (Radatz u. a. 1998: 106) Dagegen wendet Gerster ein, dass solche Veranschaulichungen wenig sinnvoll sind. „Auch Sachsituationen zu solchen Produkten wirken unnatürlich. 5 Tüten mit jeweils 0 (!) Äpfeln oder 0 (!) Tüten mit jeweils 5 Äpfeln zu füllen oder 0 (!) Äpfel an 5 Kinder zu verteilen, solche Vorstellungen wirken auf Kinder gekünstelt. Vernünftige *Handlungen* sind so nicht möglich.“ (Gerster 2002a: 393) Hierzu ist allerdings zu bemerken, dass zumindest Veranschaulichungen von n*0 eine gewisse Realitätsnähe aufweisen. Z. B. ist es denkbar, fünf Teller mit null Stück Kuchen zu zeigen, und zu fragen, wie viel Stück Kuchen auf allen Tellern sind. Das Verteilen von null Stück Kuchen auf fünf Teller ist allerdings wirklich etwas realitätsfern, da der eigentliche Verteilungsprozess gar nicht stattfindet.

Radatz und Schipper geben weitere Beispiele dafür, wie bei verschiedenen Aspekten des Multiplikationsbegriffs die Null als eine normale Zahl einbezogen werden kann, obwohl eine Verstärkung des Nichts-Verständnisses dabei nicht auszuschließen ist. So entwickelt

Radatz ein „zeitlich-sukzessives Modell: ‚Fritz geht dreimal in den Keller und holt jeweils 0 Flaschen Bier herauf.' Räumlich-simultanes Modell: ‚In einer Siedlung sind 3 neue Straßen. An jeder Straße stehen 0 Häuser.'" (Radatz u. a. 1983: 83; vgl. auch Radatz u. a. 1998: 106) Die Autoren haben das Problem dieser Verdeutlichung bereits angesprochen. Die Gefahr besteht darin, dass das Fehlverständnis der 0 als ein Nichts-Verständnis durch die beschriebenen Veranschaulichungen nicht beseitigt, sondern bestärkt werden könnte. Aus diesem Grund sollten die vorher beschriebenen Präventions- und Intervention-smaßnahmen unbedingt im Vordergrund stehen.

Ähnliches gilt für die Division mit der Null, wobei meines Erachtens bei dieser Thematik der Sachverhalt durch Sachsituationen gut verdeutlicht werden kann. Im Schulunterricht wird dieser Gegenstand leider zu oft mit einem Verbot „durch 0 darf man nicht dividieren" abgetan und die Begründung bzw. Veranschaulichung der „Regel" wird vernachlässigt: „Auch Erwachsene lernen bzw. kennen noch entsprechende Regeln wie etwa ‚durch null darf man nicht dividieren.'" (Radatz u. a. 1998: 106) Eine ausführliche mathematische Klärung dieser Gesetzmäßigkeit sollte selbstverständlich nicht in der 2. Klasse geliefert werden; denn sicher „hat HEFENDEHL recht mit der Feststellung, daß die Division ein mathematisches und kein Problem der alltäglichen Praxis ist." (Radatz u. a. 1983: 83) Dennoch ist es für das Verständnis der Schüler sinnvoll, diesen Gegenstand zu verdeutlichen, damit sie eine Einsicht ersetzen können durch eine auswendig gelernte Regel. Entwickeln lässt sich das Verständnis bzw. die Einsicht z. B. anhand der zwei folgenden Sachsituationen:

- „Ich habe 12 Bonbons, die an 0 Kinder verteilt werden sollen." Da auf dem Bildschirm nur die Bonbons zu sehen sind, wird das Kind das Problem sofort erfassen und bemerken, dass die Aufgabe nicht zu lösen ist, da keine Kinder vorhanden sind.
- „4/0 ‚4 Apfelsinen werden aufgeteilt in Netze mit jeweils 0 Apfelsinen. Wie viele Netze sind möglich?' – ‚Das kann man nicht rechnen!'" (Radatz u. a. 1998: 106)

Für den Altersbereich der 2. Schulklasse sind derartige Veranschaulichungen vorerst ausreichend, da hierdurch dem Kind die Probleme bei der Division durch die Zahl 0 ersichtlich werden. Vor diesem Hintergrund können sie dann auch ihre bekannte Regel „durch 0 darf man nicht teilen" besser verstehen. Zusammenfassend sollte bei der Multiplikation und der Division mit der 0 darauf geachtet werden, dass die Null immer als normale Zahl in alle Operationen und Aufgabenstellungen integriert wird. (Radatz u. a. 1998: 107)

4.4.7 Multiplikation und Division in Lernprogrammen

Anhand der Ausführungen ist gezeigt worden, dass sich die Lerninhalte zur Multiplikation und zur Division sehr gut computerunterstützt erarbeiten lassen. Inwieweit es bereits gute Lernprogramme gibt, die adäquate Hilfestellungen für die Prävention und Intervention bei Rechenschwierigkeiten geben, ist Gegenstand dieses Abschnitts. Dabei soll es auch an dieser Stelle nicht darum gehen, Möglichkeiten aufzuzeigen, wie die Lehrperson in der Schule durch den Computer ersetzt werden kann, sondern vielmehr darum, welche Hilfen ein Computereinsatz für den Mathematikunterricht, insbesondere unter Berücksichtigung der speziellen Probleme rechenschwacher Kinder, bieten kann.

Auffällig ist, dass bei den meisten Lernprogrammen die Multiplikation und die Division nicht eingeführt werden, sondern ein sachgerechtes Verständnis vorausgesetzt wird. Dies ist daran zu erkennen, dass die Aufgaben zu den Rechenarten gestellt werden, ohne dass Zusammenhänge und Gesetzmäßigkeiten vorher thematisiert worden sind. Ein Einsatz dieser Lernprogramme ist deshalb nur dann sinnvoll, wenn das Verständnis bei den Kindern bereits vorhanden ist. Demnach fällt der Einsatz in den Bereich der Automatisierung von bereits Erlerntem. Vorher ist ausführlich darauf eingegangen worden, dass sowohl alle Einmaleinsaufgaben als auch alle Einsdurcheinsaufgaben spontan und auswendig gewusst werden müssen, um späteren Schwierigkeiten vorzubeugen. Deshalb lässt sich die Automatisierungsphase dieser Rechenarten auch als Prävention bezeichnen, da ein Nichtbeherrschen der Aufgaben zwangsläufig Probleme bei darauf folgenden Themenbereichen bedeutet. Diese Prävention in Form der Automatisierung kann mithilfe der meisten Lernprogramme bewerkstelligt werden. Die einzige Bedingung dafür besteht darin, dass keine Fehler, die sich auf die Rechenarten beziehen, auftauchen. Da die meisten Kinder gerne am Computer arbeiten, kann ein Vorteil der computerunterstützten Automatisierung darin bestehen, dass sie sich motivierter mit den Aufgaben auseinandersetzen. Im Hinblick auf die intrinsische Motivation sollte ein Lernprogramm ausgewählt werden, das das jeweilige Kind positiv anspricht. Ein weiterer Vorteil besteht darin, dass die Lehrperson durch den Computereinsatz erheblich entlastet werden kann, z. B. im Hinblick auf die Diagnostik, da es im Unterrichtsablauf mit meist mehr als 20 Kindern schwierig ist, die für jedes einzelne Kind schwierigen Aufgaben auszuwählen und verstärkt zu üben. Aufgrund dieser Entlastung kann die Lehrperson sich dann gezielter mit den Kindern beschäftigen, die weitere Hilfe benötigen.

Eine besonders gelungene Darstellung der Multiplikation und der Division wird z. B. im dem Lernprogramm „Freddy vampirisch gute Noten“ (2002) vorgestellt.

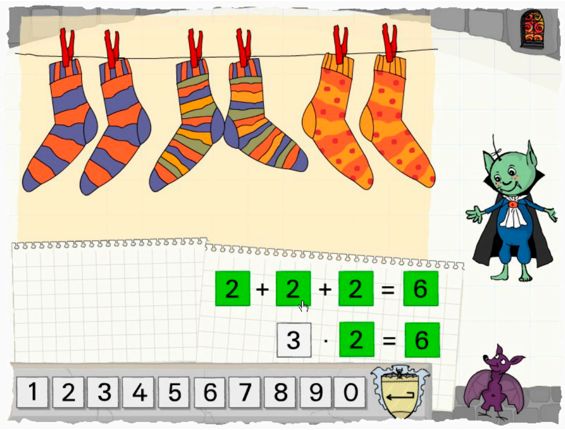


Abb. 23: Zusammenhang von Addition und Multiplikation im Lernprogramm „Freddy vampirisch gute Noten“.

Die Multiplikation wird in diesem Programm zwar nicht ausführlich eingeführt - also Wissen wird vorausgesetzt -, aber wesentliche Aspekte, die für das Verständnis notwendig sind, werden besonders hervorgehoben. So wird z. B. der Zusammenhang der Multiplikation und der Addition gesondert behandelt. Dabei sind auf dem Bildschirm Additionsaufgaben zu sehen, die in Multiplikationsaufgaben umgewandelt werden sollen. Hierbei kommt es auch auf die Unterscheidung von Multiplikator und Multiplikanden an, was aus dem folgendem Beispiel hervorgeht: 6+6+6+6=4*6. Als Lösung wird nur 4*6 zugelassen und die Eingabe von 6*4 wird als falsch zurückgewiesen. Leider gibt es hierfür keine Erklärungen, sondern lediglich den Hinweis, dass das Ergebnis falsch ist. Obwohl die strikte Unterscheidung der beiden Faktoren eine wesentliche Rolle bei der Einführung der Multiplikation spielt, ist das Kommutativgesetz zur Lösung vieler Multiplikationsaufgaben hilfreich und deren Anwendung soll sogar gefördert werden. Deshalb wäre eine sachgerechte Hilfestellung an dieser Stelle eine sinnvolle Erweiterung des Programms. Ein anderer Vorteil der beschriebenen Lerneinheit besteht darin, dass die Aufgabenstellungen nicht ergebnisorientiert[169] sind, sondern dass sie das Kind erst einmal auf den Zusammenhang der beiden Grundrechenarten hinweisen. Die parallele Veranschaulichung ist ebenfalls gut gelungen. Verbesserungen sollten hinsichtlich des Eingabeaufwandes angestrebt werden, weil es sehr müßig ist, die richtigen Ergebnisse einzugeben, so dass die Lösung in der Regel schneller im Kopf erfolgt als sie eingegeben werden kann. Solche unausgereiften Bedienelemente können leicht Unlust oder Frustration beim Kind hervorrufen.

[169] „Die Dominanz der Ergebnis- bzw. Produktorientierung muss jedoch zugunsten einer stärkeren Beachtung der kindlichen Lösungsprozesse reduziert werden.“ (Radatz u. a. 1998: 18)

Eine vergleichbar gute Darstellung, die den Zusammenhang zwischen der Addition und Multiplikation sowohl auf der symbolischen als auch auf der mengenhandelnden Ebene zeigt, ist u. a. zu finden in der Lernsoftware „Billi Bannis interaktive Rechenreise“ (1997). Eine gezielte Betonung der Kernaufgaben, bei denen der Multiplikator im Vordergrund steht, zeigt das Lernprogramm „Denken und Rechnen 2“ (2003).

Abb. 24: Darstellung des Zusammenhangs von Multiplikation und Addition auf der symbolischen und der mengenhandelnden Ebene in „Billi Bannis interaktive Rechenreise“ sowie Veranschaulichung von Kernaufgaben in „Denken und Rechnen 2“.

In dem Lernprogramm „Mathematikus Klasse 1“ (2000) gibt es eine Lerneinheit zum „Mini-Einmaleins“. Da die Multiplikation in der 1. Klasse in der Regel noch nicht thematisiert wird, soll augenscheinlich ein Vorverständnis gefördert werden, auf dem im späteren Unterrichtsverlauf zurückgegriffen werden kann. Deshalb handelt es sich ausschließlich um Aufgaben aus dem Basiszahlenraum.

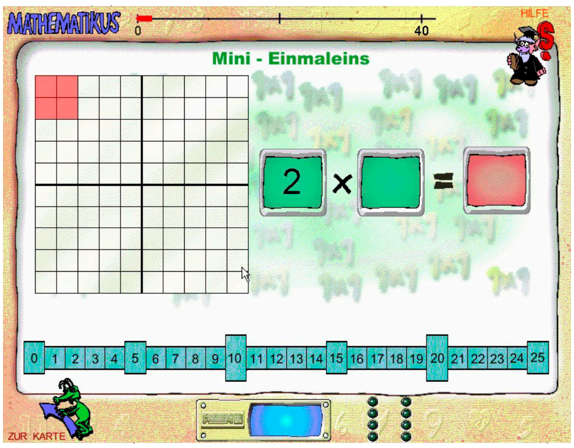


Abb. 25: Einführung der Multiplikation in „Mathematikus Klasse 1“.

Die Aufgaben werden anhand von Kästchen veranschaulicht mit bspw. folgender Aufgabenstellung: „Wie viele Reihen mit roten Kästchen sind es? Und wie viele Kästchen sind immer in einer Reihe?“ Die bewusste Anknüpfung an alltagssprachlich verständlichen Fragen und Veranschaulichungen entspricht dem Altersbereich. Das Kind kann die Fragen aufgrund seines sprachlichen Verständnisses beantworten, ohne die Gesetzmäßigkeiten der Multiplikation bzw. den Zusammenhang der Multiplikation und Addition zu kennen. In dieser Hinsicht bietet das Lernprogramm in der Tat hilfreiche Unterstützung bei der Förderung eines Vorverständnisses für die Multiplikation. Der darauf folgende Transfer dieser Einsichten in Ziffernschreibweise ist m. E. nicht mehr so gut gelungen, weil eine unglückliche Kombination aus modellhafter und symbolischer Ebene gewählt worden ist. In Kästchen, die durch Multiplikations- und Gleichheitszeichen getrennt sind, sollen die entsprechenden Zahlen notiert werden. Das Problem dieser Anschauung besteht darin, dass die Kästchen selber, sobald sie mit Zahlen besetzt werden, keine Veranschaulichung mehr bieten können, weil jetzt die abstrakte Zahl im Vordergrund steht. Die Kästchen sind in keinerlei Hinsicht eine Hilfe für das Kind, sondern können vielmehr zu Verwirrungen führen. Ein Vorschlag besteht darin, die Kästchen einfach wegzulassen und diesen Teil der Aufgabe rein auf der symbolischen Ebene darzustellen. Damit keine Missverständnisse auftauchen, soll ein weiteres Mal betont werden, dass die Veranschaulichung mithilfe von Kästchen oder ähnlichem hilfreich und sinnvoll ist, dass das Kind jedoch auf jeder Ebene operieren können muss und dass es dabei auch auf eine strikte Unterscheidung der Ebenen ankommt. (Vgl. dazu Gerster 2002a: 387)

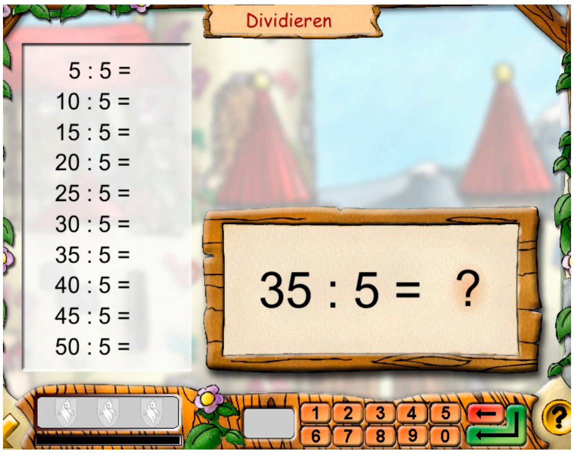


Abb. 26: Veranschaulichung der Division über die Kernaufgaben in „Denken und Rechnen 2“.

Die Division wird in dem Programm „Freddy vampirisch gute Noten“ (2003) gut als Umkehroperation der Multiplikation eingeführt. Da bei dieser Einführung die gleichen Mengenbilder verwendet werden wie bei der Multiplikation, ist die Darstellung insgesamt gut gelungen. Sicherlich sollten mehrere Aspekte der Division besprochen werden, so dass die Einführung mithilfe des Programms alleine nicht ausreicht. Aber es kann eine gute Unterstützung sein, da an dieser Stelle der Zusammenhang zwischen der Multiplikation und der Division gut und vor allem sehr anschaulich beschrieben wird. Insgesamt betrachtet hat dieses Lernprogramm neben der Automatisierung der Aufgaben weitere Vorteile, da es im Vergleich zu anderen Programmen die Zusammenhänge der Rechenarten gesondert betont und sehr gut mit Mengenbildern veranschaulicht. Ähnliches gilt für das Lernprogramm „Denken und Rechnen 2“ (2003), da auch hier die Verbindung zu der Multiplikation hergestellt wird und an die so genannten Kernaufgaben aus vorangegangenen Lerneinheiten, die es als erstes zu automatisieren gilt, angeknüpft wird.

4.4.8 Zusammenhang der Grundrechenarten

Nachdem die vier Grundrechenarten zur Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division behandelt worden sind, wird im Anschluss ein Lernmodul vorgestellt, das diese Rechenarten unter Berücksichtigung ihrer Zusammenhänge untereinander in den Vordergrund stellt. Dabei werden keine neuen Lerninhalte eingeführt, sondern es geht explizit darum, bereits Erlerntes sicher in allen mathematischen Aufgabenstellungen anwenden zu können. Diese Kompetenz wird ebenfalls bei den Sachaufgaben gefordert, die darauf folgend besprochen werden. „Eine begriffliche Breite und die Flexibilität in der Anwendung sind u. a. wichtige Voraussetzungen, um Sachaufgaben in mathematische Gleichungen übersetzen zu können.“ (Lorenz u. a. 1993: 127) Insofern kann dieses Modul als Überleitung zu den Sachaufgaben verstanden werden.

Im Präventions- und Förderungsmodul zum Operationsverständnis ist bereits umfassend auf den Zusammenhang der Addition und der Subtraktion eingegangen worden, im Modul zur Multiplikation und Division auf deren Zusammenhänge als Umkehroperationen. Daran anschließend soll im Folgenden zuerst noch einmal der Zusammenhang der Addition und der Multiplikation sowie der Division und der Subtraktion betont werden. Während ersterer eine wesentliche Rolle bei der Einführung der Multiplikation spielt, wird der letztere Zusammenhang oft unterschätzt und deshalb auch vernachlässigt. Wird die Division als Aufteilen eingeführt – wie oben gezeigt – lässt sich daraus gut verstehen, dass diese Handlung auch als wiederholte Subtraktion aufgefasst werden kann. Gerster spricht sich deutlich dafür aus, das Aufteilen und damit eingeschlossen das Dividieren als wiederholte Subtraktion in den Vordergrund zu stellen, da diese Operationen dann besser und vor allem anschaulicher nachzuvollziehen sind (vgl. Gerster 2002a: 398-399). Anhand von konkreten computerunterstützten Beispielen soll jetzt dieser Zusammenhang hervorgehoben werden. Sinnvoll ist es, Aufgabenstellungen zu wählen, bei denen das Kind erkennt, dass es die Aufgabe sowohl mithilfe der Subtraktion als auch mithilfe der Division lösen kann. Auf dem Bildschirm ist z. B. eine 9 cm lange Schnur zu sehen. Diese Schnur soll in lauter 3 cm lange Teile geschnitten werden.

Nachdem das Kind diese Aufgabe mithilfe geeigneter Materialien am Bildschirm gelöst hat, soll es selber überlegen, welche Rechenoperationen zu seiner Handlung passen und diese in Ziffernschreibweise eingeben. Das Kind kann entweder eine Divisionsaufgabe (9/3) eingeben oder eine Subtraktionsaufgabe (9-3-3-3). Die andere Möglichkeit sollte dem Kind präsentiert werden mit der Frage, ob diese Aufgabe ebenfalls zu seiner Handlung passt. Falls es bei der Subtraktionsaufgabe Verständnisschwierigkeiten gibt, kann das Lernprogramm die vom Kind durchgeführte Handlung wiederholen und dabei den Rechenterm parallel einblenden, d. h. immer wenn das Kind 3 cm von der Schnur abschneidet, erscheint der Operator –3. Auf Grundlage des vorher Erarbeiteten dürften dann keine Schwierigkeiten mehr auftreten. Um diesen Zusammenhang deutlich zu machen und damit dem Kind mehr Flexibilität beim Lösen von Aufgaben einzuräumen, kann das Lernprogramm weitere Aufgaben stellen, die auf der konkret anschaulichen Ebene oder der sprachlichen Ebene vorgenommen werden und vom Kind auf die symbolische Ebene übertragen werden müssen. (Vgl. auch Radatz u. a. 1998: 108) Z. B. können spielende Kinder in Gruppen festgelegter Größe aufgeteilt, eine jeweils gleiche Anzahl von Bonbons in Tüten gepackt oder Punkte auf einem Punktefeld zusammengefasst werden. In allen Beispielaufgaben soll es darum gehen, dass das Kind in der *Handlung* sowohl eine Subtraktion als auch eine Division erkennt.

Ähnliches ist bereits bei der Einführung der Multiplikation besprochen worden, um den Zusammenhang zwischen der Addition und der Multiplikation herauszustellen. Deshalb sollen an dieser Stelle einige Beispielaufgaben zur Verdeutlichung ausreichen. Auf dem Bildschirm sind drei Kinder mit jeweils zwei Blumen zu sehen, die zusammen einen Blumenstrauß binden wollen. Bei der Frage danach, aus wie vielen Blumen der Strauß besteht, ist es möglich, die Aufgabe mithilfe einer Addition (2+2+2) oder einer Multiplikation (3*2) zu lösen. Ein kranker Junge muss drei Mal täglich zwei Tabletten nehmen. Die Lösung der Frage, wie viele Tabletten er an einem Tag nehmen muss, kann wiederum durch beide Rechenarten gelöst werden. Auch hier sollte darauf geachtet werden, dass die mögliche Verwendung beider Rechenarten aufgezeigt wird, weil es an dieser Stelle gerade auf ihren Zusammenhang ankommt. Anschließend können die Umkehraufgaben den Zusammenhang von Multiplikation und Division verdeutlichen.

Weil die Umsetzung von einer Sachsituation auf die symbolische Ebene in der nächsten Lerneinheit gesondert thematisiert wird, stehen im Folgenden Aufgaben auf der analytischen symbolischen Ebene im Vordergrund. Dabei soll es darum gehen, Aufgabentypen aller vier Rechenarten durcheinander vorzustellen, wobei das Kind aber neben der Lösung der Aufgaben auch seinen individuellen Lösungsweg angeben soll, indem es die Aufgaben erstens einer Rechenart zuordnet und zweitens die entsprechende Umkehroperation benennt. Umsetzbar wäre diese Lerneinheit, die einem gezielten Üben und Automatisieren aller Grundrechenarten in ihren Zusammenhängen gleichkommt, in Form eines Spiels. Auf dem Bildschirm ist in jeder Ecke ein Feld zu sehen, welches durch eine bestimmte Rechenart besetzt ist. Oben rechts befinden sich das Additionsfeld, oben links das Subtraktionsfeld, unten rechts das Multiplikationsfeld und unten links das Divisionsfeld. In der Mitte des Bildschirms sollen jetzt analytische Aufgaben eingeblendet werden, wie: ( )–23=45; 3*( )=18; ( )/4=6; 34+( )= 56; ( )+65=78; 72/( )=9 etc. Das Kind wird bei jeder Aufgabe aufgefordert, seinen Lösungsweg zu präsentieren, indem es die Aufgaben, mit der es die Lösung ermittelt, in das entsprechende Feld eingibt. Z. B. bei der Aufgabe ( )–23=45 könnte das Kind die Aufgabe 23+45 in das Additionsfeld eingeben. Die Lösung der Aufgabe 3*( )=18 könnte durch die Aufgabe 18/3 gelöst werden, die in das Divisionsfeld einzugeben wäre und so weiter. Werden die Aufgaben von dem Kind richtig gelöst und kann es seinen Lösungsweg insofern sachgerecht benennen, dass es die Lösungsaufgabe, die in der Regel aus der Umkehraufgabe besteht,[170] in das entsprechende Feld eingeben kann, können im nächsten Schritt die Aufgaben versprachlicht werden. D. h. das Kind bekommt z. B. folgende Aufgaben gestellt:

- „Von welcher Zahl kann ich 13 wegnehmen und erhalte dann die Zahl 45?“
- „Durch welche Zahl muss ich die Zahl 48 teilen, damit ich die Zahl 8 erhalte?“
- „Welche Zahl muss ich mit der Zahl 8 malnehmen, damit ich die Zahl 56 erhalte?“
- „Ich habe die Zahl 25. Welche Zahl muss ich zu dieser Zahl dazutun, damit ich die Zahl 43 erhalte?“

Diese Aufgaben beinhalten die zusätzliche Schwierigkeit, dass die Rechenaufforderung in sprachlicher Form zunächst in einen Rechenterm in analytischer Form übertragen werden muss. Die Rechenterme, die aus den Aufgabenstellungen abzuleiten sind, soll das Kind zuerst eingeben, z. B. zu der erst genannten Aufgabe gehört der Rechenterm: ( )–13=45. Hieran lässt sich überprüfen, ob das Kind die Aufgabenstellung richtig verstanden hat und übersetzen kann in Ziffernschreibweise. Im zweiten Schritt soll das Kind nun die Aufgabe lösen, indem es seinen Lösungsweg in das entsprechende Feld einträgt. In dem Beispiel könnte es die Aufgabe 13+45 in das Additionsfeld eingeben. Dieser zweite Schritt entspricht der ersten Übungseinheit.

Erst wenn das Kind diese Aufgaben sachgerecht bearbeiten und lösen kann, ist es sinnvoll, das Themengebiet der Sachaufgaben zu besprechen, da die oben genannten

[170] Da es in dieser Lernsequenz gerade um die Förderung der Flexibilität bei dem Lösen von Aufgaben geht, sind neben Umkehroperationen selbstverständlich auch andere Lösungswege, z. B. Ergänzungen, erwünscht.

Anforderungen auch oder vor allem bei den Sachaufgaben auftreten. Somit ist dieses Verständnis eine unabdingbare Voraussetzung für das richtige Lösen von Sachaufgaben. Treten hingegen bereits Schwierigkeiten bei dieser Lerneinheit auf, ist daraus zu schließen, dass die vorhergehenden Lerninhalte nicht ausreichend verstanden worden sind. „Das Problem dieser Kinder beginnt also nicht erst bei der ‚logischen Herausforderung', die vier Grundrechenarten in verschiedenen Sachsituationen ‚wieder zu erkennen'. Sondern sie haben bereits die vier Grundrechenarten nicht als das verstanden, was sie sind." (Gaidoschik 2003b: 4) An dieser Stelle tritt erneut zum Vorschein, dass ein Lernprogramm keine umfassende Förderdiagnostik leisten kann, da es die Gedanken des Kindes, die es beim Berechnen der Aufgaben macht, nicht immer und ausreichend korrekt erfragen kann. Deshalb wird angeraten, dass hier auftretende Schwierigkeiten von einer Lehrperson diagnostiziert werden. Die ist auch deshalb hilfreich, weil rechenschwache Kinder in der Regel zahlreiche Tricks und subjektive Algorithmen entwickelt haben, die ihnen oft zu richtigen Ergebnissen verhelfen. Von daher ist es immer ratsam, gerade bei Kindern mit auffallenden Rechenschwierigkeiten die Förderung nicht alleine einem Lernprogramm zu überlassen, sondern sowohl diagnostische als auch interventive Hilfen von therapeutischen Fachkräften mit einzubeziehen. Der Umfang dieser Hilfen richtig sich nach den individuellen Schwierigkeiten des jeweiligen Kindes.

4.5 Exkurs: Sachaufgaben

Vorab soll der Unterschied zwischen Text- und Sachaufgaben beschrieben werden: Textaufgaben nennt man die Aufgaben, bei denen die Aufforderung einer Rechnung oder einer Zahlenoperation in Worten ausgedrückt wird. Z. B. „welche Zahl erhält man, wenn man von der Zahl 10 die Zahl 5 wegnimmt". Sachaufgaben hingegeben beinhalten eine sachliche Problemstellung, die mithilfe einer Rechenoperation gelöst werden soll: „In der Mathematikdidaktik werden Textaufgaben von Sachaufgaben abgegrenzt. Letztere zeichnen sich durch eine Einbettung in einen realistischen Alltagskontext aus, der bei Ersteren nicht gegeben sein muss." (Stern 2003: 116) Die Anforderung bei Sachaufgaben besteht also darin, erstens das sachliche Problem zu erkennen und zweitens die zur Lösung dieses Problems adäquate Rechenoperation zu finden und entsprechend durchzuführen. Deshalb sind Sachaufgaben auch anspruchsvoller als Rechengeschichten, die im Zusammenhang mit dem Operationsverständnis zu den vier Grundrechenarten thematisiert worden sind. Diese Kompetenz ist bei Sachaufgaben vielmehr vorausgesetzt. Im Folgenden werden ausschließlich Sachaufgaben behandelt, die auch Gegenstand der ersten beiden Schulstufen sind. Die Schwierigkeiten von Sachaufgaben bestehen in dem oben beschriebenen Sachverhalt, dass es im Vergleich zu Aufgabenstellungen in Ziffernschreibweise explizit darum geht, sich die in Worte gefassten Problemstellungen zu übersetzen in bekannte mathematische Operationen. Insofern ist für die Lösung von Sachaufgaben das Operationsverständnis der Grundrechenarten vorausgesetzt, wobei die Anforderungen sich allerdings nicht auf die rein mathematische Ebene beschränken, so dass oft nicht nur Kinder mit großen Rechenschwierigkeiten Probleme mit diesem Aufgabentyp haben. (Vgl. Winter 1996: 7) Allgemein gesprochen beinhaltet das Feld der Sachaufgaben neben dem Lerninhalt „Größen“ in der Grundschule die meisten Hindernisse. (Radatz u. a. 1998: 168 ff.)

Nachdem erstens die mathematischen Lernziele hinsichtlich der Sachaufgaben definiert werden und zweitens mithilfe des Diagnosemoduls die Lernausgangslage des Probanden bezüglich des Lerngegenstandes ermittelt wird, werden drittens computerunterstützte Präventions- und Interventionskonzepte vorgestellt.

4.5.1 Mathematische Lernziele

Das richtige Lösen von Sachaufgaben setzt nicht nur die vorher ausgeführten mathematischen Kenntnisse voraus, sondern verlangt deren problemorientierte Anwendung. Genau darin liegt auch die zusätzliche Schwierigkeit von Sachaufgaben. (Röhrig 1998a: 50 ff.)

Neben den mathematischen Lernzielen nennt Winter didaktische Funktionen des Sachrechnens: „Man kann die folgenden drei – allerdings nicht säuberlich voneinander trennbaren – didaktischen Sinngebungen unterscheiden (Winter 1981): Sachrechnen als Lernstoff, Sachrechnen als Lernprinzip, Sachrechnen als Lernziel: Befähigung zur Erschließung der Umwelt.“ (Winter 1996: 15)

4.5.2 Diagnosemodule

Im computerunterstützten Diagnosemodul soll überprüft werden, inwiefern sich das Kind die in Sachaufgaben vorgegebene sachliche Problemstellung übersetzen kann in mathematische Rechenoperationen. Das Lösen dieser Rechenoperationen selber ist nicht mehr Gegenstand dieses Diagnosemoduls, da die Schwierigkeiten der vier Grundrechenarten bereits aufgearbeitet worden sind. Neben dem Erkennen der sachlichen Problemstellung und deren adäquaten Übersetzung ist das Finden von angemessen Fragen und Antworten zu den Sachaufgaben zu überprüfen, was sich allerdings nicht strikt von dem Erkennen des Problems lösen lässt, d. h. die Fragen und Antworten bei Sachaufgaben sind kein separater Gegenstand, bedürfen jedoch bei der Prävention und Intervention besonderer Aufmerksamkeit.

Im Folgenden geht es darum herauszufinden, wie das zu diagnostizierende Kind Sachaufgaben löst bzw. zu lösen versucht. In der Praxis lassen sich hauptsächlich drei Lösungsversuchmuster bei rechenschwachen Kindern beobachten: Die erste Gruppe charakterisiert sich dadurch, dass jede Konfrontation mit Sachaufgaben zu Lernblockaden führt. (Gaidoschik 2003b: 4) Diese Kinder sind aufgrund ihres Fehlverständnisses mathematischer Zusammenhänge und ihrem daraus notwendig resultierendem Scheitern mit Sachaufgaben überfordert und verweigern sich. In der Regel sind diese Auffälligkeiten bei Kindern zu beobachten, die zusätzlich elementare Defizite in anderen Bereichen, vor allem des Anzahl- und Operationsverständnisses, haben. Da diese Schwierigkeiten im Vorfeld thematisiert und ausgeräumt worden sind, sind Lernblockaden und Lernverweigerungen unwahrscheinlicher. Kommt es dennoch zu solchen Auffälligkeiten, ist eine zusätzliche therapeutische Intervention dringend angeraten. (Vgl. Betz u. a. 1998)

Eine zweite oft zu beobachtende Gruppe von Kindern zeichnet sich dadurch aus, dass sie aufgrund ihres Nichtwissens einfach „drauflos“ rechnen. Mit dem Bewusstsein, dass sie das sachliche Problem nicht erfassen können, nehmen sie sich die Zahlen aus den Sachaufgaben und fangen an zu rechnen. In der Regel verwenden sie dabei eine Rechenart, die ihnen subjektiv einfach erscheint. Ihr dahinter liegendes Prinzip besteht ganz banal in dem Wunsch, mit der Aufgabe fertig zu werden. (Gaidoschik 2003b: 4)

Die dritte Gruppe von Kindern ist sichtlich bemüht, die Sachaufgaben zu bewältigen. Dieses Bemühen, im Unterschied zum wahllosen „Drauflosrechnen“, ist in der Regel für rechenschwache Kinder sehr zeit- und konzentrationsintensiv und führt daher in Kombination mit ihrem Fehlverständnis oft zu Frustrationen. (Gaidoschik 2003b: 4)

Auf der anderen Seite kennen einige Kinder Kriterien, die sich nicht aus der mathematischen Problemstellung ergeben, nach denen sie Sachaufgaben teilweise sogar erfolgreich lösen. Deshalb können auch Sachaufgaben schematisch richtig gelöst werden, so dass das Computerprogramm unterscheiden muss zwischen der vorhandenen mathematischen Kompetenz und der oft schematischen Anwendung subjektiver Algorithmen. Das schematische Herangehen an Sachaufgaben sieht in der Regel so aus, dass die vorhandenen Zahlen z. B. in ihrer Größe überprüft und einer Rechenart zugeordnet werden, oder dass die Rechenart zur Lösung der Aufgabe gewählt wird, die im Vorfeld im Unterricht besprochen worden ist. (Gaidoschik 2003b: 4) Z. B. durchschauen viele Kinder in der zweiten Klasse, dass sie dividieren müssen, wenn sie eine zweistellige und eine einstellige Zahl im Text vorfinden, zwei einstellige Zahlen in der zweiten Klasse heißt für die gleichen Kinder, dass sie multiplizieren müssen und zwei zweistellige Zahlen lassen auf eine Addition oder eine Subtraktion schließen. Oft merken sie sich auch vorher behandelte

Aufgabentypen aus dem Schulunterricht, die sich in der Aufgabenstellung ähneln und lediglich an den Zahlen unterscheiden. Auf diese Art und Weise kann es Kindern gelingen, ohne die mathematische Problemlage zu verstehen, zu richtigen Ergebnissen zu gelangen. (Gaidoschik 2003b: 4)

Während es in vorangegangenen Lerneinheiten immer wieder im Zusammenhang mit dem Operationsverständnis darum ging, Rechengeschichten zu erzählen oder zuzuordnen, erfordern Sachaufgaben eine darüber hinausgehende Kompetenz. Die Rechengeschichten sind immer in Verknüpfung mit einer bestimmten Rechenart aufgetreten, um die jeweilige mathematische Operation nachvollziehen zu können. Sachaufgaben hingeben sollen im Diagnosemodul bewusst keiner Rechenart zugeordnet werden, damit subjektive Orientierungspunkte des Kindes wegfallen und sie sich lediglich an der sachlichen Problemlage orientieren können.

Als erste Aufgabe zur Überprüfung des Umgangs mit Sachaufgaben eignet sich im Diagnosemodul die so genannte „Kapitänsaufgabe“. Die wohl bekannteste Aufgabe ist: „Auf einem Schiff befinden sich 26 Schafe und 10 Ziegen. Wie alt ist der Kapitän?“ (Baruk 1989)[171] Löst das Kind diese Aufgabe bspw. mithilfe einer Addition und kommt zu dem Ergebnis, dass der Kapitän 36 Jahre alt ist, kann das Programm davon ausgehen, dass das Kind den in Worte gefassten Sachverhalt nicht nachvollzogen hat, sondern der Aufforderung nachgegangen ist, eine Lösung zu finden. Dabei hat das Kind das Zahlenmaterial aus der Aufgabe benutzt unabhängig davon, in welchen semantischen Zusammenhängen die Zahlen stehen.[172]

Solche „Kapitänsaufgaben“ lassen sich in vielen Schulbüchern wieder finden. (Vgl. dazu Radatz u. a. 205) Für eine aussagekräftige Diagnostik eignen sich allerdings nur die Kapitänsaufgaben, die aufgrund ihrer Informationen keine Antwort, die durch einer Berechnung mithilfe der im Text gelieferten Zahlen möglich ist, nahe legen. Oft werden auch bewusst irreführende Fragen zu Sachaufgaben gestellt, die streng genommen nicht dem Typus der Kapitänsaufgaben zuzuordnen sind, z. B.: „Ein Ei kocht 5 Minuten. Wie lange kochen 4 Eier?“ (Radatz u. a. 1998: 205) Erstens lässt sich die Frage mithilfe der im Text gegebenen Informationen beantworten und zweitens muss das Wissen, dass 1 Ei

---

[171] Radatz hat die Lösungswege dieser Kapitänsaufgaben bei Grundschülern untersucht und eine Abhängigkeit zwischen den Schuljahren und den falschen Lösungsversuchen festgestellt, d. h. je länger die Schüler in der Schule sind, je häufiger „berechnen“ sie die so genannten Kapitänsaufgaben. (Radatz 1983)

[172] „Kinder neigen dazu, aus gegebenen Zahlen gesuchte Zahlenwerte zu berechnen, ganz gleich, ob es sinnvoll ist oder nicht. Dieses Verhalten wird sicherlich durch einen Unterricht verstärkt, in dem nur Sachaufgaben vorkommen, die rechnerische Lösung haben müssen. Eine Möglichkeit, dem Fehlverständnis der Schüler entgegenzuwirken, besteht darin, sinnlose Kapitänsaufgaben häufig im Unterricht einzusetzen.“ (Radatz u. a. 1998: 205)

nicht kürzer kochen müssen als 4 Eier, nicht notwendigerweise bei dem Kind vorhanden sein. Der dritte wesentliche Punkt besteht darin, dass die Aufgabenstellung bewusst so gestellt ist, dass eine „Dreisatzaufgabe" dem Kind nahe gelegt wird. Aus diesen Gründen sind derartige Sachaufgaben keine Kapitänsaufgaben, auch wenn einige Schulbücher und Lernprogramme (s. „Denken und Rechnen 1" 2002) dieses nahe legen.

Weil es in Sachaufgaben vor allem um das Erkennen der Problemstellung geht, sollte im ersten Schritt diagnostiziert werden, ob das Kind das Problem richtig erfasst, um dann das Problem in eine Rechenoperation umzusetzen. Dafür bietet es sich an, zu einer bestimmten Sachaufgabe mehrere Fragen bzw. Antworten vorzugeben, aus denen das Kind die jeweils richtige auswählen muss. Am Beispiel der Sachaufgabe „Julia möchte sich ein Buch für 17€ kaufen. Sie hat schon 10€ gespart." könnten verschiedene Fragen zur Auswahl gestellt werden: „Wie viel Geld hat sie insgesamt?" Wie viel Geld braucht sie noch, um sich das Buch zu kaufen?" „Wie teuer ist das Buch?" etc. Nun muss der Proband die Frage auswählen, die zu dem beschriebenen Problem passt. Bei der Wahl der Sachaufgaben sollte gemäß der intrinsischen Motivation darauf geachtet werden, dass das Kind die Problemstellung auch nachvollziehen kann, d. h. dass die Alltagswelt des Kindes eine Rolle spielen sollte. (Vgl. Winter 1996: 29) Sachaufgaben, wie „20 Laptops kosten 80€. Wie viel kosten 10 Laptops?" sind ungeeignet, weil erstens die Preise unrealistisch sind, zweitens das Kind sich niemals Laptops (bzw. 10 Laptops) kaufen wird und drittens Preise in der Regel sich bereits auf *ein* Laptop beziehen. „Die meisten Sachaufgaben in den Schulbüchern und ergänzenden Arbeitsheften / Kopiervorlagen sind künstlich konstruierte Problemstellungen, die sehr oft weder mit den komplexeren Bedingungen der Realität übereinstimmen, noch aus der kindlichen Erfahrungswelt stammen." (Lorenz u. a. 1993: 150) Deshalb sollte bei dem Inhalt der Sachaufgabe genau beachtet werden, dass das Kind das Problem in seiner Alltagswelt vorfinden kann.

Während im ersten Schritt die Problemerfassung im Vordergrund steht, geht es im zweiten Schritt um die Anwendung der Lösung bzw. die Umsetzung der Rechenoperation und im dritten Schritt um die Formulierung eines Antwortsatzes. Dabei sollte zusätzlich darauf geachtet werden, dass die Rechenoperation, die in der Sachaufgabe gefordert wird, dem Kind keine Probleme bereitet. Z. B. „Peter hat 5 Bonbons. Er bekommt von seiner Oma 4 weitere Bonbons geschenkt." Als Antwortmöglichkeiten stehen bspw. zur Auswahl: „Peter hat jetzt 9 Bonbons.", „Peter hat jetzt noch 1 Bonbon." „Peters Oma hat jetzt 9 Bonbons.", „Peter hat alle Bonbons aufgegessen." Die Benennung der richtigen Antwort erfordert neben dem Erkennen der Problemstellung auch die Umsetzung und Berechnung einer Rechenoperation. Falsche Antworten lassen darauf schließen, welche Fehler das Kind bei einem der drei Anforderungen gemacht hat. Um weitere Fehlerquellen nicht im

Vorfeld auszuschließen, sollte das Kind auch die Möglichkeit haben, eine eigene Antwort eingeben zu können.

Wenn das Kind nicht in der Lage ist, Fragen und Antworten zu Sachaufgaben zu finden, sollten präzisere Fragen gestellt werden. Das Kind soll bei einer Sachaufgabe bestimmen, was gesucht und was gegeben ist. Diese Diagnoseeinheit ist allerdings nur in dem Fall notwendig, wenn die vorherigen Einheiten gravierende Schwierigkeiten bereitet haben. Z. B. an der Sachaufgabe, „Tanja kauft sich 9 Pokemonbilder, 2 davon schenkt sie ihrer Schwester.“ kann die Frage gestellt werden, welche Informationen sich dem Text entnehmen lassen und welche Informationen gesucht sind. Hier besteht die Möglichkeit, verschiedene Antworten vorzugeben, aus denen das Kind eine auswählen soll oder dass das Kind die Antworten ohne Hilfestellung eingeben soll. Wie die Aufgabenstellung im Einzelfall am Besten ist, hängt von den individuellen Schwierigkeiten des jeweiligen Kindes ab. Denkbar wäre es auch, dass das Kind die Informationen farblich am Bildschirm markieren soll. In dieser Hinsicht ist auch eine Erweiterung der Sachaufgabe denkbar, „Tanja ist 7 Jahre alt. Sie kauft sich 9 Pokemonbilder und schenkt 2 davon ihrer Schwester.“ Bei dem Markieren der Informationen, die für die Berechnung der Sachaufgaben notwendig ist, kommt es hier darauf an, dass das Alter von Tanja nicht hervorgehoben wird, da es für die Problemstellung völlig irrelevant ist.[173]

Ein weiteres Diagnosemodul sollte darin bestehen, dass das Kind die richtige Rechenart ermitteln muss. Da die besondere Schwierigkeit von Sachaufgaben nicht in der Berechnung selber liegt, sondern in dem Erkennen des mathematischen Problems, welches aus dem Text zu entnehmen ist, kann die Berechnung selber bei der Diagnostik für diese Lerneinheit vernachlässigt werden. Das hat zudem den positiven Effekt, dass das Kind dadurch „gezwungen“ wird, sich ganz auf das Problem zu konzentrieren und darüber ein wahllosen „Drauflosrechnen“ verhindert werden könnte. Umgesetzt bedeutet das, dass Sachaufgaben auf dem Bildschirm zu sehen sind, die gegebenenfalls auch vorgelesen werden, damit Schwierigkeiten im sprachlichen Bereich die Diagnostik nicht beeinflussen,[174] und das Kind wird aufgefordert, die Rechenart einzugeben, die es für die

---

[173] Diese Diagnoseeinheit schließt sich an die Thematik der so genannten Kapitänsaufgaben an.

[174] Selbstverständlich erfordern Sachaufgaben auch eine sprachliche Kompetenz, die jedoch für die Diagnostik ausgeklammert werden soll. Dennoch kann ein Scheitern bei Sachaufgaben in der Schule auch auf sprachliche Probleme zurückzuführen sein, was in einem Lernprogramm dadurch umgangen werden könnte, dass die Sachaufgaben auch vorgelesen werden. Bestehen dennoch Schwierigkeiten in dem Bereich sollte eine Lehrperson diese Lerneinheit auch diesbezüglich begleiten, um Frustrationen vorzubeugen bzw. Erfolgserlebnisse im mathematischen Bereich nicht durch andere Probleme zu verhindern. „Die sprachlich-syntaktische Struktur des Textes, seine Länge und Komplexität überfordern einen individuellen Schüler. Verschachtelte Sätze mit unklarer Gliederung versperren das Verständnis der geschilderten Situation. Es werden unbekannte Wörter oder gar

Ermittlung der Lösung benutzten müsste unter strikter Ausklammerung der Rechenschritte.

Um die Vorteile des computerunterstützten Lernens zu nutzen, sollte sich eine Diagnoseeinheit anschließen, die den Inhalt der Sachaufgabe auf der bildlichen Ebene z. B. in Form einer Videosequenz wiedergibt. Dadurch könnte es dem Kind leichter fallen, die Handlung nachzuvollziehen.[175] Z. B. „In einem Schulbus sitzen 15 Kinder. An der nächsten Haltestelle steigen 7 weitere Kinder ein.“ Diese Sachaufgabe kann sehr schön am Bildschirm visualisiert werden. Das Kind soll im Folgenden die richtige Frage, Rechnung und Antwort ermitteln. In dieser Diagnoseeinheit soll ermittelt werden, ob das Kind den Zusammenhang zwischen der Videosequenz und einer Rechenaufgabe entdecken kann.

4.5.3 Präventions- und Frühfördermodule

In dieser Phase der Prävention und Frühförderung geht es primär nicht mehr um das Bewerkstelligen der Rechnungen zu den vier Grundrechenarten, sondern darum, das mathematische Problem der Sachaufgaben zu erkennen und den entsprechenden Lösungsweg zu finden. Zu berücksichtigen gilt, „daß wichtiger als die Ergebnisse vieler einzelner Sachaufgaben das Erkennen und Erörtern von Lösungswegen und Strategien ist, um neue Sachaufgaben und Sachprobleme besser bewältigen zu können.“ (Lorenz u. a. 1993: 144). Das sachgerechte Lösen der notwendigen Rechenschritte wird hier als erfolgreiches Resultat der vorangegangenen Lerneinheiten unterstellt. Umgekehrt soll es nicht darum gehen, bereits Gelerntes zu wiederholen oder zu festigen, da ansonsten „[d]ie spezielle Schwierigkeit, den in Texten formulierten sachlichen Zusammenhang zu begreifen und in eine mathematische Form zu übersetzen, [...] zur Nebensache degradiert [wird].“ (Röhrig 1998a: 164). Die Sachaufgaben werden unter dem Gesichtspunkt der in ihr eingekleideten sachlichen Problemstellung betrachtet im Gegensatz zur Behandlung als bloße Wiederholung oder Vertiefung einzelner Lerngegenstände. Ein wesentlicher Grundstein für die erforderliche mathematische Kompetenz beim Lösen von Sachaufgaben ist insbesondere in der Lerneinheit zum Operationsverständnis bereits gelegt worden, in der das Kind aufgefordert worden ist, Rechengeschichten zu den mathematischen Operationen zu finden bzw. Rechengeschichten in die symbolische oder modellhafte Ebene

---

Fachtermini und Redewendungen aus einem für den Schüler unbekannten Bereich verwendet.“ (Lorenz 2003a: 67)

[175] Dieses Vorgehen funktioniert selbstverständlich nur bei Sachaufgaben, die eine Handlung in zeitlicher Abfolge beschreiben. Z. B. die Sachaufgabe: Lisa ist 9 Jahre alt. Ihre Schwester ist zwei Jahre älter als Lisa. Wie alt ist Lisas Schwester?“ lässt sich nicht auf dem Bildschirm darstellen.

zu übertragen. „Eine überaus wichtige Lernform ist es, die Schüler von 1. Schuljahr an anzuhalten, zu vorgegebenen Termen oder Gleichungen, Rechengeschichten selbst zu erzählen bzw. in späteren Schuljahren selbsterfundene Sachaufgaben aufzuschreiben.“ (Lorenz u. a. 1993: 150) Rechengeschichten können als Grundlage in der Hinsicht gelten, dass Sachaufgaben ohne das Vorhandensein der vorher thematisierten Kompetenzen nicht mit ausreichendem Verständnis gelöst werden können. Das Erfordernis eines hierarchischen Aufbaus der Lerneinheiten, der sich den hierarchischen Aufbau der Mathematik anpasst, tritt an dieser Stelle erneut zum Vorschein. Die Probleme vieler rechenschwacher Kinder bei Sachaufgaben beschränken sich nicht zwangsläufig auf das Erkennen der mathematischen Problemstellung, sondern können ihre Ursachen in vorher angelegten Themengebieten haben.[176] Die alleinige Aufarbeitung von Sachaufgaben kann den Kindern nicht ausreichend helfen, bei denen die Ursache ihrer Verständnis-schwierigkeiten bspw. beim Anzahlverständnis liegen. Deshalb bleibt eine Diagnostik, die die Lernausgangslage des Kindes ermittelt, notwendige Voraussetzung für die richtige Förderung.

Zusammenfassend geht es in diesem Präventions- und Fördermodul darum, Kindern adäquate Hilfestellungen bei dem Lösen von Sachaufgaben zu geben, die bereits über ein sachgerechtes Anzahl- und Operationsverständnis, Stellenwertverständnis und Verständnis der Multiplikation und Division verfügen. Um die Motivation der Kinder zu fördern, sich mit den Problemen auseinanderzusetzen, sind neben einem Vorgehen in kleinen Schritten, eine anschauliche Aufarbeitung, eine abwechslungsreiche Darbietung und verständliche Sachverhalte notwendig. (Vgl. auch Lorenz 2003a: 67 – 69) Eine ausführliche Erläuterung der einzelnen Lösungsschritte kann dafür sorgen, dass Verständnisprobleme gar nicht erst entstehen. (Wehrmann 2003a: 205) Gerade bei Kindern mit psychischen Auffälligkeiten kann es sinnvoll sein, sie im Vorfeld zu ermuntern und zu motivieren, gerade dann, wenn sie selber aufgrund ihrer negativen Erfahrungen mit Sachaufgaben kein Interesse an diesem Lernmodul zeigen. Um ihnen den Zugang zu Sachaufgaben zu erleichtern, sollte das Lernprogramm kurz erläutern, was Sachaufgaben überhaupt sind und wo die besondere Schwierigkeit bei Sachaufgaben liegt. Dazu könnte z. B. eine Aufgabe vorgestellt werden, die das Kind ohne Probleme lösen kann (15+20). Bei dieser Additionsaufgabe geht es darum, die in dem Rechenterm ausgedrückte mathematische Operation durchzuführen. („Bei dieser Plusaufgabe kannst du mit den

[176] „Die Möglichkeiten, ein bereits ‚gestörtes‘ Verhältnis zu Textaufgaben aufzuarbeiten, unterscheiden sich in mathematik- didaktischer Hinsicht nicht grundsätzlich von den Maßnahmen, die geeignet sind, um Kindern von Anfang an das Rüstzeug für die Lösung von Sach- und Textaufgaben zu vermitteln.“ (Gaidoschik 2003b: 5)

vorhandenen Zahlen die Aufgabe lösen!“) Im Gegensatz dazu wird eine Sachaufgabe gestellt, z. B.: „In der Klasse 2b sind 15 Mädchen und 20 Jungen. Wie viele Kinder sind in der Klasse?“ Zur Unterscheidung der beiden Aufgaben könnte dem Kind folgendes erklärt werden: „In dieser Sachaufgabe findest du keine fertige Rechenaufgabe. Du findest einen Text, der ein sachliches Problem schildert. Über dieses Problem musst du nachdenken und dann versuchen, die Rechenaufgabe dazu zu finden.“

Im Anschluss daran wird dem Kind anhand von konkreten Sachaufgaben verdeutlicht, wie es an das Problem herangehen kann. Röhrig bedient sich bei der Behandlung von Sachaufgaben dem Mittel, dass die Kinder selber den Detektiv spielen, der die Fragen herausfinden muss, die Informationen aus den Sachaufgaben herausfiltern muss, die zur Beantwortung der Frage benötigt werden und die überflüssigen Informationen herausstreichen soll etc. (Vgl. Röhrig 1998b) Diese Art der Motivation kann sehr hilfreich sein, da es, wie oben besprochen, bei Sachaufgaben in der Tat um eine zu bewerkstelligende Anforderung geht, die einer Detektivarbeit ähnelt, nämlich darum, das mathematische Problem zu erkennen und in eine Rechnung zu übersetzen. Auch einige Lernprogramme kleiden Sachaufgaben in Rahmengeschichten ein, die das Kind anspornen sollen, die Aufgaben zu lösen. In dem Lernprogramm „Lernen macht Spaß – auf dem Bauernhof –„ (2002) wird das Kind bei dem Bewältigen von anfallenden Aufgaben von der Bäuerin um Hilfe gefragt. Auf diese oder ähnliche Weise kann eine Behandlung des Themengebietes dem Kind ganz banal mehr Freude bereiten. Kann ein Kind eine Aufgabe mit persönlichen Interessen oder Fragen in Verbindung bringen, fehlt es in der Regel nicht an Motivation. Denn „Kinder wollen etwas leisten, man muss sie nur lassen und es ihnen zutrauen. Sie blenden um der Mathematik willen nicht von selbst ihre persönlichen Interessen und Fragestellungen aus, wie Pippi Langstrumpf herzerfrischend zeigt: *Lehrerin: ‚Jetzt bekommst du eine Aufgabe, Annika. Gustav war mit seinen Kameraden auf einem Schulausflug. Er hatte eine Krone, als er abfuhr, und 7 Öre, als er zurückkam. Wieviel hatte er verbraucht?‘ Pippi unterbricht. Pippi: ‚Ja, gewiß, und dann möchte ich wissen, warum er so verschwenderisch war, und ob er Limonade gekauft hat, und ob er sich die Ohren richtig gewaschen hatte, bevor er von zu Hause wegging.‘* (Astrid Lindgren 1972, S. 64)“ (Radatz u. a. 1998: 169)

Was ist die Frage? Was ist gesucht?

„Sprache und Denken sind eng miteinander verknüpft, daher auch Sprache und mathematisches Denken.“ (Möderl 2003: 47) Deshalb sollte als erstes bei dem lernenden Kind ein Bewusstsein dafür geschaffen werden, dass es sich vor dem Rechenbeginn, genau überlegt, was es ausrechnen möchte oder was gesucht ist. „Sofern Sachaufgaben als Textaufgaben präsentiert werden, muss eben auch der *mathematisch orientierte,* *analytische Umgang mit Texten* Inhalt gezielter ‚Trainingseinheiten' sein." (Gaidoschik 2003b: 6) Deshalb sollten verschiedene Sachaufgaben vorgestellt werden, bei denen das Kind nur diese Frage unter bewusster Ausklammerung des Ergebnisses beantworten soll, z. B.:

- „Zum 9. Geburtstag bekommt Julia von ihrem Vater 6€ und von ihrer Oma 10€, damit sie sich ein Buch kaufen kann."
- „Wenn Klaus zu seinen Freund fährt, muss er 30 Minuten mit dem Bus fahren und danach noch 5 Minuten zu Fuß gehen."
- „In der Klasse 2a sind 28 Kinder und in der Klasse 2b sind 32 Kinder."
- „Für ein Geburtstagsfest kauft Jennys Mutter 8 Flaschen Cola, 6 Flaschen Fanta, 3 Flaschen Orangensaft und 2 Flaschen Apfelsaft."
- „Ute hat 15 Bonbons. 4 davon isst sie auf."
- „Bärbel soll 24 Flaschen Saft kaufen. In einer Kiste sind jeweils 6 Flaschen."
- „Claudia zerteilt eine Pizza in 12 Stücke und verteilt diese Stücke an vier Kinder."

Bei den Sachaufgaben soll das Kind überlegen, was es wissen möchte und eine Frage formulieren. Dabei kann es hilfreich sein, wenn das Kind die Sachaufgabe mit eigenen Worten wiedergibt. (Winter 1996: 33)[177] Vorstellbar ist eine Lernsituation mit zwei Kindern, die sich über das mathematische Problem unterhalten und mit gegenseitiger Unterstützung zu einer Frage gelangen. Daran anschließend sind Sachaufgaben denkbar, bei denen zwei Fragen möglich sind, da zwei Problemstellungen angegeben werden:

- „Gabi kauft für 3€ 5 Flaschen Cola und für 7€ 8 Flaschen Orangensaft."
- „Uli pflanzt in 2 Stunden 30 Tulpen und in 4 Stunden 50 Rosen."

Bei diesen Sachaufgaben, in denen zwei Problemstellungen eingekleidet sind, soll das Kind auch auf beide Varianten aufmerksam gemacht werden. Stellt es lediglich eine richtige Frage, sollte das Computerprogramm oder eine Lehrperson die andere Frage mit dem Kind besprechen. Die Besprechung kann nur darüber gehen, dass beide Sachverhalte, die in dem Text beschrieben werden, inhaltlich auseinander genommen und in ihrer unterschiedlichen Bedeutung erläutert werden.

---

[177] Ob diese Vorschläge sich in einem Lernprogramm realisieren lassen, ist sicherlich fraglich.

Welche Informationen sind gegeben?

Eine weitere häufig zu beobachtende Schwierigkeit bei Sachaufgaben besteht darin, dass man sich genau überlegen muss, welche Angaben in der Sachaufgabe für den Lösungsschritt benötigt werden. Das Kind soll ermitteln, welche Angaben bereits gegeben sind. (Vgl. Winter 1996: 32 ff.) Irreführungen diesbezüglich sind im Zusammenhang mit den so genannten Kapitänsaufgaben beschrieben worden. Nachdem das Kind also im ersten Schritt herausgefunden hat, welche Frage es beantworten soll, geht es anschließend im zweiten Schritt darum, zu erkennen, welche Größen vorgegeben sind. (Radatz u. a. 1998: 171) Bei der Auswahl der Sachaufgaben sollte aufgrund der Vorteile der intrinsischen Motivation erneut darauf geachtet werden, dass das Kind den in der Sachaufgabe beschriebenen Sachverhalt nachvollziehen kann, weil es ihn aus seiner Alltagswelt kennt. „Wenn Mathematik für die Schüler kein Fremdkörper sein soll, dann muß sie einerseits in ihren Aufgabenstellungen anregend und interessant sein, und sie muß die Anwendbarkeit bzw. Beziehungshaltigkeit zum realen Erlebnisraum der Kinder erkennen lassen.“ (Lorenz u. a. 1993: 159)

Die Anforderung bei den folgenden Sachaufgaben besteht darin, sich klar zu machen, was bereits gewusst ist bzw. welche Informationen sich aus der Sachaufgabe entnehmen lassen. Aufgrund der vorab geleisteten gezielten Förderung hinsichtlich der Fragestellung kann in dieser Lerneinheit die Frage bereits mit der Sachaufgabe gestellt werden, um das Augenmerk auf die jetzt zu behandelnde Schwierigkeit zu legen:

- „Lara wird in 2 Jahren 9 Jahre alt. Wie alt ist Lara jetzt?“
- „In einer Klasse sind 31 Kinder. 18 davon sind Mädchen. Wie viele Jungen sind in dieser Klasse?“
- „Jens hat 4 Kisten Cola mit jeweils 6 Flaschen gekauft. Wie viele Flaschen Cola hat Jens gekauft?“
- „Max hat 32 Bonbons, die er an 8 Kinder verteilen möchte. Wie viele Bonbons bekommt jedes Kind.“

Zur Beantwortung der Frage, welche Informationen gegeben sind, sollte das Kind die Angaben dem Text entnehmen und diese auch gesondert notieren. Computerunterstützt bieten sich dafür zahlreiche Möglichkeiten: die Angaben könnten markiert werden, oder auch aus dem Text herauskopiert werden oder erneut in ein leeres Feld eingetragen werden. Um die Bedeutung dieses Teilschrittes herauszustreichen und die Fähigkeit des genauen Hinguckens zu fördern, sind daran anschließend Sachaufgaben denkbar, bei denen auch Informationen auftreten, die für die Beantwortung der Frage irrelevant sind, z. B. „In der Klasse 2b sind 31 Kinder. Davon sind 15 Kinder Jungen. 10 Kinder sind 8

Jahre alt, 19 Kinder sind 7 Jahre alt und 2 Kinder sind 9 Jahre alt. Wie viele Mädchen sind in der Klasse?“

Das Kind erhält die Aufgabenstellung, dass es die Information, die für die Beantwortung der gestellten Frage relevant sind, herausstreicht. Die Schwierigkeit besteht darin, dass lediglich die Gesamtanzahl der Kinder (=31) und die Anzahl der Jungen in der Klasse (=15) für die Rechnung notwendig sind. Alle anderen Angaben (2b und das Alter der Kinder) spielen für die Lösung der in der Sachaufgabe gestellten Frage keine Rolle. Durch gezieltes Fragen lässt sich dies dem Kind nahe legen. (Vgl. Winter 1996: 32) Das Kind könnte z. B. die Angaben, die unbedeutend sind, ebenfalls in einer anderen Farbe markieren. Geschult werden soll das bewusste Lesen und Hinschauen, so dass das Kind sich nicht nur das sachliche Problem bewusst macht, sondern an dieser Stelle auch erkennen soll, welche Informationen für die Frage unberücksichtigt bleiben können. (Radatz u. a. 1998: 171)

Um die beiden Übungsbereiche, „welche Frage muss gestellt werden“ und „welche Informationen habe ich bereits“, zusammen zu bringen, sind Sachaufgaben vorstellbar, bei denen zwei mathematische Probleme beschrieben werden, die dem Kind beide lösenswert erscheinen. Dabei kommt es genau darauf an, die beiden sachlichen Probleme zu trennen und die Angaben ausfindig zu machen, die zur Beantwortung der jeweiligen Frage notwendig sind.

Bei der Sachaufgabe „Laura kauft 3 rote Stifte für 6€, 2 blaue Stifte für 2€ und 1 gelben Stift für 1€“ soll das Kind als erstes überlegen, welche Frage es stellen möchte, also was gesucht ist. Zwei Fragen sind möglich: „Wie viele Stifte hat Laura gekauft?“ und „Wie viel Geld musste Laura für alle Stifte bezahlen?“ Wichtig ist, dass das Kind erkennt, dass die Sachaufgabe eben diese zwei sachlichen Probleme enthält. Erst dann kann es die Angaben aus dem Text den jeweiligen Fragen zuordnen. Findet das Kind nicht eigenständig beide Fragen, muss das Computerprogramm oder gegebenenfalls eine Lehrperson Hilfen anbieten. Gezieltes Nachfragen, wodurch dem Kind gute Anregungen zum Weiterdenken gegeben werden ohne die richtige Antwort vorzusagen, sind lerntheoretisch am effektivsten. (Vgl. Winter 1996: 32) Bevor jedoch dazu übergegangen wird, die Informationen zu benennen, die zur Beantwortung der Fragen gebraucht werden, sollten beide Fragen ermittelt worden sein und das Kind sollte selber die beiden Fragen erkennen und sachgerecht unterscheiden können. Nur auf dieser Grundlage ist es sinnvoll, die Berechnungen durchzuführen. Der weitere Verlauf könnte so aussehen, dass jede dieser Fragen eine Farbe erhält, in der auch die Informationen, die zur Beantwortung der jeweiligen Frage benötigt werden, markiert werden können.

Zur weiteren Schärfung des genauen Lesens bei Sachaufgaben sind Aufgabenstellungen denkbar, bei denen Informationen herausgestrichen werden sollen, die für die

Beantwortung der Frage unberücksichtig bleiben können, z. B.: „Jan ist 8 Jahre alt. Er kauft sich für 12€ eine CD und für 9€ ein Buch. Jetzt hat er noch 5€. Wie viel muss Jan für die CD und das Buch insgesamt bezahlen?“ Bei dieser Sachaufgabe ist es wichtig, dass die Frage gegeben ist, da in der Sachaufgabe auch andere Informationen enthalten sind, die auf eine andere Frage schließen lassen (z. B. „Wie viel Geld hatte Jan vorher?“) Das Kind soll sowohl die Informationen markieren, die für die Beantwortung der Frage gebraucht werden als auch in einer anderen Farbe die Angaben, die es unberücksichtigt lassen kann.

Bereiten dem Kind diese Aufgabenstellungen Schwierigkeiten oder sollen zukünftige Schwierigkeiten präventiv vermieden werden, kann dieses Lernmodul weitere Lernsequenzen umfassen, die je nach dem Resultat der Diagnostik angeraten erscheinen. Dabei ist es sinnvoll, die Lernausgangslage und die Interessenlage des jeweiligen Kindes genau zu diagnostizieren, damit es weder zu einer Überforderung noch zu einer Unterforderung des Kindes kommt. (Vgl. Betz u. a. 1998) Ergänzende Lerneinheiten könnten darin bestehen, dass das Kind den Text selber vorlesen und wiedergeben soll; dabei kann der Text geteilt werden in bestimmte Sinnabschnitte, die gesondert besprochen werden können. (Radatz u. a. 1998: 171; Winter 1996: 33) Hilfestellungen könnten weiterhin darin bestehen, dass gezielte Fragen zum Text gestellt werden, damit das Kind das sachliche Problem besser erfassen kann. (Vgl. dazu Gaidoschik 2003b: 6)

Welche Informationen fehlen?

Hinsichtlich des Trainings einer Text-Kompetenz bei Sachaufgaben kann das Kind bereits ermitteln, welche Frage gestellt werden muss und welche Angaben vorhanden sind. Zudem sollte sich das Kind überlegen, welche Informationen oder Angaben noch fehlen. Diese Aufgabenstellung ist unmittelbar mit der Überlegung verknüpft, mithilfe welcher Angaben bzw. Größen sich die Rechnung ausführen lässt. Sachaufgaben, die zur Förderung der Text-Kompetenz geeignet sind, können eine bestimmte Angabe, die für die Berechnung notwendig ist, gezielt weglassen. Das Kind soll dann, wie in den folgenden Beispielen, die fehlende Angabe bestimmen:

- „Ralf hat seinem Freund 6 CDs ausgeliehen. Wie viele CDs hat Ralf insgesamt? – Welche Angabe fehlt, um die Frage beantworten zu können?“
- „Julia kauft sich eine Cola und ein Eis. Sie hat insgesamt 5€ bezahlt. Wie teuer war das Eis? – Welche Angabe fehlt, um die Frage beantworten zu können?“

Bei dieser Lerneinheit ist zu bemerken, dass diese Art der Aufgabenstellung dem Kind nicht vertraut ist, da sie in Schulbüchern und Lernsoftware nicht thematisiert wird. Zum anderen ist zu bedenken, dass die Frage dem Kind deshalb absurd vorkommt, weil es sie aufgrund fehlender Angaben gar nicht beantworten kann. Da es bei der Auswahl von Sachaufgaben explizit darum gehen soll, dass das Kind die Problemstellung interessant findet, sind solche Übungseinheiten unter dem Gesichtspunkt auch kritisch zu betrachten; denn das Kind kann ein solches Problem gar nicht in seiner Alltagswelt entdecken bzw. wird es sich nicht selber stellen. Deshalb sollte diese Übungseinheit, die sicherlich ihre Berechtigung hinsichtlich des Erlernens von Textkompetenz hat, der individuellen Motivation des Kindes angepasst werden.

Hilfsmittel bei Sachaufgaben

Da die Hauptschwierigkeit bei Sachaufgaben in dem Erkennen und Umsetzen der sachlichen Problemstellung besteht, werden im Folgenden Hilfsmittel bzw. Hilfestellungen vorgestellt, mit deren Verwendung es dem Kind vielleicht leichter fällt, das mathematische Problem zu entdecken. Ein nützliches Hilfsmittel können Zeichnungen und Bilder sein, damit das Kind sich die im Text beschriebene Situation besser vorstellen kann. (Lorenz 2003a: 67) Bei jeder Sachaufgabe wird ein Vorstellungsvermögen unterstellt, da sich keine Sachaufgabe richtig lösen lässt, wenn das beschriebene Problem nicht vorstellbar ist.[178] Die Sachaufgabe „Claudia pflanzt in ihrem Garten drei Reihen mit jeweils 9 Tulpen. Wie viele Tulpen hat Claudia gepflanzt?“ kann einem Kind plausibler erscheinen, wenn es sich das beschriebene Tulpenbeet vorstellen kann. Computerunterstützt könnten auf dem Bildschirm viele Tulpen vorhanden sein, die nun von dem Kind in der beschriebenen Art und Weise „eingepflanzt“ werden sollen. Dabei lassen sich die einzelnen Tulpen leicht per Mausziehen in ein vorgegebenes Beet ziehen. Danach erkennt das Kind, dass es sich um 3*9 Tulpen handelt und dass die Aufgaben mithilfe einer Multiplikation zu lösen ist.[179] Vorstellbar ist es auch, dass verschiedene Tulpenbeete auf dem Bildschirm zu sehen sind, die verschiedene Anzahlen von Tulpen zeigen. Nun wird das Kind aufgefordert, das Tulpenbeet zu markieren, welches in der Aufgabe beschrieben worden ist.

Eine weitere Beispielaufgabe, bei der eine bildhafte Darstellung dem Kind gute Hilfen bieten könnte, ist z. B: „In einer Straße stehen auf der einen Seite doppelt so viele Häuser

[178] Dass durchaus ohne eine Vorstellungskraft richtige Ergebnisse produziert werden, ist sicherlich nicht abzustreiten. Da es aber um das Verständnis der mathematischen Sachsituationen gehen soll und nicht um eine Methode, wie Sachaufgaben zu lösen sind, ist das Bewerkstelligen der Aufgabenstellung mithilfe subjektiver Algorithmen, denen eine unsachgemäße mathematische Vorstellungswelt zu Grunde liegt, nicht das Ziel dieses Präventions- und Fördermoduls.

[179] Es sollte jedoch vermieden werden, dass das Kind die einzelnen Tulpen abzählt und die Multiplikation hierdurch umgeht.

wie auf der anderen Seite. Insgesamt befinden sich 30 Häuser in dieser Straße. Wie viele Häuser sind auf den jeweiligen Seiten?“ Bei dieser Sachaufgaben werden zwei Mengen miteinander verglichen. Dieser Aufgabentypus wird in der Regel im Schulunterricht vermieden und existiert auch nur in wenigen Schulbüchern. Obwohl es sich um eine schwerere Sachaufgabe handelt, sollte sie von einem Zweitklässler gelöst werden können, wenn eine bildhafte Darstellung herangezogen werden kann. Das Kind könnte als erstes gefragt werden, wie viele Häuser sind es insgesamt? Bei der Beantwortung der Frage tauchen 30 Häuser auf dem Bildschirm auf. Weiterhin ist eine Straße zu sehen. Die Aufgabe besteht nun darin, die Häuser so zu verteilen, dass auf der einen Seite der Straße doppelt so viele Häuser stehen, wie auf der anderen Seite der Straße. Dabei muss das Kind die Möglichkeit haben, die Lösung durch Ausprobieren zu ermitteln.

Somit besteht neben der Möglichkeit, ein Bild vom Kind gestalten zu lassen auch die Möglichkeit, Bilder dem Kind vorzugeben. Da die computerunterstützten Möglichkeiten der Darstellung herkömmliche Veranschaulichungen, wie sie z. B. in Schulbüchern zu sehen ist, bei weiten übersteigt, können gerade in diesem Lernmodul die Vorteile des computerunterstützten Lernens genutzt werden. Wird z. B. in einer Sachaufgabe eine Handlung beschrieben, sind Bildschirmanimationen denkbar, die die beschriebene Handlung sachgetreu wiedergeben. „In einem Kino sitzen bereits 34 Personen. Als ich mein Popcorn geholt habe und zurück in den Kinosaal gegangen bin, sitzen dort 66 Personen. Wie viele Personen sind hinzugekommen?“

Röhrig gibt Beispiele dafür, wie Geometrische Zeichnungen, Pfeilbilder, Tabellen und Mengenbilder als Hilfsmittel eingesetzt werden können, damit dem Kind die Sachaufgabe verständlicher wird (vgl. Röhrig 1998b; vgl. auch Lorenz 2003a: 67). Somit sollten jedem Kind die Hilfen gegeben werden können, die es für die Bewältigung der Aufgaben benötigt. Computerunterstützt lassen sich diese individuellen Hilfestellungen sehr gut realisieren. Dadurch kann außerdem die Lehrperson erheblich entlastet werden, da es vorstellbar ist, dass diese lediglich die Art der Hilfen bestimmt und das Kind am Computer eigenständig arbeiten kann.

Konkrete Übungen bei Sachaufgaben

Nachdem die Textkompetenz in einzelnen Schritten ausgebildet worden ist, beschäftigen sich die folgenden Übungssequenzen mit der Kombination der Erarbeitungsschritte, die in jeder Sachaufgabe gefordert wird. (Vgl. Röhrig 1998b: 33) Neben den Berechnungen, die vorher bewusst ausgeklammert worden sind, soll anschließend ebenfalls eine Antwort formuliert werden. Das Angeben von Antwortsätzen beinhaltet im Großen und Ganzen die gleiche Schwierigkeit wie das Aufstellen von Fragen, da bei richtigen Antworten und Fragen unterstellt ist, dass die sachliche mathematische Problemstellung richtig erfasst worden ist. Ist das Problem sachgerecht erkannt worden, so dass eine richtige Frage formuliert werden kann, ergeben sich bei dem Antwortsatz in der Regel keine neuen Schwierigkeiten, da die häufig zu beobachteten Schwierigkeiten bereits ausgeräumt worden sind. Deshalb müssten die bisherigen Präventions- und Fördermodule bei dem Großteil der Kinder mit Rechenschwierigkeiten ausreichend sein, da die Probleme, die ein Antwortsatz beinhaltet, bereits besprochen worden sind. Falls dieses jedoch bei einem Kind nicht der Fall sein sollte, muss diese Thematik gesondert zum Gegenstand gemacht werden. In diesem Fall kann sich die Förderung an den Ausführungen zu den vorherigen Modulen orientieren.

Anhand einer konkreten Sachaufgabe werden nun alle notwendigen Lösungsschritte systematisch besprochen: „Julia möchte sich eine CD für 15€ kaufen. Sie hat schon 9€ gespart.“ Die erste Aufgabenstellung bezieht sich auf die Frage, d. h. das Kind muss ermitteln, was es wissen möchte. Daran anschließend bzw. damit verbunden soll das Kind eine Frage formulieren, z. B. „Wie viel Geld muss Julia noch sparen?“ Der nächste Lösungsschritt besteht darin, dass das Kind überlegen soll, welche Angaben in der Sachaufgabe gegeben sind (der Preis für die CD und das Geld, was Julia bereits hat). Als nächstes muss überlegt werden, welche Rechenaufgabe zu dem Ziel führt. Denkbar ist eine Subtraktionsaufgabe (15-9) oder eine Ergänzungsaufgabe (9+( )=15). Hier sollte darauf geachtet werden, dass dem Kind keine der beiden Möglichkeiten aufgezwungen wird, sondern dass es selbst entscheiden kann, welchen Rechenschritt es wählen möchte. Im vierten Schritt soll die Lösung genannt und ein Antwortsatz formuliert werden. (Vgl. Röhrig 1998b: 33) Auf diese Art und Weise kann das Kind alle Sachaufgaben in diesen vier Schritten lösen. Inwieweit weiteres Hilfsmaterial, wie es im Vorfeld beschrieben worden ist, hinzugenommen wird, sollte das Kind selber entscheiden. Als letztes sollte das Kind einen Antwortsatz („Julia muss noch 6€ sparen.“) formulieren.

Während es im vorherigen Abschnitt darum ging, Sachaufgaben mithilfe der vier beschriebenen Schritte vollständig zu lösen, sind auch Übungen denkbar, die wiederum gezielt Teilkompetenzen, die für das Bewerkstelligen von Sachaufgaben notwendig sind, fördern. Darunter fällt, dass dem Kind verschiedene Bilderabfolgen oder Videosequenzen und verschiedene Sachaufgaben vorgeführt werden. Das Kind soll nun ermitteln, welche Abfolge zu welcher Sachaufgabe passt. Weiterhin bestehen gute Übungen darin, dass Antworten vorgeben werden und das Kind überlegen muss, zu welcher Aufgabe welche Antwort gehört. In dieser Hinsicht geht es selbstverständlich nicht ausschließlich um die Förderung von Teilkompetenzen, da die Beantwortung alle Kompetenzen voraussetzt, die Sachaufgaben erfordern. Vielmehr dienen zusätzliche Übungssequenzen dazu, dem Kind zu zeigen, dass es Sachaufgaben lösen kann und ihm den Zugang zu Sachaufgaben zu erleichtern, indem verschiedenen Herangehensweisen vorgestellt werden. Zudem kann ein medialer Wechsel, z. B. von einem Text zu einer Videopräsentation, zusätzliche Motivation hervorrufen, mit der die anfänglichen Ängste vor Sachaufgaben beseitigt werden könnten.

Eine letzte erwähnenswerte Übungseinheit bei Sachaufgaben besteht darin, dass das Kind lediglich die Sachaufgabe unter dem Gesichtspunkt betrachten soll, welche Rechenart es anwenden muss, um die Lösung zu ermitteln. Diese Übungseinheit ist gerade bei Kindern sinnvoll, die sich vorher bei der Auswahl der Rechenart lediglich an den vorangegangen Unterrichtsstunden orientiert haben ohne den Sachverhalt selber zu prüfen bzw. zu verstehen.

4.5.4 Sachaufgaben in ausgewählten Lernprogrammen

Nachdem geeignete Präventions- und Frühfördermaßnahmen für den Lernbereich der Sachaufgaben vorgestellt worden sind, werden abschließend Sachaufgaben in drei bestehenden Lernprogrammen thematisiert („Denken und Rechnen 2“ (2003); „Mathematikus Klasse 1“ (2000), „Lernen macht Spaß 1. Klasse“ (2001). In allen Programmen hat das Kind die Möglichkeit, sich die Sachaufgabe vorlesen zu lassen, so dass Schwierigkeiten beim Lesen des Textes ausgeschlossen werden können. Das Kind kann z. B. einen Mund („Lernen macht Spaß 1. Klasse“ 2001) oder einen Lautsprecher („Mathematikus Klasse 1“ 2000, „Denken und Rechnen 2“ 2003) anklicken, um den Text zu hören. Gemeinsamkeiten bestehen auch darin, dass die Aufgabe ausschließlich dem Text zu entnehmen ist, dass also keine zusätzlichen Hilfestellungen in Form von Animationen, die die Handlung beschreiben, vorhanden sind. In dem Lernprogramm „Mathematikus Klasse 1“ (2000) ist am unteren Bildschirmbereich eine Art Zahlenstrahl zu sehen, auf dem die Antwortzahl angeklickt werden soll. Darüber hinausgehende Hilfestellungen sind allerdings nicht vorhanden.

Abb. 27: Aufgabenbeispiel zum Themengebiet Sachaufgaben im Lernprogramm „Mathematikus Klasse 1".

In dem Lernprogramm „Lernen macht Spaß Klasse 1" (2001) ist die Frage vorgegeben, die Rechnung ist durch die richtige Zahl aus dem Text zu ergänzen und bei dem Antwortsatz fehlt nur die Ergebniszahl.

Das Kind wird also nicht dazu aufgefordert, die mathematische Problemstellung eigenständig zu erkennen und in eine Rechenoperation zu übersetzen. Die Frage, der Rechenterm und die Antwort sind feste Bestandteile dieser Lernsequenz. Erklären lässt sich das darüber, dass die Software für Erstklässler konzipiert ist und die Anforderungen, die in dem vorangegangenen Modul beschrieben worden sind, richten sich in der Regel an Zweitklässler. In der Art und Weise ist diese Art der Sachaufgaben für Kinder der 1. Klasse eine sinnvolle Möglichkeit, sie an die besonderen Schwierigkeiten von Sachaufgaben heranzuführen ohne ihnen alle erforderlichen Kompetenzen abzuverlangen. Das Kind wird auf jeden Fall durch die Art der Aufgabenstellung auf den Zusammenhang von Frage, Rechnung und Antwort hingewiesen ohne dass jedoch gewährleistet ist, dass es diesen Zusammenhang auch nachvollzogen hat. Eine sinnvolle Ergänzung der Sachaufgabe in dem Lernprogramm wäre eine bildhafte Unterweisung, die es eventuell dem Kind erleichtern wird, das mathematische Problem zu erkennen und die vorgeschlagene Lösungsweise nachzuvollziehen.

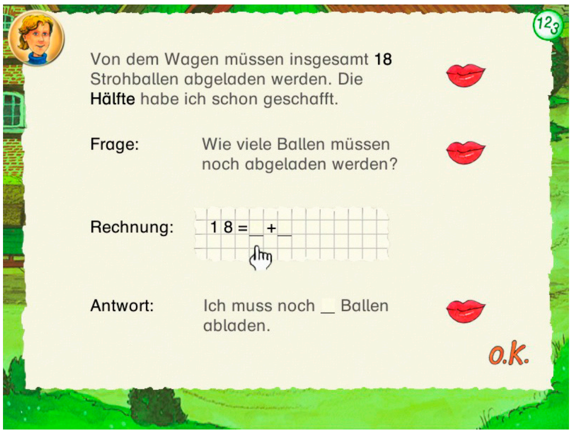


Abb. 28: Aufgabenbeispiel einer Sachaufgabe in „Lernen macht Spaß 1“.

In dem Lernprogramm „Denken und Rechnen 2“ (2003) in der Lerneinheit „Textaufgaben“ werden die Aufgaben schriftlich und auf Wunsch mündlich präsentiert. „Das Kind muss unter den vorgegebenen Operationen, bzw. Lösungen diejenige auswählen, die zum Text passt. Hierbei ist es auch möglich, dass die Aufgabe keine sinnvolle Lösung zulässt (Kapitänsaufgabe), dann ist die Taste ‚geht nicht‘ anzuklicken.“ („Denken und Rechnen 2“ Begleitheft 2003: 26)

Abb. 29: Gelungene Umsetzung der Problematik von Sachaufgaben in „Denken und Rechnen 2“.

Bei dieser Präsentation von Sachaufgaben sind wesentliche Elemente enthalten: Für das richtige Lösen der Aufgaben muss das Kind das sachliche Problem erkennen und in eine mathematische Operation umsetzen, so dass es „hier vorwiegend um das Verständnis von Textaufgaben und um die Umsetzung in eine Operation [geht].“ („Lernen und Rechnen 2“ Begleitheft 2003: 26) Deshalb wird das wesentliche Problem des Themengebiets „Sachaufgaben“ in dieser Lerneinheit besprochen. Leider wird das Kind nicht an die verschiedenen Schwierigkeiten der einzelnen zu bewerkstelligen Lösungsschritte herangeführt, sondern es wird von vornherein ein sachgerechtes Verständnis vorausgesetzt. Die im Vorfeld besprochenen Inhalte der Präventions- und Fördermodule sollten aber insbesondere bei schwächeren Rechnern thematisiert werden, um dann im Anschluss derartige Aufgabenstellungen bewältigen zu können. Für den zweiten Bereich eignet sich diese Lerneinheit aus „Denken und Rechnen 2“ (2003) aber wiederum sehr gut, da erstens ein schematisches Herangehen an die Aufgabenstellung – auch aufgrund der Integration von Kapitänsaufgaben – unmöglich gemacht wird und zweitens alle Rechenarten abgefragt werden, so dass es explizit um die besondere Schwierigkeit von Sachaufgaben geht, die zusammengefasst darin besteht, das mathematische Problem zu erkennen und adäquat in eine Rechenoperation zu überführen.

5 Resümee und Ausblick

In den vorherigen Ausführungen stand das mathematische Denken des Kindes im Mittelpunkt der Präventions- und Fördermaßnahmen. Diesen Maßnahmen liegt ein ganzheitlicher Ansatz zugrunde (Ganser 2003: 227), zu dem „[i]nsbesondere einige Erkenntnisse von Brunner (inter- und intramodaler Transfer bezogen auf die Repräsentationsebenen enaktiv – ikonisch – symbolisch ...) und von Piaget (Lernen durch Aktivitäten bzw. Handlungen im Grundschulalter, Einsichten in operative Beziehungen...) [gehören]“ (Radatz u. a. 1998: 12). Im 4. Kapitel ist anhand der einzelnen Lerninhalte gezeigt worden, wie eine computerunterstützte Prävention und Frühförderung bei Rechenschwäche diesbezüglich aussehen kann.

Durch die Auseinandersetzung mit den lerntheoretischen Paradigmen des Behaviorismus, des Kognitivismus und des Konstruktivismus, (s. Kapitel 2.1 und 2.2) und der Formulierung von Zielen eines erfolgreichen Lernprozesses (s. Kapitel 3.3) lässt sich als Ergebnis festhalten, dass eine computerunterstützte Prävention und Frühförderung bei Rechenschwäche sich nicht an einzelnen lerntheoretischen Paradigmen klammern, sondern das Augenmerk vor allem auf die Lerninhalte, die Lernausgangslage sowie die Interessen und Motivation der Kinder richten sollte. Dabei geht es nicht darum, eine wissenschaftliche Lerntheorie getrennt von den praktischen und schulischen Problemen aufzustellen, sondern sich pragmatisch an den drei Momenten des Lernprozesses, den Lerninhalten, den Lehrenden und vor allem den Lernenden zu orientieren. Mithilfe dieser Ausrichtung ist es in der vorliegenden Arbeit gelungen, Vorschläge für eine computerunterstützte Prävention und Intervention bei Rechenschwäche aufzustellen.

Die Hauptleistung der Arbeit besteht in dem Aufzeigen *konkreter* Schwierigkeiten bei der computerunterstützten Umsetzung der jeweiligen Lerninhalte. Es wäre demnach müßig, diese Ergebnisse an dieser Stelle erneut aufzuzählen. Dennoch können die behandelten Aspekte in allgemeiner Form zusammengefasst werden, wobei die einzelnen Punkte jedoch erst durch die Überprüfung des konkreten Lernprozesses ihre Bedeutung erhalten. Die Arbeit hat gezeigt, dass ein Lernprozess, der auf die spezifischen Besonderheiten rechenschwacher Kinder abgestimmt ist, folgende Aspekte aufweisen sollte:

Bezüglich des *Lerninhaltes* muss der Lernprozess so gestaltet werden, dass in möglichst kleinen Schritten vorgegangen wird, deren Reihenfolge sich aus dem logischen Aufbau der Mathematik ergibt. Die konkrete Aufarbeitung der mathematischen Inhalte umfasst das Anzahlverständnis (s. Kapitel 4.1), das Operationsverständnis (s. Kapitel 4.2) das Stellenwertsystem (s. Kapitel 4.3), die Multiplikation und die Division (s. Kapitel 4.4), sowie – als übergreifender Bereich – die Sachaufgaben (s. Kapitel 4.5). Dabei ist besonderes Augenmerk auf die Erklärung zu legen, die nicht durch den Verweis auf eine Rechenmethode ersetzt werden kann. Auch Veranschaulichungen können eine inhaltliche Erklärung nicht substituieren. Durch gelungene Darstellungen kann der Inhalt jedoch verständlicher aufgearbeitet werden. Dabei ist darauf zu achten, dass die Kinder die jeweilige Darstellung auch als Veranschaulichung eines Prinzips erkennen und nicht beispielsweise die Zahl Fünf mit fünf Luftballons gleichsetzen, nur weil sie mit diesem Material konfrontiert worden sind. Auf die Schwierigkeiten mit unterschiedlichem Veranschaulichungsmaterial ist besonders im Kapitel 2.3.3 eingegangen worden.

In Bezug auf die besondere Situation des *Lernenden* sind psychische Faktoren für die Entwicklung einer Rechenschwäche herausgestellt worden. (S. Kapitel 2.5) Auch wenn die psychischen Faktoren nie isoliert vorliegen, ist anhand des Teufelskreises Rechenstörung deutlich geworden (s. Kapitel 1.3), wie Fehlurteile und Missdeutungen bezogen auf die Rechenschwierigkeiten insbesondere die psychische Verarbeitung des Kindes negativ beeinflussen. In Anlehnung an Betz/Breuningers Teufelskreis Rechenstörung (Betz u. a. 1998) sind die vier Entwicklungsphasen aufgezeigt worden: angefangen von dem Sichtbarwerden der Rechenschwierigkeiten, zur Wahrnehmung des Problems und dem Suchen nach Erklärungen beim Kind, über das Negieren jeder mathematischen Kompetenz und der Anerkennung der Misserfolge durch das Kind bis hin zum Verlieren jeden Selbstvertrauens. (S. Kapitel 2.5) Um die Entwicklung des Teufelskreises aufzubrechen, bedarf es auf der einen Seite eines sensiblen und verständnisvollen Umgangs mit dem Kind, damit es sein Scheitern nicht als persönliches Scheitern ansieht und auf der anderen Seite einer Aufklärungsarbeit für Eltern und Pädagogen, damit diese die Rechenstörung nicht fehlinterpretieren, sondern adäquate Maßnahmen einleiten können. Die Gestaltung dieser Maßnahmen ist im 4. Kapitel der Arbeit an den konkreten Lerninhalten aufgezeigt worden.

Zusätzlich soll im folgenden Abschnitt (s. Kapitel 5.1) noch einmal die besondere psychische Situation, in der sich rechenschwache Kinder befinden, berücksichtigt werden. Außerdem wird auf das Verhältnis von Spielen und Lernen eingegangen. (S. Kapitel 5.2) Ein letzter Aspekt bezüglich des Lernenden ergibt sich aus dem möglichen Erwerb von Schlüsselqualifikationen durch den Einsatz von Computern. (S. Kapitel 5.3)

Auf der Seite des *Lehrenden* hat die Arbeit folgende Punkte herausgestellt: Als schulbedingte Faktoren für das Auftreten einer Rechenschwäche sind zum einen die mangelnde individuelle Betreuung der Schüler und zum anderen die fehlende oder unzureichende Diagnostik im Unterricht genannt worden. (S. Kapitel 2.4) Beide Bereiche können auch durch den Computereinsatz nicht ausreichend kompensiert werden, der Einsatz Neuer Medien kann aber unterstützend wirken: 1) Hinsichtlich der Betreuung einzelner Schüler kann der Computereinsatz Chancen bieten, den Unterricht dadurch differenzierter zu gestalten, dass die Lehrperson z. B. Automatisierungsphasen dem Medium überlässt und sich gezielt in der frei gewordenen Zeit um Kinder kümmert, die eine weitere Unterweisung benötigen. Auf diese Weise kann der Computer zur Entlastung der Lehrperson beitragen, so dass sie sich gezielt und intensiver um schwächere Schüler kümmern kann. Natürlich wird die unterstützende und helfende Lehrperson auch bei einem computerunterstützten Lernprozess weiterhin benötigt. Sie muss sachgerechte Hilfestellungen geben, auftretende Missverständnisse ausräumen, Lernrückstände auffangen und vor allem ihre Schüler bei Misserfolgserlebnissen ermutigen, sich weiterhin mit den Lerninhalten auseinanderzusetzen. 2) Die fehlende oder unzureichende Diagnostik im Mathematikunterricht kann ebenfalls nicht einfach einem Lernprogramm überantwortet werden. Die engen Grenzen einer computerunterstützten Diagnose sind bereits im vierten Kapitel anhand der einzelnen Lerngegenstände in den Diagnosemodulen herausgestellt worden. Dabei ist immer wieder zum Vorschein gekommen, dass kein Lernprogramm die mathematische Vorstellungswelt der Kinder eindeutig ermitteln kann, so dass spezielle Fehler zwar computerunterstützt identifiziert werden können, die Ergründung der Ursachen der Fehler aber kann kein Lernprogramm leisten. Eine qualitative Förderdiagnostik bleibt die Voraussetzung für eine gezielte, auf das jeweilige Kind ausgerichtete, Prävention und Intervention. (Vgl. Wehrmann 2003a: 197-200)

Darüber hinaus soll noch im Abschnitt über weiterführende Anregungen auf die Rolle der Eltern und auf die Möglichkeiten außerschulischer Intervention eingegangen werden. (S. Kapitel 5.4)

5.1 Adäquates Eingehen auf die psychische Notlage des Kindes

Da sich die Arbeit hauptsächlich den inhaltlichen Problemen der computerunterstützten Arbeit mit rechenschwachen Kindern gewidmet hat, ist es wichtig, abschließend noch einmal die besondere psychische Notlage dieser Kinder aufzugreifen. Denn bei jeder Förderung muss der psychische Umgang des Kindes mit seinen mathematischen Defiziten beachtet werden (vgl. Gaidoschik 2003a: 118). Charakterisiert worden ist die Problemlage anhand des Teufelskreises Rechenstörung (s. Kapitel 1.3), aus dessen Beschreibung die Notwendigkeit eines sensiblen Umgangs mit rechenschwachen Kindern abgeleiten worden ist. Somit muss auch eine computerunterstützte Prävention und Intervention diesen elementaren Bereich angemessen integrieren. Dafür sind im 3. Kapitel der Arbeit Kriterien für Lernprogramme entwickelt worden, die aufgrund der besonderen psychischen Situation rechenschwacher Kinder einzuhalten sind. (Vgl. Kapitel 3.6) Wesentliche Umsetzungsvorschläge sind in den inhaltlichen, mathematik-didaktischen Präventions- und Frühfördermodulen bereits erwähnt worden. (Vgl. Kapitel 4) Für die – vorerst theoretischen – Lernmodule folgt daraus, dass sie so konzipiert sind, dass ohne Zeit- und Notendruck gearbeitet wird, die Module eine logische Abfolge der Lerninhalte aufweisen, verschiedene Schwierigkeitsstufen enthalten, abwechslungsreich sind, gute Veranschaulichungshilfen bieten und vor allem sachbezogene Hilfestellungen bei Fehlern geben. Zudem muss das Kind das Lernprogramm jederzeit beenden können und seine Lernfortschritte sowie seine Schwierigkeiten müssen festgehalten werden.

Festgehalten worden ist ebenfalls die Notwendigkeit eines Vorgehens in kleinen Schritten bei der Aufarbeitung mathematischer Kompetenzen (vgl. Lorenz 2003a: 86), damit auf der einen Seite verhindert werden kann, dass das Kind an den Anforderungen scheitert und sich Frustration einstellt. Umgekehrt gilt es, zunächst durch Erfolge im Elementarbereich Motivation aufzubauen. (Vgl. Radatz u. a. 1998: 12) Auf der anderen Seite sollte die Prävention und Frühförderung das Kind auch herausfordern, in dem Sinne, dass es selber seine Lernfortschritte erkennt und darüber ein neues Verhältnis zu mathematischen Lerninhalten einnehmen kann (vgl. Kapitel 3): „Hingegen kann eine Überforderung nützlich sein, soweit sie in der Zone der nächsten Entwicklungsschritte liegt, die aber für rechenschwache Schüler genau ausgelotet werden müssen.“ (Lorenz 2003a: 96) Das Kind muss demgemäß erkennen, dass es die Inhalte verstehen kann und darüber die Motivation entwickelt, sich mit darauf aufbauenden Lerninhalten auseinanderzusetzen. (Radatz u. a. 1998: 12) Weiterführende Lernmodule sollen im Idealfall vom Kind eingefordert werden, so dass es selber aus eigenem Ansporn heraus eine weitere Aufarbeitung eigenständig in die Hand nimmt. (Schönweiss 2000a: 296) Die konstruktivistische Grundannahme des selbständigen Lernens stellt für dieses Vorgehen die Grundlage dar. Ein weiteres Ergebnis des 3. Kapitels besteht darin, dass der Lernprozess aus pragmatischen Gesichtspunkten betrachtet realitätsnaher, d. h. an den konkreten Lebensbedürfnissen und Interessen der Kinder ausgerichtet sein soll, wobei die individuelle Förderung immer im Mittelpunkt steht; denn nur so ist gewährleistet, dass jedes einzelne Kind seinen speziellen Zugang zur Bildung findet. Aus diesen Gründen wird in den Lernplänen explizit gefordert, das Kind individuell zu fördern, indem seine Interessen und Motivationen geweckt werden (Kulturministerium des Landes Nordrhein-

Westfalen 2003), d. h. „Kinder lernen auf individuellen Wegen, es gibt keine Einheitlichkeit des Lernweges und des Lerntempos.“ (Radatz u. a. 1998: 12) Nur die individuelle Betreuung zusammengenommen mit der Orientierung der Lernmodule an der individuellen Lernausgangslage jedes einzelnen Kindes kann gewährleisten, dass weder eine Über- noch eine Unterforderung im negativen Sinne stattfindet, welche nach beiden Extremen hin die Problemlage des Kindes nicht adäquat berücksichtigen würde, wodurch die beschriebenen psychischen Folgeerscheinungen auftreten können. (Vgl. Betz u. a. 1998)

Auf der Grundlage der Ergebnisse der theoretischen Vorüberlegungen der ersten drei Kapitel hinsichtlich der psychischen Situation rechenschwacher Kinder soll im Folgenden betrachtet werden, ob bestehende Lernprogramme diese Kriterien adäquat umsetzen.

Ein Kriterium von Lernprogrammen, welches im 3. Kapitel aus der psychischen Situation rechenschwacher Kinder abgeleitet worden ist, besteht in dem Vorhandensein verschiedener Schwierigkeitsstufen, so dass die individuelle Lernausgangslage des Kindes berücksichtigt wird. Dieses Kriterium in Kombination mit der Anforderung, dass das Kind seinen Lernprozess selbständig in die Hand nimmt, ist zum Teil in bestehenden Lernprogrammen verwirklicht. Das Kind kann die Schwierigkeitsstufen der Lernsequenzen eigenständig bestimmen und erfährt auf diese Weise, dass es erstens selber aktiv wird, indem es die Lerninhalte und den Schwierigkeitsgrad bestimmt und zweitens ist dadurch gewährleistet, dass die Lernausgangslage gemäß der Selbsteinschätzung des Kindes beachtet wird.

In dem Lernprogramm „Spaß mit Mathe“ (1999) kann das Kind zwischen „leicht“, „ziemlich kniffelig“ und „ganz schön schwer“ wählen. Ebenso kann das Kind in dem Lernprogramm „Startklar. Abenteuer Zahlen“ (1999) die Schwierigkeitsgrade selber einstellen, in dem Lernprogramm „Mega Mathe Blaster“ (1996) hat das Kind die Möglichkeit, zwischen leicht, mittel und schwierig zu wählen und beim Abenteuer mit Alfons („Alfons Abenteuer“ 2002) wird das Kind zu Anfang gefragt, wie gut es in Mathe ist.

Eine Schwierigkeit der beschriebenen Umgangsweise besteht darin, dass das Kind seinen Lernstand oft nicht richtig einschätzen kann, d. h. dass es sich entweder überschätzt, vielleicht weil es seine Schwächen nicht eingestehen möchte, oder unterschätzt, weil es jegliches Vertrauen in seine Fähigkeiten bereits verloren hat. (Vgl. Ganser 2003: 230) Deshalb wird es bei einigen Kindern notwendig sein, die Einschätzung nicht alleine dem Kind zu überlassen, sondern in Gesprächen mit therapeutischen Bezugspersonen diagnostisch zu ermitteln. Wie das zu bewerkstelligen ist, ist in den Diagnosemodulen zu den einzelnen Lerneinheiten aufgezeigt worden. (Vgl. Kapitel 4) Im Idealfall würde ein Lernprogramm eine selbstständige Diagnose vornehmen können. Da ein Computerprogramm jedoch die individuellen Rechenwege, die für die Diagnose entscheidend sind, nicht hinreichend analysieren kann, muss davon ausgegangen werden, dass eine qualitative Diagnose nicht ohne Beteiligung einer Lehrperson durchgeführt werden kann. Dabei muss darauf geachtet werden, dass sich das Kind nicht übergangen fühlt, sondern die Förderung trotz der notwendigen Kontrollinstanz (vgl. Kapitel 3.3) als *seine* Förderung begreift. Unter diesem Gesichtspunkt können aufbauende Gespräche mit dem Kind hilfreich sein, was sicherlich von keinem Lernprogramm geleistet werden kann. Eine standardisierte Einführung in das Lernprogramm, wie sie im „Alfons Abenteuer“ (2002) existiert, muss unter diesem Blickwinkel kritisch überdacht werden, weil die individuellen Schwierigkeiten und Fähigkeiten sowie die jeweilige Motivationslage hierbei nicht berücksichtigt werden. Sicherlich ist es möglich, diese Einführung zu ergänzen durch zusätzliche Gespräche mit einer Bezugsperson.

Abb. 30: Möglichkeiten der Einstellung verschiedener Schwierigkeitsstufen in den Lernprogrammen „Spaß mit Mathe“ und „Alfons Abenteuer“.

Die Problematik hinsichtlich der Lenkung des Lernprozesses ist auch im Zusammenhang mit der Bewertung lerntheoretischer Paradigmen thematisiert worden. (S. Kapitel 2.1 und 2.2) Während behavioristische Ansätze für eine starke Lenkung des Lernprozesses plädieren, versprechen konstruktivistisch ausgerichtete Ansätze einen größeren Lernerfolg, wenn der Lernprozess nicht gelenkt, sondern ausschließlich vom Kind bestimmt wird. Hinsichtlich der Diskussion und der Auseinandersetzung mit den Vor- und Nachteilen (s. Kapitel 2.2) sollte angestrebt werden, „dass die belehrende, einseitig von der Lehrperson in die Kinderköpfe gerichtete Kommunikation abnimmt zugunsten einer beobachtenden, diagnostischen Lehrerrolle: Beobachten und Verstehen anstelle des Instruierens“. (Lorenz 2003a: 95) Dabei muss jedoch die Besonderheit der Mathematikdidaktik bezüglich des strengen hierarchischen Aufbaus berücksichtigt werden, aus der sich im Gegensatz zu anderen Lernfächern eine inhaltliche Abfolge der Lerninhalte ergibt. (Vgl. Gerster 2002a) Zusammenfassend lässt sich sagen, dass Computerprogramme, die zur Prävention und Intervention bei Rechenschwäche eingesetzt werden, eine logische Abfolge der Lerninhalte aufweisen müssen, die sich weiterhin an der Lernausgangslage des jeweiligen Kindes orientiert. Die Rolle des Pädagogen sollte darin gesehen werden, den Lernprozess zu beobachten, zu verstehen und zu kontrollieren. (Vgl. Kapitel 2 und 3) Der Lehrer wird damit „mehr zum Lern- Helfer“ (Schönweiss 2000a: 296).

Leider ist dieses Kriterium in vielen Lernprogrammen nicht gegeben. Die Lerninhalte werden oft in keiner mathematiklogischen Gliederung präsentiert oder zumindest dem Anschein nach einem Zufallsalgorithmus überlassen. Einige Programme stellen dem Kind frei, welche Inhalte es in welcher Reihenfolge bearbeiten will. Beispiele, die eine Beliebigkeit in der Abfolge der Lerneinheiten zeigen, sind „Die Zahlenstadt“ (1996), „Freddy vampirische gute Noten“ (2003), „Spaß mit Mathe“ (1999) und „Mathe Workshop“ (1995).

Abb. 31: Durch das Anklicken von Bildschirmelementen kann der Lernende die nächste Lerneinheit bestimmen. Dargestellt sind Ausschnitte aus den Lernprogrammen „Mathe Workshop“ und „Billi Bannis interaktive Rechenreise“.

Vor diesem Hintergrund sind auch die Lernprogramm „Mega Mathe Blaster“ (1996)[180] und „Blitzrechnen“ (1998) ungeeignet, weil kein chronologischer Aufbau zu erkennen ist. Somit bieten sich diese Lernprogramme lediglich zur Automatisierung gelernter Inhalte an. Denn als ein Ergebnis der Arbeit ist herauskristallisiert worden, dass „ein Berücksichtigen der individuellen Vorkenntnisse durch Differenzierungsmaßnahmen“ (Radatz u. a. 1998: 12) elementar ist.

Auch in der Duden Lernsoftware „Plus und Minus“ (1998) hat das Kind die freie Möglichkeit zwischen verschiedenen Lerninhalten hin und her zu springen ohne dass vorher abgesichert ist, dass das Kind die Aufgaben überhaupt hinsichtlich seiner mathematischen Fähigkeiten sachgerecht bewerkstelligen kann. Diese Problematik in „Plus und Minus“ (1998) wird teilweise dadurch entschärft, dass ein Eisbär und ein

[180] Dem Lernprogramm „Mega Mathe Blaster“ (1996) liegen selber – wie bereits ausgeführt worden ist – eher behavioristische anstatt konstruktivistische Paradigmen zugrunde. Deshalb bezieht sich die Aussage hier lediglich auf die Beliebigkeit in der Abfolge der Lerninhalte.

Pinguin zu einer bestimmten Reihenfolge raten ohne diese jedoch festzulegen. Auch das „Superspiel“ kann erst dann gespielt werden, nachdem alle Lerneinheiten bearbeitet worden sind.

Ebenso ermöglicht das Lernprogramm „Billi Bannis interaktive Rechenreise“ (1997) dem Kind, die Abfolge der Lernsequenzen selbst zu bestimmen. Aber auch bei diesem Programm muss betont werden, dass standardmäßig eine bestimmte Abfolge, die sich auf dem Ausschnitt erkennen lässt, vorgegeben ist. Obwohl sich die vorgesehene Abfolge ohne Probleme umgehen lässt, ist eine beschriebene Lenkung des Lernprozesses vorgesehen; dennoch muss sich die Abfolge stärker an dem Lernstand des Kindes orientieren. Eine solche Orientierung wirkt in der Regel nicht aufgezwungen, da das Kind mit Aufgabenstellungen konfrontiert wird, die es mithilfe seiner mathematischen Kompetenz lösen kann. Auf diese Weise wird die Motivation des Kindes, sich mit den Aufgabenstellungen auseinanderzusetzen, über den Inhalt der Mathematik selber geschaffen. Ist das Kind damit unzufrieden, sollte Zeit darauf verwandt werden, ihm die Notwendigkeit des Vorgehens zu erklären, damit es sich nicht übergangen fühlt. Das Umgehen einer mathematikimmanenten Abfolge macht erst dann Sinn, wenn die Inhalte verstanden worden sind und das Kind lediglich Automatisierungsübungen zu verschiedenen Lerninhalten benötigt. Eine gelungene Umsetzung zeigt das „Alfons Abenteuer Mathematik Klasse 2“ (2002), bei dem das Kind Spielkarten sammeln muss und erst eine bestimmte Anzahl der Spielkarten ermöglicht es dem Kind, die nächste Ebene (im Kaufhaus) zu erreichen. Um zu vermeiden, dass das Kind auf eine bestimmte Lernsequenz festgelegt wird, hat der Lerner auf den verschiedenen Schwierigkeitsebenen Wahlmöglichkeiten.

Eng damit verknüpft ist das Kriterium der Protokoll- und Auswertungshilfen, da nur, wenn die Spielergebnisse auch festgehalten werden, für das Kind sinnvolle Aufbau-einheiten eingeleitet werden können. Protokolliert werden die Spielergebnisse z. B. im „Alfons Abenteuer“ (2002) sowie im Lernprogramm „Freddy vampirisch gute Noten“ (2003).

In dem letztgenannten Programm wird zwischen einer Test- und einer Spielsequenz unterschieden, die allerdings den Mangel aufweist, dass die Testsequenz nicht auf einer qualitativen Förderdiagnostik beruht, nach der sich die darauf folgenden Lerninhalte richten würden. Vielmehr kann das Kind selber entscheiden, ob es den Test bearbeiten möchte, oder das Spiel spielen will. Zudem gibt es aber die Möglichkeit, verschiedene Tests selber zusammenzustellen. Für diese Optionen steht ein „Testomat“ zur Verfügung, der sowohl von dem Kind als auch von dem Lehrer oder den Eltern genutzt werden kann.

Abb. 32: Protokoll- und Auswertungshilfen in den Lernprogrammen „Alfons Abenteuer“ und „Freddy vampirisch gute Noten“.

Während der *direkte* Notendruck in der Regel ausgeklammert wird in der Form, dass es bei falschen Antworten keine schlechten Noten oder „Bestrafungen“ gibt, lassen sich in Lernprogrammen viele Formen des *indirekten* Notendrucks wieder finden, dahingehend, dass richtige Lösungen belohnt werden. Jedem Kind wird der Zusammenhang von Belohnungen und Nicht-Belohnungen sofort ersichtlich sein, wenn ihm bei Nichtgelingen der Aufgabenstellungen die angestrebte Belohnung vorenthalten wird. Belohnungssysteme zeigen z. B. die Lernprogramme „Die Zahlenstadt“ (1996) und die Duden Lernsoftware „Plus und Minus“ (1998). In dem erstgenannten Programm werden richtige Lösungen belohnt, indem sich die spielbegleitenden Tiere freuen. Bei der Duden Lernsoftware ertönt „Belohnungsmusik“. Diese Art der Belohnungen wird in der Regel von einem Kind als sehr angenehm empfunden und führt auf der anderen Seite bei Nicht-Lösen der Aufgaben nicht notwendigerweise zu Frustrationen, wenn die Belohnungen ausbleiben. Jedoch ist zu bedenken, dass gerade rechenschwache Kinder aufgrund ihrer Verständnisschwierigkeiten selten in den Genuss von Lob und Anerkennung kommen, so dass ein Ausbleiben jeglicher Art der Belohnung auch demotivierend wirken kann. Aus dem Grund muss bei der Arbeit mit rechenschwachen Kindern die Art der Belohnung neu überdacht werden. (Vgl. Schönweiss 2000a: 295) Im Mittelpunkt sollten nicht mehr richtige Ergebnisse, sondern vor allem Bemühungen und Lernfortschritte stehen. Eine „stärkere Beachtung der Lösungswege und Lernprozesse als der Endprodukte (Ergebnisse von Aufgabenlösungen)“ (Radatz u. a. 1998: 12) muss angestrebt werden. Lob und Anerkennung sollten schon für die Bereitschaft, sich mit den Lerninhalten auseinanderzusetzen, ausgesprochen werden. (Vgl. Lorenz 2003a) Des Weiteren sollte ein Kind für seinen individuellen Lernfortschritt belohnt werden. Hier wird die Bedeutung der qualitativen Diagnostik erneut herausgestrichen, da ein Lernfortschritt nur vor dem Hintergrund der genauen Analyse der jeweiligen Lernausgangslage ermittelt werden kann. Deshalb sollte auch ein Belohnungssystem nicht standardisiert, sondern individuell gestaltet werden. Um

Enttäuschungen zu umgehen, kann ebenfalls überlegt werden, ob Möglichkeiten der Belohnungen feste Bestandteile der Lerneinheiten sind und nicht abhängig gemacht werden von dem erfolgreichen Bearbeiten bestimmter Aufgaben. Ein Belohnungssystem ist denkbar, bei dem das Kind jederzeit die Möglichkeit hat, Spiele, Musik, Übungssequenzen etc. auszuwählen, die ihm subjektiv gefallen. So kann das Kind selbstständig entscheiden, ob es eine Belohnungs- Entspannung- oder Spielphase aufgrund seines Lernfortschritts einleiten möchte.

Kinder mit Rechenschwierigkeiten verzweifeln oft im Mathematikunterricht daran, dass die Zeit zum Bearbeiten der Aufgaben nicht ausreicht. Wie wichtig es bei der Arbeit mit rechenschwachen Kindern ist, den Lernprozess vom Zeitdruck zu befreien, ist im 3. Kapitel herausgestellt worden (s. Kapitel 3.6.2). Somit sind Lernprogramme zumindest für Kinder mit Rechenschwierigkeiten ungeeignet, die den Lernprozess unter ein Zeitdiktat stellen.[181] (Vgl. Schönweiss 2000a: 297) Unter diesem Gesichtspunkt ist das Lernprogramm „Mega Mathe Blaster“ (1996) unangebracht, da die Aufgaben in einer vorgegebenen Zeit bearbeitet werden müssen. Auch das Programm „Janosch Vorschule und Schulstart“ (2003) gibt einen bestimmten Zeitrahmen vor. Im Gegensatz zu diesen strikten Zeitvorgaben von Seiten des Programms hat das Kind im Lernprogramm „Die Zahlenstadt“ (1996) selber die Möglichkeit zu wählen, ob es gegen die Zeit spielen möchte oder nicht. Falls das Kind sich für ein Spiel unter Zeitvorgaben selber entscheidet, kann man daraus schließen, dass es davon überzeugt ist, die Aufgaben in einer bestimmten Zeit lösen zu können und darin eine besondere Herausforderung sieht. Da in der Schule insbesondere bei Leistungsüberprüfungen ein zeitlicher Rahmen vorgeben wird, ist diese Möglichkeit des selbständigen Entscheidens eine gute Variante, um das Kind vorsichtig an die schulimmanenten Schwierigkeiten heranzuführen. Das Ziel der Präventions- und Frühförderkonzepte besteht gerade darin, dem Kind den Anschluss an seine aktuelle Lerngruppe zu ermöglichen. Deshalb spielt es auch eine Rolle, dass das Kind langfristig betrachtet den Zeitrahmen einhält, den seine Mitschüler für das Bearbeiten der Aufgaben benötigen. Da das Kind immer noch die Wahl hat, den zeitlichen Aspekt auszuklammern, zeigt das Lernprogramm „Die Zahlenstadt“ (1996) unter dem Gesichtspunkt eine gute Möglichkeit, mit den Schwierigkeiten umzugehen und dennoch die Fähigkeiten des Kindes nicht unberücksichtigt zu lassen. In Anlehnung an diese Ausführungen weisen sich

[181] Oft ist gerade das Fehlen von sachgerechten Lösungswegen der Grund dafür, warum das Kind die Aufgaben in der vorgegebenen Zeit nicht bearbeiten kann. Daraus folgt zum einen, dass die speziellen Schwierigkeiten des Kindes mit den Aufgaben erkannt werden müssen und zum anderen, dass eine Förderung kontraproduktiv ist, sobald sie nicht mehr den Lernstand des Kindes, sondern zeitliche Aspekte in den Mittelpunkt der Förderung stellt.

zahlreiche Lernprogramme dadurch aus, dass sie eine Lernsequenz enthalten, in der es explizit darum geht, unter Zeitvorgaben zu rechnen. So gibt es in dem Lernprogrammen „Denken und Rechnen“ 1 und 2 (2002/2003) eine Sequenz „Schnellrechnen“, bei der das Kind die Aufgabe gelöst haben muss, bevor die Kerze abgebrannt ist (2. Klasse) oder der Affe das Glas ausgetrunken hat (1. Klasse).

Abb. 33: Ausschnitte aus den Lernprogrammen „Denken und Rechnen 1 und 2“ aus den Lerneinheiten „Schnellrechnen“.

Abb. 34: Rechnen unter Zeitvorgaben bzw. mit einem Gegenspieler in den Lernprogrammen „Mathematikus Klasse 1“ und „Spaß mit Mathe“.

In dem Lernprogramm „Mathematikus Klasse 1“ (2000) gelingt ebenfalls die Kombination zwischen dem zeitzwangfreiem Lernen und der Eingliederung des Kindes unter den Vorgaben des Schulunterrichtes, indem eine gesonderte Lerneinheit „Schnelles Rechnen“ programmiert worden ist. In der Lerneinheit „Schnelles Kopfrechnen“ („Mathematikus Klasse 1“ 2000) läuft eine Eieruhr. Diese Lerneinheit kann auf Wunsch des Kindes abgerufen werden und dient der Automatisierung von bereits Gelerntem. Unterstützt wird die Übung neben der Eieruhr durch einen außerirdischen Gegenspieler. Die Möglichkeit gegen einen Spieler anzutreten, bietet auch das Programm „Spaß mit Mathe“ (1999).

Auf der anderen Seite sind in einigen Lernprogrammen auch Aspekte enthalten, die auf einen Zeitdruck schließen lassen, selbst wenn das lernende Kind sich bewusst gegen diese Variante entschieden hat. Z. B. äußert sich in dem Lernprogramm „Die Zahlenstadt" (1996) ein Parkwächter, falls das Kind eine als zu lang bewertete Bearbeitungszeit in Anspruch nimmt: „Los Kinder, beeilt euch mal, sonst schließen wir gleich den Park!" oder „Genug für heute, ich schließe jetzt den Park!" Diese Aufforderungen beinhalten den eindeutigen Hinweis, dass das Kind die Aufgaben zu langsam bearbeitet. Eine ähnliche Betonung hat die Anrede „Hallo Schlafmütze!" aus dem Lernprogramm „Plus und Minus" (1998) oder „Das geht bestimmt noch schneller!" aus der Lernsoftware „Janosch Vorschule und Schulstart" (2003). Derartige Äußerungen sind kritisch zu bewerten, weil der Ehrgeiz und die Motivation des Kindes dadurch gehemmt werden und es zu Enttäuschungen kommen kann.

Abb. 35: In dieser Lerneinheit übt der dargestellten Parkwächter im Kiosk Zeitdruck aus.

Ein positives Beispiel bezüglich der gelungenen Ausklammerung des Zeitdiktats zeigt das „Alfons Abenteuer" (2002), weil an keiner Stelle des Programms bestimmte Bearbeitungszeitvorgaben gemacht werden. Zusammenfassend ist es kontraproduktiv, die Präventions- und Frühfördermodule, in denen es um die gezielte Aufarbeitung mathematischer Basiskompetenzen geht, unter Zeitdruck bearbeiten zu lassen.

Ein weiteres Kriterium unter dem Gesichtspunkt der besonderen psychischen Notlage rechenschwacher Kinder bezieht sich darauf, dass das Lernprogramm jederzeit zu beenden ist. Dieses Kriterium erfüllen mittlerweile fast alle Lernprogramme. So ist häufig auf der Bildschirmoberfläche ein Symbol zu finden, mit dem sich das Programm beenden lässt. (Bsp. Kichererbsenbande 078). Oft wird das Kind, nachdem es das entsprechende Symbol gedrückt hat, erneut gefragt, ob es das Programm wirklich beenden möchte und ob sein Spielstand gespeichert werden soll. Ein Nachfragen hat den Vorteil, dass ein unvorsichtiges Mausbedienen nicht vorschnell das Programm beendet, wie z. B. in „Startklar. Abenteuer Zahlen" (1999)

Abb. 36: In der Lernsoftware „Startklar. Abenteuer Zahlen“ kann der Lernende das Spiel jederzeit beenden.

Zudem sind hinsichtlich der psychischen Verarbeitung von Rechenschwierigkeiten sowohl sachbezogene Hilfestellungen als auch der richtige Umgang mit Fehlern elementare Erfordernisse jeder Prävention und Intervention. (Lorenz 2003a: 96; vgl. Kapitel 3.6.4) Das Kind muss erkennen, dass das Produzieren von Fehlern selbstverständliche Erscheinung in jedem Lernprozess ist. Um Fehler als natürliche Momente zu begreifen, ist vorausgesetzt, dass auf Fehler auch dementsprechend reagiert wird und nicht in der Art einer Abwertung oder Bloßstellung: „Jeder Mensch, der sich in einem neuen Gebiet um Erkenntnis bemüht, macht Fehler und nutzt diese im Lernprozess. Fehler sind notwendige Begleiterscheinungen im Lernprozess. Der Irrweg muss beschritten werden, um sich als Irrweg zu erweisen (Watzlawick, 1997, 314).“ (Gerster 2002a: 36)

Anhand der Vorüberlegungen des 3. Kapitels geht es erneut um die Überprüfung, wie bestehende Lernprogramme die Kriterien, die im Kapitel 3.6 aufgestellt worden sind, erfüllen. Als erstes werden die Hilfestellungen und Erklärungen einiger Lernprogramme exemplarisch begutachtet. Zweitens werden gesondert die Reaktionen der Programme auf Fehler der Kinder untersucht, um zu bewerten, ob diese den oben genannten Kriterien entsprechen. (S. Kapitel 3.6.4) Primär wird immer zu untersuchen sein, ob die Hilfestellungen auf die *individuellen* Probleme angemessen reagieren, da keine Einheitlichkeit der Schwierigkeiten unterstellt werden kann: „Die durch den ‚normalen‘ schulischen Alltag und die konkreten Gegebenheiten im Unterricht bedingte Tendenz zur Gleichschrittigkeit und Gleichförmigkeit läßt den Erwerb von sprachlicher wie mathematischer Kompetenz zu einer Angelegenheit werden, bei der den konkreten Entwicklungsschritten des einzelnen Kindes nur unzureichende Aufmerksamkeit gewidmet werden kann.“ (Schönweiss 2000a: 285-286)

Hilfestellungen und Orientierungshilfen sind in fast allen Lernprogrammen enthalten, wie z. B. in „Freddy vampirisch gute Noten“ (2003) oder „Galswin Spiel + Lernabenteuer“ (2001). Oft lassen sich allgemeine Hilfen zum Bearbeiten der entsprechenden Aufgaben in

Form von Fragezeichen- oder Hilfetasten abrufen. Das Lernprogramm „Blitzrechnen“ (1998) zeigt auf jeder Bildschirmoberfläche eine Fragezeichentaste, bei der Software „Mega Mathe Blaster“ (1996) kann das Kind sich die Online-Hilfe für das Programm anzeigen lassen etc. Sehr nett ist die Hilfestellung in der Software „Die Zahlenstadt“ (1996). Auf dem Bildschirm ist eine Figur zu sehen, die dem Kind sagt: „Brauchst du Hilfe, dann klicke auf mich“! Interessant ist, ob die Hilfen sachbezogen sind und ob sie sich auf das mathematische Problem des Kindes adäquat beziehen.

Abb. 37: Hilfestellung in Form einer Fragezeichentaste („Blitzrechnen“) sowie in Form mathematischer Hilfe-Logbücher („Alfons Abenteuer“).

Im Abenteuer mit Alfons („Alfons Abenteuer“ 2002) gibt es bei jeder Lerneinheit mathematische Hilfe-Logbücher, die das Kind abrufen kann. Die Hilfe-Logbücher sind zum Teil sehr umfangreich, so dass Aufgaben Schritt für Schritt vorgerechnet werden. Teilweise enthalten sie aber auch nur Veranschaulichungsskizzen z. B. in Form eines Zahlenstrahls, und keine darüber hinaus gehenden Erklärungen. In dem Fall kann es sein, dass die gegebenen Hilfen dem Kind nicht genügen. Dann müsste eine Lehrperson weiterführenden Erklärungen ergänzen. Weiterhin beziehen sich die Logbücher immer auf die gesamte Lerneinheit und nicht speziell auf die Aufgabe, mit der das Kind Probleme hat. In der Regel ist eine solche Hilfestellung ausreichend; aber gerade bei Kindern mit Rechenschwierigkeiten müssen Hilfestellungen manchmal differenzierter sein.

Zudem muss das Kind auch die Möglichkeit haben, Hilfen, die es nicht benötigt, wegzuklicken. Wenn eine Lerneinheit z. B. zum 2. Mal gespielt wird, sollte das Kind nicht dazu gezwungen werden, sich die gleichen Hilfestellungen und Einführungen ein zweites Mal anzuhören. Denn sonst werden Hilfen gegeben, die das Kind gar nicht mehr benötigt, was dazu führen kann, dass das Kind gelangweilt ist oder sogar anfängt, an seinen Lernfortschritten zu zweifeln. Das Kind könnte den Eindruck erhalten, dass ihm das Lernprogramm das eigenständige Erarbeiten bzw. Durchschauen der Aufgaben abspricht. Gerade bei Kindern, die in bestimmten Bereichen Lernerfolge erzielt haben, ist eine

Förderung der Motivation durch Lob und neue Anforderungen wichtig. Während aufgezwungene Hilfen oft negative Begleiterscheinungen einleiten, sind auch ausbleibende Hilfen zu kritisieren. In dem Programm „Mega Mathe Blaster“ (1996) gibt es z. B. keine Veranschaulichungshilfen; ebenso in dem Programm „Mathematikus Klasse 1“ (2000) in der Lerneinheit „Rechenscheiben“, die keine sachgemäßen Erklärungen – auch nicht über die Fragezeichentaste - und zudem noch eine schlechte Verbildlichung enthält.

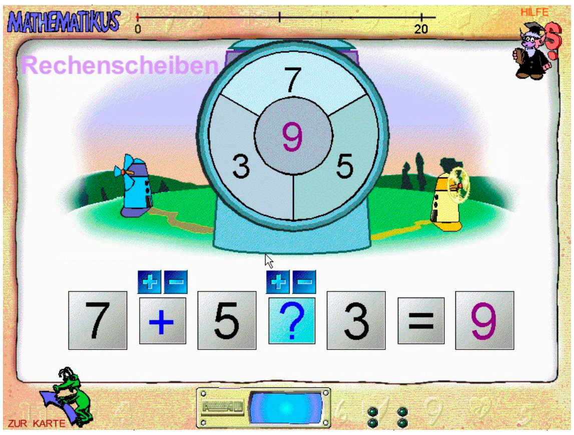


Abb. 38: Unsachgemäße Hilfestellung in der Lernsoftware „Mathematikus Klasse 1“.

Die möglichen Auswirkungen sind bereits mehrfach erwähnt worden. In dem gleichen Lernprogramm werden dem Kind Hilfestellungen angeboten, die weder inhaltlich noch sachbezogen sind. So ertönt z. B. nach einer falsch eingegebenen Antwort bei Sachaufgaben die Aussage: „Achte ganz genau auf den Text!“ Obwohl im Präventions- und Frühfördermodul zu Sachaufgaben die Notwendigkeit des genauen Lesens betont worden ist, ist die zitierte Hilfestellung unsachgemäß, da nicht auf das spezielle mathematische Problem der Sachaufgabe eingegangen wird. Dass die nötigen Informationen dem Text zu entnehmen sind,[182] weiß das Kind selber. Vielmehr bestehen seine Schwierigkeiten in dem Entnehmen des *mathematischen Problems*. Deshalb ist es gerade bei Sachaufgaben hilfreicher, gezielte Fragen zu dem Text zu stellen und somit das Kind Schritt für Schritt an das Problem heranzuführen.

Nachfolgend soll besonderes Augenmerk darauf gelegt werden, wie bestehende Lernprogramme mit ausbleibenden oder falschen Antworten umgehen. Dazu wird unterschiedliche Software exemplarisch analysiert. Als erstes muss das Programm unterscheiden zwischen falschen Eingaben, die aufgrund von Nichtwissen, welches sich auf eine unsachgemäße mathematische Vorstellungswelt des Kindes zurückführen lässt,

[182] Die so genannten Kapitänsaufgaben haben hierbei einen besonderen Stellenwert.

zustande kommen und zwischen Eingaben, die willkürlich bspw. aufgrund von Unlust oder Unwillen erfolgen. Da kein Lernprogramm diese Unterscheidung gesichert durchführen kann, da die Reaktionen des Kindes nicht in ihrer Gänze analysiert werden können, muss eine Lehrperson den Lernprozess dahingehend begleiten, dass sie zum einen den Lernstand und zum anderen die Motivationslage des Kindes bestimmt. Unlust bzw. Blockaden haben meist zwei Gründe: erstens können sie Resultat davon sein, dass das Kind mit Aufgabenstellungen konfrontiert ist, die es nicht lösen kann und zweitens ist häufig zu beobachten, dass Kinder aufgrund ihrer schlechten Erfahrung mit mathematischen Lerninhalten eine ausgeprägte Abneigung gegenüber der Mathematik entwickelt haben. (Gaidoschik 2003b: 4) Da es das Ablehnungsverhalten aufzubrechen gilt, ist eine Auseinandersetzung mit den Gründen der Lernblockaden notwendig. Dass Lernprogramme die oben beschriebene Unterscheidung nicht machen können, zeigt sich z. B. in der Lernsoftware „Mathematikus Klasse 1“ (2000). Gibt ein Kind eine falsche Antwort ein, reagiert das Lernprogramm mit der richtigen Erklärung. Drückt das Kind vermehrt z. B. 20 Mal einfach eine Taste, erfolgt dieselbe Erklärung genauso oft wie die Taste gedrückt worden ist. Ein Schluss darauf, dass das Kind aufgrund von Misserfolgen und Frustrationen einfach wild die Tasten bedient, zieht das Programm nicht. Umgekehrt wird das Kind mit zahllosen identischen Erklärungen konfrontiert. Dazu soll erwähnt werden, dass eine Erklärung, die dem Kind schon beim ersten Mal nicht hilfreich ist, auch beim 2. bzw. 20. Mal keine zusätzliche Hilfe mehr sein kann; denn durch das bloße Wiederholen des gleichen Sachverhalts ergibt sich keine neue Einsicht. Dazu tritt der Mangel, dass das Kind keine Handlungsmöglichkeit hat, die Erklärungen abzubrechen, d. h. möchte es in dem Bearbeiten der Lerneinheit fortfahren, wird es gezwungen, die Erklärungen über sich ergehen zu lassen, die somit unweigerlich den Charakter einer „Belehrung“ erhält.

In diesem Zusammenhang muss als ein Ergebnis der Untersuchung darauf hingewiesen werden, dass sich die Probleme in Lernprogrammen, wie sie beschrieben worden sind, zum Großteil daraus ergeben, dass eine qualitative Förderdiagnose der Lernausgangslage des Kindes nicht von einem Lernprogramm alleine geleistet werden kann. Sicherlich können Diagnosemodule hilfreiche Unterstützungen bieten. Aber eine aussagekräftige Analyse, auf deren Grundlage sich ein Förderplan für das jeweilige Kind ableiten lässt, erfordert gerade bei rechenschwachen Kindern personelle Unterstützung. Zudem lassen sich die beschriebenen Nachteile auf Schwierigkeiten mit der Programmiertechnik zurückführen, da Abläufe, die auf dem Schema Eingabe / Reaktion beruhen, einfacher zu programmieren sind als differenziertere und komplexere Hilfestellungen. Die technischen Probleme erklären deshalb die häufig existenten standardisierten Hilfestellungen. Aufgrund der erforderlichen Sensibilität im Umgang mit rechenschwachen

Kindern ist es neben der Einhaltung der allgemein gehaltenen Kriterien wichtig, in welcher Form und mit welchen Worten falsche Antworten kommentiert und Hilfen gegeben werden. (S. Kapitel 3.6.)

Keine Erleichterung sind Hilfen, die sich nicht auf das mathematische Problem des Kindes beziehen. In dem Lernprogramm „Spaß mit Mathe 1“ (1999) wird darauf hingewiesen, an welcher Stelle des Bildschirms die Lösung zu finden ist: „Mitte oben!“. Vorausgesetzt, das Kind kann die Aufgabe sachgerecht lösen und findet nur die Lösung auf dem Bildschirm nicht, kann der Hinweis nützlich sein – dann besteht aber auch das Problem nicht in einem Unverständnis des Kindes, sondern in einer offensichtlich unübersichtlichen Darstellung. Hat das Kind jedoch Probleme mit dem Lösen der eigentlichen Aufgabe, kann der lokale Verweis nicht weiterhelfen. Selbst wenn das Kind aufgrund der Hilfestellung die richtige Antwort anklickt, muss dadurch nicht sichergestellt sein, dass es die Aufgabe auch verstanden hat. Gewarnt werden soll davor, dass ergebnisorientiert gearbeitet wird und nicht die Lösungswege im Mittelpunkt der Förderung stehen. (Radatz u. a. 1998: 12) Bei schwachen Kindern können weitere Probleme auftreten, die es im Vorfeld auszuschließen gilt. Wie im 1. Kapitel erläutert worden ist, haben einige Kinder Probleme mit Relationen (s. Kapitel 1.5.1). Die Erklärung „Mitte oben“ setzt voraus, dass das Kind über eine notwendige Sprachkompetenz verfügt und dass es lokale Relationen richtig verstehen und anwenden kann. Sind die pränumerischen Grundlagen bezüglich der Relationen nicht abgesichert, kann das Kind erstens dem Hinweis nicht folgen und zweitens sein mathematisches Problem nicht in den Griff bekommen. Aus diesen Gründen sollten Hilfestellungen und Erklärungen zusätzliche Schwierigkeiten hinsichtlich der Sprachkompetenz vermeiden.

Unsachgemäße Erläuterungen, die sich nicht auf die Schwierigkeiten der Aufgaben beziehen, existieren auch in dem Lernprogramm „Startklar. Abenteuer Zahlen“ (1999). In einer Übungssequenz sollen die richtigen Antworten mit Knochen abgeschossen werden. Die Anzahl der Knochen ist begrenzt und bei falschen Antworten werden Knochen verbraucht. Das Spiel endet dann, wenn alle Knochen verschossen worden sind und der Punktestand, der sich aus der Anzahl der richtigen Antworten ergibt, wird angegeben. Nach der Bearbeitung der Übungseinheit ertönt der Satz: „Wenn du genügend Knochen gehabt hättest, hättest du auch auf die richtigen Antworten schießen können!“ Der erste Kritikpunkt bezieht sich darauf, dass der Satz fast immer die Übung beendet, unabhängig davon, wie viele richtige oder falsche Antworten gegeben worden sind. Selbst wenn nur richtige Antworten eingegeben worden sind, wird das Kind mit dem Satz konfrontiert.[183] Im Hinblick auf die psychische Verarbeitung des Kindes mit den mathematischen Anforderungen müssen solche Äußerungen vermieden werden, da sie die Bedeutung von negativen Rückmeldungen haben.[184] Wie vorher ausgeführt worden ist, müssen in der Arbeit mit rechenschwachen Kindern positive Rückmeldungen und sachgemäße Hilfestellungen im Vordergrund stehen, um dem Kind zu zeigen, dass eine Auseinandersetzung mit den Gegenständen ihm bei seinen Problemen mit den mathematischen Lerninhalten nützt und nicht umgekehrt.

Abb. 39: In der dargestellten Lerneinheit gibt das Lernprogramm „Startklar. Abenteuer Zahlen“ unsachliche und unverständliche Kommentare.

Leider gibt es in einigen Lernprogrammen auch das Phänomen, dass falsche Antworten korrigiert werden, ohne dass der Fehler des Kindes bzw. die Aufgabe erklärt wird. Dass nach drei Versuchen die richtige Antwort vorgegeben wird, ist fester Bestandteil im Lernprogramm „Freddy vampirisch gute Noten“ (2003). Auch in dem Lernprogramm „Plus und Minus“ (1998) wird nach der dritten falschen Antwort die richtige Lösung von dem Programm gegeben. Zusätzlich erhält das Kind Trost mit z. B. folgenden Sätzen: „Es ist noch kein Meister vom Himmel gefallen.“; „Hey, keiner hat es gesehen!“ Auch wenn die tröstenden Sätze sehr nett gemacht sind, stellen sie keine Art der Hilfe für die Aufgabe dar. In der Regel verstehen rechenschwache Kinder die Aufgaben nicht dadurch, dass man ihnen das Ergebnis vorsagt. Vielmehr geben sie sich damit zufrieden und sind froh, dass sie die Aufgaben nicht mehr lösen müssen. Im Gegensatz dazu muss bei den Kindern die

[183] Ob sich diese Aussage wirklich immer wiederholt, kann selbstverständlich nicht mit Sicherheit behauptet werden. Jedoch ist beim Durchspielen des Programms aufgefallen, dass mehrmals auch beim fehlerfreien Durchlaufen dieser Lernsequenz der oben genannte Satz ertönte.

[184] In dem Satz wird durch das Wörtchen „auch“ die Betonung darauf gelegt, dass falsche Antworten gegeben worden sind.

Auseinandersetzung mit ihren Schwierigkeiten im Mittelpunkt stehen und nicht der geschickte Umgang mit ihren Problemen. Ähnliche Äußerungen bei falschen oder ausbleibenden Antworten lassen sich in vielen Lernprogrammen finden.

An dieser Stelle soll erneut erwähnt werden, dass die abschließende Bewertung von den exemplarisch angeführten Lernprogrammen nicht das Ziel der Arbeit ist. Vielmehr sind die Lernprogramme daraufhin untersucht worden, ob sie bei einer Prävention und Frühförderung bei Rechenschwäche unter dem Gesichtspunkt der besonderen psychischen Notlage des Kindes herangezogen werden können. Wenn die Äußerungen in den Programmen hier kritisch hinterfragt werden, liegt das Augenmerk immer bei den Problemen rechenschwacher Kinder und da das Ziel der Arbeit darin besteht, computerunterstützte Möglichkeiten der Prävention und Intervention rechenschwacher Kinder aufzuzeigen, dient die Analyse in erster Linie dazu, die besondere psychische Problemlage der Zielgruppe zu erkennen und zu bedenken. Es soll der Blick dafür geschärft werden, welche besonderen Umgangsweisen die Arbeit mit rechenschwachen Kindern aufgrund ihrer speziellen Probleme erfordert. Für den Großteil der Kinder mögen die vorgestellten Äußerungen harmlos sein, aber gerade bei rechenschwachen Kindern ist jede Äußerung unter dem Blickwinkel ihrer psychischen Verarbeitung erneut zu überdenken. (S. Kapitel 1.4) Deshalb folgen noch weitere Beispiele, deren Kritik vor dem Hintergrund der ausgeführten Erläuterungen zu sehen ist.

In dem Lernprogramm „Startklar. Abenteuer Zahlen“ (1999) äußert das Programm nach dem erfolgreichen Beenden einer Übung: „Ach, das war geschenkt!“. Der Kommentar vermittelt den Anschein, dass die Übung gar keine Herausforderung darstellt. Zwei Punkte sind zu bedenken: erstens wird das Kind desillusioniert sein, falls es viel Anstrengung und Konzentration bei dem Bewältigen der Aufgaben aufgebracht hat und die Übungen für es nicht einfach waren. Zweitens sollte ein Kind, welches Lernfortschritte in welcher Form auch immer macht, dafür belohnt werden, damit seine Motivation, sich weiterhin mit den mathematischen Gegenständen auseinanderzusetzen, gestärkt und nicht gehemmt wird. Umgekehrt ist es falsch, eine richtige Lösung mit dem Satz zu kommentieren „Schon wieder richtig.“, insbesondere wenn es sich bei der Aufgabe um die erste Aufgabe gehandelt hat. Dieser Satz aus dem Programm „Plus und Minus“ (1998) kann dem Kind nur komisch und missverständlich vorkommen, da gerade rechenschwache Kinder ganz genau darauf achten, welche Reaktionen sie erhalten. (S. auch Kapitel 1.4)

Kommentarbeispiele aus Lernprogrammen, die eine falsche Lösung bemerken, sind: „Das war nun wirklich nicht richtig!“ („Janosch Vorschule und Schulstart“ 2003); „Verflixt, das war ein Fehlschlag!“ oder „Man kommt erst weiter, wenn man die Aufgabe gelöst hat!“ („Galswin Spiel + Lern Abenteuer“ 2001). Die Äußerungen haben gemeinsam, dass sie lediglich das falsche Ergebnis kommentieren. Der einfache Hinweis, dass das Ergebnis falsch ist, leitet keinen Fortschritt für den Lernprozess ein, sondern hält das Scheitern des Kindes fest. Ist das falsche Ergebnis auf einen harmlosen Rechenfehler zurückzuführen, hat das Kind die Möglichkeit, die Aufgabe neu zu berechnen. Liegen jedoch darüber hinaus Verständnisschwierigkeiten mit der Rechenaufgabe vor, bekommt das Kind durch derartige Bemerkungen keine sachgemäße Unterstützung.

Zusammengefasst sollten die Ausführungen erneut verdeutlichen, wie wichtig es bei der Prävention und Frühförderung bei Rechenschwäche ist, den psychischen Verarbeitungsprozess des jeweiligen Kindes adäquat in die Förderung zu integrieren. Deshalb sind anschauliche Erklärungen, sachgerechte Hilfestellungen und der adäquate Umgang mit Fehlern unter diesem Gesichtspunkt elementare Voraussetzungen für einen erfolgreichen Lernprozess. Daher muss nicht nur bezogen auf sachgerechte Hilfestellungen festgehalten werden, dass die im dritten Kapitel herausgesellten Merkmale multimedialer Lernumgebungen, Interaktivität, Individualität, Adaptivität und Kontrollinstanz (s. Kapitel 3.3), sich hinsichtlich der aktuellen technischen Möglichkeiten nur schwer umsetzen lassen. So liegen bislang auch keine intelligenten tutoriellen Systeme vor (s. Kapitel 3.5), mit denen die Prävention und Intervention bei Rechenschwäche ausschließlich durch computerunterstütztes Lernen erfolgen kann. Als ein Ergebnis der Arbeit muss betont werden, dass eine erklärende und helfende Lehrperson immer Bestandteil eines Erfolg versprechenden Lernprozesses bleiben wird, sowohl bei der Regelunterrichtung, aber vor allem im Unterricht mit Kindern mit Rechenschwierigkeiten.

5.2 Verhältnis von Spielen und Lernen

Bei der computerunterstützten Prävention und Frühförderung bei Rechenschwäche steht der mathematische Lernprozess im Mittelpunkt. In vielen Lernprogrammen und Methoden der Aufarbeitung mathematischer Lerninhalte tritt jedoch oft ein „spielerischer Aspekt“ in den Vordergrund, wodurch ein Gegensatz zwischen Spielen und Lernen entstehen kann. Hinweise zeigen sich in einer stark aufgeblähten farbenreichen Bildschirmoberfläche, die weit mehr zu bieten hat als Kinder selber bezogen auf ihren Lernprozess entdecken können.

Die Grundannahme hierbei ist, dass den Kindern über einen spielerischen Zugang zu den Lerngegenständen das Wissen vermittelt werden soll. Der Aufarbeitung liegt das lerntheoretische Paradigma zu Grunde, dass Lernen einfacher, schneller und erfolgreicher ist, wenn ein spielerischer Zugang gegeben wird. Dabei sollen die Kinder den Anschein haben, dass sie spielen, mit dem positiven Nebeneffekt, darüber nützliches Wissen zu erwerben. Diesen Methoden ist jedoch anzumerken, dass sie davon ausgehen, dass Kindern Spielen Spaß macht, Lernen hingegen nicht.

Abb. 40: Im dargestellten Auschnitt aus dem Lernprogramm „Freddy vampirisch gute Noten" wird die visuelle Überfrachtung deutlich.

Wie kommt es zu diesem Gegensatz von Spielen und Lernen? Als ein Ergebnis des dritten Kapitels ist festgehalten worden, dass Lernen vor allem in der Schule hauptsächlich unter dem Gesichtpunkt vorkommt, das Wissen für die nächste Leistungsüberprüfung, für den Schulabschluss oder für den späteren Beruf vermittelt wird. (S. Kapitel 3 und 3.1) Dabei steht nie das persönliche Interesse des Lernenden im Mittelpunkt, sondern ein äußerer Zwang, dem der Lernende sich unterzuordnen hat. Der Schüler bestimmt nicht die Lerninhalte nach seinen Interessen, sondern diese werden ihm vorgegeben. „Die Orientierung an formalen Erfolgen muß so weit wie irgend möglich zurückgedrängt werden. Das Bewertungssystem, an das wir uns leider gewöhnt haben, muß grundlegend überdacht werden, dem dummen Fixiert-Sein auf die Noten, auf die nächste Prüfung darf nicht ständig recht gegeben werden." (Schönweiss 2000a: 295) Da die individuellen Interessen und Wissensfragen der Lernenden gar nicht Gegenstand des Schulunterrichtes sind, lernen die Kinder im Zuge ihrer Schullaufbahn vorerst, die Lerninhalte genau darauf hin zu überprüfen, was sie ihnen nützen. Diese Haltung zu dem Wissen lässt sich bei Vorschulkindern noch nicht beobachten, so dass der Schluss nahe liegt, dass den Kindern in der Schule vermittelt wird, welche Inhalte interessant sind und welche nicht. Genau diese negative oder funktionale Haltung zu den Lerninhalten bei den Schülern sollte unter stärkerer Berücksichtigung des Pragmatismus aufgebrochen werden. (S. Kapitel 3.1) Das geht selbstverständlich nur darüber, dass Lernen auch in der Schule einen neuen Charakter bekommt. „Der Bruch zwischen außer- bzw. vorschulischer Zeit und der eigentlichen Schul-Zeit muß gerade auch unter entsprechendem Rückgriff auf die neuen Medien verhindert werden; es darf nicht vernachlässigt bleiben, daß gerade in den ersten sechs, sieben Klassen die Stellung der Kinder zu sich und ihrer eigenen Bildung weitgehend fixiert wird.“ (Schönweiss 2000a: 295)

Viele Lernprogramme implementieren genau diesen Gegensatz. Auffällig ist, dass diese Lernprogramme die Lernsequenzen in spielerische Übungen und nette Geschichten einkleiden. Leider ist daher häufig zu beobachten, dass das Spiel im Vordergrund steht und nicht mehr der Lerninhalt. Das Ziel soll jedoch gerade darin bestehen, dem Kind einen neuen Zugang zu den Lerninhalten aufzuzeigen und nicht umgekehrt durch die Anwendung von methodischen „Tricks“, ihnen das Wissen heimlich unterzujubeln. Deshalb ist es sinnvoller, genau die Inhalte in den Vordergrund zu rücken und bei den Schülern das Interesse an den *Lerninhalten* zu wecken. Aus diesen Gründen ist Lernsoftware, die spielerische Elemente und Geschichten enthält, die wiederum losgelöst von den mathematischen Aufgabenstellungen sind, kritisch zu überdenken. Diese Kritikpunkte nehmen selbstverständlich nichts davon zurück, dass ein mathematisches Problem dem Schüler einleuchtender erscheint, wenn er das Problem aus seiner Alltagswelt kennt. (Lorenz 2003a: 93) Sinnvolle Ausführungen zur intrinsischen Motivation beziehen sich aber immer darauf, wie die Motivation *an dem Lerngegenstand* geweckt werden kann. Die Kritikpunkte richten sich deshalb auf Komponenten, die den eigentlichen Lernprozess überlagern oder von ihm ablenken.

Deshalb sollte der häufig zu beobachtende Gegensatz von Spielen und Lernen darüber aufgebrochen werden, dass Lernen einen neuen, pragmatisch ausgerichteten Inhalt erhält: „Eine große Chance, dieses fatale Missverständnis von Bildung aufzubrechen – es würde sich nur um einen reinen Paukstoff handeln, den man nicht an sich als Person herankommen lassen müsse – [... besteht] darin, sich mithilfe der Elektronik darum zu bemühen, Stück für Stück jene Momente von Bildung einzufangen, für die sich im normalen Unterricht fatalerweise kaum Raum findet, obwohl sie jedem Lehrer aus seinen reformpädagogischen Seminaren nur allzu vertraut sind: Öffnung der Schule, fächerübergreifendes Lernen, Forschen und Studieren, Integration von vor- und außerschulischen Interessen, Berücksichtigung individueller Lernbedürfnisse etcpp.“ (Schönweiss 2000a: 285) Der Lernprozess sollte dahingehend neu definiert werden, dass das Kind mit seinen Vorlieben und Interessen im Mittelpunkt des Lernprozesses steht. Um das zu erreichen, kann der Computereinsatz eine wichtige Hilfe darstellen. In der Regel sind Kinder sehr motiviert, sich mit den Anforderungen des Computerlernens auseinanderzusetzen. Darüber, dass sie sich mit dem neuen Medium vertraut machen, sich für sie interessante Inhalte aus dem Internet laden, Mails an Freunde verschicken etc. könnten sie den Computer für ihre Interessen und ihren Wissenserwerb nutzen. (S. Kapitel 3.4) „Die Hilfe zur Korrektur prekärer Bildungsbiographien hat nur dann Aussicht auf Erfolg, wenn Kindern Wege aufgezeigt werden, wie sie sich, mit kompetenter

Unterstützung durch den Lehrer ebenso wie mithilfe ernsthafter Lernprogramme oder über attraktive Angebote aus dem Internet, selbst sowohl die wichtigen und die sie je interessierenden Bildungsgebiete erobern können – auch und gerade dann, wenn für sie der Zug im eigentlichen Sinne schon abgefahren erscheint.“ (Schönweiss 2000a: 295) Da sich die Abneigung gegenüber mathematischen Lerninhalten oft aus Misserfolgen ergibt, können umgekehrt Erfolge und Lernfortschritte dazu führen, dass sich die Kinder selbständig mit darauf aufbauenden Lerninhalten auseinandersetzen wollen. Eine Auseinandersetzung, die unter einem anderen Vorzeichen steht als die strengen Lehrplanvorgaben, kann sehr gut über den Computereinsatz erfolgen, da die Kinder bestimmen können, wie lange und wann sie lernen wollen. „Umgekehrt sollte die starre Trennung zwischen Bildung und Freizeit auch dadurch aufgebrochen werden, daß Schulen für (vermeintlich) unterrichtsfremde Bildungs- und Freizeitprojekte (z. B. im Rahmen der ‚Übermittags-Betreuung‘ oder von Nachmittags-Angeboten) geöffnet werden, sich ohne den ‚pädagogischen Zeigefinger‘ mit den unterschiedlichsten Aspekten der Jugendkultur kritisch-konstruktiv befassen, die außerschulische Lernförderung wieder mehr mit Schule und Unterricht verzahnt wird und der inhaltlich-organisatorische Austausch mit den vielfältigen Aktivitäten der Offenen Jugendarbeit forciert wird.“ (Schönweiss 2000a: 297) Damit sind zwei elementare Bereiche angesprochen: Zum einen die Kritik an der starken Abgrenzung der einzelnen Unterrichtsfächer zueinander und zum anderen die Möglichkeiten, über eine pragmatische Bedeutungsverschiebung des Lernprozesses mithilfe der Neuen Medien den Wissenserwerb neu zu definieren. Obwohl die beiden Forderungen bezüglich der schulischen Neudefinierung des Lernprozesses, als Ergebnisse der theoretischen Vorüberlegungen der ersten drei Kapitel der Arbeit festgehalten werden können, zeigen die im vierten Kapitel vorgestellten computerunterstützten Präventions- und Interventionskonzepte lediglich Ansatzpunkte und Möglichkeiten der Realisierung bezogen auf die mathematische Erstunterrichtung auf. Um diese Forderungen in die Praxis umzusetzen bedarf es sicherlich darüber hinausgehende Überlegungen, die sich nicht nur auf den Mathematikunterricht und auf die ersten beiden Grundschuljahre beziehen. Des Weiteren sind zusätzliche Rahmenbedingungen zu beachten, wie bspw. die Lehrerausbildung und die Klassengröße. Zum anderen sind die Möglichkeiten des computerunterstützten Lernens bislang nicht ausgeschöpft. Das Ziel muss darin bestehen, die im dritten Kapitel ausgeführten Merkmale multimedialer Lernumgebungen in die Praxis umzusetzen. (S. Kapitel 3.3) Zudem sollten Lernprogramme bestimmte Kriterien erfüllen, damit der eigenständige Zugang zu Bildung und Wissen wieder funktioniert. Dies kann nur darüber erfolgen, dass auch schwierige Momente im Lernprozess adäquat aufgefangen werden. Aufgrund der aktuellen technischen Entwicklung bedarf es für diesen Bereich personeller Unterstützung, weil der

Computer notwendig werdende therapeutische Arbeit nicht leisten kann – und aller Wahrscheinlichkeit nach auch niemals leisten können wird.

5.3 Schlüsselqualifikationen durch den Computerzugang?

Neben den ausgeführten Vorteilen eines Computereinsatzes im Hinblick auf die Prävention und Frühförderung rechenschwacher Kinder hat ein computerunterstütztes Lernen weitere Vorteile bezüglich des Erwerbs von Basiskompetenzen, die auch immer mehr zu den schulischen und außerschulischen Anforderungen werden. (S. Kapitel 3.4) Ebenso hinsichtlich des Aufbruchs der bisherigen Trennung von Schule und Freizeit können Neue Medien dazu beitragen, Lernen neu zu definieren. (S. Kaptitel 3) Wird der Lernprozess durch den Einsatz Neuer Medien so gestaltet, dass das Kind ein positives Verhältnis zu dem Wissen einnimmt, indem es sich motiviert mit den Lerninhalten auseinandersetzt und darauf aufbauende Lerninhalte einfordert, wird dieses neue Verhältnis zum Wissen nicht nur durch die Neuen Medien unterstützt, sondern kann sich auch auf andere Bereiche auswirken. Angestrebt werden soll, dass das Kind über die zahlreichen Möglichkeiten der Neuen Medien sich mit darüber hinausgehenden Lerngegenständen auseinandersetzen möchte. Dazu kann der Computer z. B. über den Internetzugang einen Beitrag leisten, da das Kind in dieser Form Wissen erwerben kann ohne dabei von anderen Personen abhängig zu sein. Auf diese Weise lernt das Kind auch, wie es seinen eigenen Lernprozess eigenständiger durchführen kann, z. B. über die Nutzung des Internets oder in Form von Konferenzen mit Freunden.[185] Daher ist es aber auch wichtig, dem Kind die erforderlichen Kompetenzen des Umgangs bzw. der Anwendung mit dem Computer zu geben. Entscheidende Bereiche sind vor allem, wie man Wissen aus dem Internet bekommt und wie man eine E-Mail schreibt sowie „chattet“. Die Schwierigkeiten mit der Informationsfülle des Internets bestehen darin, dass das Kind lernen muss, wie es bestimmte Informationen bekommen kann und welche Informationen für welches Problem bzw. welche Fragen relevant sind. Es soll explizit nicht darum gehen, dem Kind einfach die Vielfalt der Informationen aufzuzeigen, sondern ihm Hilfestellungen für den gezielten Umgang in Form einer gezielten Suche nach Informationen anzubieten. Das Kind muss lernen, die Informationsfülle richtig zu bearbeiten und diese für seine Interessen zu nutzen. Eine lernzielorientierte Auseinandersetzung mit den Möglichkeiten des Internets sollte

[185] Die neuen Möglichkeiten des Kindes über die Nutzung der Neuen Medien, seinen Wissenserwerb eigenständig in die Hand zu nehmen, entsprechen z. T. den konstruktivistischen lerntheoretischen Anforderungen.

angestrebt werden. Deshalb kann vorerst überlegt werden, das Kind durch speziell ausgesuchte Seiten zu führen, bei denen es selber bestimmen kann, was es machen möchte und welche Seiten es überspringen möchte. Eine gute Hilfestellung diesbezüglich zeigt das Lernprogramm „Lollipop“ (2001), in dem im Vorfeld viel über das Internet erzählt wird und das Kind daran anschließend auch die Möglichkeit erhält, die erworbenen Kenntnisse online umzusetzen. Bei der Internetnutzung schlägt das Programm auch bestimmte Seiten vor, die für das Kind interessant sein könnten. So wird auf eine Seite verwiesen, auf der die Kinder Witze austauschen können. Dabei hat das Kind die Möglichkeit, vorhandene Witze zu lesen und selber einen Beitrag, einen Witz etc. zu schreiben. In der Weise stellt diese Seite bereits einen online Austausch zwischen mehreren Kindern her. Auch können sich die Kinder online über das Lernprogramm „unterhalten“: über ihre Hobbys etc.

Abb. 41: Möglichkeiten des Online-Austausches und der Internetnutzung zeigen die Ausschnitte aus den Lernprogrammen „Galswin Spiel + Lern Abenteuer“ und „Lollipop“.

In dem gleichen Lernprogramm gibt es auch die Möglichkeit, eine E-Mail zu schreiben. Dabei wird ausführlich erklärt, was eine E-Mail ist und wie sie funktioniert. Daran anschließend kann das Kind seine Daten eingeben, sich eine eigene E-Mail Adresse aussuchen und auch E-Mails verschicken. Darüber, dass das Kind die erforderlichen Schritte für das Schreiben einer E-Mail selbst in die Hand nehmen kann, erlangt es die Kompetenzen dieses speziellen „Briefverkehrs“. In der Hinsicht besitzt das Kind nach dem Bearbeiten seiner E-Mails mehr Kompetenzen und auch Informationen über diese Form des Informationsaustausches als viele Erwachsenen, die oft damit überfordert sind. Das zu lernenden Wissen geht sehr stark darüber hinaus, einfach nur eine E-Mail zu schreiben. Auch im „Alfons Abenteuer“ (2002) gibt es eine Internetanbindung mit Zugang aus der Software heraus in einen geschützten Raum. „Hier kann man sich in regelmäßigen Abständen kostenlos neue Updates und Aufgaben herunterladen. Gleichzeitig werden die Kinder Internet-fit.“ (Alfons-abenteuer.de 2004)

5.4 Weiterführende Anregungen

Die in der vorliegenden Arbeit vorgestellten Möglichkeiten einer computerunterstützten Prävention und Intervention hinsichtlich einer Rechenschwäche stellen lediglich Ansatzpunkte dar, so dass weitere Überlegungen angestrebt werden sollten. An allen drei Bereichen des Lernprozesses, dem Lerninhalt, dem Lehrenden und dem Lernenden, sind über die Arbeit hinausgehende Weiterentwicklungen anzustreben, die im Folgenden angesprochen werden. Bezogen auf den *Lernenden* bzw. unter Berücksichtigung seiner psychischen Problemlage sind die Schwierigkeiten bereits thematisiert worden. (S. Kapitel 5.1) Dabei sind sowohl die Chancen des computerunterstützten Unterrichtes als auch seine Grenzen betont worden. Somit beschränken sich die folgenden Ausführungen auf die Bereiche des Lerninhalts und des Lehrenden.

Hinsichtlich des *Lerninhalts* ist erstens festzuhalten, dass in der Arbeit ausschließlich der arithmetische Bereich der ersten beiden Grundschuljahre angesprochen worden ist. Darüber hinaus beinhaltet der Mathematikunterricht die beiden Themengebiete Größen und Geometrie, mit denen rechenschwache Kinder häufig auch Schwierigkeiten haben. Deshalb sollten ebenfalls für diese beiden Disziplinen Präventions- und Interventionskonzepte ausgearbeitet werden. Der Großteil der Lernprogramme integriert bereits gemäß der Vorgaben des Kultusministeriums sowohl das Themenfeld Größen als auch Geometrie. (Kultusministerium des Landes Nordrhein- Westfalen 2003) Somit ist bei der Auswahl bzw. Programmierung von Lernsoftware darauf zu achten, ob die Inhalte sachgemäß transportiert werden. Neben gezielten computerunterstützten Konzepten für den Mathematikunterricht sind auch die anderen Schulfächer zu berücksichtigen. Dabei könnte überlegt werden, inwieweit eine Verknüpfung zwischen den verschiedenen Lerndisziplinen einen erfolgreichen Lernprozess einleiten könnte.

Darüber hinaus ist im zweiten Kapitel gezeigt worden, wie Mängel auf der Seite des Lerninhalts ein Faktor für das Auftreten einer Rechenschwäche sein können. (S. Kapitel 2.3) Im vierten Kapitel ist diesbezüglich der Versuch unternommen worden, die Missstände in bestehenden Schulbüchern, in Lernsoftware und in Anschauungsmaterial herauszustellen. Bezogen auf Lernprogramme und den arithmetischen Bereich der Erstunterrichtung sind Ansatzpunkte aufgezeigt worden, wie die Mängel zu beseitigen sind. Weil es jedoch nicht das Ziel sein kann, den schulischen Lernprozess ausschließlich am Computer stattfinden zu lassen, müssen auch die Schulbücher und das Anschauungsmaterial neu überdacht werden.

Ein weiterer schulbedingter Faktor für das Auftreten einer Rechenschwäche bezieht sich auf die *Lehrenden*. Dabei sind zum einen die mangelnde individuelle Betreuung der Schüler und zum anderen die fehlende oder unzureichende Diagnostik im Unterricht genannt worden. (S. Kapitel 2.4) Mit dem 4. Kapitel sind Anregungen aufgezeigt worden, wie die beiden Bereiche durch den Einsatz Neuer Medien verbessert werden können. Obwohl der Computer die Lehrpersonen entlasten kann, muss abschließend betont werden, dass durch den Medieneinsatz weder das Problem der mangelnden individuellen Betreuung noch der fehlenden oder unzureichenden Diagnose im Mathematikunterricht gelöst ist. Diesbezüglich müssen weitere Veränderungen des Schulunterrichtes angestrebt werden, mit dem Ziel, dass jeder Schüler ausreichend betreut wird und vor allem, dass eine fachgemäße qualitative Förderdiagnostik in den Schulalltag integriert wird. Einige Anregungen dazu erfolgen im übernächsten Unterkapitel „Außerschulische Maßnahmen“. (S. Kapitel 5.4.2)

Während zahlreiche Vorteile durch den Einsatz Neuer Medien festgehalten werden konnten, muss zusammenfassend jedoch betont werden, dass das Anliegen, den Kindern eigenständige Möglichkeiten für ihren Wissenserwerb aufzuzeigen, nur ansatzweise in der Arbeit eingelöst werden konnte. Wird aufgrund der Missstände des heutigen Schulunterrichtes eine grundlegende Reformierung des Bildungssystems gefordert, sind zahlreiche weitere in der Arbeit nicht berücksichtigte Aspekte einzuschließen. Hierzu gehört sicherlich die Lehrerausbildung, da zu beobachten ist, dass viele Lehrer mit auftretenden Lernschwierigkeiten wie z. B. einer Rechenschwäche überfordert sind. Dieses Problem lässt sich nicht alleine durch den Einsatz der Neuen Medien im Unterricht lösen, sondern bedarf vor allem einer inhaltlichen und praktischen Auseinandersetzung mit der Problematik.

Des Weiteren sind zwei Bereiche bei jeder Förderung beachtenswert, die aufgrund ihrer enormen Bedeutung bei der Arbeit mit rechenschwachen Kindern abschließend kurz dargestellt werden. Zum einen der Bereich der Elternarbeit (s. Kapitel 5.4.1) und zum anderen die Möglichkeit, eine Rechenschwäche mit einer außerschulischen Förderung zu beheben (s. Kapitel 5.4.2).

5.4.1 Elternarbeit

Die Einbeziehung der Eltern in die Prävention, aber vor allem in die Förderung bereits vorliegender Verständnisschwierigkeiten, ist unbedingt notwendig und sollte von der Lehrperson oder von den therapeutischen Fachkräften angestrebt werden; (Schipper 2003:

117) denn „[e]ine erfolgreiche Förderung bei Rechenschwäche ist nur in gutem Klima mit den Eltern und enger Kooperation denkbar." (Lorenz 2003a: 101)[186]

Liegen massive Rechenschwierigkeiten vor, übersetzen die Schüler und die Bezugspersonen sich das Scheitern häufig in mangelnde Fähigkeiten des Kindes, Unlust etc. (S. Kapitel 1.4) „Dementsprechend groß ist die Gefahr, dass betroffene Eltern angesichts der Probleme ihres rechenschwachen Kindes zu falschen Erklärungsmustern greifen." (Gaidoschik 2003a: 130) Diesen häufig zu beobachteten Fehlurteilen, die im 1. Kapitel ausgeführt worden sind, muss durch Aufklärung des Problems entgegengewirkt werden. (S. Kapitel 1.5) Aufgrund der oft angespannten psychischen Situation ist es dringend notwendig, auch die familiäre Situation in der Hinsicht zu entlasten, dass auf die mathematischen Schwierigkeiten des Kindes sachgerecht und verständnisvoll reagiert wird und nicht mit vorschnellen und fehlerhaften Urteilen, aus denen sich ein falscher Umgang mit den Kindern ergibt, die die vorhandenen Probleme noch verschärfen. Um den Teufelskreis einer Rechenstörung aufzubrechen, bedarf es der Unterstützung der Eltern, die einen wesentlichen Beitrag dazu leisten müssen, die psychische Situation des Kindes zu entlasten. (S. Kapitel 1.3) „Liegt eine Rechenstörung vor, sollte seitens der Lehrerin unbedingt versucht werden, den Eltern den „System-Charakter" (siehe Kapitel 1) der Lernstörung deutlich zu machen. Die Eltern müssen verstehen, dass und inwiefern sie selbst ein Teil des Problems werden können – damit sie genau dies nach Möglichkeit verhindern." (Gaidoschik 2003a: 130) Somit ist es erstens erforderlich, die Eltern über die Problemlage ihres Kindes richtig aufzuklären und zweitens mit den Eltern gemeinsam zu überlegen, wie die häusliche psychische Entlastung stattfinden kann. Nicht nur ein kritikabler Umgang mit rechenschwachen Kindern, der sich auf ein mangelndes Problembewusstsein der Eltern zurückführen lässt, sondern auch familiäre Faktoren[187] können eine Rolle spielen. Ist das familiäre Umfeld angespannt, z. B. in Folge einer Scheidung, müssen die Eltern dafür sorgen, dass sie ihre Probleme nicht auf das Kind abwälzen, sondern über eine Auseinandersetzung mit dem Kind versuchen, die Situation für das Kind möglichst einfach zu gestalten.

Ein zweiter Grund, die Eltern in die Prävention und Intervention einzubeziehen, lässt sich aus dem inhaltlichen, mathematikdidaktischen Vorgehen ableiten. Eine inhaltliche

[186] „Die Beziehung zwischen Eltern und Schule reduziert sich bei rechenschwachen Kindern schnell auf das bekannte Spiel ‚Wer hat den schwarzen Peter'" (Lorenz 2003a: 100) „Allen Schuldzuweisungen ist aus unseren Erfahrungen heraus eine klare und deutliche Absage zu erteilen." (Brühl u. a. 2003: 175)

[187] In dieser Arbeit sind ausschließlich die schulbedingten und psychischen Faktoren einer Rechenschwäche thematisiert worden. (s. Kapitel 2) Selbstverständlich können auch andere Faktoren, wie familiäre, eine Rolle spielen, da immer der Gesamtzusammenhang zwischen der Familie, der Schule und des Kindes betrachtet werden muss.

Aufarbeitung der mathematischen Lerninhalte muss einheitlich erfolgen, damit das Kind die Erklärungen nachvollziehen kann. Fördermaßnahmen, die nicht aufeinander abgestimmt sind, sondern unterschiedliche Zielsetzungen und ein ungleiches Vorgehen beinhalten, sind kontraproduktiv. (Krüll 1996: 125): „So ist bei den Kindern die Vielfalt didaktischer Erklärungen (morgens die Lehrerin, nachmittags der Großvater, abends die Mutter) kontraproduktiv. Die Verwirrung über die unterschiedlichen Erklärungen ist größer als der seltene Gewinn.“ (Lorenz 2003a: 100) Wenn es sinnvoll ist, dass die Eltern den Lernprozess unterstützen, bedarf es einer genauen Absprache zwischen Eltern und Lehrern beziehungsweise Therapeuten, damit die Eltern eindeutige Anleitungen für das häusliche Üben bekommen. „Da die Eltern meist aber hierin selbst wenig Erfahrungen besitzen, müssen sie von der Lehrerin angeleitet und mit Ideen versorgt werden.“ (Lorenz 2003a: 102) Die erste Anleitung ist bereits darin benannt worden, dass sie über die individuelle Problemlage ihres Kindes aufgeklärt werden. Neben der Kenntnis und Berücksichtigung der psychischen Situation müssen die Eltern auch in Kenntnis gesetzt werden über die aktuelle Lernausgangslage des Kindes. Deshalb sind regelmäßige Gespräche mit Lehrern und Therapeuten notwendig, um den Eltern den aktuellen Lernstand ihres Kindes mitzuteilen. Dies ist deshalb notwendig, damit es zu Hause nicht zu Überraschungen kommt, da die Eltern nicht verstehen, warum ihr Kind einen bestimmten Lerninhalt immer noch nicht erfasst hat oder aber mit dem Kind Lerngegenstände üben, für denen die Grundlagen beim Kind noch nicht vorhanden sind. Ganser fasst an einem Fallbeispiel die Fördererergebnisse im Hinblick auf die erfolgreiche Elternarbeit wie folgt zusammen: „Intensive Elterngespräche zeigten dem Kind, daß es mit seinen Problemen ernst genommen wird. Die meisten Eltern konnten für die Problematik ihres Kindes sensibilisiert werden. Zusammen mit dem durchgeführten Förderunterricht, dem sich wachsenden Selbstwertgefühl des Kindes und einer gezielten Beratung der Klaßlehrkraft [sic!] konnte der Teufelskreis der mathematischen Lernstörung unterbrochen werden.“ (Ganser 2001: 121)

Die computerunterstützte Prävention und Frühförderung bietet in dieser Hinsicht zahlreiche Möglichkeiten, wie die Eltern über den Lernstand des Kindes informiert werden und wie sie den Lernprozess sinnvoll unterstützen können. Werden Computer in den schulischen Mathematikunterricht integriert, in ähnlicher Form, wie es im 4. Kapitel beschrieben worden ist, gibt es darüber die Möglichkeiten, die Rechenwege und Lösungsverfahren jedes einzelnen Kindes festzuhalten, denn erst „eine umfassende Abklärung des Lernausgangstandes und der Rahmenbedingungen macht es möglich, tatsächlich sinnvolle Erarbeitungs- und Übungsschritte zu planen. Diese Planungsarbeit kann nicht den Eltern überlassen werden.“ (Gaidoschik 2003a: 131) Durch den Einsatz des Computers ist eine individuellere Einschätzung des Lernstandes möglich, da der Lehrperson zum Teil diagnostische Arbeit abgenommen werden kann. Vorausgesetzt dabei ist, dass das Lernprogramm über Protokoll- und Auswertungshilfen verfügt (s. Kapitel 3.6.7). Dieses Kriterium erfüllen bereits einige Lernprogramme, z. B. das „Alfons Abenteuer“ (2002).

Ein weiterer Vorteil des computerunterstützten Lernens besteht darin, dass der schulische Lernprozess am Computer problemlos zu Hause weitergeführt werden kann, vorausgesetzt, das Programm ist so konzipiert, dass es auf mögliche Probleme adäquat reagiert. Eine spezielle Unterweisung der Eltern und eine gezielte Auseinandersetzung der Eltern mit den Lerninhalten wird sicherlich an vielen Stellen nötig bleiben, aber der ansonsten starke Bruch zwischen dem schulischen Lernen und dem häuslichen Üben könnte über das Medium ein Stück weit aufgehoben werden. Im Mittelpunkt muss dabei immer die Lernausgangslage des Kindes und der Lerngegenstand selber stehen: „Die Chance, die in der Tat mit dem neuen Medium geboten wird, ist nur eine, wenn die Computerisierung der Klassenzimmer ebenso wie das Lernen der Kinder zu Hause vor dem Bildschirm damit verbunden ist, daß der Inhalt des Lernens wieder mehr in den Vordergrund gerückt wird.“ (Schönweiss 2000a: 301)

Zum anderen sollte es möglich sein, dass die Lehrperson nach einer qualitativen Förderdiagnostik die Lerninhalte individuell in das Lernprogramm aufnimmt, d. h. die anstehenden Automatisierungsaufgaben elektronisch zusammenstellt, so dass das Kind mit eventueller Unterstützung der Eltern auch zu Hause fachgemäß gefördert werden kann. Diese Erweiterungssequenzen bestehen bereits in einigen Lernprogrammen, z. B in dem Programm „Galswin Spiel + Lern Abenteuer“ (2001) haben Lehrer und Eltern die Möglichkeit, Aufgaben einzugeben und zu integrieren.[188]

Somit ist die genaue Anleitung der Eltern Voraussetzung für ihre Unterstützung. „So werden die Eltern in den ihnen zugewiesenen Bereichen zu ‚Kotherapeuten‘, eine trotz ihrer Begrenztheit gerne angenommene Rolle.“ (Lorenz 2003a: 102)

5.4.2 Außerschulische Maßnahmen

„Wenn bei Kindern mit extremen Lernschwierigkeiten die Defizitspannen im Unterricht nicht mehr überbrückt werden können, sind zusätzliche, das heißt außerschulische, Hilfen angezeigt. Diese übernehmen zumeist private Institutionen.“ (Bauersfeld 2003: 446) Das Hauptaugenmerk sollte jedoch immer auf die Prävention gerichtet sein, d. h. der

[188] Eine weitere nette Ergänzung zeigt das Programm dahingehend, dass das Kind zwischen einem so genannten „selbstreaktivierten“ oder einem CD-Rom Abenteuer wählen kann. Dieser Vorteil ist vor dem Hintergrund der intrinsischen Motivation zu sehen, spielt aber im Zusammenhang mit der Elternarbeit eine untergeordnete Rolle.

Mathematikunterricht sollte alle möglichen Maßnahmen einleiten, damit einer Rechenschwäche vorgebeugt werden kann. (Wehrmann 2003a: 205) Wie diese Maßnahmen aussehen könnten, ist im 4. Kapitel ausführlich geschildert worden. In diesem Zusammenhang sind auch Frühfördermöglichkeiten thematisiert worden, die im schulischen Rahmen mithilfe des Einsatzes Neuer Medien angestrebt werden sollen. Sind die Rechenschwierigkeiten jedoch so gravierend, dass schulische Fördermöglichkeiten nicht mehr ausreichen, so dass von einer Rechenschwäche auszugehen ist, ist es vor allem aufgrund der psychischen Situation des Kindes angeraten, weitere außerschulische Hilfen einzuholen: „In vielen Fällen werden aber Lehrerin und Eltern der betroffenen Kinder zu dem Schluss gelangen, dass die innerschulischen Möglichkeiten für die Überwindung der Rechenstörung nicht ausreichen. Hier nun wäre also eine zusätzliche außerschulische Betreuung im Sinne einer gezielten ‚Dyskalkulietherapie' notwendig." (Gaidoschik 2003a: 132) Damit ein schulbedingter Faktor für das Auftreten einer Rechenschwäche, der sich auf die unzureichende diagnostischen Möglichkeiten im Unterricht bezieht, nicht zum Tragen kommt (s. Kapitel 2), können außerschulische Hilfestellungen bereits darin bestehen, die notwendige qualitative Diagnose von ausgebildeten Fachkräften durchführen zu lassen, um dadurch erstens die individuelle Lernausgangslage des Kindes eindeutig bestimmen zu können und zweitens eine Interventionsplanung aufzustellen. In der Weise können außerschulische Fachkräfte einen Förderplan anfertigen, der schulische und häusliche Möglichkeiten aufzeigt. Übersteigen die Schwierigkeiten schulische und häusliche Interventionsmaßnahmen kann eine integrative Dyskalkulietherapie notwendig werden. (Schulz 2003: 434-436) Für das Durchführen einer Dyskalkulietherapie gelten die gleichen Maßstäbe, die im 4. Kapitel erläutert worden sind mit dem Unterschied, dass die individuellen Schwierigkeiten einer gezielten individuellen Betreuung bedürfen, die weder in der Schule, noch zu Hause, noch mithilfe des Computers alleine zu bewältigen ist. Aufgrund der unvermeidlichen schulischen Misserfolge und des häuslichen Spannungsverhältnisses kann eine Ausgliederung der Förderung neben der qualifizierten Ausrichtung der Maßnahmen den zusätzlichen Vorteil haben, dass das Kind eine neue Bezugsperson hat, die ihm vorurteilsfrei begegnet. In der Regel wirkt sich eine Lerntherapie für Eltern, Lehrer und vor allem für das Kind konfliktmindernd auch auf die schulischen und häuslichen Bereiche aus.

Da es leider keine „verallgemeinerten" staatlichen Qualitätskriterien für Dyskalkulietherapeuten gibt (Schipper 2003: 103), sind die Eltern auf Unterstützung von Seiten der Schule bei der Auswahl der fördernden Einrichtung und auf eine gute Beratung angewiesen. (Vgl. Gaidoschik 2003a: 142) Im Folgenden werden deshalb kurz Qualitätskriterien genannt, die eine zielführende Dyskalkulietherapie aufweisen sollte. (Vgl. auch Palme 2004) Es ist bereits mehrfach erwähnt worden, dass jede kompetente

Förderung auf Grundalge einer umfassenden qualitativen Förderdiagnose aufbaut. Deshalb muss die Einrichtung *erstens* in der Lage sein, eine Diagnose auch durchführen zu können, zumal eine Lerntherapie eine beständige Analyse des Lernstandes einschließen muss. Daraus abgeleitet muss sich eine Förderung *zweitens* an der individuellen Lernausgangslage des Kindes orientieren. Eine bloße Wiederholung des unverstandenen aktuellen Schulstoffes oder ein stures Einüben von Rechenverfahren wirkt kontraproduktiv. Aufgrund des individuellen Förderbedarfs kann eine Therapie *drittens* nur dann Erfolg versprechend sein, wenn sie in Einzel- oder Doppeltherapie stattfindet, da eine Gruppenförderung den jeweiligen Schwierigkeiten, wie sie bei einer Rechenschwäche vorliegen, kaum gerecht werden kann. *Viertens* ist die Zusammenarbeit mit der Schule und den Eltern und eventuell anderen Bezugspersonen wichtig, damit diese zum einen über den aktuellen Lernstand des Kindes informiert werden und zum anderen für ihren Umgang mit dem Kind gezielte Anleitungen bekommen. So kann es sehr sinnvoll sein, wenn die Eltern eine co-therapeutische Funktion erhalten, allerdings unter der Prämisse einer präzisen Anleitung durch den Therapeuten. (Palme 2004: Punkt 5 und 6) *Fünftens* ist selbstverständlich die Ausbildung der Therapeuten für den Therapieerfolg wichtig. Die Therapeuten sollten eine mathematikdidaktische, pädagogische und psychologische Ausbildung nachweisen, die sich sowohl wissenschaftlich fundieren lässt als auch praktische Erfahrungen aufweist.[189] *Sechstens* ist natürlich das Förderkonzept selber ausschlaggebend und sollte erfragt werden. Zur Beurteilung der Konzepte bietet wiederum das 4. Kapitel Hilfen. Dabei ist zu erwähnen, dass eine Rechenschwäche nur über die Auseinandersetzung mit den mathematischen Lerninhalten aufgearbeitet werden kann. (Palme 2004: Punkt 9) Grissemann hält die Einbeziehung von drei Ebenen für ein Erfolg versprechendes Konzept unabdingbar: „- die psychische Entlastung, die Entstigmatisierung von Schulversagern; - die Öffnung für entdeckendes, selbstständiges und persönlichkeitsförderndes Lernen im mathematischen Bereich; - die Anbahnung der Bereitschaft zur offenen und entspannten Begegnung mit mathematischen Sachverhalten im alltäglichen und staatsbürgerlichen Leben.“ (Grissemann 1996: 85) Viele Einrichtungen richten ihre Förderung auf Konzentrationsübungen, Entspannungs- und Spielphasen etc. aus. Zu diesen Maßnahmen lässt sich sagen, dass sie sicherlich hilfreich und unterstützend wirken können, aber die mathematischen Sichtweisen der Kinder nicht aufzubrechen in der Lage sind. (Vgl. Wember 1996: 131) „Doch selbst wenn eine Rechenstörung (auch) auf Grundlage basaler Teilleistungsdefizite entstanden ist, stellt ein

[189] „Der Begriff Dyskalkulie- Therapeut ist nicht geschützt, es gibt keine staatlich kontrollierten Ausbildungsstandards für Therapeuten.“ (Schipper 2003: 118)

nachträgliches Training dieser Teilleistungen keine Möglichkeit zur Überwindung der Rechenstörung dar.“ (Gaidoschik 2003a: 140) Deshalb ist im Vorfeld genausten festzustellen, ob bei dem Kind Wahrnehmungsschwierigkeiten und basale Teilleistungsstörungen vorliegen. Wenn das der Fall ist, sollte eine Therapie angestrebt werden, die sich mit diesen Schwierigkeiten auseinandersetzt. Eine Dyskalkulietherapie hingegen orientiert sich an den mathematikdidaktischen Vorgaben unter Berücksichtigung der speziellen psychischen Situation und der Lernausgangslage des jeweiligen Kindes.

5.5 Schlussbemerkung

In der vorliegenden Arbeit ist gezeigt worden, an welchen Kriterien sich eine computerunterstützte Prävention und Frühförderung bei Rechenschwäche in den ersten beiden Grundschuljahren ausrichten muss. Anhand der einzelnen Lerninhalte der arithmetischen Erstunterrichtung sind Möglichkeiten des Computereinsatzes für den mathematischen Lernprozess deutlich geworden. Die Aufarbeitung der Lerngegenstände muss, wie es im vierten Kapitel aufgezeigt worden ist, dem logisch- hierarchischen Aufbau der Mathematikdidaktik entsprechen. Eine Förderung, die sich nicht an den mathematikimmanenten Vorgaben orientiert, ist in der Regel nicht Erfolg versprechend. Neben der mathematischen Gliederung ist als ein zweiter wesentlicher Punkt festgehalten worden, dass sich die Prävention und Intervention nach der individuellen Lernausgangslage des Kindes richten muss. Dabei spielt auch der psychische Verarbeitungsprozess des Kindes mit seinen Schwierigkeiten eine wesentliche Rolle, so dass sich der Lernprozess insgesamt sowohl an den Lerninhalten als auch an den Lernenden orientieren muss. Weiterhin ist im 3. Kapitel herausgestellt worden, wie der Lernprozess umgestaltet werden kann, damit die Kinder wieder einen eigenständigen Zugang zu dem Wissen erhalten. Gemäß dieser anzustrebenden Neuorientierung des Lernprozesses sind im 4. Kapitel gezielte Anregungen aufgezeigt worden, bei denen das jeweilige Kind mithilfe der Neuen Medien dazu ermutigt werden soll, seinen Wissenserwerb eigenständig voranzutreiben. Weiterhin musste bei den Lerngegenständen des Anzahl- und Operationsverständnisses, des Stellenwertsystems, der Multiplikation und der Division sowie bei den Sachaufgaben an vielen Stellen betont werden, dass kein Lernprogramm alleine Missverständnissen vorbeugen bzw. bestehenden Rechenschwierigkeiten ausreichend begegnen kann. Einerseits konnten somit Vorteile des Computerlernens gegenüber einer standardisierten Unterrichtung bei den einzelnen Inhalten aufgezeigt werden. Andererseits haben sich auch die Grenzen des Computereinsatzes bei der Prävention und Frühförderung gezeigt.

Deutlich geworden ist vor allem, dass es nicht um die Frage gehen kann, ob der Computer die Lehrperson ersetzten soll, sondern welche positiven Beiträge sich aus einem computerunterstützten Unterricht für den mathematischen Lernprozess ergeben können.

Abschließend lässt sich daher festhalten, dass, jenseits aller Illusionen über einen quasi automatischen Lernprozess durch den Einsatz von Computern, die Neuen Medien ein großes Potential darstellen, das im Interesse der Kinder, die sich mit Rechenschwierigkeiten quälen, genutzt werden sollte. Nicht der bloße Einsatz von Computern, sondern ihre sachgerechte Integration in den Lernprozess, ist gefordert. Dies setzt jedoch – neben einer entsprechenden technischen Umsetzung – eine fundierte Auseinandersetzung mit den spezifischen Lerninhalten, den psychischen Begleiterscheinungen und den speziellen didaktischen Anforderungen im Umgang mit Rechenschwierigkeiten voraus. Wenn es gelungen ist, hierzu einen Beitrag zu leisten, ist das Ziel dieser Arbeit erreicht.

6 Literaturverzeichnis

6.1 Literatur und Online-Referenzen

Aebli, Hans (1975): Über die geistige Entwicklung des Kindes. 4. Auflage. Stuttgart.

Aebli, Hans (1976): Psychologische Didaktik – Didaktische Auswertungen der Psychologie von Jean Piaget. Stuttgart.

Aebli, Hans (1995): Grundlagen des Lehrens. 3. Auflage. Stuttgart.

Aebli, Hans (1998): Zwölf Grundformen des Lernens. Eine allgemeine Didaktik auf psychologischer Grundlage. Medien und Inhalte didaktischer Kommunikation. Der Lernzyklus. 10. Aufl. Stuttgart.

Alfons-Abenteuer.de (2004): [http://www.alfons-abenteuer.de/presse/index.html].

Amor.rz.hu-berlin (2003) : [http://www.amor.rz.hu-berlin.de].

Averbeck, Johann (2003): Praxiserfahrungen mit digitalisierten Medien an der Grundschule. Präsentation und Testen von Lernsoftware im Grundschulbereich. Sachsenhagen. [http://www.uni-bayreuth.de/departments/ev_theologie3/elearning/IUK/Sitzungen/mat_09_iuk_up_030618.htm].

Ayres, A. Jean (1979): Lernstörungen. Sensorisch-integrative Dysfunktionen. Berlin / Heidelberg.

Barth, Karlheinz (2003a): Lernschwächen früh erkennen im Vorschul- und Grundschulalter. 4., ergänzte Auflage. München.

Barth, Karlheinz (2003b): Früherkennung und Prävention schulischer Lernstörungen im Übergangsbereich Kindergarten – Grundschule. In: Lenart, Friederike / Holzer, Norbert / Schaupp, Hubert (Hrsg.): Rechenschwäche Rechenstörung Dyskalkulie. Erkennung: Prävention: Förderung. Graz.

Baruk, Stella (1989): Wie alt ist der Kapitän? Basel.

Barzel, Bärbel / Böhm, Josef (Hrsg.) (2002): Mathe. Mathematikunterricht anders – offenes Lernen mit Neuen Medien. Stuttgart.

Bauer, Wolfgang (1997): Mulimedia in der Schule. In: Issing, Ludwig J. / Klisma, Paul (Hrsg.): Information und Lernen mit Multimedia. 2., überarbeitete Auflage. Weinheim.

Bauersfeld, Heinrich (1996): Zur Einführung. In: Eberle, Gerhard / Kornmann, Reimer (Hrsg.): Lernschwierigkeiten und Vermittlungsprobleme im Mathematikunterricht an Grund- und Sonderschulen. Möglichkeiten der Vermeidung und Überwindung. Mit einer Einführung von Heinrich Bauersfeld. Weinheim.

Bauersfeld, Heinrich (2003): Kommentar: Probleme und Chancen der Förderung arithmetisch-mathematischen Wissens. In: Fritz, Annemarie / Ricken, Gabi / Schmidt, Siegbert (Hrsg.): Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Ein Handbuch. Weinheim / Basel / Berlin.

Bauersfeld, Heinrich u. a. (1971): ALEF 3 – Wege zur Mathematik. Hannover.

Baumgartner, Peter / Payr, Sabine (1994): Lernen mit Software. Reihe digitales Lernen. Innsbruck.

Baumgartner, Peter / Payr, Sabine (2001): Erfinden lernen. In: Müller, Albert / Müller, Karl H. / Stadler, Friedrich (Hrsg.): Konstruktivismus und Kognitionswissenschaft. Kulturelle Wurzeln und Ergebnisse. Heinz von Foerster gewidmet. Zweite, aktualisierte und erweiterte Auflage. Wien / New York.

Behring, Karin / Kretschmann, Rudolf / Dobrindt, Yvonne (1999): Prozessdiagnose mathematischer Kompetenzen in den Schuljahren 1 und 2. Band II: Grundlegende Fertigkeiten des 1. Schuljahrs. Horneburg.

Berger, Albert / Fischer, Marlene / Hoffmann, Marlies / Jüttemeier, Maria / Müller, Gerhard N. / Wittmann, Erich C. (1992): Das Zahlenbuch. Mathematik im 2. Schuljahr.

Betz, Dieter / Breuninger, Helga (1998): Teufelskreis Lernstörung. Weinheim.

Bildungsserver.de (2004): [http://www.bildungsserver.de/zeigen.html?seite=1663].

Blumstengel, Astrid (1998): Entwicklung hypermedialer Lernsysteme. Berlin. [http://dsor.upb.de/de/forschung/publikationen/blumstengel-diss/].

Bönig, Dagmar (1995): Multiplikation und Division. Münster.

Bönig, Dagmar (2003): Kommentar: Zum Aufbau des arithmetischen Verständnisses im mathematischen Unterricht. In: Fritz, Annemarie / Ricken, Gabi / Schmidt, Siegbert (Hrsg.) 2003): Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Ein Handbuch. Weinheim / Basel / Berlin.

Brandle, Georg (1992): Analyse von Rechenfehlern im Grundschulbereich. Ein Beitrag zur Behebung von Rechenschwäche/Arithmasthenie. München.

Brentzen, Detlef (2001): Umfrage im Projekt „Teachers Teaching with Technology Deutschland“. 4. Quartal 2000. ZKL- Texte Nr. 16. Münster.

Brettschneider, Jutta (2001): RESI-Arbeitsblattsammlung/1.Teil: Pränumerik. Bewährte Hausaufgabenblätter zur Nutzung im Rahmen von therapeutischem Mathematiklernen durch einen kompetenten Gesprächspartner für Kinder mit Lernproblemen. Volxheim.

Bruandeta, Marie / Molkoa, Nicolas / Cohena, Laurent / Dehaene, Stanislas (2004): A cognitive characterization of dyscalculia in Turner syndrome. In: Neuropsychologia. Volume 42. Issue 3 . Pages 288-298.

Brühl, Hans / Bussebaum, Christian / Hoffmann, W. / Lukow, H.-J. / Schneider, M. / Wehrmann, M. (2003): Rechenschwäche / Dyskalkulie. Symptome – Früherkennung – Förderung. Materialien und Texte zur Aus- und Weiterbildung. Osnabrück.

Buchner, Christina (2001): Neues Rechnen – Neues Denken. Vom Mathefrust zur Mathelust. 2. Auflage. Freiburg.

Buchner, Christina (2003): Der Zehnerübergang, eine weichenstellende Konfrontation mit der Besonderheit unseres Dezimalsystems. In: Lenart, Friederike / Holzer, Norbert / Schaupp, Huber (Hrsg.): Rechenschwäche. Rechenstörung. Dyskalkulie. Erkennung: Prävention: Förderung. Graz.

Burkhardt, Wolfgang (2001): Förderung kindlicher Medienkompetenz durch die Eltern. Grundlagen, Konzepte und Zukunftsmodelle. Opladen.

Buth, Manfred (1995): Lerntheorien. Mit Anwendungen im Mathematikunterricht und im naturwissenschaftlichen Aufgabenfeld. Hildesheim.

Büttner, Christian / Schwichtenberg, Elke (Hrsg.) (2001): Grundschule digital. Möglichkeiten und Grenzen der neuen Informationstechnologien. Weinheim / Basel.

Claus, Heinz Jörg (1995): Einführung in die Didaktik der Mathematik. 2., überarbeitete Auflage. Darmstadt.

Dahlke, Eberhard / Sander, Karl-Heinz (1998): Mathematik für die 1. und 2. Klasse. Gütersloh.

Dehaene, Stanislas (1999): Der Zahlensinn oder warum wir rechnen können. Berlin.

Deubel, Volker / Kiefer, Klaus H. (Hrsg.) (2003): Medienbildung im Umbruch. Lehren und Lernen im Kontext der Neuen Medien. Schrift und Bild in Bewegung. Band 6. Bielefeld.

Dienes, Zoltan P. (1966): Aufbau der Mathematik. Freiburg / Basel / Wien.

Diesterweg (Verlag) (1990): Mathematik 1.

Dreher, Hariolf (2003): Prävention von Rechenschwäche in Kindergarten und Volksschule mit der Kybernetischen Methode. In: Lenart, Friederike / Holzer, Nobert / Schaupp, Hubert (Hrsg.): Rechenschwäche Rechenstörung Dyskalkulie. Erkennung: Prävention: Förderung. Graz.

Dsor-uni-paderborn.de (2003): [http://dsor.uni-paderborn.de/de/forschung/publikationen/blumstengel-diss/Klassifikation-computerunterstuetzter-Lehr--Lernsysteme.html.]

Dürre, Rainer (2001): Rechenschwäche – Das Trainingsprogramm für Ihr Kind. Breisgau.

e- Lisa (2004): [http://www.e-lisa.at/rezensionen/cdr/archiv/mathe.asp].

Eberle, Gerhard / Kornmann, Reiner (Hrsg.) (1996): Lernschwierigkeiten und Vermittlungsprobleme im Mathematikunterricht an Grund- und Sonderschulen. Möglichkeiten der Vermeidung und Überwindung. Weinheim.

Ebhardt, Agnes (2002): Fröhliche Wege aus der Dyskalkulie. Kindern mit Rechenschwäche erfolgreich helfen. Dortmund.

Eccarius, Dieter / Manthey, Rüdiger (2000): Lollipop Mathematik 1. Berlin.

Edelmann, Walter (1996): Lernpsychologie. 5., vollständig überarbeitete Auflage. Weinheim / Basel.

Eidt, Henner / Lammel, Roswitha / Voß, Eicke / Wichmann, Maria (2001): Denken und Rechnen 1. Braunschweig.

Ellrott, Dieter /Aps-Ellrott, Barbara (1998) : Förderdidaktik. Mathematik Primarstufe. 2. Auflage. Offenburg.

Fegert, Jörg M. (1996): Was ist seelische Behinderung? Anspruchsgrundlagen und kooperative Umsetzung von Hilfen nach §35a KJHG. Münster.

Filk, Christian (2003): Computerunterstütztes kooperatives Lehren und Lernen – Eine problemorientierte Einführung. Siegen.

Flade, Lothar / Herget, Wilfried (2000): Mathematik. Lehren und Lernen nach TIMSS. Anregungen für die Sekundarstufen. Berlin.

Flückiger Bösch, Mariann (2002): Basale Lernvoraussetzungen / Mathematisches Lernen. [http://www.swiss-paediatrics.org/agenda/cfc/fribourg2003/fluckiger_wk-ge.pdf].

Fraedrich, Anna Maria (2001): Planung von Mathematikunterricht in der Grundschule. Heidelberg / Berlin. [http://www.fiz-karlsruhe.de/fiz/publications/zdm/zdm016r4.pdf].

Fritz, Annemarie / Ricken, Gabi / Schmidt, Siegbert (Hrsg.) (2003): Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Ein Handbuch. Weinheim / Basel / Berlin.

Fuchs, Birgit (2002): So fördere ich mein Kind. Spiele gegen Rechenschwäche. Berlin.

Gaidoschik, Michael (2000a): Anschauungsmaterial in der Therapiearbeit mit rechenschwachen Kindern. In: Gaidoschik, Michael: Österreichisches Rechenschwäche Magazin 1 – 2000. Wien. [http://www.rechenschwaeche.at/pra/anschauung-allg.htm].

Gaidoschik, Michael (2000b): Erarbeitungsmaterial für den Zahlenraum bis 100. In: In: Gaidoschik, Michael: Österreichisches Rechenschwäche Magazin 2 – 2000. Wien. [http://www.rechenschwaeche.at/magazin/magazin2_00.pdf].

Gaidoschik, Michael (2001): Anregungen für die Erarbeitung der Zehnerüberschreitung. In: Gaidoschik, Michael: Österreichisches Rechenschwäche Magazin 4 – 2001. Wien. [http://www.rechenschwaeche.at/magazin/magazin4_01.pdf].

Gaidoschik, Michael (2003a): Rechenschwäche – Dyskalkulie. Eine unterrichtspraktische Einführung für LehrerInnen und Eltern. Wien.

Gaidoschik, Michael (2003b): Der „Gipfel des Grauens“ - und wie er seinen Schrecken verliert. Einige Anregungen für die gezielte Förderung bei Textaufgaben. In: Gaidoschik, Michael: Österreichisches Rechenschwäche Magazin 8 – 2003. Wien. [http://www.rechenschwaeche.at/magazin/magazin8_03.pdf].

Ganser, Bernd (2003): Warum Fördern oft wenig bewirkt: Teufelskreis Rechenstörung. In: Lenart, Friederike / Holzer, Norbert / Schaupp, Hubert (Hrsg.) (2003): Rechenschwäche Rechenstörung Dyskalkulie. Erkennung: Prävention: Förderung. Graz.

Ganser, Bernd (Red.) (2001): Rechenstörungen. Diagnose – Förderung – Materialien. Ein Fortbildungsmodell der Akademie für Lehrerfortbildung Dillingen. 4. Auflage. Donauwörth.

Gaupp, Nora (2003): Dyskalkulie. Arbeitsgedächtnisdefizite und Defizite numerischer Basiskompetenzen rechenschwacher Kinder. Berlin.

Gerster, Hans-Dieter (2002b): Schwach im Rechnen – Dyskalkulie (Skript), pädagogische Hochschule Freiburg. Institut für Mathematik und Informatik und ihre Didaktiken. Freiburg.

Gerster, Hans-Dieter (2003): Schwierigkeiten bei der Entwicklung arithmetischer Konzepte im Zahlenraum bis 100: In: Fritz, Annemarie / Ricken, Gabi / Schmidt, Siegbert (Hrsg.): Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Ein Handbuch. Weinheim / Basel / Berlin.

Gerster, Hans-Dieter / Schultz, Rita (2000): Schwierigkeiten beim Erwerb mathematischer Konzepte im Anfangsunterricht. Bericht zum Forschungsprojekt Rechenschwäche – Erkennen, Beheben, Vorbeugen. Freiburg.

Gerster, Hans-Dieter / Schultz, Rita (2002a): Zahlverständnis, Operationsverständnis, und von nicht-zählenden Rechenstrategien zur Automatisierung des Rechnens im Anfangsunterricht. Freiburg im Breisgau.

Ginsburg, Herbert P. (1997): Entering the Child‘s Mind. The Clinical Interview in Psychological Research and Practice. Cambridge.

Ginsburg, Herbert P. (1997): Mathematics Learning Disabilities. A View From Developmental Psychology. In: Journal of Learning Disabilities. 30 (1). S. 20-33.

Glasersfeld, Ernst von (1997): Radikaler Konstruktivismus. Ideen, Ergebnisse, Probleme. Frankfurt am Main.

Graumann, Günter (2002): Mathematikunterricht in der Grundschule. Bad Heilbrunn.

Grewe, Theresia / Wiedemann, Marianne (1999): Der Würfel. Ein Fundament fürs Rechnen im Sinne Marianne Frostigs. In: Internationale Frostig- Gesellschaft. International Frostig- Society: Prävention von Lern- und Verhaltensstörungen im Kindergarten- und frühen Schulalter. (Jahrestagung 1997). Die Bedeutung der Bewegung für die soziale, emotionale und intellektuelle Förderung des Kindes (Jahrestagung 1998). Dortmund.

Grissemann, Hans (1984): Zur Verhinderung eines Dyskalkuliebooms. Was man aus der Anti-Legastheniebewegung gelernt haben sollte. In: Lorenz, Jens Holger: Lernschwierigkeiten. Forschung und Praxis. Köln.

Grissemann, Hans (1990): Förderdiagnostik von Lernstörungen. Zusammenarbeit zwischen kinderpsychiatrischen, psychologischen und pädagogischen Fachkräften am Beispiel Legasthenie. Bern / Stuttgart / Toronto.

Grissemann, Hans (1996): Dyskalkulie heute. Sonderpädagogische Integration auf dem Prüfstand. Methodenintegrierende Förderung von rechenschwachen Kindern im Hinblick auf die schulische Integration von Schülern mit besonderen Lernproblemen. Bern / Göttingen / Toronto / Seattle.

Grissemann, Hans (2000): Besser rechnen. Mathematische Grundförderung bei Lernschwierigkeiten. Bern.

Grissemann, Hans / Weber, Alphons (1982): Spezielle Rechenstörungen. Ursachen und Therapien. Bern.

Grissemann, Hans / Weber, Alphons (1996): Grundlagen und Praxis der Dyskalkulietherapie. Diagnostik und Interventionen bei speziellen Rechenstörungen als Modell sonderpädagogisch-kinderpsychiatrischer Kooperation. 3. Auflage. Bern / Göttingen / Toronto / Seattle.

Gudjons, Herbert (2003a): Pädagogisches Grundwissen. Überblick – Kompendium – Studienbuch. 8., aktualisierte Auflage. Bad Heilbrunn.

Gudjons, Herbert (2003b): Frontalunterricht – Neu entdeckt. Integration in offene Unterrichtsformen. Bad Heilbrunn.

Haack, Johannes (1997): Interaktivität als Kennzeichen von Multimedia und Hypermedia. In: Issing, Ludwig J. / Klisma, Paul (Hrsg.): Information und Lernen mit Multimedia. 2., überarbeitete Auflage. Weinheim.

Hahn, Hans (1932): Logik, Mathematik, Naturerkennen: Zwei Vorträge. Verein Ernst Mach. Wien. [http://www.erzwiss.uni-hamburg.de/sonstiges/dewey/HahnLoMa.pdf].

Hasebrook, Joachim (1995): Lernen mit Multimedia. In: Zeitschrift für Pädagogische Psychologie. 9 (2). S. 95-193. Bern.

Hasemann, Klaus (1995): Multimedia und ein Irrtum. Deutsche Lehrerzeitung 20.

Haussmann, Kristina / Reiss, Matthias (1990): Mathematische Lehr- Lern- Denkprozesse. Band 9. Göttingen / Toronto / Zürich.

Helmes, Günter / Stötzel, Dirk Ulf (Hrsg.) (1997): Kindermedien – Medienkinder. Ästhetische, pädagogische und ökonomische Aspekte der Jugendkultur. Siegen.

Hentig, Hartmut von (2002): Der technischen Zivilisation gewachsen bleiben. Nachdenken über die Neuen Medien und das gar nicht mehr allmähliche Verschwinden der Wirklichkeit. Weinheim / Basel.

Hitzler, Willi / Keller, Gustav (1995): Rechenschwäche. Formen. Ursachen. Förderung. Donauwörth.

Hoffmann, Wolfgang / Schlee, Ulrich / Schwerin, Alexander von (1997): „Mein Kind ist rechenschwach!“ – Ratgeber für den Umgang mit rechenschwachen Kindern und Jugendlichen. 3. Auflage. Dortmund / München.

Homberger, Dietrich (2004): [http://homepage.ruhr-uni-bochum.de/Dietrich.Homberger/a-grundl.htm#Zieldef].

Hughes, Martin (1993): Children and number. Difficulties in Learning Mathematics. Oxford / Cambridge.

Huisken, Freek (1991): Die Wissenschaft von der Erziehung. Einführung in die Grundlügen der Pädagogik. Kritik der Erziehung. Teil 1. Hamburg.

Hüther, Jürgen / Schorb, Bernd / Brehm- Klotz, Christiane (Hrsg.) (1997): Grundbegriffe Medienpädagogik. München.

ICD 10 (2004): [http://www.koesterx.de/sonderpaedagogik/icd_10_f81_kommentiert_lrs_und_rechnen.pdf].

Issing, Ludwig J. / Stärk, Gerhard (Hrsg.) (2002): Studieren mit Multimedia und Internet. Ende der traditionellen Hochschule oder Innovationsschub? Münster.

Issing, Ludwig, J. / Klisma, Paul (Hrsg.) (1997): Information und Lernen mit Multimedia. 2., überarbeitete Auflage. Weinheim.

Jank, Werner / Meyer, Hilbert (2002): Didaktische Modelle. 5., völlig überarbeitete Auflage. Berlin.

Jost, Dominik / Erni, Jakob / Schmassmann, Margret (1997): Mit Fehlern muß gerechnet werden. Mathematischer Lernprozeß, Fehleranalyse, Beispiele und Übungen. Zürich.

Kaufmann, Sabine (2003): Früherkennung von Rechenstörungen in der Eingangsklasse der Grundschule und darauf abgestimmte remediale Maßnahmen. Frankfurt am Main.

Kerres, Michael (1997): Technische Aspekte multimedialer Lehr- Lernmedien. In: Issing, Ludwig J. / Klisma, Paul (Hrsg.): Information und Lernen mit Multimedia. 2., überarbeitete Auflage. Weinheim.

Kerres, Michael /Witt, Claudia de (2004a): Pragmatismus als theoretische Grundlage zur Konzeption von eLearning. In: D. Treichel & H.O. Meyer (Hrsg.) Handlungsorientiertes Lernen und eLearning. Grundlagen und Beispiele. München.

Kerres; Michael (2003): Wirkungen und Wirksamkeit neuer Medien in der Bildung. In: R. K. Keill-Slawik, M. (Hrsg.) Education Quality Forum. Wirkungen und Wirksamkeit neuer Medien. Münster / Waxmann.

Klauer, Karl Josef (2003): Kommentar: Zur Diagnostik mathematischer Kompetenzen. In: Fritz, Annemarie / Ricken, Gabi / Schmidt, Siegbert (Hrsg.): Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Ein Handbuch. Weinheim / Basel / Berlin.

Krampe, Jörg / Mittelmann, Rolf (1999): Spielen und Üben im Mathematikunterricht. 437 Spiele, Spielvorlagen, Arbeitsmittel und Computerspiele. Heinsberg.

Krauthausen, Günter / Scherer, Petra (2003): Einführung in die Mathematikdidaktik. 2. Auflage. Heidelberg / Berlin.

Kretschmann, Rudolf (2003): Manchmal ist Rechnenlernen schwer – eine entwicklungsökologische und systemische Problemsicht. In: Fritz, Annemarie / Ricken, Gabi / Schmidt, Siegbert (Hrsg.): Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Ein Handbuch. Weinheim / Basel / Berlin.

Krüll, Karin Elke (1996): Rechenschwäche – Was tun? 2. Auflage. München.

Kruse, Norbert (1996): Lernen im Anfangsunterricht. Ansätze zu einer subjektwissenschaftlichen Grundlegung. Hamburg.

Ku-eichstaett.de (2003): [http://www1.ku-eichstaett.de/PPF/PDMueller/cdneu/nl/netzlern/hyper.htm].

Kultusministerium des Landes Nordrhein-Westfahlen (2003): Richtlinien und Lehrpläne für die Grundschule in Nordrhein-Westfalen. Mathematik. Auszug aus dem Gemeinsamen Amtsblatt des Kultusministeriums und des Ministeriums für Wissenschaft und Forschung des Landes Nordrhein-Westfalen 5 / 1985. Düsseldorf.

Kutzer, Reinhardt (1998): Mathematik entdecken und verstehen. Lehrerband. Band 1. Frankfurt am Main.

Kutzer, Reinhardt / Probst, Holger (1990): Mathematische Einsichten. Strukturbezogene Aufgaben zur Prüfung mathematischer Einsichten.

Landesbildungsserver Baden-Württenberg (2004): [http://www.schule-bw.de/schularten/grundschule/eltern/rechenschw/schul_handeln.html].

Landesinstitut für Erziehung und Unterricht BW (Hrsg.): Computer in der Grundschule – eine neues Medium. S. 132 ff. Stuttgart.

Landesinstitut für Schule (Hrsg.) (2002): Grundschule – Neue Richtlinien und Lehrpläne. Mathematik. Entwurf: Stand Oktober 2002. [http://www.learn-line.nrw.de/angebote/gs_rl_lp/lehrplaene/mathematik.html].

Landesinstitut für Schule und Weiterbildung (LSW) in Nordrhein-Westfalen in Soest (1991): Computer und Grundschule-Software. Neue Medien in der Grundschule 1991.

Landesinstitut für Schule und Weiterbildung NRW (1999): Lernen mit neuen Medien. S. 17-19. Soest.

Laschkowski, Werner (1992): Rechenstörungen – Bedingungen, Diagnostik und Möglichkeiten der Beeinflussung. In: Sachunterricht und Mathematik in der Primarstufe. 20 (10). S. 459-466.

Lauter, Josef (2001): Methodik der Grundschulmathematik. 8., überarbeitete Auflage. Donauwörth.

Lenart, Friederike / Holzer, Norbert / Schaupp, Hubert (Hrsg.) (2003): Rechenschwäche Rechenstörung Dyskalkulie. Erkennung: Prävention: Förderung. Graz.

Lernnetz-sh.de (2004): [http://www.lernnetz-sh.de/lernsoftware/download.php3].

Leutenbauer, Helmut (1998): Das praktische Übungsbuch für den Mathematikunterricht in der Grundschule. 4., durchgesehene und erweiterte Auflage. Donauwörth.

Leutenbauer, Helmut (2002): Leichtsinnsfehler oder Rechenschwäche. Handreichung zur Fehlerursachen-Analyse in der Grundschule. Neurid.

Leutner, Detlev (1997): Adaptivität und Adaptierbarkeit multimedialer Lehr- und Informationssysteme. In: Issing, Ludwig J. / Klisma, Paul (Hrsg.): Information und Lernen mit Multimedia. 2., überarbeitete Auflage. Weinheim.

Lichtsteiner, Hermann (2004): Tipp&Klick. Lernsoftware für den Deutschunterricht. PZM + LWB Luzern. [http://www.tippundklick.ch/lernsoftware/beurteilen.PDF].

Liebrich, Karl / Schubert, Helga (2000): Auf den Thron des Rechenkönigs. Abbau von Rechenangst und Rechenstörungen durch psychomotorische und mnemotechnische Übungssequenzen. Donauwörth.

Lobeck, Arnold (1996): Rechenschwäche. Geschichtlicher Rückblick, Theorie und Therapie. 2. leicht veränd. Auflage. Luzern.

Lobeck, Arnold / Frei, M. (1987): Schultest für die Schweiz. Rechentest 1. -3. Klasse. Weinheim.

Lokale Lehrerfortbildung im Schulamt für den Kreis Unna (2001): Rechenstörungen im Anfangsunterricht. Informieren, Beobachten, Fördern. Unna. [http://www.kreis-unna.de/NR/rdonlyres/edi3inwrek5vnr67xwzsl5nf4a3r5uaveztldbckvp2u4mm56uoqdeque2ngkquxy6ivpzkkx64kcewukdodprvkxja/d_40_schulamt_informationen_rechenstoerungen.pdf].

Lorenz, Jens Holger (1982): Lernschwierigkeiten im Mathematikunterricht der Grundschule und Orientierungsstufe. In: Bauersfeld, Heinrich: Analysen zum Unterrichtshandeln. S. 168-209. Köln.

Lorenz, Jens Holger (1984): Teilleistungsschwächen. In: Lorenz, Jens Holger (Hrsg.): Lernschwierigkeiten. Forschung und Praxis. Köln.

Lorenz, Jens Holger (1992): Anschauung und Veranschaulichungsmittel im Mathematikunterricht. Göttingen.

Lorenz, Jens Holger (1997): Kinder entdecken die Mathematik. Braunschweig.

Lorenz, Jens Holger (2003a): Lernschwache Rechner fördern. Ursachen der Rechenschwäche. Frühhinweise auf Rechenschwäche. Diagnostisches Vorgehen. Berlin.

Lorenz, Jens Holger (2003b): Kognitive Faktoren, deren Störung den Erwerb arithmetischer Inhalte erschwert. In: Lenart, Friederike / Holzer, Nobert / Schaupp, Hubert (Hrsg.): Rechenschwäche Rechenstörung Dyskalkulie. Erkennung: Prävention: Förderung. Graz.

Lorenz, Jens Holger / Floer, Jürgen (1990): Lernschwierigkeiten: Forschung und Praxis. 2., unveränd. Auflage. Köln.

Lorenz, Jens Holger / Radatz, Hendrik (1993): Handbuch des Förderns im Mathematikunterricht. Hannover.

Lühr, Heinz- Jürgen (2003): Diagnostik am Schulanfang. Wahrnehmungsstörungen. Remscheid Lüttringhausen. [http://www.learn-line.nrw.de/angebote/schuleingang/pdf/schulkinderg-eiserstein1.pdf].

Luit, Johannes E. H. van / Rijt, Bernadette A. M. von de / Hasemann, Klaus (2001): Osnabrücker Test zur Zahlbergriffsentwicklung. Göttingen / Bern / Toronto / Seattle.

Maak, Angela (2003): So geht´s: Zusammen über Mathe sprechen. Mathematik mit Kindern erarbeiten. Iserlohn.

Maier, Hermann (1990): Didaktik des Zahlbegriffs. Ein Arbeitsbuch zur Planung des mathematischen Erstunterrichts. Hannover.

Maier, Hermann (1990): Didaktik des Zahlbegriffs. Ein Arbeitsbuch zur Planung des mathematischen Erstunterrichts. Hannover.

Mandl, Heinz / Gruber, Hans / Renkl, Alexander (1997): Situiertes Lernen in multimedialen Lernumgebungen. In: Issing, Ludwig J. / Klimsa, Paul (Hrsg.): Information und Lernen mit Multimedia. 2. überarbeitete Auflage. S. 167-178. Weinheim / Basel.

Mandle, Heinz / Fischer, Frank (Hrsg.) (2000): Wissen sichtbar machen. Wissensmanagement mit Mapping-Techniken. Göttingen / Bern / Toronto / Seattle.

Mandle, Heinz / Friedrich, Helmut F. (Hrsg.) (1992): Lern- und Denkstrategien. Analyse und Intervention. Göttingen / Toronto / Zürich.

Math.unisb.de (2003): [http://www.math.unisb.de/~agwittstock/alambert/MedienDesign/5_2_2Intelligente_Tutoriell.html].

Mathematisch- Lerntherapeutisches Institut (Hrsg.) (1997): D.E.R.D. Diagnostikum zur Erfassung der Rechenschwäche / Dyskalkulie. Düsseldorf.

Mathematisch- Lerntherapeutisches Institut (Hrsg.) (2002): Empfehlungen zur Überprüfung von elementaren pränumerischen und arithmetischen Grundlagen. Düsseldorf.

Mayer, Werner Paul (1998): Auswirkungen von Lernsoftware auf die Befindlichkeit und Lerneffizienz von Schülern. Eine Medienwirkungsstudie zum Englischlernen in der Berufsschule. Friedrichshafen a. B.

Medienwerkstatt-online.de (2004): [http://www.medienwerkstatt-online.de/products/lernwerkstatt_gs/lernwerkstatt_urteile.html].

Metzler, Beate (2001): Hilfe bei Dyskalkulie. Lernen durch Handeln bei Rechenschwäche. Dortmund.

Milz, Ingeborg (1995): Rechenschwäche erkennen und behandeln. 3. Auflage. Dortmund.

Mitzlaff, Hartmut (Hrsg.) (1996): Handbuch Grundschule und Computer. Vom Tabu zur Alltagspraxis. Weinheim / Basel.

Möderl, Karin (2003): Die Bedeutung des Sprachverständnisses in der Mathematik. In: Lenart, Friederike / Holzer, Norbert / Schaupp, Hubert (Hrsg.): Rechenschwäche Rechenstörung Dyskalkulie. Erkennung: Prävention: Förderung. Graz.

Mohr, Paul Thomas (2003): Computergestützter Unterricht in der Grundschule. In: Basiswissen Grundschule. Band 11. Hohengehren.

Müller, Albert / Müller, Karl H. / Stadler, Friedrich (Hrsg.) (2001): Konstruktivismus und Kognitionswissenschaft. Kulturelle Wurzeln und Ergebnisse. Heinz von Foerster gewidmet. Zweite, aktualisierte und erweiterte Auflage. Wien / New York.

Müller, Gerhard N. / Wittmann, Erich Ch. (1984): Der Mathematikunterricht in der Primarstufe. Ziele – Inhalte – Prinzipien – Beispiele. 3., neubearbeitete Auflage. Braunschweig / Wiesbaden.

Müller, Gerhard N. / Wittmann, Erich Ch. (2000): Handbuch produktiver Rechenübungen. Band 1. Vom Einspluseins zum Einmaleins. 2. überarbeitet Auflage. Stuttgart / Düsseldorf / Berlin / Leipzig.

Nagl, Ludwig (1998): Pragmatismus. Frankfurt am Main.

Nicklaus, P. (2000): Qualität selber testen. In: Bildung Schweiz: ‚Lernsoftware'.

Niedermann, Albin (1993): Mathematik in der Primarschule – Lernstandserfassung, Fördermaßnahmen. Abklärungsmittel bei Rechenstörung. 1994: Lernstandserfassung im Fach Mathematik. Sitten.

Niedermann, Albin (2001): Förderdiagnostische Hilfsmittel zur Lernstanderfassung im Schulfach Mathematik. In: Schweizerische Zeitschrift für Heilpädagogik. 2 / 2001. [http://www.szh.ch/d/pdf/zeit_muster_alt14.pdf].

Ostrander, Sheila und Nancy / Schroeder, Lynn (1990): "Superlearning" Die revolutionäre Lernmethode. Leichter lernen ohne Stress. München.

Padberg, Friedhelm (1996): Didaktik der Arithmetik. 2., vollständig überarbeitete und erweiterte Auflage. Lehrbücher und Monographien zur Didaktik der Mathematik. Band 7. Mannheim / Leipzig / Wien / Zürich.

Padberg, Friedhelm / Dankwerts, Rainer / Stein, Martin (1995): Zahlbereiche. Eine elementare Einführung. Heidelberg / Berlin / Oxford.

Palme, Inge (2003): Kriterien bei der Wahl des Förder-Instituts bei Dyskalkulie. Herausgegeben vom Landesverband Legasthenie Nordrhein- Westfalen e. V. Arbeitskreis Legasthenie / Dyskalkulie. Olpe.

Pauli, Christine Ursula (1998): Computergestützte Schülerzusammenarbeit im Mathematikunterricht. Zürich.

Peter-Koop, Andrea (1998): Das besondere Kind im Mathematikunterricht. Peter Sorger zum 60. Geburtstag gewidmet. Offenburg.

Peter-Koop, Andrea / Sorger, Peter (Hrsg.) (2002): Mathematisch besonders begabte Kinder als schulische Herausforderung. Offenburg.

Piaget, Jean / Szeminska, Alina (1965): Die Entwicklung des Zahlbegriffs beim Kinde. Stuttgart.

Popp, Walter (1999): Fachdidaktik Mathematik. Ein entwicklungsgeschichtlicher Ansatz. Köln.

Pzm-luzern.ch (2004): [http://www.pzm-luzern.ch/FDMA/downloads.htm#Kriterienlisten].

Radatz, Hendrik (1980): Fehleranalysen im Mathematikunterricht. Braunschweig.

Radatz, Hendrik (1993): Rechenschwäche – Früh erkennen!? In: Grundschulunterricht. 40 (6). S. 22-24.

Radatz, Hendrik / Schipper, Wilhelm (1983): Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen. Hannover.

Radatz, Hendrik / Schipper, Wilhelm / Dröge, Rotraut / Ebeling, Astrik (1998): Handbuch für den Mathematikunterricht. 2. Schuljahr. Hannover.

Radatz, Hendrik / Schipper, Wilhelm / Ebeling, Astrid / Dröge, Rotraut (1996): Handbuch für den Mathematikunterricht. 1. Schuljahr. Hannover.

Ramacher- Faasen, Nicole (2000): Elternratgeber. Rechenschwierigkeiten. Dyskalkulie. Rechenschwäche. Heinsberg.

Rinkens, Hans-Dieter / Hönisch, Kurt (Hrsg.) (2004): Welt der Zahl. Ausgabe Grundschule Hessen, Rheinland-Pfalz und Saarland. Neubearbeitung. 2. Schuljahr. Hannover.

Röhrig, Rolf (1998a): Mathematik mangelhaft. Fehler entdecken, Ursachen erkennen, Lösungen finden. Arithmasthenie/Dyskalkulie: Neue Wege beim Lernen. Hamburg.

Röhrig, Rolf (1998b): Mathematik. 4. Klasse. Sachaufgaben. Reinbeck bei Hamburg.

Rusch, Gebhard / Schmidt, Siegfried J. (Hrsg.) (1994): Piaget und der Radikale Konstruktivismus. Frankfurt am Main.

Schanze, Helmut (Hrsg.) (2002): Metzler Lexikon Medientheorie Medienwissenschaft. Ansätze – Personen – Grundbegriffe. Weimar.

Scherer, Petra (1995): Entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht der Schule für Lernbehinderte. Heidelberg.

Schill, Wolfgang / Tulodziecki, Gerhard / Wagner, Wolf- Rüdiger (Hrsg.) (1992): Medienpädagogisches Handeln in der Schule. Opladen.

Schilling, Sabine / Prochinig, Theres (2000): Praxisbuch Dyskalkulie. Rechenschwäche. Ursachen und Erscheinungsformen. Spielideen als vorbeugende Maßnahmen. Schaffhausen.

Schipper, Wilhelm (2003): Thesen und Empfehlungen zum schulischen und außerschulischen Umgang mit Rechenstörungen. In: Lenart, Friederike / Holzer, Norbert / Schaupp, Hubert (Hrsg.): Rechenschwäche Rechenstörung Dyskalkulie. Erkennung: Prävention: Förderung. Graz.

Schmassmann, Margret (2003): Lernförderung und zeitgemäße Mathematikdidaktik. Aktiv-entdeckendes Lernen bei mathematischen Lernschwierigkeiten. In: Lenart, Friederike / Holzer, Norbert / Schaupp, Hubert (Hrsg.): Rechenschwäche Rechenstörung Dyskalkulie. Erkennung: Prävention: Förderung. Graz.

Schneewind, Klaus A. / Brandtstädter, Jochen (Hrsg.) (1980): Erziehungsstilforschung. Theorien, Methoden und Anwendung der Psychologie elterlichen Erziehungsverhaltens. Bern.

Schönweiss, Friedrich (1997): Computerlernen oder die Anbetung eines elektronischen Zauberstabs. In: Psychologie heute. S. 67 – 71. Januar 1997.

Schönweiss, Friedrich (1998): Computereinsatz bei Lernschwierigkeiten. Neue Perspektiven für eine Sozialpädagogisierung von Bildung und Erziehung? Göttingen / Bern / Toronto / Seattle.

Schönweiss, Friedrich (2000a): Bildung als Bedrohung? Der holprige Weg zu einem neuen Bildungsideal. Leicht veränderte und um einen aktuellen Anhang erweiterte Zweitauflage. Münster.

Schönweiss, Friedrich (2000b): Bildung in Zeiten des Internet. Über aktuelle Mythen, Hoffnungen und Perspektiven. Münster.

Schreiber, Alfred (2001): Kontexte für entdeckendes Lernen. [http://www.uni-flensburg.de/mathe/zero/veranst/didmath/kontexte_fuer_entdeckendes_lernen/kontexte_fuer_entdeckendes_lernen.html].

Schrodi, Franz (1999): „Rechenschwäche“ in den subjektiven Theorien von Grundschullehrerinnen und Grundschullehrern. Eine qualitativ empirische Untersuchung. Regensburg.

Schuber, Klaus (2003): Innovation und Ordnung. Grundlagen einer pragmatischen Theorie und Politik. Münster / Hamburg / London.

Schulmeister, Rolf (1996): Grundlagen hypermedialer Lernsysteme. Theorie - Didaktik - Design. New York.

Schulmeister, Rolf (2000): Didaktische Aspekte hypermedialer Lernsysteme. Lernvoraussetzungen, kognitive Re- Interpretation und Interaktion. In: Kammerl, Rudolf (Hrsg.): Computerunterstütztes Lernen. Oldenbourg / München.

Schulmeister, Rolf (2002): Grundlagen hypermedialer Lernsysteme. Theorie – Didaktik – Design. 3., korrigierte Auflage. München.

Schulz, A. (1995): Lernschwierigkeiten im Mathematikunterricht der Grundschule. Berlin.

Schulz, Andreas (2003): Integrative Lerntherapie – eine außerschulische Hilfe für Kinder mit Rechenschwäche. In: Fritz, Annemarie / Ricken, Gabi / Schmidt, Siegbert (Hrsg.) (2003): Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Ein Handbuch. Weinheim / Basel / Berlin.

Schwarz, Margret (1999): Rechenschwäche? Wie Eltern helfen können. Berlin.

Schwarz, Margret (2001): Rechenschwäche? Wie Eltern helfen können. Berlin.

Schwerin, Alexander v. (1995): Hilfe, mein Kind kann nicht rechnen! München.

Seidel, Christoph / Lipsmeier, Antonius (1989): Computerunterstütztes Lernen. Entwicklungen – Möglichkeiten – Perspektiven. Stuttgart.

Selter, Christoph / Spiegel, Hartmut (2001): Wie Kinder rechnen. Leipzig / Stuttgart.

Speck, Dieter (2003): Im Schatten der Geschwister. WDR 2. Hörerservice Westzeit. Sendung vom 2.4.03 mit Dieter Speck Diplompsychologe und Psychotherapeut. [http://www.wdr.de/radio/wdr2/westzeit/psychologie030402.pdf].

Steeg, Friedrich H. (1996): Lernen und Auslese im Schulsystem am Beispiel der Rechenschwäche. Mehrebenenanalyse der Funktionen unseres Bildungssystems und Versuch einer ideologiekritischen Folgerung auf didaktische Ansätze und praktische Umsetzungen. Frankfurt am Main.

Stern, Elsbeth (2003): Früh übt sich – Neuere Ergebnisse aus der LOGIK-Studie zum Lösen mathematischer Textaufgaben. In: Fritz, Annemarie / Ricken, Gabi / Schmidt, Siegbert (Hrsg.): Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Ein Handbuch. Weinheim / Basel / Berlin.

Strittmatter, Peter / Mauel, Dirk (1997): Einzelmedium, Medienverbund und Multimedia. In: Issing, Ludwig J. / Klisma, Paul (Hrsg.): Information und Lernen mit Multimedia. 2., überarbeitete Auflage. Weinheim.

Strittmatter, Peter / Niegemann, Helmut (2000): Lehren und Lernen mit Medien. Eine Einführung. Darmstadt.

Strzebkowski, Robert (1997): Realisierung von Interaktivität und multimedialen Präsentationstechniken. In: Issing, Ludwig J. / Klisma, Paul (Hrsg.): Information und Lernen mit Multimedia. 2., überarbeitete Auflage. Weinheim.

Terhart, Ewald (1997): Lehr- Lern- Methoden. Eine Einführung in Probleme der methodischen Organisation von Lehren und Lernen. 2. Auflage. Weinheim.

Terhart, Ewald (2002): Standards für die Lehrerbildung. Eine Expertise für die Kultusministerkonferenz. Münster.

Thiel, Oliver (2001): Rechenschwäche und Basisfunktionen. Wissenschaftliche Analyse empirischer Untersuchungen zu Zusammenhängen zwischen Lernschwierigkeiten im Mathematikunterricht und basalen Fähigkeiten des Menschen. Volxheim.

Thiel, Oliver (2003): Wie entstehen Rechenschwierigkeiten im Mathematikunterricht. In: Lenart, Friederike / Holzer, Norbert / Schaupp, Hubert (Hrsg.) (2003): Rechenschwäche Rechenstörung Dyskalkulie. Erkennung: Prävention: Förderung. Graz.

Thissen, Frank (1999): Lerntheorien und ihre Umsetzung in multimedialen Lernprogrammen – Analyse und Bewertung. In: BIBB Multimedia Guide Berufsbildung. Berlin. [http://www.frank-thissen.de/lernen.pdf].

Titze, Ingeborg / Tewes, Uwe (1984): Messung der Intelligenz bei Kindern mit dem HAWIK-R. Bern / Stuttgart / Wien.

Toman, Hans (2002): Computerkinder in der Grundschule. Zur Aneignung individueller Medien- und Internetkompetenz auf der Basis vorhandener Lesekompetenz am Ende des 1. Schuljahrs. Hohengehren.

Trommer-Melliger, Margret (1992): Handlungs- und Denkmodelle von Jugendpsychologen bei Lernstörungen unter besonderer Berücksichtigung von „Legasthenie“ und „Dyskalkulie“. Zürich.

Tulodziecki, Gerhard (1991): Medienerziehung in Schule und Unterricht. 2., neubearbeitete Auflage. Bad Heilbrunn / Obb.

Tulodziecki, Gerhard / Hagemann, Wilhelm / Herzig, Bardo / Leufen, Stefan / Mütze, Christa (1996): Neue Medien in den Schulen: Projekte-Konzepte-Kompetenzen. Gütersloh.

Tulodziecki, Gerhard / Herzig, Bardo (2002): Computer und Internet im Unterricht. Medienpädagogische Grundlagen und Beispiele. Berlin.

Tulodziecki, Gerhard / Six, Ulrike u. a. (2000): Medienerziehung in der Grundschule. Grundlagen, empirische Befunde und Empfehlungen zur Situation in Schule und Lehrerbildung. Opladen.

Uni-bayreuth.de (2004): [http://www.uni-bayreuth.de/departments/ev_theologie3/elearning/IUK/Sitzungen/mat_09_iuk_up_030618.htm].

Uni-bielefeld.de (2004): [http://wwwhomes.uni-bielefeld.de/wdrexler/htmldata/statistik/Mathe/indexMengen.htm].

Uni-paderborn.de (2004): [http://math-www.uni-paderborn.de/Forschung/AG/Didaktik/mathetreff/pdf/SoftGes_t.pdf].

User.cs.tu-berlin.de (2004) [http://user.cs.tu-berlin.de/~matthi/sui/txt5.html].

Van de Walle, John A. (1994): Elementary school mathematics. Teaching developmentally. White Plains. NY. Longman.

Viet, Ursula (1982): Mathematikunterricht. Basel.

Vlastimil, Polák (1996): Einige Überlegungen zu einem veränderten Lernverständnis: Arbeitsberichte zur Curriculumentwicklung. Schul- und Unterrichtsforschung. Arbeitsbericht Nr. 37. Soest.

Wagner, Hans-Jürgen (2003): Rechnen mit der Null. In: Fritz, Annemarie / Ricken, Gabi / Schmidt, Siegbert (Hrsg.): Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Ein Handbuch. Weinheim / Basel / Berlin.

Wallrabenstein, Wulf (1991): Offene Schule – offener Unterricht. Ratgeber für Eltern und Lehrer. Reinbek bei Hamburg.

Weber, Erich (1986): Erziehungsstile. 8. Auflage. Donauwörth.

Weber, W. (1994): Globalkriterien zur Bewertung von Unterrichtssoftware. In: Krauthausen, Günther / Herrmann, Volker: Computereinsatz in der Grundschule? Stuttgart. [http://www.ph-heidelberg.de/wp/gerve/sucomputer/download/kri_webe.pdf].

Wehrmann, Michael (2003a): Qualitative Diagnostik von Rechenschwierigkeiten im Grundlagenbereich Arithmetik. Berlin.

Wehrmann, Michael (2003b): QUADRIGA. Qualitative Diagnostik von Rechenschwierigkeiten im Grundlagenbereich Arithmetik. Informelles Testverfahren für das 1. bis 6. Schuljahr. Braunschweig.

Weichbrodt, Käthe (1994): Rechenschwäche – oder nicht? Grundschule (5). S. 25-27.

Weidemann, Bernd (1997): Mulitcodierung und Multimodalität im Lernprozeß. In: Issing, Ludwig J. / Klisma, Paul (Hrsg.): Information und Lernen mit Multimedia. 2., überarbeitete Auflage. Weinheim.

Weidemann, Bernd / Krapp, Andreas et. al. (Hrsg.) (1994): Pädagogische Psychologie. Ein Lehrbuch. 3. Auflage. Weinheim.

Weigand, Hans-Georg / Weth, Thomas (2002): Computer im Mathematikunterricht. Neue Wege zu alten Zielen. Heidelberg / Berlin.

Weigel, Bernd (2003): Leitgedanken zur Weiterentwicklung des Mathematikunterrichtes. Einführungsreferat der Auftaktveranstaltung zur Fortbildungsreihe „Weiterentwicklung der Unterrichtsreihe Mathematik“ (WUM) an Grund- und Sonderschulen. Schwäbisch Gmünd. [http://www.ssa-gmuend.de/WUM-Lged.pdf].

Wember, Franz B. (1996): Anzahl und Ordnungszahl. Anschauer und Zähler – Über Streitfragen mit Tradition und Möglichkeiten einer kontentvaliden Lernstandsmessung im elementaren mathematischen Lernbereich. S. 105-136. In: Eberle, Gerhard / Kornmann Reimer (Hrsg.): Lernschwierigkeiten und Vermittlungsprobleme im Mathematikunterricht an Grund- und Sonderschulen. Möglichkeiten der Vermeidung und Überwindung. Weinheim 1996.

Werner, Christine (2002): Didaktisch -methodische Vorlagen und Muster in elektronisch vernetzten Lehr- /Lernsystemen. [http://www.inf.tu-dresden.de/~cw7/Beleg/EndfassungBelegWerner.pdf].

Westram, Hiltrud (2000): Internet in der Schule. Ein Medium für alle! Forschung Erziehungswissenschaft. Band 75. Opladen.

Winter, Heinrich (1994): Mathematik entdecken. Neue Ansätze für den Unterricht in der Grundschule. 4. Auflage. Frankfurt am Main.

Winter, Heinrich (1996): Sachrechnen in der Grundschule. Problematik des Sachrechnens. Funktionen des Sachrechnens. Unterrichtsprojekte. 3. Auflage. Berlin.

Wittmann, Erich Ch. (1981): Grundfragen des Mathematikunterrichts. 6., neu bearbeitete Auflage. Braunschweig.

Wöckel, Stefan (2002): Internet in der Grundschule. Medienpädagogische und –didaktische Grundlagen. Leipzig.

Zech, Friedrich (1998): Grundkurs Mathematikdidaktik. Theoretische und praktische Anleitungen für das Lehren und Lernen von Mathematik. 9. Auflage. Weinheim / Basel.

Zentrale Koordination Lehrerausbildung der WWU (Hrsg.) (2001): Reflexionen und Visionen eines technologiegestützten Mathematikunterrichts. Tagesdokumentation. T3- Winterakademie Spital am Pyhrn. 1. – 6. Januar 2001. ZKL- Texte Nr. 17. Münster.

6.2 Lernprogramme

Alfons Abenteuer. Mathematik Klasse 1 (2002). Die Suche nach den Hitzemonstern. Schroedel.

Alfons Abenteuer. Mathematik Klasse 2. (2002). Alfons und der Zauberfluch. Schroedel.

Alfons Lernwelt. Mathematik Klasse 1-2 (1999). Schroedel.

Billi Bannis interaktive Rechenreise (1997). Alter 5-9. Tewi.

Blitzrechnen (1998). Kopfrechnen im 1. und 2. Schuljahr. 2. Auflage. Heureka-Klett.

Denken und Rechnen 1 (2002). 1. Klasse. Inklusive Begleitheft. Westermann-Multimedia.

Denken und Rechnen 2 (2003). 2. Klasse. Inklusive Begleitheft. Westermann-Multimedia.

Die Zahlenstadt (1996). Von 4-8 Jahre. Ravensburger Interaktive Media.

Emil und Pauline im Zirkus (2003). Erstes Zählen und Rechnen. Für die 1. Klasse. United Soft Media.

Emil und Pauline im Weltraum (1999). Deutsch und Mathe für die 4. Klasse. United Soft Media.

Freddy vampirisch gute Noten (2003). Mathematik Klasse 2. Tivola.

Galswin Spiel + Lern Abenteuer. 2. Klasse (2001). bhv-software.

Janosch Vorschule und Schulstart (2003). Vorschule 1. Mathe und Logik. Terzio.

Lernen macht Spaß - auf dem Bauernhof. (2001). 1. Klasse. Mathematik. Deutsch. Verkehrserziehung. Konzentration. Terzio.

Lernen macht Spaß - im Zauberwald. (2002). 2. Klasse. Mathematik. Deutsch. Sachkunde. Konzentration. Terzio.

Lollipop Mathematik 1. Klasse (2001). Cornelsen Software. Berlin.

Lollipop Mathematik 2. Klasse (2001). Lernen macht Spaß in Lolopolis. Cornelsen Software.

Mathe Workshop (1995). Ein unterhaltsames Lern- und Übungsprogramm für Kinder. Brlderbund.

Mathematikus Klasse 1 (2000). Westermann-Multimedia.

Mathematikus Klasse 2 (2002). Westermann-Multimedia.

Max und Mario - Die Suche nach dem Zauberstab (2000). Spielend für die Grundschule lernen. Ab 6. bhv.

Mega Mathe Blaster (1996). Rechnen lernen. 1. bis 6. Klasse. Davidson und Associates.

Plus und Minus (1998). 5-7 Jahre. Spielerische zusammenziehen und abziehen lernen. Dudenverlag.

Spaß mit Mathe (1) (1999). Mathematik spielend lernen. Hauptthema: Maßeinheiten. Chromis-Softwareentwicklung.

Startklar. Abenteuer Zahlen (1999). Vermittelt grundlegende Kenntnisse der Zahlenwelt. 6-9 Jahre. Havas.

Verstehen – Welt der Zahl. Mathematik Klasse 3 (1999). Schroedel.