

Jan Hinrich Thies

**Die Messung von Gamow-Teller- und
Fermi-Übergangsstärken im
Massenbereich von $A = 26$ bis 178 und
Extraktion von Kernmatrixelementen
für den doppelten β -Zerfall**

—2012—

Experimentelle Physik

**Die Messung von Gamow-Teller- und
Fermi-Übergangsstärken im Massenbereich von
 $A = 26$ bis 178 und Extraktion von
Kernmatrixelementen für den doppelten
 β -Zerfall**

Inaugural-Dissertation zur Erlangung des Doktorgrades der
Naturwissenschaften im Fachbereich Physik der
Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät der Westfälischen
Wilhelms-Universität Münster

vorgelegt von

Jan Hinrich Werner Günter Thies

aus Osnabrück

— 2012 —

19. Dezember 2012

Dekan: Prof. Dr. Markus Donath

Erster Gutachter: Prof. Dr. Dieter Frekers

Zweiter Gutachter: Prof. Dr. Alfons Khoukaz

Tag der mündlichen Prüfung: 3. Mai 2013

Tag der Promotion: 3. Mai 2013

Zusammenfassung

In dieser Arbeit werden mehrere Experimente mit Ladungsaustauschreaktionen beschrieben, analysiert und ausgewertet. Gegenstand der Untersuchungen sind Kerne, die u.a. im Hinblick auf die Neutrinophysik von Interesse sind. Die Experimente ermöglichen einen detaillierteren Einblick in die Kernstruktur einfacher und doppelter β -Zerfallskerne als bisherige Untersuchungen.

Obwohl eine Vertrautheit mit den wichtigsten (kern-)physikalischen Begriffen zum Verständnis dieser Arbeit vorausgesetzt wird, soll im ersten Kapitel eine kompakte Zusammenfassung der Neutrinophysik den Einstieg in diese Arbeit erleichtern, da die Motivation zur Realisierung der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Experimente zum Teil in der Neutrinophysik liegt. Der Schwerpunkt der Zusammenfassung liegt dabei auf der Verständlichkeit im Hinblick auf die vorliegende Arbeit und nicht auf der Vollständigkeit der dargestellten Sachverhalte.

Für das unmittelbare Verständnis dieser Arbeit ist eine Konkretisierung der Reaktions- und $\beta\beta$ -Zerfallstheorie unverzichtbar, was im zweiten Kapitel behandelt wird. Dort wird auf die Eigenarten des einfachen und doppelten β -Zerfalls eingegangen und die Verbindung zwischen der jeweiligen Zerfallsart und den Ladungsaustauschreaktionen hergestellt, die im Rahmen der Reaktionstheorie mathematisch beschrieben werden.

Die Experimente wurden am Research Center for Nuclear Physics (RCNP) in Osaka, Japan durchgeführt. Die Beschreibung der Experimentiereinrichtung erfolgt im dritten Kapitel. Im vierten Kapitel wird die Auswertung der gewonnenen Daten besprochen. In Kapitel fünf wird die Methodik erklärt, wie die im Experiment gewonnenen Daten mit dem β - bzw. $\beta\beta$ -Zerfall in Verbindung stehen.

Im sechsten Kapitel werden die Ergebnisse für die Analyse des Galliums vorgestellt und deren Auswirkungen auf die Neutrinoexperimente GALLEX und SAGE diskutiert.

Die Ergebnisse der Untersuchungen an den $\beta\beta$ -Zerfallskernen ^{76}Ge , ^{82}Se , ^{96}Zr

und ^{100}Mo folgen im siebten Kapitel. Die Resultate werden vor dem Hintergrund des $\beta\beta$ -Zerfalls diskutiert.

Das achte Kapitel beinhaltet die Analysen der Isotope im Massenbereich von $A = 26$ bis 178, die dem Verständnis des Zusammenhangs zwischen β -Zerfall und Ladungsaustauschreaktionen dienen.

Ein Hinweis zur Notation der Zahlen: Die Angabe der Werte erfolgt ausschließlich in der englischen Schreibweise.

Im Rahmen dieser Arbeit entstanden mehrere Veröffentlichungen:

- *A technique for the preparation of thin self-supporting metallic gallium targets* in NUCLEAR INSTRUMENTS AND METHODS IN PHYSICS RESEARCH A 621, 704 im Jahr 2010 [1].
- *The $^{71}\text{Ga}(^3\text{He}, t)$ reaction and the low-energy neutrino response* in PHYSICS LETTERS B 706, 134 im Jahr 2011 [2].
- *The $(^3\text{He}, t)$ reaction on ^{76}Ge , and the double- β decay matrix element* in PHYSICAL REVIEW C 86, 014304 im Jahr 2012 [3].
- *High-resolution $^{100}\text{Mo}(^3\text{He}, t)^{100}\text{Tc}$ charge-exchange experiment and the impact on double- β decays and neutrino charged-current reactions* in PHYSICAL REVIEW C 86, 044309 im Jahr 2012 [4].
- *High-resolution $^{96}\text{Zr}(^3\text{He}, t)$ experiment and the matrix element for double- β decay* in PHYSICAL REVIEW C 86, 054323 im Jahr 2012 [5].

Abstract

This work presents the analysis and results of several experiments using charge-exchange reactions performed on nuclei, which are not only of interest for neutrino physics but also for nuclear structure investigations. The performed experiments provide a deeper insight into the nuclear structure of β and double- β nuclei than it has been possible before.

Several experiments that have been realized in the course of this thesis were motivated by the neutrino physics. The theoretical outline, which focussed on the subjects necessary for the comprehension of this work is given in chapter 1.

This work begins with a short overview of the physics relevant for performing the experiments. This includes the reaction theory as well as the single and the double- β decay (chapter 2). The third chapter gives a description of the facility at the RCNP, Osaka University, where the experiments have been performed. The method of the data evaluation is given in the fourth and fifth chapter.

The results of the charge-exchange reaction on the Gallium isotopes and the consequences on the experiments GALLEX and SAGE are discussed in chapter seven.

In the 8th chapter the results of the charge-exchange reactions on the double- β decaying nuclei ^{76}Ge , ^{82}Se , ^{96}Zr and ^{100}Mo are presented and discussed in the context of $\beta\beta$ decay.

Chapter 9 contains the results of the experiments relevant for nuclear structure. Hence several isotopes in the mass range from $A = 26$ to $A = 178$ have been investigated focussing only on the connection between β decay and charge-exchange reactions.

Several publications that have been written and published during this work are given below:

- *A technique for the preparation of thin self-supporting metallic gallium targets* im NUCLEAR INSTRUMENTS AND METHODS IN PHYSICS RESEARCH

A 621, 704 in 2010 [1].

- *The $^{71}\text{Ga}(^3\text{He}, t)$ reaction and the low-energy neutrino response* in PHYSICS LETTERS B 706, 134 in 2011 [2].
- *The $(^3\text{He}, t)$ reaction on ^{76}Ge , and the double- β decay matrix element* in PHYSICAL REVIEW C 86, 014304 in 2012 [3].
- *High-resolution $^{100}\text{Mo}(^3\text{He}, t)^{100}\text{Tc}$ charge-exchange experiment and the impact on double- β decays and neutrino charged-current reactions* in PHYSICAL REVIEW C 86, 044309 in 2012 [4].
- *High-resolution $^{96}\text{Zr}(^3\text{He}, t)$ experiment and the matrix element for double- β decay* in PHYSICAL REVIEW C 86, 054323 in 2012 [5].

Inhaltsverzeichnis

Zusammenfassung	v
Abstract	vii
1 Einleitung	13
1.1 Neutrionatur	13
1.2 Oszillationen und Massen	15
1.3 Solare Neutrinos	17
1.4 Ausblick	22
2 Theorie	23
2.1 Der einfache β -Zerfall	23
2.2 $\beta\beta$ -Zerfall	26
2.2.1 $2\nu\beta\beta$ -Zerfall	26
2.2.2 $0\nu\beta\beta$ -Zerfall	29
2.3 Ladungsaustauschreaktion	33
2.3.1 Die effektive Wechselwirkung	33
2.3.2 t_{NN} -Eigenschaften	36
2.3.3 Ladungsaustauschreaktion	38
2.3.4 (n,p) - und (p,n) -Typ-Reaktionen	39
3 Messmethoden	43
3.1 RCNP	43
3.1.1 Die WS <i>Beam Line</i>	43
3.1.2 <i>Grand Raiden Spectrometer</i>	47
3.1.3 <i>Focal Plane Detectors</i>	47
3.1.4 Das <i>Trigger</i> -System	55
3.1.5 Ionenoptik der WS <i>Beam Line</i>	55
3.1.6 <i>Faint Beam Method</i>	60
3.1.7 Fokussierungsmethoden	60
3.1.8 Datenaufnahme und -verarbeitung	64
3.2 Durchführung	65
3.2.1 <i>Target</i> -Präparation	65

4	Auswertung	69
4.1	Spurrekonstruktion	69
4.1.1	Realisierung in ORZ	69
4.1.2	Mathematische Betrachtung	75
4.1.3	<i>Driftlength</i> -Korrektur	75
4.2	Fokalebenekonstruktion	79
4.3	<i>Sieve-Slit</i> -Analyse	79
4.4	Detektorakzeptanz	84
4.5	Bestimmung des Strahl- <i>Offsets</i>	85
4.6	Abbildungsfehler	85
4.7	Raumwinkelnormierung	86
4.8	Danebenschieß-Korrektur	95
4.9	Energiekalibrierung	95
5	WQ, Stärken und Fehler	101
5.1	<i>Peak</i> -Wirkungsquerschnitt	101
5.2	Wirkungsquerschnitt	101
5.3	Modellrechnungen	102
5.4	$B(\text{GT})$ und $B(\text{F})$	103
5.4.1	Extrapolation	103
5.4.2	Wirkungsquerschnitte	104
5.4.3	$\log ft$ -Normierung	104
5.4.4	Verhältnis R^2	104
5.5	Fehlerberechnung	108
5.5.1	Wirkungsquerschnitt eines Datenpunkts	108
5.5.2	Wirkungsquerschnitt bei $\theta = 0^\circ$	108
5.5.3	Wirkungsquerschnitt bei $q = 0$	108
5.5.4	Fehler der GT- bzw. F-Stärke	109
6	${}^{\text{nat},69,71}\text{Ga}({}^3\text{He}, t)$	111
6.1	${}^{71}\text{Ga}$	112
6.1.1	Analyse ${}^{71}\text{Ga}({}^3\text{He}, t){}^{71}\text{Ge}$ -Reaktion	113
6.1.2	Diskussion der Ergebnisse aus der ${}^{71}\text{Ga}({}^3\text{He}, t){}^{71}\text{Ge}$ -Reaktion	121
6.1.3	Ausblick	124
6.2	${}^{\text{nat}}\text{Ga}$	132
6.2.1	Die g.s.-Übergänge	132
6.2.2	Die F-Übergänge	135
6.2.3	Diskussion	135
6.3	${}^{69}\text{Ga}$	138
6.3.1	Analyse	138
6.3.2	Diskussion	143

7	$\beta\beta$-Zerfall	147
7.1	$^{76}\text{Ge}(^3\text{He},t)$	148
7.1.1	Analyse	149
7.1.2	DWBA-Modellrechnungen	155
7.1.3	$B(\text{GT})$ - und $B(\text{F})$ -Extraktion	155
7.1.4	Isotopenbestimmung	159
7.1.5	Extraktion des Matrixelements	160
7.1.6	Faltung	165
7.1.7	Diskussion	167
7.2	$^{82}\text{Se}(^3\text{He},t)$	179
7.2.1	Analyse	179
7.2.2	DWBA-Modellrechnungen	183
7.2.3	$B(\text{GT})$ - und $B(\text{F})$ -Extraktion	183
7.2.4	Extraktion des Matrixelements	191
7.2.5	Faltung	192
7.2.6	Diskussion	194
7.3	$^{96}\text{Zr}(^3\text{He},t)$	205
7.3.1	Analyse	206
7.3.2	DWBA-Modellrechnungen	210
7.3.3	$B(\text{GT})$ - und $B(\text{F})$ -Extraktion	211
7.3.4	Extraktion des Matrixelements	214
7.3.5	Isotopenbestimmung	214
7.3.6	Diskussion	215
7.4	$^{100}\text{Mo}(^3\text{He},t)$	224
7.4.1	Analyse	225
7.4.2	DWBA-Modellrechnungen	226
7.4.3	$B(\text{GT})$ - und $B(\text{F})$ -Extraktion	228
7.4.4	Extraktion des ME	232
7.4.5	Diskussion	233
7.5	Diskussion	236
7.6	Ausblick	237
8	R^2	241
8.1	DWBA-Modellrechnungen	242
8.2	Stärke-Extraktion	242
8.3	$^{26}\text{Mg}(^3\text{He},t)$	244
8.3.1	Analyse	244
8.3.2	Diskussion	244
8.4	$^{30}\text{Si}(^3\text{He},t)$	248
8.4.1	Analyse	248
8.4.2	Diskussion	248
8.5	$^{48}\text{Ca}(^3\text{He},t)$	253
8.5.1	Analyse	253

	8.5.2	Diskussion	253
8.6		$^{78}\text{Se}(^3\text{He},t)$	257
	8.6.1	Analyse	257
	8.6.2	Diskussion	257
8.7		$^{118}\text{Sn}(^3\text{He},t)$	262
	8.7.1	Analyse	262
	8.7.2	Diskussion	262
8.8		$^{120}\text{Sn}(^3\text{He},t)$	267
	8.8.1	Analyse	267
	8.8.2	Diskussion	267
8.9		$^{140}\text{Ce}(^3\text{He},t)$	273
	8.9.1	Analyse	273
	8.9.2	Diskussion	273
8.10		$^{178}\text{Hf}(^3\text{He},t)$	278
	8.10.1	Analyse	278
	8.10.2	Diskussion	278
8.11		Diskussion des Wertes R^2	283
8.12		Ausblick	286
A Abkürzungen			289
B NORMOD			291
C FOLD			295

Kapitel 1

Einleitung

Im Jahre 1930 postulierte Wolfgang Pauli das Neutrino (ν) als hypothetisches Teilchen, damit die Energie- und Impulserhaltung im einfachen β -Zerfall nicht verletzt wurden:

$$n \longrightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e. \quad (1.1)$$

Mit diesem Teilchen konnte die kontinuierliche Form des Elektronenspektrums erklärt werden. Das Neutrino selbst sollte dabei masselos und elektrisch neutral sein. Eine Konsequenz der geforderten Eigenschaften wäre, dass das Neutrino ausschließlich der schwachen Wechselwirkung unterläge.

Etwa ein Vierteljahrhundert später konnte das Neutrino im Poltergeist-Experiment von Cowan *et al.* [6] nachgewiesen werden. In den 1960er Jahren erfolgte der Nachweis des Myon-Neutrinos und in den 1970er Jahren der des Tau-Neutrinos.

1.1 Neutrionatur

Die Diskussion in diesem Kapitel bedient sich der Argumentation aus den Referenzen [7, 8, 9, 10, 11]. Das Standardmodell (SM) der Teilchenphysik unterscheidet drei Arten von Elementarteilchen: das Spin-0-Higgsboson, das Spin-1-Eichboson und das Spin-1/2-Fermion. Zu der letzten Kategorie zählt u.a. das Lepton, von dem drei Familien mit ihren jeweiligen (Anti-)Teilchen bekannt sind:

$$\begin{aligned} \text{Leptonen:} & \quad (\nu_e, e^-), \quad (\nu_\mu, \mu^-), \quad (\nu_\tau, \tau^-) \\ \text{Antileptonen:} & \quad (\bar{\nu}_e, e^+), \quad (\bar{\nu}_\mu, \mu^+), \quad (\bar{\nu}_\tau, \tau^+) \end{aligned}$$

bei denen e, μ, τ das Elektron, Myon und Tau, sowie $\nu_{e,\mu,\tau}$ das Elektron-, Myon- und Tau-Neutrino bedeuten. Die Neutrinos besitzen keine Ladung. Die zugeordnete additive Quantenzahl heißt Leptonenzahl und ist für Leptonen $+1$ und für Antileptonen -1 .

Der Unterschied zwischen einem Teilchen und seinem Antiteilchen besteht in dem Vorzeichenwechsel der Ladung, der Ladungskonjugation C . Würde das Neutrino

eine Ladung besitzen, würde die Ladungskonjugation das Teilchen in sein Antiteilchen überführen [12, 13]:

$$(\nu)^C = \bar{\nu}. \quad (1.2)$$

Zusätzlich muss der Bewegungszustand berücksichtigt werden. Die Ausrichtung des Spins zur Flugrichtung wird mit der Helizität \mathcal{H} beschrieben: Ist der Spin der Flugrichtung entgegen gesetzt, ist $\mathcal{H} = -1$; das Teilchen wird als linkshändig bezeichnet. Experimentell konnten bislang ausschließlich linkshändige Neutrinos ν_L und ausschließlich rechtshändige Antineutrinos $\bar{\nu}_R$ nachgewiesen werden. Die C -Konjugation kann jedoch ein linkshändiges nicht in ein rechtshändiges Teilchen überführen. Dazu bedarf es zusätzlich noch der Paritätstransformation P , geschrieben als

$$(\nu_L)^{CP} = \bar{\nu}_R. \quad (1.3)$$

Es gibt zwei Hypothesen zur Natur des Neutrinos [12, 13]:

1. Entspräche das Neutrino dem Charakter eines **Dirac-Teilchens**, wäre das C -konjugierte Teilchen ein neues, bislang nicht nachgewiesenes Teilchen:

$$(\nu_L)^C \neq \nu_L \quad \text{und} \quad (\nu_R)^C \neq \nu_R. \quad (1.4)$$

Insgesamt gäbe es in diesem Fall vier Zustände des Neutrinos: ν_L , ν_R , $\bar{\nu}_L$, $\bar{\nu}_R$.

2. Entspräche das Neutrino dem Charakter eines **Majorana-Teilchens**, würde die C -Konjugation das Neutrino in sein eigenes Antiteilchen überführen:

$$(\nu_L)^C = \bar{\nu}_L = \nu_L \quad \text{und} \quad (\nu_R)^C = \bar{\nu}_R = \nu_R. \quad (1.5)$$

Es gäbe lediglich zwei Zustände des Neutrinos: ν_L , $\bar{\nu}_R$.

In die Unterscheidung zwischen Dirac- und Majorana-Neutrinos fließt auch die Masse mit ein: Im Falle einer von Null verschiedenen Neutrinomasse $m(\nu) > 0$ ist $v(\nu) < c$. Im Bezugssystem \mathcal{I}_1 hätte das Neutrino $\mathcal{H} = +1$, d.h. Spin und Flugrichtung wären parallel. Es gibt aber auch ein Bezugssystem \mathcal{I}_2 , das sich mit $v > v(\nu)$ parallel zu \mathcal{I}_1 bewegt. Im Bezugssystem \mathcal{I}_2 wäre die Flugrichtung des Neutrinos jedoch umgekehrt (Lorentz-Transformation: $\nu_L \rightarrow \nu_R$), d.h. $\mathcal{H} = -1$. Daraus ergibt sich:

- Fall $m(\nu) = 0$: Die Lorentz-Transformation hat keine Auswirkung auf \mathcal{H} , da sich beide Bezugssysteme mit c bewegen. Es existieren die beiden Teilchen ν_L und $\bar{\nu}_R$, die der schwachen Wechselwirkung unterliegen. Beide Teilchenzustände sind verträglich mit der Dirac- bzw. Majorana-Natur. Die anderen beiden Zustände ν_R und $\bar{\nu}_L$ sind davon getrennt; sie nehmen nicht an der schwachen Wechselwirkung teil. Falls sie existieren, wären sie Kandidaten für sogenannte *sterile* Neutrinos.
- Fall $m(\nu) \neq 0$: In diesem Fall ist unklar, ob es vier (Gleichung (1.4)) oder zwei Neutrino-Zustände (Gleichung (1.5)) gibt. Die Beobachtung des $0\nu\beta\beta$ -Zerfalls könnte eine Antwort liefern.

1.2 Neutrinooszillationen und -massen

Der *Flavor* eines freien Neutrinos ist im Vakuum zeitlich nicht konstant. Dieses konnte mittels atmosphärischer und solarer Neutrinos sowie mit Reaktor-neutrinos nachgewiesen werden. Mathematisch betrachtet stellt die Oszillation eine lineare Superposition der Leptoneneigenzustände $|\nu_\alpha\rangle$ ($\alpha = e, \mu, \tau$) mit den Masseneigenzuständen $|m_i\rangle$ ($i = 1, 2, 3$) der Neutrinos dar [10]:

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_i U_{\alpha i} |m_i\rangle, \quad (1.6)$$

mit der unitären Matrix $U_{\alpha i}$.

Mit dem Ansatz einer zeitlichen Entwicklung des erzeugten Neutrinos kann die Wahrscheinlichkeit $\mathcal{W}(\nu_\beta) = |\langle \nu_\beta | \nu_\alpha(L) \rangle|^2$ für die Beobachtung des Neutrinos ν_β mit der Energie E nach der Flugstrecke L ermittelt werden [10]:

$$\mathcal{W}(\nu_\beta) = \left| \sum_i U_{\beta i}^* U_{\alpha i} \exp\left(-i \frac{m_i^2}{2E} L\right) \right|^2. \quad (1.7)$$

Aus Gleichung (1.7) folgt, dass eine Neutrinooszillation nur auftritt, wenn die Massen der einzelnen Neutrinosorten ungleich Null sind.

Hinweis: Der Ansatz in Gleichung (1.6) ist unter der Annahme dreier (bekannter) Neutrinofamilien gemacht worden, die jeweils einen geladenen leptonischen Partner haben. Diese Annahme schließt nicht die Existenz weiterer Neutrinosorten aus. Ein weiteres Neutrino hätte keinen geladenen Partner, könnte also nicht an das \mathcal{W} -Boson koppeln. Es käme nur eine Kopplung an das neutrale \mathcal{Z} -Boson infrage. Untersuchungen haben allerdings ergeben, dass ein \mathcal{Z} -Boson nur in die drei bekannten Neutrinofamilien zerfallen kann. Folglich ist eine Kopplung an das \mathcal{Z} -Boson auch nicht möglich. Ein solches nicht-koppelndes Neutrino wird deswegen *steril* genannt [8, 9].

Die unitäre Matrix U aus Gleichung (1.6) ist die Neutrino- bzw. Leptonen-Mischungsmatrix. Die Parametrisierung der Cabibbo–Kobayashi–Maskawa-Matrix (CKM-Matrix) ist abhängig von der Natur der Neutrinos (in der Notation als Drehmatrizen):

$$\mathcal{U} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\Theta_{23}) & \sin(\Theta_{23}) \\ 0 & -\sin(\Theta_{23}) & \cos(\Theta_{23}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\Theta_{13}) & 0 & \sin(\Theta_{13}) \exp(i\varphi) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\Theta_{13}) \exp(i\varphi) & 0 & \cos(\Theta_{13}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\Theta_{12}) & \sin(\Theta_{12}) & 0 \\ -\sin(\Theta_{12}) & \cos(\Theta_{12}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (1.8)$$

Hier beschreibt Θ_{ij} den Mischungswinkel und φ die Phase möglicher CP -Verletzungen in der Neutrinomischung. Eine solche Phase ist bislang nicht beobachtet worden.

Falls die Neutrinos Majorana-Teilchen sind, wird die Parametrisierung in (1.8) multipliziert mit der Matrix \mathcal{M} , d.h. $U_{ij}^{\text{Maj}} = \mathcal{U} \cdot \mathcal{M}$ mit

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \exp(i\vartheta_1/2) & 0 \\ 0 & 0 & \exp(i\vartheta_2/2) \end{pmatrix}. \quad (1.9)$$

Darin stellen die Winkel ϑ_i die Majorana-Phasen mit $\vartheta_i \in [0, 2\pi]$ dar. Die Matrix $\mathcal{U}_{ij}^{\text{Maj}}$ wird auch Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata-Matrix (PMNS-Matrix) genannt. Die Majorana-Phasen sind in Oszillationsexperimenten nicht zugänglich.

Im Rahmen von Oszillationsexperimenten sind die Differenzen der Massenquadrate $|m_i^2 - m_j^2| = \Delta m_{ij}^2$ [8, 9] bestimmt worden:

$$\begin{aligned} |m_{21}^2| &= (7.59 \pm 0.21) \times 10^{-5} \text{ eV}^2, \\ |m_{32}^2| &= (2.43 \pm 0.13) \times 10^{-3} \text{ eV}^2. \end{aligned}$$

Die Mischungparameter sind bekannt als

$$\begin{aligned} \sin^2(2\Theta_{12}) &= 0.861_{-0.022}^{+0.026}, \\ \sin^2(2\Theta_{13}) &= 0.092 \pm 0.016(\text{stat.}) \pm 0.005(\text{syst.}), \\ \sin^2(2\Theta_{23}) &= 1(90\% \text{C.L.}). \end{aligned}$$

Die Ergebnisse sind Referenz [8, 9] entnommen, mit Ausnahme von $\sin^2(2\Theta_{13})$ [14].

Der *Flavor* des Neutrinos ist auch beim Materiedurchgang nicht konstant. Mikheyev, Smirnov [15] und Wolfenstein [16] konnten zeigen, dass die Mischung der Neutrinos in Materie verändert wird (MSW-Effekt) [17, 18]. Die Ursache hierfür liegt in der unterschiedliche Wechselwirkung der einzelnen Neutrinosorten mit der Materie. Alle Neutrinosorten können über neutrale Ströme (engl. *Neutral Current*, NC) wechselwirken, die Elektroneneutrinos können zusätzlich auch über geladene Ströme wechselwirken (engl. *Charged Current*, CC). Dies führt zu einer Wechselwirkung der ν_e mit den Materieelektronen. Die Auswirkungen des MSW-Effekts hängen von der Elektronendichte N_e der Materie ab und müssen bei nicht-konstanter Dichte numerisch berechnet werden [18]. Weiterführende Erklärungen können in den Referenzen [17, 18, 19] gefunden werden.

Neutrinooszillationsexperimente deuten darauf hin, dass die Neutrinos eine Masse besitzen. Der absolute Wert der Neutrinomasse ist jedoch unbekannt. Unklar ist auch, welcher Massenzustand der schwerste ist und wie groß die Massendifferenzen sind. Hier wird unterschieden zwischen dem *Degenerate Case* und

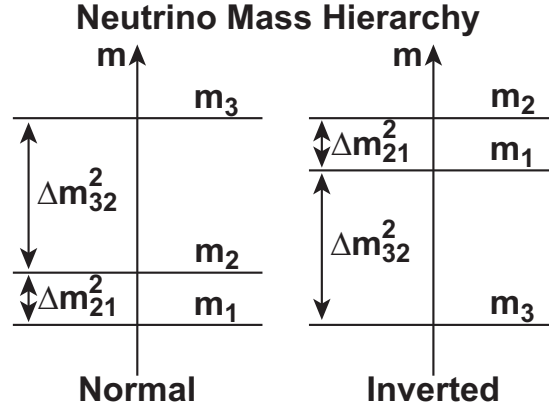


Abbildung 1.1 – Darstellung der möglichen Neutrinomassenhierarchie: Auf der linken Seite ist die normale Hierarchie, auf der rechten Seite die Anordnung nach der invertierten Hierarchie dargestellt. Bislang kann kein Fall ausgeschlossen werden, da das Vorzeichen von Δm_{32}^2 unbekannt ist. Abbildung nach Referenz [21].

dem *Hierarchical Case*: Im ersten Fall haben alle Neutrinosorten ungefähr dieselbe Masse und für die Massendifferenzen gilt [20]

$$\sqrt{\Delta m_{ik}^2} \ll m_i. \quad (1.10)$$

Im zweiten Fall wäre die leichteste Masse kleiner als die Massendifferenz Δm_{23}^2 . Welcher Massenzustand der schwerste ist, kann derzeit nicht beantwortet werden, möglich sind zwei Fälle:

1. Die *Normal Hierarchy*: es gilt

$$m(\nu_3) > m(\nu_2) > m(\nu_1).$$

2. Die *Inverted Hierarchy*: es gilt

$$m(\nu_2) > m(\nu_1) > m(\nu_3).$$

Dass $m(\nu_2) > m(\nu_1)$ gilt, ist durch den MSW-Effekt bekannt [18]. Die Situation wird in Abbildung 1.1 dargestellt.

1.3 Solare Neutrinos

In der Sonne gibt es zwei Prozesse, die der Energiegewinnung dienen: Zum einen die sogenannte *pp*-Zyklus und zum anderen den CNO-Zyklus. Die *pp*-Zyklus trägt zu 98.4% und der CNO-Zyklus zu 1.6% zur Energiegewinnung bei. Bei beiden Prozessen entstehen Neutrinos. Der Nachweis der solaren Neutrinos auf der Erde

kann sowohl zur Überprüfung von Sonnenmodellen als auch zur Überprüfung der Neutrino-Physik dienen.

In der pp -Zyklus spielt die schwache Wechselwirkung eine entscheidende Rolle. Der dominierende Prozess ist die Fusion von Protonen p zu ${}^4\text{He}$:

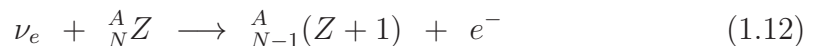


Die große Anzahl von Protonen in der Sonne macht diese Reaktion trotz des kleinen Wirkungsquerschnitts ($\sigma \sim 10^{-23}$ barn bei $T_{\text{solar}} \sim 10^7$ K) möglich. Dem Zyklus folgen weitere Prozesse, die zu ${}^4\text{He}$, ${}^7\text{Li}$, ${}^7\text{Be}$, ${}^8\text{B}$ und ${}^8\text{Be}$ führen. In diesen Prozessen werden z.T. auch Neutrinos erzeugt. Die Prozesse werden in Abbildung 1.2 dargestellt.

Im CNO-Zyklus werden ebenfalls aus Protonen ${}^4\text{He}$ erzeugt, dabei wirkt Kohlenstoff als Katalysator. Bei diesen Reaktionen entstehen z.T. auch Neutrinos. Diese haben eine Energie $E(\nu_e) < 1.7$ MeV. Somit trägt auch dieser Zyklus zum solaren Neutrinospektrum bei. Eine detaillierte Beschreibung kann in den Referenzen [10, 11, 17] gefunden werden. Der CNO-Zyklus wird in Abbildung 1.3 dargestellt.

Zur Vorhersage des Sonnenneutrinospektrums sind Modellrechnungen erforderlich. Ausgehend von Gleichungen, die das hydrodynamische Gleichgewicht, den Energietransport und die Energieerzeugung beschreiben, kann ein Neutrino-Fluss Φ für die einzelnen Reaktionen ermittelt werden [13, 17]. Zu den notwendigen Annahmen und Parametern zählen das Sonnenalter, die Leuchtkraft, chemische Häufigkeiten und Opazitäten. Die durch das Standard-Sonnenmodell (SSM) berechneten Flüsse, werden in Tabelle 1.1 angegeben. Eine Übersicht des Neutrino-flussspektrums wird in Abbildung 1.4 dargestellt.

Der Nachweis von Neutrinos kann über die Reaktion (inverser β -Zerfall, CC):



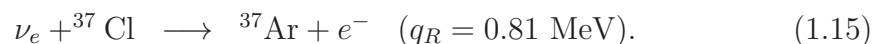
erfolgen. Anforderungen an den $(Z+1)$ -Kern sind Instabilität, eine geeignete Halbwertszeit und ein geringer Reaktions- Q -Wert Q_R . Die Produktionsrate ergibt sich zu

$$R = N \cdot \int \Phi(E) \cdot \sigma(E) \cdot dE, \quad (1.13)$$

in der N die Anzahl der *Target*-Atome bedeutet, Φ den Neutrino-Fluss darstellt und σ der Wirkungsquerschnitt der Nachweisreaktion ist [17]. Die Produktionsrate entspricht der Einfangrate, der die Einheit *Solar Neutrino Unit* (SNU) zugeordnet wird. Dabei gilt:

$$1 \text{ SNU} = 10^{-36} \text{ Einfänge pro } {}^{37}\text{Cl-Target-Atom pro Sekunde}. \quad (1.14)$$

Das erste auf einer Einfangreaktion basierende Nachweisexperiment war das Homestake-Experiment [22]. Hier wurde ${}^{37}\text{Cl}$ als Detektor verwendet:



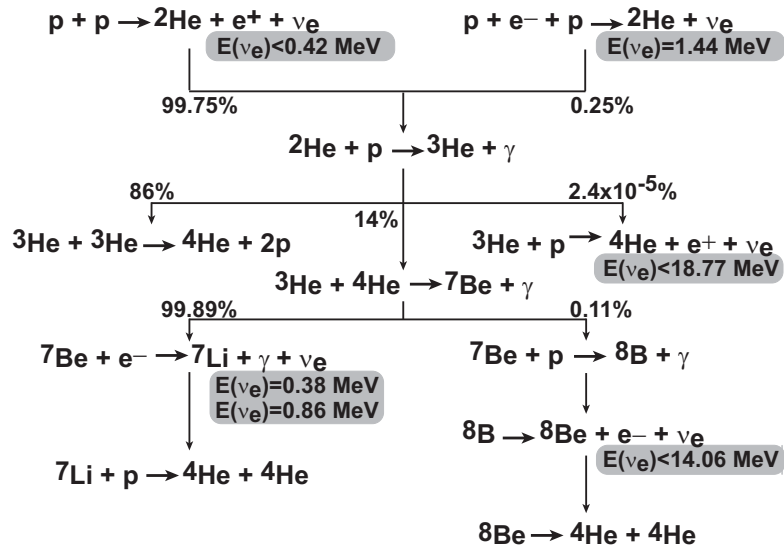


Abbildung 1.2 – Darstellung des pp -Zyklus mit Fokus auf Reaktionen, bei denen Neutrinos entstehen. Zusätzlich sind deren Energien angegeben. Abbildungen nach den Referenzen [10, 11, 17].

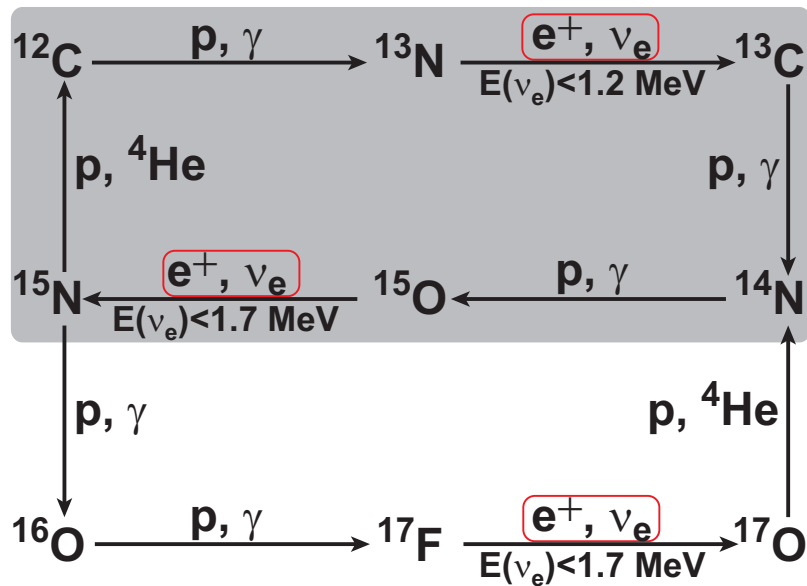


Abbildung 1.3 – Darstellung des CNO-Zyklus: Der grau hinterlegte Kreislauf zeigt den Hauptprozess. Gekennzeichnet sind die β^+ -Zerfallsprozesse, bei denen Neutrinos entstehen. Zusätzlich sind deren Energien angegeben. Abbildungen nach den Referenzen [10, 11, 17].

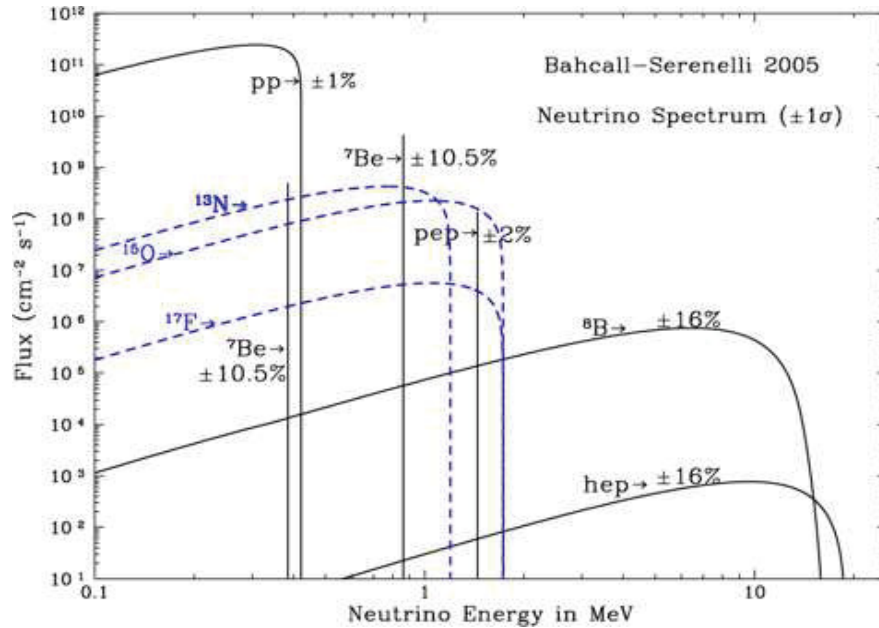
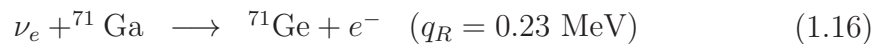


Abbildung 1.4 – Darstellung des Neutrino fluxes der Sonne. Abbildung nach den Referenzen [10, 11, 17].

Das Isotop eignet sich aufgrund des niedrigen Reaktions- Q -Werts und der geringen Halbwertszeit des Tochterisotops ($T_{1/2}({}^{37}\text{Ar}) = 35.04(4)$ Tagen [23]) als Detektormaterial. Mit der Reaktion können Neutrinos aus den ${}^7\text{Be}$ - und ${}^8\text{B}$ -Ketten nachgewiesen werden (vergleiche Abbildung 1.2).

Der gemessene Neutrino flux beträgt weniger als 34% des über das SSM erwarteten Fluxes [22] (vergleiche Tabelle 1.1). Damit war das sogenannte *solare Neutrinoproblem* geboren. Es wurde später vom sogenannten Kamiokande-Experiment bestätigt, das 46% des erwarteten Fluxes über eine Neutrino-Elektron-Streuung nachweisen konnte [24]. Die seit den 1990er Jahren durchgeführten Experimente Gallium Experiment (GALLEX) und Soviet-American Gallium Experiment (SAGE), denen die Reaktion



zugrunde liegt ($T_{1/2}({}^{71}\text{Ge}) = 11.43(3)$ Tagen [23]), konnten nur 52% der über das SSM erwarteten Ereignisse nachweisen (vergleiche Tabelle 1.1). Aufgrund der geringeren Energieschwelle im Vergleich zum Homestake-Experiment wurde hier ein größerer Neutrino flux gemessen (vergleiche Tabelle 1.1).

Das Sudbury Neutrino Observatory (SNO) in Kanada konnte zur Lösung des Problems beitragen. Das SNO-Experiment besteht aus einem 1 kt fassenden Wassertank, der mit schwerem Wasser (D_2O) gefüllt ist [28]. Dieses Experiment konnte

Zyklus	ν -Fluss $\times 10^{10}$ [cm $^{-2}$ s $^{-1}$]	^{37}Cl [SNU]	^{71}Ga [SNU]
pp	$5.95^{+0.01}_{-0.01}$	0.0	69.7
pep	$1.40^{+0.015}_{-0.015} \times 10^{-2}$	0.22	2.8
hep	9.3×10^{-7}	0.04	0.1
^7Be	$4.77^{+0.10}_{-0.10} \times 10^{-1}$	1.15	34.2
^8B	$5.05^{+0.20}_{-0.16} \times 10^{-4}$	5.76	12.1
^{13}N	$5.48^{+0.21}_{-0.17} \times 10^{-2}$	0.09	3.4
^{15}O	$4.80^{+0.25}_{-0.19} \times 10^{-2}$	0.33	5.5
^{17}F	$5.63^{+0.25}_{-0.25} \times 10^{-4}$	0.0	0.1
	$\sum_{\text{SSM}} = 6.55^{+0.01}_{-0.01}$	$\sum_{\text{SSM}} = 7.6^{+1.3}_{-1.1}$	$\sum_{\text{SSM}} = 128^{+9}_{-7}$
		$\sum_{\text{exp}} = 2.56 \pm 0.22$	$\sum_{\text{exp}} = 66.1 \pm 3.1$

Tabelle 1.1 – Übersicht des Neutrinoﬂusses und der Einfangrate für Chlor und Gallium nach dem SSM (mit $pep = p + e^- + p$, $hep = ^3\text{He} + p$) nach Referenz [25]. Experimentell konnten die jeweiligen Einfangraten nicht bestätigt werden (siehe unterste Zeile); die Ergebnisse für die ^{37}Cl Einfangreaktion sind Referenz [26], die für ^{71}Ga der Referenz [27] entnommen worden.

die *Flavors* der Neutrinos mittels folgender Reaktionen messen [29]:

$$\begin{aligned}
\nu_e &+ d \longrightarrow p + p + e^- && (CC), \\
\nu_{e,\mu,\tau} &+ d \longrightarrow p + n + \nu_{e,\mu,\tau} && (NC), \\
\nu_{e,\mu,\tau} &+ e^- \longrightarrow \nu_{e,\mu,\tau} + e^- && (ES),
\end{aligned} \tag{1.17}$$

ES steht für *Elastic-Scattering-Reaction*. Die Energieschwelle für den *NC* liegt bei 2.2 MeV [28, 29] und für den *CC* ca 1.4 MeV [30]. Der *CC* kann ausschließlich Elektronneutrinos nachweisen, während die *NC* und *ES* sensitiv auf alle Neutrinoarten sind:

- ν_e über Z^0 - und W^\pm -Bosonen-Austausch (*NC* und *CC*),
- ν_μ, ν_τ über Z^0 -Bosonen-Austausch.

Eine Trennung zwischen Myon- und Tauneutrinos kann im Rahmen von SNO nicht erfolgen. Aufgrund der Energieschwelle kann SNO im Wesentlichen nur Neutrinos aus der ^8B -Reaktion nachweisen (siehe Abbildung 1.2).

Das Experiment am SNO konnte das Rätsel um das solare Neutrinoproblem auﬂösen [19]. Der gesamte Neutrinoﬂuss aus der ^8B -Reaktion entspricht der Vorhersage aus dem SSM, während für den Fluss der Elektronneutrinos

$$\frac{\Phi_{CC}}{\Phi_{NC}} = 0.306 \pm 0.026(\text{stat}) \pm 0.024(\text{syst}) \tag{1.18}$$

gefunden wurde [29]. Damit ergibt sich ein Defizit an ν_e . Die Daten lassen sich mit der Neutrinooszillation und dem MSW-Effekt erklären [11, 19].

1.4 Ausblick

Der Nachweis der Oszillation von Neutrinos impliziert, dass Neutrinos eine Masse besitzen. Der absolute Wert ist nicht bekannt.

Insgesamt gibt es drei Möglichkeiten zur Messung der absoluten Neutrinomasse [20]:

1. Der Nachweis der Neutrinos aus dem Urknall. Als sich das Universum nach dem Urknall auf $T \approx 3$ MeV abgekühlt hatte, koppelten die Neutrinos aus und bildeten die heutige Neutrino-Hintergrundstrahlung. Allerdings sind diese Neutrinos seit dem Urknall extrem abgekühlt und man erwartet eine Temperatur von ≤ 1.95 K [17]. Bedingt durch die geringe Temperatur ist ein experimenteller Nachweis dieser Neutrinos anspruchsvoll und bis heute nicht erfolgt.
2. Die direkte Messung über das Elektronenspektrum nahe des Endpunkts. Bisherige Messungen in Mainz und Troitsk ergaben, dass die Neutrinomasse ≤ 2 eV ist [20]. Im Rahmen des Nachfolgeexperiments KATRIN soll im Bereich bis 200 meV [31] nach einem Signal der Neutrinomasse gesucht werden.
3. Der Nachweis des $0\nu\beta\beta$ -Zerfalls (siehe Kapitel 2.2). Neben dem nachgewiesenen $2\nu\beta\beta$ -Zerfall gibt es einen theoretisch vorhergesagten Zerfallsmodus, der ohne die Emission zweier Neutrinos abläuft. In diesem Modus ist das Neutrino sein eigenes Antiteilchen, ein sogenanntes Majorana-Teilchen, und es ist massiv. Allerdings würde die Leptonenzahlerhaltung um zwei Einheiten verletzt. Die Untersuchungen an den $\beta\beta$ -Zerfallskernen ^{76}Ge , ^{82}Se , ^{96}Zr und ^{100}Mo in dieser Arbeit sollen zu einem besseren Verständnis des $\beta\beta$ -Zerfallsmechanismus beitragen.

Kapitel 2

Theorie

In diesem Kapitel werden Eigenarten des einfachen und des doppelten β -Zerfalls vorgestellt. Es wird dann der Zusammenhang zwischen dem β -Zerfall und den Ladungsaustauschreaktionen im Rahmen der Reaktionstheorie erklärt.

2.1 Der einfache β -Zerfall

Der β -Zerfall bedeutet auf Quark-Ebene die Umwandlung des d- bzw. u-Quarks:

$$\beta^- : d \longrightarrow u + e^- + \bar{\nu}_e, \text{ Austauschboson: } \mathcal{W}^- \quad (2.1)$$

und

$$\beta^+ : u \longrightarrow d + e^+ + \nu_e, \text{ Austauschboson: } \mathcal{W}^+. \quad (2.2)$$

Da das \mathcal{W}^\pm -Boson eine Masse von $m(\mathcal{W}^\pm)=80.399\pm 0.023$ GeV [8, 9] und damit nur eine kurze Reichweite hat, kann der β -Zerfall als Punktwechselwirkung behandelt werden (siehe Abbildung 2.1).

Ansatzpunkt zum Verständnis des β -Zerfalls ist das Verständnis des Spektrums der emittierten Elektronen erforderlich. Dazu wird die Produktionsrate von Elektronen betrachtet, die im Energieintervall $E + \Delta E$ erzeugt werden. Diese Rate ergibt sich entsprechend Fermi's Goldener Regel [10]:

$$\frac{d^2N}{dt dE} = \frac{2\pi}{\hbar} \cdot \rho(E) \cdot |\langle f | \Omega_{if} | i \rangle|^2, \quad (2.3)$$

in der Ω_{if} den Übergangsoperator darstellt, $\rho(E)$ die Zustandsdichte pro Energieintervall und $\langle f | \Omega_{if} | i \rangle$ das Matrixelement (ME) \mathcal{M} des Übergangs.

Im β -Zerfall gibt es zwei besondere Übergänge, bei denen jeweils die dritte Komponente des Isospins um eine Einheit geändert wird:

1. Der Fermi (F)-Übergang: Es gibt keine Änderung des Bahndrehimpulses und des Spins ($\Delta L = 0, \Delta S = 0$). Für den totalen Drehimpuls gilt $\Delta J =$

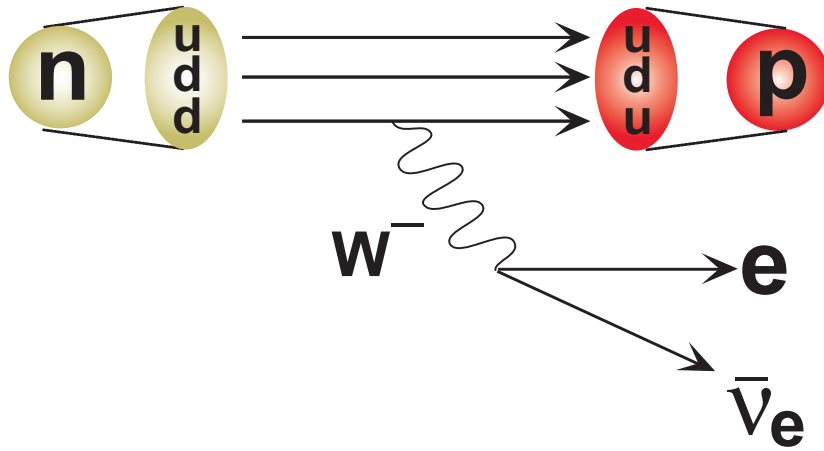


Abbildung 2.1 – Darstellung des β -Zerfalls auf der Quark-Ebene.

Übergang	ΔT	ΔT_z	ΔJ	ΔL	ΔS	$\Delta \pi$
Fermi	0	1	0	0	0	0
Gamow-Teller	0, 1	1	0 (kein $0^+ \rightarrow 0^+$), 1	0	1	0

Tabelle 2.1 – Auswahlregeln im erlaubten β -Zerfall. T bedeutet den Isospin und T_z die dritte Komponente des Isospins.

$\Delta L = \Delta S = 0$, sodass $J_f = J_i$ ist (siehe auch Abbildung 2.2). Übergänge mit $J_i = 0 \rightarrow J_f = 0$ sind reine F-Übergänge. Diese Art von Übergängen werden quantenmechanisch mit dem τ^\pm -Operator (Isospin-Operator) beschrieben.

2. Der Gamow-Teller (GT)-Übergang: Der Spin des zerfallenden Nukleons ändert sich ($\Delta S = 1$) (siehe auch Abbildung 2.2). Es gilt für den Drehimpuls:

$$|J_f - J_i| \leq \Delta J \leq J_f + J_i,$$

damit sind GT-Übergänge mit $J_f = J_i = 0$ nicht möglich. Der Übergangoperator für GT-Übergänge wird vom $\sigma\tau^\pm$ -Operator vermittelt (mit σ als dem Pauli-Spin-Operator). Übergänge mit $\Delta J = 1$ sind reine GT-Übergänge.

Beide Zerfallsarten gehören zu den erlaubten Übergängen. Die Auswahlregeln sind in Tabelle 2.1 zusammengefasst. Der Zusammenhang zwischen Fermi-Stärken und Matrixelement wird gegeben durch:

$$B(F) = \frac{1}{2J_i + 1} |\mathcal{M}_F|^2 \quad (2.4)$$

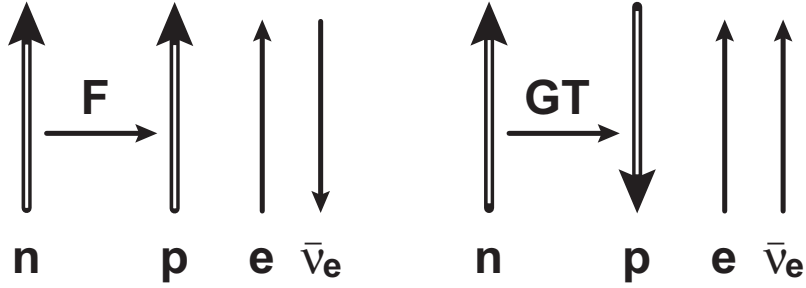


Abbildung 2.2 – Darstellung der Spin-Stellung im erlaubten β -Zerfall: Auf der linken Seite ist der Fermi-Übergang dargestellt, bei dem die Leptonen-Spins antiparallel ausgerichtet sind. Auf der rechten Seite ist der Gamow-Teller-Übergang dargestellt, hier sind die Leptonen-Spins parallel ausgerichtet.

in der über alle Nukleonen summiert wird und

$$\mathcal{M}_F = \langle f | \sum_i^A \tau^\pm | i \rangle. \quad (2.5)$$

Für GT-Übergänge gilt entsprechend [32]

$$B(\text{GT}) = \frac{1}{2J_i + 1} |\mathcal{M}_{\text{GT}}|^2 \quad (2.6)$$

und

$$\mathcal{M}_{\text{GT}} = \langle f | \sum_i^A \vec{\sigma} \vec{\tau} | i \rangle. \quad (2.7)$$

Der Zusammenhang zwischen Halbwertszeit des Zerfalls und der GT-Übergangsstärke wird gegeben durch [32]

$$B(\text{GT}) = \frac{2J_f + 1}{2J_i + 1} \cdot \frac{K}{10^{\log ft} (g_A)^2}. \quad (2.8)$$

In Gleichung (2.8) ist K ein kinematischer Faktor und g_A die Axialvektorkopplungskonstante. Dabei ist $K = 6146 \pm 6$ [32] und $g_A = -1.2694 \pm 8$ [8, 9].

2.2 Der doppelte β -Zerfall

2.2.1 $2\nu\beta\beta$ -Zerfall

Der $\beta\beta$ -Zerfall ist ein Zerfallsprozess zweiter Ordnung zwischen zwei Isotopen mit derselben Masse A , der die Protonenzahl Z des Mutterisotops um zwei Einheiten ändert. Der einfache β -Zerfall des Mutterisotops in das Tochterisotops ist dabei aus energetischen Gründen nicht erlaubt oder bedingt durch Drehimpulsüberträge hochgradig unterdrückt (vgl. Situation im ^{48}Ca , ^{96}Zr). Diese Bedingungen können nur von sogenannten gg -Kernen erfüllt werden.

Für den $\beta\beta$ -Zerfall werden zahlreiche Zerfallsmodi diskutiert, bei denen es z.T. zu einer Verletzung der Leptonen- und Ladungszahlerhaltung kommt; zunächst aber jene Zerfallsmodi, die die Erhaltungssätze erfüllen:

- Die Änderung der Protonenzahl $Z \rightarrow Z + 2$ um zwei Einheiten, auch als $\beta^-\beta^-$ -Zerfall bezeichnet. Die Reaktion verläuft gemäß

$$(Z, A) \longrightarrow (Z + 2, A) + 2e^- + 2\bar{\nu}_e \quad (2\nu\beta^-\beta^-), \quad (2.9)$$

d.h. die Leptonen- und die Ladungszahlen bleiben erhalten. Dieser als $2\nu\beta\beta$ -Zerfall bekannte Modus wurde bislang an elf verschiedenen Isotopen experimentell nachgewiesen (vergleiche Tabelle 2.2). Es sind insgesamt 35 Isotope bekannt, die in diese Richtung zerfallen können [33]. Die Halbwertszeiten für diesen Zerfallsmodus liegen im Bereich von 10^{18} bis 10^{24} Jahren (vergleiche auch Abbildung 2.3).

- Die Änderung der Protonenzahl $Z \rightarrow Z - 2$ um zwei Einheiten. Hier gibt es mehrere Möglichkeiten:

$$\begin{aligned} & (Z, A) \longrightarrow (Z - 2, A) + 2e^+ + 2\nu_e \quad (2\nu\beta^+\beta^+), \\ e^- + & (Z, A) \longrightarrow (Z - 2, A) + e^+ + 2\nu_e \quad (2\nu\beta^+\text{EC}), \\ 2e^- + & (Z, A) \longrightarrow (Z - 2, A) + 2\nu_e \quad (2\nu\text{ECEC}), \end{aligned} \quad (2.10)$$

mit EC als *Electron Capture*. Bislang konnte nur der $2\nu\text{ECEC}$ am ^{130}Ba radiochemisch nachgewiesen werden (vergleiche Tabelle 2.2). Insgesamt können 34 Isotope in diese Richtung zerfallen [33]. Die Halbwertszeiten liegen im Bereich von 10^{19} bis 10^{27} Jahren [33].

Im weiteren Verlauf wird nur der Modus $(2\nu\beta^-\beta^-)$ diskutiert.

Die Zerfallsrate bzw. die Halbwertszeit des $2\nu\beta\beta$ -Zerfalls ist gegeben durch [32]:

$$\Gamma^{2\nu} = \frac{1}{T_{1/2}^{2\nu}} = G^{2\nu}(Q, Z) \cdot |\mathcal{M}^{2\nu}|^2, \quad (2.11)$$

darin ist $G^{2\nu}(Q, Z)$ ein tabellierter Phasenraumfaktor (siehe z.B. Referenz [37]), der proportional zu

$$G^{2\nu}(E_0, Z) \propto \Omega \cdot \left(\frac{G_{\text{F}}}{\sqrt{2}} \cdot \cos(\theta_C) \right)^4 \cdot \mathcal{F}(Q) \quad (2.12)$$

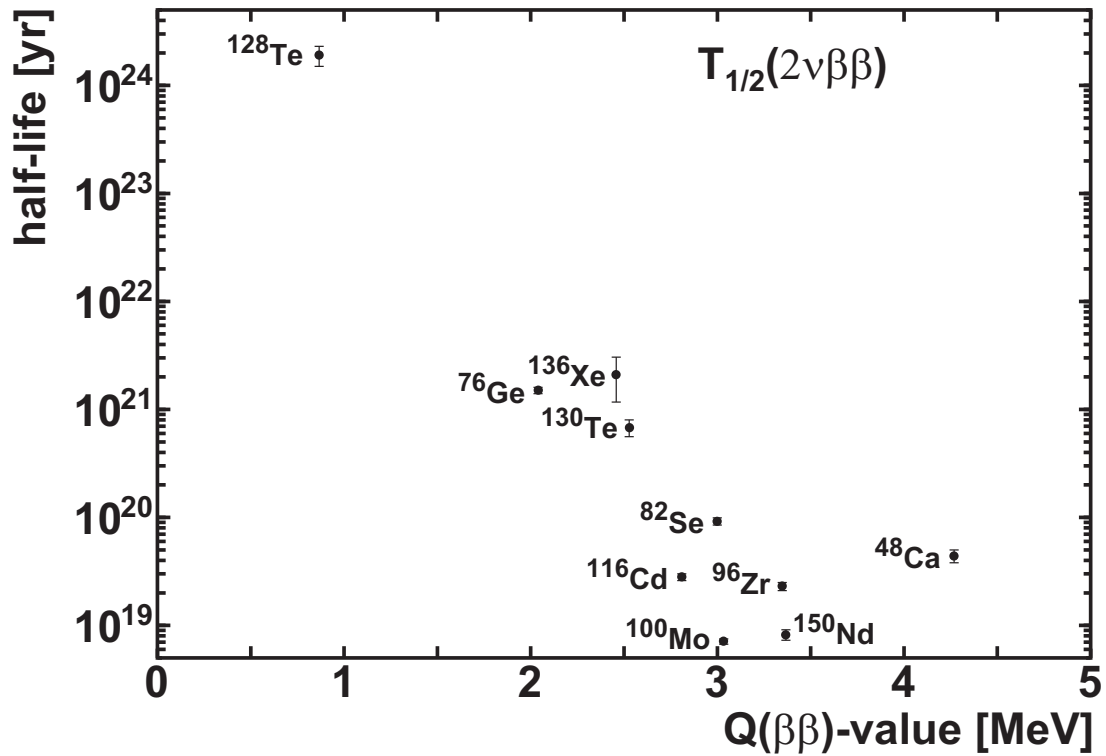


Abbildung 2.3 – Darstellung des Zusammenhangs zwischen $Q(\beta\beta)$ und der Halbwertszeit im $2\nu\beta\beta$ -Zerfall in logarithmischer Auftragung. Die Halbwertszeiten sind die gemittelten Werte nach Barabash [34], mit Ausnahme des ^{136}Xe [35]. Deutlich erkennbar ist der Trend, dass ein niedriger Q -Wert eine höhere Halbwertszeit bedeutet. Abbildung frei nach Referenz [36].

$2\nu\beta\beta$ -Zerfallsisotop	$T_{1/2}^{2\nu}$ [a]
^{48}Ca	$4.4^{+0.6}_{-0.5} \times 10^{19}$
^{76}Ge	$1.5(\pm 0.1) \times 10^{21}$
^{82}Se	$9.2(\pm 0.7) \times 10^{19}$
^{96}Zr	$2.3(\pm 0.2) \times 10^{19}$
^{100}Mo	$7.1(\pm 0.4) \times 10^{18}$
^{116}Cd	$2.8(\pm 0.2) \times 10^{19}$
^{128}Te	$1.9(\pm 0.4) \times 10^{24}$
^{130}Te	$6.8^{+1.2}_{-1.1} \times 10^{20}$
^{136}Xe	$2.11(\pm 0.94(\text{stat}) \pm 0.21(\text{syst})) \times 10^{21}$
^{150}Nd	$8.2(\pm 0.9) \times 10^{18}$
^{238}U	$2.0(\pm 0.6) \times 10^{21}$
ECEC-Zerfallsisotop	
^{130}Ba	$2.2(\pm 0.5) \times 10^{21}$

Tabelle 2.2 – Übersicht über $\beta\beta$ -Zerfallsisotope und deren Halbwertszeiten. Die Daten sind gemittelt aus Zählexperimenten und radiochemischen Experimenten [34] mit Ausnahme des Xenons. Der erste Nachweis des $2\nu\beta\beta$ -Zerfall am ^{136}Xe gelang der EXO-Kollaboration [35].

ist [32], darin ist G_F die Fermi-Konstante mit dem Wert $G_F = 1.16637(1) \times 10^{-5}$ [8, 9]; der Koeffizient θ_C ist der Cabibbo-Winkel $\cos(\theta_c) = 0.97377(27)$ [8, 9] und die $\mathcal{F}(Q)$ kann als Polynom elfter Ordnung des Zerfalls- Q -Werts ausgedrückt werden [32]. Ω enthält zerfallsspezifische Funktionen (vergleiche Referenzen [32, 36, 38]). Das Matrixelement $\mathcal{M}^{2\nu}$ des $\beta\beta$ -Zerfalls für den Fall eines $J_i^\pi = 0^+ \rightarrow J_f^\pi = 0^+$ ist gegeben durch [36]:

$$|\mathcal{M}^{2\nu}|^2 \propto A \cdot |\mathcal{M}_{\text{DF}}^{2\nu}|^2 - B \cdot |\mathcal{M}_{\text{DGT}}^{2\nu}|^2 - C \cdot \text{Re}(\mathcal{M}_{\text{DF}}^{2\nu} \cdot \mathcal{M}_{\text{DGT}}^{2\nu*}), \quad (2.13)$$

in der A, B, C Funktionen sind, in die zahlreiche Abhängigkeiten eingehen, wie z.B. Energien von Anfangs- und intermediären Kernen, Elektronen und Neutrinos, Impulse der Elektronen und Neutrinos; $\text{Re}()$ meint den Realteil des Klammersausdrucks. Die Matrixelemente sind gegeben als

$$\mathcal{M}_{\text{DF}}^{2\nu} \propto \sum_m \langle 0_f^+ | \sum_k \tau_k^\pm | 0_m^+ \rangle \langle 0_m^+ | \sum_k \tau_k^\pm | 0_i^+ \rangle \quad (2.14)$$

und

$$\mathcal{M}_{\text{DGT}}^{2\nu} \propto \sum_m \langle 0_f^+ | \sum_k \sigma_k \tau_k^\pm | 1_m^+ \rangle \langle 1_m^+ | \sum_k \sigma_k \tau_k^\pm | 0_i^+ \rangle, \quad (2.15)$$

wobei über alle Neutronen k im zerfallenen Kern und alle Zustände m im intermediären Kern summiert wird. Der Isospin-Operator τ kann nur im selben Isospin-Multiplett verschieben. Wenn Mutter- und Enkelkern zu einem unterschiedlichen Isospin-Multiplett gehören, reduziert sich Gleichung (2.13) auf den

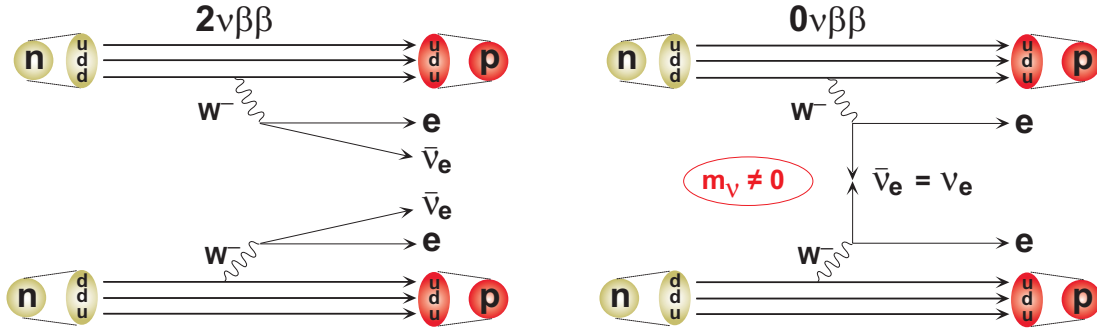


Abbildung 2.4 – Darstellung des $2\nu\beta\beta$ - und des $0\nu\beta\beta$ -Zerfalls auf Quark-Ebene. Der $0\nu\beta\beta$ -Zerfall ist dargestellt für den Fall massiver Neutrinos. Abbildung nach Referenz [39].

Koeffizienten \mathcal{M}_{DGT} . Für $\beta\beta$ -Zerfälle, die in $J_f^\pi = 1^+, 2^+$ -Zustände zerfallen, haben die Matrixelemente eine andere Form [36]. Diese Übergänge werden in dieser Arbeit nicht untersucht.

Das Gamow-Teller-Matrixelement \mathcal{M}_{DGT} ist die Summe des Produkts zweier β -Zerfalls-GT-Matrixelemente \mathcal{M}_{GT} . Im intermediären Kern tragen nur $J^\pi = 1^+$ -Zustände bei.

Das vollständige Matrixelement für den $2\nu\beta\beta$ -Zerfall für den Fall $J_i^\pi = 0^+ \rightarrow J_f^\pi = 0^+$ lautet [32]:

$$\mathcal{M}_{\text{DGT}}^{2\nu} = \sum_m \frac{\langle 0_f^+ | \sum_k \sigma_k \tau_k^\pm | 1_m^+ \rangle \langle 1_m^+ | \sum_k \sigma_k \tau_k^\pm | 0_i^+ \rangle}{\frac{1}{2} Q_{\beta\beta} + E_m - E_0}, \quad (2.16)$$

in der $Q_{\beta\beta}$ der $\beta\beta$ -Zerfalls- Q -Wert ist und $E_m - E_0$ die Energiedifferenz zwischen einem angeregten Zustand im intermediären Kern und dem *Ground State* (g.s.) des Mutterkerns (vergleiche Abbildung 2.5).

2.2.2 $0\nu\beta\beta$ -Zerfall

Von besonderer Bedeutung für die Neutrinophysik ist der leptonenzahlerhaltungs-verletzenden Fall im $\beta\beta$ -Zerfalls:

$$(Z, A) \longrightarrow (Z + 2, A) + 2e^- \quad (2\nu\beta^-\beta^-), \quad (2.17)$$

der ohne Neutrinoemission auskommt und nur auftreten kann, wenn das Neutrino sein eigenes Antiteilchen ist. Wird dieser Zerfallsmodus beobachtet, bedeuten das, dass das Neutrino ein massebehaftetes Majorana-Teilchen ist (vergleiche Kapitel 1.1).

Dieser Zerfall wird beschrieben als zwei direkt aufeinander folgende einfache β -Zerfälle, bei dem das am ersten Vertex emittierte virtuelle Neutrino am zweiten Vertex absorbiert wird [20, 36, 37, 38], siehe Abbildung 2.4. Diesem Verhalten

des virtuellen Neutrinos wird mathematisch mit sogenannten Neutrinopotenzialoperator

$$h_\nu(r, E_m)$$

Rechnung getragen [37], mit r als Abstand der beiden Zerfallsprozesse (im Bereich von 0.5 fm^{-1}) und E_m als Energie des intermediären Zustandes m . Der geringe Abstand ermöglicht die Anregung vieler intermediärer Zustände und höherer Multipole. Die ME haben dann die Form [37]:

$$\mathcal{M}_{\text{DF}}^{0\nu} \propto \langle 0_f^+ | \sum_{lk} \tau_l^- \tau_k^- h_\nu(r, E_m) | 0_i^+ \rangle \quad (2.18)$$

und

$$\mathcal{M}_{\text{DGT}}^{0\nu} \propto \langle 0_f^+ | \sum_{lk} \sigma_l \sigma_k \tau_l^- \tau_k^- h_\nu(r, E_m) | 0_i^+ \rangle. \quad (2.19)$$

Die Zerfallsrate ist gegeben durch [40]:

$$\Gamma^{0\nu} = G^{0\nu}(Q, Z) \cdot |\mathcal{M}^{0\nu}|^2 \cdot \langle m_\nu \rangle^2, \quad (2.20)$$

in der $G^{0\nu}$ einen berechenbaren Phasenraumfaktor, $\langle m_\nu \rangle^2$ die effektive Masse und $\mathcal{M}^{0\nu}$ das ME des $0\nu\beta\beta$ -Zerfalls darstellen. Das ME $\mathcal{M}^{0\nu}$ ist gegeben durch [37]:

$$|\mathcal{M}^{0\nu}|^2 = \left| \mathcal{M}_{\text{DGT}}^{0\nu} - \frac{g_V}{g_A} \cdot \mathcal{M}_{\text{DF}}^{0\nu} \right|^2. \quad (2.21)$$

Dieses ME wird auf Basis von Kernmodellen berechnet, die untereinander abweichende Ergebnisse liefern [39, 40]; eine Aufstellung verschiedener Ansätze ist in Referenz [37] gegeben.

Aus Gleichung (2.20) ergibt sich die Möglichkeit zur Extraktion der Neutrino-Masse, sofern der $0\nu\beta\beta$ -Zerfall beobachtet wird, denn die Zerfallsrate ist abhängig von der effektiven Neutrinomasse $\langle m_\nu \rangle^2$. Zur effektiven Masse tragen alle Massenzustände gemäß $U_{ij}^{\text{Maj}} = \mathcal{U} \cdot \mathcal{M}$ bei (vergleiche Kapitel 1.2), sodass sich

$$\langle m_\nu \rangle^2 = \left| \sum_j U_{ij}^{\text{Maj}} \cdot m_j \right|^2 \quad (2.22)$$

ergibt. In diesem Fall sind die Majorana-Phasen von Bedeutung, die in Oszillationsexperimenten nicht gemessen werden können [40]. Die Phasen können dafür sorgen, dass es in der Summe zu einer Auslöschung der einzelnen Beiträge kommt und damit $\langle m_\nu \rangle = 0 \text{ eV}$ ist [40].

Es gibt auch weitere Zerfallsmodi, die jedoch keinen direkten Bezug zu dieser Arbeit haben und an dieser Stelle nicht diskutiert werden sollen (hierfür siehe [33, 40]).

Gegenwärtig gibt es mehrere geplante Experimente, die nach einer Signatur des $0\nu\beta\beta$ -Zerfalls fahnden sollen. Diese untersuchen das Elektronenemissionsspektrum und suchen nach einem *Peak* bei $E = Q(\beta\beta)$ (Prinzipdarstellung in Abbildung 2.6). Die Experimente sind in Tabelle 2.3 aufgelistet (nach Referenz [33]).

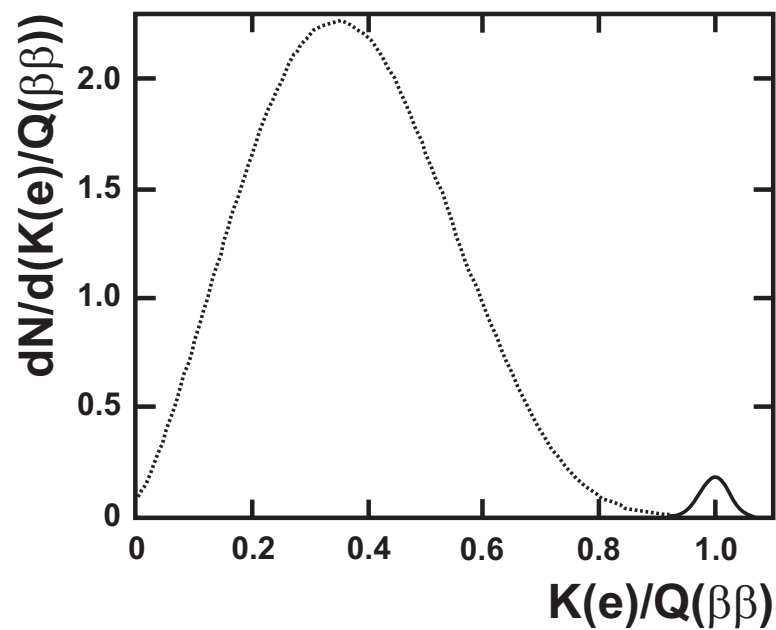


Abbildung 2.6 – Das kinetische Spektrum der im $\beta\beta$ -Zerfall emittierten Elektronen, dargestellt als Verhältnis zum $Q(\beta\beta)$. Im Fall des $2\nu\beta\beta$ -Zerfalls wird die gepunktete Linie beobachtet. Im $0\nu\beta\beta$ -Zerfall erscheint beim Endpunkt mit der Energie $Q(\beta\beta)$ ein Peak (durchgezogene Linie), hier mit endlicher Energieauflösung. Abbildung nach Referenz [41].

2.3 Theoretische Beschreibung der inelastischen Nukleon-Nukleus-Streuung

Die besprochenen β -Zerfälle stellen Kernumwandlungsprozesse dar, bei denen sich Neutronen in Protonen bzw. Protonen in Neutronen umwandeln. Diese können u.a. mit Ladungsaustauschreaktionen vom Typ (p,n) und (n,p) künstlich induziert und untersucht werden [32]. Auf diese Weise können Matrixelemente des einfachen β -Zerfalls rekonstruiert werden. Die Matrixelemente \mathcal{M}_{DGT} im $\beta\beta$ -Zerfall können nur ohne Phaseninformation rekonstruiert werden.

In diesem Kapitel soll ein Überblick über die theoretische Beschreibung von inelastischen Streuprozessen gegeben werden. Die Ausführungen folgen argumentativ jenen aus den Referenzen [42, 43, 44, 45]. Ausführliche Beschreibungen werden in den Referenzen [42, 46, 47, 48, 49] gegeben.

2.3.1 Die effektive Wechselwirkung

Ausgangspunkt zur Beschreibung von Ladungsaustauschreaktionen soll der Wirkungsquerschnitt sein, der experimentell zugänglich ist. Der Wirkungsquerschnitt für unpolarisierte Projektile und *Targets* kann in einem nicht-relativistischen Ansatz geschrieben werden als [45, 46, 49, 50]

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\mu_i\mu_f}{(2\pi\hbar^2)^2} \cdot \frac{k_f}{k_i} \cdot \frac{1}{2J_i + 1} \cdot |\mathcal{T}_{fi}|^2, \quad (2.23)$$

in der $\mu_{i,f}$ für die reduzierte Masse steht, $k_{i,f}$ für die Wellenzahl der einlaufenden und auslaufenden Welle. \mathcal{T}_{fi} ist dabei die Übergangsamplitude der Reaktion. Diese ist gegeben durch [45, 51]

$$\mathcal{T}_{fi} = \left\langle \vec{k}_f, \psi_f \left| \sum_j V_{jp} \right| \vec{k}_i, \psi_i \right\rangle, \quad (2.24)$$

in der $\vec{k}_{i,f}$ der Impuls und $\psi_{i,f}$ die Wellenfunktion der Eingangs- und Ausgangsteilchen sind. Das Potenzial V_{jp} ist an dieser Stelle ein allgemeines Potenzial, das die effektive Wechselwirkung zwischen dem Projektil p und einem Nukleon j des *Targets* beschreibt. V_{jp} hat dabei üblicherweise die Form [45, 51]

$$V_{jp} = V_{jp}^C(r) + V_{jp}^{LS}(r)\vec{L} \cdot \vec{S} + V_{jp}^T(r)S_{jp}(r), \quad (2.25)$$

in der die Indices C , LS und T für die zentrale, Spin-Orbit- und Tensor-Wechselwirkung stehen. Dabei ist \vec{L} der relative Drehimpuls zwischen Projektil und *Target* und $\vec{S} = \vec{s}_j + \vec{s}_i$. Die einzelnen Wechselwirkungskomponenten hängen dabei sowohl vom Isospin als auch von der Energie des Projektils ab. Sie enthalten auch die *Knock-Out*-Austausch-Terme (teilweise findet sich in der Literatur

auch die Bezeichnung *Knock-On* [43]). Alternativ lässt sich Gleichung (2.25) in Abhängigkeiten von der Spin- (S) und Isospin-Komponente (T) schreiben [51]:

$$\begin{array}{ccccc}
(S, T) & (0, 0) & (1, 0) & (0, 1) & (1, 1) \\
V_{jp} & = V_0^C(r) & + V_\sigma^C(r) \vec{\sigma}_j \cdot \vec{\sigma}_p & + V_\tau^C(r) \vec{\tau}_j \cdot \vec{\tau}_p & + V_{\sigma\tau}^C(r) \vec{\sigma}_j \cdot \vec{\sigma}_p \cdot \vec{\tau}_j \cdot \vec{\tau}_p \\
& + V^{LS}(r) \vec{L} \cdot \vec{s}_p & + V^{LS}(r) \vec{L} \cdot \vec{s}_j & + V^{LS}(r) \vec{L} \cdot \vec{s}_p \cdot \vec{\tau}_j \cdot \vec{\tau}_p & + V^{LS}(r) \vec{L} \cdot \vec{s}_j \cdot \vec{\tau}_j \cdot \vec{\tau}_p \\
& & + V^T(r) S_{jp} & & + V^T(r) S_{jp} \cdot \vec{\tau}_j \cdot \vec{\tau}_p
\end{array} \tag{2.26}$$

Die Aufspaltung der einzelnen Komponenten wie in Gleichung (2.26) erleichtert die Identifizierung von Spin- bzw. Isospinabhängigkeiten [44]:

- Alle Terme, in denen der Spin-Operator der Form σ_i , \vec{s}_i ($i = j \vee p$) oder S_{jp} enthalten ist, verursachen einen sogenannten Spinflip ($S = 1$).
- Alle Terme, in denen der Isospin-Operator der Form $\tau_j \cdot \tau_p$ enthalten ist, sorgen für Isospin-Übergänge ($T = 1$).

Im Rahmen dieser Arbeit werden Ladungsaustauschreaktionen bei einer Einschussenergie von $E_{\text{Projektil}} = 140 \text{ MeV/A}$ analysiert. Dies fällt in den Bereich der mittleren Energien, d.h. $100 \leq E_{\text{Projektil}} \leq 800 \text{ MeV/A}$ [43, 52]. Die mathematische Beschreibung erfolgt mit der sogenannten freien Nukleon-Nukleus-Übergangsmatrix (NN) t_{NN} . Diese Beschreibung wird als *Impulse Approximation* (IA) bezeichnet. Der Ansatz für die Verknüpfung der freien NN -Übergangsmatrix mit dem Potenzial V_{jp} unter der Voraussetzung von kleinem Impulsübertrag q und großer Projektilenergie $E_{\text{Projektil}}$ wird gegeben durch [43, 52]:

$$V_{jp} = t_{NN}(E_{\text{Projektil}}, q) \cdot \delta(\vec{r}_{jp}), \tag{2.27}$$

in der die Delta-Funktion für eine kurze Reichweite (engl. *Zero Range*) sorgt. Für große Impulsüberträge wird mittels Gauß-Funktion zu kleinen Impulsüberträgen extrapoliert [43, 52].

Für die Matrix t_{NN} gilt folgende Abhängigkeit von den NN -Streuamplituden [43, 44, 52]:

$$t_{NN} = \eta M(E_{c.m.}, \theta) = -\frac{4\pi(\hbar c)^2}{E_{c.m.}} \cdot M(E_{c.m.}, \theta), \tag{2.28}$$

mit θ als Streuwinkel,

$$E_{c.m.} = m^2 c^4 + (\hbar c k)^2$$

als Energie, m als Nukleonenmasse und k als Impuls im *Center-of-Mass*-System (CMS). Die Streuamplituden werden in eine 4×4 -Matrix im Spin-Raum des betrachteten Projektilnukleons und des Kernnukleons [42, 44] transformiert. Die NN -Streuamplituden mit Abhängigkeiten von Spin und Isospin werden in Referenz [42, 47] dargestellt als

$$\begin{aligned}
M(E_{c.m.}, \theta) &= A && + B (\vec{\sigma}_j \cdot \hat{n}) \cdot (\vec{\sigma}_p \cdot \hat{n}) \\
&+ C (\vec{\sigma}_j + \vec{\sigma}_p) \cdot \hat{n} && + D ((\vec{\sigma}_j \cdot \hat{p}) \cdot (\vec{\sigma}_p \cdot \hat{q}) + (\vec{\sigma}_j \cdot \hat{p}) \cdot (\vec{\sigma}_q \cdot \hat{p})) \\
&+ E (\vec{\sigma}_j \cdot \hat{q}) \cdot (\vec{\sigma}_p \cdot \hat{q}) && + F (\vec{\sigma}_j \cdot \hat{p}) \cdot (\vec{\sigma}_p \cdot \hat{p})
\end{aligned} \tag{2.29}$$

mit den Einheitsvektoren \hat{n} , \hat{q} und \hat{p} . Der Koeffizient D muss aufgrund der Forderung nach Zeitumkehrinvarianz verschwinden [42, 47]. Die Einheitsvektoren definieren ein rechtshändiges Koordinatensystem, in dem gilt:

$$\begin{aligned}\hat{q} &= \vec{q}/|\vec{q}|, & \vec{q} &= \vec{k}_f - \vec{k}_i \\ \hat{n} &= \vec{n}/|\vec{n}|, & \vec{n} &= \vec{k}_f \times \vec{k}_i \\ \hat{p} &= \hat{q} \times \hat{n}.\end{aligned}\quad (2.30)$$

Darin ist $\vec{k}_{i,f}$ der Impuls im CMS.

Aus praktikablen Gründen haben Love und Franey die Koeffizienten von V_{jp} angepasst, bis sie mit den Matrixelementen von t_{NN} innerhalb gewählter Grenzen übereinstimmen [43, 52, 53]:

$$t_{NN} = \int d\vec{r} \exp(-i\vec{k}\vec{r}) V_{jp} (1 - \hat{\mathcal{P}}_{jp}) \exp(i\vec{k}\vec{r}), \quad (2.31)$$

in der $\hat{\mathcal{P}}_{jp}$ der Teilchenaustauschoperator ist und die Antisymmetrisierung übernimmt. In dieser Form werden die zentralen und Spin-Orbit-Komponenten vom Potenzial V_{jp} mit Yukawa-Potenzialen (bei den Tensor-Komponenten ergänzt um den Faktor r^2) dargestellt [43, 52].

Das Potenzial V_{jp} wird bislang im Ortsraum definiert. Für eine Beschreibung der Übergangsamplitude wird das Potenzial über eine Fourier-Transformation in den Impulsraum überführt [44, 51]:

$$V_{jp} = (2\pi)^{-3} \int d\vec{q} \exp(i\vec{q}(\vec{r}_j - \vec{r}_p)) V_{jp}(\vec{q}). \quad (2.32)$$

Damit kann die Übergangsamplitude aus Gleichung (2.24) als *Distorted Wave* Übergangsamplitude der Form

$$\mathcal{T}_{if}^{DW}(\vec{k}_f, \vec{k}_i) = \int d\vec{q} D(\vec{k}_f, \vec{k}_i, \vec{q}) V(\vec{q}) \rho_{if}(\vec{q}) \quad (2.33)$$

geschrieben werden [44, 45, 51]. In diesem Ausdruck ist D die *Distortion*-Funktion des Projektils, gegeben durch

$$D(\vec{k}_f, \vec{k}_i, \vec{q}) = (2\pi)^{-3} \int d\vec{r}_p \chi^{(-)*}(\vec{k}_f, \vec{r}_p) \exp(-i\vec{q} \cdot \vec{r}_p) \chi^{(+)}(\vec{k}_i, \vec{r}_p) \quad (2.34)$$

mit $\chi^{(+)}$ und $\chi^{(-)*}$ als gestörte Welle [44] sowie ρ_{if} als Übergangsdichte, die definiert wird als

$$\rho_{if}(\vec{q}) = \left\langle \psi_f \left| \sum_j \exp(-i\vec{q} \cdot \vec{r}_j) \right| \psi_i \right\rangle. \quad (2.35)$$

Gibt es keine *Distortion*, so reduziert sich die *Distortion*-Funktion auf $D = 1$ und einer Ebene-Wellen-Born-Approximation (PWBA) (engl. *Plane-Wave-Born-Approximation*) [45]. In der Übergangsdichte ρ_{if} sind über $\psi_{i,f}$ die gesamten Kernstrukturinformationen enthalten, die für den Übergang $i \rightarrow f$ erforderlich sind [44].

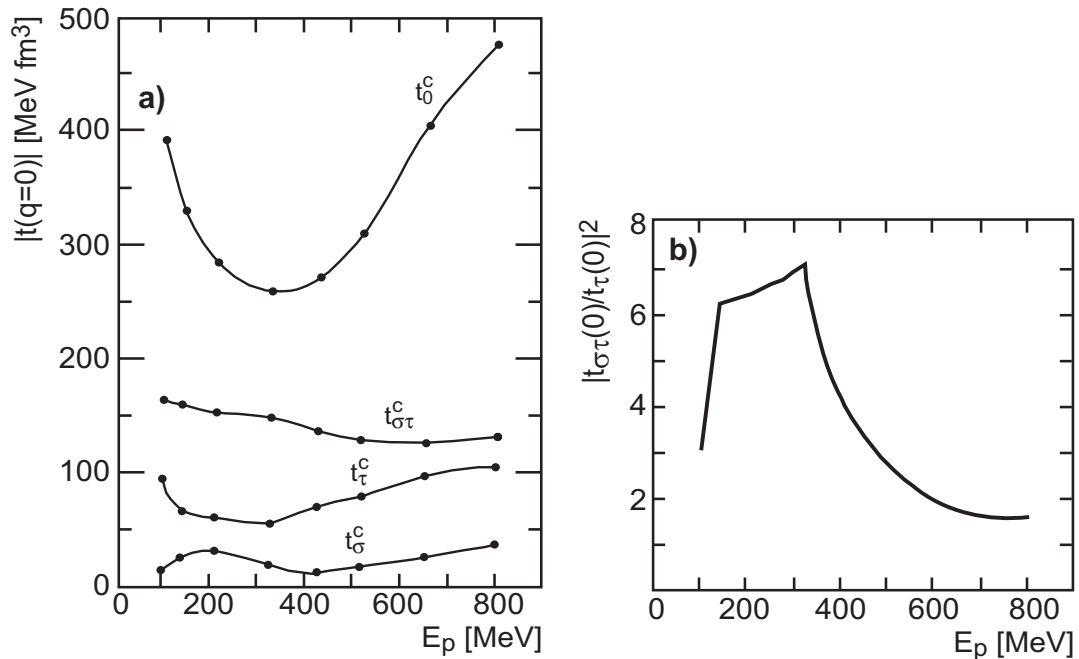


Abbildung 2.7 – Energieabhängigkeiten der einzelnen Komponenten der t_{NN} -Matrix bei einem Impulstransfer von $q = 0$ (Abbildung a), linke Seite). Auf der rechten Seite ist die Energieabhängigkeit für das Verhältnis $|t_{\sigma\tau}/t_\tau|^2$ bei einem Impulstransfer von $q = 0$ dargestellt. Abbildungen aus Referenz [43].

2.3.2 Eigenschaften der t_{NN} -Matrix

Die t_{NN} -Matrix wird mit der effektiven Wechselwirkung über Gleichung (2.27) verknüpft. Die Gleichung (2.26) ist bereits nach den Komponenten der effektiven Wechselwirkung sortiert. In Abbildung 2.7 a) sind die Beiträge der verschiedenen Komponenten bei einem Impulstransfer von $q = 0$ in Abhängigkeit der Einschussenergie dargestellt. Tabelle 2.4 gibt einen Überblick über die verschiedenen Wechselwirkungskomponenten.

Die t_{NN} -Matrix ist gültig in einem Bereich von $100 \leq E_{\text{Projektil}} \leq 800$ MeV/A [43, 52]. Die einzelnen Komponenten sind zum einen von der Einschussenergie $E_{\text{Projektil}}$, zum anderen vom Impulstransfer q abhängig (siehe Abbildung 2.7 und Abbildung 2.8). Die Abhängigkeiten sind unterschiedlich ausgeprägt. Bei einem Streuwinkel von $\theta = 0^\circ$ ergibt sich folgendes Bild [44, 56]:

- die isoskalaren Komponenten t_0^C ($T = 0$) mit $S = 0$ sind bei allen Einschussenergien dominierend, jedoch gibt es ein Tal bei $E_{\text{Projektil}} \approx 300$ MeV/A. In einem Bereich von $\approx 150 \leq E_{\text{Projektil}} \leq 600$ MeV/A sind Kernstrukturuntersuchungen im Hinblick auf τ - und $\sigma\tau$ -Komponenten möglich [44]

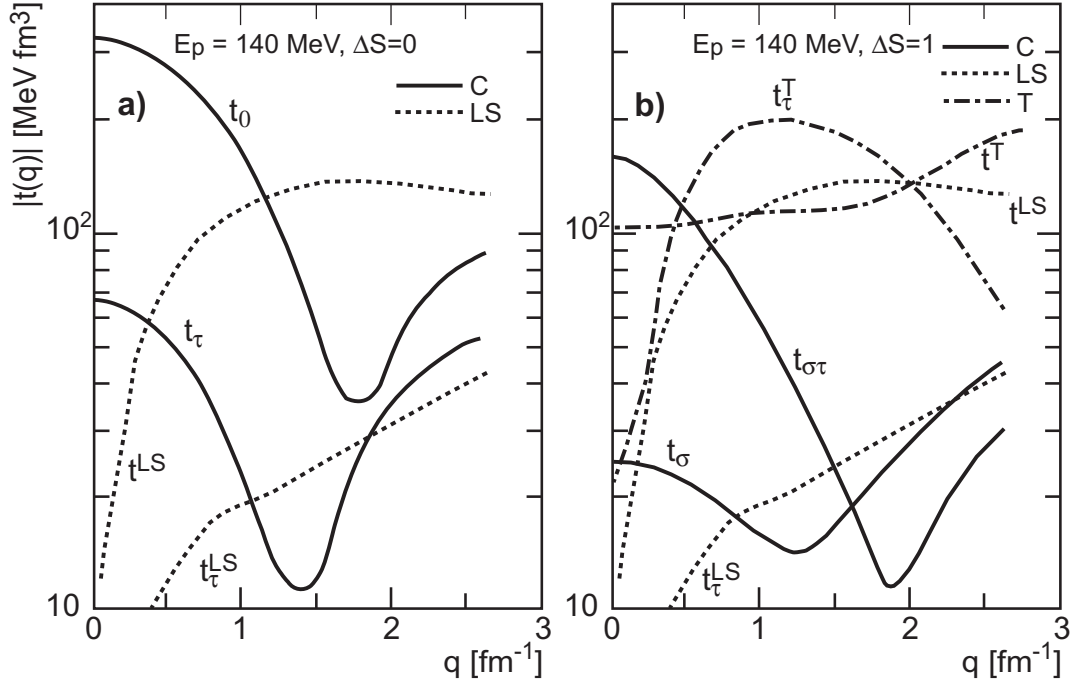


Abbildung 2.8 – Beiträge zu $S = 0$ - (auf der linken Seite, Abbildung a)) und $S = 1$ -Übergängen (auf der rechten Seite, Abbildung b)) bei einer Einschussenergie von $E_{\text{Projektil}} = 140 \text{ MeV/A}$ als Funktion des Impulstransfers q . Bei Übergängen, die keine Spinänderung zur Folge haben, treten nur zentrale und Spin-Orbit-Komponenten auf (Abbildung a)). Bei Spinflip-Übergängen gibt es tensorielle Beiträge (Abbildung b)). Abbildungen nach Referenz [54].

(siehe Abbildung 2.7 a)). Unter Verwendung von Ladungsaustauschreaktionen können die isoskalaren Anteile herausgefiltert werden, da hier $T > 0$ ist.

- In dem Bereich von $\approx 150 \leq E_{\text{Projektil}} \leq 600 \text{ MeV/A}$ ist die für den Spin-Isospin-Flip verantwortliche Komponente $t_{\sigma\tau}^C$ (spin-isovektoriell) deutlich stärker als die t_τ^C -Komponente (isovektoriell, $S = 0$). Das Verhältnis dieser beiden Komponenten ist in Abbildung 2.7 b) dargestellt. Es hat bei $\approx 320 \text{ MeV/A}$ sein Maximum.
- Die isoskalare Komponente t_σ^C mit $S = 1$ ist im Vergleich zu den anderen Komponenten schwach. Dies bedeutet, dass die zentrale Komponente der effektiven Wechselwirkung unwirksam bei der Anregung von isoskalaren Spin-Zuständen ist. Ein experimenteller Nachweis am ^{12}C ist in Referenz [43] angegeben.

WW-Komponente	J^π	Beschreibung
$t_{\sigma\tau}^C$	1^+	isovektoriell
t_σ^C	1^+	isoskalar
t_τ^T	$2^-, 3^+, 4^-$	isovektoriell
t^T	$2^-, 3^+, 4^-$	isoskalar
t_τ^{LS}	$0^+, 1^-, 2^+$	isovektoriell
t^{LS}	$0^+, 1^-, 2^+$	isoskalar

Tabelle 2.4 – Die Tabelle gibt an, welche Wechselwirkungskomponente für welche Multipolordnung erforderlich ist. Isoskalar heißt, es gibt keine Änderung des Isospins. Die Tabelle ist aus Referenz [55]; zusammengestellt aus Beiträgen der Referenzen [43, 44, 56].

Der Verlauf der einzelnen Komponenten ist - wie bereits angesprochen - ebenfalls vom Impulstransfer abhängig (vergleiche Abbildung 2.8). Weitere Unterscheidungsmerkmale liefern die Paritätsüberträge:

- natürliche Paritätsüberträge ($\Delta\pi = (-1)^J$) haben nur zentrale und Spin-Orbit-Komponenten,
- unnatürliche Paritätsüberträge ($\Delta\pi = (-1)^{J+1}$) haben zusätzlich noch die Tensor-Komponenten [44, 53].

2.3.3 Verknüpfung mit Ladungsaustauschreaktionen

Wie in den vorangegangenen Ausführungen gezeigt wurde, bieten inelastische Streuexperimente von Nukleonen bei mittleren Einschussenergien die Möglichkeit für Kernstrukturuntersuchungen [44]. Ladungsaustauschreaktionen vom Typ (p, n) bzw. (n, p) ermöglichen die Untersuchung von Fermi- und Gamow-Teller-Stärken [44, 57], denn sie wirken wie ein Filter auf die isovektoriellen Komponenten der effektiven Wechselwirkung (vergleiche Kapitel 2.3.2). Hierbei müssen die Abhängigkeiten vom Impulstransfer berücksichtigt werden, denn nur bei $q \approx 0$ dominiert der zentrale Anteil der Wechselwirkung (vergleiche Abbildung 2.8). Damit ergeben sich folgende Zusammenhänge [44, 45, 57, 58]:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(q=0) = \left(\frac{\mu}{\pi\hbar^2}\right)^2 \frac{k_f}{k_i} N_\tau^D |t_\tau(q=0)|^2 B(F) \quad (2.36)$$

und

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(q=0) = \left(\frac{\mu}{\pi\hbar^2}\right)^2 \frac{k_f}{k_i} N_{\sigma\tau}^D |t_{\sigma\tau}(q=0)|^2 B(GT), \quad (2.37)$$

in denen N^D der *Distortion*-Faktor und $B(F)$ bzw. $B(GT)$ die Fermi- bzw. Gamow-Teller-Stärken sind. Der Faktor $t_\tau(q=0)$ bzw. $t_{\sigma\tau}(q=0)$ wird im wei-

teren als Volumenintegral J_τ bzw. $J_{\sigma\tau}$ bezeichnet. Der *Distortion*-Faktor ist definiert als das Verhältnis der Wirkungsquerschnitte von gestörter (*Distorted*) zu ungestörter Welle (*Plane Wave*, nach Referenz [57, 58]):

$$N^D = \frac{\sigma_{\text{DW}}(q=0, E=0)}{\sigma_{\text{PW}}(q=0)}. \quad (2.38)$$

Es besteht auch die Möglichkeit einer Näherung des *Distortion*-Faktors. In Referenz [59] wird eine Funktion der Form

$$N_{\sigma\tau}^D = \exp(1 - 0.895 \cdot A^{1/3}) \quad (2.39)$$

angegeben, die mittels (${}^3\text{He}, t$)-Ladungsaustauschreaktionen ermittelt wurde und in Übereinstimmung mit der Eikonol-Approximation [58] ist.

Unklar ist, ob $N_\tau^D = N_{\sigma\tau}^D$ gilt. In den Referenzen [57, 58, 59] wird angegeben, dass $N_\tau^D \neq N_{\sigma\tau}^D$ ist. In Referenz [57] wird für den Fall von (p, n)-Reaktionen argumentiert, dass die t_τ - und $t_{\sigma\tau}$ -Komponenten der effektiven Wechselwirkung eine unterschiedliche Reichweite besitzen und aufgrund dessen N_τ^D in einem Massenbereich von $20 \leq A \leq 30$ um etwa 20% kleiner sei, als $N_{\sigma\tau}^D$.

In Referenz [58] wird das Verhältnis von $N_\tau^D/N_{\sigma\tau}^D$ über Gleichung (2.38) bei einer Einschussenergie von $E_{\text{Projektil}} = 160 \text{ MeV/A}$ für eine (p, n)-Reaktion ermittelt. Hieraus ergibt sich, dass bis zu einer Masse von $A \approx 64$ das $N_{\sigma\tau}^D$ minimal größer ist als N_τ^D , jedoch dreht sich das Verhältnis ab $A \approx 64$ um.

Das in Referenz [59] ermittelte N_τ^D kann aufgrund eines anderen Ansatzes für die Bestimmung der Fermi-Stärke nicht in die Diskussion einbezogen werden.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde der Ansatz gemacht, dass die Reichweite der effektiven Nukleon-Nukleus Wechselwirkung kurz ist (vergleiche Gleichung (2.27)).

Aus diesem Grunde wird im folgenden $N_\tau^D = N_{\sigma\tau}^D$ angenommen.

Zum Vergleich der experimentell gewonnenen Wirkungsquerschnitte können erlaubte Übergänge des β -Zerfalls herangezogen werden [57], die gemäß Gleichung (2.8) mit der Gamow-Teller-Übergangsstärke verknüpft sind. Auf diese Weise ist eine vom experimentell extrahierten Wirkungsquerschnitt unabhängige GT-Übergangsstärken-Normierung möglich.

2.3.4 Ladungsaustauschreaktion vom Typ (n, p) und (p, n)

Wie in den bisherigen Ausführungen gezeigt werden konnte, eignen sich Ladungsaustauschreaktionen vom Typ (n, p) und (p, n) prinzipiell für Kernstrukturuntersuchungen. Mit ihrer Hilfe können Fermi- und Gamow-Teller-Übergangsstärken ermittelt werden, die direkt mit der schwachen Wechselwirkung in Verbindung stehen (siehe auch [57, 58, 60]).

(n, p)-Typ-Reaktionen

Bei Reaktionen vom Typ (n, p), wie der elementaren (n, p)-Reaktion, der ($d, {}^2\text{He}$)- oder der ($t, {}^3\text{He}$)-Reaktion, wird im *Target*-Kern ein Proton in ein Neutron um-

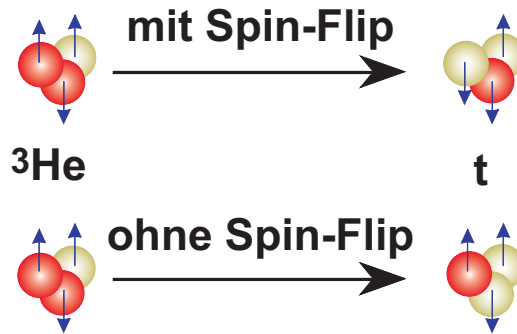


Abbildung 2.9 – Darstellung der Spin-Komponente (blaue Pfeile) in der (${}^3\text{He},t$)-Reaktion. Abbildung aus Referenz [61].

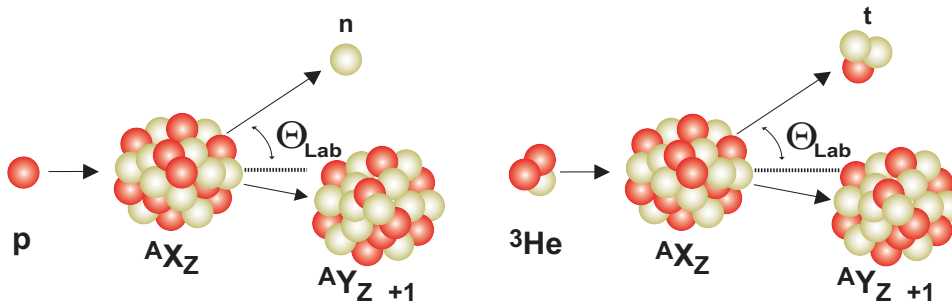


Abbildung 2.10 – Gegenüberstellung von elementarer (p,n)- und (${}^3\text{He},t$)-Reaktion: es handelt sich in beiden Fällen um eine sogenannte (p,n)-Typ-Reaktion. Während der Reaktion wird ein Proton in ein Neutron umgewandelt. In beiden Fällen gibt es keine Einschränkung bezüglich der Spin-Einstellung im Eingangs- und Ausgangskanal. Darstellungen entnommen aus [61].

gewandelt:

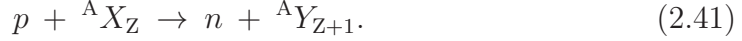


Bezüglich der Spin-Einstellung gibt es mit Ausnahme der ($d,{}^2\text{He}$)-Reaktion keine Einschränkung. In der ($d,{}^2\text{He}$)-Reaktion können aufgrund des verwendeten Deuterons, das zu 95% als Triplett-Zustand mit $T = 0$ vorliegt, nur T_+ -Zustände angeregt werden [39, 61, 62].

In der elementaren (n,p)-Reaktion sind Energieauflösungen von $\Delta E \approx 1$ MeV möglich [63, 64]. Mit der ($d,{}^2\text{He}$)-Reaktion sind Energieauflösungen von $\Delta E \approx 120$ keV möglich [65, 66, 67, 68]. Im Falle der ($t,{}^3\text{He}$)-Reaktion wurden Energieauflösungen von $\Delta E \approx 300$ keV erreicht [69, 70, 71].

(p,n) -Typ-Reaktionen

Bei Reaktionen von Typ (p,n) , wie die elementare (p,n) -Reaktion oder die $({}^3\text{He},t)$ -Reaktion, wird im *Target*-Kern ein Neutron in ein Proton umgewandelt (vergleiche Abbildung 2.10):



Bezüglich der Spin-Einstellung gibt es keine Einschränkung (siehe Abbildung 2.9). Damit kann diese Probe sowohl Fermi- als auch Gamow-Teller-Übergänge induzieren. Oberhalb einer Einschussenergie von 100 MeV/A wird die Reaktion als Ein-Schritt-Reaktion angenommen [57].

Die erreichbaren Energieauflösungen liegen für die elementare (p,n) -Reaktion im Bereich von $\Delta E \approx 300$ keV (siehe z.B. Referenzen [72, 73, 74]). In der $({}^3\text{He},t)$ -Reaktion werden Auflösungen von $\Delta E \approx 30$ keV erreicht (siehe z.B. Referenzen [3, 75, 76]).

Eine Weiterentwicklung der (p,n) -Reaktion am National Superconducting Cyclotron Laboratory (NSCL) verwendet die Protonen als *Target* und die zu untersuchenden Isotope als Projektil [77]. Die erreichbare Energieauflösung ist derzeit limitiert auf etwas $\Delta E \approx 500$ keV [77], jedoch eröffnet die als *Inverse Kinematics* bezeichnete Methode die Möglichkeit zur Untersuchung der Übergangsstärken an instabilen Isotopen.

In dieser Arbeit werden Ergebnisse von Untersuchungen mittels der $({}^3\text{He},t)$ -Reaktion vorgestellt. Dazu wird zunächst auf die experimentellen Aufbauten eingegangen (Kapitel 3), die Auswertung (Kapitel 4) und die Ergebnisse der F- und GT-Stärken-Bestimmung vorgestellt. Im Falle von $\beta\beta$ -Zerfallskernen wird versucht, das \mathcal{M}_{DGT} zu rekonstruieren.

Kapitel 3

Messmethoden

3.1 Das Research Center for Nuclear Physics

Das RCNP in Osaka, Japan, bietet die Möglichkeit der hochauflösenden Spektroskopie mit geladenen Teilchen. Mit Hilfe von Ladungsaustauschreaktionen vom Typ (p,n) können Erkenntnisse über die Kernstruktur gewonnen werden. Die Ionen, wie Protonen im Falle von (p,n) Reaktionen oder ${}^3\text{He}^{++}$ im Falle von $({}^3\text{He},t)$ -Reaktionen, werden in das *Azimuthally Varying Field* (AVF) Zyklotron [78] injiziert und bis auf 54 MeV beschleunigt. Der vom AVF Zyklotron beschleunigte *Beam* wird über eine *Beam Line* in das *Ring Cyclotron* geführt. Hier können Protonen bis auf $E = 400$ MeV und ${}^3\text{He}$ bis auf $E = 180$ MeV/A [79] beschleunigt werden (siehe Abbildung 3.1).

Je nach Experiment kann der *Beam* in verschiedene Experimentierhallen geleitet werden, die die Experimentaufbauten enthalten. Der für diese Arbeit verwendete Aufbau steht in der Western Experimental Hall. Der *Beam* wird mittels der hochauflösenden *West-South* (WS) *Beam Line* in die *Scattering Chamber* (SC) geführt. Die *Beam Line* selbst kann in zwei verschiedenen Arbeitsweisen betrieben werden, entweder im *Acromatic Mode* oder im *Dispersive Mode*. Der *Dispersive Mode* ermöglicht bei Anwendung von *Lateral* und *Angular Dispersion Matching Techniques* eine hochauflösende Spektroskopie, die besser ist als die intrinsische Energieauflösung des *Beams* [80].

Nach der SC folgt in Strahlrichtung das Grand Raiden Spectrometer (GRS) [81]. Teilchen mit einer Rigidität von $B\rho = 5.4$ Tm, d.h. Tritonen mit $T = 150$ MeV/A, können vom Spektrometer analysiert werden [79].

3.1.1 Die WS *Beam Line*

Die WS *Beam Line* bezeichnet die Strecke, die zwischen dem Ausgang des *Ring Cyclotrons* (BV-EXT) und der SC liegt (siehe Abbildung 3.2). Die WS *Beam Line* ist für die Aufweitung des Strahls und die Vergrößerung der Winkelauflösung optimiert. Dies wird durch die spezielle Anordnung von Dipol- und Qua-

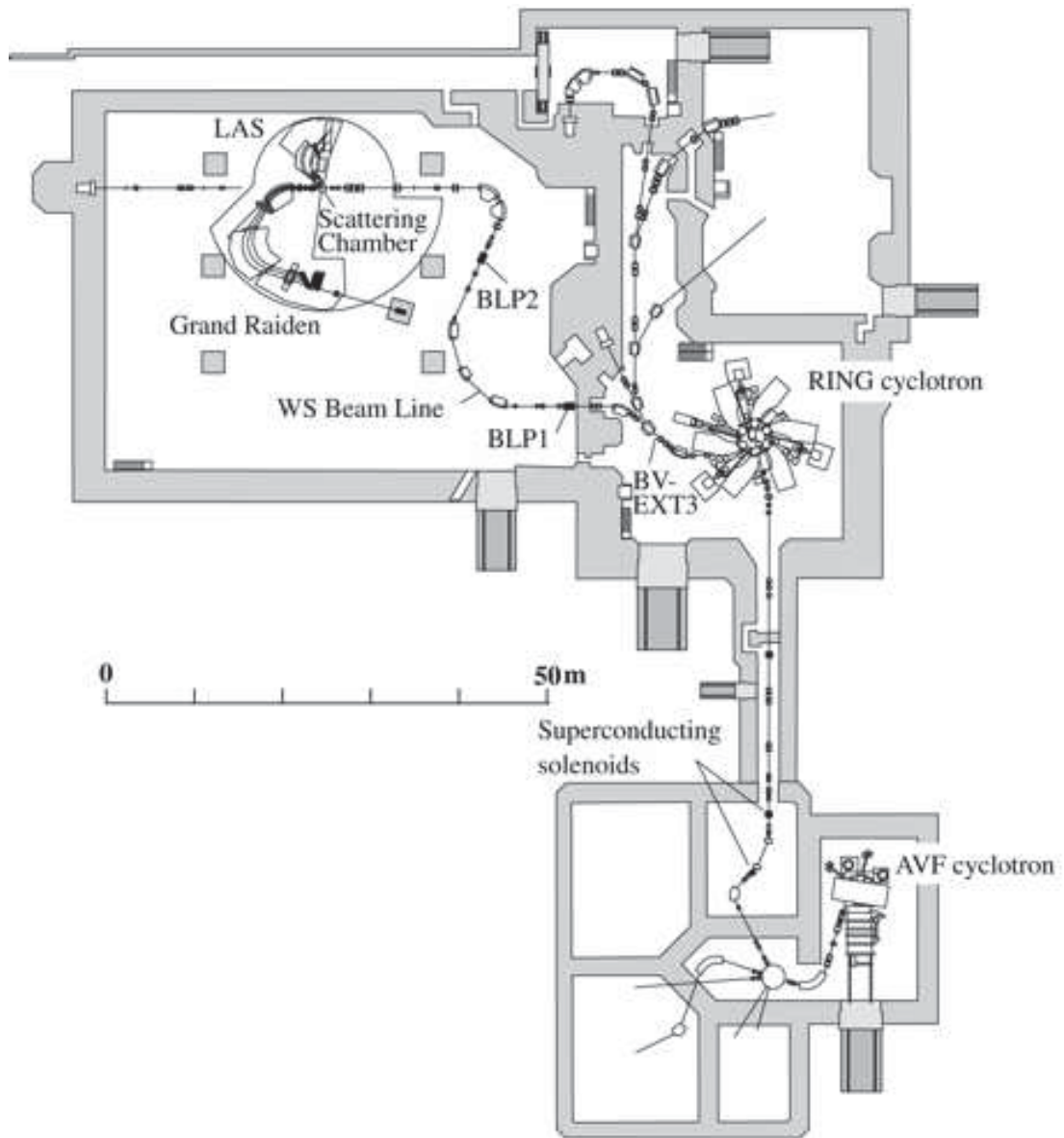


Abbildung 3.1 – Überblick der Experimentiereinrichtungen am RCNP. Gezeigt sind das AVF und das *Ring Cyclotron*, wie auch die *WS Beam Line*. Das Bild ist Referenz [78] entnommen.

drupolmagneten (QM) erreicht. Insgesamt sind sechs Dipole (siehe Tabelle 3.1 und Tabelle 3.2) und 16 QM (siehe Tabelle 3.3) installiert. Es gibt einen Sextupolmagneten, der jedoch nicht in diesem Experiment verwendet wird. Die *Beam*

	B40C	B30C	B40Cm	B30Cm
Abstand Polschuhe [mm]	70	70	60	60
Radius [mm]	2,185.5	2,185.5	2,109.8	2,065.8
Ablenkungswinkel	40°	30°	41.5°	32°
max. Feldstärke [T]	1.46	1.46	1.46	1.46
Anzahl	1	0	2	1

Tabelle 3.1 – Übersicht über die installierten Dipolmagneten, die von der WN *Beam Line* übernommen und modifiziert wurden [79] (Kürzel „m“ hinter der Bezeichnung).

	D1	D2
Abstand Polschuhe [mm]	100	80
Radius [mm]	2,100	2,100
Ablenkungswinkel	55°	60°
max. Feldstärke [T]	1.74	1.74
Anzahl	1	1

Tabelle 3.2 – Übersicht über die installierten Dipolmagneten, die zuvor an der *Indiana University Cyclotron Facility* (IUCF) im K600 Spektrometer verwendet wurden [82].

Line wird abhängig vom angewandten Betriebsmodus in Sektionen eingeteilt. Jede Sektion wird als ionenoptische Einheit angesehen und am Ende jeder Sektion befindet sich ein *Double Focussing Point*. Der letzte *Double Focussing Point* liegt unabhängig vom Betriebsmodus auf dem *Target* in der SC. Im *Acromatic Mode* gibt es vier Sektionen, im *Dispersive Mode* sind es fünf.

Beam Line im Acromatic Mode

Sektion I beginnt am Punkt BV-EXT, der in Strahlrichtung hinter dem Ausgang des *Ring Cyclotrons* platziert ist (siehe Abbildung 3.2). In dieser Sektion gibt es zwei Paare von QM (QM3, QM4), die jeweils aus einem *Upstream* (U) und *Downstream* (D) QM zusammengesetzt sind. Der Dipolmagnet BM2 lenkt den *Beam* um 40° gegen den Uhrzeigersinn ab. Am Ende dieser Sektion ist das erste *Beam Line Polarimeter* (BLP) installiert.

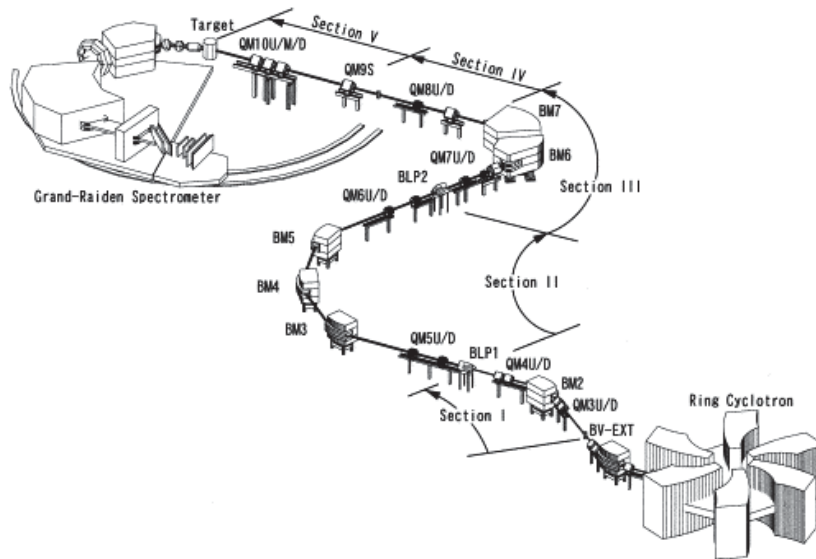


Abbildung 3.2 – Darstellung der WS *Beam Line* [79]. Die Einteilung der Sektionen gilt für den Fall, dass die *Beam Line* im *Dispersive Mode* betrieben wird.

Sektion II: Hier sind QM5U/D und QM6U/D installiert. Zwischen QM5 und QM6 sind drei Dipolmagneten (BM3, BM4, BM5) aufgestellt. Diese lenken den *Beam* um 115° im Uhrzeigersinn ab. Verwendet werden zwei modifizierte B40C und ein modifizierter B30C (siehe Tabelle 3.1). Am Übergang zu Sektion drei ist der zweite BLP aufgestellt.

Sektion III: In diesem Teil gibt es zwei QM-Paare QM7U/D und QM8U/D. Zwischen dem QM7-Paar ist ein Sextupol (SX-WS1) aufgestellt, der in diesem Experiment nicht verwendet wird. Der *Beam* wird mit den Dipolmagneten BM6 und BM7 (siehe Tabelle 3.2) um 115° gegen den Uhrzeigersinn abgelenkt. Der dritte *Double Focussing Point* liegt vor dem QM9S.

Sektion IV hat vier QM: QM9S und QM10U/M/D. QM10U wird in diesem Betriebsmodus nicht verwendet.

Beam Line im Dispersive Mode

Sektion I,II: Dieser Teil ist identisch zu Sektion I im *Acromatic Mode*.

Sektion III: Der QM7U wird in diesem Betriebsmodus nicht benutzt. Der *Beam* wird mit den Dipolmagneten BM6 und BM7 (siehe Tabelle 3.2) um 115° gegen den Uhrzeigersinn abgelenkt.

Sektion IV: Hier gibt es nur ein Paar QM8U/D. Am Übergang zu Sektion IV gibt es den vierten *Double Focussing Point*, an dem der einzelne QM9S installiert ist.

Sektion V: In diesem Bereich sind die drei QM10U/M/D aufgestellt. Am Ende dieser Sektion liegt der letzte *Double Focussing Point*. Dieser liegt innerhalb der SC, dort, wo das *Target* eingebracht wird.

Beiden Betriebsmodi gleich ist die Verwendung von zwei QM als horizontales bzw. vertikales Fokussierelement. Eine detaillierte Übersicht ist in Tabelle 3.5 (*Acromatic Mode*) und in Tabelle 3.6 (*Dispersive Mode*) gegeben.

	Bauart		
	<i>small</i>	<i>middle</i>	<i>large</i>
Apertur	70 mm	106 mm	114 mm
Polschuhlänge	400 mm	250 mm	400 mm
Maximaler Feldgradient	20 T/m	9 T/m	14 T/m
Anzahl	4	6	6

Tabelle 3.3 – Daten der in der WS *Beam Line* verwendeten QM [79].

3.1.2 *Grand Raiden Spectrometer*

Eine Übersicht gibt Abbildung 3.3. Der *Beam* trifft in der SC auf das *Target*. Bei Ladungsaustauschreaktionen mit ^3He -Ionen wird der primäre *Beam* je nach Winkeleinstellung des Spektrometers (siehe Tabelle 3.9) von den FC innerhalb von D1, vom Q1-FC oder vom SC-FC gestoppt. Der sekundäre *Beam* wird durch das Spektrometer transportiert und von dem *Focal Plane Detectorsystem* (FPD) nachgewiesen.

3.1.3 *Focal Plane Detectors*

Die am Target gestreuten Teilchen werden mit den FPDs nachgewiesen. Das FPD besitzt Drahtkammern (*Multi Wire Drift Chamber* (MWDC)) und Plastikszintillatoren. Das FPD ist direkt am Ausgangsflansch des GRSs aufgestellt.

Jede Drahtkammer hat drei Drahtebenen X, U und V (siehe Abbildung 3.4). In jeder Drahtebene gibt es die potenzialführenden und die sensitiven Anodendrähte. Jede Drahtebene ist von zwei Kathodenflächen eingerahmt. Der Abstand der Kathodenflächen beträgt 20 mm, der Abstand zweier Drähte 2 mm. Die Drähte der X-Ebene sind vertikal gespannt, die Drähte der U- bzw. V-Ebene sind im Winkel von $+48.19^\circ$ bzw. -48.19° (siehe Kapitel 4.1.2) bezüglich der Vertikalen gespannt.

Die im Rahmen dieser Arbeit gewonnenen Daten sind mit zwei unterschiedlichen MWDC-Setups gemessen worden. Im Setup I (Tab. 3.7) sind jeweils X- und U-Ebene, im Setup II (Tab. 3.8) sind U- und V-Ebenen zur Spurrekonstruktion

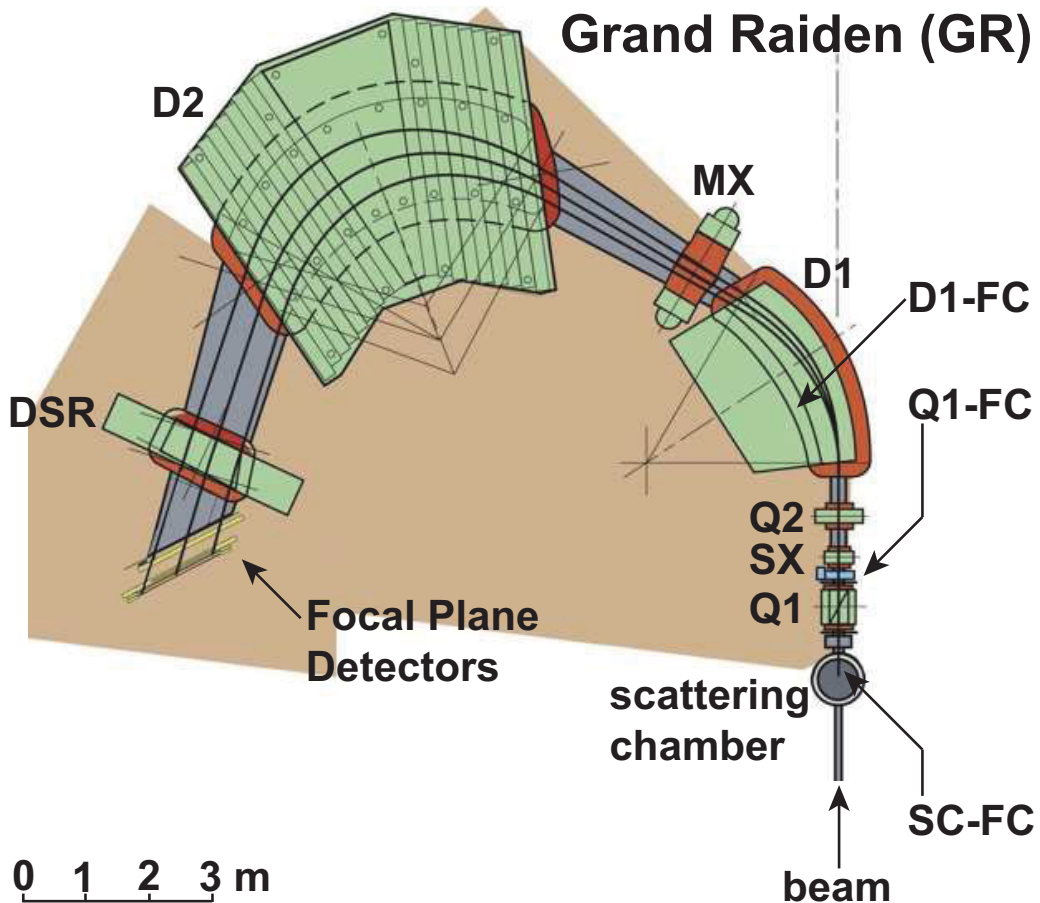


Abbildung 3.3 – Aufsicht auf das GRS. Es besteht aus drei Dipolmagneten (D1, D2 und DSR), zwei QM (Q1 und Q2), einem Sextupol- (SX) und einem Multipolmagneten (MX). Der DSR wird in Experimenten zur Messung der Spinorientierung verwendet. Der *Beam* trifft in der SC auf das *Target*. Bei Ladungsaustauschreaktionen mit ${}^3\text{He}^{++}$ wird der primäre *Beam* je nach Winkeleinstellung (vergleiche Tabelle 3.9) des GRSs vom FC innerhalb von D1 gestoppt, vom Q1-FC oder vom SC-FC (vergleiche Tabelle 3.9). Der sekundäre *Beam* wird durch das Spektrometer transportiert und von den *Focal Plane Detectors* nachgewiesen. Das Bild ist der Referenz [78] entnommen.

Radius	3000 mm
Totaler Ablenkungswinkel	162°
Winkelbereich	0° to 90°
Länge der Fokalebene	1500 mm
Drehung der Fokalebene	45°
Maximale magnetische Feldstärke	18 Tm
Vertikale Vergrößerung	5.98
Horizontale Vergrößerung	-0.417
Vertikale Akzeptanz	±70 mrad
Horizontale Akzeptanz	±20 mrad
Raumwinkel	5.6 msr
Impulsbereich	5%
Impulsauflösung	37076
Maximaler Impuls ($B \cdot \rho$)	5.4 Tm

Tabelle 3.4 – Daten des GRSs (nach Referenz [81]).

benutzt worden.

Ein durchquerendes geladenes Teilchen ionisiert das Gasgemisch. Die entstandenen Ladungsträger driften entlang der Feldlinien und werden von den sensitiven Drähten detektiert. Die Auswertung der Driftzeiten liefert die Durchstoßpunkte durch die Drahtebenen. Mit der Kombination der Durchstoßpunkte aller Drahtebenen kann die Teilchentrajektorie berechnet werden. Für die Spurrekonstruktion muss berücksichtigt werden, dass jeweils nur X- und U-Ebenen ausgelesen werden.

Das verwendete Gasgemisch der Drahtkammern besteht aus 71.4% Argon, 28.6% Isobutan und einer geringen Menge an Isopropyl-Alkohol (< 0.1%).

In Strahlrichtung gesehen sind hinter den Drahtkammern zwei Plastiksintillatoren aufgestellt. Das Licht der Szintillatoren wird in die Photomultiplier (PMT) vom Typ Hamamatsu H1161 geleitet [83], die auf jeder Seite angebracht sind. Die Szintillatoren erfüllen zwei Aufgaben, zum einen liefern sie ein *Trigger*-Signal für die Drahtkammern, zum anderen liefern sie ein Energieverlustspektrum. Das Energieverlustspektrum gibt die Möglichkeit zur Unterscheidung zwischen ${}^3\text{He}^+$ und Tritonen.

Die technischen Daten des FPDs sind in den Tabellen 3.7 und 3.8 zusammengefasst.

<i>Beam Line im Acromatic Mode</i>						
Sektion	Magnet	Bauart	Ablenkungs- winkel	Funktion		
				Fokussierung	$M_{x,y}, D$	
I	QM3U	<i>small</i>	+40°	vertikal	$M_x = -1.47$	
	QM3D	<i>small</i>		horizontal	$M_y = 1.36$	
	BM2	B40C		$D = 1.48 \text{ m}$		
	QM4U	<i>small</i>		vertikal	$ \frac{D}{M_x} = 1.01 \text{ m}$	
	QM4D	<i>small</i>		horizontal		
Übergang I \iff II: 1. <i>Double Focussing Point</i> mit BLP1						
II	QM5U	<i>middle</i>	+41.5°	vertikal	$M_x = -1.00$	
	QM5D	<i>middle</i>		horizontal		$M_y = +1.00$
	BM3	B40Cm		$D = 0 \text{ m}$		
	BM4	B30Cm		+32°	$ \frac{D}{M_x} = 0 \text{ m}$	
	BM5	B40Cm		+41.5°		
	QM6U	<i>middle</i>		horizontal		
QM6D	<i>middle</i>	vertikal				
Übergang II \iff III: 2. <i>Double Focussing Point</i> mit BLP2						
III	QM7U	<i>middle</i>	-55°	horizontal	$M_x = 0.47$	
	QM7D	<i>large</i>		vertikal		$M_y = 1.90$
	BM6	D1		$D = 0.70 \text{ m}$		
	BM7	D2		-60°	$ \frac{D}{M_x} = 1.49 \text{ m}$	
	QM8U	<i>large</i>		vertikal		
	QM8D	<i>middle</i>		horizontal		
Übergang III \iff IV: 3. <i>Double Focussing Point</i>						
IV	QM9S	<i>large</i>		horizontal		
	QM10U	<i>large</i>		ohne Fkt.		
	QM10M	<i>large</i>		vertikal		
	QM10D	<i>large</i>		horizontal		
Übergang IV \iff SC: 4. <i>Double Focussing Point</i>						

Tabelle 3.5 – Übersicht über die installierten Magnete und deren Funktion in der WS *Beam Line*, wenn der *Acromatic Mode* angewendet wird. Die Sektion I beginnt am *Object Point* hinter dem *Ring Cyclotron*. Ein positiver Ablenkungswinkel bedeutet eine Biegung des Strahls im Uhrzeigersinn, negative Winkel entsprechend entgegen des Uhrzeigersinns. Zwischen QM7U und QM7D ist noch ein Sextupolmagnet (SX-WS1) angeordnet, der jedoch nicht verwendet wird. Die Angaben für die Vergrößerung $M_{x,y}$ und die Dispersion D beziehen sich auf die jeweilige Sektion. Alle Angaben sind Referenz [79] entnommen.

<i>Beam Line im Dispersive Mode</i>						
Sektion	Magnet	Bauart	Ablenkungswinkel	Funktion		
				Fokussierung	$M_{x,y}$, D	
I	QM3U	<i>small</i>	+40°	vertikal	$M_x = -0.75$	
	QM3D	<i>small</i>		horizontal	$M_y = -1.33$	
	BM2	B40C		D = 2.94 m		
	QM4U	<i>small</i>		horizontal	$ \frac{D}{M_x} = 3.94$ m	
	QM4D	<i>small</i>		vertikal		
Übergang I \iff II: 1. <i>Double Focussing Point</i> mit BLP1						
II	QM5U	<i>middle</i>	+41.5°	vertikal	$M_x = -1.00$	
	QM5D	<i>middle</i>		horizontal		$M_y = +1.00$
	BM3	B40Cm		D = 12.5 m		
	BM4	B30Cm		+32°	$ \frac{D}{M_x} = 12.5$ m	
	BM5	B40Cm		+41.5°		
	QM6U	<i>middle</i>		horizontal		
QM6D	<i>middle</i>	vertikal				
Übergang II \iff III: 2. <i>Double Focussing Point</i> mit BLP2						
III	QM7U	<i>middle</i>	-55°	ohne Fkt.	$M_x = -0.30$	
	QM7D	<i>large</i>		vertikal	$M_y = -1.58$	
	BM6	D1		D = 3.85 m		
	BM7	D2		-60°	$ \frac{D}{M_x} = 12.9$ m	
Übergang III \iff IV: 3. <i>Double Focussing Point</i> (ohne BLP)						
IV	QM8U	<i>large</i>		horizontal	$M_x = -5.60$,	
	QM8D	<i>middle</i>		vertikal	$M_y = -0.55$	
Übergang IV \iff V: 4. <i>Double Focussing Point</i> mit QM9S (Bauart <i>large</i>)						
V	QM10U	<i>large</i>		horizontal		
	QM10M	<i>large</i>		vertikal		
	QM10D	<i>large</i>		horizontal		
Übergang V \iff SC: 5. <i>Double Focussing Point</i>						

Tabelle 3.6 – Übersicht über die installierten Magnete und deren Funktion in der WS *Beam Line*, wenn der *Dispersive Mode* angewendet wird. Die Sektion I beginnt am *Object Point* hinter dem *Ring Cyclotron*. Ein positiver Ablenkungswinkel bedeutet eine Biegung des Strahls im Uhrzeigersinn, negative Winkel entsprechend entgegen des Uhrzeigersinns. Zwischen QM7U und QM7D ist noch ein Sextupolmagnet (SX-WS1) angeordnet, der jedoch nicht verwendet wird. Die Angaben für die Vergrößerung $M_{x,y}$ und die Dispersion D beziehen sich auf die jeweilige Sektion. Alle Angaben sind Referenz [79] entnommen.

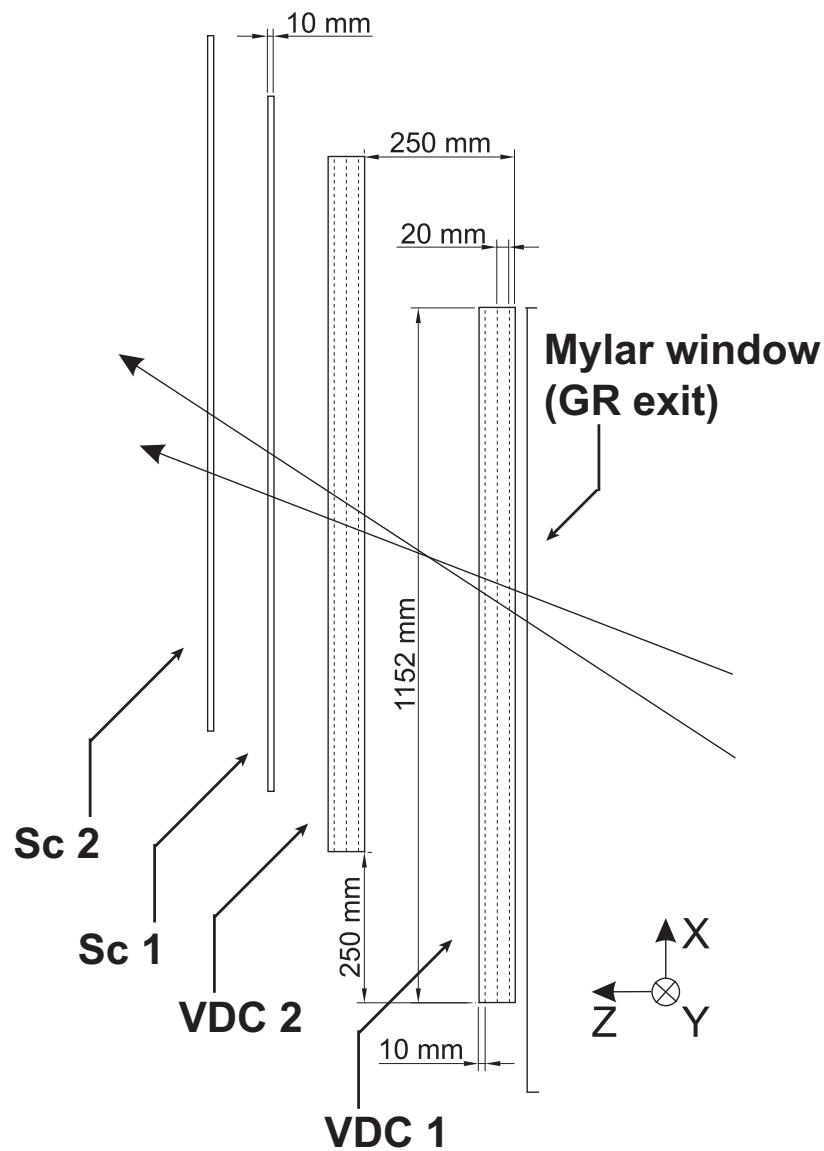


Abbildung 3.4 – Darstellung der FPDs. Dabei handelt es sich um zwei MWDCs (bezeichnet als VDC 1 und VDC 2) mit je drei Drahtebenen (X, U, V) und zwei Szintillatoren (Sc1 und Sc2). Das Detektorsystem ist direkt am Ausgangsflansch des Spektrometers platziert.

Anordnung	3 Anoden Ebenen (X - U - V)
Aktive Fläche	1150 mm × 120 mm (H×B)
Drahtkonfiguration	X-Ebene: vertikal U-Ebene: +48.2° bzgl. Vertikale V-Ebene: -48.2° bzgl. Vertikale
Anzahl von sensitiven Drähten	X-Ebene: 192 U-Ebene: 208 V-Ebene: 208
Kathode-Anode Abstand	10 mm
Drahtabstand	2 mm
Abstand zwischen Anodendrähten	X-Ebene: 6 mm U-Ebene: 4 mm V-Ebene: 4 mm
Anode	
Sensitiver Draht	
Durchmesser	20 μm
Material	goldüberzogener Wolfram-Draht
Potenzialführender Draht	
Durchmesser	50 μm
Material	goldüberzogener Beryllium-Kupfer-Draht
Kathode	
Durchmesser	10 μm
Material	Aramid
Eintritts-/Austrittsfenster	
Dicke	12.5 μm
Material	Aramid
Kathodenspannung	-5.6 kV
Spannung potenzialführender Draht	X-Ebene: -350 V U-Ebene: -500 V V-Ebene: ± 0 V
Gasgemisch	Argon (71.4%), Isobutan (28.6%) und Isopropyl-Alkohol (< 0.1%)
Vorverstärker	LeCroy 2735DC
Auslesesystem	LeCroy 3377

Tabelle 3.7 – Technische Daten der MWDCs für Setup I (aus Referenz [83]).

Anordnung	3 Anoden Ebenen (X - U - V)
Aktive Fläche	1150 mm × 45 mm (H×B)
Drahtkonfiguration	X-Ebene: vertikal U-Ebene: +48.2° bzgl. Vertikale V-Ebene: -48.2° bzgl. Vertikale
Anzahl von sensitiven Drähten	X-Ebene: 192 U-Ebene: 192 V-Ebene: 192
Kathode-Anode Abstand	10 mm
Drahtabstand	2 mm
Abstand zwischen Anodendrähten	X-Ebene: 6 mm U-Ebene: 4 mm V-Ebene: 4 mm
Anode	
Sensitiver Draht	
Durchmesser	20 μm
Material	goldüberzogener Wolfram-Draht
Potenzialführender Draht	
Durchmesser	50 μm
Material	goldüberzogener Beryllium-Kupfer-Draht
Kathode	
Durchmesser	10 μm
Material	Aramid
Eintritts-/Austrittsfenster	
Dicke	12.5 μm
Material	Aramid
Kathodenspannung	-5.6 kV
Spannung potenzialführender Draht	X-Ebene: ± 0 V U-Ebene: -500 V V-Ebene: -500 V
Gasgemisch	Argon (71.4%), Isobutan (28.6%) und Isopropyl-Alkohol (< 0.1%)
Vorverstärker	LeCroy 2735DC
Auslesesystem	LeCroy 3377

Tabelle 3.8 – Technische Daten der MWDCs für Setup II [84]. Im Experiment wurde die X-Ebene nicht verwendet, da es hier mehrere defekte Drähte gab.

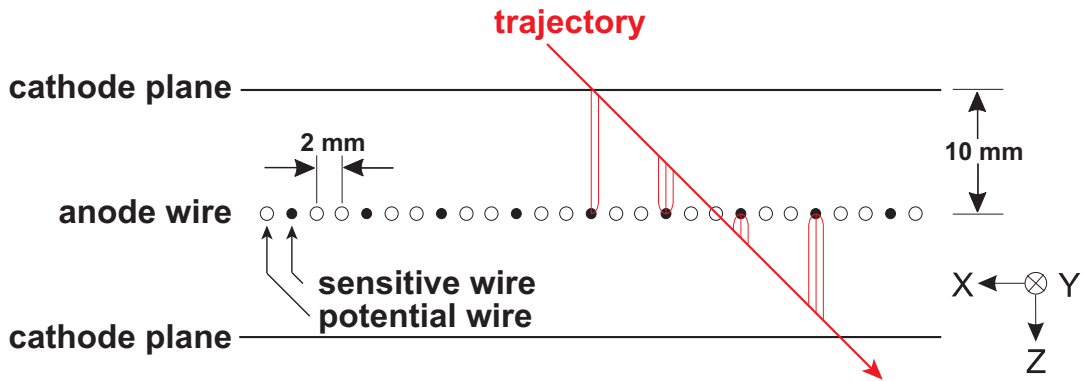


Abbildung 3.5 – Darstellung einer X-Drahtebene in einer MWDC mit einer beispielhaften Teilchentrajektorie. Zwei potenzialführende Drähte wechseln sich mit einem sensitiven Draht ab.

3.1.4 Das *Trigger*-System

Die Beschreibung des *Trigger*-Systems folgt der in Referenz [83] gegebenen. Der *Trigger* wird von den Signalen der PMTs geliefert. Das Signal geht in den *Constant Fraction Discriminator* (CFD). Hier werden über einen einstellbaren *Threshold* unerwünschte Signale diskriminiert. Signale, die den CFD passieren, werden aufgespalten und in den *Time-to-Fast-Encoding-and-Readout-Bus-Converter* (TFD) und in den *Mean Timer* (MT) geleitet. An den TFD ist das *Fast Encoding and Readout bus* (FERA) angeschlossen. In je einem MT werden die Signale von linker und rechter PMT verarbeitet. Dem MT nachgeschaltet ist ein *Delay*. Die Signale aus den zwei MTs werden im LeCroy 2366 *Universal Logic Module* verarbeitet.

3.1.5 Ionenoptik der WS *Beam Line*

Der ionenoptische Transport der geladenen Teilchen durch ein System von magnetischen Linsen wird durch Transfermatrizen beschrieben. An einem beliebigen Punkt des Systems kann ein Teilchen mit Vektoren beschrieben werden. Die Komponenten des Vektors geben die Position, den Winkel und den Impuls bezüglich einer definierten Referenztrajektorie wieder. Die Notation folgt dem Computerprogramm TRANSPORT [85]. Die im Folgenden diskutierte Abhandlung folgt in wesentlichen Teilen der aus Referenz [81, 79, 39, 61].

Ein durch den Aufbau geführtes Teilchen erfährt verschiedene Veränderungen, die jeweils durch eine Transfermatrix beschrieben werden. Das Teilchen selbst ist beim Eingang in die *Beam Line* durch den Vektor $\vec{x}_0 = (x_0, \theta_0, \delta_0)$ beschrieben. Darin beschreibt x_0 den horizontalen Abstand des Teilchens zum Zentralstrahl, θ_0 den horizontalen Winkel bezogen auf den Zentralstrahl und δ_0 die Abweichung

vom Impuls des Zentralstrahls [85]. Folgende Veränderungen erfährt das Teilchen:

- Die *Beam Line*, deren Auswirkungen auf das Teilchen mit der von 6×6 auf 3×3 reduzierten Transfermatrix \mathbf{B} beschrieben wird. Diese Matrix hat die Elemente $b_{\mu\nu}$ (mit $\mu, \nu = 1, 2, 6$). Aus dem Vektor \vec{x}_0 wird der Vektor $\vec{x}_1 = (x_1, \theta_1, \delta_1)$. Da sich der Impuls nicht verändert, gilt $\delta_1 = \delta_0$ und für die Matrixelemente $b_{61} = b_{62} = 0$ sowie $b_{66} = 1$.
- Die Reaktion am *Target*, die mit der Transfermatrix \mathbf{T} beschrieben wird. Der Vektor \vec{x}_1 wird zu $\vec{x}_2 = (x_2, \theta_2, \delta_2)$.
- Das Spektrometer, dem die Transfermatrix \mathbf{S} zugeordnet wird. Der Vektor ist auf der Fokalebene $\vec{x} = (x_{fp}, \theta_{fp}, \delta_{fp})$.

Wenn das Spektrometer entsprechend $s_{12} = -s_{16}K$ eingestellt wurde [86], lässt sich die Transformationen der Teilchen mathematisch schreiben als

$$\begin{aligned} x_{fp} &= x_0(s_{11}b_{11}T + s_{12}b_{21}) \\ &+ \theta_0(s_{11}b_{12}T + s_{12}b_{22}) \\ &+ \delta_0(s_{11}b_{16}T + s_{12}b_{26} + s_{16}C) \\ &+ \Theta(s_{12} + s_{16}K), \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$\begin{aligned} \theta_{fp} &= x_0(s_{21}b_{11}T + s_{22}b_{21}) \\ &+ \theta_0(s_{21}b_{12}T + s_{22}b_{22}) \\ &+ \delta_0(s_{21}b_{16}T + s_{22}b_{26} + s_{26}C) \\ &+ \Theta(s_{22} + s_{26}K) \end{aligned} \quad (3.2)$$

und

$$\delta_{fp} = \delta_2 = K \Theta + C \delta_0. \quad (3.3)$$

mit Θ als der effektive Streuwinkel.

Die Transformation am *Target*, die $\vec{x}_1 \rightarrow \vec{x}_2$ überführt, ist gegeben als

$$T = \frac{\cos(\alpha - \Phi_T)}{\cos(\Phi_T)} \quad (3.4)$$

(siehe Abbildung 3.6). Für ein Teilchen mit dem Einfallswinkel θ_1 und dem Ausfallwinkel θ_2 (Winkeldefinition siehe Abbildung 3.6) ergibt sich der absolute Streuwinkel nach

$$\beta = \alpha + \theta_2 - \theta_1 = \alpha + \Theta \quad (3.5)$$

mit Θ als effektiver Streuwinkel. Für die Impulsänderung gilt:

$$\delta_2 = K (\theta_2 - \theta_1) + C \delta_1, \quad (3.6)$$

womit sich Gleichung (3.3) ergibt. K ist der „kinematische Faktor erster Ordnung“, definiert als

$$K = \frac{1}{p_2} \frac{\partial p_2}{\partial \alpha} \quad (3.7)$$

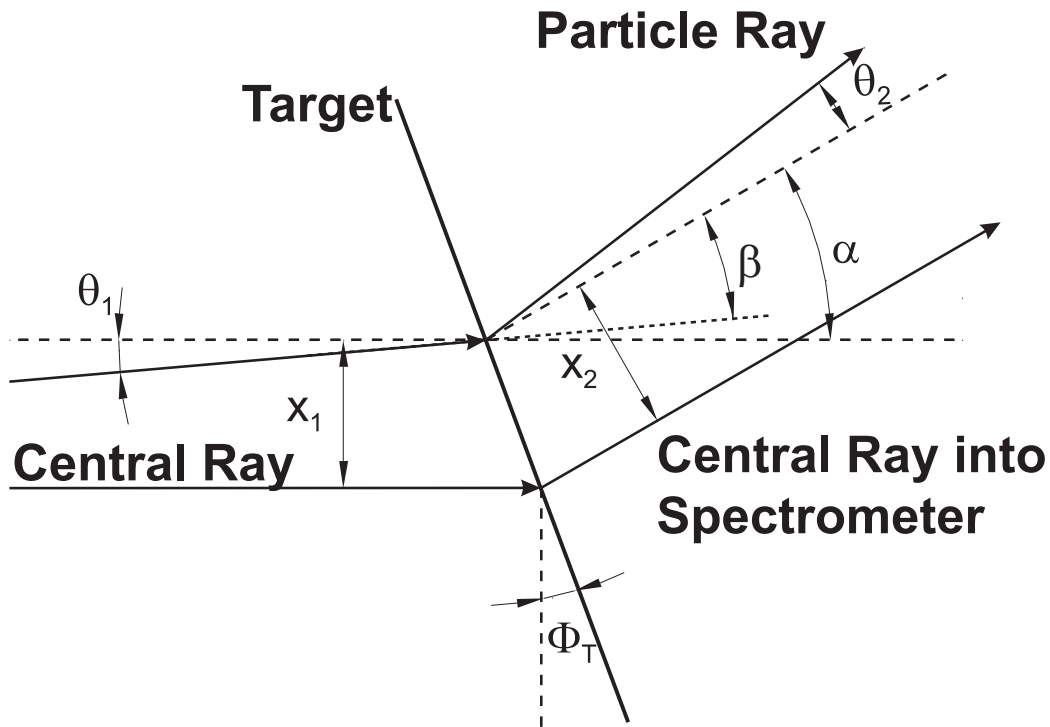


Abbildung 3.6 – Illustration der Teilchenstreuung am Target. Der einlaufende Zentralstrahl (*Central Ray*) wird um den Winkel α abgelenkt. Die Positionen x_1 und x_2 beschreiben ein- und auslaufende Teilchen ebenso wie die Winkel θ_1 und θ_2 . Der absolute Streuwinkel ist gegeben durch $\beta = \alpha + \theta_2 - \theta_1$. Die Winkelangaben beziehen sich auf den Zentralstrahl. Φ_T bezeichnet den Neigungswinkel des Targets bezüglich des Zentralstrahles. Darstellung nach der aus Referenz [80].

und C ist der *Dispersion Matching Factor*, der für elastische Streuung gleich eins wird:

$$C = \frac{p_1}{p_2} \frac{\partial p_1}{\partial p_2}, \quad (3.8)$$

wobei p_1 bzw. p_2 den Impuls des ein- bzw. auslaufenden Teilchens beschreiben [80].

Durch geeignete Anpassungen, sogenanntes *Matching*, bei der Strahlführung kann die maximale Auflösung erreicht werden. Dafür muss die Strahlgröße x_0 in Gleichung (3.1) minimiert werden. Dies wird erreicht, wenn die folgenden Koeffizienten gleich Null sind:

- θ_0 (Bezeichnung: *Focus Matching*),
- δ_0 (Bezeichnung: *Dispersion Matching*),
- Θ (Bezeichnung: *Kinematic Correction*).

Dieses wird im Folgenden diskutiert.

Kinematic Correction

Bei einem Streuwinkel von 0° wird in Gleichung (3.7) $K = 0$. Mit wachsendem Streuwinkel nimmt auch $|K|$ zu. Dieser Zusammenhang führt zu einer räumlichen Defokussierung im GRS. Die Fokalebene wird in z -Richtung verschoben (bezüglich der ursprünglichen Position bei $K = 0$). Dieser Effekt kann durch die Anpassung der horizontalen Quadrupolmomente des Spektrometers korrigiert werden, so dass der Θ -Term in Gleichung (3.1) verschwindet.

Die Überprüfung erfolgt mit einem x_{fp} vs. θ_{fp} Plot: Wenn θ_{fp} unabhängig von der x -Position ist, war die *Kinematic Correction* erfolgreich.

Es muss beachtet werden, dass durch die *Kinematic Correction* die ionenoptischen Eigenschaften des Spektrometers verändert werden. Die Matrixelemente $s_{\mu\nu}$ besitzen damit eine implizite K -Abhängigkeit. Alle weiteren Korrekturen, die im Folgenden diskutiert werden, hängen nun von K ab.

First Order Matching

Für eine maximale Auflösung ist es wichtig, dass die Koeffizienten θ_0 und δ_0 zusätzlich zur *Kinematic Correction* Null werden. Es bleibt der Ausdruck

$$x_{fp} = x_0(s_{11}b_{11}T + s_{12}b_{21}). \quad (3.9)$$

Dieser Ausdruck definiert die kleinstmögliche Abbildung auf der Fokalebene und damit auch die erreichbare Auflösung.

Für eine optimale Definition des Streuwinkels Θ muss auch der Ausdruck δ_o in Gleichung (3.2) Null werden. Gerade unter der Bedingung *Lateral Dispersion Matching* liefert der Term Θ die größte Unsicherheit.

Bei einem Streuwinkel von 0° mit $K = 0$ wird $\delta_0 = 0$ in Gleichung (3.1), wenn das Matrixelement $b_{12} = 0$ ist. Dies wird über einen *Monochromatic Focus* am *Target* bei gleichzeitiger *Kinematic Correction* realisiert. Bei Streuwinkel $\neq 0^\circ$ wird dies über eine Verschiebung des Fokus' in Richtung *Focal Plane* erreicht. Diese Prozedur heißt *Focus Matching*.

Es ist möglich, dass die δ_0 Koeffizienten in den Gleichungen (3.1) und (3.2) gleichzeitig Null werden. Dies kann erreicht werden, wenn gilt:

$$b_{16} = -\frac{s_{16}}{s_{11}}(1 + s_{11}s_{26}K - s_{21}s_{16}K)\frac{C}{T} \quad (3.10)$$

und

$$b_{26} = (s_{21}s_{16} - s_{11}s_{26})C. \quad (3.11)$$

Es wurde die Beziehung $s_{11}s_{22} - s_{12}s_{21} = 1$ zur Vereinfachung ausgenutzt. Dies wird *Lateral Dispersion Matching* und *Angular Dispersion Matching* genannt.

Das Auflösungsvermögen des Systems ist dann gegeben durch

$$R = \frac{1}{2} \frac{s_{16}}{x_0 M_{\chi\xi}}; \quad (3.12)$$

darin ist $M_{\chi\xi}$ der x_0 -Koeffizient in Gleichung (3.1). $M_{\chi\xi}$ bezeichnet gleichzeitig auch die Gesamtvergrößerung des Systems. Wenn alle *Matching Conditions* angewendet sind, gilt:

$$M_{\chi\xi} = s_{11}b_{11}T - s_{16}b_{21}K. \quad (3.13)$$

Das ionenoptische Konzept ist in Abbildung 3.7 dargestellt. Gezeigt sind Tra-

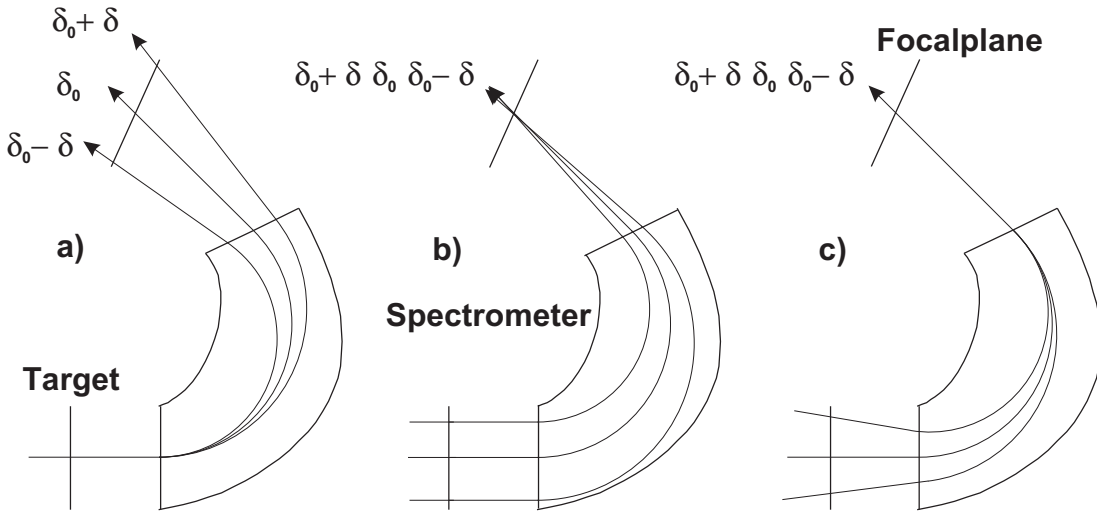


Abbildung 3.7 – Illustration der im Text beschriebenen Methoden zur Strahlanpassung. Links (a) ist die achromatische Strahlführung dargestellt, in der Mitte (b) das *Dispersion Matching* und rechts das *Double Matching* (c). Die Linien entsprechen Teilchen-Trajektorien. Darstellung entnommen aus Referenz [87].

jektorien von Teilchen mit drei unterschiedlichen Impulsen, die elastisch unter $\Theta = 0^\circ$ gestreut werden.

- Abbildung 3.7 (a) zeigt Teilchenbahnen mit den Impulsen $\delta_0 = 0$ und $\delta_0 \pm \delta$ für den Fall *Acromatic Beam* ($b_{16} = b_{26} = 0$). Die Teilchen werden durch das Spektrometer impulsanalysiert. Die Dispersion des Strahls begrenzt die Auflösung auf der Fokalebene.
- Abbildung 3.7 (b) zeigt die Trajektorien für den Fall des *Dispersion Matchings* (b_{16} matched, $b_{26} = 0$). Teilchen mit unterschiedlichen Impulsen δ_0 werden auf unterschiedliche Positionen auf der Fokalebene abgebildet (*Dispersive Monochromatic Focus*). Die Dispersion am *Target* wird kompensiert durch die Dispersion des Spektrometers. In diesem Fall wächst die Unsicherheit des Streuwinkels, da Teilchen mit unterschiedlichem δ_0 die Fokalebene unter unterschiedlichen Winkeln passieren.

- Abbildung 3.7 (c) zeigt den Fall des *Double Matching (Lateral and Angular Dispersion Matching)*. Teilchen mit unterschiedlichen Impulsen treffen unter geeigneter Wahl der Einfallswinkel auf das *Target*, d.h. durch Anpassung der Winkeldispersion. Diese Bedingung ist gegeben bei Erfüllung von Gleichung (3.11).

3.1.6 *Faint Beam Method*

Für die Umsetzung der *Matching Conditions* wurde am RCNP ein eigenes Verfahren namens *Faint Beam Method* entwickelt. Bei diesem Verfahren wird der *Beam* auf eine Intensität von 10^3 Teilchen pro Sekunde reduziert. Die Eigenschaften des Strahls bleiben unverändert. Eine höhere Intensität (im nA Bereich) würde die Drahtkammern zerstören. Das Spektrometer wird auf einen Streuwinkel von 0° gestellt. Auf diese Weise kann das Strahlprofil direkt untersucht werden.

Abbildung 3.8 zeigt die einzelnen Stationen in der *Faint Beam Method*:

1. keine *Matching Condition*: Das Strahlabbild in der x_{fp} vs. θ_{fp} Ebene entspricht Abbildung 3.8 (a).
2. nur *Focus Matching*: Das Abbild entspricht Abbildung 3.8 (b). Teilchen mit unterschiedlichem Impuls haben unterschiedliche Durchdringungspunkte auf der Fokalebene. Das Abbild gleicht einer gekippten Ellipse.
3. *Focus and Dispersion Matching*: Die Ellipse steht aufrecht (siehe Abbildung 3.8 (c)).
4. *Lateral and Angular Dispersion Matching*: Die räumliche Aufweitung und die Spreizung im Winkel sind minimal (siehe Abbildung 3.8 (d)).

Das Ziel der *Faint Beam Method* ist, dass das Abbild in der x_{fp} vs. θ_{fp} -Ebene minimiert wird.

3.1.7 Fokussierungsmethoden

Die Argumentation folgt denen in Referenz [55, 61].

Experimente mit dem Ziel der Identifizierung von $\Delta L = 0$ Komponenten brauchen eine gute Winkelauflösung. Für die exakte Bestimmung des Streuwinkels müssen vertikale und horizontale Komponenten bekannt sein [87]. Bei einem magnetischen Spektrometer können θ - und ϕ -Komponenten des Streuwinkels mit Hilfe der Spurrekonstruktion ermittelt werden.

Bei Spektrometern mit horizontaler Dispersion kann die vertikale Vergrößerung gering werden. Der Ursache dafür ist der QM Q1 (siehe Abbildung 3.3), der für die vertikale Fokussierung verantwortlich ist. Der QM sollte in einem möglichst geringen Abstand zum Streuobjekt positioniert werden. Dies sorgt für eine große

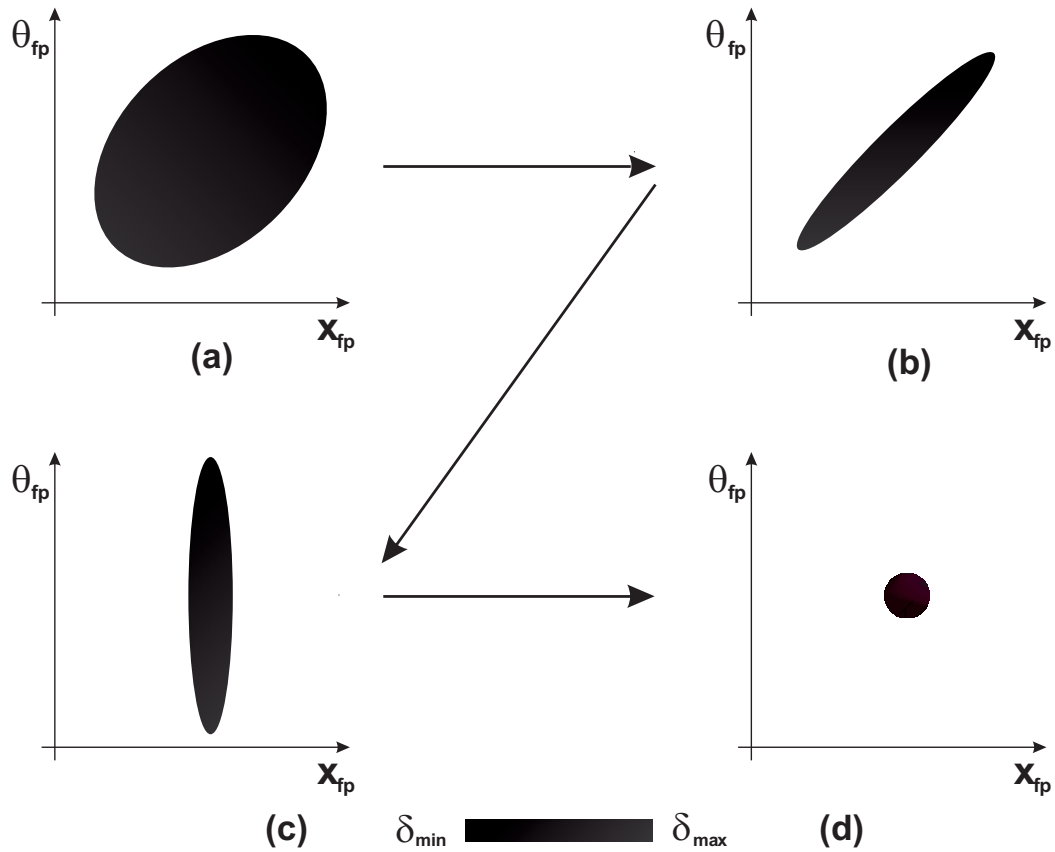


Abbildung 3.8 – Illustration der *Faint Beam Method*. Dargestellt sind die x_{fp} vs. θ_{fp} Ebene und die aus den im Text beschriebenen Anpassungen der Strahlfläche in der Fokalebene: (a) stellt die Strahlfläche ohne *Matching Condition* dar, (b) unter Anwendung des *Focus Matchings*, (c) ist das resultierende Abbild bei Anwendung der *Focus Matching* und *Lateral Dispersion Matching Condition*, (d) Schnittfläche, wenn alle *Matching Conditions* angewendet werden. Die Darstellung ist Referenz [80] entnommen.

Winkelakzeptanz. Auf der anderen Seite wird dadurch die vertikale Winkelvergrößerung klein.

In Abbildung 3.9 (a) wird die Situation im *Normal Focus Mode* gezeigt. Dies ist eine Punkt-zu-Punkt-Abbildung vom *Target* auf die Fokalebene. Das GRS hat eine Winkelvergrößerung von 0.17. Daher treffen Ejektile mit großem vertikalen Streuwinkel am Spektrometereingang unter kleinem Winkel an der *Focal Plane* auf. Die rekonstruierbare vertikale Auflösung am *Target* beträgt lediglich 12 mrad [87], obwohl die Winkelauflösung des Detektorsystems 2 mrad ist.

Eine Veränderung der Abstände zwischen den Drahtkammern für eine Verbesserung der Auflösung ist nicht möglich, da Vielfachstreuungen in der Folie, im Detektorgas und in der Luft auftreten.

Die Winkelauflösung kann über eine Anpassung der ionenoptischen Eigenschaf-

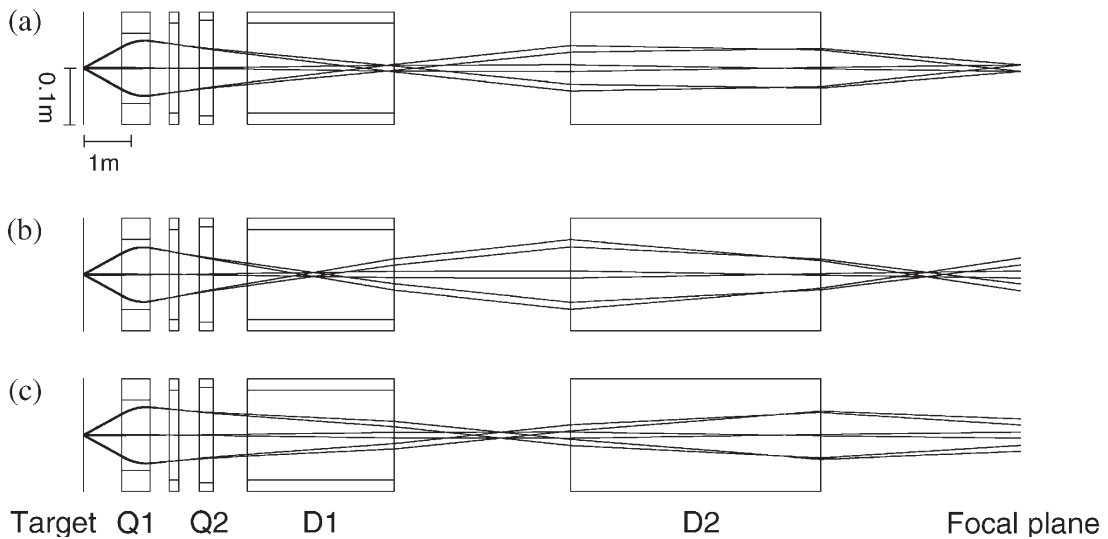


Abbildung 3.9 – Die vertikalen Trajektorien in der y vs. z -Ebene für Teilchen, die unter Winkeln von sowohl $\Phi_2=0$ mrad als auch $\Phi_2 = \pm 46$ mrad gestreut werden; hier werden der normale Modus (a), der *Over-Focus Mode* (b) und der *Under-Focus Mode* (c) dargestellt. Abbildung entnommen aus Referenz [87].

ten in vertikaler Richtung erreicht werden. Betrachtet sei die vertikale Position y_{fp} eines Teilchens auf der Fokalebene in der Notation des Computerprogramms TRANSPORT [85]. Unter Ausnutzung der vertikalen Spiegelsymmetrie der Magnetfelder (die Magneten SX, MP und DSR werden nicht verwendet) lässt sich für einen festen Radius mit Verwendung der Transportmatrix schreiben:

$$\begin{aligned}
 y_{fp} &= (y | y)y_{tgt} + (y | \phi)\phi_{tgt} \\
 &+ (y | yx)y_{tgt}x_{tgt} + (y | y\theta)y_{tgt}\theta_{tgt} + (y | y\delta)y_{tgt}\delta \\
 &+ (y | \phi x)\phi_{tgt}x_{tgt} + (y | \phi\theta)\phi_{tgt}\Theta_{tgt} + (y | \phi\delta)\phi_{tgt}\delta \\
 &+ \text{Terme höherer Ordnung.}
 \end{aligned} \tag{3.14}$$

Darin bedeuten y_{tgt} die vertikale Position, ϕ_{tgt} den vertikalen Winkel, x_{tgt} die horizontale Position und θ_{tgt} den horizontalen Winkel, unter dem das Teilchen gestreut wird. δ ist die Änderung des Impulses beim *Target*-Durchgang. Die Gleichung (3.14) gibt eine Taylorentwicklung in TRANSPORT-Notation wieder. Darin ist $(y | y)$ und alle Größen dieser Form ein Koeffizient der Taylorentwicklung. Das GRS ist so konstruiert, dass im *Normal Focus Mode* für den *Central Ray* bei einem Radius von $R = 3000$ mm gilt:

$$(y | \phi) = 0. \quad (3.15)$$

Für den *Over Focus Mode* (siehe Abbildung 3.9 (b)) gilt:

$$(y | \phi) > 0. \quad (3.16)$$

Dieser Modus wird erreicht, indem die Feldstärke des Q1 erhöht wird. Die Erhöhung kann nicht beliebig erfolgen, da die Fokalebene rotiert. Eine weitere Möglichkeit bietet der *Under-Focus Mode* (siehe Abbildung 3.9 (c)). In diesem Fall gilt:

$$(y | \phi) < 0. \quad (3.17)$$

Experimentell wird dieser Modus durch die Herabsetzung der Q1-Feldstärke erreicht.

Betrachtet sei der Term $(y | \phi)\phi_{tgt}$. Dieser Term beschreibt die Positionen der Teilchen auf der Fokalebene. Teilchen mit unterschiedlichen Streuwinkeln werden abhängig vom *Focus Mode* auf unterschiedlichen Positionen in der Fokalebene abgebildet. Unter dieser Voraussetzung ist die Berechnung des Winkels ϕ_{tgt} durch Messung von y_{fp} möglich. Das Verfahren wird am RCNP auch *Off-Focus Mode* genannt [87]. Auf diese Weise kann die Winkelauflösung verbessert werden.

Für die Bestimmung des Winkels ϕ_{tgt} im *Off-Focus Mode* müssen die Terme $(y | \phi)$ und $(y | \phi\theta)$ mit minimalem Fehler bekannt sein. Terme höherer Ordnungen in Gleichung (3.14) sind vernachlässigbar. Den größten Fehlerbeitrag liefert die vertikale Breite des Strahls Δy_{tgt} . Das liegt daran, dass der Term $(y | y) = 5.98$ für die vertikale Vergrößerung ist. Bei einer vertikalen Strahlbreite von $0.5 < \Delta y_{tgt} < 1$ mm, liefert der Term $(y | y)\Delta y_{tgt}$ eine Unsicherheit zwischen 3 – 6 mm in der Fokalebene.

Alle Terme mit x_{tgt} und y_{tgt} müssen minimiert werden, wenn die Effekte des Terms $(y | y)y_{tgt}$ reduziert werden sollen. Eine genaue Bestimmung des Winkels ϕ_{tgt} hängt von einer y_{tgt} Messung im *Off-Focus Mode* ab. Diese ist nur dann möglich, wenn der absolute Wert des Terms $(y | \phi)$ minimal ist. $(y | \phi)$ ist abhängig von der Feldstärke des QMs Q1. Untersuchungen am RCNP haben ergeben, dass der *Over-Focus Mode* mit einer um 7% erhöhten Feldstärke das Optimum darstellt.

3.1.8 Datenaufnahme und -verarbeitung

Zur Aufnahme der Daten wird eine *Emitter-Coupled Logic* (ECL) verwendet. Diese leitet die digitalisierten Informationen zu den *High Speed Memory Modules* (HSMM) weiter, die in einem *Versa Module Europe Bus* (VME) untergebracht sind. Ein *Feret Control Event Tagger* (FCET) ordnet den Informationen *Eventheader*, *Eventnumber* und Registerkennung zu. Die Informationen werden dann zur VMIC5576 übertragen und in einem Rm5576-Modul gespeichert (Hersteller nicht bekannt). Die Daten werden in sogenannten *Run-Files* auf einem System (Bauart *Redundant Array of Independent Disks* (RAID)) am RCNP gespeichert und sind jederzeit abrufbar. Eine Kopie der Daten wird an ein weiteres Rm5576-Modul im Kontrollraum geleitet. Hier werden die Daten über eine *Sun Workstation* an Arbeitsplätze weitergeleitet. An diesen kann eine *Online*-Analyse der Daten erfolgen [39].

Die *Run-Files* enthalten alle vom System erfassten Daten. Die *Events* werden in einen *Block* geschrieben, die mit laufender *Event-ID* eindeutig adressiert sind. Die Anzahl der *Events* pro *Block* ist variabel. Die Auslesesoftware liest jedes *Event* aus und verarbeitet die erforderlichen Daten. Für jedes *Event* werden die Driftzeiten jedes gefeuerten Drahtes und die Szintillatorinformationen aufgenommen. Die Digitalisierung der Driftzeiten erfolgt über einen *Time to Digital Converter* (TDC). Das *Trigger*-System arbeitet im *Common-Stop-Mode*.

Am Institut für Kernphysik der Westfälischen Wilhelms-Universität (WWU) Münster wurde zu diesem Zweck ein Programmpaket mit den Programmen ORZ und WURZEL entwickelt. Beide Programme sind in der Programmiersprache C/C++ geschrieben und besitzen jeweils eine ROOT-Schnittstelle [88].

Das Programm

ORZ hat folgende Funktionen:

1. Es liest die *Run-Files* ein und durchsucht die *Events* nach relevanten Informationen wie Tot- und Driftzeiten der MWDCs, FERA-Werte der PMTs oder der im FC deponierten Ladung.
2. Es verarbeitet die Driftzeiten und führt die Spurrekonstruktion (siehe Abschnitt 4.1) durch.
3. Es gibt zwei Dateien aus. In der ersten Datei werden die für die Strahlnormierung relevanten Daten abgespeichert. In der zweiten Datei werden die aus der Spurrekonstruktion gewonnenen *Tracks* mit den Koordinaten (X, Y, θ, ϕ) sowie die *Trigger*-Informationen abgespeichert.

Das Programm muss im Idealfall nur ein einziges Mal je *Run-File* benutzt werden.

WURZEL hat folgende Funktionen:

1. Es liest die *Tracks* ein und rechnet auf *Target*-Koordinaten zurück.

2. Es erstellt Anregungsenergiespektren.

Die detaillierte Beschreibung der Programme erfolgt im Kapitel 4.1.

3.2 Durchführung der Experimente

Die in dieser Arbeit vorgestellten Experimente wurden mit Strahlenergien von 420 MeV durchgeführt. Die Spektrometerwinkeleinstellungen betragen 0° und 2.5° und im Falle von Gallium auch 4.0° und 6.0° . Der Primärstrahl wurde im FC, der abhängig vom Spektrometerwinkel positioniert wurde, gestoppt. Eine genaue Übersicht ist in Abbildung 3.3 und in Tabelle 3.9 gegeben. Die im FC gemessene Ladung dient zur Berechnung des Strahlstroms. Am RCNP wurden Strahlströme von bis zu 30 nA verwendet.

Es wurden verschiedene Elemente mit unterschiedlicher Isotopenhäufigkeit gemessen. Einen Überblick gibt Tabelle 3.10. Die *Target*-Präparation für das Gallium ist in Kapitel 3.2.1 beschrieben.

Spektrometerwinkel	Position des FC
0°	D1
2.5°	Q1
4.0°	SC-FC
6.0°	SC-FC

Tabelle 3.9 – Übersicht der FC-Position in Abhängigkeit des Spektrometerwinkels. Die Positionen sind in Abbildung 3.3 dargestellt.

3.2.1 *Target*-Präparation

Selbsttragende *Targets* mit einer Massenbelegung von 1 mg/cm^2 stellen ein Optimum dar. Dieses ist ein Kompromiss zwischen den verschiedenen Anforderungen an das *Target*: Typischerweise soll eine möglichst gute Energieauflösung erreicht werden, die das maximale Auflösungsvermögen des Spektrometers ausnutzt. Diese kann allerdings nur mit einer minimalen Massenbelegung erreicht werden. Auf der anderen Seite sollte das Experiment eine hinreichende Statistik in einer akzeptablen Messzeit liefern. Das *Target* muss auch homogen sein, d.h. es darf keine Löcher aufweisen und die Dicke muss an allen Stellen identisch sein. Die Gallium-*Targets* wurden im Rahmen dieser Arbeit selbst hergestellt. Der Herstellungsprozess wird im Folgenden beschrieben.

Schmelzung

Das Standardverfahren, d.h. der Versuch des Aufdampfens auf Kohlenstofffolien, scheiterte. Aus diesem Grund wurde ein neues Verfahren entwickelt:

1. Das Gallium wird auf seine Schmelzpunkttemperatur von 302.9 K (29.8 °C) erhitzt.
2. Ein Tropfen (≈ 4 mg) der Schmelze wird zwischen zwei Objektträger eingebracht. Die Objektträger werden mittels einer Spannvorrichtung aufeinander gedrückt. Während des Spannens wird mit einem stiftähnlichen Gegenstand auf den Objektträger geklopft, damit sich die Schmelze möglichst gleichmäßig verteilt. Es muss darauf geachtet werden, dass sich keine Löcher bilden, in diesem Fall wäre die Schmelze als *Target* unbrauchbar.
3. Nach Abschluss des Spannens muss die Schmelze zum Erstarren gebracht werden. Hierfür werden die Objektträger in ein Bad mit flüssigem Stickstoff getaucht bis die Schmelze erstarrt ist. Beim Erstarren gibt es eine Farbänderung: die zuvor silbergrau erscheinende Schmelze schimmert bläulich. Die Erstarrungstemperatur ist abhängig von der Verunreinigung der Probe. Gemessen wurden Temperaturen in einem Bereich von ca. 190 K bis ca. 293 K (ca. -80 °C bis ca. $+20$ °C).
4. Die Objektträger mit dem erstarrten Gallium werden aus der Spannvorrichtung entfernt und in ein Bad mit Ethanol getaucht. Ist das Gallium-*Target* homogen, so kann von dem Objektträger abgezogen werden. Bei Inhomogenitäten reißt das Material ein und ist unbrauchbar. Das als *Target* unbrauchbare Material wurde nicht erneut geschmolzen, da hier bereits stärkere Verunreinigungen erwartet wurden.

Dickenbestimmung

Die genaue Bestimmung der *Target*-Dicke ist für die Berechnung der Wirkungsquerschnitte über den Strahlstrom (siehe Kapitel 5.2) wichtig. Es hat sich herausgestellt, dass das Wiegen und die Flächenbestimmung der *Targets* keine hinreichende Präzision liefert.

Die Dicke wurde mit Hilfe der Energieverlustmessung von α -Teilchen im *Target*-Material untersucht. Dazu wurde eine Mischquelle verwendet, die ^{239}Pu , ^{241}Am und ^{244}Cm Isotope enthält. Diese entstehenden α -Teilchen haben Energien von 5.154 MeV (^{239}Pu), 5.486 MeV (^{241}Am) und 5.805 MeV (^{244}Cm). Der Messstand entspricht dem in den Referenzen [89, 90] beschriebenen. Im aufgenommenen Energieverlustspektrum sind die *Peaks* im Vergleich zum Spektrum ohne *Target* verschoben. Diese Verschiebung, d.h. der Energieverlust, ist proportional zur Dicke des eingebrachten Materials. Die Berechnung der Dicke erfolgte mit dem Computerprogramm SRIM [91].

Isotop	Massenbelegung [mg/cm ²]	Isotopenanreicherung [%]	Energieverlust [keV/mg/cm ²]	Setup	Spektrometerwinkel
²⁶ Mg	0.87 [83]	>99	17.7	I	0°
³⁰ Si	1.13 [83]	3.09	17.5	I	0°
○ ⁴⁸ Ca	1.87 [92]	95.23	15.0	I	0°, 2.5°
● ⁶⁹ Ga	3.96(13)	99.7	15.2	I,II	0°, 2.5°, 4.0°, 6.0°
● ⁷¹ Ga	3.64(11)	99.5	14.8	I,II	0°, 2.5°, 4.0°, 6.0°
natGa	2.2	natürlich	15.0	I	0°
● ⁷⁶ Ge	1.43(3)	86.9	14.2	I	0°, 2.5°
⁷⁸ Se	1.4 [83]	(98.80)	14.5	I	0°, 2.5°
● ⁸² Se	1.79(5)	97.43(2)	13.8	I	0°, 2.5°
● ⁹⁶ Zr	1.06(5)	57.4(2)	13.6	I	0°, 2.5°
● ¹⁰⁰ Mo	1.00	95.9	13.6	I	0°, 2.5°
¹¹⁸ Sn	1.24 [83]	97.23	13.4	I	0°
¹²⁰ Sn	1.13 [83]	96.60	13.3	I	0°
¹⁴⁰ Ce	2.80 [83]	99.72	12.9	I	0°
¹⁷⁸ Hf	3.48 [83]	89.14	12.0	I	0°

Tabelle 3.10 – Massenbelegung, Isotopenanreicherung, Setup und Spektrometerwinkel für die gemessenen *Targets*. Die angereicherten Gallium-Isotope sind bei einem Spektrometerwinkel von 2.5° mit dem MWDC-Setup II gemessen worden. Alle *Targets* mit Ausnahme des Selen und Hafniums sind selbsttragend; das Selen wurde auf eine isotonenreine ¹²C-Folie gedampft. Die Energieverluste sind mit dem Programm RELKIN berechnet worden. Bei mit einem (●) gekennzeichneten Isotopen konnte die *Target*-Dicke mittels α -Messungen überprüft werden. Die Dicke des natGa-*Targets* konnte nicht überprüft werden, da das *Target* zerstört wurde. ○ Informationen über das ⁴⁸Ca nach Referenz [92]. Die Experimente mit Gallium wurden im Rahmen der Strahlzeit E327 durchgeführt, Calcium, Cer und Hafnium im Rahmen von E237 und die übrigen während der Strahlzeit E294.

Kapitel 4

Auswertung

Die am RCNP experimentell aufgenommenen Daten enthalten *Drift*-Zeiten und Szintillatorinformationen. Mit Hilfe dieser Daten sollen Anregungsenergiespektren erzeugt werden. In diesem Kapitel werden die notwendigen Auswerteschritte vorgestellt.

Im Experiment nimmt die *Data Acquisition* (DAQ) die *Drift*-Zeiten der Ladungen zu den Drähten auf. Aus diesen Informationen wird in mehreren Schritten ein Anregungsenergiespektrum erstellt:

1. Schritt: Die Spurrekonstruktion erstellt einen *Track* aus den *Drift*-Zeiten.
2. Schritt: Dieser *Track* wird auf die Fokalebene zurückgerechnet (Fokalebenekonstruktion).
3. Schritt: Es erfolgt die Projektion auf die *Target*-Koordinaten. Die Projektionsvorschrift wird in der *Sieve-Slit*-Analyse bestimmt.
4. Schritt: Die Korrektur der Abbildungsfehler.

Diese Auswertungsschritte finden im TRANSPORT-Koordinatensystem statt; für die Erstellung von Winkelverteilungen muss eine Raumwinkelnormierung erfolgen. Zur Berechnung von absoluten Wirkungsquerschnitten muss die Zählrate kontrolliert werden, d.h. es muss überprüft werden, ob der Beam das *Target* getroffen hat. Die Wirkungsquerschnitte selbst werden über die im FC deponierte Ladung berechnet. Die Darstellung im Anregungsenergiespektrum erfordert eine Energiekalibrierung. Die jeweiligen Schritte werden im Folgenden diskutiert.

4.1 Spurrekonstruktion

4.1.1 Realisierung in Orz

Beim Durchgang der Ionen durch die Drahtkammern werden Elektronen aus den Gasatomen ausgeschlagen. Die Elektronen driften entlang der Feldlinien zum

Draht. Da die Elektronen sich mit konstanter Geschwindigkeit bewegen, ist die Zeitinformation des MWDC-Signals proportional zur Z-Koordinate. Werden Informationen aus mehreren Drahtkammern kombiniert, kann die Teilchenspur rekonstruiert werden.

In der (${}^3\text{He}, t$)-Reaktion werden einfach geladene ${}^3\text{He}$ - bzw. Tritonen bei einem geringen Strahlstrom ($\approx \text{nA}$ -Bereich) erwartet. Dementsprechend ist die Spurerkennung auf einzelne Spuren ausgelegt. Sollten zwei Ionen gleichzeitig die MWDCs durchqueren, wird dieses Ereignis verworfen, wenn der Abstand der Drähte zu gering ist. Die Aufgabe des Spurrekonstruktionsprogramms ist die Extraktion der ${}^3\text{He}$ bzw. Tritonen-Spuren aus den aufgezeichneten Signalen; andere Teilchenspuren müssen diskriminiert werden.

Die Bezeichnung der Spurerkennung lehnt sich an die Notation des VESNAⁿ-Programms an [93]. Das Spurrekonstruktionsprogramm arbeitet wie folgt: Die im Experiment aufgenommenen Daten sind in sogenannten *run*-Dateien abgespeichert. Diese Dateien sind in einer *Block*-Struktur organisiert. Jeder *Block* enthält eine variable Anzahl von *Events*. In einem *Event* sind die bei Auslösung des *Triggers* vorhandenen Daten abgespeichert. Die *Routine*

`read_data` durchsucht die Datenstruktur nach *Event*-Daten. Dabei werden gleichzeitig auch die Szintillatorsignale ausgelesen, mit deren Hilfe eine Teilchenidentifikation stattfindet. An dieser Stelle können *Gates* definiert werden und damit ${}^3\text{He}^{++}$ von Tritonen getrennt werden. Die *Gates* können auch in WURZEL gesetzt werden.

Dieser *Routine* folgt

`read_tdc`, in der die abgespeicherten TDC-Wert für jeden gefeuerten Draht und für jede Kammer ausgelesen werden. An dieser Stelle wird überprüft, in welchem Bereich der Feldlinien das Elektron erzeugt wurde. Davon ist abhängig, ob eine *Driftlength*-Korrektur erforderlich ist (siehe Kapitel 4.1.3). Die Daten bzw. die korrigierten Daten werden einer *Hit*-Liste übergeben. Dies geschieht für jede Kammer, sodass vier Listen erstellt werden.

In der *Routine*

`make_tracks` erfolgt die Spurrekonstruktion. Diese *Routine* enthält weitere *Sub-routinen*. Zunächst durchsucht

`find_clusters` jede *Hit*-Liste. Ein *Cluster* liegt vor, wenn mindestens drei Drähte gefeuert haben (siehe Abbildung 4.2). Ereignisse mit zwei gefeuerten Drähten werden nur verwendet, wenn zwischen diesen ein Draht nicht gefeuert hat (*Missing Wire*). Die Daten werden dann einer *Cluster*-Liste übergeben.

Falls es nicht für jede Drahtebene einen *Cluster* gibt, wird das *Event* verworfen. Andernfalls wird in

`get_qtrack` aus einzelnen *Clustern* die Steigung (*Slope*) und der Durchstoßpunkt durch die jeweilige Drahtebene berechnet. Dies wird als *Quarter-Track* (*Q-Track*) bezeichnet. An dieser Stelle wird überprüft, ob die Steigung in einem physikalisch-sinnvollen Bereich liegt (siehe Abbildung 4.3). Auf diese Weise werden Untergrundsignale diskriminiert. Der *Q-Track* wird der gleichnamigen Liste übergeben. Jede Drahtebene kann mehrere *Q-Tracks* haben.

Wenn es eine Drahtebene ohne *Q-Track* gibt, wird das ganze *Event* verworfen. In der *Routine*

`get_htrack` werden jeweils *Q-Tracks* aus gleichartigen Kammern (X1 und X2, U1 und U2 usw.) zu einem *Half-Track* (*H-Track*) kombiniert (siehe Abbildung 4.4). Kann kein *H-Track* erstellt werden, wird das *Event* verworfen. Es folgt die Routine

`get_track`, in der aus den *H-Tracks* ein *Track* mit vier Koordinaten ($X_{X1}, Y_{X1}, \theta_{X1}, \phi_{X1}$) bezüglich der ersten Drahtebene erzeugt wird. Sollte die *Track*-Erstellung fehlschlagen, wird das *Event* verworfen.

Es wird überprüft, ob der *Track* im physikalisch-sinnvollen Bereich liegt. Dieser Bereich ist durch die Akzeptanz des Aufbaus gegeben. Die Spurrekonstruktion akzeptiert Signale, wenn sie nicht mehr als $\pm 1/60\pi$ rad vom ungestreuten Strahl abweichen. Sollte der *Track* außerhalb des Akzeptanzbereichs liegen, wird `get_htrack` aufgerufen und ein neuer *H-Track* erzeugt. Die Software merkt sich, welcher *Q-Track* bereits verwendet wurde. Gibt es einen *Track*, so wird dieser, gegeben durch seine Koordinaten, von

`write_track` abgespeichert.

Ein Flussdiagramm wird in Abbildung 4.1 gezeigt. Eine ausführliche Darstellung des Spurrekonstruktionsprogramms wird in Referenz [94] gegeben.

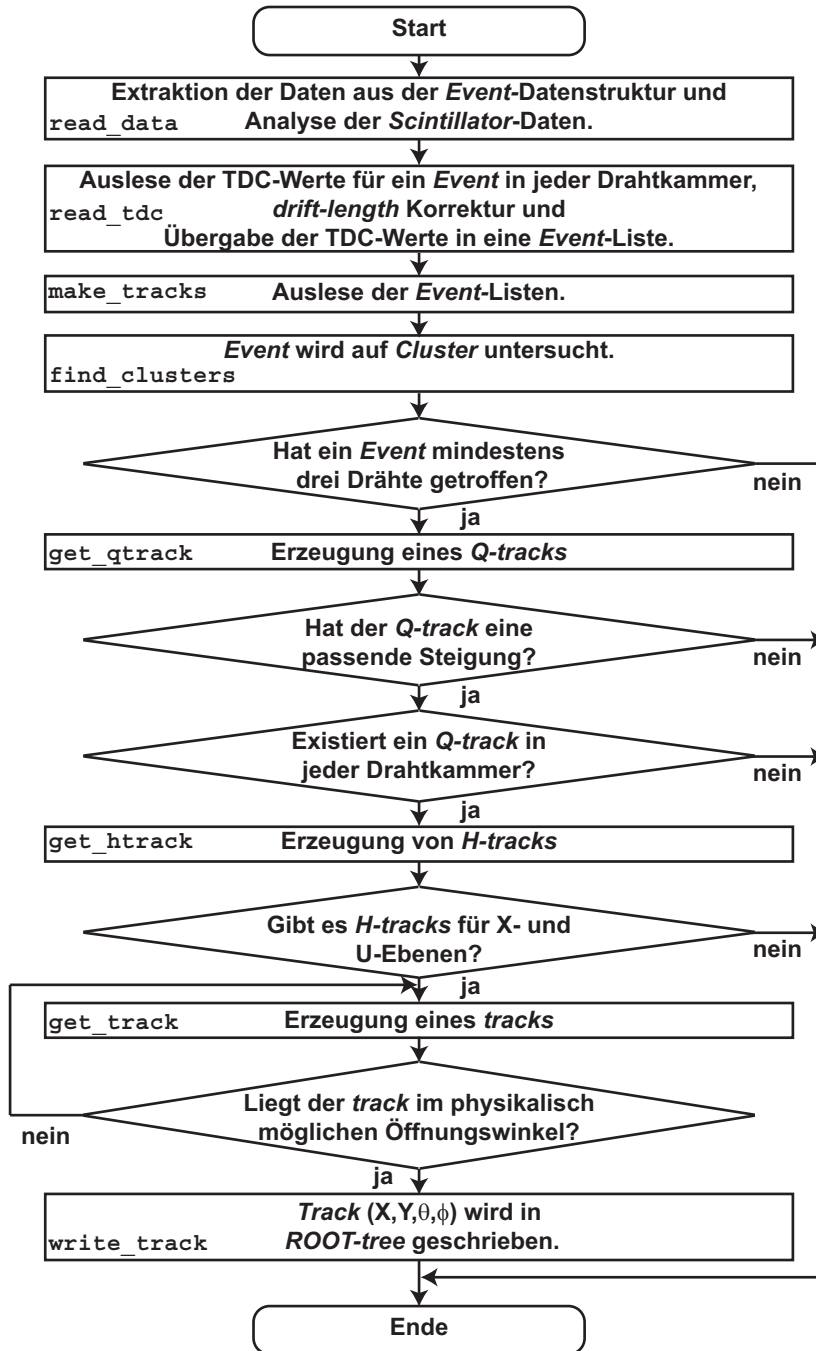


Abbildung 4.1 – Flussdiagramm für das Spurrekonstruktionsprogramm. Die Prozedur wiederholt sich für jedes *Event*. Die vom RCNP aufgezeichneten Daten enthalten *Blocks*, in jedem *Block* gibt es eine variable Anzahl von *Events*.

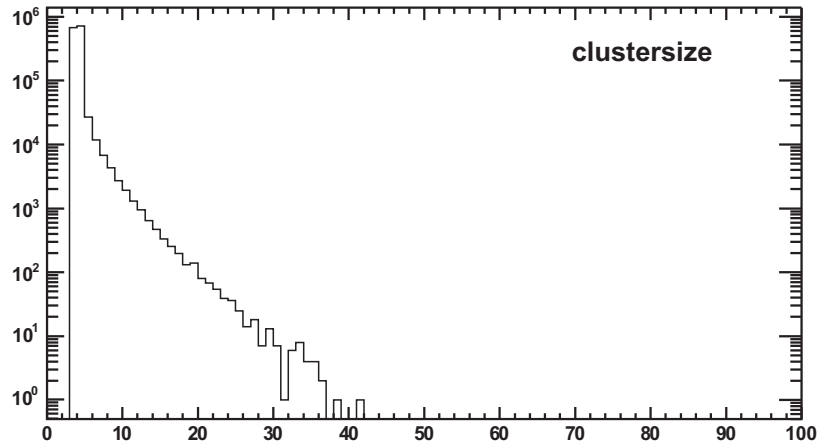


Abbildung 4.2 – Übersicht der *Clustersize*. Die Darstellung ist logarithmisch. Der überwiegende Teil der *Cluster* hat drei oder vier Einträge. Hat ein *Cluster* mehr als vier Drähte, muss überprüft werden, welche davon den gesuchten Teilchenspuren zugeordnet werden können.

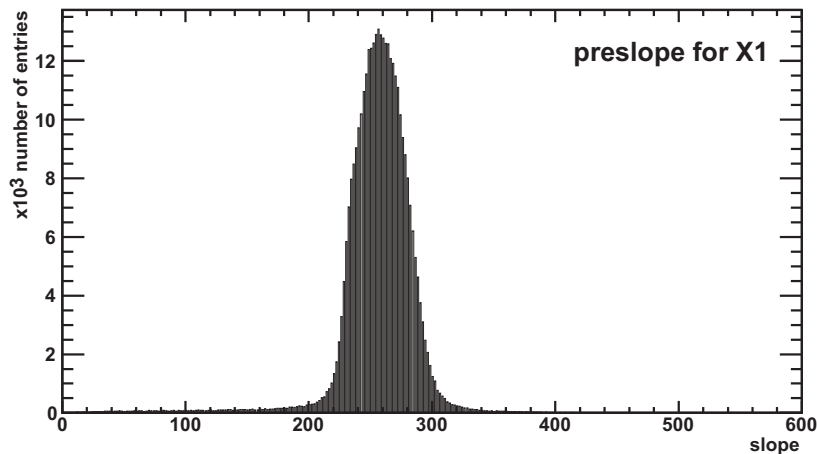


Abbildung 4.3 – Die Darstellung der Steigungswerte (*Preslope*) ist exemplarisch für die X1-Drahtebene. Der Bereich der gesuchten Teilchen liegt zwischen 150 und 350 (einheitenlos), der übrige Bereich wird verworfen.

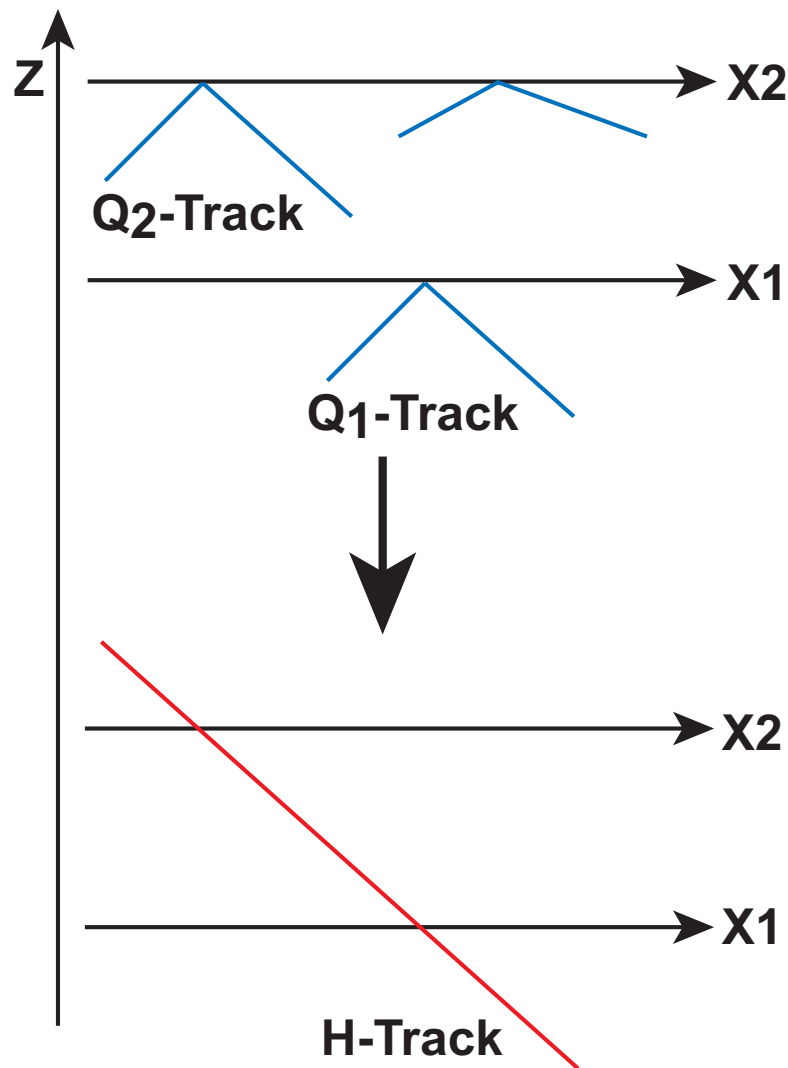


Abbildung 4.4 – Darstellung der Spurrekonstruktion: Die aus *Clusters* erzeugten *Q-Tracks* werden zu *H-Tracks* kombiniert. Dieser Prozess wird für jeweils gleichartige Drahtebenen ($X1$ und $X2$, usw.) durchgeführt. Für jeden *Track* werden zwei *H-Tracks* benötigt.

4.1.2 Mathematische Betrachtung

Die Spurrekonstruktion stellt aus je zwei Q -Tracks einen H -Track zusammen. An dieser Stelle muss das Programm die unterschiedlichen MWDC-Setups berücksichtigen. Im Setup I beträgt der Abstand zweier Drahtebenen $d = 226$ mm, im Setup II ist $d = 250$ mm (siehe Kapitel 3.1.3). Mit den Durchstoßpunkten durch eine Drahtebene (Q -Track) und dem Abstand dieser Durchstoßpunkte kann eine Trajektorie ermittelt werden. Dazu werden die Winkel Θ und Φ der Trajektorie bezüglich der Drahtebennormalen berechnet:

$$\Theta = \arctan\left(\frac{a_0 + X_2 + X_1}{d}\right) \quad (4.1)$$

mit a_0 als dem Abstand der Drahtebenen zueinander (Setup I ist $a_0 = 244$ mm, Setup II ist $a_0 = 195$ mm) und

$$\Phi = \arctan\left(\frac{Y_2 - Y_1}{d}\right) \quad (4.2)$$

in Einheit von rad. Die Parameter X_k und Y_k werden aus den Durchstoßpunkten der jeweiligen Drahtebenen ($k = 1, 2$) berechnet. Diese Berechnung ist abhängig vom jeweiligen MWDC-Setup, bedingt durch die jeweils verwendeten Drahtebenen.

Im *Setup* I sind die Parameter X_k aus den Durchstoßpunkten durch die X -Drahtebenen bekannt, die Parameter Y_k werden wie folgt berechnet:

$$Y_k = \tan(\alpha) \cdot \left(\frac{U_k}{\sin(\alpha)} - X_k\right) \quad \text{mit } k = 1, 2; \quad (4.3)$$

darin bedeutet U_k den Durchstoßpunkt durch die U -Drahtebene.

Im *Setup* II werden die Parameter X_k und Y_k aus den Durchstoßpunkten der U - und V -Drahtebenen unter Ausnutzung der Winkelbeziehung $\alpha = 90^\circ - 48.19^\circ$ ermittelt:

$$X_k = \frac{U_k + V_k}{2 \cdot \sin(\alpha)} \quad \text{mit } k = 1, 2 \quad (4.4)$$

und

$$Y_k = \frac{U_k - V_k}{2 \cdot \cos(\alpha)} \quad \text{mit } k = 1, 2. \quad (4.5)$$

An dieser Stelle ist jede Trajektorie bezüglich der Drahtebene X_1 beschreibbar. Damit ist die Spurrekonstruktion abgeschlossen.

4.1.3 Driftlength-Korrektur

Die *Driftlength*-Korrektur wird erforderlich, da es Bereiche im elektrischen Feld des Drahtes gibt, in denen Nichtlinearitäten auftreten. Dies ist der Fall in der

Nähe der Anodendrähte und der Kathodenflächen. Diese Effekte müssen für die Spurrekonstruktion zuverlässig korrigiert werden.

In Abbildung 4.5 wird ein typisches TDC-Spektrum für einen beliebigen Draht gezeigt. Es gibt drei Bereiche:

1. Bereich: eine ansteigende Flanke vor dem Plateau. Dieser Bereich ist nicht-linear und zeigt den Bereich in der Nähe der Kathodenfläche.
2. Bereich: ein ausgesprägtes Plateau. In diesem Bereich ist die *Drift*-Geschwindigkeit der Elektronen konstant. Der Verlauf der Feldlinien ist orthogonal zu den Drähten.
3. Bereich: eine ansteigende Flanke, die dem Plateau-Bereich folgt. Dieser Bereich liegt in der Nähe des Anodendrahtes. Die Feldlinien gehen von parallel in quasiradial über. Die Geschwindigkeit des *Drifts* der Elektronen nimmt zu. Diese Nichtlinearität soll korrigiert werden. Ziel ist ein Plateau (siehe Abbildung 4.6).

Eine Möglichkeit zur Kontrolle liefert der sogenannte "Hufeisenplot". Hier werden der TDC-Eintrag des n -ten gegen den des $(n + 1)$ -ten Drahtes aufgetragen. Dies ergibt eine Hufeisenstruktur (siehe Abbildung 4.8). Wurde keine *Driftlength*-Korrektur durchgeführt, so erscheinen die Ecken rund. Im korrigierten Plot sind die Ecken rechtwinkelig.

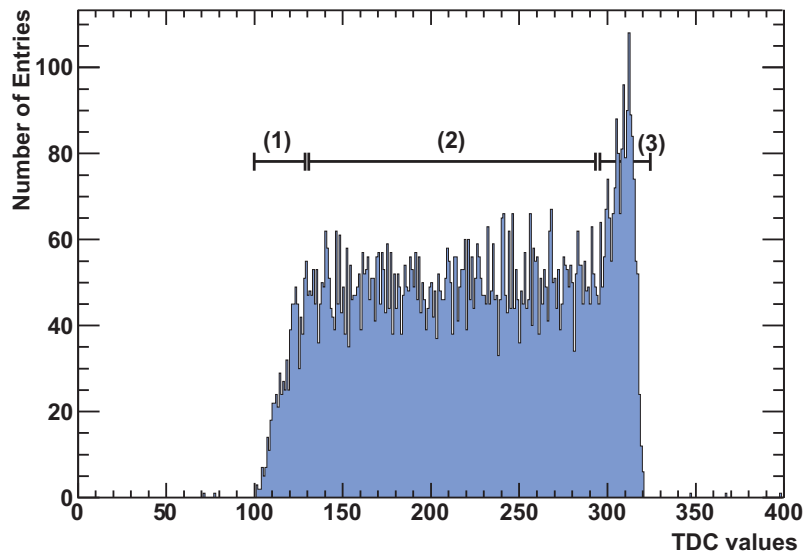


Abbildung 4.5 – Drahtspektrum eines typischen Drahtes. Ohne Korrektur der *Driftlength* bilden sich drei Bereiche: die ansteigende Flanke (1), der Plateau-Bereich (2) und ein *Peak* im Bereich (3). Dieser Bereich wird von der *Driftlength*-Korrektur berücksichtigt. Die Einträge werden zu höheren TDC-Werten verschoben.

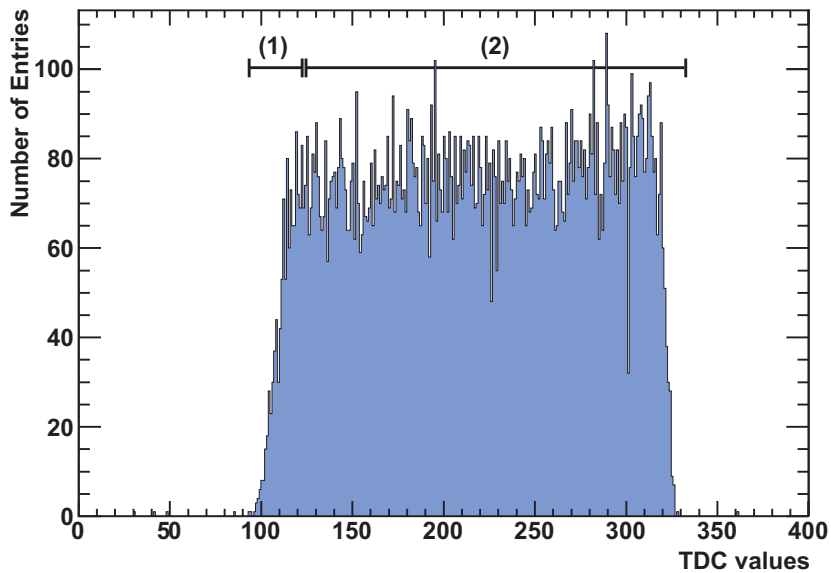


Abbildung 4.6 – Drahtspektrum mit Korrektur der *Driftlength*. Der *Peak* ist verschwunden, es gibt nur noch die ansteigende Flanke und den Plateau-Bereich.

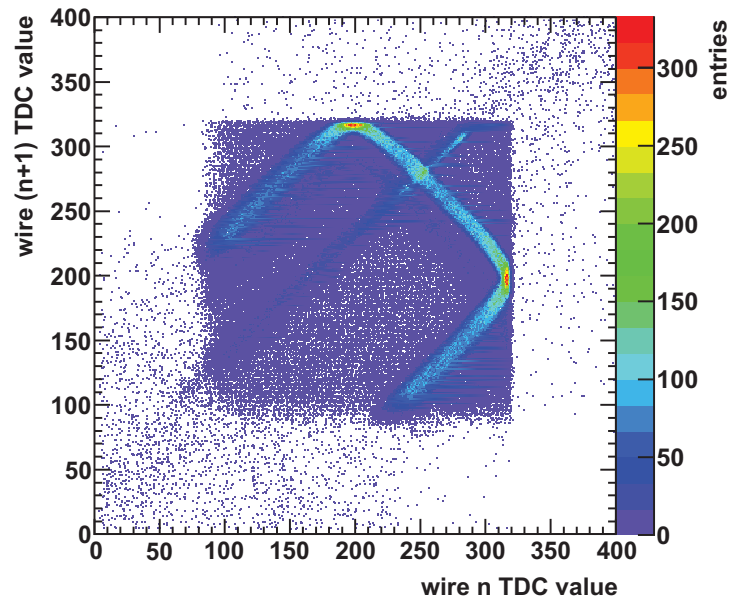


Abbildung 4.7 – Dargestellt ist der TDC-Eintrag des n -ten Drahtes gegen den $(n + 1)$ -ten Draht. Die TDC-Einträge wurden in der *Routine* `read_tdc` ausgelesen und haben weder die *Driftlength*-Korrektur erfahren noch sind sie von Untergrundereignissen befreit. Die Farbskala gibt Auskunft über die Zahl der Einträge.

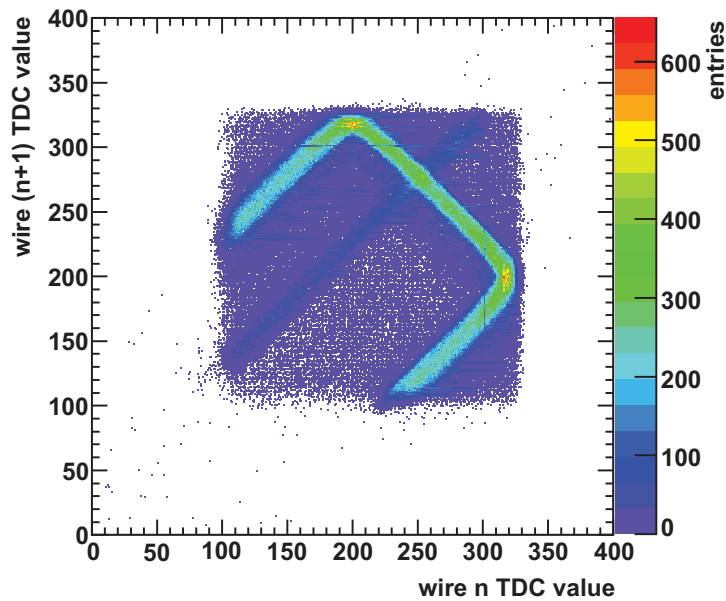


Abbildung 4.8 – Dargestellt ist der TDC-Eintrag des n -ten Drahtes gegen den $(n + 1)$ -ten Draht (wie Abbildung 4.7). Die TDC-Einträge wurden in der *Routine* `read_tdc` ausgelesen. Dieser Plot zeigt eine erfolgreiche *Driftlength*-Korrektur, die Ecken sind rechtwinkelig. Auch in dieser Darstellung sind noch Untergrundereignisse enthalten. Die Farbskala gibt Auskunft über die Zahl der Einträge.

4.2 Fokalebenekonstruktion

Die Rekonstruktion auf die Fokalebene f_{fp} wird erforderlich, da diese in der Regel nicht mit einer Drahtebene zusammenfällt. Ziel ist eine Projektion der *Tracks* $T(X_{X1}, Y_{X1}, \theta_{X1}, \phi_{X1})$ von der Drahtebene auf die Fokalebene:

$$T(X_{X1}, Y_{X1}, \theta_{X1}, \phi_{X1}) \mapsto T(X_{fp}, Y_{fp}, \theta_{fp}, \phi_{fp}). \quad (4.6)$$

Dazu werden je zwei Trajektorien ausgewählt, die im gleichen Bereich auf der Drahtebene liegen. Für ein Paar gilt:

$$X_{fp,i,j}^{(l)} = \frac{\tan(\frac{\pi}{2} - \theta_i^{(l)}) \cdot X_i^{(l)} - \tan(\frac{\pi}{2} - \theta_j^{(l)}) \cdot X_j^{(l)}}{\tan(\frac{\pi}{2} - \theta_i^{(l)}) - \tan(\frac{\pi}{2} - \theta_j^{(l)})} \text{ mit } i \neq j, \quad (4.7)$$

hier sind $X_k^{(l)}$ lineare von $\theta_k^{(l)}$ abhängige Funktionen des Paares (l) , die aus den X_{fp} vs. θ_{fp} Streuplots extrahiert werden (siehe Abbildung 4.9). Daraus kann die zweite Koordinate jedes Punktes ermittelt werden:

$$Z_{fp,i,j}^{(l)} = \tan(\frac{\pi}{2} - \theta_i^{(l)}) \cdot X_{fp,i,j}^{(l)} - \tan(\frac{\pi}{2} - \theta_i^{(l)}) \cdot X_i^{(l)} \text{ mit } i \neq j. \quad (4.8)$$

Aus den zwei Koordinaten $(X_{fp,i,j}^{(l)}, Z_{fp,i,j}^{(l)})$ jeden Paares (l) ergibt sich die Funktion f :

$$f_{fp} = Z_{fp,i,j}^{(l)} - \frac{Z_{fp,i,j}^{(k)} - Z_{fp,i,j}^{(l)}}{X_{fp,i,j}^{(k)} - X_{fp,i,j}^{(l)}} \cdot X_{fp,i,j}^{(l)} \text{ mit } i \neq j \text{ und } k \neq l. \quad (4.9)$$

Für die Berechnung der Fokalebene f_{fp} muss der Winkel δ zwischen f_{fp} und der X_1 -Ebene berechnet werden:

$$\delta = \arctan \left(\frac{Z_{fp,i,j}^{(k)} - Z_{fp,i,j}^{(l)}}{X_{fp,i,j}^{(k)} - X_{fp,i,j}^{(l)}} \right) \text{ mit } i \neq j \text{ und } k \neq l. \quad (4.10)$$

Die Fokalebene ist damit bestimmt.

4.3 Sieve-Slit-Analyse

Die Behandlung der *Sieve-Slit*-Analyse folgt argumentativ der in Referenz [7] gegebenen Abhandlung. Ziel der *Sieve-Slit*-Analyse ist die Rückrechnung der *Tracks* mit dem Vektor $(X_{fp}, Y_{fp}, \theta_{fp}, \phi_{fp})$ auf *Target*-Koordinaten mit dem horizontalen (θ_{tgt}) und vertikalen (ϕ_{tgt}) Streuwinkel. Möglich wird dies durch das in Kapitel 3.1.5 beschriebene *Angular Matching* in Kombination mit der *Sieve-Slit*-Analyse. Dazu muss eine Abbildungsvorschrift gefunden werden, die

$$\begin{pmatrix} \theta_{fp} \\ Y_{fp} \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} \theta_{tgt} \\ \phi_{tgt} \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

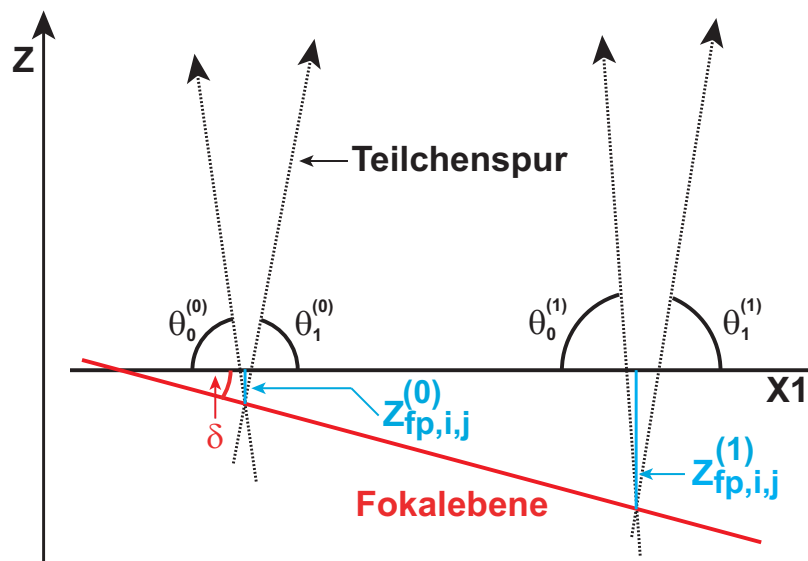


Abbildung 4.9 – Schematische Darstellung der Fokalebene-Rekonstruktion. Dargestellt sind zwei Teilchenspuraare, die zur Rekonstruktion herangezogen werden. Jede Teilchenspur ist als *Track* mit den Koordinaten (X, Y, θ, ϕ) bezüglich der X_1 -Drahtebene definiert. In der Zeichnung sind nur die in der X - Z -Ebene relevanten Koordinaten gezeigt. Wie die Darstellung es andeutet, sollte die Fokalebene vor der ersten Drahtkammer liegen. Ist dies nicht der Fall, kommt es zu Streueffekten, die die Genauigkeit der Spurrekonstruktion herabsetzen. Der Ort der Fokalebene kann über das QM-Magnetfeld im Spektrometer eingestellt werden.

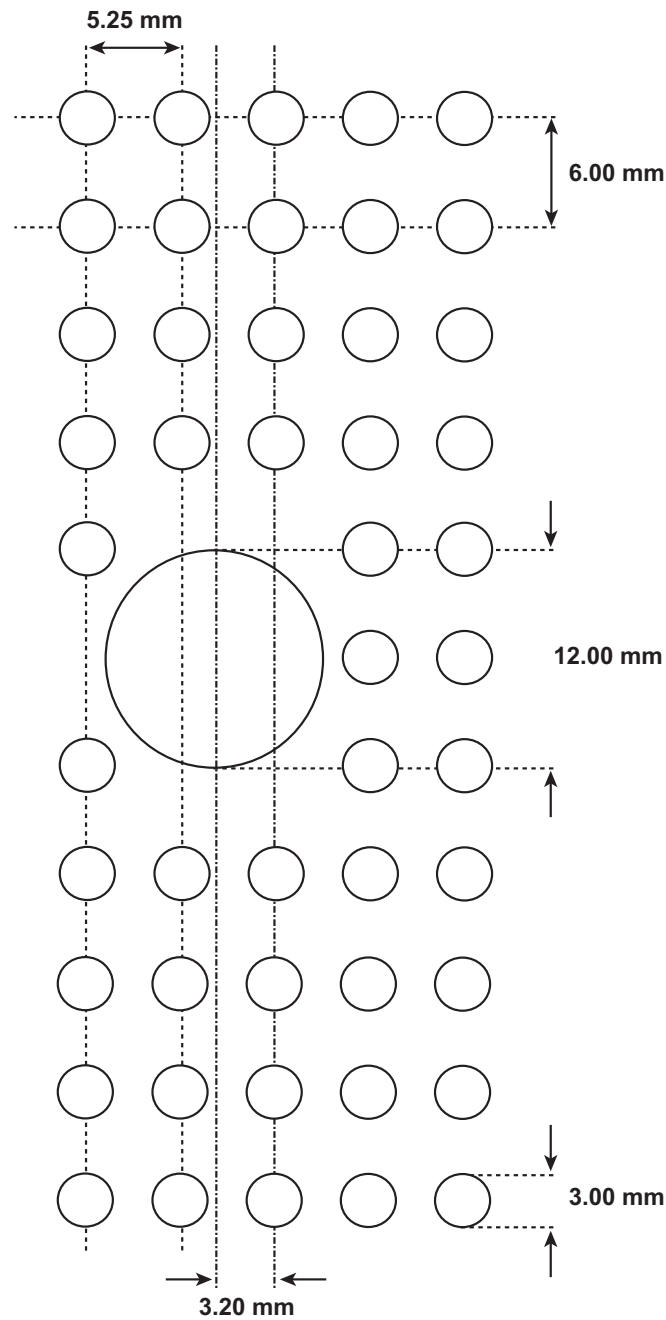


Abbildung 4.10 – Zeichnung des in der *Sieve-Slit*-Analyse verwendeten Siebgitters. Die Löcher haben einen Durchmesser von 3 mm, das große Loch 12 mm. Der Abstand der Löcher von Mittelpunkt zu Mittelpunkt in der Horizontalen beträgt 5.25 mm, entsprechend 8.75 mrad. In der Vertikalen ist es 6.00 mm, entsprechend 10 mrad. Der Mittelpunkt des großen Loches ist im Abstand von 3.20 mm von der vertikalen Mitte des Siebgitters angeordnet. Das Spektrometer wird während des *Sieve-Slit-Runs* auf $\Theta = 5.24$ mrad entsprechend 0.3° eingestellt.

erfüllt.

Zu diesem Zweck wird in den Strahlengang zwischen der SC und dem Q1 (siehe Abbildung 3.3) in einer Entfernung von 600 mm ein Siebgitter eingebaut. Die Löcher haben einen Durchmesser von 3.00 mm, das große Loch 12 mm. Der Abstand der Löcher von Mittelpunkt zu Mittelpunkt in der Horizontalen ist 5.25 mm. In der Vertikalen ist es 6.00 mm. Der Mittelpunkt des großen Loches ist im Abstand von 3.20 mm von der vertikalen Mitte des Siebgitters angeordnet.

Ideal für die Analyse wäre ein "weißes Spektrum", d.h. die gesamte Fokalebene wird gleichmäßig ausgeleuchtet. Im Experiment wird dieses durch ein dickes Target realisiert. Es wurden drei einzelne Mo-Folien übereinandergelegt (siehe Tabelle 3.10). Das Spektrometer wird auf $\Theta = 0.3^\circ$ eingestellt, die Messung selbst wird im *Acromatic Mode* durchgeführt.

Das aufgenommene θ_{fp} vs. Y_{fp} zeigt als Streumuster die Siebgitterstruktur (siehe Abbildung 4.12 (links) und Abbildung 4.12 (rechts)). In θ_{tgt} führt eine stärkere Fokussierung dazu, dass bei $\Theta_{GR} = 0^\circ$ das Streumuster bei negativen θ_{fp} -Werten dichter beieinander liegt. Die mittlere Linie liegt noch nicht auf der 0.3° Position. Das Spurrekonstruktionsprogramm muss hier die Anpassung durchführen, bis die Lochstruktur dem des Siebgitters entspricht.

1. Schritt: Die vertikale Mitte des Siebgitters, d.h. die mittlere Linie, wird auf die 0.3° Position gesetzt. Dazu wird die Null-Linie aus dem θ_{fp} - X_{fp} -Plot herangezogen. Mit einer linearen Funktion wie

$$f(\theta_{fp,0.3^\circ}) = f(\theta_{fp}) - f_{linear} \quad (4.12)$$

wird die Null-Linie zusammen mit den übrigen vier Linien, die auf der θ_{fp} -Achse liegen, verschoben.

2. Schritt: Die Linien auf der θ_{fp} -Achse werden auf einen Abstand von $\Delta 0.5^\circ$ gelegt. Dazu wird durch jede Linie eine lineare Funktion

$$f_j(\theta_{fp}) = a_{0j} + a_{1j} \cdot \theta_{fp} \quad \text{mit } j = 1, 2, 3, 4, 5 \quad (4.13)$$

gelegt. Die Koeffizienten a_{0j} (*Offset*) und a_{1j} (Steigung) werden jeweils gegen die Werte $-1^\circ, -0.5^\circ, 0^\circ, +0.5^\circ, +1^\circ$ aufgetragen und mit jeweils einer linearen Funktion gefittet. Daraus ergeben sich vier Parameter: die *Offsets* a_0b_0, a_1b_0 und die Steigungen a_0b_1, a_1b_1 . Mit diesen kann θ_{tgt} berechnet werden:

$$\theta_{tgt} = \frac{\theta_{fp,0.3^\circ} - t_0}{t_1 - t_0}. \quad (4.14)$$

Die Parameter t_0, t_1 lassen sich aus den vier Parametern und X_{fp} berechnen:

$$t_0 = a_0b_0 + a_1b_0 \cdot X_{fp} \quad (4.15)$$

und

$$t_1 = (a_0b_0 + a_1b_0) + (a_1b_0 + a_1b_1) \cdot X_{fp}. \quad (4.16)$$

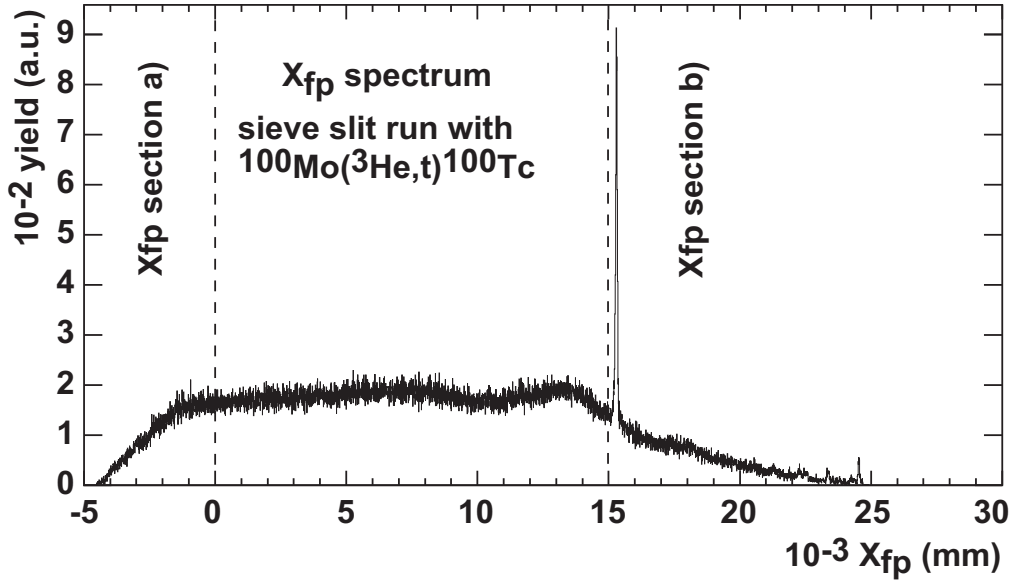


Abbildung 4.11 – Dargestellt ist das X_{fp} -Spektrum in Einheiten der Metrik. Der *Run* wurde aufgenommen mit ^{100}Mo als *Target*-Material. Im Rahmen der *Sieve-Slit*-Analyse wird die Fokalebene in mehrere Bereiche eingeteilt. Für jeden Bereich werden die im Text beschriebenen Schritte drei und vier durchgeführt. Exemplarisch ist das Vorgehen für den Bereich *section a)* in Abbildung 4.12 und für den Bereich *section b)* in Abbildung 4.13 gezeigt. Abschließend werden die ortsabhängigen Korrekturen über die Fokalebene gefittet.

3. Schritt: Bei der Betrachtung des Streumusters fällt auf, dass es noch höhere Ordnungen gibt, die gefittet werden müssen. Aus diesem Grunde wird das Projektionsverfahren mit einem Polynom dritter Ordnung wiederholt:

$$f_j(\theta_{tgt}) = \sum_{i=0}^3 a_{ij} \theta_{tgt}^i \quad \text{mit } j = 1, 2, 3, 4, 5. \quad (4.17)$$

Diese werden wieder wie im zweiten Schritt behandelt. Hier ergeben sich acht Parameter, aus denen die endgültige Projektion θ_{tgt} berechnet werden kann.

4. Schritt: Berechnung der Projektion Y_{fp} auf ϕ_{tgt} . Dazu werden kubische Funktionen durch alle vertikalen Siebgitterlinien gelegt:

$$f_j(Y_{fp}) = \sum_{i=0}^3 A_{ij} Y_{fp}^i \quad \text{mit } j = 1, 2, 3, 4, 5. \quad (4.18)$$

Die Koeffizienten A_{ij} mit $i = 1, 2, 3$ werden gegen den Koeffizienten A_{0j} (*Offset*) aufgetragen und mit einer linearen Funktion gefittet. Aus den sich

ergebenen Parametern werden Funktionen für die $f_{0^\circ}(\theta_{tgt}, X_{fp})$ -Linie und die $f_{1^\circ}(\theta_{tgt}, X_{fp})$ -Linie bestimmt. Damit kann dann ϕ_{tgt} bestimmt werden:

$$\phi_{tgt} = \frac{Y_{fp} - f_{0^\circ}(\theta_{tgt}, X_{fp})}{f_{1^\circ}(\theta_{tgt}, X_{fp}) - f_{0^\circ}(\theta_{tgt}, X_{fp})}, \quad (4.19)$$

mit $[\phi]=\text{rad}$ und f in Längeneinheiten.

Damit ist die *Sieve-Slit*-Analyse abgeschlossen. Diese Analyse muss vor Beginn eines neuen Experiments wiederholt werden.

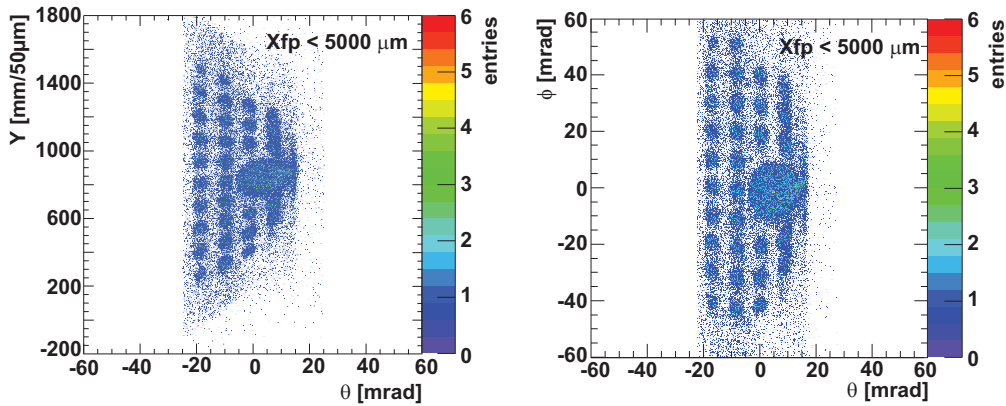


Abbildung 4.12 – Darstellung des Siebgitters vor und nach abgeschlossener *Sieve-Slit*-Analyse. Auf der linken Seite wird der (θ_{fp}, Y_{fp}) -Plot abgebildet, rechts der $(\theta_{tgt}, \phi_{tgt})$ -Plot. Dargestellt wird hier der Bereich um $X_{fp} < 5000 \mu\text{m}$ (siehe Abbildung 4.11). Im Vergleich mit Abbildung 4.13 fällt auf, dass die Akzeptanz des Spektrometers abnimmt. Die Rekonstruktion ist nicht mehr klar, d.h. in einigen Bereichen können die einzelnen Punkte nicht getrennt werden. Bei der Analyse einzelner Spektren muss dies berücksichtigt werden.

4.4 Detektorakzeptanz

Die Bestimmung der Detektorakzeptanz erfolgt über zweidimensionale Histogramme, die die akzeptanzrelevanten Größen $(X_{fp}, Y_{fp}, \theta_{tgt}, \phi_{tgt})$ enthalten. Da während der Experimente keinerlei Blenden verwendet wurden, bleibt der Akzeptanzrand unscharf. Der Akzeptanzabfall wird bei hohen Impulsen bzw. Anregungsenergien und in Randbereichen der Winkelverteilungen bemerkbar. Die Akzeptanz-*Cuts* werden auf einen Bereich gesetzt, der mit Ereignissen noch gut „ausgeleuchtet“ ist [62].

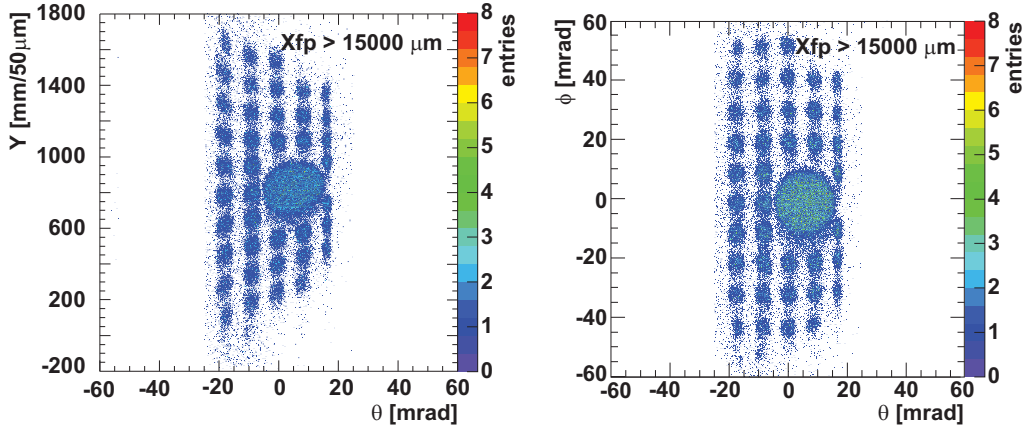


Abbildung 4.13 – Darstellung des Siebgitters vor und nach abgeschlossener *Sieve-Slit*-Analyse. Auf der linken Seite wird der (θ_{fp}, Y_{fp}) -Plot abgebildet, rechts der $(\theta_{tgt}, \phi_{tgt})$ -Plot. Hier wird der Bereich um $X_{fp} > 15000 \mu\text{m}$ gezeigt (siehe Abbildung 4.11). Die Rekonstruktion der einzelnen Punkte ist möglich. Dieses bedeutet eine gute Winkelauflösung.

4.5 Bestimmung des Strahl-Offsets

Die Extraktion einer Winkelverteilung erfordert die Kenntnis des Strahl-Offsets. Die Bestimmung des Strahl-Offsets erfolgt mit Hilfe der einfach geladenen ${}^3\text{He}^+$ -Teilchen. Diese Teilchen erfahren an *Target* nur eine atomare Umladungsreaktion und werden nicht gestreut. Dieses Teilchen besitzt näherungsweise dasselbe e/m -Verhältnis wie das Triton. Die Teilchen werden auf demselben Wege durch das Spektrometer transportiert. Die ${}^3\text{He}^+$ -Teilchen treffen unter 0° auf die Fokalebene. Dies ermöglicht die Bestimmung des Nullpunktes in θ und ϕ für jede einzelne *Run*-Datei, wenn das Spektrometer bei einem Winkel von $\theta_{\text{GRS}} = 0^\circ$ positioniert ist. Bei höheren Winkeleinstellungen gibt es keine Möglichkeit zur Bestimmung des Strahl-Offsets.

4.6 Abbildungsfehlerkorrektur

Die Streuplots X_{fp} vs. θ_{tgt} bzw. X_{fp} vs. ϕ_{tgt} zeigen verkrümmte Linien. Die Ursache dafür sind die Effekte der Aberrationen auf die Dispersionsanpassung. Die Aberrationen höherer Ordnung können durch die Sättigungsmagnetisierung der Dipolmagnete zustande kommen. Der zwischen D1 und D2 aufgestellte MP (siehe Abbildung 3.3) kann diese Effekte nicht vollständig korrigieren; hier werden Softwarekorrekturen notwendig. Die Korrekturen erfolgen in einem iterativen Verfahren. Das Muster des Verfahrens ist immer gleich:

1. Schritt: Prominente Linien an verschiedenen Stellen der Fokalebene werden

extrahiert und mit einem Polynom n ter-Ordnung gefittet:

$$X_{fp,i}(\alpha_{tgt}) = \sum_{j=0}^n a_{ij} \alpha^j \quad \text{mit } \alpha = \theta, \phi. \quad (4.20)$$

Das i steht für die jeweilige Linie. Der Grad des Polynoms hängt vom Iterationsschritt ab.

2. Schritt: Die Koeffizienten der *Fit*-Funktion werden über die Fokalebene typischerweise linear gefittet. Im Falle von Inhomogenitäten im Magnetfeld können hier auch andere Ordnungen auftreten. Aufgetragen wird der *Offset*-Parameter a_{i0} gegen die Koeffizienten der jeweiligen Ordnungen a_{ij} .

Das Iterationsverfahren selbst hat vier Stufen:

1. Stufe: Prominente Linien im X_{fp} vs. θ_{tgt} Streuplot werden mit einem Polynom nullter Ordnung gefittet.
2. Stufe: Es erfolgt im gleichen Streuplot ein *Fit* mit einem Polynom zweiter Ordnung.
3. Stufe: Im X_{fp} vs. ϕ_{tgt} Streuplot werden die Linien mit einem Polynom zweiter Ordnung gefittet. Es hat sich phänomenologisch gezeigt, dass keine weiteren Korrekturen in ϕ erforderlich sind.
4. Stufe: Im X_{fp} vs. θ_{tgt} Streuplot werden abschließend Linien mit einem Polynom bis zu zehnter Ordnung gefittet.

Nach Abschluss des Iterationsverfahrens sollten die Streuplots keine Krümmung mehr besitzen. Die Güte des Verfahrens wirkt sich auf die Energieauflösung aus; Ziel ist, dass die Linien eine Gerade beschreiben, nur so ist eine gute Energieauflösung möglich. Die für die jeweiligen Isotope verwendeten Polynome sind in Tabelle 4.1 aufgelistet.

4.7 Raumwinkelnormierung

Die bisher diskutierten Auswertungsschritte finden im Koordinatensystem des Computerprogramms TRANSPORT [85] statt, für die Erstellung von Winkelverteilungen muss eine Raumwinkelnormierung erfolgen.

$$\begin{pmatrix} \theta_{tgt} \\ \phi_{tgt} \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} \theta_r \\ \phi_r \end{pmatrix} \quad (4.21)$$

Die Umrechnungsvorschrift für θ_{tgt} lautet wie folgt:

$$\theta_r = \arctan \left(\sqrt{(\theta_{tgt} + \Theta_{GR})^2 + \tan^2(\phi_{tgt})} \right). \quad (4.22)$$

Isotop	Korrekturpolynome	
	θ	ϕ
^{26}Mg	4. Ordnung	quadratisch
^{30}Si	6. Ordnung	quadratisch
^{48}Ca	6. Ordnung	quadratisch
^{69}Ga	10. Ordnung	quadratisch
^{71}Ga	10. Ordnung	quadratisch
^{76}Ge	10. Ordnung	quadratisch
^{78}Se	6. Ordnung	quadratisch
^{82}Se	6. Ordnung	quadratisch
Zr	6. Ordnung	quadratisch
^{100}Mo	10. Ordnung	quadratisch
^{118}Sn	6. Ordnung	quadratisch
^{120}Sn	6. Ordnung	quadratisch
^{140}Ce	6. Ordnung	quadratisch
^{178}Hf	4. Ordnung	quadratisch

Tabelle 4.1 – Übersicht der verwendeten Polynome. Die Ordnung der Polynome ist abhängig vom Iterationsschritt, angegeben sind die jeweils höchsten Ordnungen.

Die Umrechnungsvorschrift für ϕ_{tgt} ist

$$\phi_r = C + \xi \cdot \arcsin \left(\frac{\tan(\phi_{tgt})}{\sqrt{(\tan^2(\theta_{tgt} + \Theta_{GR})) + \tan^2(\phi_{tgt})}} \right) \quad (4.23)$$

dabei gilt folgende Fallunterscheidung:

1. Fall: $0 \leq \theta_{tgt} + \Theta_{GR}$, dann gilt für den Fall
 - (a) $0 \leq \Phi_{tgt}$, dann ist $C = 0$ und $\xi = +1$
 - (b) $0 > \Phi_{tgt}$, dann ist $C = 360$ und $\xi = +1$
2. Fall: $0 > \theta_{tgt} + \Theta_{GR}$, dann ist $C = 180$ und $\xi = -1$.

Die Einteilung in Raumwinkel erfolgt über gewählte Bereiche. Zur Erstellung der Winkelverteilungen werden Winkel-*Bins* von $\Delta\theta_r = 0.5^\circ$ gewählt. Ausnahmen davon gibt es bei der Analyse des Galliums. Die Wahl der Winkelbereiche in ϕ_r erfolgt in Abhängigkeit von der Akzeptanz. Die gewählten Winkelbereiche sind für die Strahlzeit E294 in der Tabelle 4.2 aufgelistet, die für die Strahlzeit E327 in Tabelle 4.3. Die Berechnung der Raumwinkelemente $\Delta\Omega$ erfolgt in Abhängigkeit von den gewählten Bereichen in θ_r und ϕ_r . Die Vorschrift lautet:

$$\Delta\Omega = (\cos(\theta_{r,i}) - \cos(\theta_{r,f})) \cdot \sum_l (\phi_{r,i} - \phi_{r,f})^{(l)}; \quad (4.24)$$

darin bedeuten i bzw. f *intial* bzw. *final*, die Summe läuft über die jeweiligen ϕ_r Winkelbereiche.

Θ_{GR}	Raumwinkel	θ_r -Bereich	ϕ_r -Bereiche	Raumwinkel-element
0°	$\Omega_1^{(0^\circ)}$	$[0.0^\circ, 0.5^\circ]$	$[0^\circ, 360^\circ]^{(0)}$	0.2392 msr
	$\Omega_2^{(0^\circ)}$	$[0.5^\circ, 1.0^\circ]$	$[60^\circ, 180^\circ]^{(0)}, [180^\circ, 300^\circ]^{(1)}$	0.7177 msr
	$\Omega_3^{(0^\circ)}$	$[1.0^\circ, 1.5^\circ]$	$[65^\circ, 180^\circ]^{(0)}, [180^\circ, 300^\circ]^{(1)}$	0.5951 msr
	$\Omega_4^{(0^\circ)}$	$[1.5^\circ, 2.0^\circ]$	$[65^\circ, 120^\circ]^{(0)}, [240^\circ, 300^\circ]^{(1)}$	0.5581 msr
	$\Omega_5^{(0^\circ)}$	$[2.0^\circ, 2.5^\circ]$	$[65^\circ, 115^\circ]^{(0)}, [245^\circ, 295^\circ]^{(1)}$	0.5980 msr
2.5°	$\Omega_5^{(2.5^\circ)}$	$[2.0^\circ, 2.5^\circ]$	$[0^\circ, 40^\circ]^{(0)}, [320^\circ, 360^\circ]^{(1)}$	0.4784 msr
	$\Omega_6^{(2.5^\circ)}$	$[2.5^\circ, 3.0^\circ]$	$[0^\circ, 36^\circ]^{(0)}, [324^\circ, 360^\circ]^{(1)}$	0.5261 msr
	$\Omega_7^{(2.5^\circ)}$	$[3.0^\circ, 3.5^\circ]$	$[0^\circ, 32^\circ]^{(0)}, [328^\circ, 360^\circ]^{(1)}$	0.5526 msr
	$\Omega_8^{(2.5^\circ)}$	$[3.5^\circ, 4.0^\circ]$	$[20^\circ, 35^\circ]^{(0)}, [325^\circ, 340^\circ]^{(1)}$	0.2988 msr

Tabelle 4.2 – Übersicht der gewählten Winkelbereiche in θ_r und ϕ_r und die mit Gleichung (4.24) berechneten Raumwinkelemente für die Strahlzeit E294.

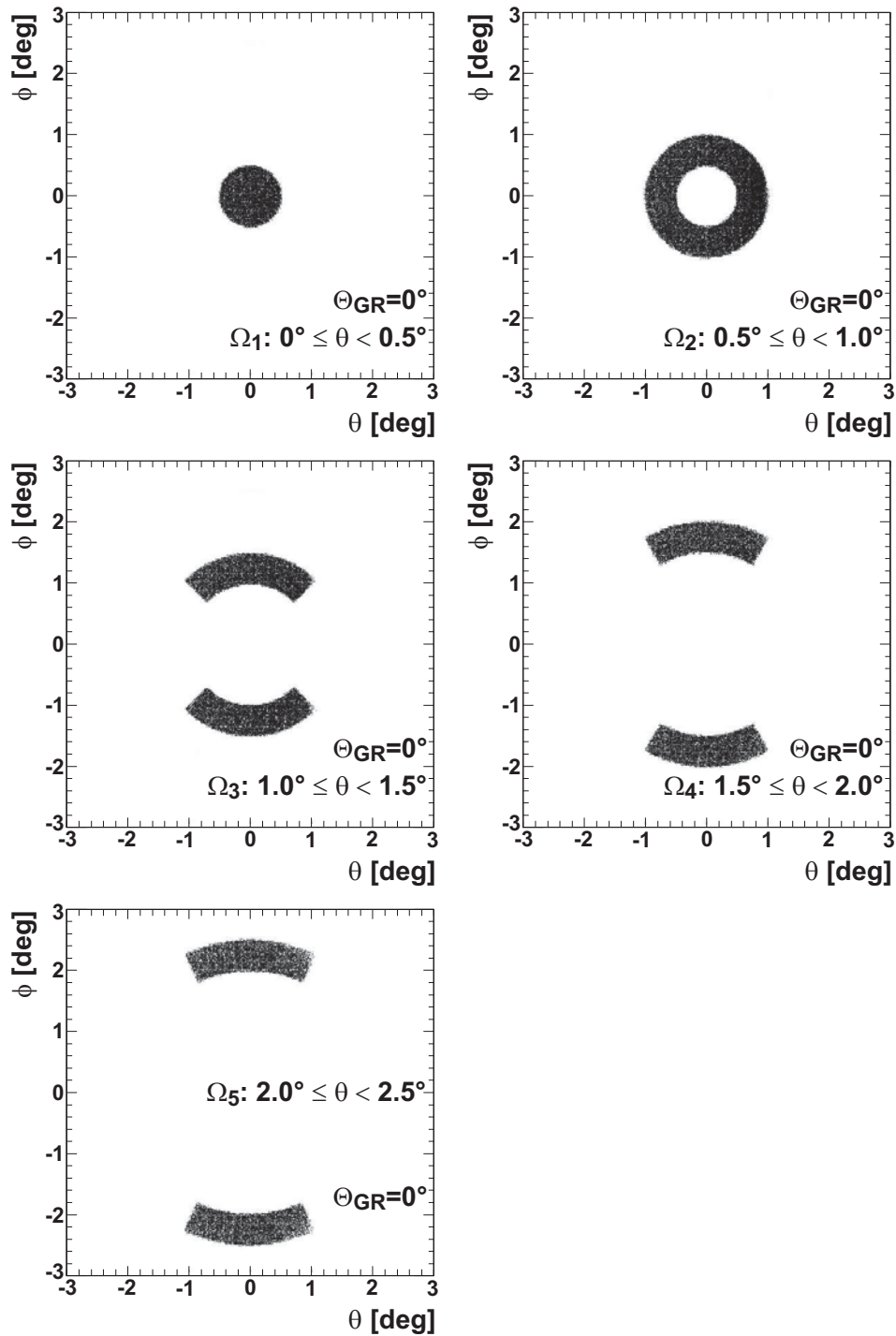


Abbildung 4.14 – Darstellung der ausgeschnittenen Raumwinkelbereiche, wenn das Spektrometer auf einen Streuwinkel von $\Theta_{\text{GR}} = 0^\circ$ eingestellt ist. Hier ergeben sich die Raumwinkelbereiche Ω_1 bis Ω_5 . Die Darstellung ist exemplarisch für alle Untersuchungen, entnommen wurde sie aus der ${}^{76}\text{Ge}({}^3\text{He}, t)$ -Reaktion. Die genauen Winkel, die zum Schneiden verwendet wurden, sind in den Tabellen 4.2 und Tabellen 4.3 aufgelistet.

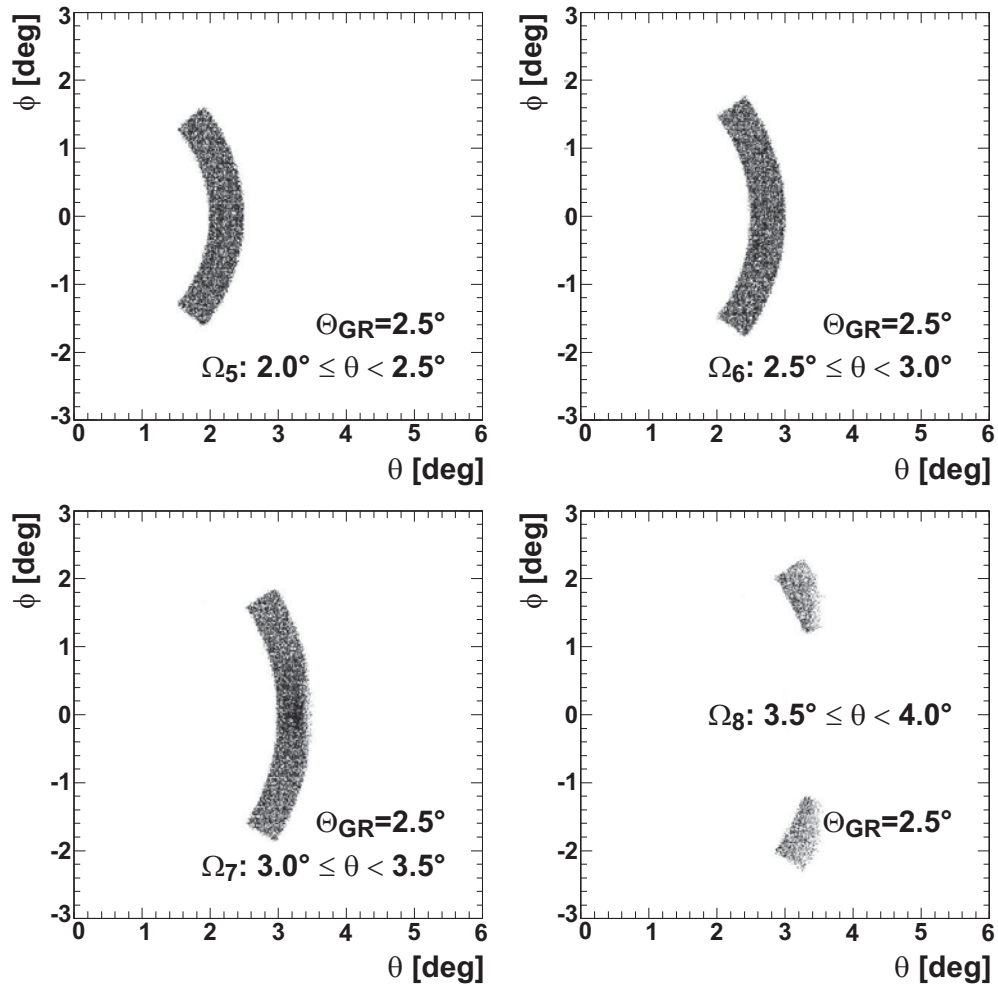


Abbildung 4.15 – Darstellung der ausgeschnittenen Raumwinkelbereiche, wenn das Spektrometer auf einen Streuwinkel von $\Theta_{GR} = 2.5^\circ$ eingestellt ist. Hier ergeben sich die Raumwinkelbereiche Ω_5 bis Ω_8 . Die Darstellung ist exemplarisch für alle Untersuchungen, die das MWDC-Setup I verwendeten. Die Darstellung wurde mit Daten aus $^{76}\text{Ge}(^3\text{He},t)$ -Reaktion erzeugt. Die genauen Winkel, die zum Schneiden verwendet wurden, sind in Tabelle 4.2 aufgelistet. Für das MWDC-Setup II werden die Raumwinkel in Abbildung 4.16 gezeigt.

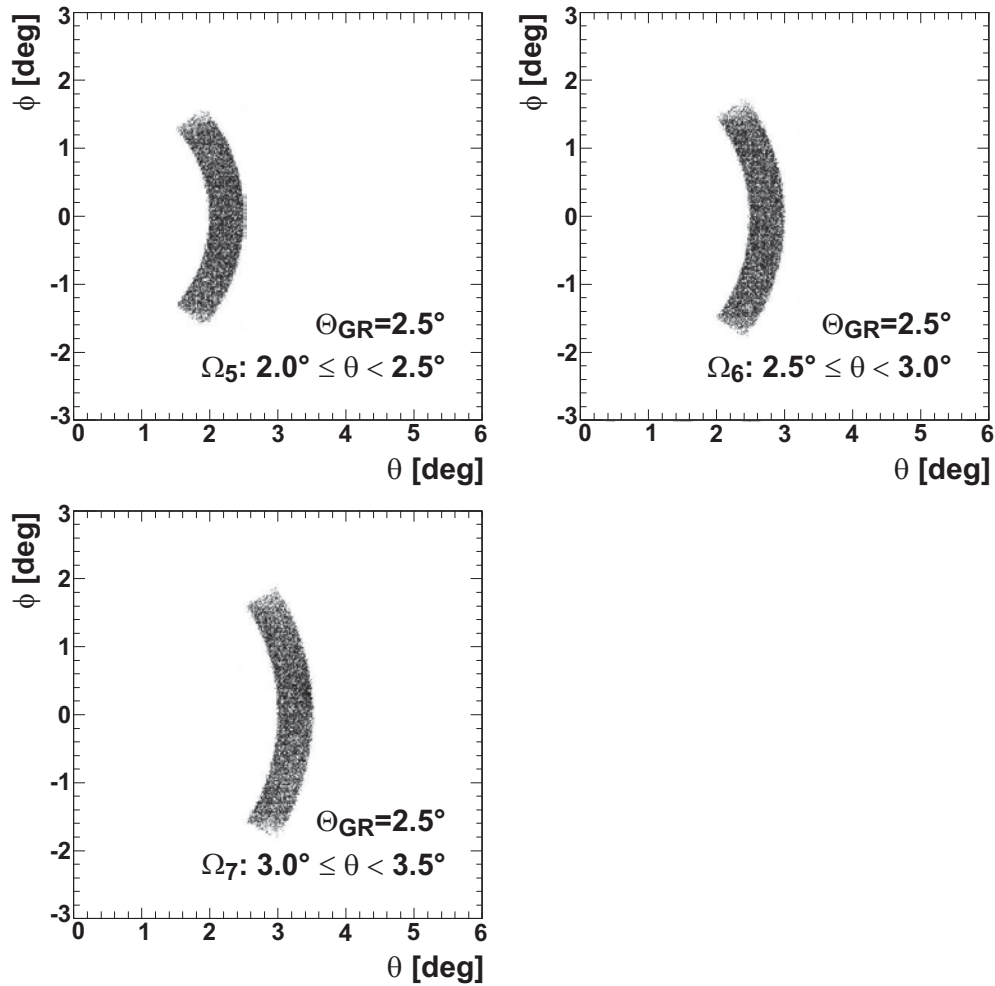


Abbildung 4.16 – Darstellung der ausgeschnittenen Raumwinkelbereiche für das Experiment E327 mit dem MWDC-Setup II. Das Spektrometer ist auf einen Streuwinkel von $\Theta_{GR} = 2.5^\circ$ eingestellt. Hier ergeben sich die Raumwinkelbereiche Ω_5 bis Ω_7 . Die Darstellung wurde mit Daten aus $^{71}\text{Ga}(^3\text{He},t)$ -Reaktion erzeugt. Die genauen Winkel, die zum Schneiden verwendet wurden, werden in Tabelle 4.3 aufgelistet. Aufgrund der verringerten aktiven Fläche des zweiten MWDC-Setups gibt es keinen Raumwinkelbereich Ω_8 .

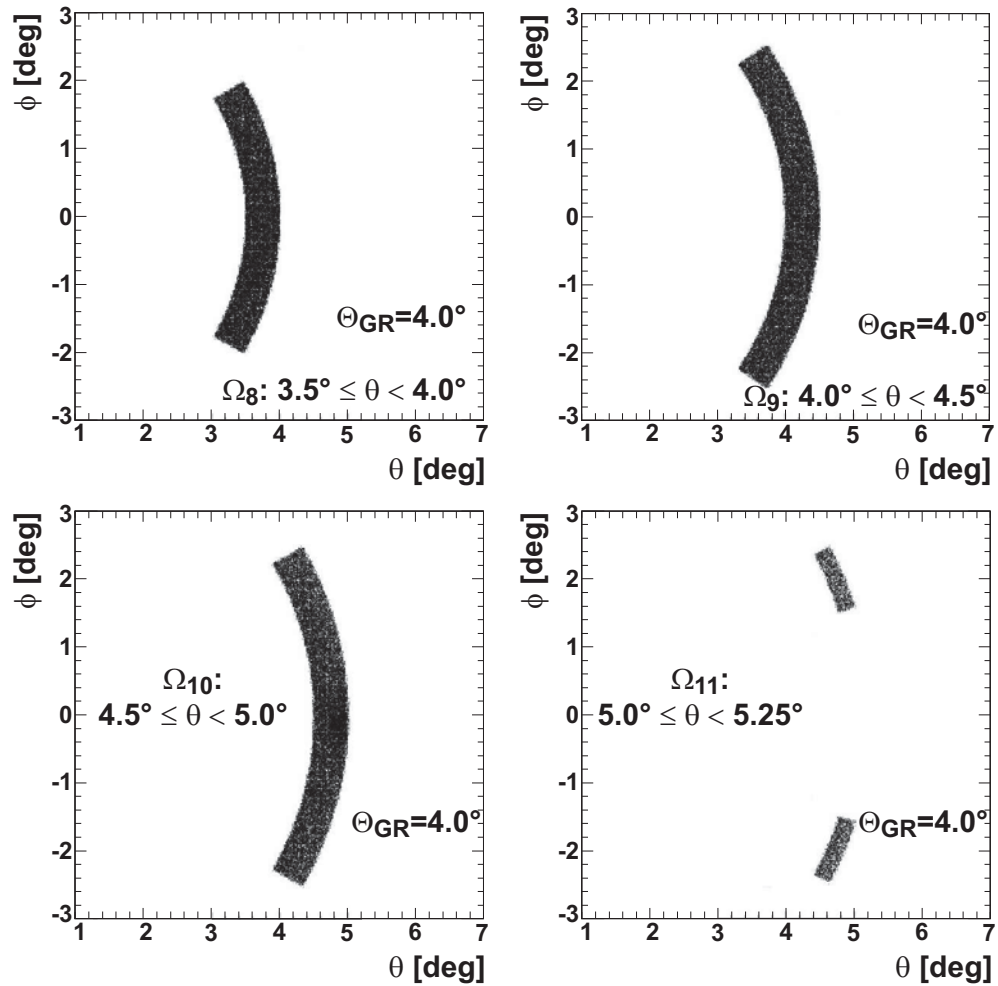


Abbildung 4.17 – Darstellung der ausgeschnittenen Raumwinkelbereiche, wenn das Spektrometer auf einen Streuwinkel von $\Theta_{GR} = 4.0^\circ$ eingestellt ist. Hier werden die Raumwinkelbereiche Ω_8 bis Ω_{11} aufgenommen. Die Darstellung wurde mit Daten aus $^{71}\text{Ga}(^3\text{He},t)$ -Reaktion erzeugt. Die genauen Winkel, die zum Schneiden verwendet wurden, werden in Tabelle 4.3 aufgelistet.

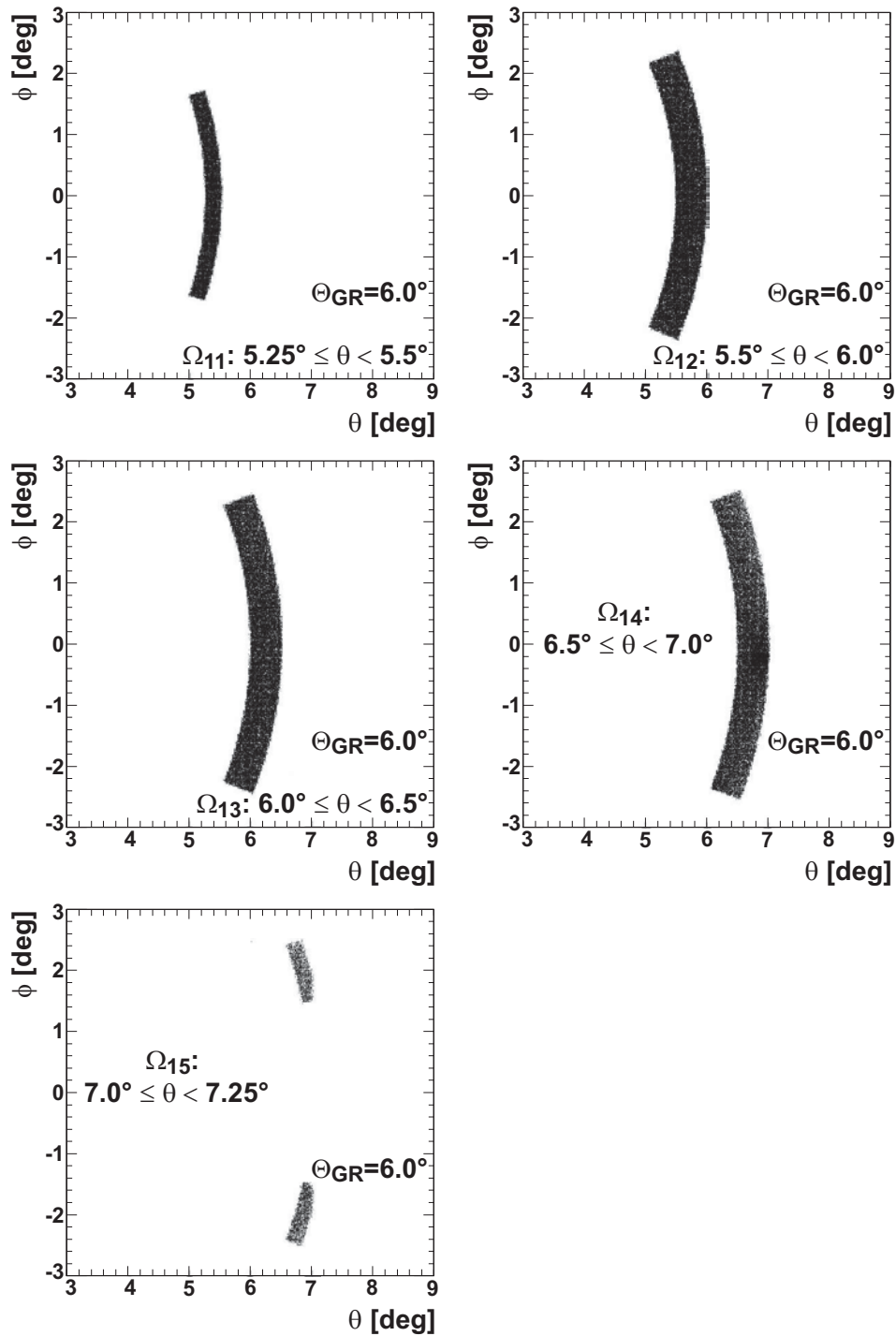


Abbildung 4.18 – Darstellung der ausgeschnittenen Raumwinkelbereiche, wenn das Spektrometer auf einen Streuwinkel von $\Theta_{GR} = 6.0^\circ$ eingestellt ist. Hier werden die Raumwinkelbereiche Ω_{11} bis Ω_{15} aufgenommen. Die Darstellung wurde mit Daten aus ${}^{71}\text{Ga}({}^3\text{He}, t)$ Reaktion erzeugt. Die genauen Winkel, die zum Schneiden verwendet wurden, werden in der Tabelle 4.3 aufgelistet.

Θ_{GR}	Raumwinkel	θ_r -Bereich	ϕ_r -Bereiche	Raumwinkel-element
0°	$\Omega_1^{(0^\circ)}$	[0.0°, 0.5°]	[0°, 360°] ⁽⁰⁾	0.2392 msr
	$\Omega_2^{(0^\circ)}$	[0.5°, 1.0°]	[60°, 180°] ⁽⁰⁾ , [180°, 300°] ⁽¹⁾	0.7177 msr
	$\Omega_3^{(0^\circ)}$	[1.0°, 1.5°]	[65°, 180°] ⁽⁰⁾ , [180°, 300°] ⁽¹⁾	0.5951 msr
	$\Omega_4^{(0^\circ)}$	[1.5°, 2.0°]	[65°, 120°] ⁽⁰⁾ , [240°, 300°] ⁽¹⁾	0.5581 msr
	$\Omega_5^{(0^\circ)}$	[2.0°, 2.5°]	[65°, 115°] ⁽⁰⁾ , [245°, 295°] ⁽¹⁾	0.5980 msr
2.5°	$\Omega_5^{(2.5^\circ)}$	[2.0°, 2.5°]	[0°, 40°] ⁽⁰⁾ , [320°, 360°] ⁽¹⁾	0.3500 msr
	$\Omega_6^{(2.5^\circ)}$	[2.5°, 3.0°]	[0°, 36°] ⁽⁰⁾ , [324°, 360°] ⁽¹⁾	0.3450 msr
	$\Omega_7^{(2.5^\circ)}$	[3.0°, 3.5°]	[0°, 32°] ⁽⁰⁾ , [328°, 360°] ⁽¹⁾	0.3399 msr
4.0°	$\Omega_7^{(4.0^\circ)}$	[3.25°, 3.5°]	[0°, 21°] ⁽⁰⁾ , [339°, 360°] ⁽¹⁾	0.1883 msr
	$\Omega_8^{(4.0^\circ)}$	[3.5°, 4.0°]	[0°, 20°] ⁽⁰⁾ , [330°, 360°] ⁽¹⁾	0.5977 msr
	$\Omega_9^{(4.0^\circ)}$	[4.0°, 4.5°]	[0°, 34°] ⁽⁰⁾ , [326°, 360°] ⁽¹⁾	0.7675 msr
	$\Omega_{10}^{(4.0^\circ)}$	[4.5°, 5.0°]	[0°, 30°] ⁽⁰⁾ , [330°, 360°] ⁽¹⁾	0.7567 msr
	$\Omega_{11}^{(4.0^\circ)}$	[5.0°, 5.25°]	[17.5°, 28°] ⁽⁰⁾ , [332°, 342.5°] ⁽¹⁾	0.1429 msr
6.0°	$\Omega_{11}^{(6.0^\circ)}$	[5.25°, 5.5°]	[0°, 18°] ⁽⁰⁾ , [342°, 360°] ⁽¹⁾	0.2568 msr
	$\Omega_{12}^{(6.0^\circ)}$	[5.5°, 6.0°]	[0°, 23°] ⁽⁰⁾ , [337°, 360°] ⁽¹⁾	0.7019 msr
	$\Omega_{13}^{(6.0^\circ)}$	[6.0°, 6.5°]	[0°, 22°] ⁽⁰⁾ , [338°, 360°] ⁽¹⁾	0.7296 msr
	$\Omega_{14}^{(6.0^\circ)}$	[6.5°, 7.0°]	[0°, 21°] ⁽⁰⁾ , [339°, 360°] ⁽¹⁾	0.7519 msr
	$\Omega_{15}^{(6.0^\circ)}$	[7.0°, 7.25°]	[12.5°, 20°] ⁽⁰⁾ , [340°, 360°] ⁽¹⁾	0.1511 msr

Tabelle 4.3 – Übersicht der gewählten Winkelbereiche in θ_r und ϕ_r und die mit Gleichung (4.24) berechneten Raumwinkelemente für die Strahlzeit E327. Änderungen gegenüber E294 ergeben sich über das veränderte MWDC-Setup in der $\Theta_{GR} = 2.5^\circ$ Einstellung.

4.8 ”DanebenschießKorrektur

Im Rahmen dieser Arbeit sollen absolute Wirkungsquerschnitte ermittelt werden. Damit diese Methode belastbare Resultate liefert, muss kontrolliert werden, ob der Strahl das *Target* kontinuierlich getroffen hat. Sollte dies nicht geschehen sein, muss dies korrigiert werden. Dies erfolgt in der „Danebenschieß“-Korrektur.

Da die Zählrate N abhängig von dem Strahlstrom ist, wird für jeden *Run* ein Plot mit der Zählrate N als Funktion der integrierten Ladung erstellt. Integriert wird über einen Zeitraum von 30 s. Bei dieser Methode wird angenommen, dass der Strahl in mindestens einem Zeitraum das *Target* total getroffen hat (mit der Zählrate N_{voll}). Alle anderen *Bins* werden darauf normiert. Der Korrekturfaktor D wird jeweils für einen *Run* ermittelt. Es gilt:

$$N_{\text{voll}} = D \cdot N_{\text{gemessen}}. \quad (4.25)$$

Eine Überprüfung einzelner Bereiche des Spektrums ist nicht erforderlich, da die Experimente im *Dispersive Mode* durchgeführt werden.

Die Tabellen 4.4 und 4.5 enthalten die berechneten Korrekturfaktoren. Die Korrekturen sind nur für die Gallium-*Targets* erforderlich. Die übrigen *Targets* waren so groß, dass der Strahl sie immer getroffen hat. Angegeben ist der Faktor für jeden *Run*. Mit der korrigierten Zählrate wird dann der Wirkungsquerschnitt bestimmt (siehe Kapitel 5.2).

Die Nomenklatur der *Runs* ist vierstellig und folgt folgendem Muster:

- Die erste Stelle gibt die Strahlzeit an. Jede Strahlzeit beginnt mit einer ”1”. Ist die Strahlzeit aufgeteilt - wie im Falle von Gallium - wird diese Ziffer erhöht, da eine neue *Sieve-Slit*-Analyse und eine neue Energiekalibrierung nötig wird.
- Die zweite Stelle wird erforderlich, wenn die *DAQ-Software* des RCNPs die *Run-Files* aufteilt. Dies geschieht, wenn die Dateien größer als 2 GB werden.
- Die dritte und vierte Stelle ist die fortlaufende Nummerierung.

4.9 Energiekalibrierung

Für die Erstellung eines Anregungsenergiespektrums ist eine Energiekalibrierung erforderlich. Dazu muss die Abbildungsvorschrift

$$X_{fp} [50 \mu\text{m}] \mapsto E_x [5 \text{keV}] \quad (4.26)$$

gefunden werden. Das Fokalebenenspektrum ist in $50 \mu\text{m}$ *Bins* unterteilt, das Energiespektrum soll ein 5keV *Binning* erhalten. Zur Normierung wird ein bekanntes Anregungsenergiespektrum genommen. Eindeutig identifizierbare Linien,

E327: ^{69}Ga							
$\Theta_{GR} = 0^\circ$		$\Theta_{GR} = 2.5^\circ$		$\Theta_{GR} = 4^\circ$		$\Theta_{GR} = 6^\circ$	
<i>Run</i>	<i>D</i>	<i>Run</i>	<i>D</i>	<i>Run</i>	<i>D</i>	<i>Run</i>	<i>D</i>
1030	1.204	2030	1.040	4017	1.022	4026	1.033
1031	1.042	2230	1.063	4018	1.000	4027	1.000
1231	1.000	2031	1.000	4019	1.001	4028	1.002
1032	1.243	2231	1.009	4020	1.025	4029	1.169
1232	1.209	2034	1.186				
1033	1.102	2234	1.163				
1233	1.116	2035	1.123				
1034	1.162	2235	1.048				
		2036	1.075				
		2236	1.071				
		2037	1.069				

Tabelle 4.4 – Korrekturfaktor D für das ^{69}Ga -Experiment während der E327-Strahlzeit. Die Daten wurden mit dem im Kapitel 4.8 beschriebenen Verfahren gewonnen. Zur Nomenklatur: Die *Runs*, die mit einer 1, 3 oder 4 beginnen, wurden mit dem MWDC-Setup I aufgenommen, und die, die mit einer 2 beginnen, wurden mit dem MWDC-Setup II aufgenommen.

E327: ^{71}Ga							
$\Theta_{GR} = 0^\circ$		$\Theta_{GR} = 2.5^\circ$		$\Theta_{GR} = 4^\circ$		$\Theta_{GR} = 6^\circ$	
<i>Run</i>	<i>D</i>	<i>Run</i>	<i>D</i>	<i>Run</i>	<i>D</i>	<i>Run</i>	<i>D</i>
1015	1.035	2016	1.043	4015	1.019	3029	1.028
1215	1.055	2017	1.086	4016	1.000	3031	1.000
1016	1.198	2217	1.134	4021	1.213		
1017	1.225	2032	1.000	4022	1.131		
1217	1.227	2232	1.037				
1018	1.368	2033	1.121				
1019	1.000	2233	1.221				
		2038	1.193				
		2238	1.173				
		2338	1.163				

Tabelle 4.5 – Korrekturfaktor D für das ^{71}Ga -Experiment während der E327-Strahlzeit. Die Daten wurden mit dem im Kapitel 4.8 beschriebenen Verfahren gewonnen. Zur Nomenklatur: Die *Runs*, die mit einer 1, 3 oder 4 beginnen, wurden mit dem MWDC-Setup I aufgenommen, und die, die mit einer 2 beginnen, wurden mit dem MWDC-Setup II aufgenommen.

die über die gesamte Fokalebene verteilt liegen, werden herangezogen. Für den energetisch niedrig-angeregten Bereich des Spektrums wird ^{26}Mg verwendet, für den energetisch hoch-angeregten Bereich ^{28}Si :

- Das Isotop ^{26}Mg hat einen Reaktions- Q -Wert von 4,004.14(6) keV. [95].
- Das Isotop ^{28}Si hat einen Reaktions- Q -Wert von 14,332(4) keV [95].

Je nach Strahlzeit wurde ein separates ^{24}Mg und ^{26}Mg *Target* mit je nahezu 100% Isotopenhäufigkeit genommen oder ein $^{\text{nat}}\text{Mg}$ *Target*. Das ^{28}Si ist Teil eines aus $^{\text{nat}}\text{Si}$ bestehenden *Targets*.

Zur Kalibrierung wird das Fokalebenenspektrum in einem engen Winkelbereich herangezogen ($-0.5^\circ < \theta < +0.5^\circ$, keine Begrenzung in ϕ). Die Zustände werden mit dem Programm FITYK [96] bestimmt. Anschließend wird dem Metrik-Wert die entsprechende Anregungsenergie (siehe Tabellen 4.7 und 4.8) zugeordnet, die in Referenz [30] angegeben ist. Die gesuchte Abbildungsvorschrift muss ein Polynom zweiter Ordnung sein, damit die quadratische Energie-Impuls-Beziehung des Magnetspektrometers berücksichtigt wird:

$$E_x = \sum_{i=0}^{n=2} a_i X_{fp}^i, \quad (4.27)$$

die Einheiten der Funktion sind adäquat gewählt. Die ermittelten Koeffizienten sind in Tabelle 4.6 aufgelistet. Die Energiekalibrierung muss für jede Strahlzeit erneut durchgeführt werden. Wichtig ist die Kalibrierung der $\Theta_{GR} = 0^\circ$ Fokalebenenspektren, alle weitere Spektrometer-Winkeleinstellungen können auf das 0° -Anregungsspektrum kalibriert werden.

Die Ungenauigkeit der Kalibrierung beträgt 1 keV im Bereich des Mg, d.h. bis zu einer Anregungsenergie von ~ 6 MeV. Im Bereich von 6 MeV bis 18 MeV liegt die Ungenauigkeit bei 5 keV. Das liegt daran, dass in diesem Bereich die Zustände im ^{28}P nicht besser bekannt sind.

Strahlzeit	a_0 [keV]	a_1 [keV/(50 μm)]	a_2 [keV/(50 μm) ²]
E294	34.4542	-0.00124151	$3.12252 \cdot 10^{-9}$
E327	32.1610	-0.00122493	$2.85732 \cdot 10^{-9}$

Tabelle 4.6 – Die ermittelten Koeffizienten für die Energiekalibrierungsfunktion (Gleichung (4.27)).

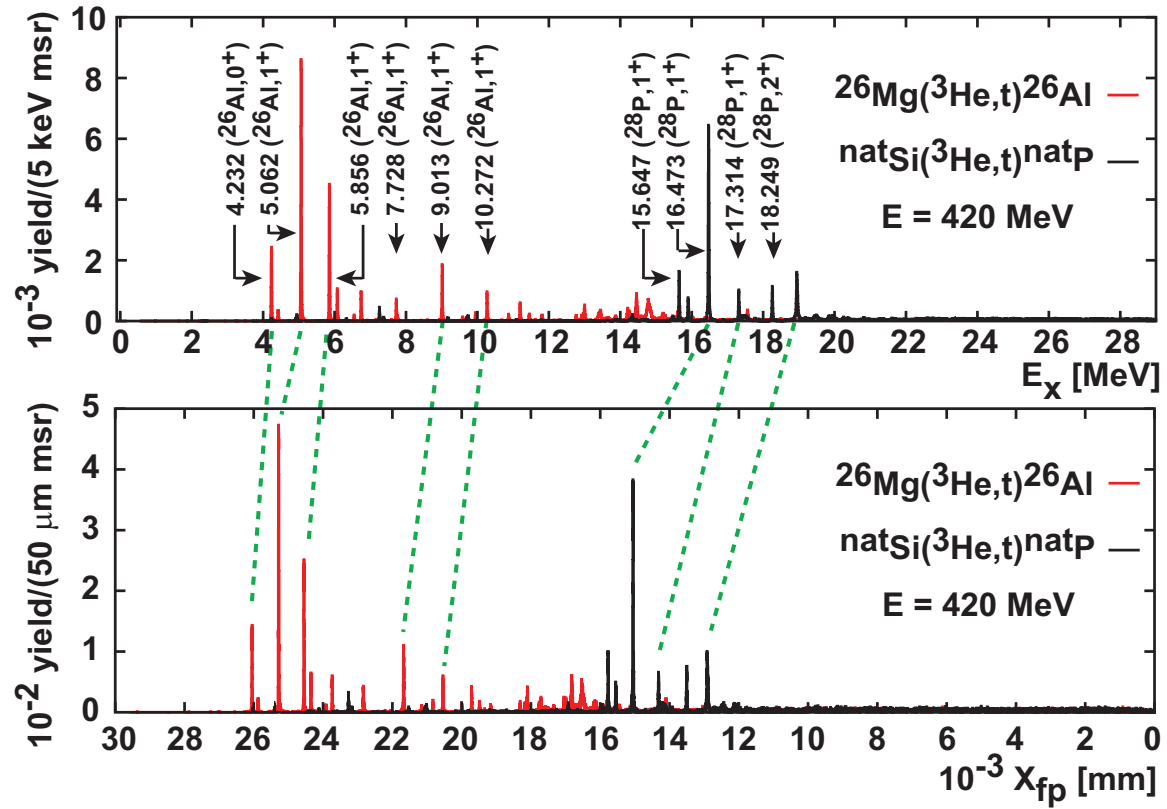


Abbildung 4.19 – Energiekalibrierung der Fokalebene: Einige Zustände aus dem ^{26}Mg und $^{\text{nat}}\text{Si}$ besitzen gut bekannte Energien, mit denen die Kalibrierung durchgeführt wird. Die Energien der Zustände sind im Anregungsenergiespektrum des Tritons.

Bekannt		Experiment
$E_x(^{26}\text{Al})$ [keV]	J^π	$E_x(^{26}\text{Al})$ [keV]
228.31(1)	0^+	228.2
1057.74(1)	1^+	1057.9
1850.62(3)	1^+	1851.6
2740.03(3)	1^+	2740.6
3723.81(4)	1^+	3723.9
5010.24(7)	1^+	5008.8
6270.19(11)	1^+	6267.6

Tabelle 4.7 – Übersicht der für die Energiekalibrierung verwendeten Zustände im ^{26}Al . Die Zustände sind Referenz [23] entnommen. Die *Peak*-Positionen wurden mit Gauß-Funktionen bestimmt.

Bekannt		Experiment
$E_x(^{28}\text{P})$ [keV]	J^π	$E_x(^{28}\text{P})$ [keV]
1313(2)	1^+	1315
1568(3)	1^+	1569
2143(5)	1^+	2141
2973(5)	1^+	2982
3911(5)	1^+	3917

Tabelle 4.8 – Übersicht der für die Energiekalibrierung verwendeten Zustände im ^{28}P . Die Zustände sind Referenz [95] entnommen. Weitere Zustände wurden aufgrund eines größeren Fehlers nicht verwendet. Die *Peak*-Positionen wurden mit Gauß-Funktionen bestimmt.

Kapitel 5

Berechnung der Wirkungsquerschnitte und Übergangsstärken

In diesem Kapitel wird beschrieben, wie aus den Zählraten Wirkungsquerschnitte, die GT- und F-Übergangsstärken ermittelt werden.

5.1 Wirkungsquerschnitt einzelner *Peaks*

Die Argumentation dieses Kapitels folgt Referenz [62]. Die Extraktion von Wirkungsquerschnitten für einzelne *Peaks* im Spektrum kann auf zwei Wegen erfolgen:

1. Integration über die *Peak*-Breite,
2. *Fit* des *Peaks* mit einer geeigneten Funktion.

Die Form der *Peaks* entspricht im Idealfall einer Gauß-Kurve. Eine Ausnahme bildet der *Isobaric Analogue State* (IAS), dieser Zustand hat die Form einer Lorentz-Funktion. Die Breite der Gauß-Funktion für einzelne *Peaks* ist ein Maß für die experimentelle Auflösung. Abweichung von der Gauß-Form können ihre Ursache in Energieverlust der Teilchen beim *Target*-Durchgang haben oder es handelt sich dabei um Abbildungsfehler, die nicht ausreichend korrigiert sind.

Die Parametrisierung der *Peak*-Form wird *Fit*-Funktion genannt [62]. Der *Fit* wird mit Hilfe des Programms FITYK [96] vorgenommen.

5.2 Berechnung der Wirkungsquerschnitte

Die Bestimmung von absoluten Wirkungsquerschnitten erfolgt analog zum Vorgehen bei einfachen Streuexperimenten wie (p, p')- bzw. der ($d, {}^2\text{He}$)-Reaktion.

Die Formel [97] ist gegeben als

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = 0.266 \cdot \frac{N}{\Delta\Omega} \cdot \frac{q}{Q_{\text{eff}}} \cdot \frac{A}{M} \cdot \frac{1}{\kappa} \cdot \frac{1}{\tau \varepsilon_S \varepsilon_H} \left[\frac{\text{mb}}{\text{sr}} \right]. \quad (5.1)$$

Darin bedeuten:

- N = Anzahl nachgewiesener Ionen
- $\Delta\Omega$ = Raumwinkelelement [msr]
- q = Ionisierungsgrad
- Q_{eff} = Ladung [nC]
- A = Atommassenzahl [g/mol]
- M = Massenbelegung [mg/cm²]
- κ = Isotopenanreicherung
- τ = *Lifetime*
- ε_S = Software-Effizienz
- ε_H = Hardware-Effizienz.

Die Ladung entspricht der im FC deponierten Ladungsträger. Hier muss berücksichtigt werden, dass der Primärstrahl aus zweifach geladenen ³He⁺⁺ besteht, muss die Hälfte der deponierten Ladung genommen werden.

Die *Lifetime* des Detektors wird aus dem Verhältnis von *Trigger-Rate* zu Auslese-rate ermittelt. Die Hardware-Effizienz wird mit 99% je *Wire Plane* angenommen, das führt bei vier *Wire-Planes* auf $\varepsilon_H = 96.1\%$.

Die Software-Effizienz kann nicht genau bestimmt werden, der in dieser Arbeit verwendete Wert ist $\varepsilon_S = 95\%$. Ermittelt wurde dieser Wert durch Zählratenvergleiche der in dieser Arbeit verwendeten Spurrekonstruktionssoftware mit älteren Softwareprodukten. Eine Effizienz von 100% wird nicht erreicht, da es in der Spurrekonstruktionssoftware Ereignisse gibt, die nicht rekonstruiert werden (vergleiche Kapitel 4.1 und Abbildung 4.2).

5.3 Modellrechnungen

Winkelverteilungen werden im Rahmen dieser Arbeit für jeden Zustand erstellt, der sich in jedem Winkelbereich nachweisen lässt. Diese experimentelle Winkelverteilungen werden mit *Distorted-Wave Born Approximation* (DWBA) Rechnungen verglichen. Die Modellrechnungen werden mit dem Programmpaket FOLD [98] erstellt. Das Programm braucht mehrere Eingangsparameter, wie z.B. Übergangswahrscheinlichkeiten und Schalenenergien. Ebenfalls erforderlich ist ein Optisches Modell (OM).

Die Übergangswahrscheinlichkeiten, *One-Body Transition Densities* (OBTD), werden entweder aus dem Programm NORMOD [99, 100] oder durch Schalenmodellrechnungen gewonnen. Im Rahmen dieser Arbeit sind mit Ausnahme des Galliums alle Übergangswahrscheinlichkeiten mit NORMOD berechnet worden. NORMOD verwendet Woods-Saxon-Potenziale, mit denen Ein-Teilchen-Wellenfunktionen berechnet werden. Der Potenzialradius beträgt $r_0 = 1.25$ fm, der *Diffuseness*

Parameter $a = 0.5$ fm [101] und der Coulomb-Radius $r_C = 1.25$ fm.

Die Schalenenergien wurden Referenz [102] entnommen.

Die Störung der einlaufenden und der auslaufenden Welle wird mit Hilfe des OM beschrieben. Das OM kann experimentell z.B. über (p, p') -Reaktionen bestimmt werden. Die im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Parameter für das OM wurden abhängig von der Massenzahl A aus Referenz [103] abgeleitet. Da es für Tritonen keine Parameter gibt, wurden nach dem Rezept in Referenz [104] die Potenzialtiefen für die Tritonen auf 85% des Wertes für die der ^3He -Ionen gesetzt.

Die Modellierung geschieht analog der Vorgehensweise, die in Referenz [105] zur Extraktion der

Das Programm FOLD verwendet die effektive NN -Wechselwirkung nach Love and Franey [43, 52, 106]. Das Programm faltet diese zweifach über die Übergangswahrscheinlichkeiten. Einzelne Bestandteile wie der *Central Part*, *Spin-Orbit-Part* und der *Tensor-Part* sind enthalten. Der *Exchange-Part* wird mit einer kurzreichweitigen Näherung nach Referenz [43, 52] und Referenz [107] beschrieben (siehe Kapitel 2.3). Die Übergänge in Kernen mit ganzzahligem Kernspin werden wie folgt beschrieben:

- $J_i^\pi = 0^+ \rightarrow J_f^\pi = 1^+$: Hier wird eine Mischung von Komponenten mit $\Delta L = 0$ und $\Delta L = 2$ verwendet. Welchen Einfluss Tensor-Anteile haben, kann nicht ermittelt werden.
- $J_i^\pi = 0^+ \rightarrow J_f^\pi = 2^-$: Hier wird eine Mischung von Komponenten mit $\Delta L = 1$ und $\Delta L = 3$ verwendet.
- $J_i^\pi = 0^+ \rightarrow J_f^\pi = 3^+$: Hier wird eine Mischung von Komponenten mit $\Delta L = 2$ und $\Delta L = 4$ verwendet.

Bei halbzahligen Kernspin gibt es weitere Beiträge, diese werden im Kapitel 6.1.1 diskutiert.

Die Komponenten werden inkohärent addiert und die Anteile mit einer *Least-Square-Fit-Procedure* bestimmt. Die Anteile der einzelnen Beiträge werden in den folgenden Kapiteln angegeben.

5.4 Extraktion der $B(\text{GT})$ - und $B(\text{F})$ -Stärke

5.4.1 Extrapolation nach $q = 0$

Die Extraktion der GT- und der F-Stärken aus der Winkelverteilung folgen einer bestimmten Rezeptur. Die Modellrechnungen mit den verschiedenen Beiträge werden an die experimentellen Winkelverteilung gefittet. Auf diese Weise wird der Wirkungsquerschnitt bei $\theta = 0^\circ$ ermittelt.

In einem weiteren Schritt wird der $\theta = 0^\circ$ Wirkungsquerschnitt nach $q = 0$ extrapoliert. Die funktionelle Form der Extrapolation kann mit der Bessel-Funktion

nullter Ordnung und dem Argument $|j_0(qR_0)|^2$ beschrieben werden, wobei R_0 die Reichweite bezeichnet (nach Referenz [58]). Diese Vorgehensweise entspricht dem Ebene-Welle-Ansatz (dieser Ansatz ist möglicherweise nicht geeignet zur Beschreibung einer hadronischen Reaktion und wird diskutiert: Nach Referenz [59] ist eine Überlappung von ein- und ausgehender gestörter Coulomb-Welle erforderlich).

5.4.2 Wirkungsquerschnitte

Der Wirkungsquerschnitt und der $B(\text{GT})$ - bzw. $B(\text{F})$ -Stärke sind über Gleichung (2.37) und Gleichung (2.36) miteinander verknüpft. Der *Distortion*-Faktor ist über Gleichung (2.39) und über das Verhältnis von gestörter zu ungestörter Welle berechenbar. Die ermittelten Werte sind in Tabelle 5.1 angegeben.

In Referenz [2] wurde für $({}^3\text{He}, t)$ Reaktion bei 420 MeV, d.h. 140 MeV/A, ein Wert von 161.5(35) MeV·fm³ für $J_{\sigma\tau}$ und 56.7(9) MeV·fm³ für J_τ bei einer Massenzahl von $A = 71$ angegeben (siehe Kapitel 5.4.4). Das Produkt $N_D^{\sigma\tau} \cdot |J_{\sigma\tau}|^2$ bzw. $N_D^\tau \cdot |J_\tau|^2$ wird mit einem (systematischen) Fehler von 10% angenommen (siehe Kapitel 5.5).

5.4.3 $\log ft$ -Normierung

Eine andere Möglichkeit zur Extraktion der $B(\text{GT})$ -Stärke verwendet den $\log ft$ -Wert des β -Zerfalls (vergleiche Gleichung (2.8)) zur Normierung.

5.4.4 Verhältnis R^2

Die Gleichung (2.37) lässt sich umformen zu:

$$\frac{d\sigma^{\text{GT}}}{d\Omega}(q=0) = \hat{\sigma}_{\text{GT}}(q=0) \cdot B(\text{GT}) \quad (5.2)$$

und analog gilt folgt für Gleichung (2.36)

$$\frac{d\sigma^{\text{F}}}{d\Omega}(q=0) = \hat{\sigma}_{\text{F}}(q=0) \cdot B(\text{F}) \quad (5.3)$$

mit $\hat{\sigma}_{\text{GT},\text{F}}$ als Einheitswirkungsquerschnitt. Für das Verhältnis der Einheitswirkungsquerschnitte gilt:

$$R^2 = \frac{\hat{\sigma}_{\text{GT}}(q=0)}{\hat{\sigma}_{\text{F}}(q=0)} = \frac{\sigma_{\text{GT}}(q=0)}{B(\text{GT})} \cdot \frac{B(\text{F})}{\sigma_{\text{F}}(q=0)}. \quad (5.4)$$

Die F-Stärke ist einem Zustand konzentriert [44] und ist gegeben durch

$$B(\text{F}) = N - Z. \quad (5.5)$$

Die Parametrisierung des R^2 kann auf verschiedene Methoden erfolgen. Diese werden im Folgenden diskutiert:

Element	A	$N_D^{\sigma\tau} = \frac{\sigma_{DW}(q=0)}{\sigma_{PW}(q=0)}$	$N_D^{\sigma\tau} _{\text{fit}}$
Mg	26	0.1366 \diamond	0.1918
Si	30	0.1140 \diamond	0.1685
Ca	48	—	0.1051
Ga	69	—	0.0692
	71	—	0.0668
Ge	76	0.0633	0.0614
Se	78	0.0431 \diamond	0.0594
	82	0.0559	0.0557
Zr	90	0.0538	0.0492
	92	0.0485	0.0478
	94	0.0473	0.0464
	96	0.0413	0.0451
Mo	100	0.0480	0.0427
Sn	118	0.0436 \diamond	0.0337
	120	0.0383 \diamond	0.0329
Ce	140	0.0329 \diamond	0.0261
Hf	178	0.0231 \diamond	0.0177

Tabelle 5.1 – Übersicht der *Distortion*-Faktoren. Mit Ausnahme des Galliums und des Calciums wurden *Distortion*-Faktoren über das OM extrahiert. Gallium wurde als Kalibrierung für Verknüpfung von Wirkungsquerschnitt und Stärkenberechnung verwendet. Für das Calcium wurde im Rahmen dieser Arbeit keine Winkelverteilungen erstellt. Alle mit (\diamond) gekennzeichneten Isotope wurden nur unter einem einzigen Spektrometerwinkel untersucht, die modellierten OM Parameter sind aus diesem Grund ungenauer. Die übrigen Isotope wurden bei auch bei höheren Winkeln untersucht, was die Genauigkeit der verwendeten OM Parameter erhöht.

Methode Adachi

Adachi *et al.* berichten von einer massenabhängigen Parametrisierung des R^2 [83, 108] in der ($^3\text{He},t$)-Reaktion. Hierfür wurden verschiedene Kerne untersucht. Das R^2 wird dabei nach gemäß [109]

$$R_{\theta=0}^2 = \frac{\hat{\sigma}_{GT}(\theta = 0^\circ)}{\hat{\sigma}_F(\theta = 0^\circ)} = \frac{\sigma_{GT}(\theta = 0^\circ)}{B(GT)} \cdot \frac{B(F)}{\sigma_F(\theta = 0^\circ)}. \quad (5.6)$$

ermittelt, d.h. bei $\theta = 0^\circ$ und nicht bei $q = 0$ wie in Gleichung (5.4). Die ermittelten Werte werden in Abbildung 5.1 dargestellt. Aus den ermittelten Werten kann eine Fit-Funktion ermittelt werden, mit der sich R^2 -Werte bestimmen lassen.

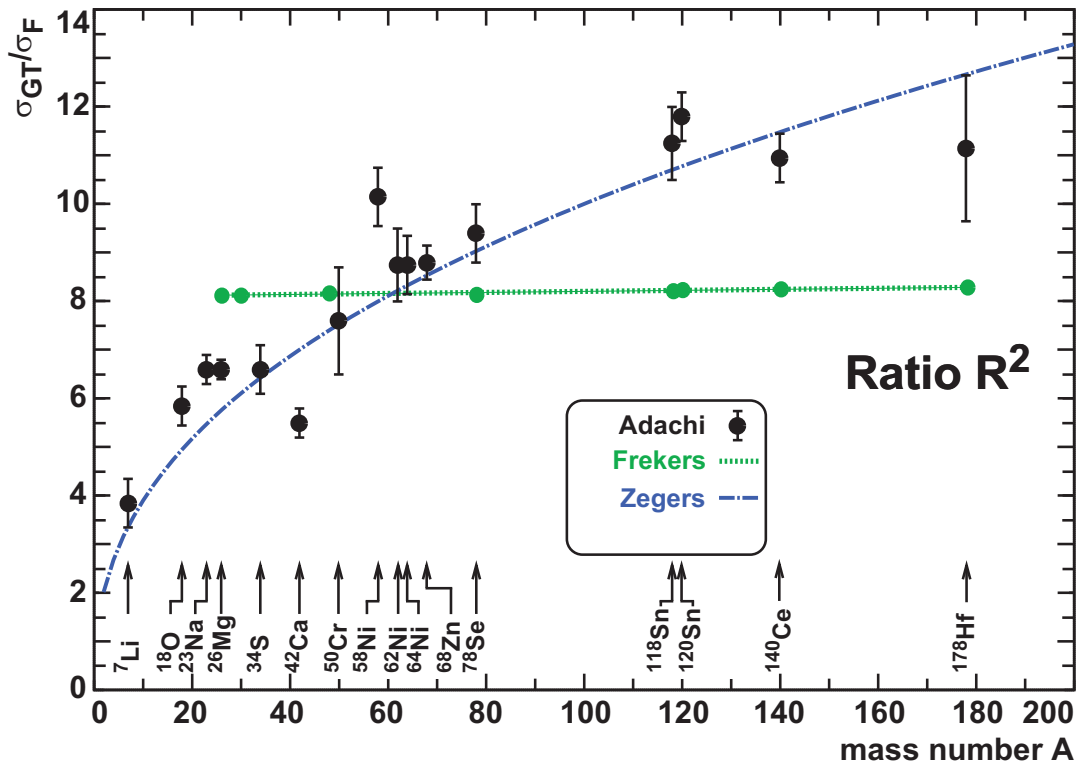


Abbildung 5.1 – Darstellung der berichteten R^2 -Werte für Adachi *et al.* (schwarz) [108], das nach der Methode Frekers [2] extrahierte R^2 in grün und für die *Fit*-Funktion von Zegers *et al.* (blau) [110]. Es gilt zu beachten, dass die R^2 von Adachi *et al.* bei $\theta = 0^\circ$ extrahiert wurden, die beiden übrigen bei $q = 0$. Die Werte für ^{136}Xe und $^{128,130}\text{Te}$ entstammen den Referenzen [76] und [111].

Methode IKP

Frekers *et al.* parametrisieren das R^2 als Funktion der Wellenzahl k_f , der *Distortion*-Faktoren und der Volumenintegrale gemäß [2]

$$R_{q=0}^2 = \frac{k_f(A, \text{g.s.})}{k_f(A, \text{IAS})} \cdot \frac{N_D^{\sigma\tau}}{N_D^\tau} \cdot \frac{J_{\sigma\tau}^2}{J_\tau^2}. \quad (5.7)$$

Diese Parametrisierung ergibt sich, wenn in Gleichung (5.4) die nach den jeweiligen Stärken $B(GT)$ bzw. $B(F)$ umgeformten Gleichungen (2.37) bzw. (2.36) eingesetzt werden.

Das R^2 wird aus dem ${}^{71}\text{Ga}$ extrahiert zur $R^2 = 8.76(46)$. Wird die Annahme $N_D^{\sigma\tau} = N_D^\tau$ gemacht, so ergibt sich ein annähernd konstantes R^2 , da die Wellenzahl $k_f(A)$ sich über den Massenbereich nur geringfügig ändert; das R^2 würde zu höheren Massen geringfügig anwachsen.

Methode Taddeucci

Taddeuci *et al.* untersuchten (p,n) -Reaktionen und stellten für das R^2 eine Abhängigkeit von der Einschussenergie fest [58]:

$$R^2 = \left(\frac{E_p}{E_o} \right)^2, \quad (5.8)$$

in der E_p die Einschussenergie und E_o eine Konstante mit dem Wert 55.0(17) MeV ist [58]. In der $({}^3\text{He},t)$ -Reaktion haben die ${}^3\text{He}^{++}$ eine Einschussenergie von

$$E_{3\text{He}} = 420 \text{ MeV} = 140 \text{ MeV/A}. \quad (5.9)$$

Damit ergibt sich für das R^2 :

$$R^2 = \left(\frac{E_{3\text{He}}}{E_o} \right)^2 = 6.5(2). \quad (5.10)$$

Methode Zegers

Zegers *et al.* berichten wie auch Adachi *et al.* von einer Massenabhängigkeit des R^2 in der $({}^3\text{He},t)$ Reaktion [110]. Hier wurden verschiedene Kerne untersucht und experimentelle Winkelverteilungen erstellt. Mittels Modellrechnungen wurde der $\theta = 0^\circ$ Wirkungsquerschnitt ermittelt. An dieser Stelle wird die Probe als hadronische Reaktion beschrieben, d.h. es muss eine Überlappung von einlaufender und auslaufender gestörter Coulomb-Welle erfolgen. Diese Extrapolation von $\theta = 0^\circ$ nach $q = 0$ wird mit der DWBA-Modellrechnung ermittelt. Zegers ermittelt damit den $\hat{\sigma}_{\text{GT},\text{F}}(q = 0)$ Wirkungsquerschnitt [59, 110]:

$$\hat{\sigma}_{\text{GT}}(q = 0) = \frac{109}{A^{0.65}} \quad (5.11)$$

und

$$\hat{\sigma}_F(q=0) = \frac{72}{A^{1.06}}. \quad (5.12)$$

Aus den Einheitswirkungsquerschnitten lässt sich mit Gleichung (5.4) das $R_{q=0}^2$ ermitteln. Das auf diese Weise ermittelte R^2 wird in Abbildung 5.1 dargestellt.

5.5 Fehlerberechnung

Die Fehlerberechnung in dieser Arbeit wird an dieser Stelle erläutert.

5.5.1 Wirkungsquerschnitt eines Datenpunkts

Der statistische Fehler für Datenpunkte, die aus dem Spektrum extrahiert werden, wird berechnet mit \sqrt{N}/N , wobei N die Zählrate ist. Zu diesem Fehler wird abhängig vom Θ_{GR} -Winkel ein zusätzlicher Analysefehler quadratisch addiert: Bei $\Theta_{GR} = 0$ sind dies 2%, bei $\Theta_{GR} > 0$ sind dies 5%. Diese Fehler sollen mögliche Inhomogenitäten in den Drahtkammern berücksichtigen. Diese Inhomogenitäten hängen vom Ort, der Ereignisrate und dem jeweiligen Untergrund (z.B. Neutronen) ab [112]. Bei $\Theta_{GR} > 0$ -Einstellungen kann ein *Offset* des *Beams* nicht mehr ermittelt werden. Dadurch wird die Raumwinkelbestimmung ungenauer. Aus diesem Grunde wird hier ein zusätzlicher Fehler angenommen.

Der systematische Fehler ist gegeben durch die in Kapitel 5.2 gegebenen Größen. Der Fehler wird generell mit 6% angegeben.

5.5.2 Wirkungsquerschnitt bei $\theta = 0^\circ$

Die Bestimmung des Datenpunktes $\theta = 0^\circ$ erfolgt über die Modellrechnungen. Die einzelnen Beiträge werden über eine *Least-Square-Fit-Procedure* ermittelt. Der statistische Fehler bei $\theta = 0^\circ$ wird durch die quadratische Addition der statistischen Fehler jedes Datenpunktes berechnet.

Der systematische Fehler des Datenpunktes $\theta = 0^\circ$ hängt von den Modellrechnungen ab. Der Fehler wird zu 6% angenommen.

5.5.3 Wirkungsquerschnitt bei $q = 0$

Der statistische Fehler bei $q = 0$ entspricht dem relativen statistischen Fehler bei $\theta = 0^\circ$.

Die $q \rightarrow 0$ Extrapolation hängt vom Kernradius ab. Dieser ist gegeben durch [97]

$$R_0 = r_C \cdot A^{1/3}, \quad (5.13)$$

mit $r_C = 1.25$ fm (siehe Kapitel 5.3). Die Extrapolation ist für geringe Anregungsenergien vernachlässigbar, jedoch muss sie für höhere Anregungsenergien wie z.B. beim IAS bestimmt werden.

5.5.4 Fehler der GT- bzw. F-Stärke

Die Bestimmung der $B(\text{GT})$ - bzw. $B(\text{F})$ -Stärke erfolgt wie in Kapitel 5.4 beschrieben. Als Fehler der Stärke wird die Hälfte der Beimischungen verwendet, die nicht einen GT-Ursprung haben. Dies führt dazu, dass bei Zuständen mit einem GT-Anteil von 100% der Fehler Null wird. Auf der anderen Seite kann der Fehler größer als 100% werden, wenn es sich um einen Zustand mit geringem GT-Anteil handelt. Beide Extremfälle sind unphysikalisch. Im Rahmen einer einheitlichen Beschreibung wird diese Fehlernotation trotzdem angewandt. Mit dieser Fehlerberechnung sollen unbekannte *Tensor*-Beiträge in den Winkelverteilungen berücksichtigt werden, die experimentell nicht bestimmt werden können.

Bei Isotopen mit ganzzahligem Spin gibt es für den IAS nur F-Anteile. In diesem Fall wird als Fehler der statistische Fehler bei $q = 0$ angegeben. Bei Isotopen mit halbzahligem Spin (nur Gallium) hat der IAS nicht nur F-Anteile. In diesem Fall erfolgt die Fehlerberechnung der für die GT-Übergänge.

Der systematische Fehler resultiert aus dem Produkt von $N_D^{\sigma\tau} \cdot |J_{\sigma\tau}|^2$ bzw. $N_D^T \cdot |J_\tau|^2$ und wird mit 10% angenommen.

Kapitel 6

Die $^{\text{nat},69,71}\text{Ga}(^3\text{He}, t)$ -Reaktionen

Dieses Kapitel beschreibt die Analyse und Ergebnisse der $^{\text{nat},69,71}\text{Ga}(^3\text{He}, t)$ -Reaktionen. Ziel der Untersuchung ist eine Stärke-Extraktion, insbesondere der im Anregungsenergiespektrum bei kleinen Anregungsenergien liegenden Zustände im ^{71}Ge ; mit diesen Ergebnissen werden Neutrinoefangraten berechnet.

Das natürliche Gallium ermöglicht eine Kalibrierung der *Targets* unabhängig von den *Target*-Eigenschaften (siehe Abschnitt 6.2).

Die Untersuchungen des ^{69}Ga dient dem Verständnis der zugrunde liegenden Kernstruktur (siehe Abschnitt 6.3).

Die Eigenschaften der untersuchten *Targets* sind in Tabelle 6.1 aufgelistet. Die erreichte Energieauflösung ist limitiert durch die Dicke des jeweiligen *Targets*.

	<i>Target</i>		
	$^{\text{nat}}\text{Ga}$	^{69}Ga	^{71}Ga
Anteil ^{69}Ga	60.108%	99.7%	<0.5%
Anteil ^{71}Ga	39.892%	<0.3%	99.5%
Dicke	2.2 mg/cm ²	3.96(12) mg/cm ²	3.64(11) mg/cm ²
Energieauflösung	40 keV	52 keV	45 keV
$N - Z$	7.80	7	9

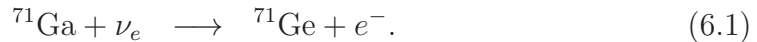
Tabelle 6.1 – Übersicht über die Isotopenhäufigkeit [23] (Spalte zwei) und die Isotopenanreicherung der verwendeten Gallium-*Targets*. Die Angaben für die angereicherten *Targets* stammen von Gavrin [113].

Experiment	Kalibrierungsquelle	Verhältnis
GALLEX/GNO [115]	^{51}Cr , 1	$0.95^{+0.11}_{+0.11}$
GALLEX/GNO [115]	^{51}Cr , 2	$0.81^{+0.10}_{+0.11}$
SAGE [116]	^{51}Cr	0.95 ± 0.12
SAGE [116]	^{37}Ar	$0.79^{+0.09}_{+0.10}$
gewichteter Durchschnitt [27]		0.87 ± 0.05

Tabelle 6.2 – Die Verhältnisse von nachgewiesenen ^{71}Ge -Atomen und den theoretisch erwarteten.

6.1 Die $^{71}\text{Ga}(\nu_e, e^-)$ -Reaktion

Zum Verständnis des solaren Neutrinoproblems wurden am Ende der 1980er Jahre zwei Experimente (GALLEX/SAGE) mit Neutrinodetektoren aufgebaut [114, 115, 116]. Diese nutzten Gallium als Detektormaterial. Ziel dieser Experimente war die Vermessung des niederenergetischen Spektrums der solaren Neutrinos. Die Experimente ermöglichten eine Messung des Neutrinoflusses aus dem pp -Prozess über die Reaktion



^{71}Ga eignet sich aufgrund des niedrigen Q -Werts von ≈ 232 keV, der damit unterhalb der maximalen pp -Neutrinoenergie von $E_{\max}(\nu^{pp}) = 423.4$ keV [117] aus dem pp -Prozess liegt (vergleiche Kapitel 1.3).

Beide Detektoren wurden kalibriert. Die Ergebnisse stehen in Tabelle 6.2. Das Experiment GALLEX nutzte dazu eine ^{51}Cr -Quelle, SAGE verwendete zusätzlich noch ^{37}Ar . Beide Nuklide zerfallen ausschließlich über einen *Electron Capture* (EC) mit den Q -Werten $Q_{EC}(^{51}\text{Cr})=753$ keV und $Q_{EC}(^{37}\text{Ar})=814$ keV [23]. Das Neutrinoflussspektrum ist damit gut bekannt. Diese Quellen wurden direkt in den Detektor eingebracht. Die induzierte Neutrinoeinfangreaktion sollte folgende Übergänge anregen:

- $J_i^\pi = 3/2^- \longrightarrow J_f^\pi = 1/2^-$, der g.s.-Übergang. Dieser Übergang hat die größere GT-Stärke (siehe Kapitel 6) und den größten Phasenraum.
- $J_i^\pi = 3/2^- \longrightarrow J_f^\pi = 5/2^-$, der erste angeregte Übergang in den Zustand bei 175 keV.
- $J_i^\pi = 3/2^- \longrightarrow J_f^\pi = 3/2^-$, der zweite angeregte Übergang in den Zustand bei 500 keV.

Die Stärke der letzten beiden Übergänge war bislang nicht gut bekannt. Hata und Haxton [117, 118] haben den Wirkungsquerschnitt für die Neutrinoeinfangreakti-

on für ^{51}Cr unter Berücksichtigung der Stärken der einzelnen Zustände berechnet:

$$\sigma(^{51}Cr) = \sigma_0(^{51}Cr) \left[1 + 0.667 \cdot \frac{B_1(GT)}{B_0(GT)} + 0.218 \cdot \frac{B_2(GT)}{B_0(GT)} \right], \quad (6.2)$$

wobei $\sigma_0(^{51}Cr)$ der g.s.-Wirkungsquerschnitt ist und B_i für die GT-Stärken der einzelnen Übergänge steht. Die Koeffizienten sind relative Phasenraumfaktoren. Die Berechnung erfolgte auf Grundlage der Ergebnisse aus der $^{71}Ga(p,n)$ -Reaktion [119]. Diese wurde mit Hilfe des bekannten $\log ft$ -Wertes des ^{71}Ge - β -Zerfalls ermittelt (siehe Kapitel 6.1.1). Bahcall [117] verwendete für die GT-Stärkenverhältnisse $B_1(GT)/B_0(GT)=0.028$, was der Hälfte des von Krofcheck *et al.* ermittelten Stärkenverhältnisses von 0.056 entspricht [119]. Diese Annahme sollte berücksichtigen, dass die Stärke des Zustandes bei 175 keV aufgrund der Energieauflösung nicht genau genug ermittelt werden konnte. Bahcall verwendete die Stärken aus der *PhD-Thesis* von D. Krofcheck [120] (nach Referenz [2]).

Das zweite GT-Verhältnis ergibt $B_2(GT)/B_0(GT)=0.146$ [117]. Mit diesen Stärken ergibt sich bei Bahcall, dass die beiden angeregten Zustände, bezogen auf den g.s., einen Beitrag von 5.1% (kein Fehler angegeben) zum Neutrinoeinfangswirkungsquerschnitt liefern.

In dieser Arbeit wird das ^{71}Ge erneut mit Hilfe der $^{71}Ga(^3He,t)$ -Reaktion untersucht. Ziel ist es, die Beiträge des Übergangs bei 175 und 499 keV genauer zu bestimmen, als es mit der (p,n) -Reaktion [119, 120] bzw. der $(^3He,t)$ -Reaktion von Ejiri *et al.* [121] möglich war.

6.1.1 Analyse $^{71}Ga(^3He,t)^{71}Ge$ -Reaktion

In Abbildung 6.1 ist das Anregungsenergiespektrum der $^{71}Ga(^3He,t)^{71}Ge$ -Reaktion bis zu einer Anregungsenergie von 28 MeV unter einem Winkel von $\theta_{c.m.} = 0.26^\circ$ gezeigt. Die erreichte Energieauflösung beträgt 45 keV, u.a. bedingt durch die Dicke des *Targets* (siehe Tabelle 6.1).

Das Anregungsenergiespektrum wird dominiert von einem *Peak* bei einer Anregungsenergie von 8913 keV. Dieser Zustand ist der F-Übergang, IAS. Im Bereich bis 3 MeV können 21 einzelne *Peaks* identifiziert werden. Mit Hilfe der Winkelverteilung kann deren zugehöriger Spin bestimmt werden (siehe Tabelle 6.3). Oberhalb von 3 MeV steigt die Zustandsdichte an und eine *Peak*-Identifikation ist nicht mehr möglich. Der Bereich von 3 MeV bis zur *Knock-Out*-Energie des Neutrons bei 7415 keV wurde in Energiebins mit einer Breite von $\Delta E = 500$ keV eingeteilt und Winkelverteilungen erstellt (vergleiche Abschnitt 6.1.2). Oberhalb einer Anregungsenergie von 8 MeV erscheint die Gamow-Teller Resonanz (GTR). Der erste angeregte Zustand ist der g.s. im ^{71}Ge , dessen Spin als $1/2^-$ bekannt ist [23]. Diesem Zustand folgt ein schwach angeregter $5/2^-$ Zustand bei 174.9 keV [23], der im Anregungsenergiespektrum bei 175 keV identifiziert werden konnte. Der dritte angeregte Zustand im Spektrum liegt bei 500 keV, der

dem $3/2^-$ Zustand bei 499.9 keV zugeordnet wird [23]. Bis zu einer Anregungsenergie von 1598 keV stimmen die in der Analyse ermittelten Spins mit denen in Referenz [23] überein.

Die Anregungsenergien der identifizierten Zustände bis 3 MeV stimmen mit den bekannten aus Referenz [23] überein (vergleiche Tabelle 6.3). Der IAS wird in dieser Analyse bei einer Anregungsenergie von 8913 keV gesehen. In Referenz [23] sind 8932 ± 13 angegeben. Diese Abweichung ist größer als die Fehlergrenzen. Eine Erklärung dafür kann an dieser Stelle nicht gegeben werden.

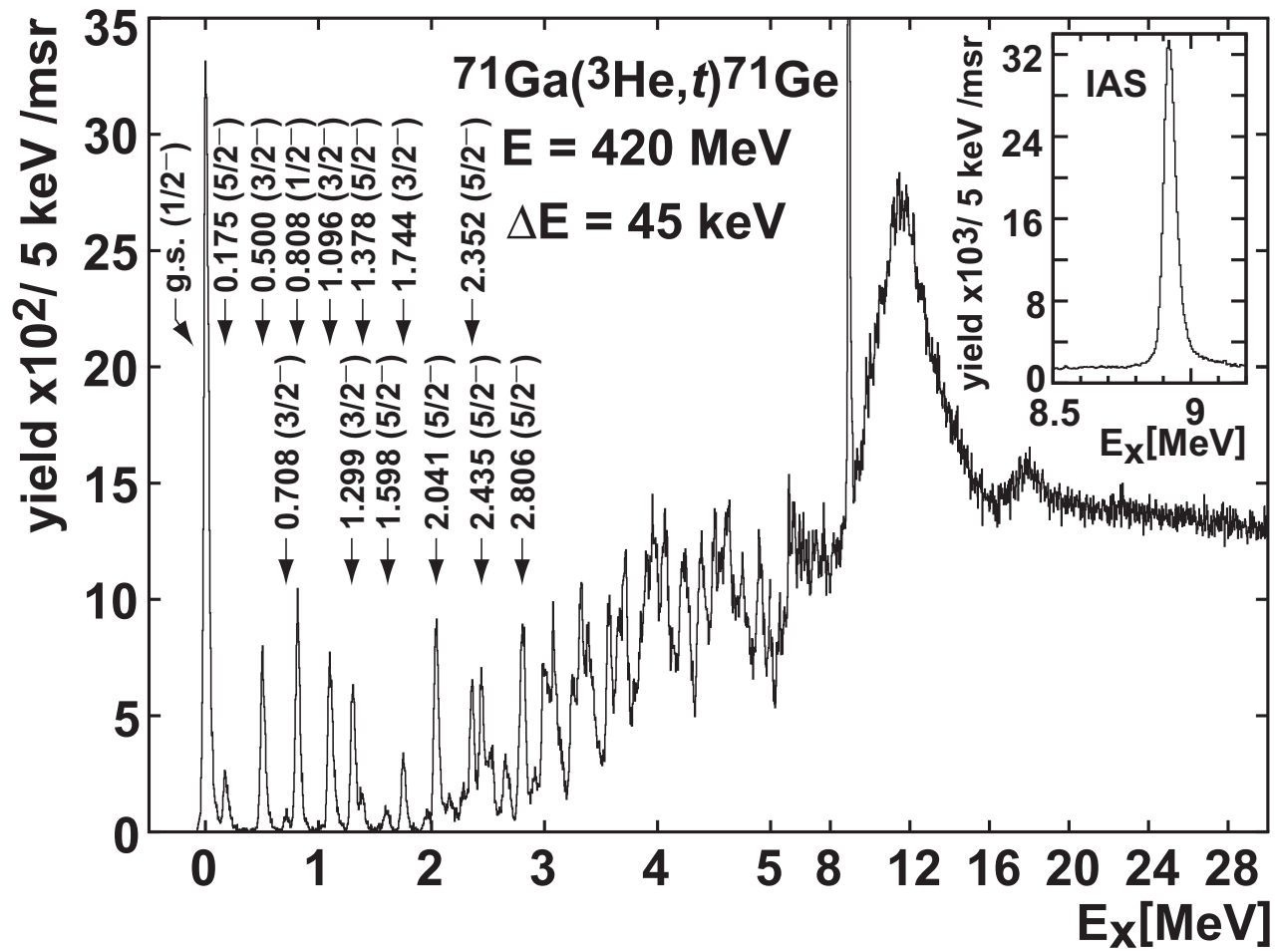


Abbildung 6.1 – Anregungsenergiespektrum der $^{71}\text{Ga}(^3\text{He},t)^{71}\text{Ge}$ -Reaktion bei einer Einschussenergie von 420 MeV. Die kleine Abbildung zeigt den IAS. Ab einer Anregungsenergie von 5 MeV ändert sich die Skalierung der Energieachse. Angegeben sind Zustände mit ihrer Anregungsenergie und dem identifizierten Spin.

DWBA-Modellrechnungen

Für alle in Tabelle 6.3 angegebenen Zustände wurden Winkelverteilungen extrahiert. Diese wurden mit DWBA-Modellrechnungen (siehe Kapitel 5.3) verglichen. Abweichend zu den Angaben in Kapitel 5.3 sind die OBTD mittels Schalenmodellrechnungen durch das Programm NUSHELLX [122] gewonnen worden. Die Schalenmodellrechnungen werden mit der GXPF1-Wechselwirkung [123, 124] im vollen fp -Modellraum [2] durchgeführt. Die Ein-Teilchen-Wellenfunktionen für ^{71}Ga und ^{71}Ge wurden mit Woods-Saxon-Potenzialen ermittelt. Die Potenzialtiefen wurden dahingehend modifiziert, dass sie mit von OXBASH berechneten Bindungsenergien übereinstimmen. Diese OXBASH-Rechnungen wurden mit der Skx-Skyrme-Wechselwirkung [125] ermittelt. Die Wellenfunktionen der Tritonen und der ^3He wurden mit *Variational*-Monte-Carlo-Rechnungen ermittelt [2]. Form-Faktoren wurden für jede Kombination von \vec{J}_{proj} , \vec{J}_{tar} und $\vec{J}_{\text{rel}} = \vec{J}_{\text{proj}} + \vec{J}_{\text{tar}}$ berechnet, die zu den Übergängen vom ^{71}Ga in Zustände im ^{71}Ge beitragen können. Die Indizes stehen für *Projektil*, *Target* und *relativ*. In der $(^3\text{He}, t)$ -Reaktion gilt $\vec{J}_{\text{rel}} = \vec{L}_{\text{tar}}$, mit \vec{L}_{tar} als Drehimpuls des *Target*-Systems. Das Verhalten entspricht dem mit ganzzahligem \vec{J}_{rel} . Paritätserhaltende Übergänge wie

$$J_i^\pi = 3/2^- \longrightarrow \begin{cases} J_f^\pi = 1/2^- \\ J_f^\pi = 3/2^- \\ J_f^\pi = 5/2^- \end{cases}$$

sind beschränkt auf ganzzahlige Werte von \vec{J}_{tar} [2].

Die Form-Faktoren dienen als Eingangsgrößen für die DWBA-Rechnungen. Die Parameter für das OM sind im Falle von ^{71}Ga nicht bekannt, aus diesem Grunde wurden diese aus den in Referenz [103] gegebenen Parametern für ^{58}Ni und ^{90}Zr abgeleitet.

Die mittels DWBA gewonnenen Wirkungsquerschnitte der verschiedenen Beiträge wurden mit einer *Least-Square-Fit-Procedure* an die experimentellen Winkelverteilungen angepasst. Beiträge mit $\vec{J}_{\text{rel}} \leq 4$ reichen zur Beschreibung der Winkelverteilungen aus.

Die Notation der verschiedenen Beiträge folgt dem Muster $[J_{\text{proj}}J_{\text{tar}}J_{\text{rel}}]$. Der GT-Beitrag hat die Notation [110].

Die Winkelverteilungen für einzelne Zustände werden in Abbildung 6.3, Abbildung 6.4 und Abbildung 6.5 dargestellt. Winkelverteilungen für die Energiebins werden in Abbildung 6.7 und Abbildung 6.8 am Ende des ^{71}Ga -Kapitels gezeigt. Aus den Winkelverteilungen wird deutlich, dass unter kleinen Winkeln die experimentellen Datenpunkte von den Modellrechnungen beschrieben werden. Auf diese Weise ist eine zuverlässige Extraktion des GT-Anteils des Wirkungsquerschnitts möglich.

Die Winkelverteilung für den IAS wird in Abbildung 6.6 dargestellt. Dieser $3/2^- \rightarrow 3/2^-$ Übergang ist dominiert von der [000]-Komponente. Bei größeren Winkel, d.h. $\theta_{\text{c.m.}} > 2.5^\circ$ werden zusätzliche Komponenten zur Beschreibung benötigt.

Dieser Übergang kann auch [110]-Komponenten enthalten, die hier auf 1% bestimmt wurden.

Extraktion der GT- und F-Stärke

Die Bestimmung der $B(\text{GT})$ -Stärke erfolgt mittels Gleichung (2.8): Dem nach $q = 0$ extrapolierten GT-Anteil des experimentell ermittelten Wirkungsquerschnitts wird der $B(\text{GT})$ aus der $\log ft$ -Berechnung zugeordnet. Auf diese Weise kann das Volumenintegral $J_{\sigma\tau}$ mit kleinem Fehler ermittelt werden (vergleiche Gleichung (2.37)).

Analog wird für die Kopplungskonstante J_τ vorgegangen: Dem nach $q = 0$ extrapolierten F-Anteil des experimentell ermittelten Wirkungsquerschnitts wird $B(\text{F})=N - Z$ zugeordnet.

Der $\log ft$ wurde mit Hilfe des NNDC- $\log ft$ -Calculators bestimmt [23]. Dazu wurde die von Hampel und Remsberg gemessene ⁷¹Ge Halbwertszeit [126] von $t_{1/2} = 11.43(3)$ Tagen verwendet. Der Wert ist $Q_{\text{EC}} = 232.69(15)$ keV [117, 127]. Damit ergibt sich

$$\log ft = 4.3500(13) \quad (6.3)$$

und der $B(\text{GT})$ des g.s. zu

$$B(\text{GT}) = 0.0852(3) \quad (6.4)$$

unter Verwendung von Gleichung (2.8). Auf diesem Wege wurden folgende Volumenintegrale ermittelt:

$$J_{\sigma\tau} = 161.5(35) \text{ MeV} \cdot \text{fm}^3 \quad (6.5)$$

und

$$J_\tau = 56.7(9) \text{ MeV} \cdot \text{fm}^3. \quad (6.6)$$

Das Produkt aus *Distortion*-Faktor und Volumenintegral ist $N_D^2 \cdot J_\tau^2 = 201.0(20) \text{ MeV}^2 \cdot \text{fm}^6$.

Die Ergebnisse der $B(\text{GT})$ -Extraktion für einzelne Zustände bis zu einer Anregungsenergie von 3 MeV werden in Tabelle 6.3 angegeben. Die berechneten Werte für das R^2 werden in Tabelle 6.4 angegeben.

Ein weiteres Ziel dieser Analyse ist die Bestimmung der Neutrinoeinfangrate für das gesamte Anregungsenergiespektrum von ⁷¹Ge. Da oberhalb einer Anregungsenergie von 3 MeV eine Extraktion einzelner Zustände nicht mehr möglich ist, wird das Spektrum in Energiebins mit einer Breite von 500 keV eingeteilt. Für diese Energiebins werden Winkelverteilungen extrahiert (siehe Abbildung 6.7 und Abbildung 6.8) und deren GT-Stärke bestimmt (vergleiche Tabelle 6.5).

$E_x(^{71}\text{Ge})$ [keV]	J^π	$E_x(^{71}\text{Ge})$ [23] [keV]	J^π	$\frac{d\sigma}{d\Omega}(q=0)$ [mb/sr]	GT %	$B(\text{GT})$ $\times 10^{-2}$
g.s.	$1/2^-$	0	$1/2^-$	0.786(9)	92	8.52(40)
175	$5/2^-$	174.9	$5/2^-$	0.071(4)	40	$\leq 0.34(26)$
500	$3/2^-$	499.9	$3/2^-$	0.171(4)	87	1.76(14)
708	$3/2^-$	708.2	$3/2^-$	0.018(1)	56	0.12(5)
808	$1/2^-$	808.2	$1/2^-$	0.210(4)	92	2.31(10)
1096	$3/2^-$	1095.5	$3/2^-$	0.184(4)	84	1.85(17)
1299	$3/2^-$	1298.7	$3/2^-$	0.126(2)	89	1.34(8)
1378	$5/2^-$	1378.6	$(3/2^+, 5/2,$ $7/2)$	0.035(3)	80	0.34(4)
1598	$5/2^-$	1598.5	$3/2^-$	0.018(2)	50	0.11(5)
1744	$3/2^-$	1743.4	$3/2^-$	0.061(1)	94	0.68(2)
1964	$3/2^-$	1965.0	$3/2^-$	0.020(2)	50	0.12(6)
2041	$5/2^-$	2043(2)	$1/2^-, 3/2^-$	0.187(3)	82	1.83(2)
2145	$5/2^-$	2146.1	$1/2, 3/2$	0.036(1)	82	0.35(4)
2276	$5/2^-$	2278(3)	$(5/2^+, 1/2^-,$ $3/2^-)$	0.46(1)	66	0.37(9)
2352	$5/2^-$	2351.5(2)	$1/2^-, 3/2^-$	0.157(2)	70	1.31(29)
2435	$5/2^-$	2435.2(1)	$1/2, 3/2,$ $5/2^+$	0.133(2)	78	1.24(17)
2642	$5/2^-$	2644(3)	$5/2^+$	0.042(1)	73	0.37(7)
2778	$5/2^-$	2775(3)	$(1/2, 3/2)$	0.069(1)	70	0.59(13)
2806	$5/2^-$	2802(5)		0.165(3)	88	1.74(12)
2888	$5/2^-$	2890(3)		0.028(4)	57	0.19(7)
2924	$5/2^-$	2922(5)		0.052(1)	54	0.34(15)
					F %	$B(\text{F})$
8913	$3/2^-$	8932(13)	$3/2^-$	9.04(12)	96	9.00(22)
$\Gamma \approx 50$					$J_\tau=56.7(9)$	$\text{MeV} \cdot \text{fm}^3$

Tabelle 6.3 – Anregungsenergie, Wirkungsquerschnitte und $B(\text{GT})$ -Stärken für identifizierte Zustände in der $^{71}\text{Ga}(^3\text{He}, t)^{71}\text{Ge}$ -Reaktion. In der ersten Spalte sind die Anregungsenergien gegeben, die im Experiment beobachtet wurden. In Spalte zwei der Spin, der über die Winkelverteilung bestimmt wurde. In der dritten Spalte werden die Zustände (aus Referenz [23]) angegeben, denen die experimentell beobachteten zugeordnet werden. Fehler sind nur angegeben, wenn sie signifikant sind. In Spalte vier wird der bekannte Spin angegeben [23]. In der fünften Spalte wird der Wirkungsquerschnitt bei $q = 0$ mit statistischem Fehler angegeben. In Spalte sechs wird der GT-Anteil gelistet. In der siebten Spalte wird der extrahierte $B(\text{GT})$ angegeben ($\times 10^2$). Die GT-Stärke für den Zustand bei 175 keV stellt eine Obergrenze da, die Winkelverteilung auch ohne GT-Komponente beschrieben werden kann.

${}^{71}\text{Ga}({}^3\text{He}, t)$	experimentell über WQ	bekannt
J_τ [MeV · fm ³]	56.7(9)	—
$J_{\sigma\tau}$ [MeV · fm ³]	161.5(35)	—
$B(\text{F})$	9.00(22)	9
$B(\text{GT})$	0.0852(40)	0.0852(3)
$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\text{GT}, q = 0)$ [mb/sr]	—	0.723(9)
$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\text{F}, q = 0)$ [mb/sr]	—	9.04(12)
R^2	—	8.8(4)

Tabelle 6.4 – Zusammenfassung der Ergebnisse für das R^2 : In der zweiten Spalte sind die experimentell ermittelten Werte für die Stärke und den Wirkungsquerschnitt angegeben. Der Wirkungsquerschnitt entspricht dem jeweiligen GT- bzw. F-Beitrag. In der dritten Spalte sind die bekannten Werte für die Stärken eingetragen. Die unterste Zeile enthält der daraus berechnete R^2 -Wert.

^{71}Ge E_x [MeV]	%GT	$B(\text{GT})$ $\Delta E = 0.5\text{MeV}$	$B(\text{GT})$ indiv. states
0.0-0.5	90	0.0921(50)	0.1061(77)
0.5-1.0	85	0.0301(26)	0.0243(15)
1.0-1.5	86	0.0351(30)	0.0353(30)
1.5-2.0	73	0.0120(22)	0.0092(13)
2.0-2.5	75	0.0596(101)	0.0550(113)
2.5-3.0	80	0.0589(71)	0.0352(61)
3.0-3.5	84	0.1097(103)	—
3.5-4.0	84	0.1652(162)	—
4.0-4.5	85	0.1911(166)	—
4.5-5.0	87	0.2089(162)	—
5.0-5.5	84	0.1913(180)	—
5.5-6.0	88	0.2646(188)	—
6.0-6.5	90	0.3383(181)	—
6.5-7.0	90	0.3150(171)	—
7.0-7.42	90	0.2894(155)	—
7.42-8.46	89	0.6449(387)	—
		$\sum_{0-3\text{MeV}} = 0.288(30)$	$\sum_{0-3\text{MeV}} = 0.265(18)$
		$\sum_{0-5\text{ MeV}} = 3.007(216)$	

Tabelle 6.5 – $B(\text{GT})$ -Stärke extrahiert aus den Wirkungsquerschnitten integriert über Energiebins mit der Breite $\Delta E = 500$ keV (Spalte drei). In Spalte vier sind die summierten Stärken aus den individuellen Stärken aufgelistet.

6.1.2 Diskussion der Ergebnisse aus der ${}^{71}\text{Ga}({}^3\text{He},t){}^{71}\text{Ge}$ -Reaktion

Kernstruktur und Übergangsstärken

Diese Untersuchung ergibt, dass die identifizierten Zustände mit den bekannten Zuständen aus Referenz [23] bis zu einer Anregungsenergie von 3 MeV gut (± 1 keV) übereinstimmen. Bis zu einer Anregungsenergie von 2 MeV können die angegebenen J^π bestätigt werden, doch in dem Bereich von 2 bis 3 MeV kommt es zu Abweichungen gegenüber den Literaturangaben. Die Winkelverteilungen können nicht mit den bekannten J^π beschrieben werden. Als Ursache kommen in Betracht:

- Die in dieser Arbeit verwendeten Modellrechnungen sind fehlerhaft (analog zum Fall ${}^{69}\text{Ga}$, Abschnitt 6.3).
- Die bisherigen (d,p) -Untersuchungen in dem Bereich haben im Vergleich mit dieser Arbeit größere Winkelbins (vergleiche Referenz [128]) verwendet, was zu Abweichungen führen kann.

Die Analyse des Zustandes bei 175 keV ergibt, dass dieser Zustand auch mit Modellrechnungen beschrieben werden kann, die keine GT-Komponente enthalten. Dies führt dazu, dass nur eine Obergrenze der Stärke dieses Zustandes angegeben wird.

Die Extraktion der Übergangsstärken liefert sowohl für das $B(\text{GT})$ als auch für das $B(\text{F})$ innerhalb der Fehler eine Übereinstimmung mit den Erwartungen aus der $\log ft$ -Rechnung und $N - Z$. Aus diesem Grunde wird dieses Isotop als Kalibrierung für die Volumenintegrale verwendet.

Auswirkungen auf GALLEX/SAGE

Mit der hier untersuchten Ladungsaustauschreaktion kann eine genauere Untersuchung des niederenergetischen ${}^{71}\text{Ga}$ -Spektrums erfolgen. Aus den in Kapitel 6.1.1 beschriebenen extrahierten GT-Stärken ergibt sich für den Beitrag der drei ersten angeregten Zustände im ${}^{71}\text{Ge}$ $7.2 \pm 2.0\%$. Dieser ist niedriger als der aus den Daten von Ejiri von $9 \pm 3\%$. Die Ergebnisse werden in Tabelle 6.6 zusammengefasst.

Die Beiträge der angeregten Zustände werden durch die vorliegenden Ergebnisse nicht wesentlich verändert. Der ermittelte Wert (7.2%) kann keine Erklärung für die Diskrepanz von 13% geben, die in der Kalibrierungsmessung ermittelt wurde (bezogen auf den Durchschnittswert, vergleiche Tabelle 6.2). Gründe für die Abweichungen könnten sein:

- Der Einfangwirkungsquerschnitt wird überschätzt. Die Hauptkomponente des Einfangwirkungsquerschnitts trägt der g.s., der über den $\log ft$ -Wert

	Beitrag angeregter Zustände
Bahcall [117]	5.1%
Ejiri <i>et al.</i> [121]	$9\pm 3\%$
Frekers <i>et al.</i> [2] / diese Arbeit	$7.2\pm 2.0\%$

Tabelle 6.6 – Berechnung des Beitrags der angeregten Zustände zum g.s.-Neutrinoeinfangswirkungsquerschnitt. Hinweis: Bahcall gibt keinen Fehler an.

bekannt ist. Die Fehler und Unsicherheiten der Werte sind aber klein im Vergleich zur Diskrepanz.

- Die Effizienzen der Extraktion und der Detektoren werden nicht korrekt ermittelt [27].
- Ein neue Art der Neutrino-Oszillation [27, 129, 2]: Zusätzlich zu den drei bekannten Neutrino-Familien würde es ein sogenanntes steriles Neutrino geben. Die von der ${}^{51}\text{Cr}$ -Quelle erzeugten Neutrinos würden derart $\nu_e \rightarrow \nu_s$ oszillieren.

Neutrinoeinfangrate

Zur Bestimmung der Neutrinoeinfangraten werden die Ergebnisse aus Referenz [121] verwendet und skaliert (siehe Tabelle 6.7). Es ergibt sich eine Neutrinoeinfangrate von 123 ± 4 SNU. Dies ist in Übereinstimmung mit dem zuvor von Ejiri *et al.* [121] ermitteltem Wert von 131.7 ± 18.4 SNU als auch mit dem von Bahcall [130] publiziertem Wert von 132 ± 20 SNU. Die Abweichung von 7% im Vergleich zum Wert von Ejiri kommt dadurch zustande, dass in seiner Analyse keine Winkelverteilungen erstellt wurden, wodurch der GT-Anteil überschätzt wurde.

Ejiri <i>et al.</i> [121]			Diese Arbeit		
$E_x(^{71}\text{Ge})$ [MeV]	$B(\text{GT})$	capture rate [SNU]	$E_x(^{71}\text{Ge})$ [keV]	$B(\text{GT})$	capture rate [SNU]
0.000	$(8.91 \pm 0.13) \times 10^{-2}$	114.9 ± 11.8	g.s.	$(8.52 \pm 0.40) \times 10^{-2}$	109.87 ± 5.16
0.175	$(4.91 \pm 1.77) \times 10^{-3}$	1.75 ± 1.08	175	$\leq (3.40 \pm 2.60) \times 10^{-3}$	$\leq 1.21 \pm 0.93$
0.500	$(2.08 \pm 0.21) \times 10^{-2}$	3.35 ± 1.10	500	$(1.76 \pm 0.14) \times 10^{-2}$	2.83 ± 0.23
0.83	$(2.37 \pm 0.23) \times 10^{-2}$	$(7.51 \pm 3.37) \times 10^{-1}$	$\left\{ \begin{array}{l} 708 \\ 804 \end{array} \right\}$	$(2.40 \pm 0.15) \times 10^{-2}$	0.76 ± 0.05
1.16	$(2.33 \pm 0.24) \times 10^{-2}$	$(8.11 \pm 1.89) \times 10^{-1}$	1096	$(1.83 \pm 0.17) \times 10^{-2}$	0.64 ± 0.06
1.36	$(2.01 \pm 0.23) \times 10^{-2}$	$(2.78 \pm 1.31) \times 10^{-1}$	$\left\{ \begin{array}{l} 1299 \\ 1378 \end{array} \right\}$	$(1.66 \pm 0.13) \times 10^{-2}$	0.23 ± 0.02
[1.58 – 7.42]	2.88 ± 0.09	9.52 ± 3.73	[1500 – 7415]	2.20 ± 0.17	7.29 ± 0.05
[7.42 – 8.46]	0.74 ± 0.10	0.34 ± 0.15	[7415 – 8455]	0.65 ± 0.04	0.30 ± 0.02
	$\sum = 3.81 \pm 0.15$	$\sum = 131.7 \pm 18.4$		$\sum = 3.01 \pm 0.07$	$\sum = 123 \pm 4$

Tabelle 6.7 – Berechnung des Neutrinoeinfangraten unter Verwendung der Ergebnisse von Ejiri *et al.* [121] (Spalte eins bis drei). Die Ergebnisse der hier behandelten Untersuchung ist in Spalte vier bis sechs angegeben. Bedingt durch die bessere Energieauflösung konnten mehr Zustände identifiziert werden. Die Stärken der Zustände, die innerhalb der Energieauflösung des Experiments von Ejiri lagen, wurden zusammengefasst (geschweifte Klammern). Die Einfangraten wurden anhand des Vorgängerexperiments skaliert. Die Fehler in Spalte sechs entsprechen denen von Spalte fünf. Der Gesamtfehler der Einfangraten ist der gewichtete Fehler aus den einzelnen Fehlern.

6.1.3 Ausblick

Mit Hilfe der $^{71}\text{Ga}(^3\text{He}, t)$ -Reaktion konnten die bisherigen Ergebnisse bestätigt werden. Dies betrifft auch die Messung der Diskrepanz zwischen theoretischer Erwartung und der Beobachtung des Neutrinoflusses von den Kalibrierungsquellen (vergleiche Tabelle 6.2). Gavrin *et al.* haben zur Klärung dieses Problems ein Experiment vorgeschlagen [129]: In einem Tank gefüllt mit ^{71}Ga werden zwei Zonen mit R_1 und R_2 eingerichtet zwischen denen kein Austausch stattfinden kann (siehe Abbildung 6.2). Insgesamt sollen 50 t Gallium verwendet werden, davon 8 t in Zone R_1 und 42 t in Zone R_2 . Nach der Bestrahlung mit der Neutrinoquelle (zum Beispiel ^{51}Cr) wird das Gallium aus beiden Zonen getrennt untersucht und die Anzahl der entstandenen Germanium-Isotope ermittelt. Es gibt zwei mögliche Ergebnisse:

1. Das Verhältnis der Raten in den beiden Zonen ist innerhalb definierter Grenzen nicht miteinander verträglich. In diesem Fall ist eine Oszillation derart $\nu_e \rightarrow \nu_s$ in ein steriles Neutrino ν_s wahrscheinlich.
2. Die gemessenen Raten sind innerhalb definierter Grenzen miteinander verträglich, d.h. beide Zonen weisen in etwa eine gleiche Produktionszahl von Germaniumisotopen auf. Dies würde bedeuten, dass die Erwartung des Neutrinoeinfangswirkungsquerschnitts nicht korrekt ist.

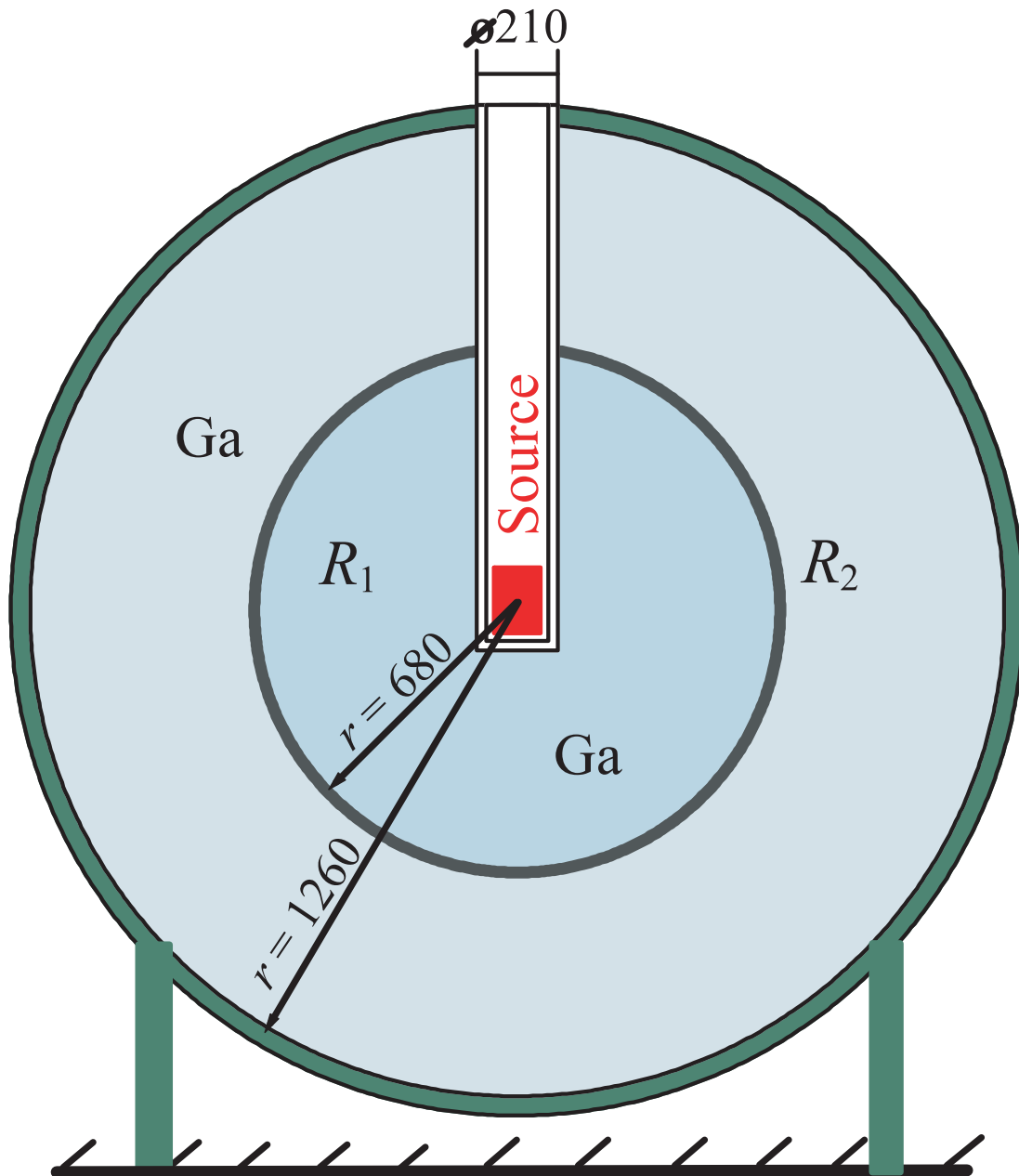


Abbildung 6.2 – Darstellung des vorgeschlagenen Galliumexperiments zum Nachweis von sterilen Neutrinos (Abbildung aus Referenz [129]). Radiusangaben in mm. In den mit 50 t Gallium gefüllten Tank wird als Quelle ${}^{51}\text{Cr}$ eingeführt, das zu 90% Neutrinos mit einer Energie von 750 keV und zu 10% mit einer Energie von 430 keV emittiert [129].

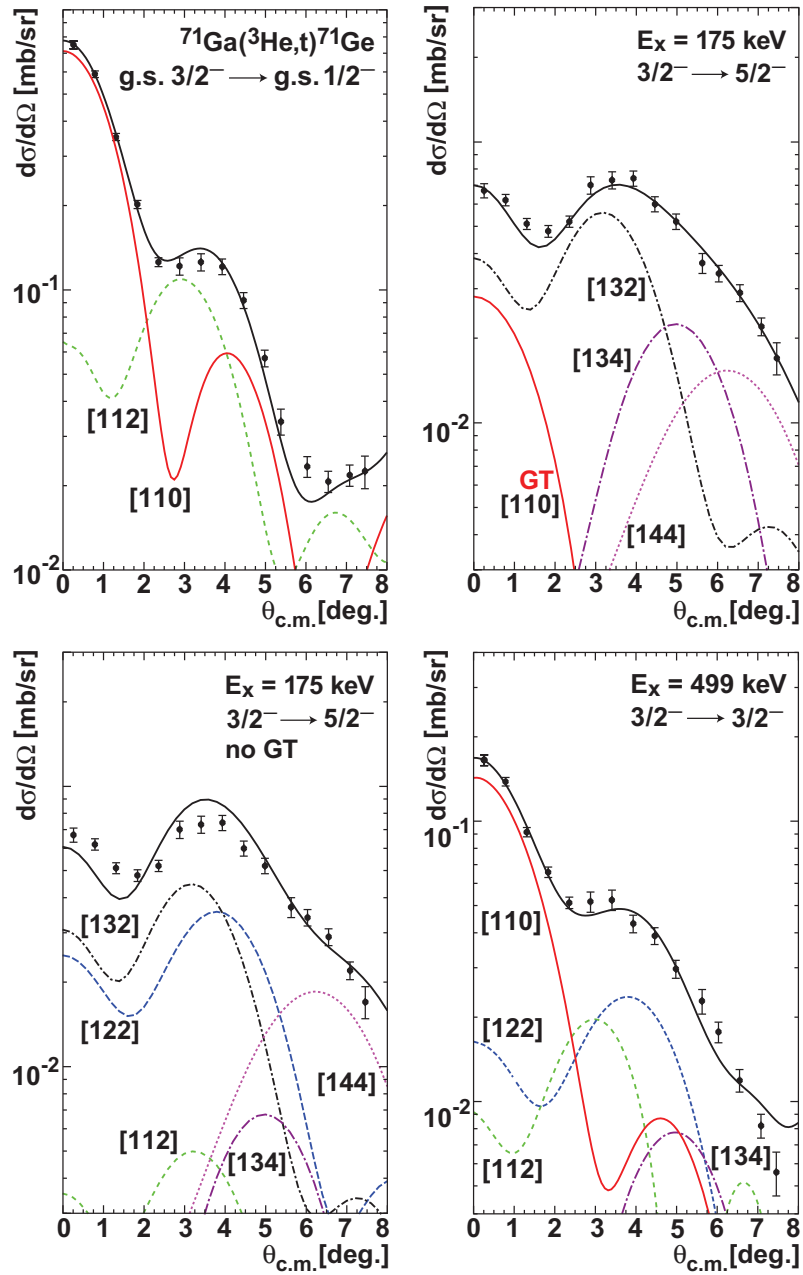


Abbildung 6.3 – Winkelverteilungen in der $^{71}\text{Ga}(^3\text{He},t)^{71}\text{Ge}$ -Reaktion. Dargestellt sind der g.s., der Zustand bei 175 keV und der bei 500 keV. Für den 175 keV wurde eine Studie erstellt, ob der Übergang auch ohne die GT-Beimischung (Komponente [110]) beschrieben werden kann (Bild unten links).

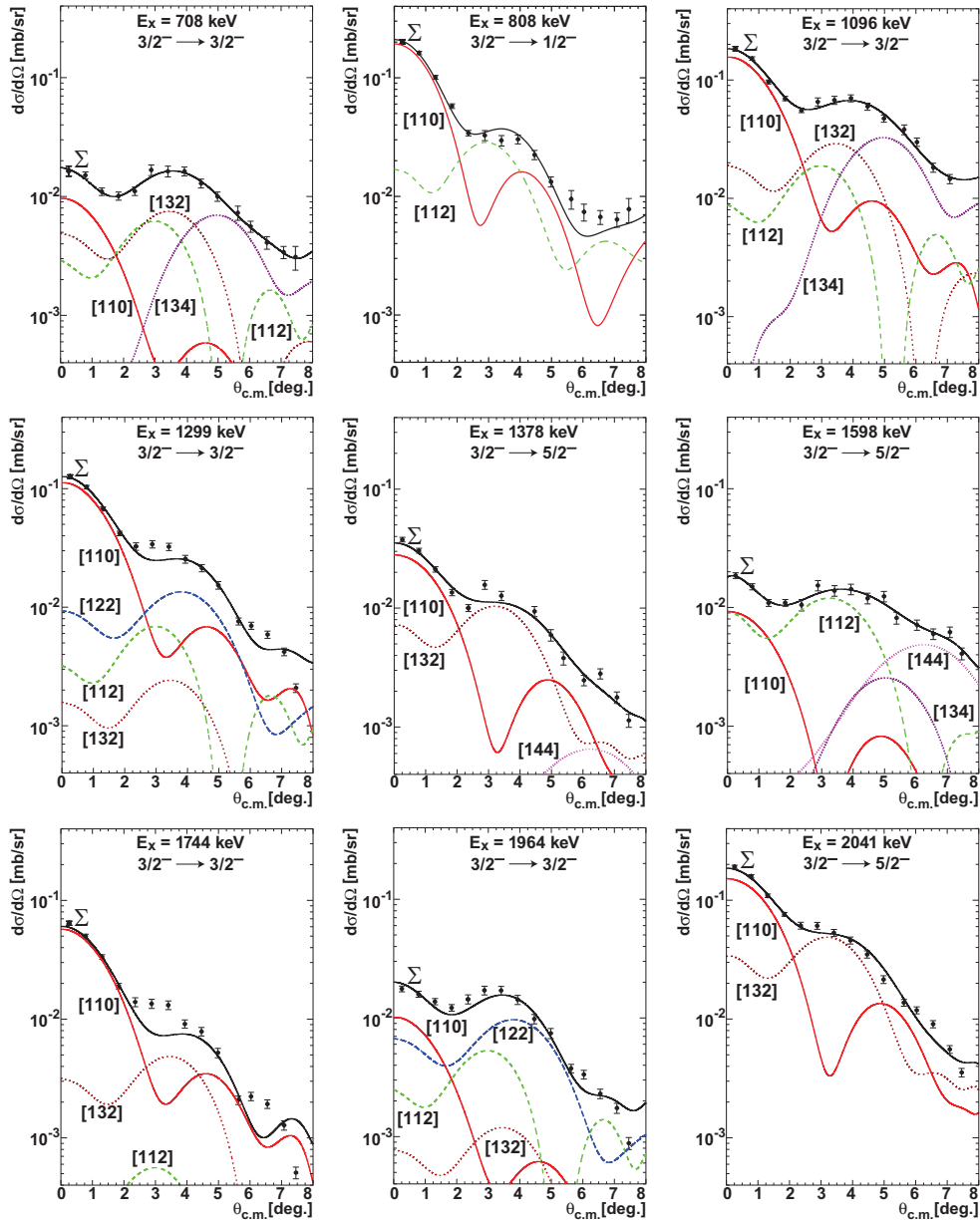


Abbildung 6.4 – Winkelverteilungen in der ⁷¹Ga(³He,t)-Reaktion von 500 bis 2041 keV.

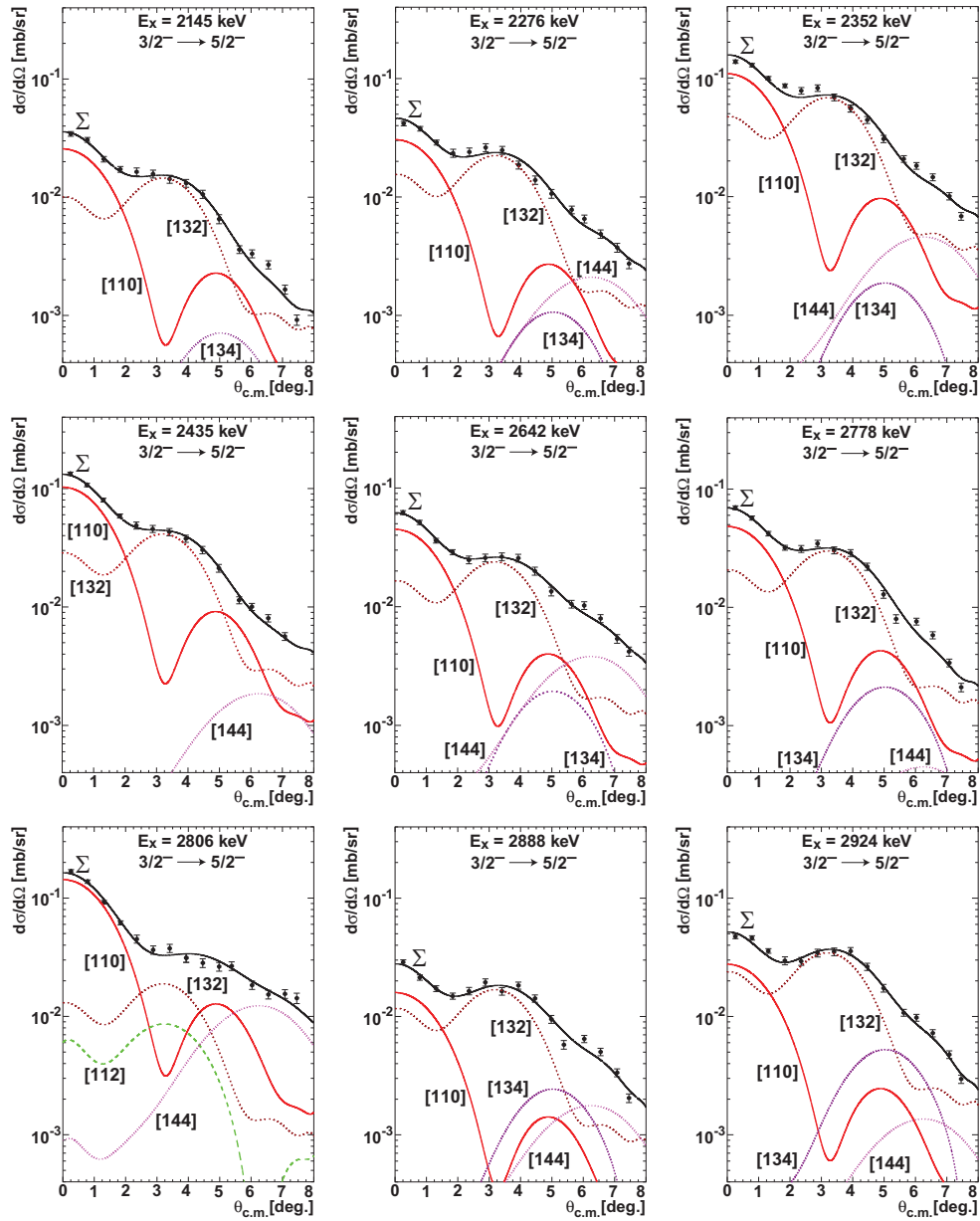


Abbildung 6.5 – Winkelverteilungen in der $^{71}\text{Ga}(^3\text{He}, t)$ -Reaktion von 2042 bis 2924 keV.

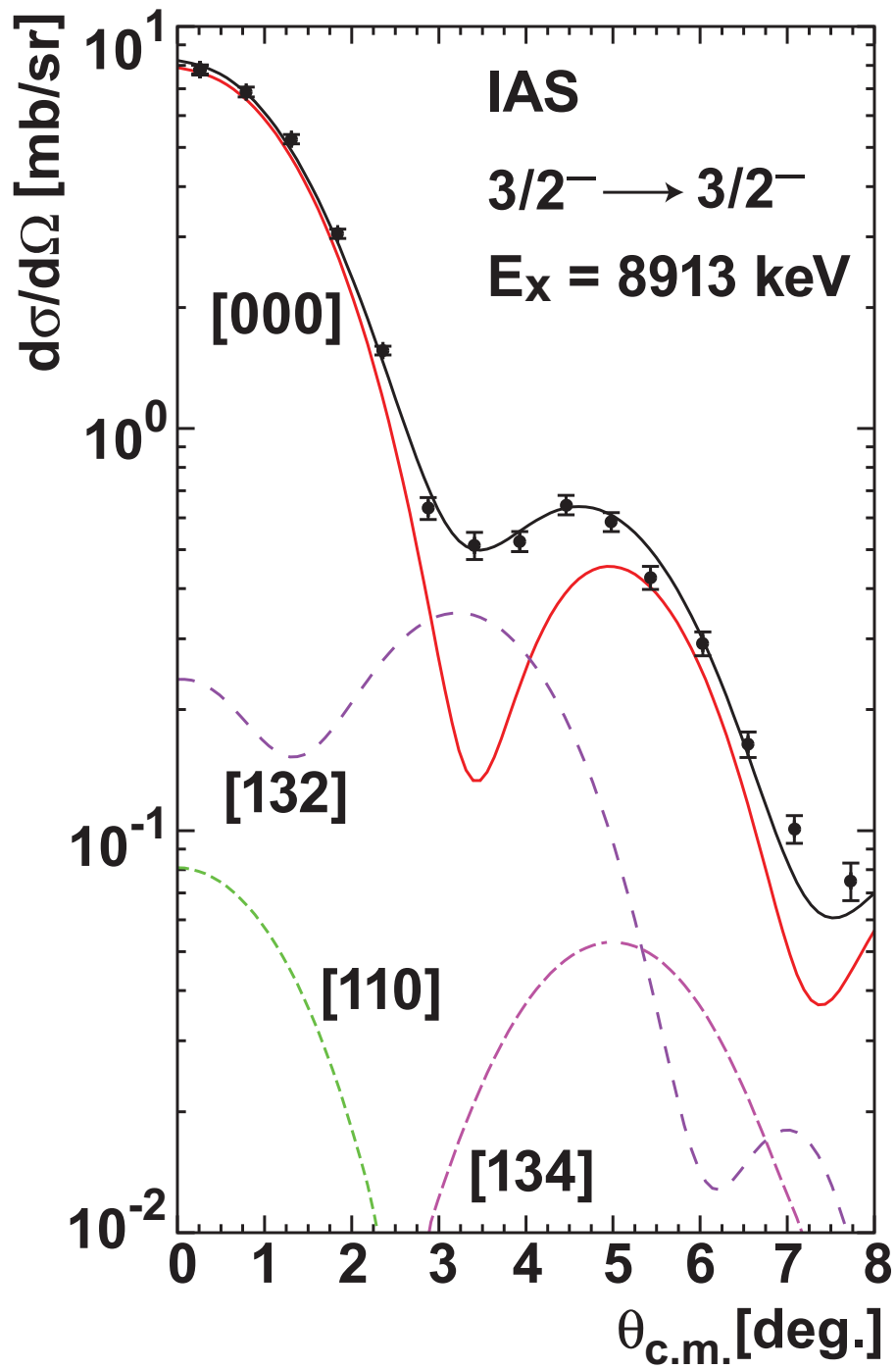


Abbildung 6.6 – Winkelverteilungen für den IAS in der $^{71}\text{Ga}(^3\text{He},t)$ -Reaktion.

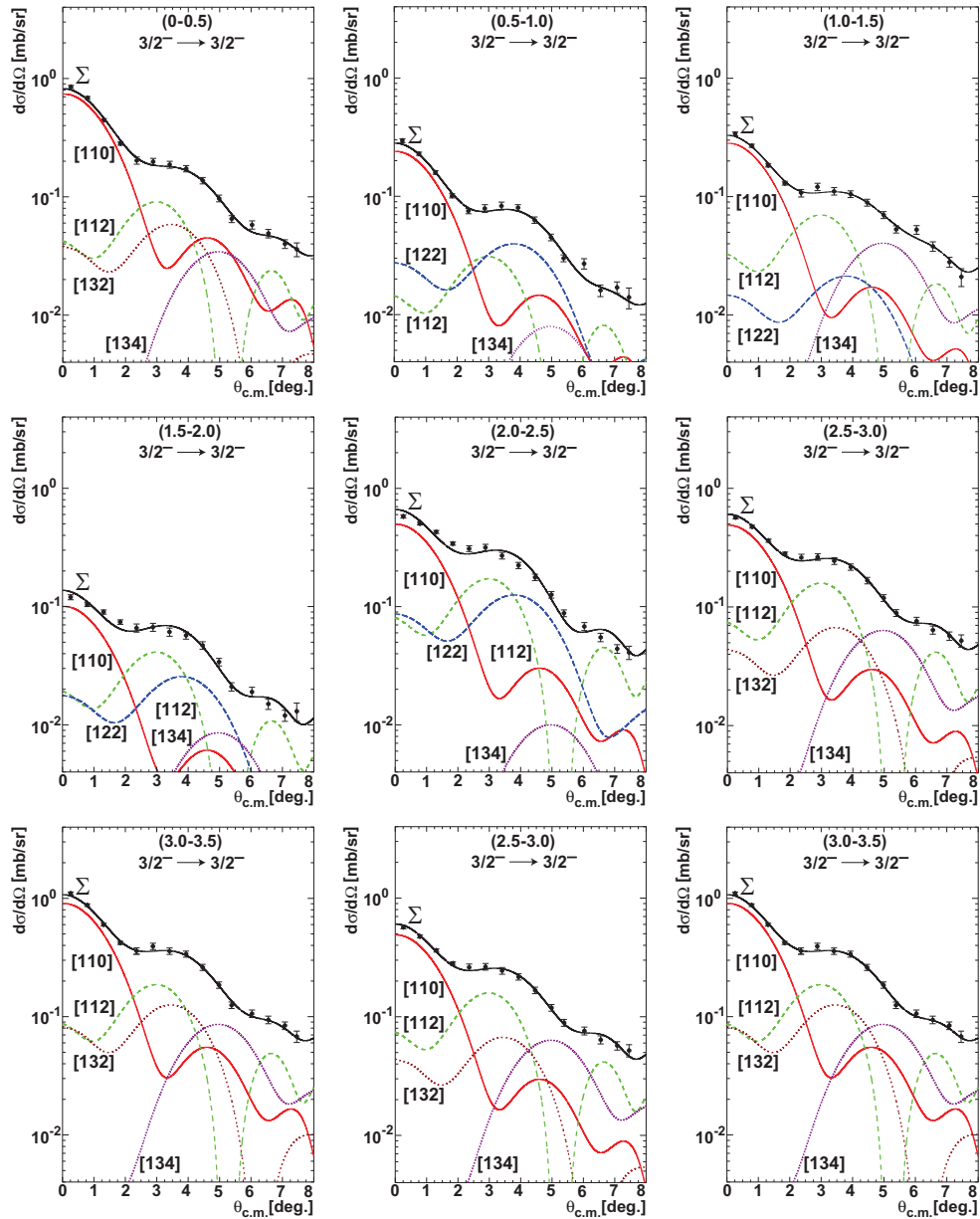


Abbildung 6.7 – Winkelverteilungen in der $^{71}\text{Ga}(^3\text{He},\text{t})$ -Reaktion für Energiebins der Breite $\Delta E = 500$ keV von 0 bis 3500 keV.

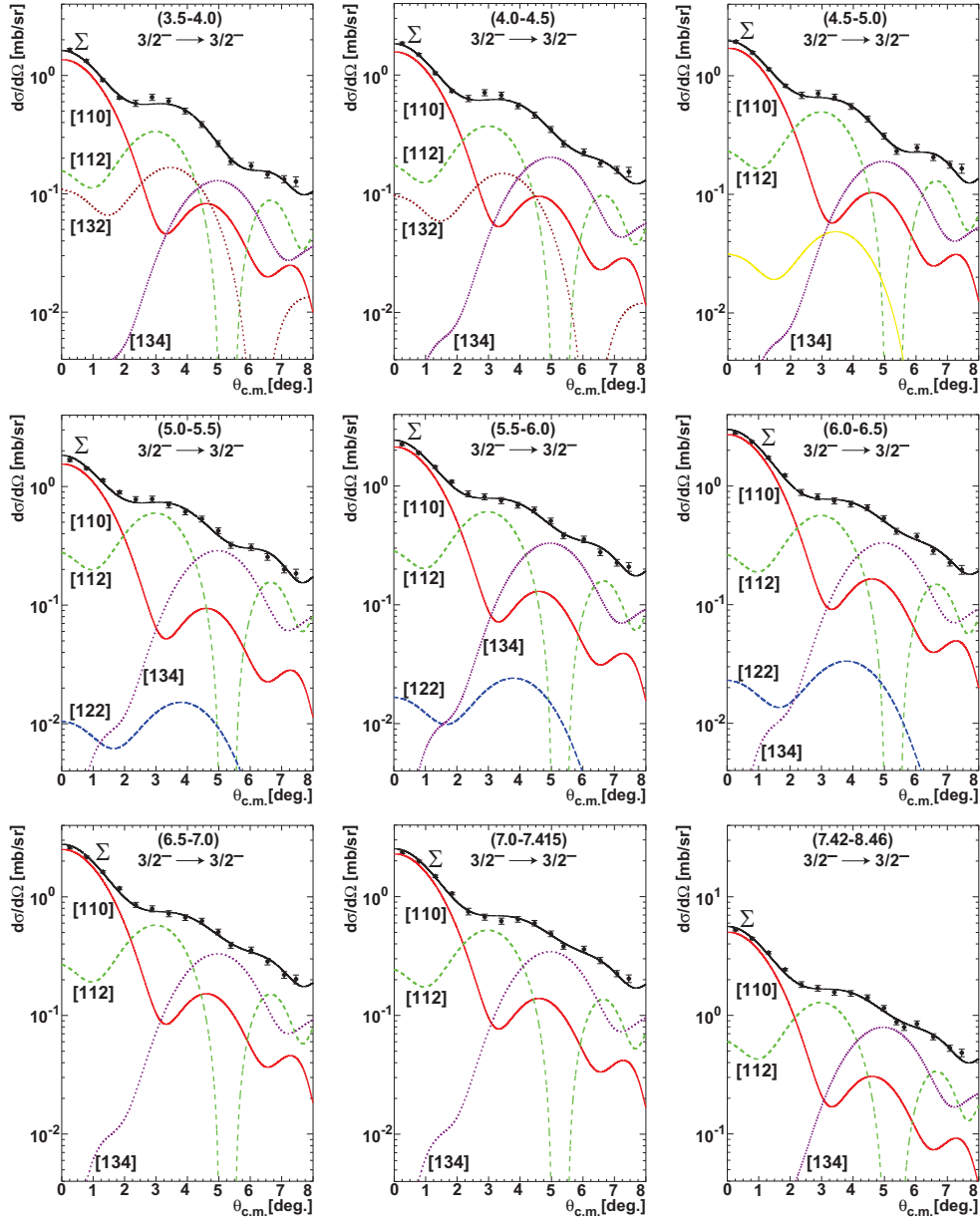


Abbildung 6.8 – Winkelverteilungen in der ⁷¹Ga(³He,t)-Reaktion für Energiebins der Breite $\Delta E = 500$ keV.

6.2 Die ^{nat}Ga(³He, t)-Reaktion

In Abbildung 6.9 ist das Anregungsenergiespektrum der ^{nat}Ga(³He, t)-Reaktion bis zu einer Anregungsenergie von 28 MeV unter einem Winkel von $\theta_{\text{c.m.}} = 0.26^\circ$ gezeigt. Das Anregungsenergiespektrum ist im System von ⁷¹Ge dargestellt. Ab einer Anregungsenergie von ca. 2 MeV erscheinen Zustände aus dem ⁶⁹Ge.

Das ^{nat}Ga-Target wird zur Stärkenkalibrierung der Spektren von ⁷¹Ge und ⁶⁹Ge untereinander untersucht und zwar unabhängig von den Target-Eigenschaften (wie der Dicke). Dazu werden g.s.- (Abschnitt 6.2.1) und die F-Übergänge (Abschnitt 6.2.2) betrachtet.

6.2.1 Die g.s.-Übergänge

Der g.s.-Übergang vom ⁷¹Ga ins ⁷¹Ge kann im ^{nat}Ga-Target identifiziert werden; der g.s.-Übergang aus dem ⁶⁹Ga wird von Zuständen aus dem ⁷¹Ga überlagert. Die extrahierte Winkelverteilung für den ⁷¹Ga-Übergang ist in Abbildung 6.10 gezeigt.

Die GT-Stärke im ⁷¹Ge wird mittels des g.s.-Übergangs ermittelt, dazu werden zwei Methoden verwendet:

- Im ersten Fall wurde die *Least-Square-Fit-Procedure* angewendet und der Datenpunkt bei $\theta = 0^\circ$ ermittelt (siehe Abbildung 6.10 links). Der Wert ist in der ersten Zeile in Tabelle 6.8 angegeben.
- Im zweiten Fall wurde der erste Datenpunkt fünffach höher gewichtet und dann wurde die *Least-Square-Fit-Procedure* angewendet (siehe Abbildung 6.10 rechts). Dieses Vorgehen wurde von der Bedeutung des minimalen Vorwärtswinkels im schwachen Zerfall motiviert. Das Ergebnis ist in der zweiten Zeile von Tabelle 6.8 angegeben.

$E_x(^{71}\text{Ge})$ [keV]	$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta = 0.26^\circ)$ [mb/sr]	$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta = 0^\circ)$ [mb/sr]	$\frac{d\sigma}{d\Omega}(q = 0)$ [mb/sr]	GT %	$B(\text{GT})$
g.s.	0.779(50)	0.755(23)	0.763(23)	91%	0.0807(65)
g.s., gewichtet	0.779(50)	0.795(24)	0.803(24)	91%	0.0847(68)

Tabelle 6.8 – Ergebnisse der Winkelverteilung für den g.s.-Übergang im ⁷¹Ge. In der zweiten Spalte wird der Wirkungsquerschnitt für den Datenpunkt bei $\theta = 0.26^\circ$ angegeben, in Spalte drei für $\theta = 0^\circ$ und in Spalte vier bei $q = 0$. Spalte fünf und sechs listet den GT-Anteil und die GT-Stärke auf. In der erste Zeile wird das Ergebnis des *Fits* ohne und Zeile zwei mit Gewichtung des Vorwärtswinkels angegeben.

Der Unterschied beider Vorgehensweisen ist im höheren $\theta = 0^\circ$ Wirkungsquerschnitt sichtbar. Der Anteil der $\sigma\tau$ -Komponente ([110]) der Winkelverteilung bleibt in beiden Fällen gleich.

Das Ergebnis stimmt mit dem aus der Analyse des ${}^{71}\text{Ga}$ (siehe Abschnitt 6.1) überein.

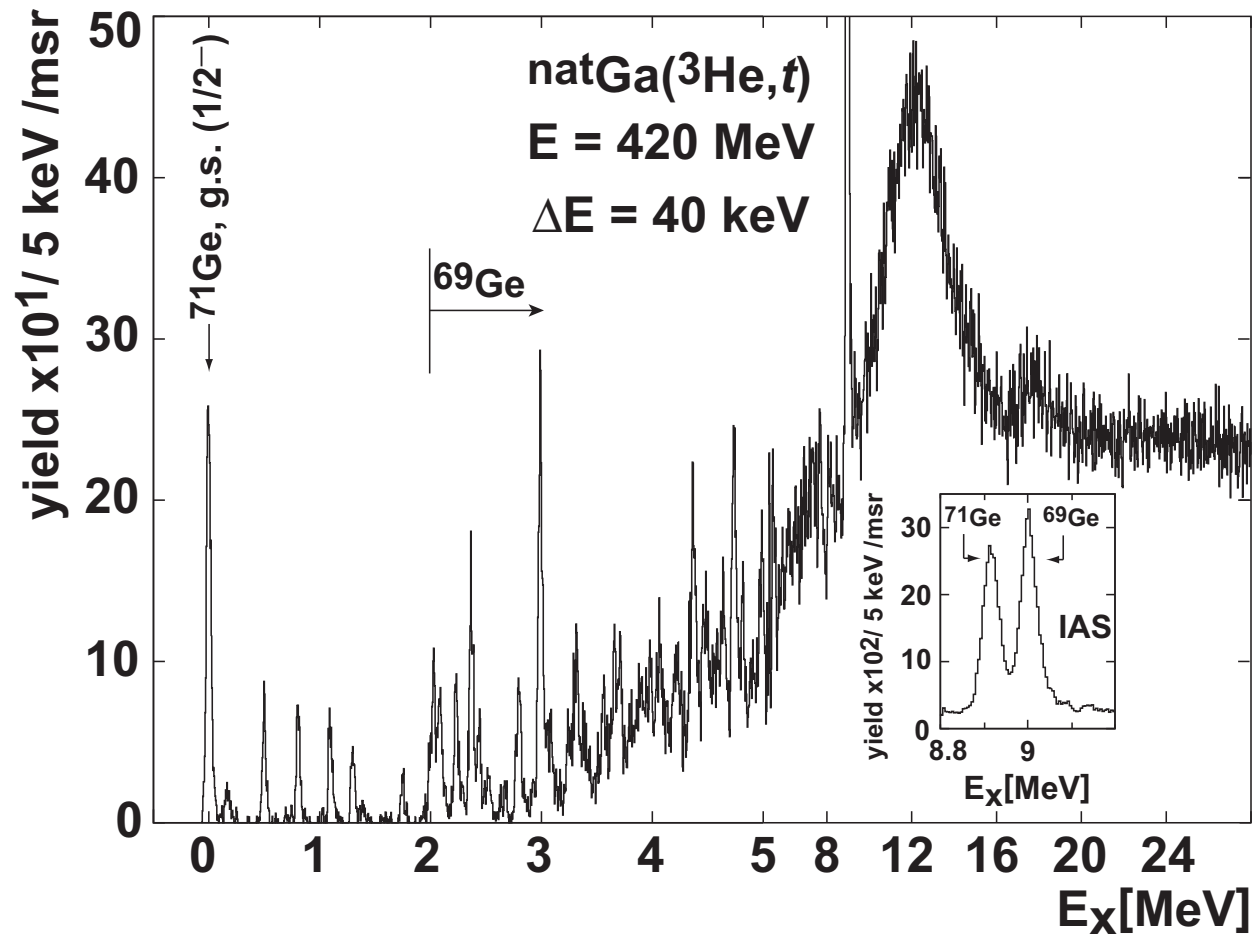


Abbildung 6.9 – Anregungsenergiespektrum der $\text{natGa}(^3\text{He},t)$ -Reaktion bis zu einer Anregungsenergie von 28 MeV. Die Anregungsenergie ist im System des ^{71}Ge angegeben. Die kleine Abbildung zeigt die Region der IAS. Bis zu einer Anregungsenergie von etwa 2 MeV ist das Spektrum identisch mit dem von ^{71}Ga , darüber vermischen sich Zustände aus ^{71}Ga und ^{69}Ga .

$A_{\text{eff.}}$	69.80
$m_{\text{eff.}}$	69.72 amu
k_f/k_i	0.978
$N_{D,\text{eff.}}^\tau$	0.064
$N_{D,\text{eff.}}^\tau \cdot J_\tau^2$	214.0(214) MeV ² fm ⁶
$B(\text{F})_{\text{eff.}}$	7.80

Tabelle 6.9 – Übersicht der effektiven Werte für die Berechnung der $B(\text{F})$ -Stärke im ^{nat}Ga-Target.

6.2.2 Die F-Übergänge

Das natürliche Target ermöglicht eine Analyse der Summe der F-Übergänge. Dies macht die Berechnung von effektiven Größen möglich, die entsprechend der natürlichen Häufigkeiten gewichtet sind. Die erforderlichen gewichteten Größen sind in Tabelle 6.9 aufgelistet. Die Analyse des IAS erfolgte mittels Integration des Bereichs, in dem die Zustände im Anregungsenergiespektrum erscheinen. Der Untergrund wurde mit einer linearen Funktion beschrieben. Der ermittelte Wirkungsquerschnitt beträgt:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(q=0)|_{\text{eff.}} = 8.19(25) \text{ mb/sr.} \quad (6.7)$$

Die Extrapolation nach $q=0$ erfolgte vom Datenpunkt bei $\theta_{\text{c.m.}} = 0.26^\circ$. Innerhalb der Fehler stimmt der experimentell ermittelte Wert mit dem theoretischen Werte überein:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(q=0)|_{\text{eff.}} = 8.09(40) \text{ mb/sr.} \quad (6.8)$$

Aus diesem Wirkungsquerschnitt kann mit Gleichung (2.36) die $B(\text{F})$ -Stärke ermittelt werden:

$$B(\text{F}) = 7.90(54). \quad (6.9)$$

Dieser Wert ist in Übereinstimmung mit dem effektiven $B(\text{F})$ (siehe Tabelle 6.9). Die Berechnung der Massenzahlen, Massen, kinematischen und *Distortion*-Faktoren erfolgte unter Berücksichtigung der jeweiligen Isotopenhäufigkeiten.

6.2.3 Diskussion

Die Ergebnisse der ⁷¹Ge-g.s.-Analyse im natürlichen Target ist konsistent mit der Analyse des ⁷¹Ge-g.s. im ⁷¹Ga-Target.

Die Berechnung der F-Stärke für die einzelnen Isotope im natürlichen Gallium-Target war nicht möglich, da die IAS nicht zufriedenstellend getrennt werden

konnten. Die effektive F-Stärke kann aber als Kalibrierung genutzt werden, d.h. da das einfließende Produkt $N_D^T \cdot J_\tau^2$ sowohl im natürlichen als auch in den jeweils angereicherten *Targets* übereinstimmen muss.

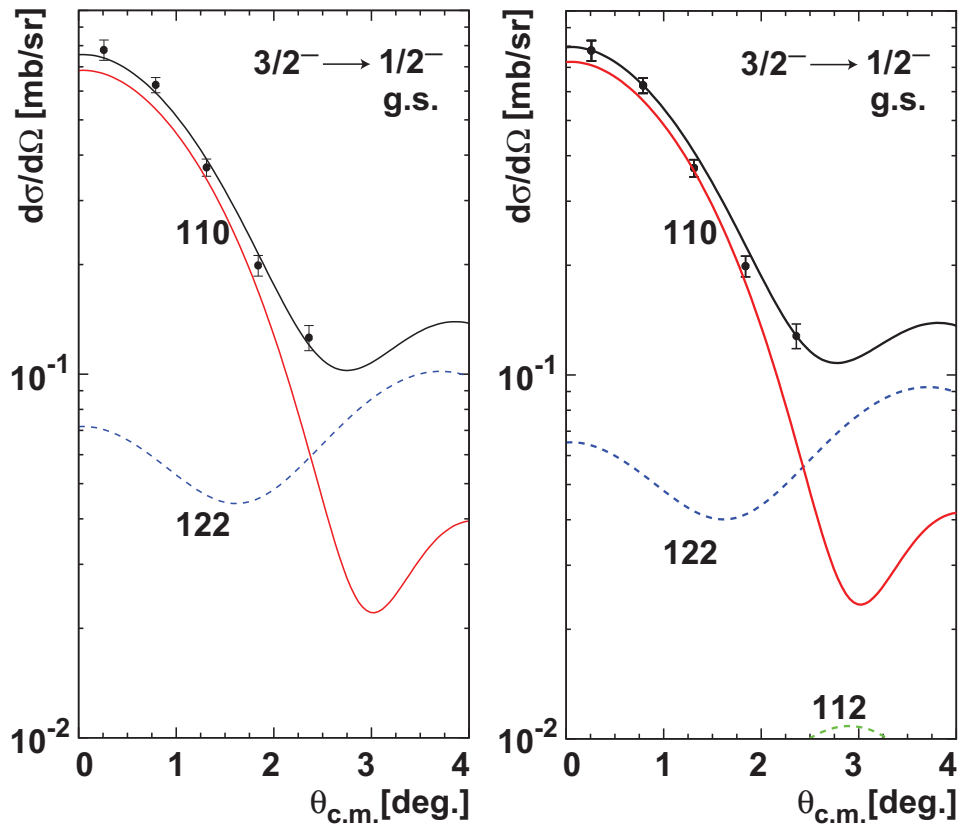


Abbildung 6.10 – Winkelverteilung für den g.s. ($3/2^-$) nach g.s. ($1/2^-$) Übergang der ${}^{71}\text{Ga}({}^3\text{He},t){}^{71}\text{Ge}$ -Reaktion. Diese Winkelverteilung wurde aus dem ${}^{\text{nat}}\text{Ga}$ Target extrahiert. Auf der linken Seite ist das Ergebnis der *Least-Square-Fit-Procedure* ohne Gewichtung von einzelnen Datenpunkten dargestellt. Rechts ist der erste Datenpunkt fünfmal gewichtet worden.

6.3 Die $^{69}\text{Ga}(^3\text{He}, t)$ -Reaktion

6.3.1 Analyse

In Abbildung 6.11 ist das Anregungsenergiespektrum der $^{69}\text{Ga}(^3\text{He}, t)^{69}\text{Ge}$ -Reaktion bis zu einer Anregungsenergie von 28 MeV unter einem Winkel von $\theta_{\text{c.m.}} = 0.26^\circ$ gezeigt. Die erreichte Energieauflösung beträgt 52 keV.

Das Anregungsenergiespektrum wird dominiert von einem *Peak* bei einer Anregungsenergie von 7004 keV. Dieser Zustand ist der F-Übergang, IAS. Im Bereich bis 3 MeV gibt es mehrere einzelne *Peaks*, von denen 16 Zustände ermittelt werden konnten. Oberhalb einer Anregungsenergie von 8 MeV erscheint die GTR. Im Bereich um 16 MeV gibt es eine weitere Resonanz. Auf dem *Target* kam es zu einer Kohlenstoffkontamination, die im Spektrum erkennbar ist.

Die identifizierten Zustände stimmen mit denen aus Referenz [23] überein. Die Anregungsenergien sind in Tabelle 6.11 angegeben.

DWBA-Modellrechnungen

Winkelverteilungen werden für alle Zustände im Bereich bis 3 MeV Anregungsenergie erstellt (Zustände sind in Tabelle 6.11 angegeben). Diese wurden mit DWBA-Modellrechnungen (siehe Kapitel 5.3) verglichen. Die Modellrechnungen werden nach dem in Kapitel 6.1.1 beschriebenen Verfahren erstellt.

Die Winkelverteilungen für einzelne Zustände werden in Abbildung 6.12 und Folgende im Anschluss an das ^{69}Ga -Kapitel dargestellt. Aus den Winkelverteilungen wird deutlich, dass unter kleinen Winkeln die experimentellen Datenpunkte gut beschrieben sind. Auf diese Weise ist eine zuverlässige Extraktion des GT-Anteils des Wirkungsquerschnitts möglich.

Die bestimmten Spins für die Zustände stimmen bis auf wenige Ausnahmen mit denen in Referenz [23] überein:

- Der erste angeregte Zustand bei 87 keV (siehe Abbildung 6.12). Hier wird $J^\pi=1/2^-$ angegeben. Die Modellrechnung beschreibt die experimentelle Winkelverteilung allerdings besser mit einem $3/2^-$ -Übergang. Jedoch muss beachtet werden, dass der $3/2^-$ -Übergang fünf Beiträge hat (und der $1/2^-$ -Übergang nur drei), was zu einer besseren Beschreibung der experimentellen Datenpunkten führt. Ein Grund für die beobachtete Abweichung könnte sein, dass die Modellrechnungen nicht genau genug sind.

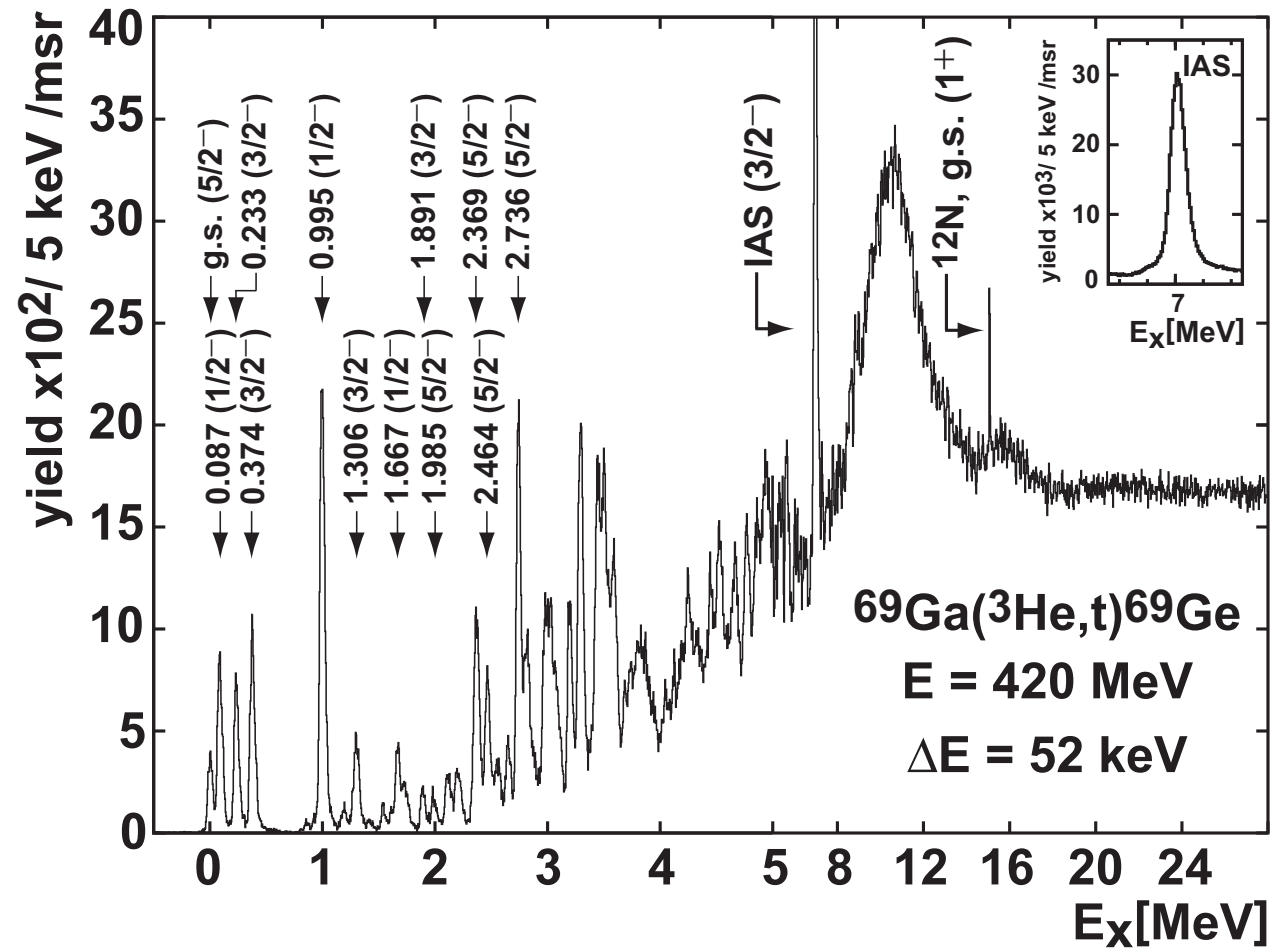


Abbildung 6.11 – Das Anregungsenergiespektrum in der $^{69}\text{Ga}(^3\text{He},t)^{69}\text{Ge}$ -Reaktion bis zu einer Anregungsenergie von 28 MeV. Die kleine Abbildung zeigt den IAS bei einer Anregungsenergie von 7004 keV. Auf dem *Target* konnte eine Kohlenstoffkontamination festgestellt werden. Oberhalb von 5 MeV ist die Energieachse gestaucht dargestellt.

- Die Zustände bei 2551 und 2641 keV sollen positiver Parität sein. Die experimentellen Winkelverteilungen deuten darauf hin: Hier wird ein deutlicher Anstieg bei den Datenpunkten beobachtet (siehe Abbildung 6.13). In beiden Fällen wird eine Beschreibung mit einem Übergang $3/2^- \rightarrow 5/2^-$ versucht, da keine Modellrechnung für den Fall eines Paritätswechsel vorliegt. Der Zustand bei 2641 keV hat demnach noch eine [110]-Komponente. Die extrahierte GT-Stärke hat einen großen Fehler, der der Unsicherheit dieses Vorgehens Rechnung trägt.

Die Winkelverteilung für den IAS ist in Abbildung 6.14 dargestellt. Dieser $3/2^- \rightarrow 3/2^-$ Übergang ist dominiert von der [000]-Komponente. Bei größeren Winkeln, d.h. $\theta_{\text{c.m.}} > 2.5^\circ$ werden zusätzliche Komponenten zur Beschreibung benötigt. Dieser Übergang kann auch [110]-Komponenten enthalten, die hier mittels *Least-Square-Fit-Procedure* auf 4.7% bestimmt wurden; weitere Anteile sind $< 1\%$.

Extraktion der GT- und F-Stärke

Die Extraktion der GT- bzw. F-Stärke erfolgt analog zum Vorgehen beim ^{71}Ga : Der g.s.-Übergang $= 3/2^- \rightarrow 5/2^-$ hat einen $\log ft$ [23] von:

$$\log ft = 6.491(14). \quad (6.10)$$

Mit dem $\log ft$ kann mit Gleichung (2.8) die GT-Stärke ermittelt werden:

$$B(\text{GT}) = 0.0018(1). \quad (6.11)$$

Diese $B(\text{GT})$ -Stärke ist so klein, dass eine zuverlässige Kalibrierung des Spektrums nicht mehr gegeben ist. Aus diesem Grund wird die Stärke mit dem Rezept aus Kapitel 5.4.1 und Kapitel 5.4.2 ermittelt. Das verwendete N_D wird in Tabelle 5.1 angegeben. Das J_α^2 ($\alpha = \tau, \sigma\tau$) entspricht dem für ^{71}Ga bestimmten.

Die Wirkungsquerschnittsberechnung ergibt, dass die GT-Stärke des g.s. mehr als dreimal so groß ist wie die über den $\log ft$ erwartete Stärke. Ein systematischer Fehler in der Wirkungsquerschnittsberechnung kann ausgeschlossen werden, da die extrahierte $B(\text{F})$ -Stärke ($B(\text{F}) = 6.8(2)$) mit der Erwartung $N - Z = 7$ übereinstimmt. Das Produkt aus *Distortion*-Faktor und Volumenintegral ist $N_D^7 \cdot J_\tau^2 = 200.0(200) \text{ MeV}^2 \cdot \text{fm}^6$.

Ein Fehler, der in der allgemeinen Berechnung der F-Stärke gemacht wird, kann ebenfalls ausgeschlossen werden: Im natürlichen Gallium-*Target* konnten sowohl die GT-Stärke des ^{71}Ga -g.s.-Übergangs als auch die F-Stärke treffend ermittelt werden (siehe Kapitel 6.2).

Die ermittelten Stärken werden in Tabelle 6.11 angegeben. Die berechneten Werte für das R^2 werden in Tabelle 6.10 angegeben.

${}^{69}Ga({}^3He, t)$	experimentell über WQ	bekannt
J_τ [MeV · fm ³]	55.1(9)	—
$J_{\sigma\tau}$ [MeV · fm ³]	161.5(3.5)	—
$B(F)$	6.8(20)	7
$B(GT)$	0.0058(9)	0.0019(1)
$\frac{d\sigma}{d\Omega}(GT, q = 0)$ [mb/sr]	0.050(1)	
$\frac{d\sigma}{d\Omega}(F, q = 0)$ [mb/sr]	6.10(17)	
R^2	9.1(14)	30.4(18)

Tabelle 6.10 – Zusammenfassung der Ergebnisse für das R^2 : In der zweiten Spalte sind die experimentell ermittelten Werte für die Stärke und den Wirkungsquerschnitt angegeben. Der Wirkungsquerschnitt entspricht dem jeweiligen GT- bzw. F-Beitrag. In der dritten Spalte werden die bekannten Werte für die Stärken aufgelistet. Die unterste Zeile enthält die daraus berechneten R^2 -Werte.

$E_x(^{69}\text{Ge})$		$E_x(^{69}\text{Ge})$ [23]		$\frac{d\sigma}{d\Omega}(q=0)$	GT	$B(\text{GT})$
[keV]	J^π	[keV]	J^π	[mb/sr]	%	
g.s.	$5/2^-$	g.s.	$5/2^-$	0.069(1)	73	0.0058(9)
87	$3/2^-$	86.77	$1/2^-$	0.169(4)	89	0.0145(16)
233	$3/2^-$	232.69	$3/2^-$	0.124(3)	94	0.0151(7)
374	$3/2^-$	373.95	$3/2^-$	0.170(3)	84	0.0151(22)
994	$1/2^-$	994.92	$1/2^-$	0.407(8)	95	0.0424(26)
1306	$3/2^-$	1306.90	$3/2^-$	0.094(2)	89	0.0096(6)
1667	$1/2^-$	1666.32	$1/2^-$	0.096(2)	94	0.0103(3)
1891	$3/2^-$	1891.00	$3/2^-$	0.036(1)	90	0.0037(2)
1999	$5/2^-$	2000.7	$5/2^-$	0.033(1)	72	0.0027(5)
2109	$3/2^-$	2106(4)	$1/2^-, 3/2^-$	0.050(1)	72	0.0041(8)
2195	$5/2^-$	2194(4)	$1/2^-, 3/2^-$	0.037(1)	81	0.0034(4)
2369	$5/2^-$	2370.14	$5/2^-$	0.174(4)	76	0.0151(24)
2464	$5/2^-$	2462.13	$11/2^-$	0.101(2)	84	0.0097(9)
2551	(+)	2553.83	$7/2^+$	—	—	—
2641	(+)	2638.77	$9/2^+$	0.039	26	0.0012(16)
2736	$5/2^-$	2735.35	$3/2^-$	0.252(5)	79	0.0229(30)
2808	$5/2^-$	2812(7)	$1/2^-, 3/2^-$	0.170(2)	87	0.0169(13)
					F	$B(\text{F})$
					%	
7004	$3/2^-$	7000(50)	$1/2^-, 3/2^-$	6.49(7)	94	6.8(2)
$\Gamma \approx 50$					$J_\tau=55.1(9)$	$\text{MeV} \cdot \text{fm}^3$

Tabelle 6.11 – Anregungsenergie, Wirkungsquerschnitte und $B(\text{GT})$ -Stärken für identifizierte Zustände in der $^{69}\text{Ga}(^3\text{He}, t)^{69}\text{Ge}$ -Reaktion. In der ersten Spalte werden die Anregungsenergien gegeben, die im Experiment beobachtet werden. In Spalte zwei der Spin, der über die Winkelverteilung bestimmt wird. In der dritten Spalte sind die Zustände (aus Referenz [23]) angegeben, denen die experimentell beobachteten zugeordnet werden. Fehler sind nur angegeben, wenn sie signifikant sind. In Spalte vier ist der bekannte Spin angegeben [23]. In der fünften Spalte wird der Wirkungsquerschnitt bei $q = 0$ angegeben. In Spalte sechs ist der GT-Anteil gelistet. In der siebten Spalte wird der extrahierte $B(\text{GT})$ -Stärke angegeben.

6.3.2 Diskussion

Im Bereich bis etwa 2 MeV stimmen sowohl die Anregungsenergien als auch die J^π der Zustände mit denen aus Referenz [23] überein. Im Bereich bis 3 MeV reduziert sich die Genauigkeit in den Anregungsenergien auf ≈ 2 keV.

Auch in den J^π der Zustände gibt es Abweichungen im Vergleich mit der Literatur. Die bis 8° extrahierten Datenpunkte werden mit den in dieser Arbeit verwendeten Modellrechnungen beschrieben, allerdings werden so nicht die in der Literatur angegebenen J^π reproduziert. Dieses deutet daraufhin, dass die Modellrechnungen fehlerhaft sind und hier Raum zur Verbesserung gegeben ist. Die GT-Anteile sind dennoch zuverlässig extrahierbar, da die Abweichungen aufgrund der Verwendung von Modellrechnungen mit unterschiedlichen Spins gering sind. Der F-Übergang hat in Spin- $1/2$ -Kernen neben den τ -Komponenten weitere Beiträge, u.a. $\sigma\tau$. Die aus den Modellrechnungen erstellte Winkelverteilung beschreibt diesen Übergang (siehe Abbildung 6.14).

Die Extraktion der $B(F)$ -Stärke ergibt, dass das $J_\tau^2 = 55.1(9)$ MeV \cdot fm³ ist. Dies ist verträglich mit dem extrahierten Wert für ^{71}Ga . Die GT-Stärke ist um mehr als 300% größer als die aus dem $\log ft$ -Wert extrahierte Stärke. Da die *Target*-Eigenschaften unabhängig überprüft wurden, kann dies als Ursache ausgeschlossen werden. Der Grund könnte eine tensorielle Dominanz der Winkelverteilung sein, die zu einer Überschätzung des GT-Anteils führt.

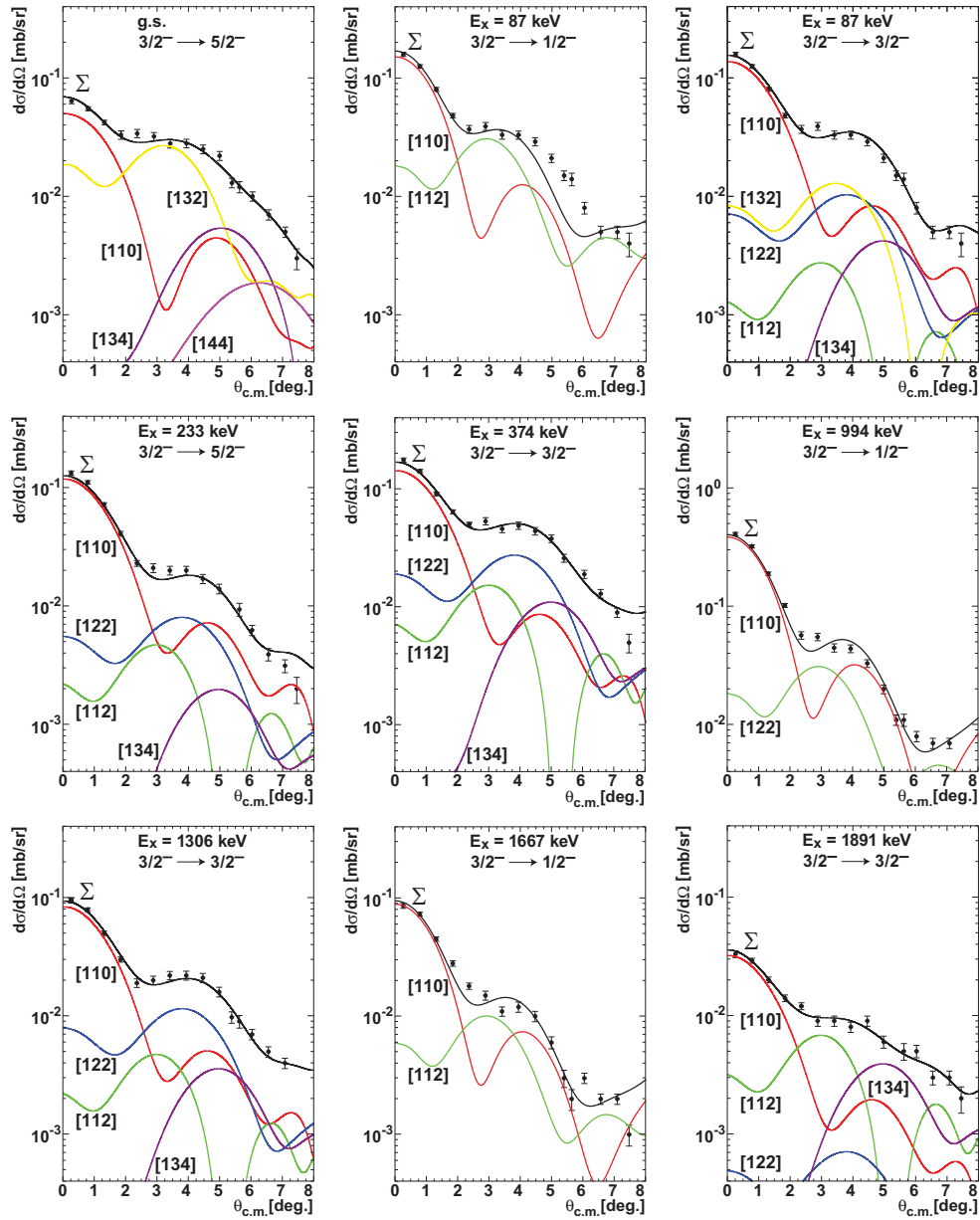


Abbildung 6.12 – Verschiedene Winkelverteilungen in der $^{69}\text{Ga}(^3\text{He}, t)^{69}\text{Ge}$ -Reaktion von 0 bis 1891 keV. Oben links ist dargestellt die Winkelverteilung für den g.s. Übergang $(3/2^-) \rightarrow (5/2^-)$. In der oberen Zeile wird mittig und rechts ist die Studie für den Zustand bei 87 keV dargestellt. Referenz [23] gibt den Übergang mit $1/2^-$, die experimentelle Winkelverteilungen wird besser von einem $3/2^-$ -Übergang beschrieben. Die Notation der Beimischungen in den Winkelverteilung folgt $J_{\text{Projektil}} J_{\text{Target}} J_{\text{Relativ}}$. Beimischungen, die nicht gezeigt werden, sind nicht signifikant.

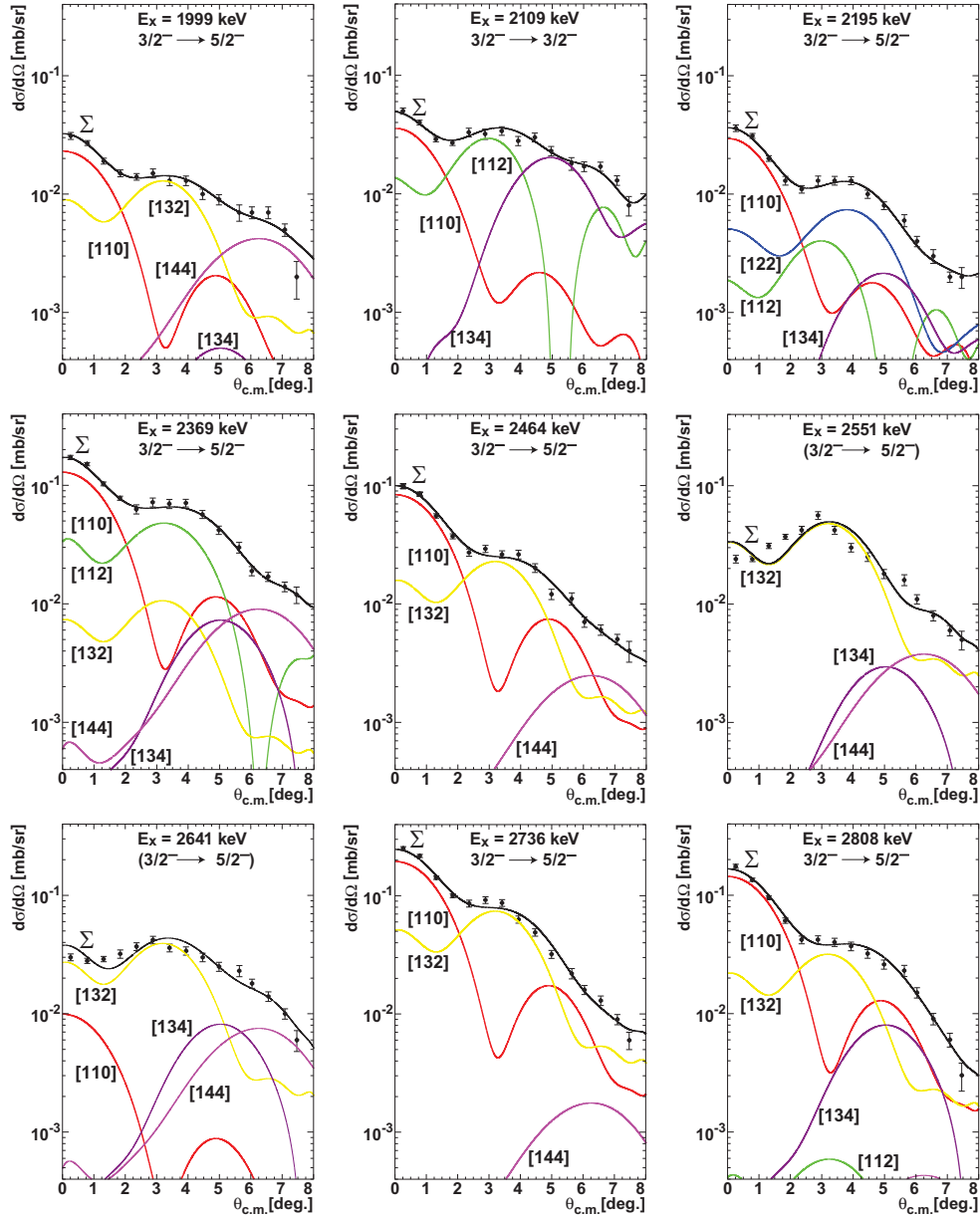
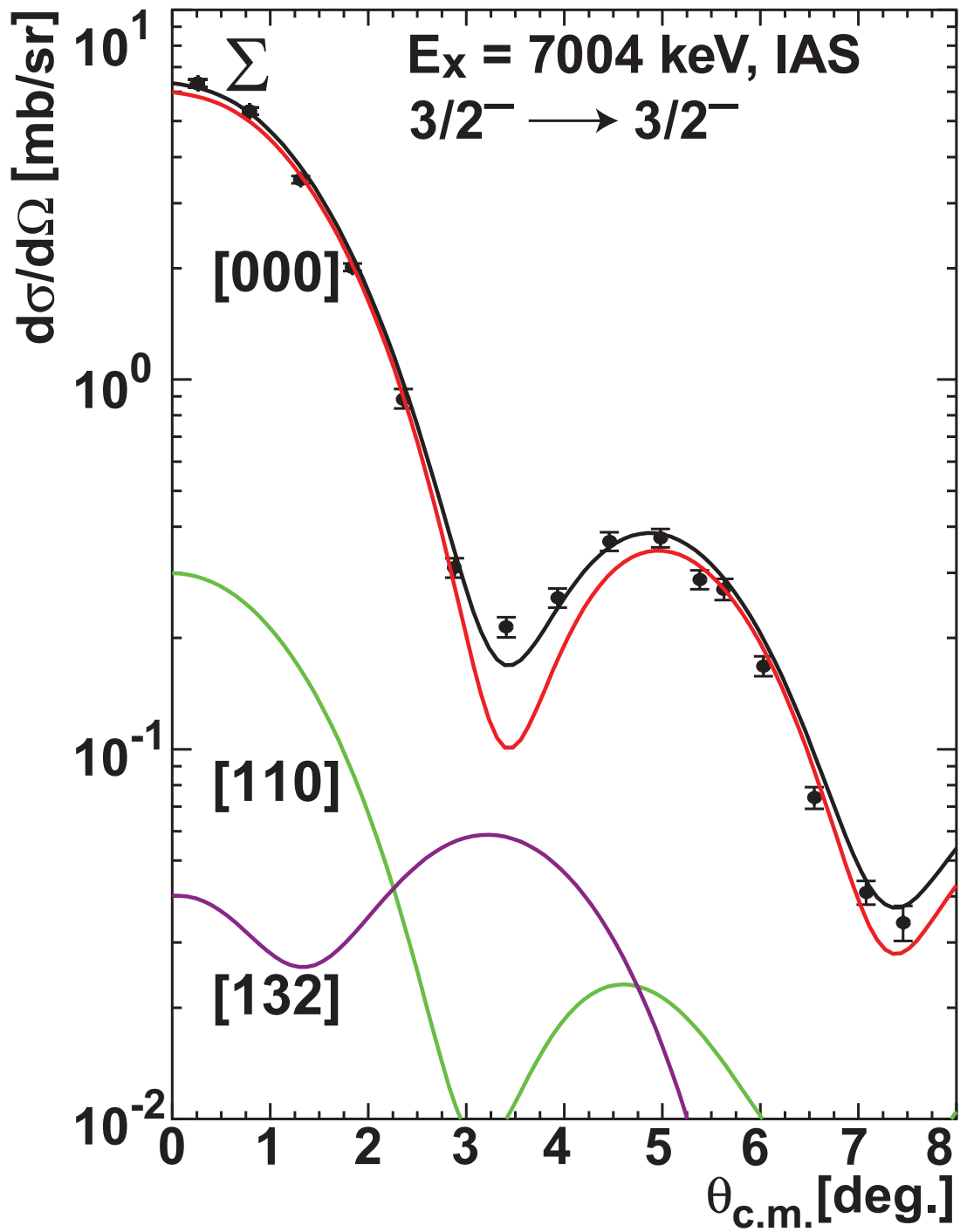


Abbildung 6.13 – Verschiedene Winkelverteilungen in der $^{69}Ga(^3He, t)^{69}Ge$ -Reaktion von 1892 bis 2808 keV. Die Winkelverteilung des Übergangs nach 2551 keV wird von der Modellrechnung beschrieben, hier gibt es keine [110]-Komponente. Der Zustand bei 2641 keV enthält eine schwache [110]-Komponente.

Abbildung 6.14 – Winkelverteilung des IAS in der $^{69}\text{Ga}(^3\text{He},t)^{69}\text{Ge}$ -Reaktion.

Kapitel 7

Untersuchungen der $\beta\beta$ -Zerfallskerne ^{76}Ge , ^{82}Se , ^{96}Zr und ^{100}Mo

In diesem Kapitel werden die Analysen der $\beta\beta$ -Zerfallskerne ^{76}Ge (Abschnitt 7.1), ^{82}Se (Abschnitt 7.2), ^{96}Zr (Abschnitt 7.3) und ^{100}Mo (Abschnitt 7.4) vorgestellt, die mit Hilfe der ($^3\text{He},t$)-Ladungsaustauschreaktion untersucht wurden.

Zunächst werden die Analysen der einzelnen Untersuchungen beschrieben, deren Ergebnisse vorgestellt und abschließend diskutiert. Am Ende des Kapitels erfolgt eine Diskussion der Ergebnisse im Hinblick auf den $2\nu\beta\beta$ -Zerfall und es wird ein Ausblick gegeben.

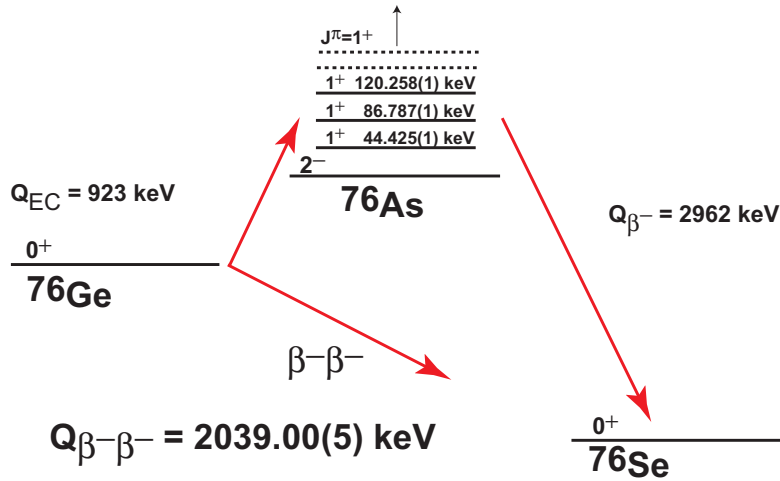
7.1 Ergebnisse der $^{76}\text{Ge}({}^3\text{He}, t)$ -Reaktion

Abbildung 7.1 – Darstellung des $2\nu\beta\beta$ -Zerfallsprozesses von ^{76}Ge . Dieser Zerfallsprozess läuft über die 1^+ Zustände im intermediären Kern ^{76}As . Die angegebenen Q -Werte und Anregungsenergien sind den Referenzen [127, 131] entnommen.

Gegenstand des Unterkapitels ist die Untersuchung des $\beta\beta$ -Zerfallskerns ^{76}Ge (siehe Abbildung 7.1, vergleiche Referenz [3]). Dieser Kern ist der bislang einzige, bei dem die Beobachtung des $0\nu\beta\beta$ -Zerfalls berichtet wurde: eine Untergruppe [132] der HEIDELBERG-MOSKAU-Kollaboration [133] sieht die $0\nu\beta\beta$ -Zerfallssignatur mit einer Halbwertszeit von $2.23_{-0.31}^{+0.44} \times 10^{25}$ yr. Gegenwärtig gibt es zwei Experimente, die dieses Resultat bestätigen wollen: GERDA [134] und MAJORANA [135]. Beide Experimente haben gegenüber dem HEIDELBERG-MOSKAU-Experiment erhöhte Sensitivität.

In den letzten Jahren haben verschiedene Zählexperimente die Halbwertszeit des $2\nu\beta\beta$ -Zerfalls am ^{76}Ge untersucht [133, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143]. Barabash hat aus den bisherigen Ergebnissen eine mittlere Halbwertszeit von $\bar{T}_{1/2}^{2\nu} = (1.5 \pm 0.1) \times 10^{21}$ a berechnet [34].

Ziel der hier vorgestellte Analyse ist die Untersuchung die Kernstruktur im $\beta\beta$ -Zerfallssystem ^{76}Ge . Mit der $^{76}\text{Ge}({}^3\text{He}, t)$ -Reaktion wurde eine Energieauflösung von 30 keV erreicht. Da das *Target* nicht aus isotonenreinem Material bestand, ist eine Separation von Beiträgen aus anderen Germanium-Isotopen erforderlich (Abschnitt 7.1.4). Das *Target* hatte eine Massenbelegung von 1.43(4) mg/cm² (siehe Tabelle 3.10). Mit den Ergebnissen der $({}^3\text{He}, t)$ -Reaktion und der veröffentlichten $(d, {}^2\text{He})$ -Reaktion [39, 68] wird versucht, das ME des $2\nu\beta\beta$ -Zerfalls zu rekonstruieren.

Es wird zunächst die Analyse (Abschnitt 7.1.1) und die Bestimmung von F- und GT-Stärken (Abschnitt 7.1.3) beschrieben. Die im Rahmen der Analyse erstellten Winkelverteilungen werden am Ende dieses Kapitels gezeigt. Die Extraktion des MEs wird im Abschnitt 7.1.5 dargelegt. Die Analyse zur Bestimmung der Isotopenhäufigkeit mittels der F-Stärken ist in Abschnitt 7.1.4 erläutert, der Vergleich mit (p,n) -Daten in Abschnitt 7.1.6.

7.1.1 Analyse

In Abbildung 7.2 wird das Anregungsenergiespektrum der ${}^{76}\text{Ge}({}^3\text{He},t)$ -Reaktion bei einem Winkel-*Setting* von $\Theta_{GRS} = 0^\circ$ dargestellt. Die Abbildung zeigt das winkelabhängige Verhalten einzelner Zustände; dazu wurden verschiedene Winkelbereiche des Spektrums übereinandergelegt. Jedem Winkelbereich ist eine Farbe zugeordnet. Übergänge mit einem Maximum bei Vorwärtswinkeln, d.h. mit einem Drehimpuls von $\Delta L = 0$, erscheinen in rot. Diese Übergänge sind GT-dominiert. Spin-Dipol-Übergänge ($\Delta L = 1$) haben ein zu höheren Vorwärtswinkeln verschobenes Maximum und erscheinen in blau.

Das Spektrum teilt sich in verschiedene Bereiche auf:

- Anregungsenergie von 0 bis ca. 8 MeV: Dieser Bereich hat eine große Anzahl einzelner Zustände; für mehr als 70 Zustände konnten Winkelverteilungen erstellt werden (siehe Abbildung 7.9 ff. am Ende des Unterkapitels und Tabelle 7.1).
- Anregungsenergie um 8 MeV: Das Spektrum ist dominiert vom IAS des ${}^{76}\text{Ge}$ Isotops bei 8.308 MeV (siehe Darstellung in Abbildung 7.2). Die Schulter auf der energetisch höher liegenden Seite ist der IAS des ${}^{74}\text{Ge}$ ($E_x = 8.360$ MeV). Der IAS des ${}^{73}\text{Ge}$ -Isotops wird vom ${}^{74}\text{Ge}$ IAS verdeckt. Beiträge der übrigen stabilen Germanium-Isotope liegen bei noch höheren Anregungsenergien (siehe Tabelle 7.5 in Abschnitt 7.1.4).
- Anregungsenergien größer als 8 MeV: Die GTR liegt bei einer Anregungsenergie von 11 MeV, die Spin-Dipol Resonanz (SDR) bei 18.5 MeV.

Der g.s. im ${}^{76}\text{As}$ ist bekannt als $J^\pi = 2^-$ [23]. Die Winkelverteilung eines Zustands bei 0 keV in der $({}^3\text{He},t)$ -Reaktion wird mit einer $J^\pi = 2^-$ -Winkelverteilung beschrieben (siehe Abbildung 7.9).

Dem g.s. soll nach Referenz [23] ein $J^\pi = 1^+$ -Tripletts bei 44.4, 86.8 und 120.3 keV folgen. Der Zustand bei 44.4 keV kann in der $({}^3\text{He},t)$ -Reaktion nicht nachgewiesen werden. Der Zustand bei 86.8 keV ist stärker angeregt als der bei 120.3 keV. Die Extraktion der Winkelverteilung kann nicht separat für jeden Zustand erfolgen, daher ist die Winkelverteilung für die Summe der beiden Zustände erstellt worden (siehe Abbildung 7.9).

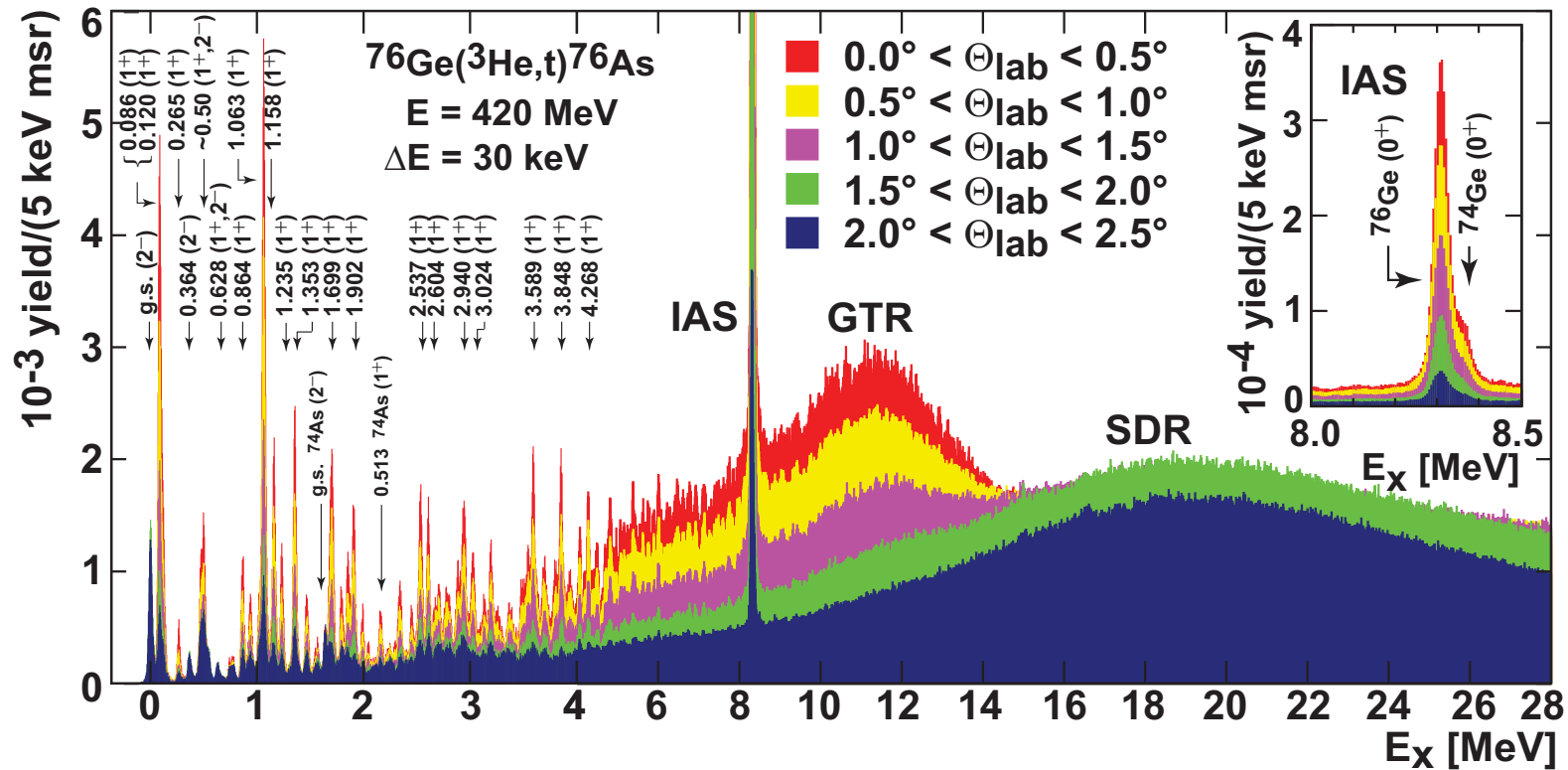


Abbildung 7.2 – Anregungsenergien der $^{76}\text{Ge}(^3\text{He},t)^{76}\text{As}$ -Reaktion. Die Spektren werden aus einzelnen Winkelbereichen erzeugt, die übereinandergelegt wurden. Diese Darstellung gibt einen Hinweis auf die Winkelabhängigkeit. GT-Übergänge werden unter 0° maximal angeregt und erscheinen rot im Spektrum. Für einige Zustände wird der Spin angegeben (eine Übersicht aller identifizierter Zustände ist in Tabelle 7.1 gegeben). Die GTR liegt bei $\approx 11 \text{ MeV}$ und die SDR $\approx 18.5 \text{ MeV}$. In der kleinen Abbildung werden der IAS für ^{76}Ge (bei 8.308 MeV) und ^{74}Ge (bei 8.369 MeV , $E_x(^{74}\text{As}) = 6.721 \text{ MeV}$) gezeigt. Oberhalb einer Anregungsenergie von 4 MeV ist die Skaleneinteilung verändert.

Bei einer Anregungsenergie um 500 keV sind mehrere Zustände bekannt [23]. Für diesen Bereich wird die Summe der Zustände untersucht und eine Winkelverteilung mit Komponenten aus $\Delta L = 0$, $\Delta L = 1$ und $\Delta L = 2$ erstellt (siehe Abbildung 7.9).

Oberhalb einer Anregungsenergie von 2.5 MeV steigt die Zustandsdichte an. Einzelne Zustände können nur mit Hilfe einer *Peak-Fitting-Procedure* aufgelöst werden. Dazu wird eine Gauß-Funktion mit der Breite der Energieauflösung verwendet. Diese Prozedur wird bis zu einer Anregungsenergie von 5 MeV angewendet. Die Anregungsenergien der extrahierten Zustände stimmen mit bekannten Energien [23] überein (siehe Tabelle 7.1).

Bei der Analyse des Spektrums muss berücksichtigt werden, dass oberhalb einer Anregungsenergie von ≈ 1.6 MeV (Bezugssystem ${}^{76}\text{Ge}$) Zustände des Isotops ${}^{74}\text{Ge}$ erscheinen können. Der g.s. des ${}^{74}\text{As}$ ist als $J^\pi = 2^-$ bekannt und sollte bei $E_x({}^{76}\text{As}) = 1639$ keV erscheinen. Bei 1637 keV gibt es einen Zustand, der nur mit Komponenten aus $\Delta L = 0$, $\Delta L = 1$ und $\Delta L = 2$ beschrieben wird. Der Vergleich des Beitrags $\Delta L = 1$ des ${}^{76}\text{Ge}$ g.s.-Übergangs mit dem des Übergangs bei $E_x({}^{76}\text{As}) = 1637$ keV passt zum spezifizierten Isotopenverhältnis (siehe Tabelle 7.5). Aus diesem Grunde wird der Beitrag $\Delta L = 1$ des Zustandes bei $E_x({}^{76}\text{As}) = 1637$ keV dem g.s. von ${}^{74}\text{As}$ zugeordnet.

Der erste bekannte $J^\pi = 1^+$ Zustand im ${}^{74}\text{As}$ liegt bei einer Anregungsenergie von $E_x({}^{74}\text{As}) = 206.6$ keV [23], d.h. $E_x({}^{76}\text{As}) = 1846$ keV. Im Spektrum ist ein Zustand bei einer Anregungsenergie von 1852 keV nachweisbar. Dieser wird jedoch einem Zustand im ${}^{76}\text{As}$ bei $E_x({}^{76}\text{As}) = 1849(10)$ keV zugeordnet.

Ein weiterer bekannter $J^\pi = 1^+$ Zustand im ${}^{74}\text{As}$ liegt bei einer Anregungsenergie von $E_x({}^{74}\text{As}) = 513.8$ keV [23], d.h. $E_x({}^{76}\text{As}) = 2153$ keV. Im Spektrum liegt ein Zustand mit $J^\pi = 1^+$ Charakter bei 2154 keV, der unter Berücksichtigung der Anregungsenergien dem ${}^{74}\text{As}$ zugeordnet wird.

Tabelle 7.1 – Anregungsenergien, Wirkungsquerschnitte und $B(\text{GT})$ -Stärken ($\times 10$) für die niedrig-liegenden Zustände in der $^{76}\text{Ge}(^3\text{He},t)^{76}\text{As}$ -Reaktion. In der ersten Spalte werden die bekannten Anregungsenergien angegeben und in der zweiten Spalte die bekannten Spins (Ref. [23]), die in Spalte drei und vier denen aus der $(^3\text{He},t)$ -Reaktion gegenübergestellt werden. In Spalte fünf werden die Wirkungsquerschnitte bei $q = 0$ angegeben; in der sechsten Spalte wird der GT-Anteil aufgelistet. In der siebten Spalte wird die $B(\text{GT})$ -Stärke angegeben. In Spalte vier gibt es Spin-Angaben in eckigen Klammern: dies bedeutet, dass zwei nicht separierbare Zustände mit unterschiedlichen (angegebenen) Spins nebeneinander liegen. Die Zustände bei 471 und 500 keV werden als Summe behandelt, da sie nicht separierbar sind. Der Zustand bei 2154 keV ist wahrscheinlich ein $J^\pi = 1^+$ Zustand im ^{74}As mit $E_x(^{74}\text{As}) = 513.8$ keV. Dieser Zustand wird in der ^{76}Ge Analyse nicht weiter berücksichtigt. Der Zustand bei 1638 keV besteht aus einem $^{76}\text{As} 1^+$ und dem $^{74}\text{As} 2^-$ g.s.

^{76}As (Ref. [23])		^{76}As		$\frac{d\sigma}{d\Omega}(q=0)$	GT	$B(\text{GT})$
$E_x[\text{keV}]$	J^π	$E_x[\text{keV}]$	J^π	[mb/sr]	%	$\times 10$
0	2^-	0	2^-	–	–	–
86.8	$(1)^+$	86	1^+	1.173(19)	83	1.20(13)
120.3	$(1)^+$	120	1^+	0.318(7)	83	0.33(3)
264.8	$(1, 2)^+$	265	1^+	0.113(3)	73	0.10(2)
363.9	$(1^-, 2^-)$	363	2^-	–	–	–
471/500	$(1^+, 2^+)$	≈ 500	$[1^+, 2^-]$	0.621(10)	59	0.45(16)
628.7	$(1, 2, 3^-)$	628	$[2^-, 3^+]$	0.039(1)	15	0.01(2)
745.0	$(1^+, 2^+)$	744	$[1^+, 3^+]$	0.059(1)	23	0.02(3)
774.4	$(1, 2, 3)^+$	774	$[1^+, 3^+]$	0.067(2)	20	0.02(3)
863.4	$(1, 2, 3)^+$	864	1^+	0.284(7)	72	0.25(5)
935.4	≤ 3	936	1^+	0.209(5)	70	0.18(4)
1023.2	$(1^+, 2^+)$	1022	$[1^+, 3^+]$	0.275(4)	52	0.18(8)
1064.5	$(1^+, 2^+)$	1063	1^+	1.230(20)	89	1.36(9)
1097.3	≤ 3	1098	1^+	0.157(4)	79	0.15(2)
1156.6		1157	1^+	0.495(10)	90	0.56(3)
1230(10)		1235	1^+	0.298(6)	75	0.28(5)
1352.4	≤ 3	1353	1^+	0.615(11)	81	0.62(7)
1473.7	≤ 3	1475	1^+	0.260(5)	64	0.21(6)
1541.7	≤ 3	1540	$[1^+, 3^+]$	0.069(2)	34	0.03(3)
1571.3	≤ 3	1573	$[1^+, 2^-]$	0.071(2)	98	0.09(1)
1638.0	≤ 3	1637	$[1^+, 2^-]$	0.099(2)	27	0.03(4)
1639.5(2)	$^{74}\text{As}, 2^-$	0	2^-	–	–	–

Tabelle 7.1 – Fortsetzung auf der nächsten Seite

Tabelle 7.1 – Fortsetzung von vorheriger Seite

${}^{76}\text{As}$ (Ref. [23])		${}^{76}\text{As}$		$\frac{d\sigma}{d\Omega}(q=0)$	GT	$B(\text{GT})$
$E_x[\text{keV}]$	J^π	$E_x[\text{keV}]$	J^π	$[\text{mb/sr}]$	%	$\times 10$
1694.6	≤ 3	1693	1^+	0.451(9)	88	0.49(3)
1715.6	≤ 3	1718	1^+	0.125(3)	84	0.13(4)
1794.6	≤ 3	1792	1^+	0.159(3)	64	0.13(4)
1849(10)		1852	1^+	0.326(6)	82	0.33(4)
		1902	1^+	0.379(9)	96	0.45(1)
1928(10)		1929	$[1^+, 2^-]$	0.044(1)	76	0.04(1)
1988(10)		1987	1^+	0.094(2)	82	0.10(1)
2032(10)		2041	1^+	0.053(2)	98	0.06(1)
2147(10)	$\not\Rightarrow$	2154	1^+	0.125(3)	77	0.12(2)
2153(2)	$\underbrace{\quad}_{{}^{74}\text{As}(1^+)}$	513.8	1^+	0.725(17)	77	0.71(10)
2338(10)		2338	1^+	0.184(4)	83	0.19(2)
2446(10)		2449	1^+	0.111(3)	67	0.09(2)
		2537	1^+	0.377(7)	87	0.41(3)
		2604	1^+	0.347(7)	76	0.33(5)
		2657	1^+	0.096(2)	69	0.08(2)
		2688	1^+	0.122(3)	83	0.13(1)
		2716	1^+	0.126(3)	60	0.09(3)
		2763	1^+	0.099(2)	64	0.08(2)
		2791	1^+	0.133(3)	86	0.14(1)
		2819	1^+	0.069(2)	47	0.04(2)
		2882	1^+	0.193(4)	82	0.20(2)
		2918	1^+	0.107(3)	84	0.11(1)
		2940	1^+	0.354(7)	85	0.37(3)
		3024	1^+	0.238(5)	89	0.26(2)
		3134	$[1^+, 2^-]$	0.120(3)	82	0.12(1)
		3190	$[1^+, 2^-]$	0.254(5)	87	0.27(2)
		3257	1^+	0.097(2)	73	0.09(2)
		3364	$[1^+, 2^-]$	0.070(2)	64	0.06(2)
		3426	2^-	–	–	–
		3482	1^+	0.107(3)	83	0.11(1)
		3504	1^+	0.062(3)	89	0.07(1)
		3540	1^+	0.230(5)	88	0.25(2)
		3589	1^+	0.421(9)	91	0.48(2)
		3634	1^+	0.106(3)	80	0.11(1)

Tabelle 7.1 – Fortsetzung auf der nächsten Seite

Tabelle 7.1 – Fortsetzung von vorheriger Seite

${}^{76}\text{As}$ (Ref. [23])		${}^{76}\text{As}$		$\frac{d\sigma}{d\Omega}(q=0)$	GT	$B(\text{GT})$
$E_x[\text{keV}]$	J^π	$E_x[\text{keV}]$	J^π	[mb/sr]	%	$\times 10$
		3695	1^+	0.227(5)	85	0.24(2)
		3798	1^+	0.181(5)	95	0.21(1)
		3848	1^+	0.441(10)	97	0.53(1)
		3932	1^+	0.186(5)	93	0.22(1)
		4034	1^+	0.119(3)	87	0.13(1)
		4071	1^+	0.239(6)	91	0.27(1)
		4109	1^+	0.052(1)	66	0.04(1)
		4179	1^+	0.103(3)	92	0.12(1)
		4218	1^+	0.116(4)	95	0.14(1)
		4268	1^+	0.294(7)	93	0.34(1)
		4306	1^+	0.187(4)	89	0.21(1)
		4466	1^+	0.094(3)	83	0.10(1)
		4499	1^+	0.167(4)	92	0.19(1)
		4536	1^+	0.055(2)	94	0.06(1)
		4668	1^+	0.046(1)	76	0.04(1)
		4699	1^+	0.153(6)	100	0.19(1)
		4738	1^+	0.137(4)	91	0.16(1)
		4801	1^+	0.261(6)	92	0.30(1)
		4841	1^+	0.234(6)	97	0.28(1)
		4941	1^+	0.101(3)	94	0.12(1)
		4978	1^+	0.151(4)	87	0.16(1)
					J_τ	$B(\text{F})$
					[MeV · fm ³]	
		8308	0^+	13.0(3)	60.1(12)	11.8

Projektil / Ejektil	V_R [MeV]	r_R [fm]	a_R [fm]	W_I [MeV]	r_I [fm]	a_I [fm]
${}^3\text{He}$	-34.67	1.33	0.825	-54.17	0.991	1.056
${}^3\text{H}$	-29.47	1.33	0.825	-46.04	0.991	1.056

Tabelle 7.2 – Übersicht der OM Parameter für die DWBA-Berechnung in der ${}^{76}\text{Ge}({}^3\text{He},t)$ -Reaktion.

7.1.2 DWBA-Modellrechnungen

Für alle in Tabelle 7.1 angegebenen Zustände werden Winkelverteilungen erstellt. Diese werden mit DWBA-Modellrechnungen (siehe Kapitel 5.3) verglichen. Die für ${}^{76}\text{Ge}$ erforderlichen Parameter für das OM werden in Tabelle 7.2 angegeben. Die Parameter werden aus den für ${}^{58}\text{Ni}$ und ${}^{90}\text{Zr}$ in Referenz [103] angegebenen Parametern adaptiert. Die Winkelverteilungen werden in Abbildung 7.9 und folgende gezeigt.

7.1.3 Extraktion der GT- und F-Stärke

Die Extraktion der GT-Stärke erfolgt nach dem in Kapitel 5.4.1 und Kapitel 5.4.2 diskutierten Vorgehensweise. Mit Gleichung (2.37) wird die GT-Stärke bestimmt. Die F-Stärke wird analog über Gleichung (2.36) bestimmt. Das verwendete $N_D^{\sigma\tau}$ ist in Tabelle 5.1 angegeben.

In einem Bereich bis ≈ 4 MeV Anregungsenergie des Spektrums haben die Winkelverteilungen von Zuständen Beiträge von $\Delta L > 0$. Oberhalb von 4 MeV sinken diese Beiträge signifikant ab und die Zustände sind dominiert von $\Delta L = 0$. Dieses Verhalten wird interpretiert als eine stärkere Kopplung der einzelnen Zustände zur GTR, die in diesem Bereich beginnt.

Ab einer Anregungsenergie von 1637 keV gibt es Beiträge von ${}^{74}\text{As}$. Da nicht alle Zustände eindeutig einem Isotop zugeordnet werden können, wird die gesamte $B(\text{GT})$ -Stärke ab einer Anregungsenergie von 2154 MeV um den Anteil ξ des Isotops ${}^{74}\text{Ge}$ reduziert:

$$\xi = \frac{\kappa({}^{74}\text{Ge})}{\kappa({}^{76}\text{Ge})} = 14\%. \quad (7.1)$$

Die Anteile der verschiedenen Germaniumisotope sind in Tabelle 7.5 angegeben. Die GT-Stärken für integrierte Bereiche bzw. für das ME relevante Stärken werden um den Anteil ξ reduziert.

Bis zu einer Anregungsenergie von 5 MeV wurden Zustände extrahiert und deren $B(\text{GT})$ -Stärke bestimmt. Diese sind in Tabelle 7.1 ohne Berücksichtigung der Reduktion (siehe Gleichung (7.1)) angegeben. Es ergeben sich für die summierten GT-Stärken:

$^{76}\text{Ge}(^3\text{He},t)$	experimentell über WQ	bekannt
J_τ [MeV · fm ³]	60.1(12)	—
$J_{\sigma\tau}$ [MeV · fm ³]	161.5(35)	—
$B(\text{F})$	11.8(3)	11.8
$B(\text{GT})$	0.14(1)	—
$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\text{GT}, q = 0)$ [mb/sr]	—	1.09(2)
$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\text{F}, q = 0)$ [mb/sr]	—	13.0(3)
R^2	—	7.4(5)

Tabelle 7.3 – Zusammenfassung der Ergebnisse für das R^2 : In der zweiten Spalte werden die experimentell ermittelten Werte für die Stärke und den Wirkungsquerschnitt angegeben. Der Wirkungsquerschnitt entspricht dem jeweiligen GT- bzw. F-Beitrag. In der dritten Spalte werden die bekannten Werte für die Stärken aufgelistet. $B(\text{F})$ entspricht der effektiven $N - Z$ -Stärke, die sich aus den verschiedenen Beiträgen im IAS ergibt. Die unterste Zeile enthält den daraus berechneten Wert R^2 .

- $B(\text{GT})=1.6(18)$ (ohne Berücksichtigung der Reduktion),
- $B(\text{GT})=1.46(17)$ (mit Berücksichtigung der Reduktion).

Die laufende Summe ist in Abbildung 7.3 gezeigt.

Die Extraktion der GT-Stärkeverteilung für individuelle Zustände bis zu einer Anregungsenergie von 5 MeV berücksichtigt nicht den strukturlosen Ausläufer der GTR. Aus diesem Grunde werden auch Winkelverteilungen für Energiebins mit $\Delta E = 500$ keV erstellt (siehe Abbildung 7.8). Die Extraktion der GT-Stärke erfolgt auf demselben Wege wie oben beschrieben. Die extrahierten Stärken werden in Tabelle 7.4 angegeben. Die laufende Summe wird in Abbildung 7.3 dargestellt. Hier wird deutlich, dass ab etwa 3 MeV der Ausläufer der GTR beginnt; die summierte GT-Stärke wächst stärker als die summierte GT-Stärke der individuellen Zustände.

Die ermittelten Werte sind konsistent mit denen aus der (p,n) -Messung [74]. Die berechneten Werte für das R^2 sind in Tabelle 7.3 angegeben. Bei der Berechnung der F-Übergangsstärke müssen die Beiträge der übrigen Germanium-Isotope im IAS berücksichtigt werden (^{73}Ge , ^{74}Ge und ^{76}Ge). Dies führt zu $B(\text{F})_{\text{eff}} = 11.8$.

${}^{76}\text{As}$	GT	$B(\text{GT})$	$B(\text{GT})$
E_x [MeV]	%	$\Delta E = 0.5$ MeV	indiv. Zustände
0.0-0.5	77	0.210(31)	0.163(18)
0.5-1.0	55	0.068(27)	0.093(33)
1.0-1.5	79	0.351(47)	0.335(39)
1.5-2.0	74	0.207(37)	0.182(22)
2.0-2.5	68	0.118(23)	0.035(04)
2.5-3.0	76	0.247(38)	0.199(27)
3.0-3.5	77	0.192(29)	0.092(09)
3.5-4.0	86	0.329(28)	0.210(11)
4.0-4.5	85	0.312(28)	0.154(09)
4.5-5.0	86	0.348(28)	0.132(05)
		$\sum_{0-5\text{MeV}} = 2.38(32)$	$\sum_{0-5\text{MeV}} = 1.60(18)$
0-2.5	73	0.95(18)	
2.5-5.0	84	1.44(14)	
		$\sum_{0-5 \text{ MeV}} = 2.39(32)$	

Tabelle 7.4 – GT-Stärke extrahiert aus Winkelverteilungen mit einem Energiebin von $\Delta E = 0.5$ MeV und $\Delta E = 2.5$ MeV (dritte Spalte). In der vierten Spalte wird die GT-Stärkeverteilung für die summierten einzelnen Zustände (siehe Tabelle 7.1) aufgelistet. Die GT-Stärken aus den Energiebins werden ab einer Anregungsenergie von 2.2 MeV um 14% reduziert.

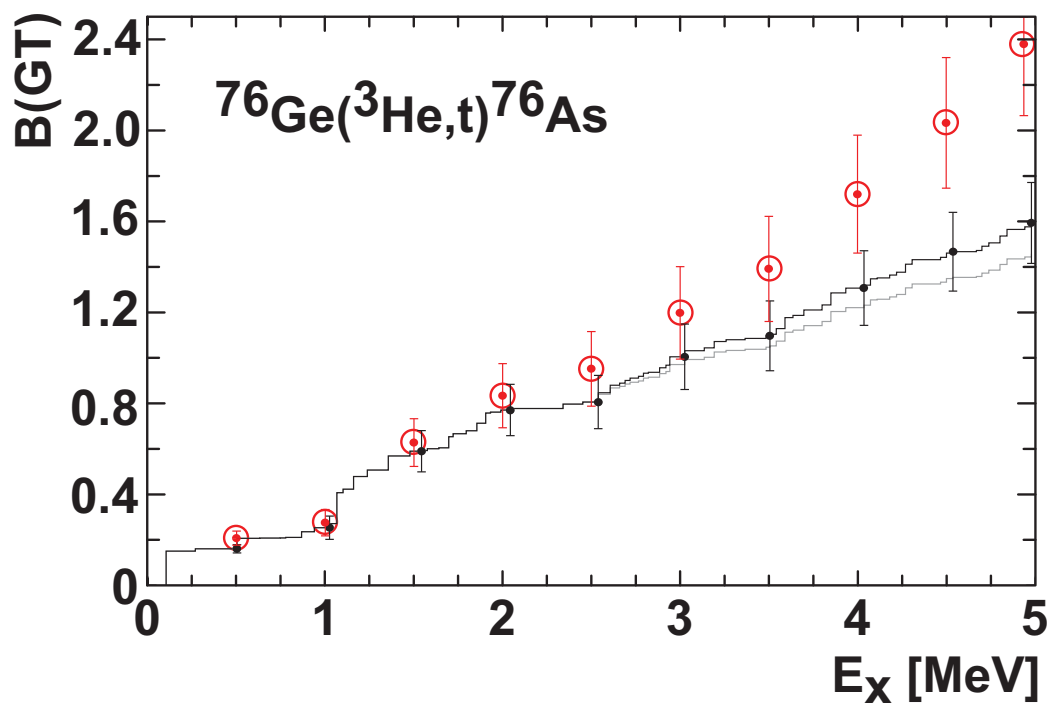


Abbildung 7.3 – Die laufende Summe der $B(\text{GT})$ -Stärke sowohl für die individuellen Zustände (schwarz) als auch für Energiebins der Breite $\Delta E = 500$ keV (rot). Die graue Kurve zeigt den Verlauf nach der Reduktion um $\xi = 14\%$ ab einer Anregungsenergie von 2154 keV, aufgrund von Beiträgen anderer Germaniumisotope. Die roten Kreise zeigen die Werte für die Energiebins an. Erkennbar ist der Einfluss der GTR ab ≈ 3 MeV Anregungsenergie.

Isotop	$E_x({}^{76}\text{As})$ [MeV]	Q -Wert [MeV]	$E_x({}^{70+x}\text{As})$ [MeV]	$B(F)$	Anteil	Spezifikation
${}^{76}\text{Ge}$	8.308	0.923	8.308	12	86.8(8)%	86.9(1)%
${}^{74}\text{Ge}$	8.360		6.721	10	$\approx 12.2(9)\%$	11.83(8)%
${}^{73}\text{Ge}$	-?-		-?-	9	-?-	0.249(2)%
${}^{72}\text{Ge}$	8.456		5.023	8	0.75(12)%	0.583(4)%
${}^{70}\text{Ge}$	8.505		3.208	6	0.25(13)%	0.384(5)%

Tabelle 7.5 – Übersicht der verschiedenen Isotopenanteile im Germanium-*Target* (Spalte sechs). Die Bestimmung erfolgt über die Berechnung der Fermi-Stärken der jeweiligen IAS im Spektrum (Abbildung 7.2). Der IAS vom ${}^{73}\text{Ge}$ kann nicht nachgewiesen werden, da dieser vom IAS des ${}^{74}\text{Ge}$ überlagert wird. Angegeben werden die Anregungsenergien der IAS im System von ${}^{76}\text{Ge}$ (Spalte zwei) und der jeweiligen Systeme (${}^{70+x}\text{As}$, $x = 0, 2, 3, 4, 6$, Spalte vier). Die dazugehörigen Q -Werte werden in Spalte drei angegeben [127, 131].

7.1.4 Isotopenbestimmung

Als *Target*-Material wurde angereichertes Germanium aus dem GERDA-Experiment [144] verwendet. Die Spezifikation des Materials sind in Tabelle 7.5 aufgeführt. Das Isotopenverhältnis spiegelt sich auch in der Stärke der IAS wider. Die IAS wurden mit einer Faltung aus einer Gauß- und einer Lorentz-Kurve gefittet. Die Zählrate $N(\text{IAS})$ des IAS ist mit der Isotopenhäufigkeit κ über die Formel

$$\kappa = \frac{1}{\mu^2} \cdot \frac{N(\text{IAS})}{N_D} \cdot \frac{A}{B(F)} \quad (7.2)$$

verknüpft (abgeleitet aus Gleichung (5.1) und Gleichung (2.36)). Die auf diesem Wege ermittelten Häufigkeiten stimmen mit denen aus der Spezifikation überein (siehe Tabelle 7.5).

7.1.5 Extraktion des Matrixelements des $2\nu\beta\beta$ -Zerfalls

Der Zusammenhang zwischen dem ME für den $2\nu\beta\beta$ -Zerfall und der extrahierten $B(\text{GT}^\pm)$ -Stärke ist in den Gleichungen (2.16) und (2.6) gegeben. Die zur Extraktion des ME erforderliche $B(\text{GT}^+)$ -Stärke wurde in einer $^{76}\text{Se}(d, ^2\text{He})^{76}\text{As}$ -Reaktion von Grewe *et al.* [68] mit einer Energieauflösung von 120 keV ermittelt. In Abbildung 7.4 werden beide Anregungsenergiespektren gezeigt.

Aus der Gegenüberstellung der Anregungsenergien ergibt sich folgendes Bild: Die GT^+ -Stärke ist auf wenige Zustände verteilt. Die GT^- -Stärke ist fragmentiert (mehr als 70 Zustände, siehe Tabelle 7.1). Dieses Verhalten bestätigt die Beobachtung in Referenz [68], in der die $(d, ^2\text{He})$ -Reaktion mit der (p, n) -Reaktion [74] verglichen wird.

Für die ME-Extraktion wird versucht, eine Korrelation von Zuständen zu finden, die von der $(^3\text{He}, t)$ - und der $(d, ^2\text{He})$ -Reaktion angeregt werden. Dazu werden zwei Möglichkeiten untersucht:

1. Korreliert werden Zustände, die innerhalb der Energieauflösung der $(d, ^2\text{He})$ -Reaktion von ≈ 120 keV in ihren Anregungsenergien übereinstimmen. Sollte ein Zustand mehr als einen Partner haben, so wird GT^- -Stärke addiert. Das ME ergibt sich dann zu $\sum M_{DGT}^{2\nu} = 0.186(16) \text{ MeV}^{-1}$ (siehe Tabelle 7.6).
2. Korreliert werden Zustände, die innerhalb der Energieauflösung der $(^3\text{He}, t)$ -Reaktion übereinstimmen. Sollte ein Zustand aus der $(d, ^2\text{He})$ -Reaktion mehr als einen Partner haben, so wird die GT^+ -Stärke auf alle Zustände gleich verteilt (siehe Tabelle 7.7). Damit ergibt sich für das ME: $\sum M_{DGT}^{2\nu} = 0.172(16) \text{ MeV}^{-1}$.

Für die Korrelation wurden auch Zustände berücksichtigt, die außerhalb der Breite der Energieauflösung liegen, so z.B. bei 2.22 MeV (aus der $^{76}\text{Se}(d, ^2\text{He})$ -Reaktion). Dieses Vorgehen berücksichtigt die Ausläufer der Zustände (vergleiche Abbildung 7.4).

In der $^{76}\text{Se}(d, ^2\text{He})$ -Reaktion wurde der Wirkungsquerschnitt für den Anregungsenergiebereich zwischen 0 MeV und 5 MeV integriert und die GT^+ -Stärke bestimmt. Gegenüber der GT^+ -Stärke aus den individuellen Zuständen ergibt sich eine Differenz [68] in Höhe von $B(\text{GT}^+) = 0.16(20)$. In einem weiteren Schritt wurde diese mögliche $B(\text{GT}^+)$ -Stärke mit den Zuständen aus der $(^3\text{He}, t)$ -Reaktion korreliert, die zunächst keinen Partner hatten. Eine Kontamination des Untergrunds mit GT -Stärke wird ab einer Anregungsenergie von 2 MeV angenommen. Der zusätzliche Beitrag zum ME ist 0.048 MeV^{-1} . Dies führt auf $\sum M_{DGT}^{2\nu} = 0.23(7) \text{ MeV}^{-1}$. Der Fehler ist bedingt durch den großen Fehler der $B(\text{GT}^+)$ -Stärke.

Die laufende Summe für das ME im $2\nu\beta\beta$ -Zerfall mit und ohne Korrelation der $B(\text{GT}^+)$ -Untergrundstärke ist in Abbildung 7.6 gezeigt.

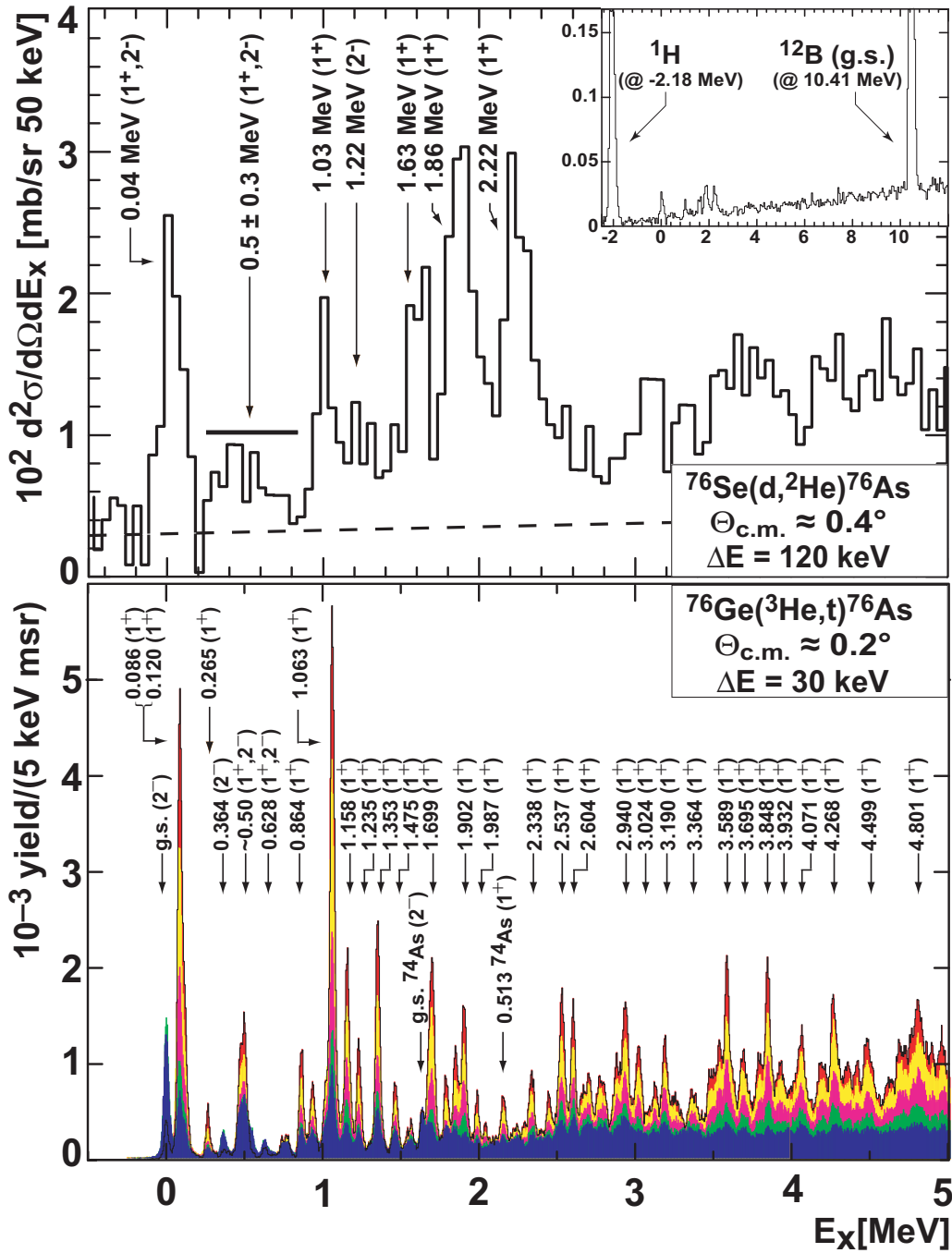


Abbildung 7.4 – Gegenüberstellung des $^{76}\text{Se}(d,^2\text{He})^{76}\text{As}$ - (entnommen aus [68], oben) und des $^{76}\text{Ge}(^3\text{He},t)^{76}\text{As}$ -Spektrums. Die Farbkodierung des $^{76}\text{Ge}(^3\text{He},t)^{76}\text{As}$ -Spektrums entspricht dem in Abbildung 7.2. Die gestrichelte Linie zeigt den Verlauf des instrumentellen Untergrunds in der $(d,^2\text{He})$ -Reaktion. Die kleine Abbildung im $(d,^2\text{He})$ -Spektrum zeigt das Anregungsenergiespektrum bis 12 MeV mit dem $^{12}\text{C}(d,^2\text{He})^{12}\text{B}(\text{g.s.})$, der aus dem *Target-Backing* resultiert [68]. Die Wasserstoff-Linie wird bei metallischen *Targets* stets beobachtet.

E_x [MeV] ($d, {}^2\text{He}$)	$B(\text{GT}^+)$	E_x [MeV] (${}^3\text{He}, t$)	$B(\text{GT}^-)$	$M_{DGT}^{2\nu}$ [MeV $^{-1}$]
0.04/0.08	0.102(13)	$\left\{ \begin{array}{l} 0.086 \\ 0.120 \end{array} \right\}$	0.153(16)	0.062(10)
0.50	0.066(12)	$\left\{ \begin{array}{l} 0.265 \\ 0.500 \end{array} \right\}$	0.055(18)	0.025(07)
1.03	0.076(11)	$\left\{ \begin{array}{l} 1.022 \\ 1.063 \\ 1.098 \end{array} \right\}$	0.169(19)	0.038(07)
1.63	0.077(11)	$\left\{ \begin{array}{l} 1.573 \\ 1.637 \\ 1.693 \\ 1.718 \end{array} \right\}$	0.074(12)	0.021(05)
1.86	0.141(16)	$\left\{ \begin{array}{l} 1.792 \\ 1.852 \\ 1.902 \\ 1.929 \end{array} \right\}$	0.095(10)	0.030(05)
2.22	0.078(9)	2.338	0.019(02)	0.009(01)
				$\Sigma = 0.186(16)$

Tabelle 7.6 – Rekonstruktion des ME des $2\nu\beta\beta$ -Zerfalls mittels Korrelation von $B(\text{GT}^+)$ -Stärke aus der ${}^{76}\text{Se}(d, {}^2\text{He})$ -Reaktion [68] mit $B(\text{GT}^-)$ -Stärke aus der ${}^{76}\text{Ge}({}^3\text{He}, t)$ -Reaktion. Korreliert werden Zustände, die innerhalb der Energieauflösung der $(d, {}^2\text{He})$ -Reaktion dieselben Anregungsenergien haben. Wenn in diesem Bereich mehr als ein angeregter Zustand aus der $({}^3\text{He}, t)$ -Reaktion liegt, so werden die GT^- -Stärken addiert.

E_x [MeV] ($d, {}^2\text{He}$)	$B(\text{GT}^+)$	E_x [MeV] (${}^3\text{He}, t$)	$B(\text{GT}^-)$	$M_{DGT}^{2\nu}$ [MeV $^{-1}$]	
0.04/0.08	0.102(13)	0.051(7)	0.086	0.121(16)	0.039(7)
		0.051(7)	0.120	0.033(03)	0.020(3)
0.50	0.066(12)	0.033(6)	0.265	0.010(02)	0.008(2)
		0.033(6)	0.500	0.045(16)	0.016(6)
1.03	0.076(11)	0.025(4)	1.022	0.018(19)	0.007(8)
		0.025(4)	1.063	0.136(09)	0.020(3)
		0.025(4)	1.098	0.015(02)	0.006(1)
1.63	0.077(11)	0.019(3)	1.573	0.009(00)	0.004(1)
		0.019(3)	1.637	0.003(12)	0.002(8)
		0.019(3)	1.693	0.049(03)	0.008(1)
		0.019(3)	1.718	0.013(01)	0.004(1)
1.86	0.141(16)	0.035(4)	1.792	0.013(04)	0.006(2)
		0.035(4)	1.852	0.034(10)	0.009(3)
		0.035(4)	1.902	0.045(01)	0.010(1)
		0.035(4)	1.929	0.004(01)	0.003(1)
2.22	0.078(9)	2.338	0.019(02)	0.009(1)	
				$\Sigma = 0.172(16)$	

Tabelle 7.7 – Rekonstruktion des ME des $2\nu\beta\beta$ -Zerfalls mittels Korrelation von $B(\text{GT}^+)$ - und $B(\text{GT}^-)$ -Stärke, wenn die Zustände innerhalb der Energieauflösung der (${}^3\text{He}, t$)-Reaktion dieselbe Anregungsenergien haben. Wenn in diesem Bereich mehr als ein angeregter Zustand aus der ($d, {}^2\text{He}$)-Reaktion liegt, so wird die GT^+ -Stärke gleich verteilt.

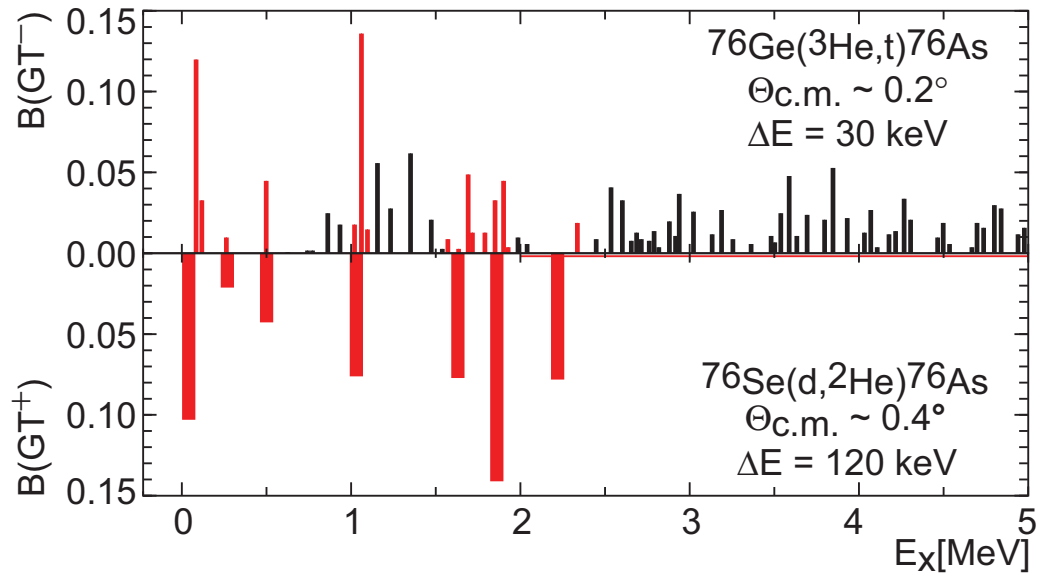


Abbildung 7.5 – Verteilung der $B(\text{GT}^\pm)$ -Stärke aus der $^{76}\text{Se}(d,^2\text{He})^{76}\text{As}$ - [68] und der $^{76}\text{Ge}(^3\text{He},t)^{76}\text{As}$ -Reaktion. Die Breite der Balken repräsentiert die Energieauflösung. Zustände in rot werden miteinander korreliert. Oberhalb von 2 MeV wurde ein möglicher $B(\text{GT}^+)$ -Untergrund [68] mit einer roten Linie angedeutet. Diese Stärke wurde auf Energiebins der Breite $\Delta E = 30$ keV verteilt. Die Energiebins werden auch mit der GT^- -Stärke korreliert.

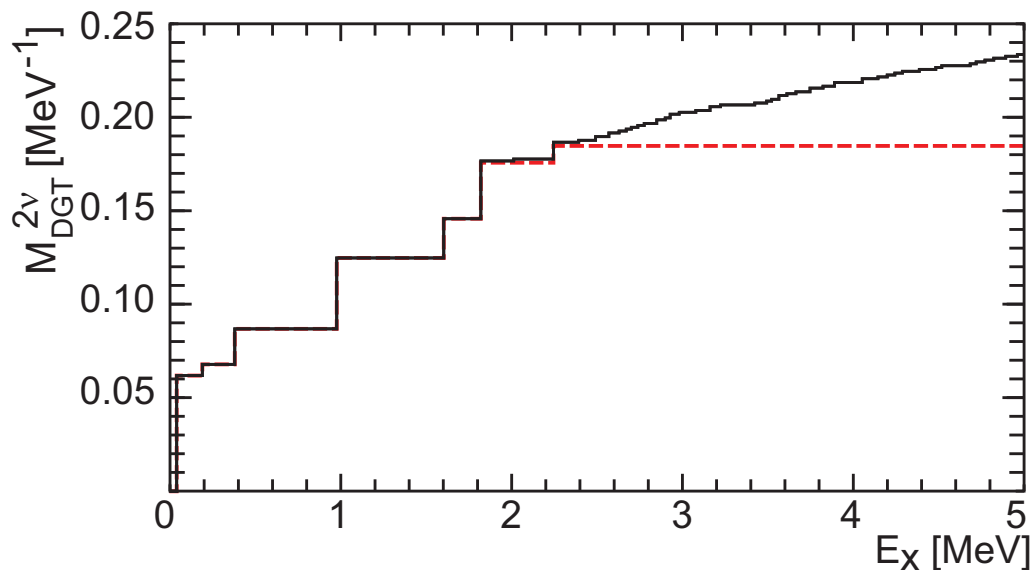


Abbildung 7.6 – Die laufende Summe des MEs $M_{\text{DGT}}^{2\nu}$ im $2\nu\beta\beta$ -Zerfall mit (durchgezogene Linie) und ohne (gestrichelte Linie) Korrelation der $B(\text{GT}^+)$ -Untergrundstärke.

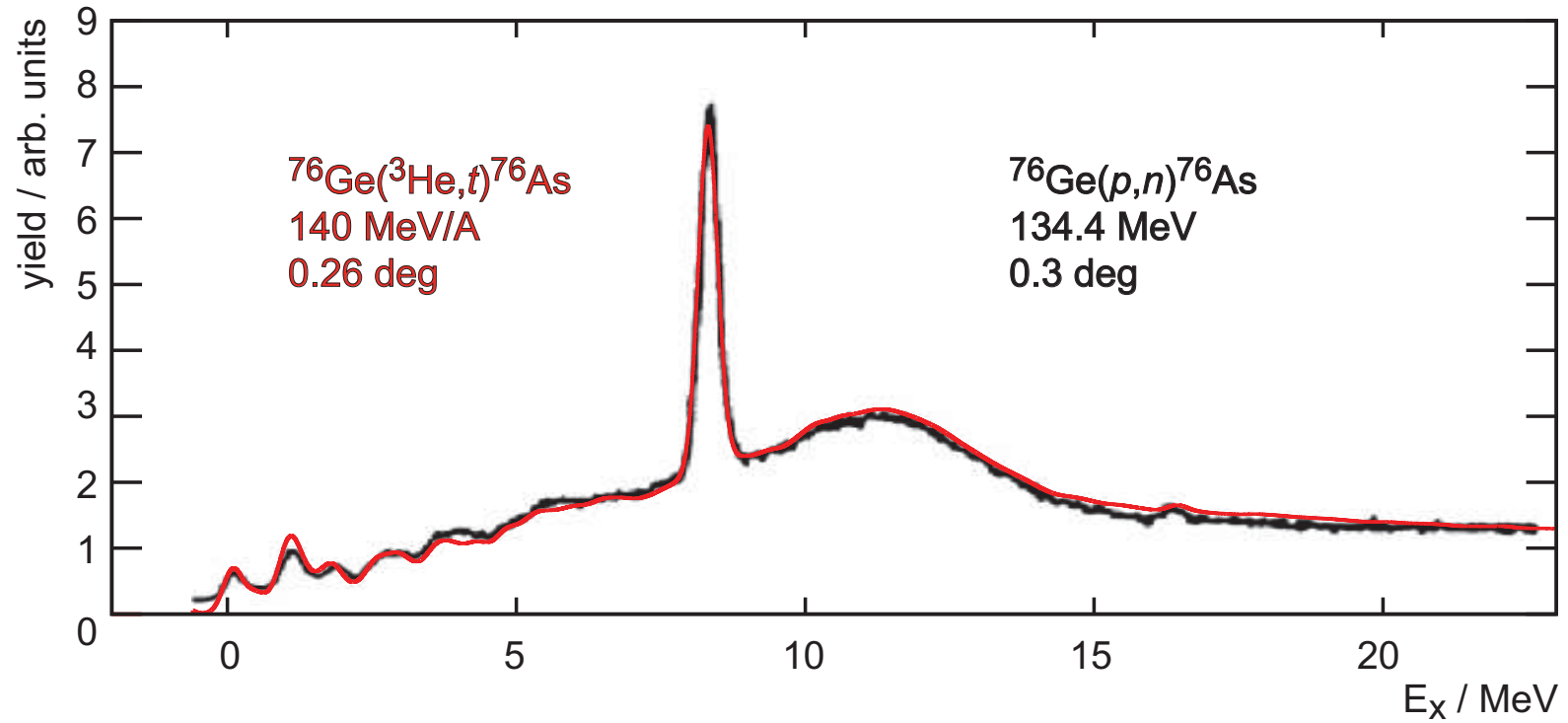
7.1.6 Faltung

Das Isotop ${}^{76}\text{Ge}$ wurde von Madey *et al.* [74] mit einer (p,n) -Reaktionsprobe auf die GT-Stärkenverteilung bei einer Einschussenergie von 134.4 MeV untersucht. Dieses Spektrum wurde mit dem aus der $({}^3\text{He},t)$ -Reaktion verglichen. Dazu wurde das $({}^3\text{He},t)$ -Spektrum mit der Energieauflösung der (p,n) -Reaktion ($\Delta E = 380$ keV [74]) gefaltet, kinematisch korrigiert (via $|j_0(q \cdot R_0)|^2$) und auf die GTR normiert (siehe Abbildung 7.7). Der Vergleich ergibt einige Bereiche, die Abweichungen zeigen:

- Im Bereich zwischen 1 und 1.5 MeV ist die Zählrate im Spektrum der $({}^3\text{He},t)$ -Reaktion größer als die in der (p,n) -Reaktion.
- Im Bereich zwischen 4 und 5 MeV ist die Zählrate im (p,n) -Spektrum größer.
- Der IAS hat in der (p,n) -Reaktion eine größere Zählrate als in der $({}^3\text{He},t)$ -Reaktion.

Da es sich bei beiden Reaktionen um das gleiche *Target*-Material handelt, muss die unterschiedlich starke Anregung ein Effekt der verwendeten Probe sein. Offenbar werden Bereiche mit höheren Drehimpulsen in der $({}^3\text{He},t)$ -Reaktion stärker angeregt. Im Bereich zwischen 1 und 1.5 MeV gibt es viele Zustände mit einer Beimischung $\Delta L = 2$. Im Bereich zwischen 4 und 5 MeV ist die Beimischung $\Delta L = 2$ geringer (vergleiche Tabelle 7.1).

Die größere Zählrate im IAS ist mit den unterschiedlichen Einschussenergien erklärbar. In der (p,n) -Reaktion wurde ein Strahl mit 134.4 MeV/A verwendet, in der $({}^3\text{He},t)$ -Reaktion ein Strahl mit 140 MeV/A. Ursache kann die t_τ -Komponente sein, die bei geringeren Einschussenergien stärker als die $t_{\sigma\tau}$ -Komponente ist (vergleiche Abbildung 2.7).



166

Abbildung 7.7 – Vergleich der Anregungsenergiespektren der $^{76}\text{Ge}(\text{}^3\text{He},\text{t})$ -Reaktion (rot) mit der $^{76}\text{Ge}(\text{p},\text{n})$ -Reaktion (schwarz). Das $(\text{}^3\text{He},\text{t})$ -Spektrum wird mit der Energieauflösung von $\Delta E = 380 \text{ keV}$ der (p,n) -Reaktion gefaltet. Die Spektren zeigen eine ähnliche Struktur, Abweichungen gibt es zwischen 1 und 1.5 MeV und zwischen 4 und 5 MeV Anregungsenergie (siehe Kapitel 7.1.6).

7.1.7 Diskussion

Kernstruktur Im Falle des ${}^{76}\text{As}$ ergibt sich für die Anregungsenergien eine Übereinstimmung mit den bekannten Zuständen [23] mit einer Genauigkeit von ± 1 keV. Die Winkelverteilungen beschreiben die Datenpunkte gut und ermöglichen die Extraktion der verschiedenen Anteile. Da das *Target* einen Anreicherungsgrad von 86.9% ${}^{76}\text{Ge}$ hat, werden Beiträge aus dem ${}^{74}\text{Ge}$ erwartet, die auch nachgewiesen werden konnten. Bei der Stärke-Extraktion wurde dies berücksichtigt.

Es ist auffällig, dass in einem Bereich bis 5 MeV Anregungsenergie mehr als 70 individuelle Zustände extrahiert werden konnten, die überwiegend einen $J^\pi = 1^+$ -Charakter besitzen. Die GT-Stärke ist hier stark fragmentiert.

Das ermittelte $J_\tau = 60.1(12)$ MeV \cdot fm³ ist größer als das für das ${}^{71}\text{Ge}$ ermittelte. Da sowohl *Target*-Dicke als auch Isotopenhäufigkeit unabhängig überprüft wurden, können diese als Ursachen für die Abweichung ausgeschlossen werden.

$\beta\beta$ -Zerfall Bei der (${}^3\text{He},t$)-Reaktion am ${}^{76}\text{Ge}$ konnte eine Fragmentierung der GT^- -Stärke beobachtet werden [3]. Diese Beobachtung steht im Widerspruch zur Beobachtung aus der ($d,{}^2\text{He}$)-Reaktion am ${}^{76}\text{Se}$, bei der sich die GT^+ -Stärke größtenteils auf sechs Zustände verteilt [68]. Das extrahierte ME ist im Vergleich zu dem aus der Halbwertszeit berechneten ME zu groß (siehe Tabelle 7.23).

Dieses Verhalten impliziert, dass zu viel GT-Stärke korreliert wurde. Aus der Gegenüberstellung der Anregungsenergiespektren aus der ($d,{}^2\text{He}$)- und der (${}^3\text{He},t$)-Reaktion lässt sich ablesen, dass stark angeregte Zustände auf der einen Seite einen schwach angeregten (oder sogar keinen) Partner auf der anderen Seite haben (vergleiche Abbildung 7.4), z. B.:

- bei einer Anregungsenergie von 44, 86 und 120 keV gibt es ein Triplett; dieses besitzt in der ($d,{}^2\text{He}$)-Reaktion das Maximum bei 44 keV, in der (${}^3\text{He},t$)-Reaktion wird dieser Zustand nicht gesehen. Auf der ${}^{76}\text{Ge}$ -Seite trägt der Zustand bei 86 keV mehr als 3/4 der GT^- -Stärke aus dem Triplett. Bezogen auf das ME machen allein diese Zustände fast 1/3 des gesamten MEs aus.
- bei einer Anregungsenergie von $\approx 500 \pm 300$ keV auf der ${}^{76}\text{Se}$ -Seite gibt es GT^+ -Stärke, die aber nicht explizit einem Zustand zugeordnet werden kann. Auf der ${}^{76}\text{Ge}$ -Seite sind in diesem Bereich mehrere kleinere Zustände nachgewiesen.
- Einem Zustand bei einer Anregungsenergie von 1.03 MeV auf der ${}^{76}\text{Se}$ -Seite steht ein Triplett von Zuständen auf der ${}^{76}\text{Ge}$ -Seite gegenüber.
- bei einer Anregungsenergie von ≈ 1.9 MeV gibt es nur schwach angeregte Partner auf der ${}^{76}\text{Ge}$ -Seite, die Summe der GT^- -Stärke ist geringer als die der GT^+ -Stärke.

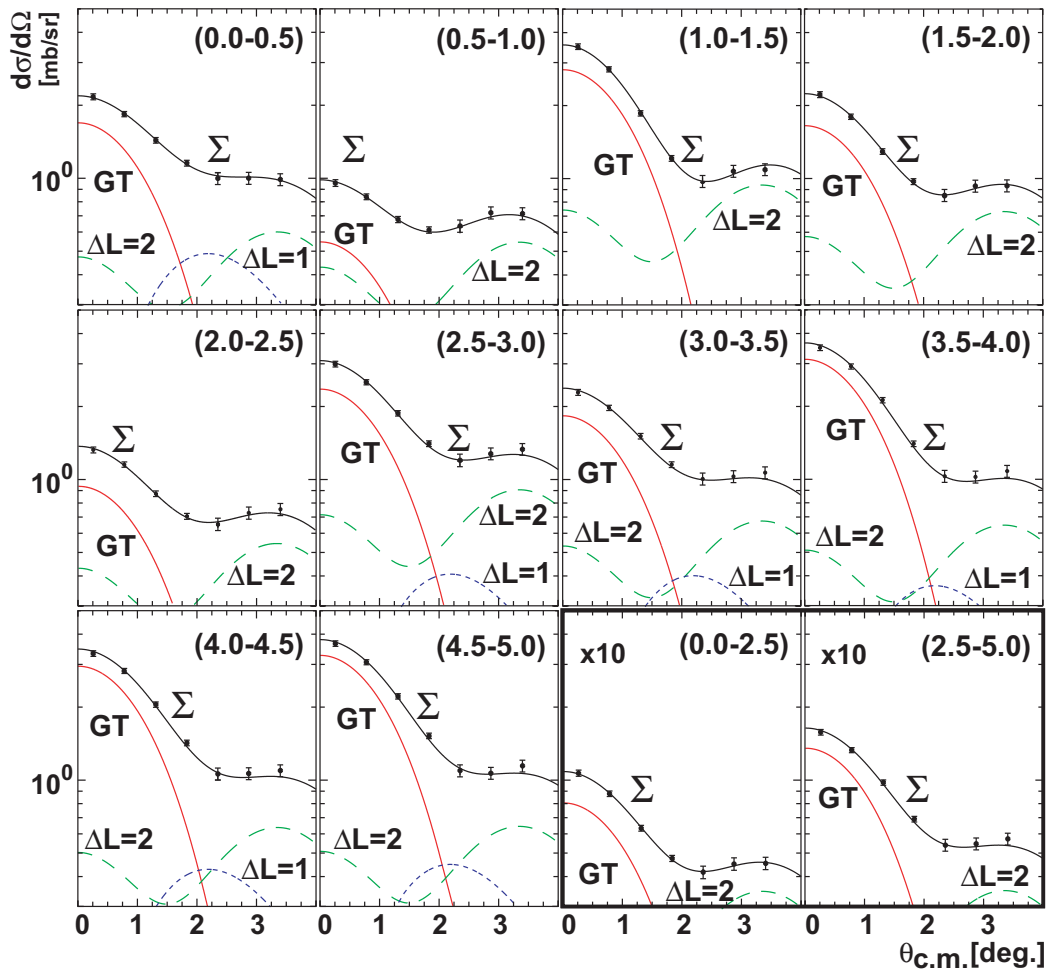


Abbildung 7.8 – Winkelverteilungen für Energiebins mit $\Delta E = 0.5$ MeV und $\Delta E = 2.5$ MeV (rechts unten, schwarz eingerahmt). Die Winkelverteilungen werden dargestellt mit DWBA-Modellrechnungen. Die extrahierten Wirkungsquerschnitte bei $\theta = 0^\circ$ und die extrahierten GT-Stärken werden in Tabelle 7.4 angegeben.

- bei einer Anregungsenergie von ≈ 2.2 MeV gibt es keinen Partner auf der ${}^{76}\text{Ge}$ -Seite.

Die Energieauflösung von 120 keV aus der ($d,{}^2\text{He}$)-Reaktion limitiert hier genauere quantitative Untersuchungen. Mit der in dieser Arbeit durchgeführten Berechnung ist das ME zu groß (vergleiche Tabelle 7.23). Gäbe es eine Verknüpfung zwischen stark angeregten Zuständen auf der einen Seite mit schwach angeregten Zuständen auf der anderen Seite, würde das ME kleiner werden.

Eine solche Antikorrelation von Zuständen wurde bereits im Falle der Masse $A = 48$ beobachtet [39, 145]. Auch hier sorgte diese Antikorrelation für eine Reduktion des MEs.

Die Ursache für diese Antikorrelation ist möglicherweise die unterschiedliche Deformation von Mutter- und Enkelkern [3]: prolat, oblat oder höhere Grade der Deformation. Die Auswirkungen der Deformationen auf das $2\nu\beta\beta$ -ME wurden in den Referenzen [146, 147] vorgestellt. Dazu wurde der sogenannte *Deformed Quasi-Particle Random Phase Approximation* (DQRPA)-Formalismus verwendet. Es wird dort gezeigt, dass das ME für den $2\nu\beta\beta$ -Zerfall von der Überlappung der Kernwellenfunktionen von Mutter- und Enkelkern abhängt. Dies wird mit dem Faktor $\exp(-\Delta\beta_2^2)$ [146] beschrieben, in dem $\Delta\beta_2$ der Unterschied der Quadrupoldeformation der beteiligten Kerne ist. Dies hat eine Reduktion des MEs zur Folge.

Die Referenzen [148, 149] berichten von *Sub-Barrier*-Fusionsprozessen. In ihren Untersuchungen stellen sie einen Anstieg des Fusionswirkungsquerschnitts der Germanium-Isotope von ${}^{70}\text{Ge}$ zu ${}^{76}\text{Ge}$ fest, was auf eine Veränderung der Deformation innerhalb der Germanium-Isotope zurückgeführt wird. Ähnliche Studien für die Selen-Isotope existieren bisher nicht.

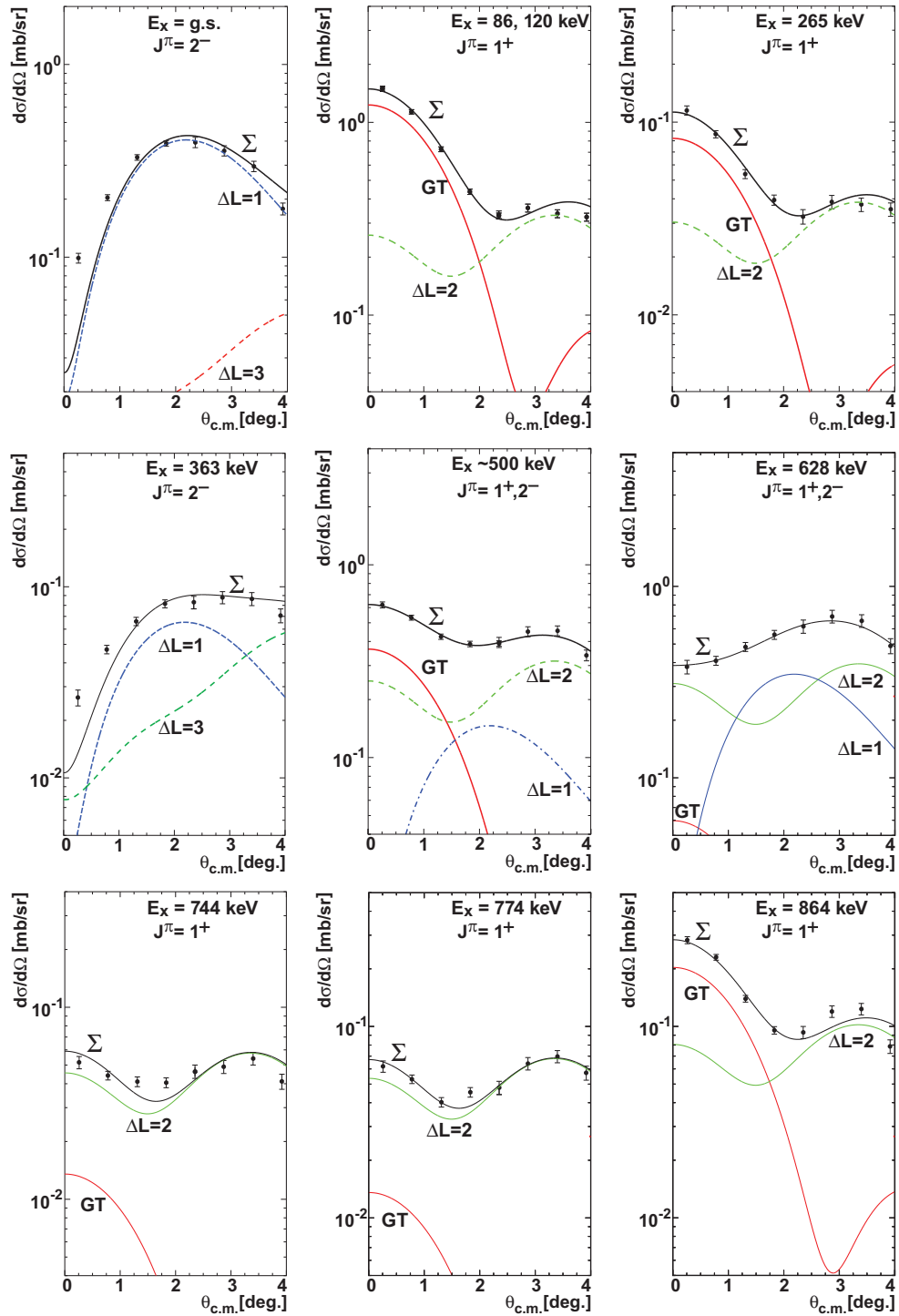


Abbildung 7.9 – Winkelverteilungen in der $^{76}\text{Ge}(^3\text{He},t)$ -Reaktion bis 864 keV Anregungsenergie.

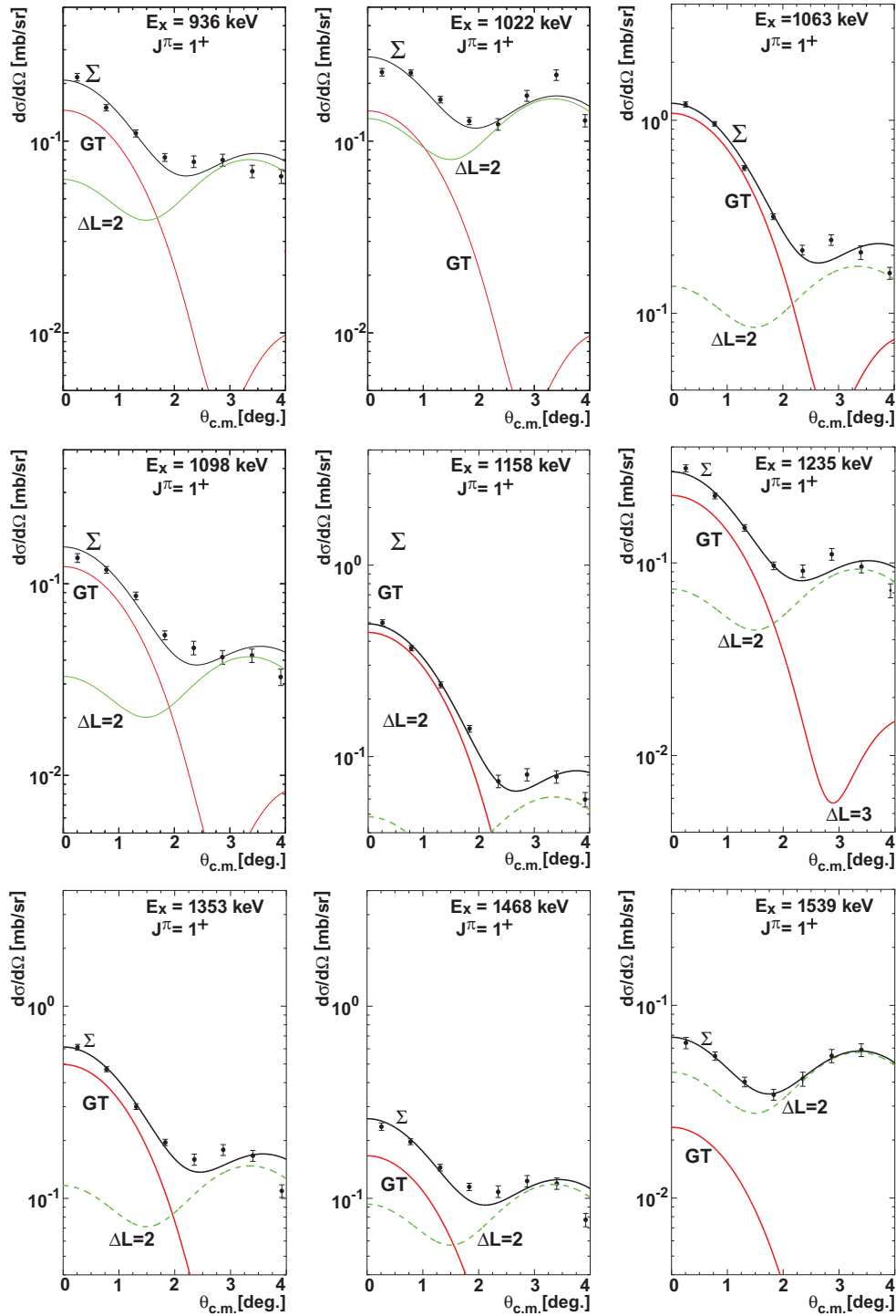


Abbildung 7.10 – Winkelverteilungen in der $^{76}\text{Ge}(^3\text{He},t)$ -Reaktion von 865 bis 1539 keV Anregungsenergie.

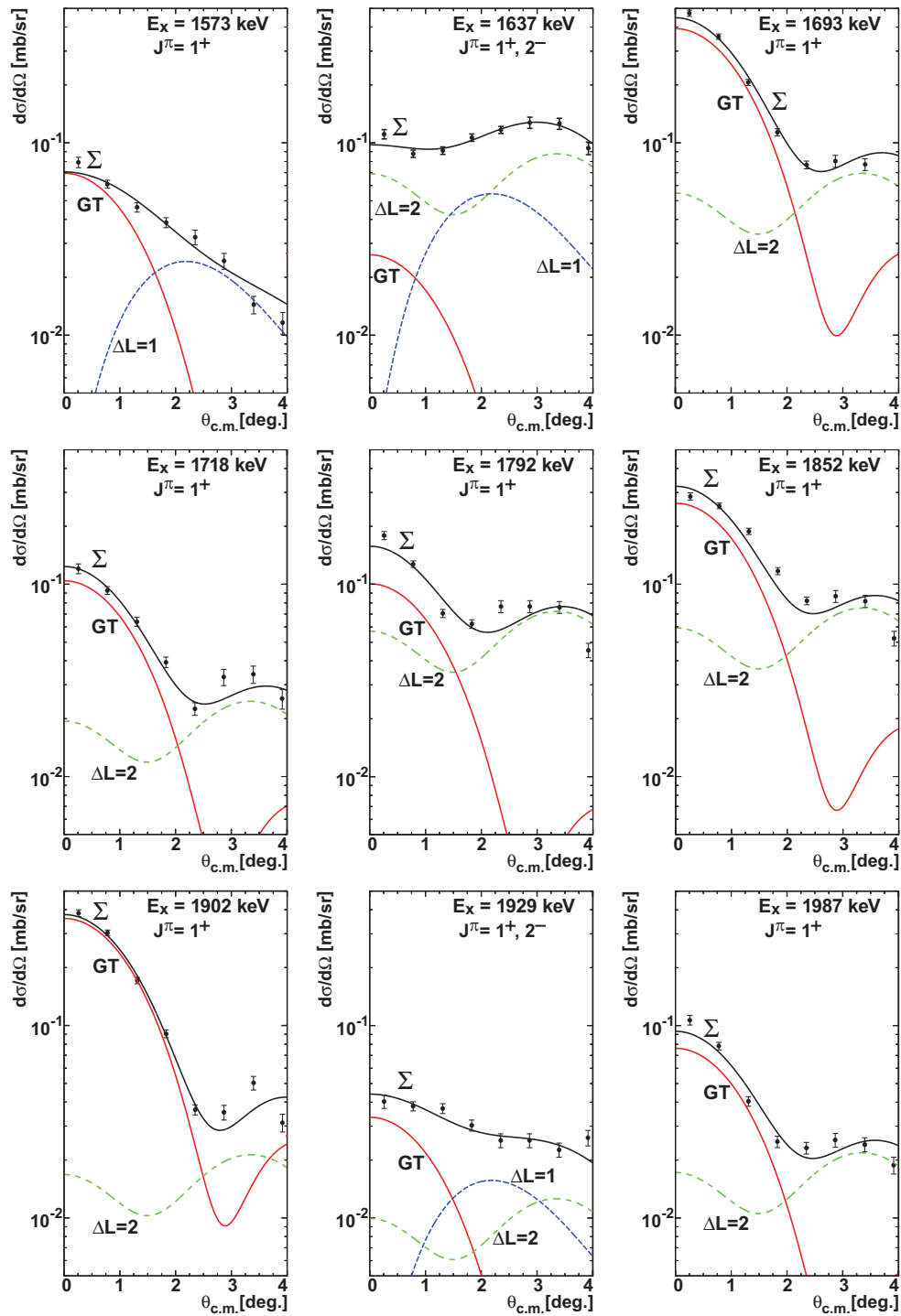


Abbildung 7.11 – Winkelverteilungen in der $^{76}\text{Ge}(^3\text{He},t)$ -Reaktion von 1540 bis 1987 keV Anregungsenergie.

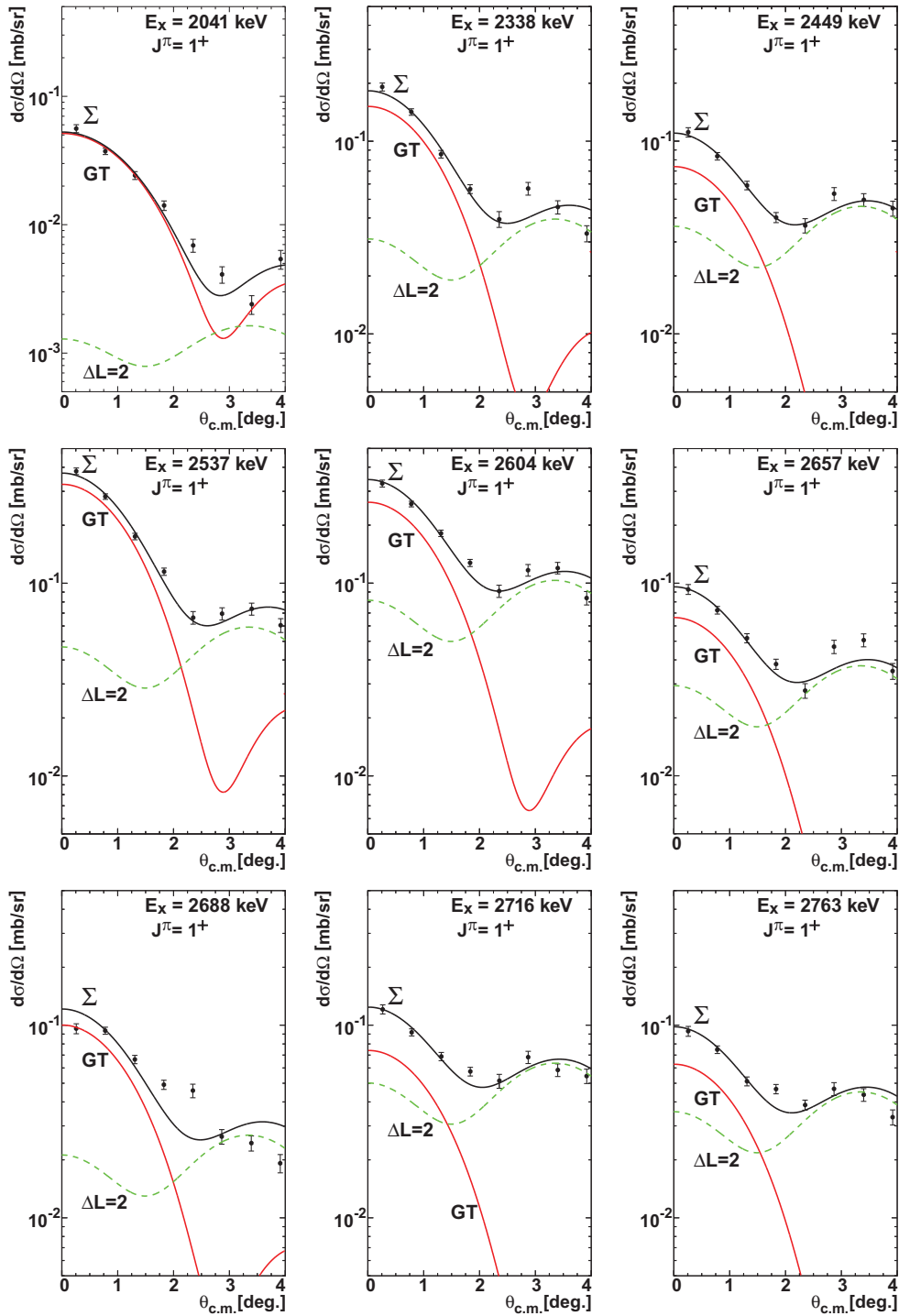


Abbildung 7.12 – Winkelverteilungen in der $^{76}\text{Ge}(^3\text{He},t)$ -Reaktion von 1987 bis 2763 keV Anregungsenergie.

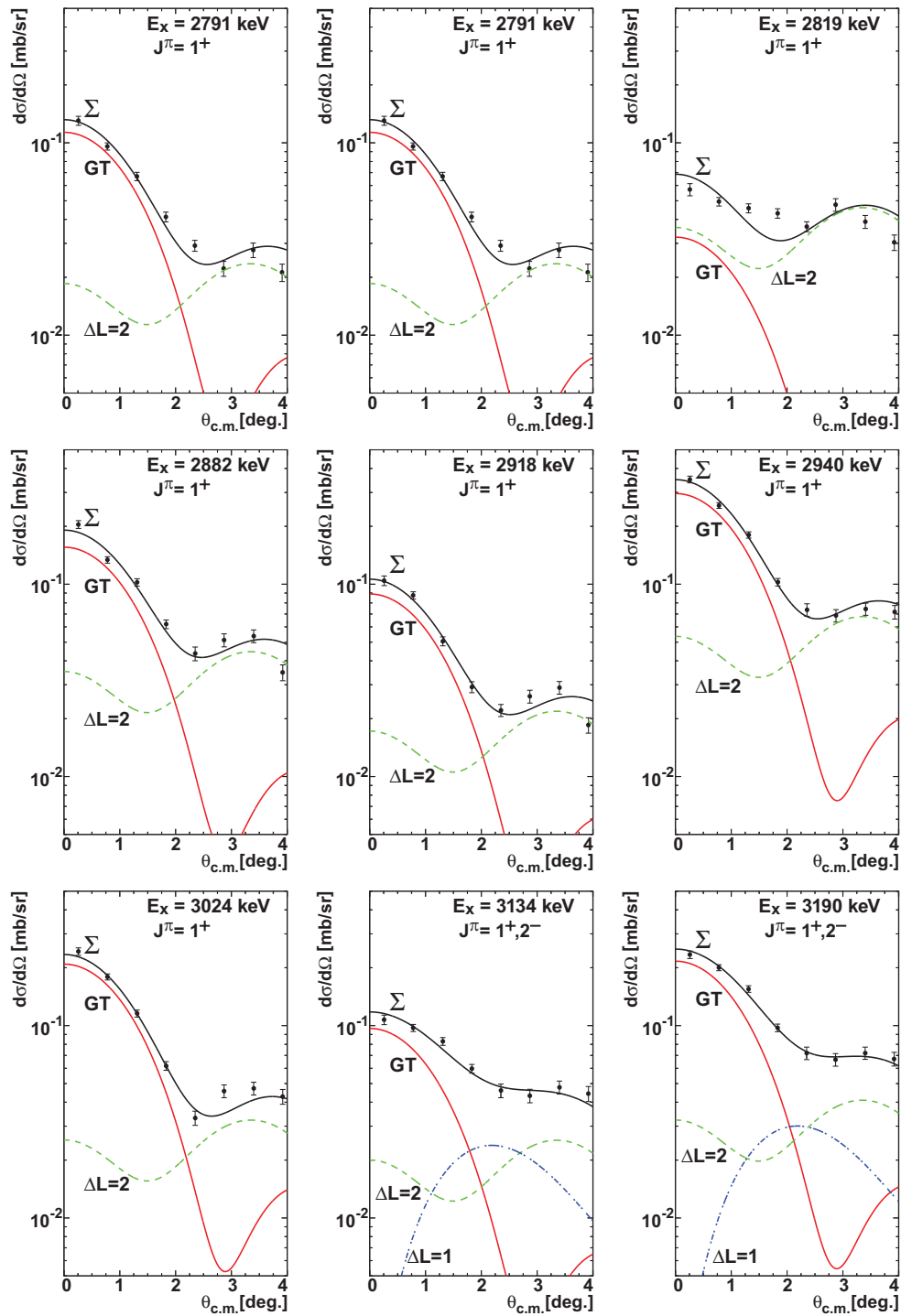


Abbildung 7.13 – Winkelverteilungen in der $^{76}\text{Ge}(^3\text{He},t)$ -Reaktion von 2764 bis 3190 keV Anregungsenergie.

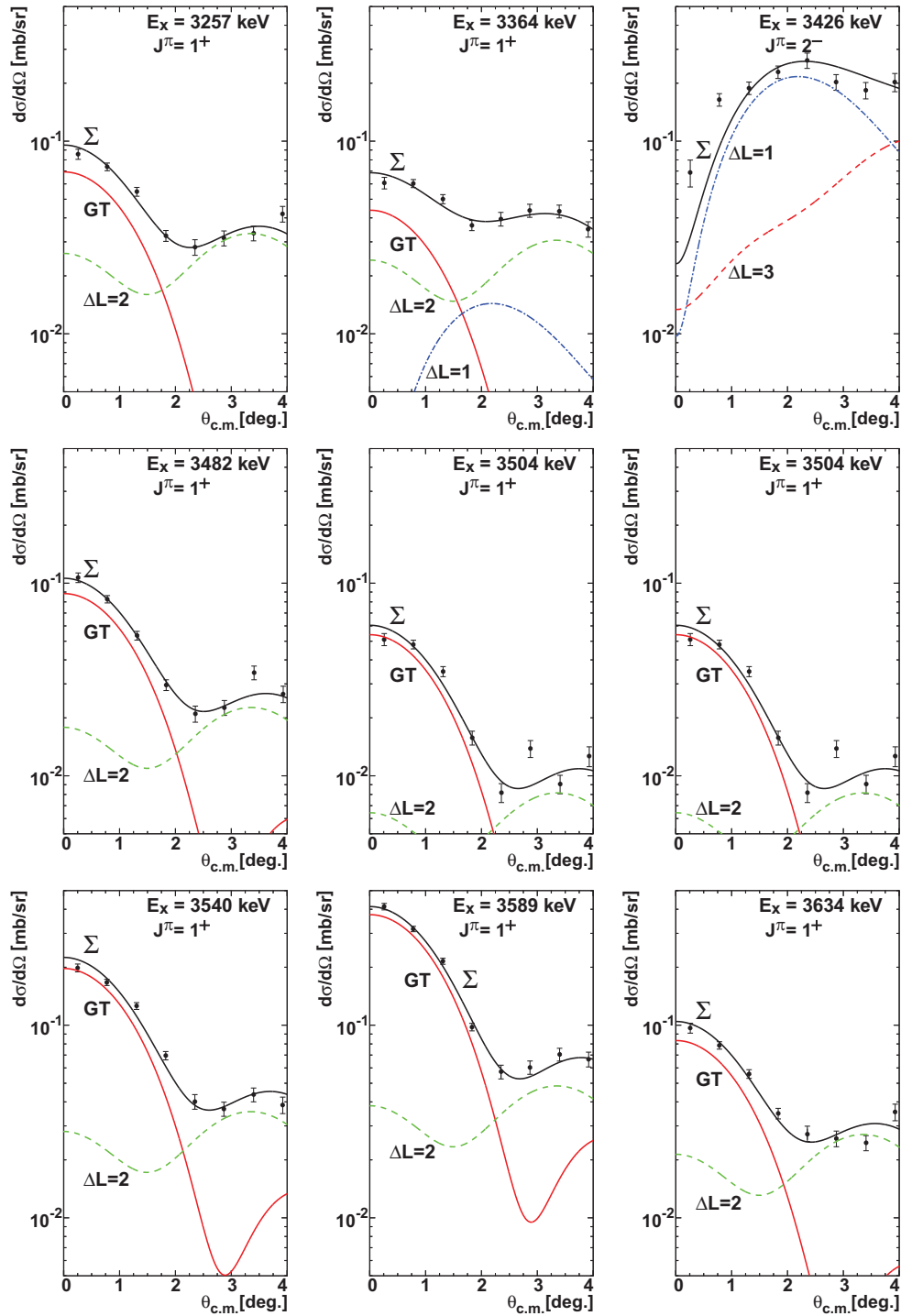


Abbildung 7.14 – Winkelverteilungen in der $^{76}\text{Ge}(^3\text{He},t)$ -Reaktion von 3258 bis 3634 keV Anregungsenergie.

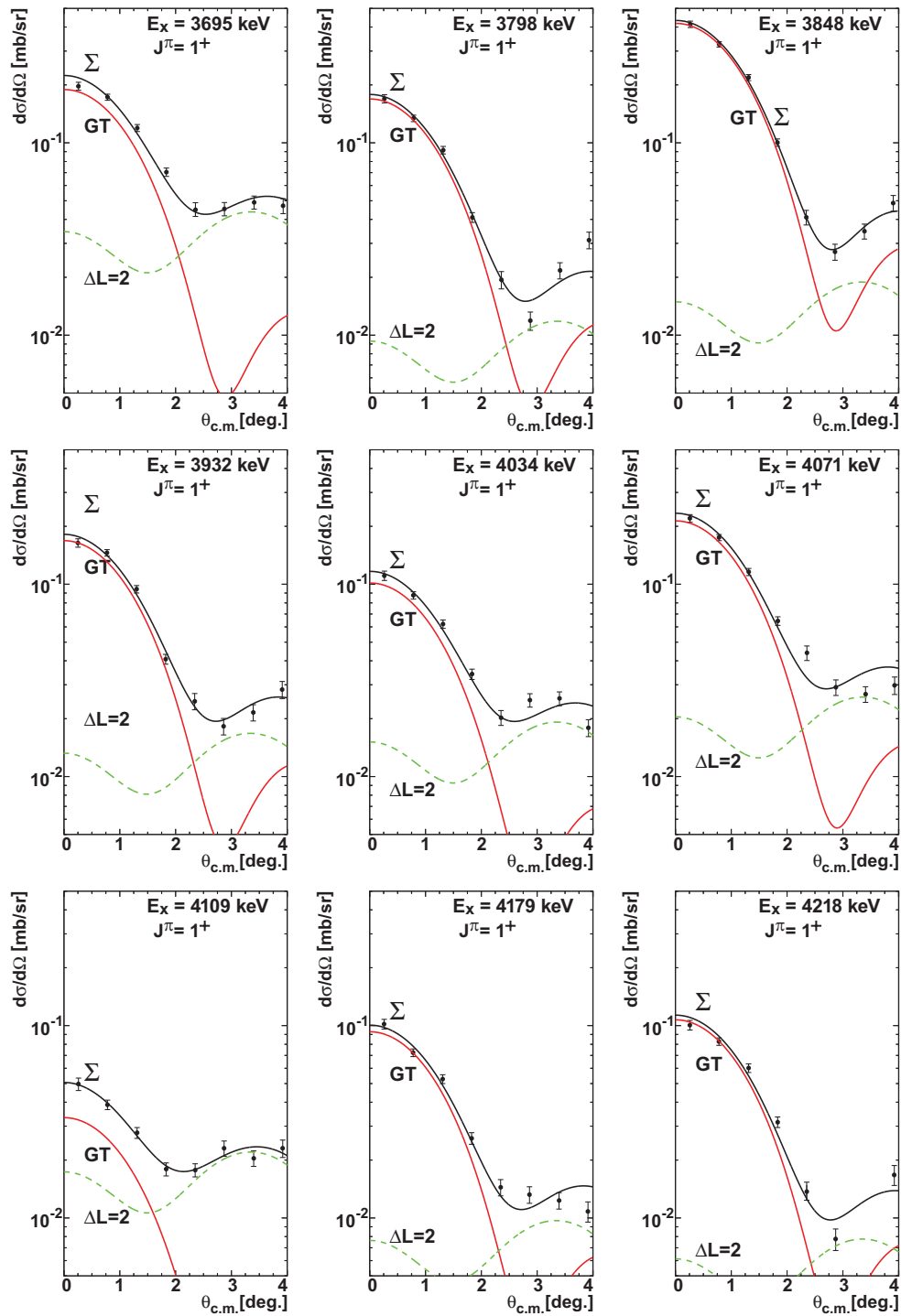


Abbildung 7.15 – Winkelverteilungen in der $^{76}\text{Ge}(^3\text{He},t)$ -Reaktion von 3635 bis 4218 keV Anregungsenergie.

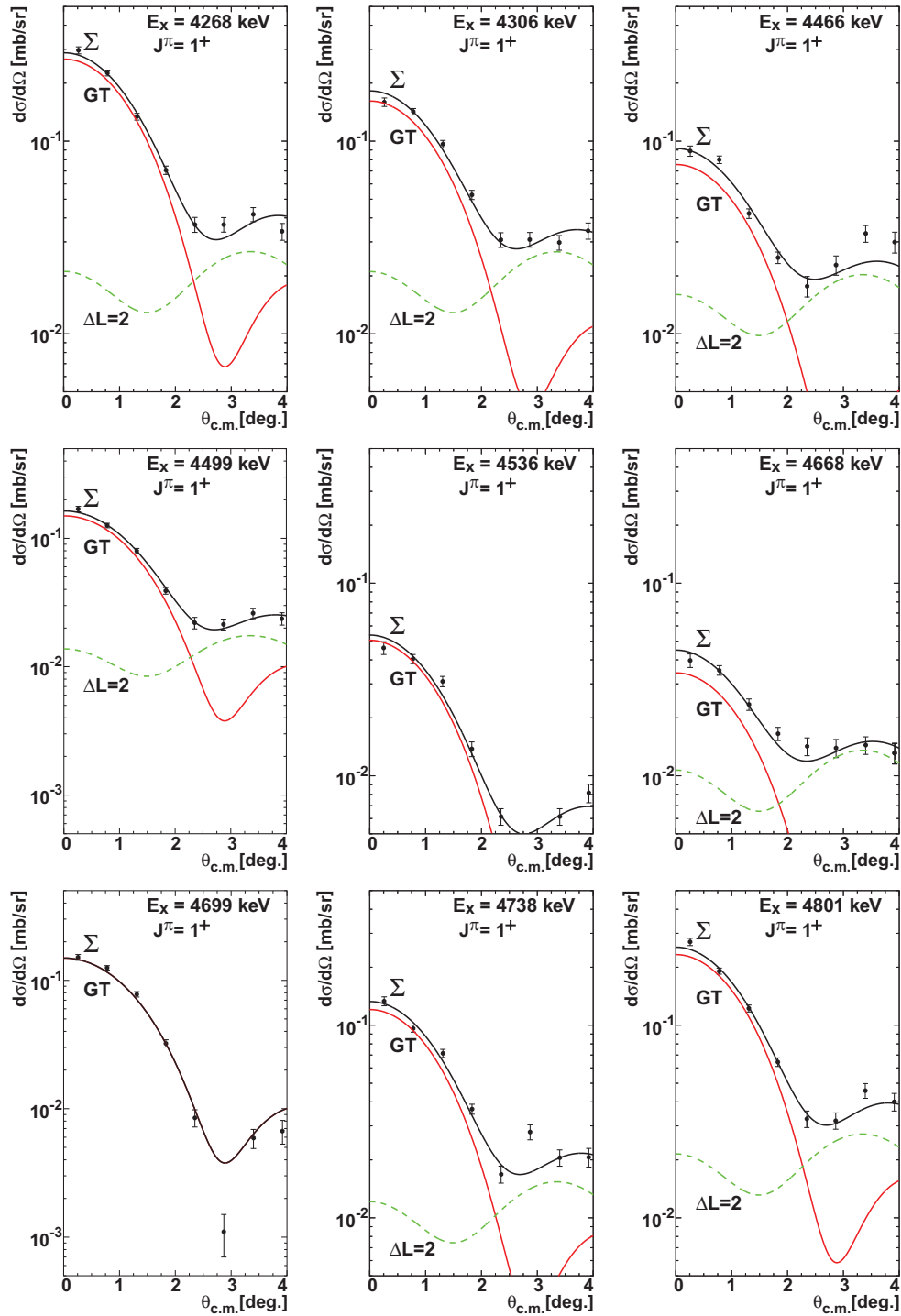


Abbildung 7.16 – Winkelverteilungen in der $^{76}\text{Ge}(^3\text{He},t)$ -Reaktion von 4219 bis 4801 keV Anregungsenergie.

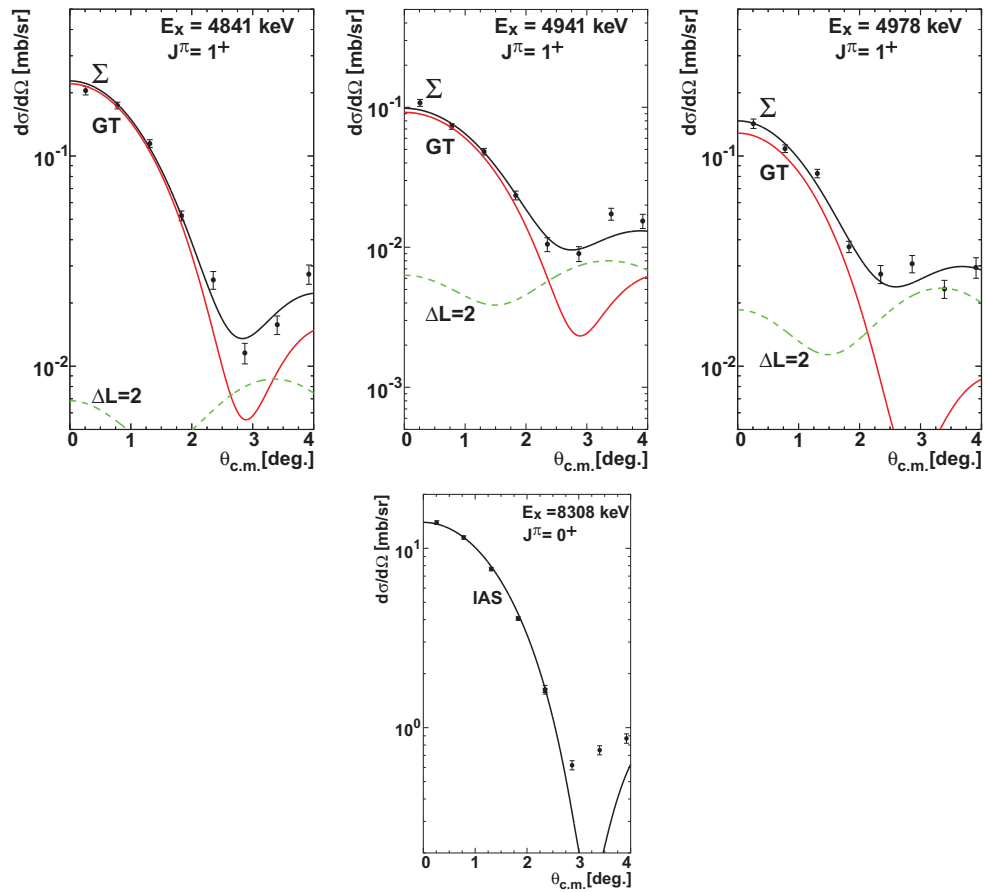


Abbildung 7.17 – Winkelverteilungen in der $^{76}\text{Ge}(^3\text{He},t)$ -Reaktion von 4802 bis 4978 keV Anregungsenergie und der IAS.

7.2 Ergebnisse der $^{82}\text{Se}(^3\text{He}, t)$ -Reaktion

Gegenstand dieses Unterkapitels ist die Untersuchung des $\beta\beta$ -Zerfallskerns ^{82}Se (siehe Abbildung 7.18). Geochemische Untersuchungen messen eine Halbwertszeit von $T_{1/2}^{2\nu} = [1.3 \pm 0.05] \times 10^{20}$ yr [150]. Eine Halbwertszeit von $T_{1/2}^{2\nu} = [9.6 \pm 0.3(\text{stat.}) \pm 1.0(\text{syst.})] \times 10^{19}$ yr hat das NEMO3-Experiment [151] beobachtet. Diese Halbwertszeiten stehen nicht in Übereinstimmung, eine Diskussion dazu ist in Referenz [34] gegeben.

Gegenwärtig wird das SuperNEMO-Experiment aufgebaut, das nach einer $0\nu\beta\beta$ -Zerfallssignatur im ^{82}Se suchen soll [33].

Die $^{82}\text{Se}(^3\text{He}, t)$ -Untersuchung hat zum Ziel, die für den $2\nu\beta\beta$ -Zerfall relevanten Zustände im intermediären Kern ^{82}Br zu ermitteln. Dies kann bei einer zukünftigen (n, p) -Typ-Untersuchung am ^{82}Kr zur Rekonstruktion des $2\nu\beta\beta$ -Zerfalls-ME verwendet werden.

Die Zusammensetzung des *Targets* wird in Tabelle 7.8 angegeben. Das *Target* hatte eine Massenbelegung von $1.79(5)$ mg/cm² auf einer Folie aus ^{12}C mit einer Massenbelegung von 0.150 mg/cm².

In diesem Kapitel wird zunächst die Analyse (Abschnitt 7.2.1) besprochen, dann

Isotop	<i>Target</i>	$N - Z$
74	0.09(1)%	6
76	0.17(1)%	8
77	0.15(1)%	9
78	0.51(1)%	10
80	1.65(1)%	12
82	97.43(2)%	14

Tabelle 7.8 – Die Spezifikation des *Target*-Materials. Zusätzlich ist das $N - Z$ angegeben.

werden die F- und GT-Stärkenextraktionen (Abschnitt 7.2.3) vorgestellt. Anschließend wird das ME für den $2\nu\beta\beta$ -Zerfalls (Abschnitt 7.2.4) diskutiert und abschließend der Vergleich mit der (p, n) -Reaktion (Abschnitt 7.2.5) besprochen. Die erstellten Winkelverteilungen sind am Ende des Kapitels dargestellt.

7.2.1 Analyse

In Abbildung 7.19 ist das Anregungsenergiespektrum der $^{82}\text{Se}(^3\text{He}, t)$ -Reaktion bei einem Winkel-*Setting* von $\Theta_{\text{GRS}} = 0^\circ$ gezeigt. Die erzielte Energieauflösung beträgt 38 keV. Diese setzt sich zusammen aus dem Energieverlust im *Target* (siehe Tabelle 3.10) und der intrinsischen Energieauflösung des Spektrometers.

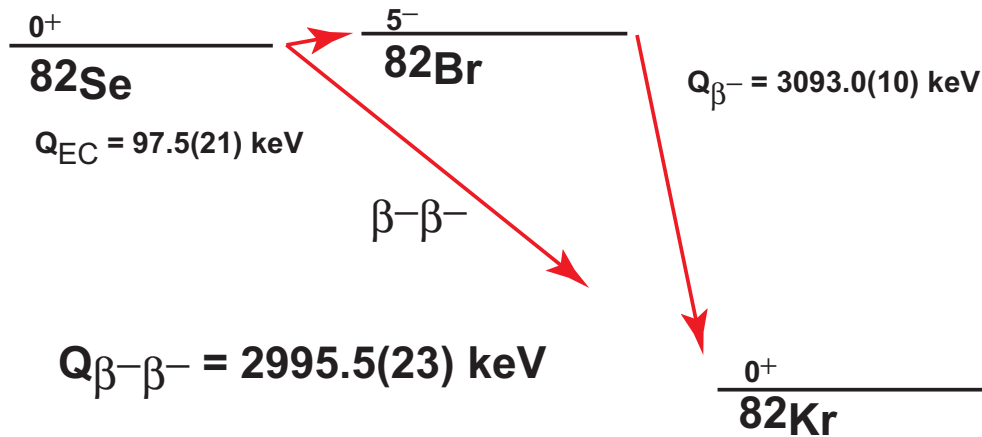


Abbildung 7.18 – Darstellung des $2\nu\beta\beta$ -Zerfallsprozesses im ^{82}Se . Ein Übergang aus dem ^{82}Br ins ^{82}Se ist aus Drehimpulsgründen nicht möglich, aus diesem Grund wird hier nur die Massendifferenz der beiden Nuklide angegeben. Die Abbildung zeigt den möglichen Zerfallsverlauf durch intermediäre 1^+ -Zustände im ^{82}Br . Die q -Werte sind Referenz [127] entnommen, die Massendifferenz zwischen ^{82}Se und ^{82}Br ebenso. Die Anregungsenergien sind aus Referenz [23] entnommen.

In Abbildung 7.19 wurden drei Anregungsenergiespektren in verschiedenen Winkelbereichen übereinander gelegt. Dabei ist jedem Winkelbereich ein Grauton zugeordnet. Die Darstellung zeigt das winkelabhängige Verhalten einzelner Zustände. Übergänge mit einem Maximum bei Vorwärtswinkeln, d.h. mit einem Drehimpuls von $\Delta L = 0$, erscheinen in schwarz. Diese Übergänge sind wahrscheinlich GT dominiert. Spin-Dipol-Übergänge ($\Delta L = 1$) haben ein zu höheren Vorwärtswinkeln verschobenes Maximum und erscheinen in grau.

Die Spektren werden vom stark angeregten Zustand bei einer Anregungsenergie von $E_x = 9.576 \text{ MeV}$ dominiert. Dieser Zustand ist der F-Übergang ($0^+ \rightarrow 0^+$, IAS). Die Anregungsenergie stimmt mit der Beobachtung in der (p,n) -Reaktion von $E_x = 9.58 \text{ MeV}$ [74] überein.

Der niederenergetische Bereich wird von zwei 1^+ -Zuständen bei einer Anregungsenergie von 75 keV und von 2087 keV dominiert. Der g.s. des ^{82}Br hat $J^\pi = 5^-$ [23] und wird in der $(^3\text{He},t)$ -Reaktion nicht angeregt. Der zweite angeregte Zustand hat laut Referenz [23] einen $J^\pi = 2^-$ -Charakter und liegt bei einer Anregungsenergie

nergie von 45.9 keV. Auch dieser Zustand kann hier nicht nachgewiesen werden, weil dieser von dem Zustand bei 75 keV überlagert wird. Für den Zustand bei 75 keV wurde je eine Winkelverteilung mit und ohne $\Delta L = 1$ -Beimischung erstellt, bezogen auf die GT-Beimischung gibt es jedoch keinen Unterschied (siehe Abbildung 7.23).

Oberhalb einer Anregungsenergie von 2 MeV steigt die Zustandsdichte an. Insgesamt konnten mehr als 80 Zustände mit Winkelverteilungen aus dem Spektrum extrahiert werden. Dazu wurde auf einem Untergrund die *Peaks* mit einer Gauß-Funktion gefittet. Die Gauß-Funktion hat dabei eine feste Breite von 38 keV (FWHM).

Der höherenergetische Bereich wird von der GTR mit dem Zentroid bei $E_x \approx 12$ MeV dominiert. Hier liegt der größte Teil der GT-Stärke.

Oberhalb einer Anregungsenergie von 16 MeV ist das Spektrum durch das Spektrum des Kohlenstoffs kontaminiert. Aus diesem Grund wurde keine Analyse des Bereichs vorgenommen.

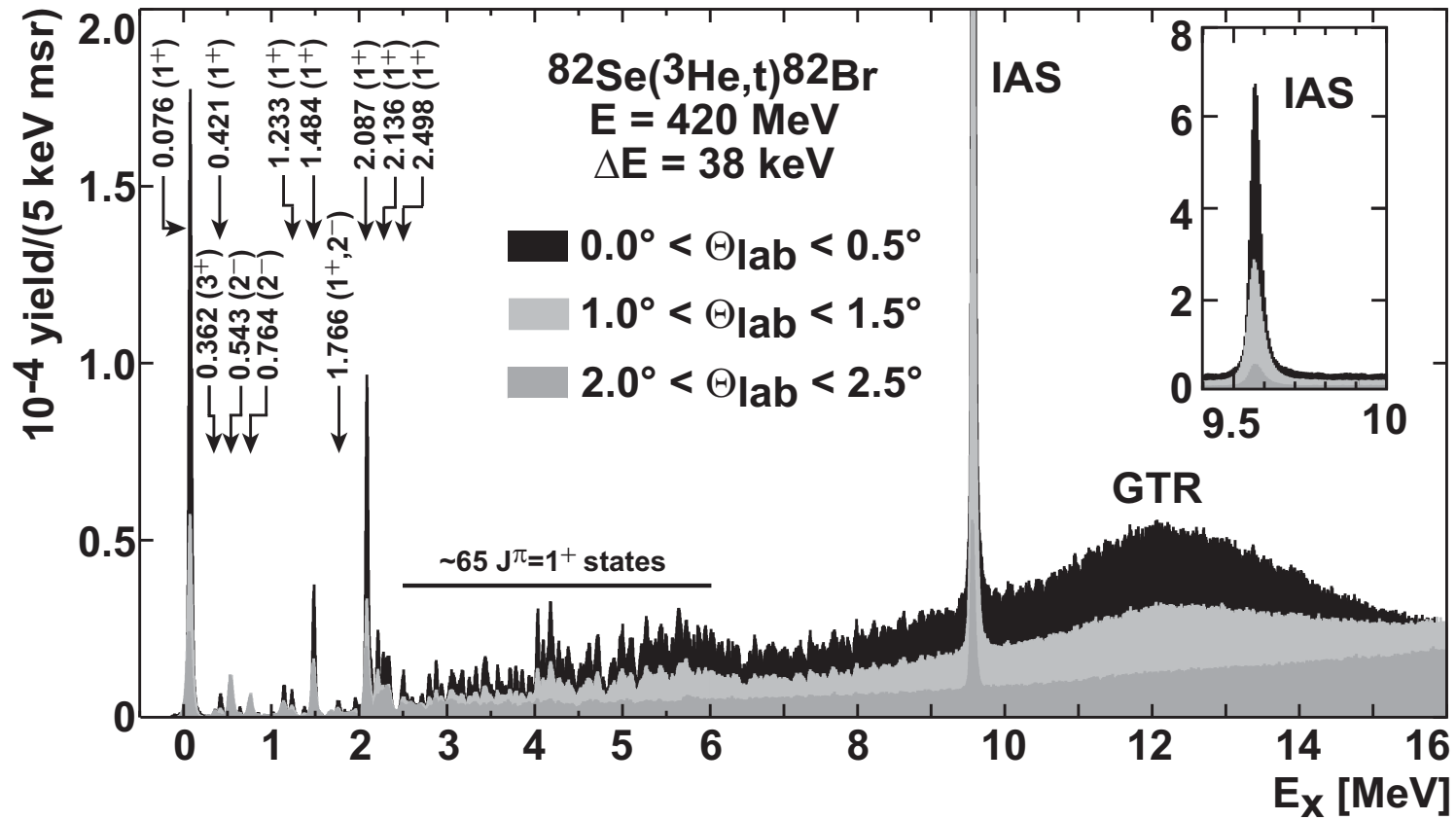


Abbildung 7.19 – Das Anregungsenergiespektrum der $^{82}\text{Se}(^3\text{He},t)^{82}\text{Br}$ -Reaktion. Das Spektrum wurde aus einzelnen Winkelbereichen erzeugt, die übereinandergelegt wurden. Diese Darstellung gibt ein Hinweis auf die Winkelabhängigkeit. GT-Übergänge sind unter 0° maximal angeregt und erscheinen schwarz im Spektrum. Oberhalb einer Anregungsenergie von 6 MeV ist die Skaleneinteilung verändert. Für einige Zustände ist der Spin angegeben (siehe Tabelle 7.11). Die GTR liegt bei ≈ 11 MeV. In der kleinen Abbildung ist der IAS dargestellt.

Projekttil / Ejektil	V_R [MeV]	r_R [fm]	a_R [fm]	W_I [MeV]	r_I [fm]	a_I [fm]
^3He	-36.67	1.33	0.825	-52.0	0.991	1.056
^3H	-31.17	1.33	0.825	-44.2	0.991	1.056

Tabelle 7.9 – Die in der $^{82}\text{Se}(^3\text{He}, t)$ -Reaktionsrechnung verwendeten Parameter für das OM.

7.2.2 DWBA-Modellrechnungen

Für alle in Tabelle 7.11 angegebenen Zustände wurden Winkelverteilungen extrahiert. Diese wurden mit DWBA-Modellrechnungen (siehe Kapitel 5.3) verglichen. Die für ^{82}Se erforderlichen Parameter für das OM sind in Tabelle 7.9 angegeben. Die Parameter wurden aus denen für ^{58}Ni und ^{90}Zr in Referenz [103] angegebenen Parametern adaptiert. Die Winkelverteilungen sind in Abbildung 7.23 bis 7.31 am Ende des ^{82}Se -Kapitels gezeigt.

7.2.3 Extraktion der GT- und F-Stärke

Die Extraktion der Stärken erfolgt nach der bekannten Rezeptur (siehe Kapitel 5.4.2).

Bis zu einer Anregungsenergie von 6 MeV wurden Zustände extrahiert und deren $B(\text{GT})$ -Stärken bestimmt. Diese werden in Tabelle 7.11 angegeben. Die summierte GT-Stärke beträgt $B(\text{GT})=2.0(2)$. Ein Balken-Diagramm ist in Abbildung 7.20 gezeigt, die laufende Summe in Abbildung 7.21.

Im niederenergetischen Bereich des Spektrums (bis ≈ 3.5 MeV) haben die Winkelverteilungen von GT-Zuständen Beiträge von $\Delta L > 0$. Oberhalb von 3.5 MeV sinkt dieser Anteil signifikant ab und die Zustände sind von $\Delta L = 0$ dominiert (siehe Abbildung 7.23 ff.). Dieses Verhalten wird interpretiert als eine stärkere Kopplung der einzelnen Zustände zur GTR, die in diesem Bereich beginnt, wie es auch schon in der $^{76}\text{Ge}(^3\text{He}, t)$ -Reaktion beobachtet wurde (siehe Kapitel 7.1.3). Die berechneten Werte für das R^2 sind in Tabelle 7.10 angegeben. Bei der Berechnung der F-Übergangsstärke muss ein möglicher Beitrag aus dem ^{80}Se zum IAS berücksichtigt werden, da der IAS im ^{82}Se diesen mit seinen Ausläufern überlagern kann. Dies führt auf $B(\text{F})_{\text{eff}} = 13.97$ (siehe Tabelle 7.11).

$^{82}\text{Se}(^3\text{He}, t)$	experimentell über WQ	bekannt
J_τ [MeV · fm ³]	55.2(9)	—
$J_{\sigma\tau}$ [MeV · fm ³]	161.5(35)	—
$B(\text{F})$	13.97(25)	13.97
$B(\text{GT})$	0.35(4)	—
$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\text{GT}, q = 0)$ [mb/sr]	—	2.50(4)
$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\text{F}, q = 0)$ [mb/sr]	—	14.3(3)
R^2	—	7.0(9)

Tabelle 7.10 – Zusammenfassung der Ergebnisse für das R^2 : In der zweiten Spalte sind die experimentell ermittelten Werte für die Stärke und den Wirkungsquerschnitt angegeben. Der Wirkungsquerschnitt entspricht dem jeweiligen GT- bzw. F-Beitrag. In der dritten Spalte werden die bekannten Werte für die Stärken aufgelistet. $B(\text{F})$ entspricht der effektiven $N - Z$ -Stärke, die sich aus den möglichen Beiträgen im IAS ergibt. Die unterste Zeile enthält den daraus berechneten Wert R^2 .

Tabelle 7.11 – Anregungsenergien, Wirkungsquerschnitte, $B(\text{GT})$ -Stärke ($\times 10$) für Zustände in der $^{82}\text{Se}(^3\text{He}, t)^{82}\text{Br}$ -Reaktion. In der ersten Spalte werden die bekannten Anregungsenergien angegeben und in der zweiten Spalte die bekannten Spins (nach Referenz [23], Fehler falls signifikant), die mit denen aus der $(^3\text{He}, t)$ -Reaktion verglichen werden (dritte und vierte Spalte). In Spalte fünf werden die Wirkungsquerschnitte bei $q = 0$ angegeben, in der sechsten Spalte der GT-Anteil und in der siebten Spalte die $B(\text{GT})$ -Stärke. In Spalte vier gibt es Spin-Angaben in eckigen Klammern, dies bedeutet, dass zwei nicht-separierbare Zustände mit unterschiedlichem (angegebenen) Spins nebeneinander liegen.

^{82}Br (Ref. [23])		^{82}Br		$\frac{d\sigma}{d\Omega}(q = 0)$	GT	$B(\text{GT})$
E_x [keV]	J^π	E_x [keV]	J^π	[mb/sr]	%	$\times 10$
75.1	1 ⁺	75	1 ⁺	3.009(52)	82	3.38(42)
362.8	(1 ⁺)	362	3 ⁺	—	—	—
420.1	(2)	421	1 ⁺	0.116(15)	86	0.14(1)
541.0	(2 ⁺ , 3 ⁺)	543	2 ⁻	—	—	—
641.2	(3 ⁺)	642	3 ⁺	—	—	—
763.7	(1) ⁺	764	2 ⁻	—	—	—
849.7	(1 ⁺ , 2, 3 ⁺)		1 ⁺	0.030(1)	14	0.01(2)
1139.9		1142	1 ⁺	0.173(4)	28	0.07(9)

Tabelle 7.11 – Fortsetzung auf der nächsten Seite

Tabelle 7.11 – Fortsetzung von vorheriger Seite						
^{82}Br (Ref. [23])		^{82}Br		$\frac{d\sigma}{d\Omega}(q=0)$	GT	$B(\text{GT})$
$E_x[\text{keV}]$	J^π	$E_x[\text{keV}]$	J^π	[mb/sr]	%	$\times 10$
1232.6(3)		1233	1 ⁺	0.140(4)	68	0.13(3)
1386(8)	(⁺)	1378	1 ⁺	0.055(1)	87	0.07(1)
(1489)		1484	1 ⁺	0.567(9)	46	0.36(22)
1678		1680	2 ⁻	–	–	–
(1774)		1766	[1 ⁺ , 2 ⁻]	0.106(2)	75	0.11(2)
1955(4)		1958	1 ⁺	0.100(2)	74	0.10(2)
		2087	1 ⁺	1.366(4)	77	1.49(22)
		2136	1 ⁺	0.258(6)	72	0.26(5)
		2213	[1 ⁺ , 2 ⁻]	0.403(9)	90	0.51(3)
		2272	1 ⁺	0.315(0)	55	0.24(10)
		2317	1 ⁺	0.247(7)	21	0.07(14)
		2351	1 ⁺	0.227(4)	67	0.21(5)
		2498	1 ⁺	0.162(3)	73	0.17(3)
		2543	3 ⁺	–	–	–
		2712	1 ⁺	0.068(1)	58	0.06(2)
		2801	1 ⁺	0.154(3)	87	0.19(1)
		2876	1 ⁺	0.185(4)	72	0.19(4)
		2940	1 ⁺	0.412(7)	84	0.49(5)
		3028	1 ⁺	0.092(2)	74	0.10(2)
		3062	1 ⁺	0.126(3)	78	0.14(2)
		3097	3 ⁺	–	–	–
		3172	1 ⁺	0.137(3)	79	0.15(2)
		3256	1 ⁺	0.098(2)	82	0.11(1)
		3296	1 ⁺	0.046(1)	39	0.03(2)
		3333	1 ⁺	0.140(3)	81	0.16(2)
		3420	1 ⁺	0.167(4)	88	0.21(1)
		3455	1 ⁺	0.142(4)	96	0.19(0)
		3507	3 ⁺	–	–	–
		3579	1 ⁺	0.125(3)	90	0.16(1)
		3623	1 ⁺	0.066(2)	65	0.06(2)
		3688	[1 ⁺ , 2 ⁻]	0.050(1)	55	0.04(2)
		3720	1 ⁺	0.135(3)	83	0.16(2)
		3788	1 ⁺	0.125(3)	91	0.16(1)
		3856	1 ⁺	0.095(2)	85	0.11(1)

Tabelle 7.11 – Fortsetzung auf der nächsten Seite

Tabelle 7.11 – Fortsetzung von vorheriger Seite						
^{82}Br (Ref. [23])		^{82}Br		$\frac{d\sigma}{d\Omega}(q=0)$	GT	$B(\text{GT})$
$E_x[\text{keV}]$	J^π	$E_x[\text{keV}]$	J^π	[mb/sr]	%	$\times 10$
		3951	1 ⁺	0.091(2)	67	0.09(2)
		4033	1 ⁺	0.35(7)	94	0.46(2)
		4099	1 ⁺	0.250(6)	91	0.32(2)
		4170	1 ⁺	0.373(8)	94	0.49(2)
		4209	1 ⁺	0.267(6)	98	0.37(0)
		4272	1 ⁺	0.230(5)	92	0.30(1)
		4317	1 ⁺	0.131(3)	99	0.18(0)
		4365	1 ⁺	0.112(3)	94	0.15(0)
		4391	1 ⁺	0.120(3)	100	0.17(0)
		4433	1 ⁺	0.110(3)	88	0.14(1)
		4511	1 ⁺	0.086(3)	99	0.12(0)
		4554	[1 ⁺ , 2 ⁻]	0.101(2)	96	0.14(0)
		4601	1 ⁺	0.141(4)	92	0.18(1)
		4632	1 ⁺	0.157(4)	88	0.20(1)
		4689	[1 ⁺ , 2 ⁻]	0.106(3)	93	0.14(1)
		4772	1 ⁺	0.243(6)	98	0.34(0)
		4779	2 ⁻	–	–	–
		4869	1 ⁺	0.088(2)	85	0.11(1)
		4910	1 ⁺	0.136(4)	93	0.18(1)
		4971	1 ⁺	0.206(5)	92	0.27(1)
		5008	1 ⁺	0.235(6)	97	0.32(0)
		5066	1 ⁺	0.176(4)	88	0.22(2)
		5110	1 ⁺	0.224(8)	98	0.31(0)
		5211	1 ⁺	0.129(3)	91	0.17(1)
		5250	1 ⁺	0.126(4)	100	0.18(0)
		5279	1 ⁺	0.244(6)	97	0.33(1)
		5326	1 ⁺	0.186(4)	94	0.25(1)
		5371	1 ⁺	0.189(5)	99	0.26(0)
		5416	1 ⁺	0.168(4)	95	0.22(1)
		5446	1 ⁺	0.219(5)	97	0.30(1)
		5491	1 ⁺	0.162(5)	100	0.23(0)
		5519	1 ⁺	0.086(3)	97	0.12(0)
		5571	1 ⁺	0.170(4)	95	0.23(1)
		5614	1 ⁺	0.124(5)	100	0.18(0)

Tabelle 7.11 – Fortsetzung auf der nächsten Seite

Tabelle 7.11 – Fortsetzung von vorheriger Seite						
^{82}Br (Ref. [23])		^{82}Br		$\frac{d\sigma}{d\Omega}(q=0)$	GT	$B(\text{GT})$
$E_x[\text{keV}]$	J^π	$E_x[\text{keV}]$	J^π	[mb/sr]	%	$\times 10$
		5641	1^+	0.185(5)	100	0.26(0)
		5671	1^+	0.222(7)	100	0.31(0)
		5712	$[1^+, 2^-]$	0.117(4)	99	0.16(0)
		5727	1^+	0.143(4)	100	0.20(0)
		5761	1^+	0.197(5)	98	0.27(0)
		5810	$[1^+, 2^-]$	0.153(4)	99	0.21(0)
		5866	1^+	0.224(5)	93	0.29(1)
		5908	1^+	0.124(3)	91	0.16(1)
		5947	1^+	0.217(5)	97	0.30(1)
						$\sum_{B(\text{GT})} = 20(2)$
					F	$B(\text{F})$
		9576	0^+	14.3(3)	100	13.97
					$J_\tau = 55.2(9)$	$\text{MeV} \cdot \text{fm}^3$

^{82}Br E_x [MeV]	%GT	$B(\text{GT})$ $\Delta E = 0.5 \text{ MeV}$	$B(\text{GT})$ indiv. states
0.0-0.5	81	0.352(42)	0.352(43)
0.5-1.0	79	0.025(03)	0.001(02)
1.0-1.5	58	0.066(23)	0.063(34)
1.5-2.0	65	0.042(11)	0.022(04)
2.0-2.5	67	0.284(71)	0.279(59)
2.5-3.0	62	0.117(35)	0.067(08)
3.0-3.5	75	0.215(37)	0.108(13)
3.5-4.0	80	0.219(27)	0.078(10)
4.0-4.5	91	0.449(23)	0.258(08)
4.5-5.0	91	0.403(23)	0.166(06)
5.0-5.5	92	0.543(25)	0.279(06)
5.5-6.0	92	0.608(28)	0.270(03)
		$\sum_{0-6\text{MeV}} = 3.32(35)$	$\sum_{0-5\text{MeV}} = 1.98(20)$

Tabelle 7.12 – Die $B(\text{GT})$ -Stärke extrahiert aus Energie-*Bins* der Breite $\Delta E = 500 \text{ keV}$. Diese sind den Summen aus den einzelnen Zuständen gegenübergestellt (vergleiche Tabelle 7.11).

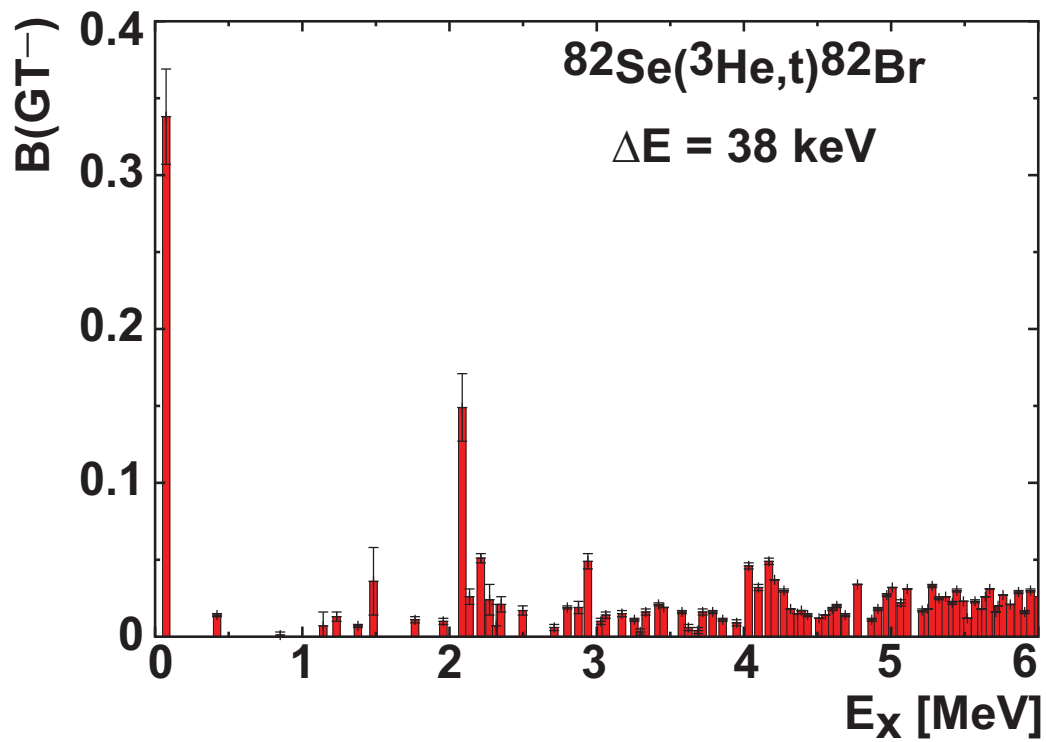


Abbildung 7.20 – Balken-Diagramm der $B(\text{GT}^-)$ -Stärke-Verteilung in der $^{82}\text{Se}(^3\text{He}, t)^{82}\text{Br}$ Reaktion.

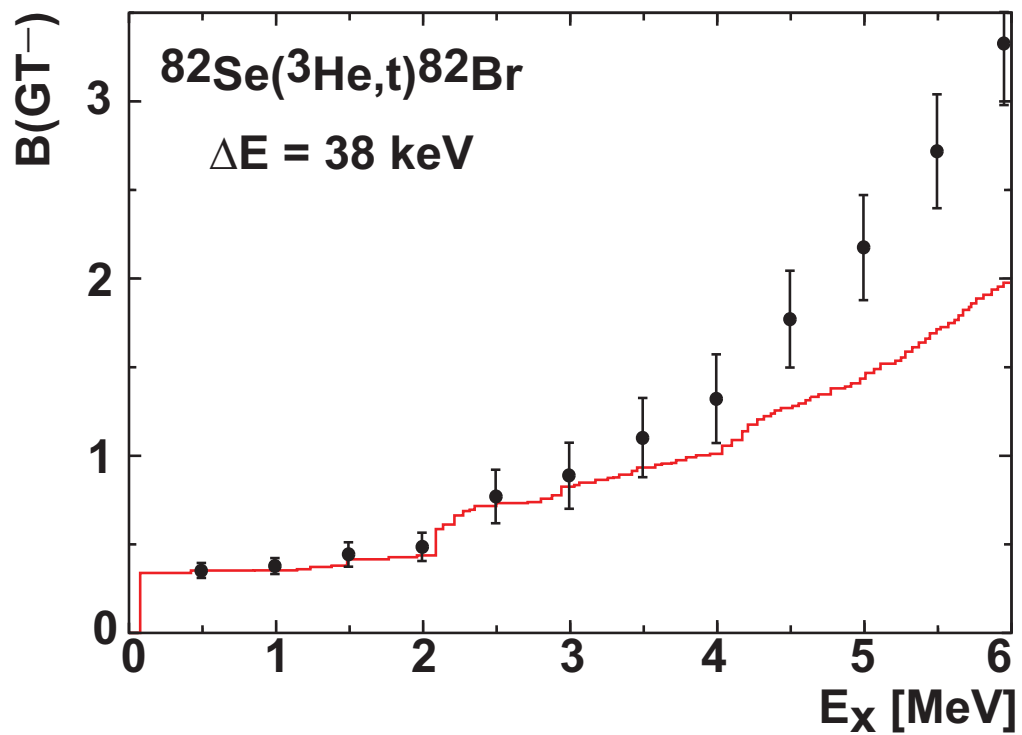


Abbildung 7.21 – Die laufende Summe der GT-Stärke sowohl für die einzelnen Zustände (durchgezogene Linie) als auch für die Energie-Bins von $\Delta E = 500$ keV (Punkte).

7.2.4 Extraktion des Matrixelements des $2\nu\beta\beta$ -Zerfalls

Die Verknüpfung zwischen dem ME im $2\nu\beta\beta$ -Zerfall und der extrahierten $B(\text{GT}^\pm)$ -Stärke ist in den Gleichungen (2.6) und (2.16) gegeben. Die zur Extraktion des ME erforderliche $B(\text{GT}^+)$ -Stärke ist bisher nicht ermittelt worden, daher kann eine Rekonstruktion des MEs an dieser Stelle nicht erfolgen. Es wird jedoch eine Abschätzung versucht, wie groß die $B(\text{GT}^+)$ -Stärke sein könnte.

Bei ^{82}Se handelt es sich um einen im NEMO3-Experiment untersuchten $\beta\beta$ -Zerfallskern. Die Halbwertszeit wird angegeben mit [151]:

$$T_{1/2}^{2\nu} = [9.6 \pm 0.3(\text{stat.}) \pm 1.0(\text{syst.})] \times 10^{19} \text{ yr.} \quad (7.3)$$

Das ME ist mit der Zerfallsrate bzw. der Halbwertszeit verknüpft über Gleichung (2.11). Der Phasenraumfaktor $G^{(2\nu)}(Q, Z)$ wurde von Suhonen *et al.* berechnet zu

$$G_{\beta\beta}^{2\nu} = 1.80 \times 10^{-17} \cdot m_e^2 \text{ yr}^{-1}$$

in Einheiten pro Jahr und der Elektronenrestmasse zum Quadrat. Die Berechnung erfolgte mit $g_A = -1.254$ [37], wobei $G_{\beta\beta}^{2\nu} \propto g_A^4$ gilt. Der Phasenraumfaktor wurde mit dem neueren Wert von $g_A = 1.2694(28)$ [8, 9] berechnet zu

$$G_{\beta\beta}^{2\nu} = 1.89 \times 10^{-17} \cdot m_e^2 \text{ yr}^{-1}.$$

Daraus berechnet sich das ME zu

$$|M_{\text{DGT}}^{2\nu}| = 0.096(7) \text{ MeV}^{-1}. \quad (7.4)$$

Unter der Annahme, dass der $2\nu\beta\beta$ -Zerfall nur durch den Zustand bei 75 keV abläuft und alle anderen Zustände nicht beitragen, lässt sich die $B(\text{GT}^+)$ -Stärke abschätzen. Daraus ergibt sich eine Obergrenze für die GT-Stärke von

$$B(\text{GT}^+) < 0.08. \quad (7.5)$$

7.2.5 Faltung

Das Isotop ^{82}Se wurde von Madey *et al.* [74] mit einer (p,n) -Reaktion bei einer Einschussenergie von 134.4 MeV untersucht. Diese Messung wurde mit der in dieser Arbeit behandelten $(^3\text{He},t)$ -Reaktion verglichen. Dazu wurde das $(^3\text{He},t)$ -Spektrum mit der Energieauflösung der (p,n) -Reaktion von $\Delta E = 370$ keV [74] gefaltet, kinematisch korrigiert (via $|j_0(q \cdot R_0)|^2$) und auf die GTR normiert. Die Darstellung der verglichenen Spektren ist in Abbildung 7.22 gezeigt. Es gibt einige Bereiche, die Abweichungen zeigen:

- Der Bereich um 75 keV. Die Zählrate im Anregungsenergiespektrum der $(^3\text{He},t)$ -Reaktion ist in diesem Bereich größer als die in der (p,n) -Reaktion
- Der Bereich zwischen 1.5 und 2.5 MeV. Auch hier ist die Zählrate in der $(^3\text{He},t)$ -Reaktion größer.
- Der Bereich zwischen 3.5 und 6 MeV hat in der (p,n) -Reaktion eine größere Zählrate als in der $(^3\text{He},t)$ -Reaktion.
- Der IAS hat in der (p,n) -Reaktion eine größere Zählrate als in der $(^3\text{He},t)$ -Reaktion.

Die Analyse der Winkelverteilungen im Bereich bis 6 MeV Anregungsenergie zeigt, dass es in diesen Bereichen unterschiedlich starke Beimischungen von $\Delta L = 2$ gibt. In den ersten beiden Bereichen (bis 2.5 MeV Anregungsenergie) gibt es stärkere Beimischungen von $\Delta L = 2$, während in dem Bereich ab 3.5 MeV der Anteil absinkt. Wie schon in dem Vergleich der $^{76}\text{Ge}(^3\text{He},t)$ -Reaktion mit der (p,n) -Reaktion zeigt (Kapitel 7.1.6), werden Bereiche mit höheren Drehimpulsen in der $(^3\text{He},t)$ -Reaktion stärker angeregt (vergleiche Tabelle 7.11).

Die größere Zählrate im IAS ist mit den unterschiedlichen Einschussenergien erklärbar. In der (p,n) -Reaktion wurde ein Strahl mit 134.4 MeV/A verwendet, in der $(^3\text{He},t)$ -Reaktion 140 MeV/A. Ursache kann die t_r -Komponente sein, die bei geringeren Einschussenergien stärker als die $t_{\sigma\tau}$ -Komponente ist (vergleiche Abbildung 2.7). Die Situation ist ähnlich der im ^{76}Ge (siehe Kapitel 7.1.6).

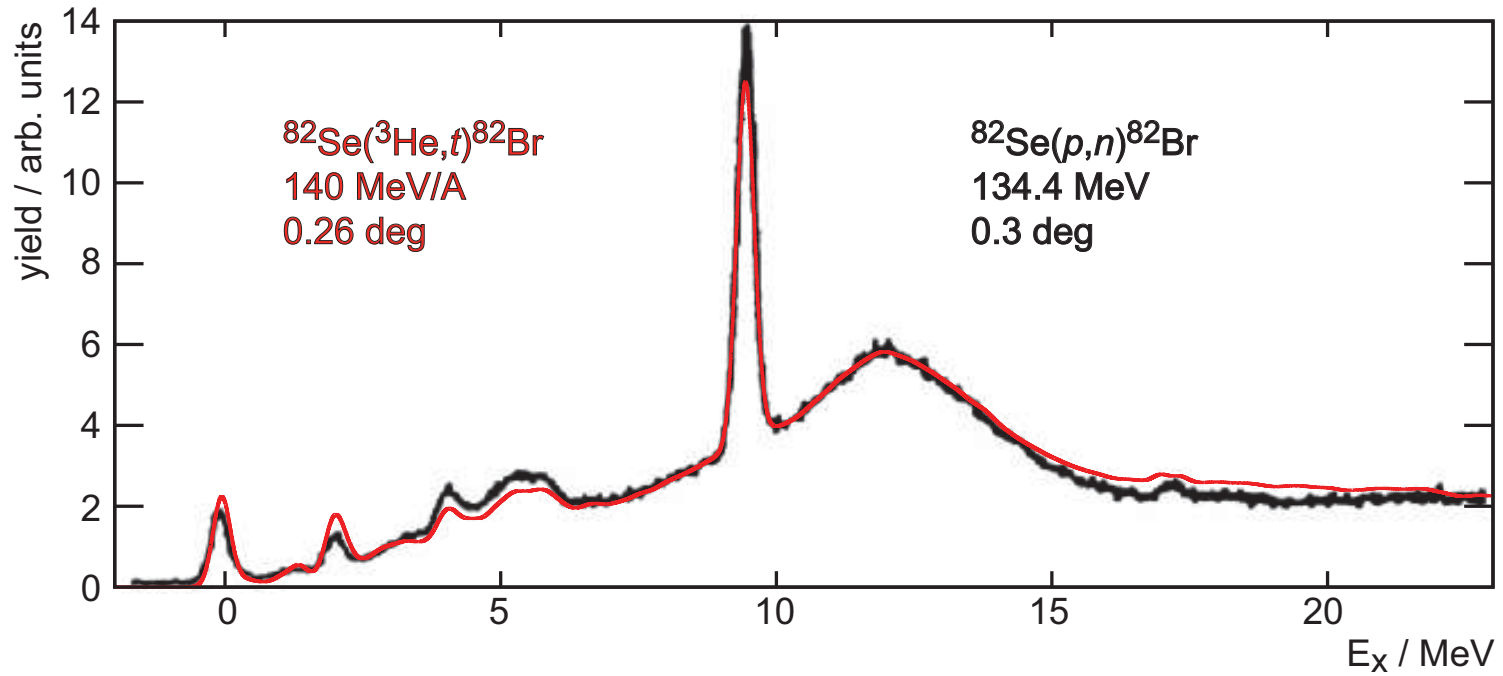


Abbildung 7.22 – Vergleich der Anregungsenergiespektren der $^{82}\text{Se}({}^3\text{He}, t)$ -Reaktion (rot) mit der $^{82}\text{Se}(p, n)$ -Reaktion (schwarz). Das $({}^3\text{He}, t)$ -Spektrum wurde mit der Energieauflösung in der (p, n) -Reaktion gefaltet. Die Spektren haben dieselbe Struktur. Abweichungen gibt es bei 0.1, 2 MeV und im Bereich zwischen 3.5 und 6 MeV (siehe Kapitel 7.2.5).

7.2.6 Diskussion

Kernstruktur Die Situation im ^{82}Br ist vergleichbar mit der im ^{76}As : bis zu einer Anregungsenergie von 6 MeV können fast 80 individuelle Zustände mit Winkelverteilungen extrahiert werden. Im Gegensatz zum ^{76}As gibt es im ^{82}Br bei 75 keV einen stark angeregten Zustand. Die Winkelverteilungen ergeben, dass ein Großteil der Zustände vom GT-Anteil dominiert wird, einige sind sogar reine GT-Übergänge.

Der Vergleich der $(^3\text{He}, t)$ -Reaktion mit der (p, n) -Reaktion ergibt eine qualitative Übereinstimmung. Die Abweichungen sind auf die unterschiedlichen Reaktionsproben und die unterschiedlichen Einschussenergien zurückzuführen.

Das extrahierte $J_\tau = 55.2(9) \text{ MeV} \cdot \text{fm}^3$ ist in Übereinstimmung mit dem für das ^{71}Ga extrahiertem.

$\beta\beta$ -Zerfall Es kann kein Matrixelement extrahiert werden, da keine Informationen über die ^{82}Kr -Seite vorliegen. Es stellt sich die Frage, ob es auch im $^{82}\text{Se}(\beta\beta)$ -Zerfallssystem aufgrund der starken Fragmentierung der GT-Stärke zu einer dem ^{76}Ge ähnlichen Situation kommt.

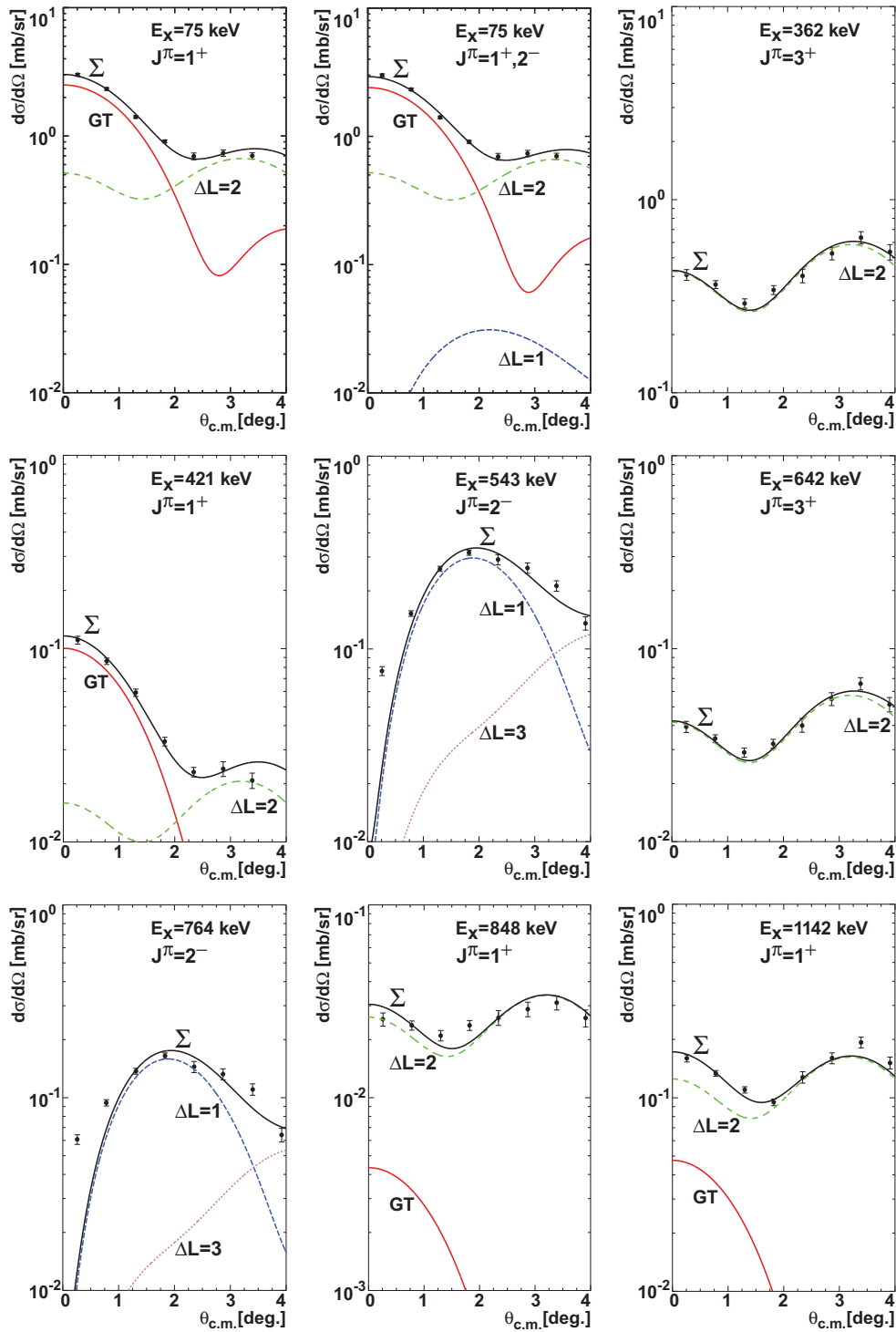


Abbildung 7.23 – Winkelverteilungen in der $^{82}\text{Se}(^3\text{He}, t)$ -Messung von 0 bis 1142 keV. Die Fehlerbalken setzen sich zusammen aus dem statistischen Fehler und einem zusätzlichen Analysefehler, der bei $\Theta_{GR} = 0^\circ$ zu 2% und bei $\Theta_{GR} = 2.5^\circ$ zu 5% angenommen wird.

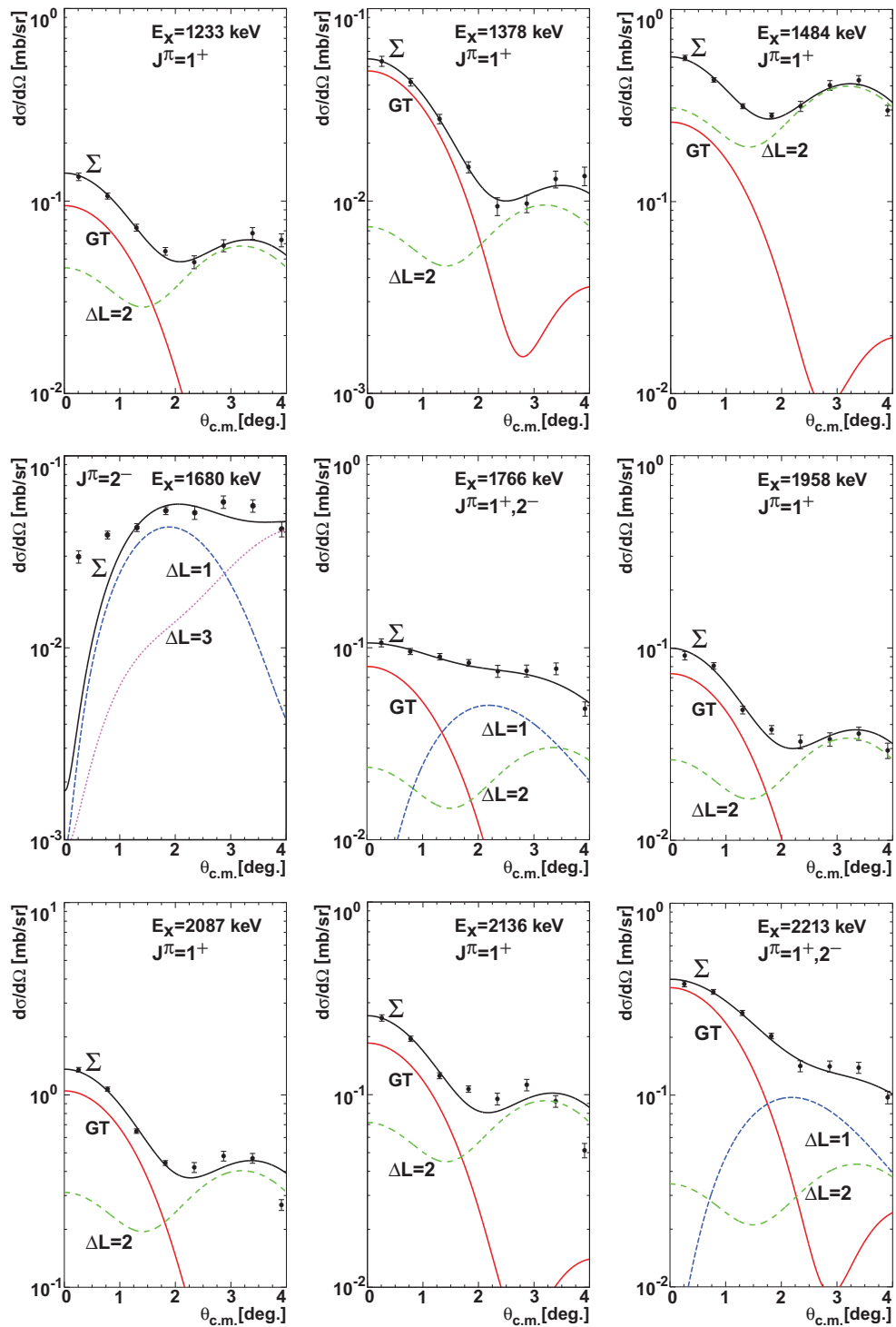


Abbildung 7.24 – Winkelverteilungen in der $^{82}\text{Se}(^3\text{He}, t)$ -Messung von 1143 bis 2213 keV.

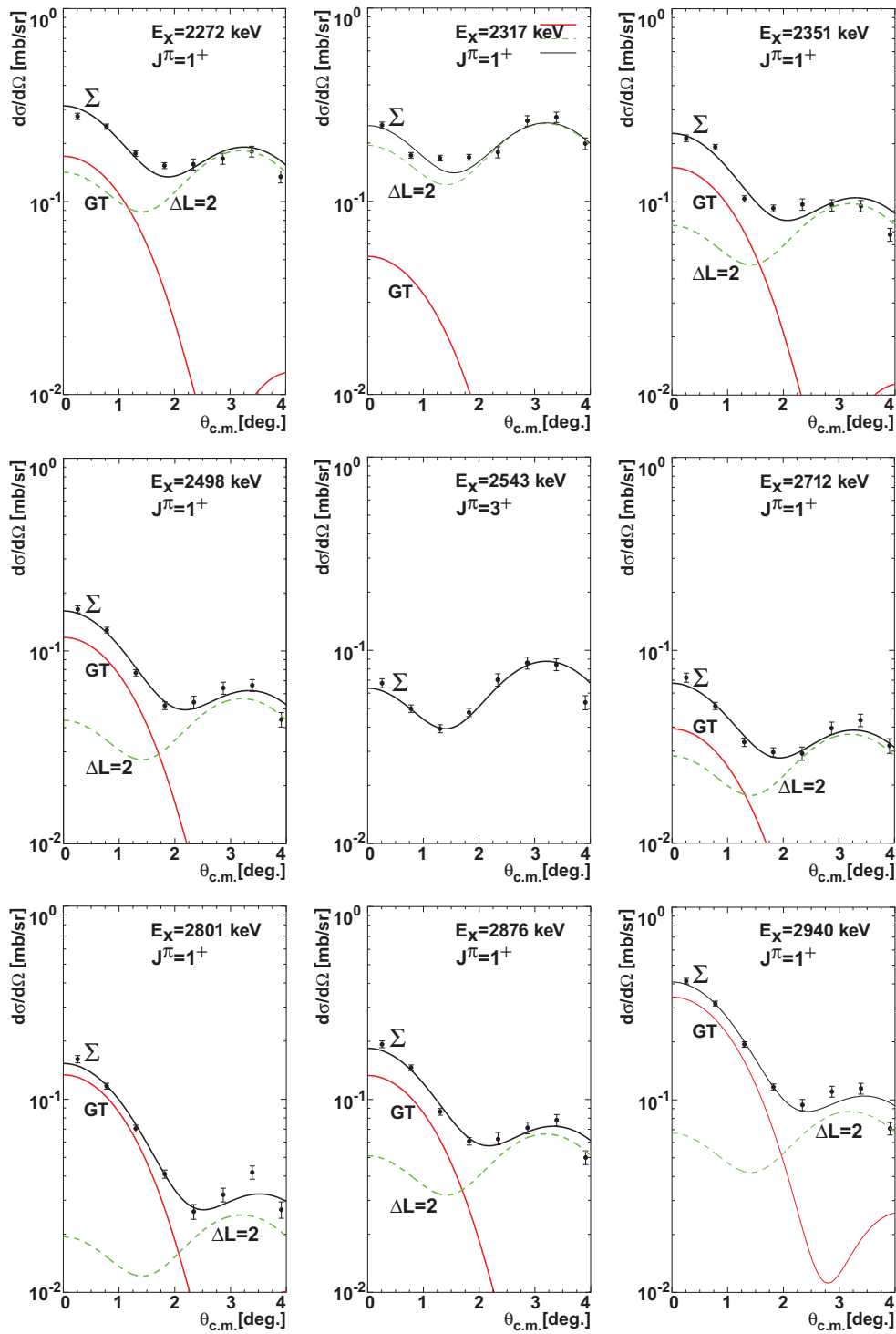


Abbildung 7.25 – Winkelverteilungen in der $^{82}\text{Se}(^3\text{He}, t)$ -Messung von 2213 bis 2940 keV.

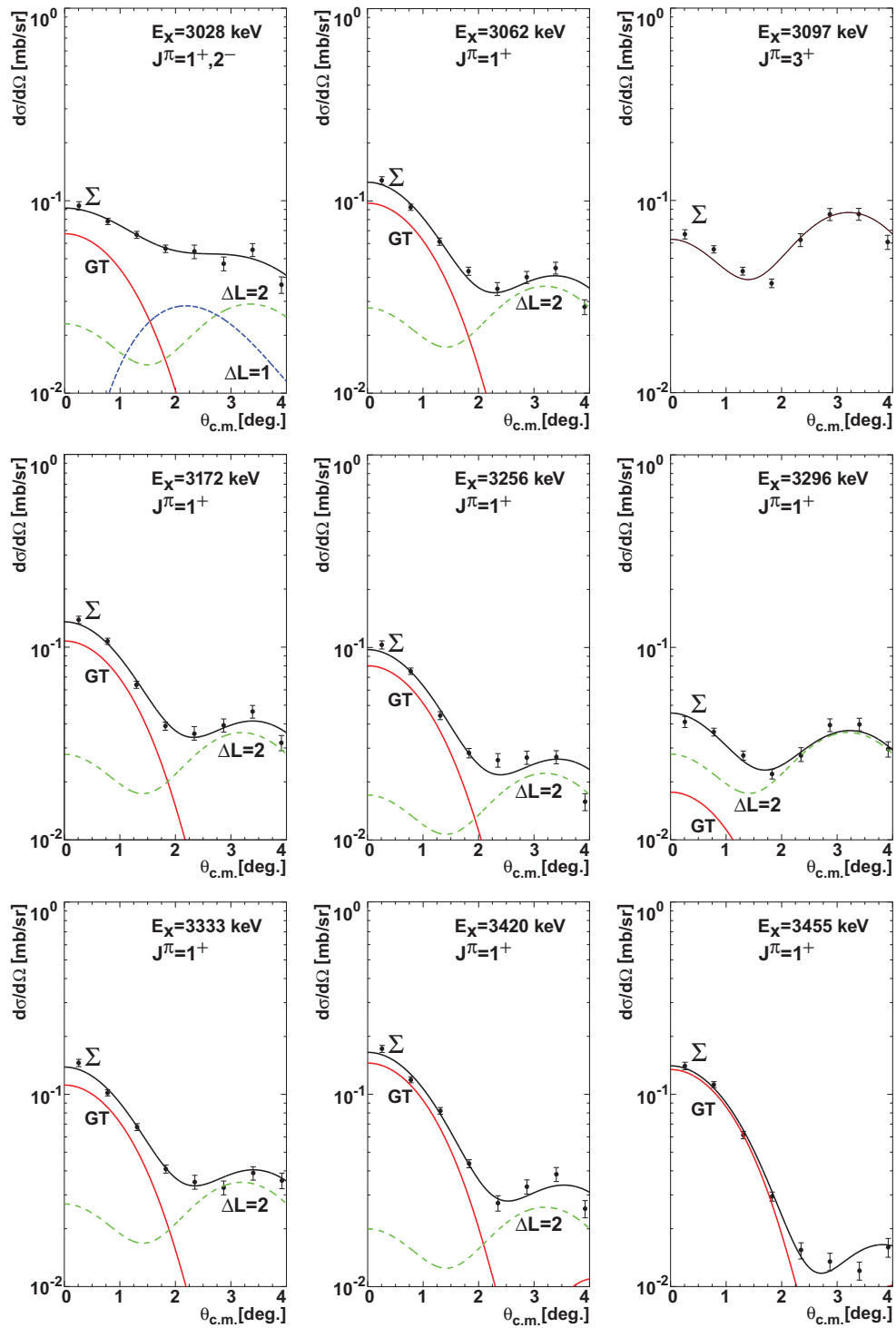


Abbildung 7.26 – Winkelverteilungen in der $^{82}\text{Se}(^3\text{He}, t)$ -Messung von 2941 bis 3028 keV.

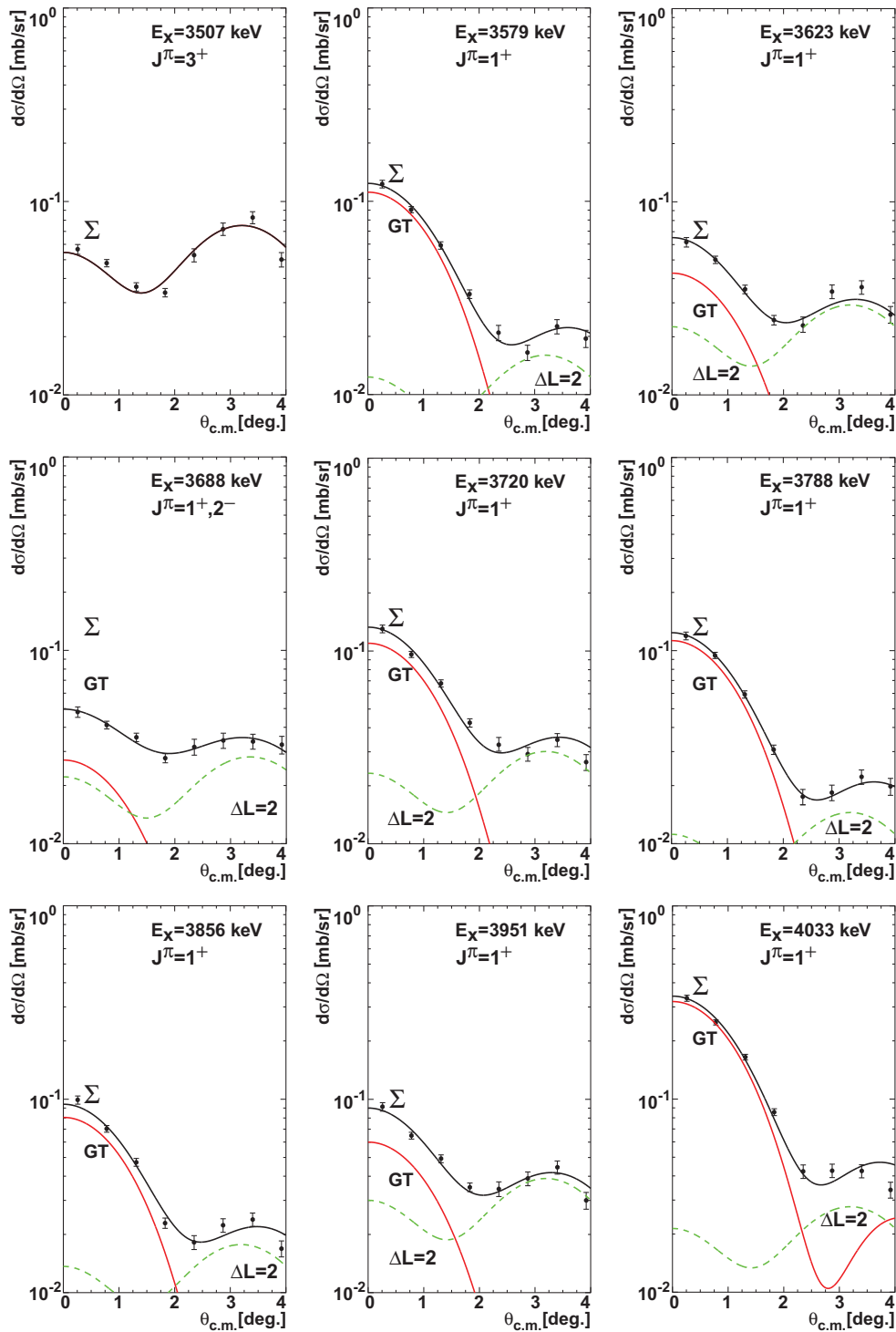


Abbildung 7.27 – Winkelverteilungen in der $^{82}\text{Se}(^3\text{He}, t)$ -Messung von 3029 bis 4033 keV.

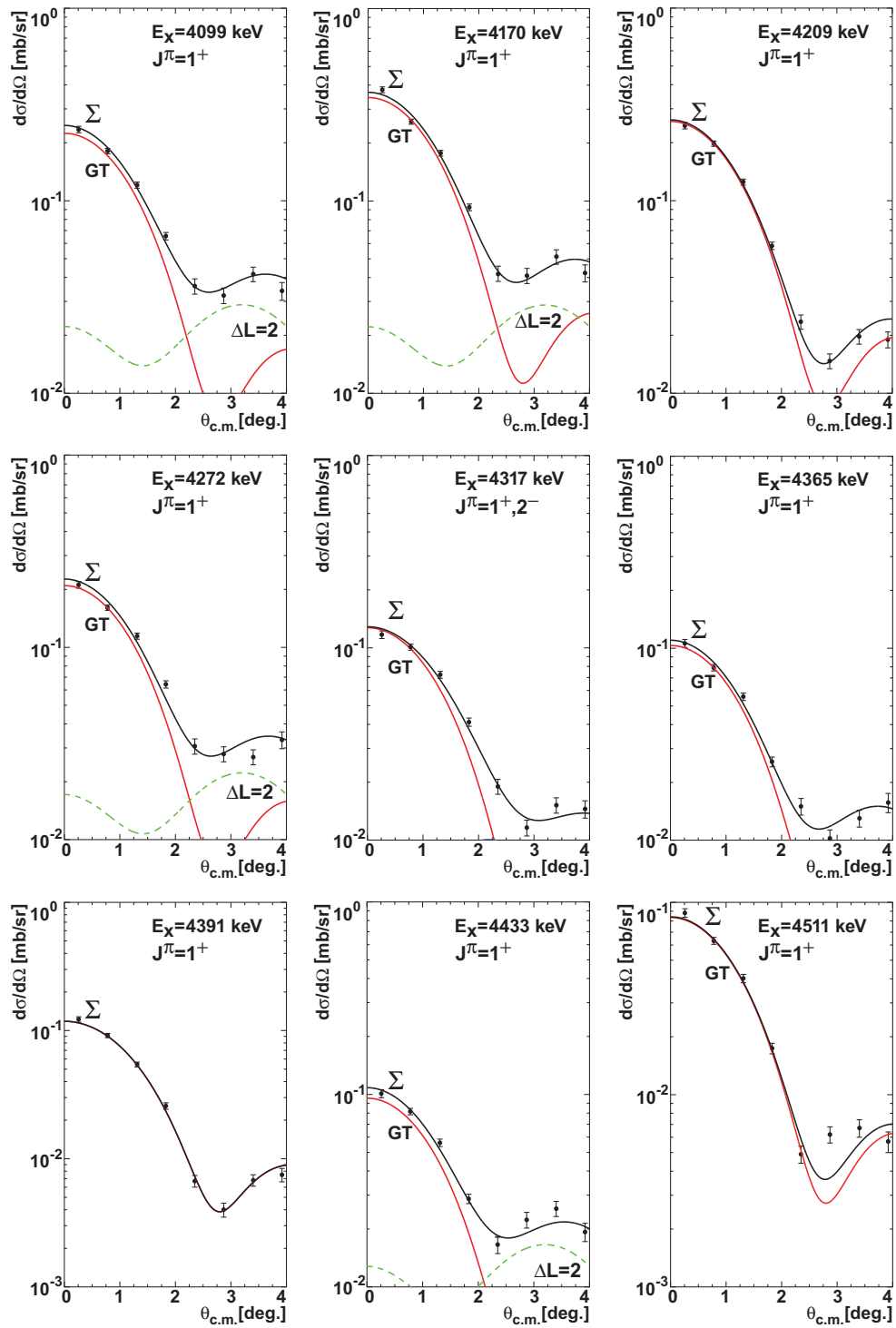


Abbildung 7.28 – Winkelverteilungen in der $^{82}\text{Se}(^3\text{He}, t)$ -Messung von 4034 bis 4511 keV.

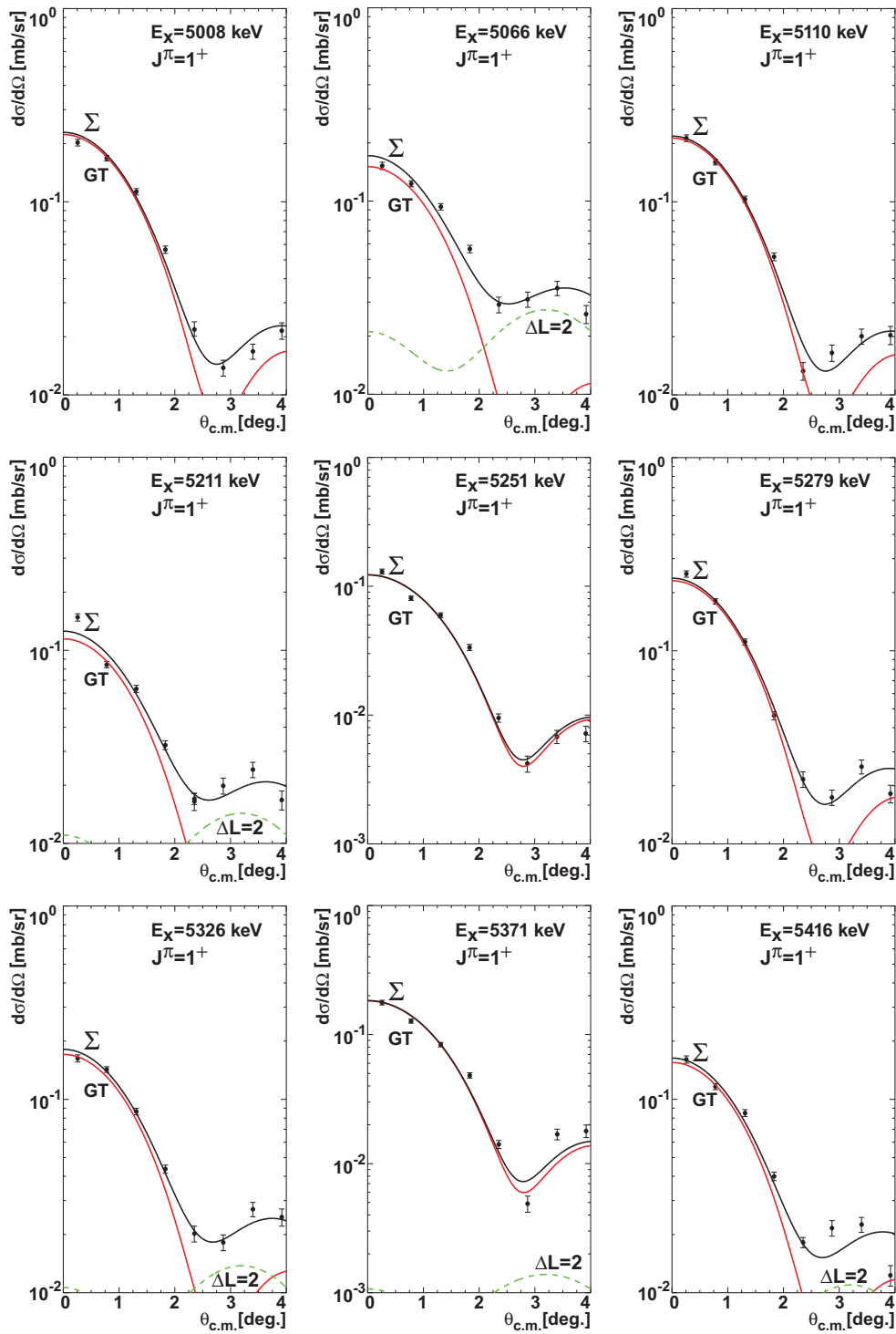


Abbildung 7.29 – Winkelverteilungen in der $^{82}\text{Se}(^3\text{He}, t)$ -Messung 4512 bis 5416 keV.

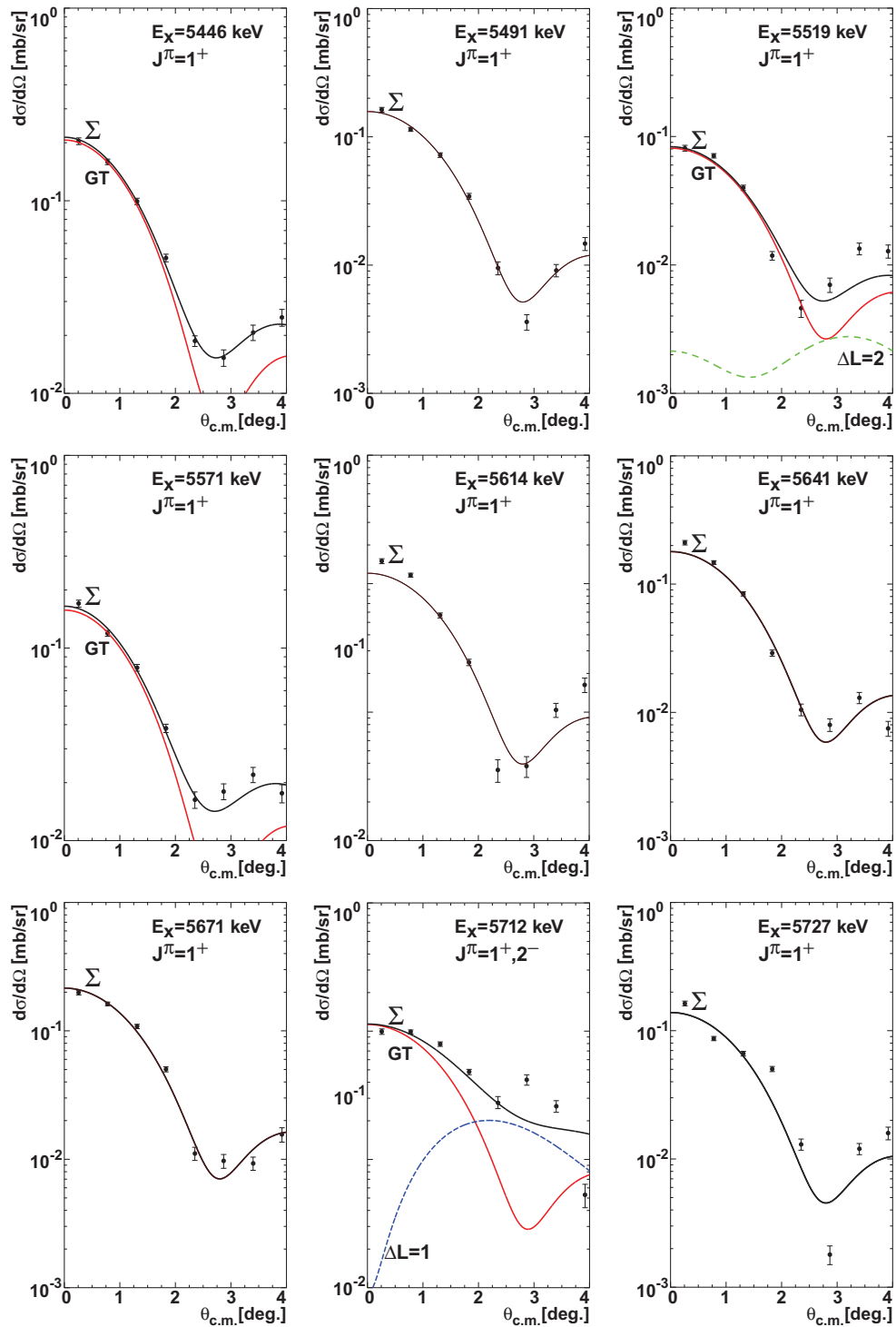


Abbildung 7.30 – Winkelverteilungen in der $^{82}\text{Se}(^3\text{He}, t)$ -Messung von 5417 bis 5727 keV.

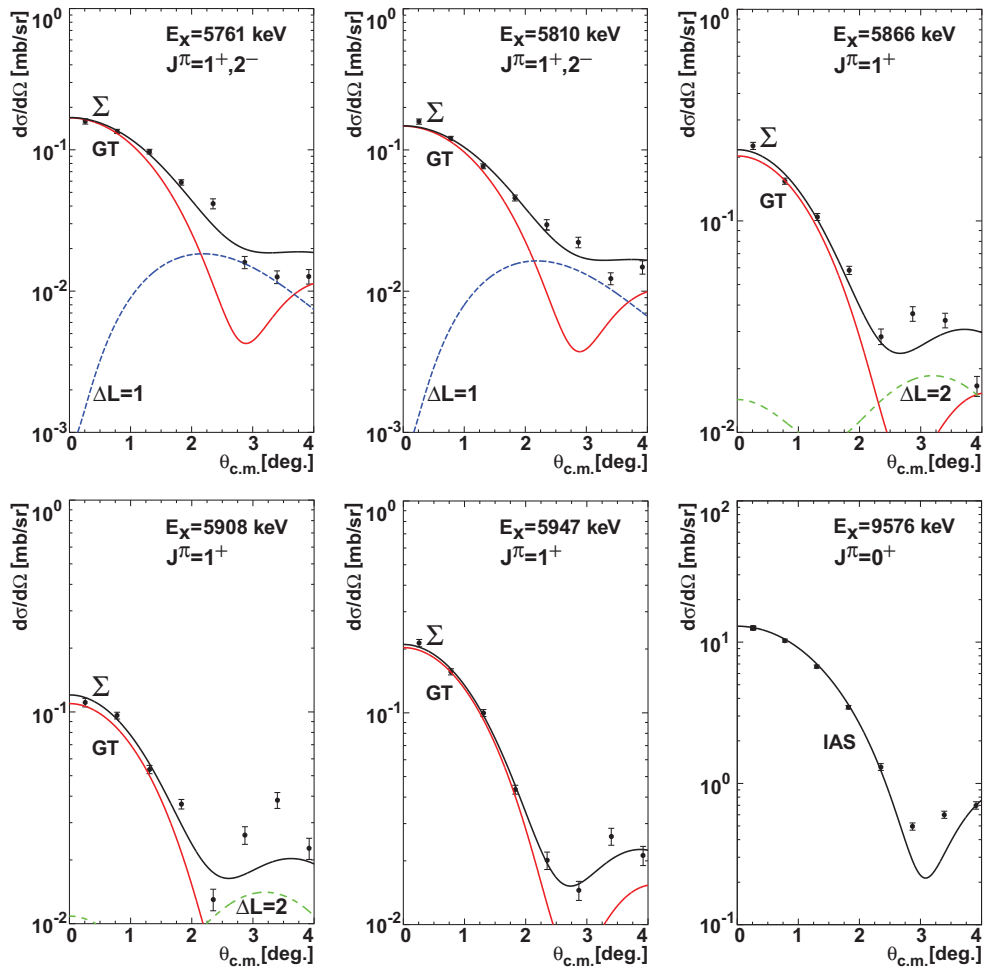


Abbildung 7.31 – Winkelverteilungen in der $^{82}\text{Se}(^3\text{He}, t)$ -Messung von 5728 bis 5947 keV und für den IAS.

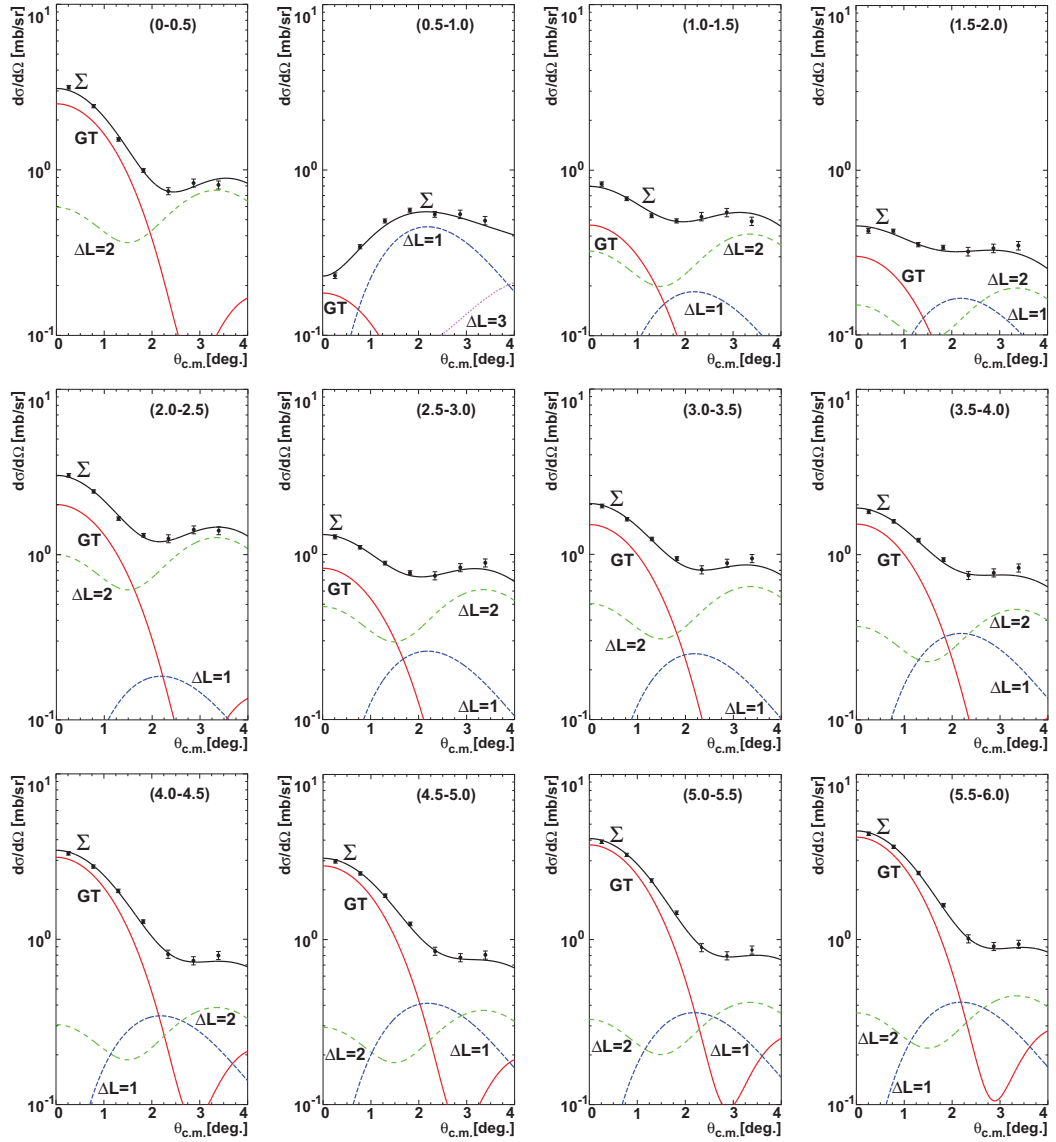


Abbildung 7.32 – Winkelverteilungen in der $^{82}\text{Se}(^3\text{He}, t)$ -Messung für Energiebins mit einer Breite von $\Delta E = 500$ keV.

7.3 Ergebnisse der ${}^{96}\text{Zr}({}^3\text{He}, t)$ -Reaktion

Dieses Kapitel behandelt die Untersuchung des $\beta\beta$ -Zerfallskerns ${}^{96}\text{Zr}$ (vergleiche Referenz [5]). Das ${}^{96}\text{Zr}$ ist eines von drei $\beta\beta$ -Zerfallskernen mit dem höchsten $\beta\beta$ -Zerfalls- Q -Wert (siehe Abbildung 7.33) und damit interessant für $\beta\beta$ -Zerfallszählexperimente wie NEMO3 [152].

Die gemittelte Halbwertszeit beträgt $\bar{T}_{1/2}^{2\nu} = (2.3 \pm 0.2) \times 10^{19}$ yr (nach Barabash, Referenz [34]).

Die hier vorgestellte Untersuchung soll Einblicke in die Kernstruktur des intermediären Kerns ${}^{96}\text{Nb}$ geben. Zusammen mit einer zuvor durchgeführten ($d, {}^2\text{He}$)-Reaktion am ${}^{96}\text{Mo}$ wird die Konstruktion des $\beta\beta$ -Zerfallskernmatrixelements versucht (Abschnitt 7.3.4).

Die (${}^3\text{He}, t$)-Reaktion erreicht eine Energieauflösung von 32 keV. Das *Target* besteht aus angereichertem Material, was eine Separation von Beiträgen aus anderen Zirkonium-Isotopen erforderlich machte. Das *Target* hat eine Massenbelegung von 1.06(5) mg/cm² (siehe Tabelle 3.10). In diesem Kapitel wird zunächst die Analyse

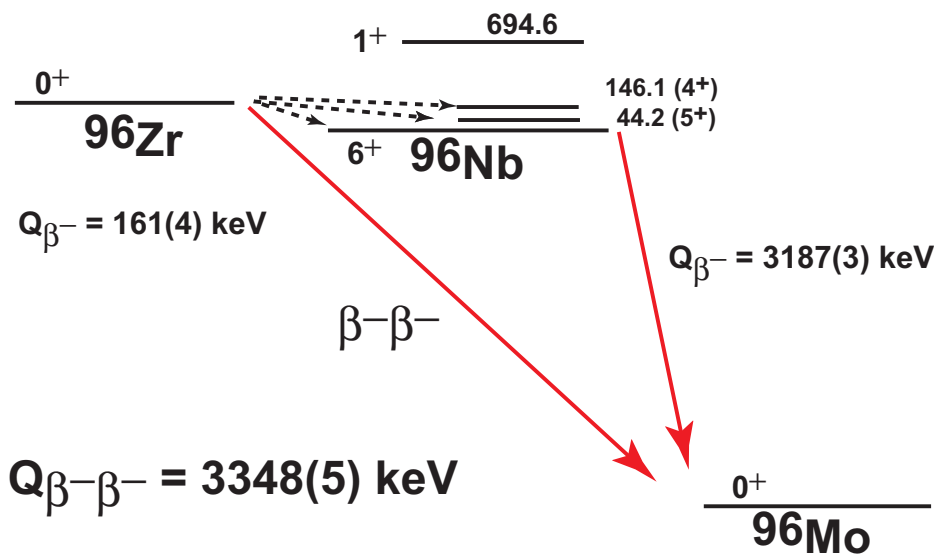


Abbildung 7.33 – Darstellung des $2\nu\beta\beta$ -Zerfallsprozesses im ${}^{96}\text{Zr}$. Die Abbildung zeigt den möglichen Zerfallsverlauf durch intermediäre 1^+ -Zustände im ${}^{96}\text{Nb}$. Die Q -Werte sind Referenz [127] entnommen. Die Anregungsenergien sind aus Referenz [23]. Der einfache β^- Zerfall aus dem ${}^{96}\text{Zr}$ in den g.s. des ${}^{96}\text{Nb}$ ist verboten.

erläutert (Abschnitt 7.3.1), danach folgt die Beschreibung der Stärkenextraktion

(Abschnitt 7.3.3). In Abschnitt 7.3.5 wird die Bestimmung der Isotopenhäufigkeit über die F-Stärke geschildert. Die im Rahmen der Analyse erstellten Winkelverteilungen werden am Ende des Kapitels dargestellt.

7.3.1 Analyse

In Abbildung 7.34 ist das Anregungsenergiespektrum der $^{96}\text{Zr}(^3\text{He}, t)^{96}\text{Nb}$ -Reaktion dargestellt. Die erreichte Energieauflösung ermöglicht eine detaillierte Analyse des Spektrums, in dem einzelne Zustände extrahiert werden können. Die Abbildung 7.34 zeigt drei Anregungsenergien aus drei verschiedenen Winkelbereichen. Jedem Winkelbereich ist eine Farbe zugeordnet. Die Darstellung zeigt das winkelabhängige Verhalten des Spektrums. Übergänge mit einem Minimum bei Vorwärtswinkeln, d.h. mit einem Drehimpuls von $\Delta L = 0$, erscheinen in schwarz. Diese Übergänge sind wahrscheinlich von $\Delta L = 0$ dominiert. Spin-Dipol-Übergänge ($\Delta L = 1$) haben ein zu höheren Vorwärtswinkeln verschobenes Maximum und erscheinen in grau.

Das Anregungsenergiespektrum teilt sich in drei Bereiche auf:

1. Der Bereich mit Anregungsenergien von 0 bis ca. 8 MeV: Dieser Bereich besitzt einzelne separierbare Zustände.
2. Der Bereich um eine Anregungsenergie von $E_x \approx 11$ MeV: Hier liegt die GTR. Am niederenergetischen Ausläufer der GTR liegt ein stark angeregter Zustand. Dieser Zustand bei $E_x(^{96}\text{Nb})=8408$ keV hat einen $J^\pi = 1^+$ -Charakter und ist identifiziert als $E_x(^{90}\text{Nb})=2126.5$ keV des ^{90}Nb . In der niederenergetischen Flanke der GTR liegen mehrere Zustände. Diese Zustände sind als F-Übergänge ($0^+ \rightarrow 0^+$, IAS) der verschiedenen Isotope des Zirkoniums (^{96}Zr , ^{94}Zr , ^{92}Zr , ^{91}Zr , ^{90}Zr) identifiziert worden (siehe Darstellung in Abbildung 7.34 und Tabelle 7.14). Die Lagen der IAS wurden mit bekannten Werte verglichen. Außerdem wurde eine Näherungsformel zur Berechnung der Anregungsenergien der IAS verwendet, wie sie in Referenz [153] angegeben wurde. Die in diesem Experiment bestimmten Anregungsenergien stimmen mit den bekannten bzw. denen aus der Formel innerhalb von 50 keV überein. Die Winkelverteilungen sind in Abbildung 7.41 gezeigt. In der hoch-energetischen Flanke der GTR ist der ^{12}N g.s. nachweisbar; dieser kommt aus einer Kohlenstoffkontamination des *Targets*.
3. Der Bereich um eine Anregungsenergie von $E_x \approx 22$ MeV: Hier liegt die SDR ($J^\pi = 2^-$ -Charakter).

Aufgrund des angereicherten *Targets* ist es erforderlich, die verschiedenen Zustände auf ihre Isotopenherkunft zu überprüfen. Alle identifizierten Zustände sind in Tabelle 7.17 angegeben. Oberhalb einer Anregungsenergie von ≈ 3.5 MeV ist eine

Übergang	Q_{xx} -Wert [keV]
${}^{96}\text{Zr}(0^+) \longrightarrow {}^{96}\text{Nb}(6^+)$	+0(4)
${}^{94}\text{Zr}(0^+) \longrightarrow {}^{94}\text{Nb}(6^+)$	-1063(5)
${}^{92}\text{Zr}(0^+) \longrightarrow {}^{92}\text{Nb}(7^+)$	-2167(5)
${}^{91}\text{Zr}(\frac{5}{2}^+) \longrightarrow {}^{91}\text{Nb}(\frac{9}{2}^+)$	-1419(5)
${}^{90}\text{Zr}(0^+) \longrightarrow {}^{90}\text{Nb}(8^+)$	-6272(6)

Tabelle 7.13 – Übersicht der Q -Werte [127] der für die Analyse relevanten Zirkoniumisotope relativ zu ${}^{96}\text{Nb}$. Die eingeklammerten Werte geben das J^π des jeweiligen g.s. im Mutter- bzw. Tochterisotop [23] an.

Extraktion von einzelnen Zuständen nicht mehr möglich.

Der g.s. im ${}^{96}\text{Nb}$ hat $J^\pi = 6^+$ [23] und wird in der $({}^3\text{He}, t)$ -Reaktion nicht angeregt.

Der erste angeregte Zustand wird bei $E_x({}^{96}\text{Nb}) = 184$ keV beobachtet. Dieser hat $J^\pi = 3^+$ und ist erst unter höheren Vorwärtswinkeln sichtbar, da er bei großen Vorwärtswinkel vom ${}^3\text{He}^{++}$ -Peak überlagert wird.

Der erste $J^\pi = 1^+$ -Zustand wird bei einer Anregungsenergie von 694 keV nachgewiesen. Dieser dominiert das ${}^{96}\text{Nb}$ -Spektrum (siehe Abbildung 7.35).

Der Zustand bei $E_x({}^{96}\text{Nb}) = 3255$ keV ist aus dem ${}^{92}\text{Nb}$ -Isotop und wird dort dem Zustand bei $E_x({}^{92}\text{Nb}) = 1089.4$ keV zugeordnet.

Bei der Betrachtung des ${}^{90}\text{Nb}$ -Zustandes und des g.s. im ${}^{12}\text{N}$ fällt auf, dass deren Anregungsenergien nicht mit denen in der Literatur angegebenen Energien übereinstimmen:

- So liegt der ${}^{90}\text{Nb}$ -Zustand bei $E_x({}^{96}\text{Nb}) = 8408$ keV bei $E_x({}^{90}\text{Nb}) = 2136(6)$ keV. Der Fehler setzt sich zusammen aus den Fehlern der Q -Werte (siehe Tabelle 7.13) und der Genauigkeit der Energiekalibrierung (siehe Kapitel 4.9). In Referenz [23] ist ein Zustand mit einem $J^\pi = 1^+$ -Charakter bei 2125.6(7) keV bekannt. Hier ist keine Übereinstimmung gegeben. Darüber hinaus wurden für diesen ${}^{90}\text{Nb}$ -Zustand in Ladungsaustauschreaktionen vom Typ (p, n) verschiedene Anregungsenergien bestimmt:
 - $E_x({}^{90}\text{Nb}) = 2126$ keV in Referenz [154] in einer $({}^3\text{He}, t)$ -Reaktion bei einer Einschussenergie von 37.7 MeV.
 - $E_x({}^{90}\text{Nb}) = 2334$ keV in Referenz [155] in (p, n) -Reaktionen bei $E_p = 35$ and 45 MeV.
 - $E_x({}^{90}\text{Nb}) = 2.3(2)$ MeV in einer (p, n) -Reaktion [156] bei einer Einschussenergie von $E_p = 120$ MeV.
 - $E_x({}^{90}\text{Nb}) = 2.3(2)$ MeV in einer (p, n) -Reaktion [157] bei einer Einschussenergie von $E_p = 295$ MeV.

Isotop	$E_x(^{96}\text{Nb})[\text{MeV}]$		$E_x(^{90+x}\text{Nb})[\text{MeV}]$		$B(F)$
	Berechnet [153]	Exp.	Bekannt [23]	Exp.	
^{96}Zr	10.988	10.941(5)	–	10.941(3)	16
^{94}Zr	11.077	11.051(*)	–	9.988(5)	14
^{92}Zr	11.170	11.184(*)	9.008(18)	9.017(5)	12
^{91}Zr	11.217	11.232(*)	9.823(06)	9.812(5)	11
^{90}Zr	11.265	11.309(*)	5.008(10)	5.037(6)	10

Tabelle 7.14 – Übersicht der IAS-Anregungsenergien: Spalte zwei listet die Positionen auf, die mit der Näherungsformel aus Referenz [153] berechnet wurden. In Spalte drei ist der in der $(^3\text{He}, t)$ -Reaktion ermittelte Wert gegeben. Die Angaben in diesen beiden Spalten beziehen sich auf das Anregungsenergiespektrum von ^{96}Nb . Die experimentellen Werte besitzen einen systematischen Fehler von ± 5 keV für das ^{96}Nb , der ebenso für die anderen IAS gilt; diese sind mit (*) markiert. Dies resultiert aus der Energiekalibrierung bei dieser Anregungsenergie. Die vierte Spalte gibt die bekannten Anregungsenergien im jeweiligen Tochterisotop (^{90+x}Nb , $x = 0, 1, 2, 4, 6$) an und zum Vergleich wiederum der in der $(^3\text{He}, t)$ -Reaktion beobachtete Wert (Spalte fünf). In Spalte sechs ist die $B(F)$ -Stärke angegeben.

- Der ^{12}N g.s. liegt bei $E_x(^{96}\text{Nb})=17516$ keV. Unter Berücksichtigung der Hälfte des Triton-Energieverlusts im *Target* (im Mittel findet die Reaktion nach der Hälfte des *Target*-Durchgangs statt) - der mittlere Energieverlust beträgt $\approx 13.87^{\text{keV}}/\text{mg}\cdot\text{cm}^{-2}$ - liegt der ^{12}N g.s. 10 keV über dem erwarteten Wert.

Eine mögliche Erklärung für die Abweichung ist eine abnehmende Genauigkeit in der Energiekalibrierung mit steigender Anregungsenergie: Im niederenergetischen Teil des Spektrums reproduziert die Kalibrierung die Anregungsenergien eines Großteils der Zustände (siehe Tabelle 7.17). Ab einer Anregungsenergie von ≈ 8 MeV nimmt die in Kapitel 4.9 diskutierte Genauigkeit ab. Ursache hierfür ist die größere Ungenauigkeit für die Zustände im Silizium.

Zur Ermittlung der GT-Stärke im Anregungsenergiebereich von 3 bis 5 MeV sind Energiebins mit der Breite $\Delta E = 500$ keV erstellt worden. Der Wirkungsquerschnitt wurde unter Berücksichtigung der beitragenden Zirkoniumisotope ermittelt. Einzig das ^{90}Zr trägt nicht dazu bei, weil es erst bei einer Anregungsenergie von mehr als 6 MeV auftritt. Die Häufigkeit für das ^{96}Zr wird auf 63.3% korrigiert.

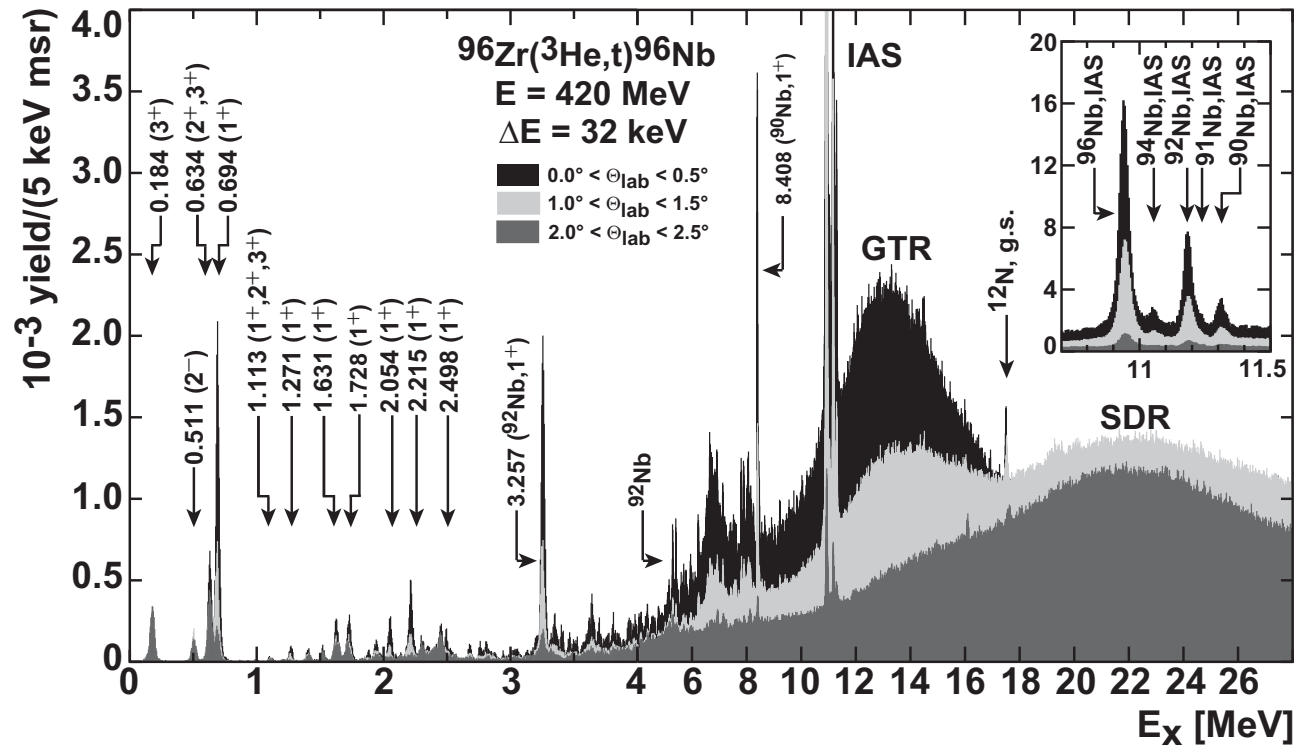


Abbildung 7.34 – Anregungsenergiespektrum für die $^{96}\text{Zr}(^3\text{He},t)^{96}\text{Nb}$ -Reaktion. Die Spektren wurden aus drei verschiedenen Winkelausschnitten erstellt, die übereinandergelegt sind. Dieses zeigt die winkelabhängige Entwicklung von Zuständen. Übergänge mit $\Delta L = 0$ erscheinen schwarz, da sie ihr Maximum bei minimalen Vorwärtswinkeln haben. Oberhalb einer Anregungsenergie von 4 MeV ist die Skalierung der Energieachse komprimiert. Die kleine Abbildung zeigt eine Vergrößerung des IAS-Bereichs. Als Konsequenz des nichtisotopenreinen *Target*-Materials erscheinen Zustände aus den verschiedenen Isotopen im Spektrum. Es konnte auch eine Kohlenstoffverunreinigung auf dem *Target* nachgewiesen werden. Der Zustand bei 184 keV fehlt im ersten Winkelausschnitt, da dieser hier vom $^3\text{He}^+$ Peak verdeckt wird.

Projektil / Ejektil	V_R [MeV]	r_R [fm]	a_R [fm]	W_I [MeV]	r_I [fm]	a_I [fm]
– $^{96}\text{Zr}, ^{94}\text{Zr}$ –						
^3He	-31.20	1.363	0.818	-48.58	1.044	1.055
^3H	-26.52	1.363	0.818	-41.29	1.044	1.055
– ^{92}Zr –						
^3He	-31.20	1.363	0.818	-46.27	1.044	1.055
^3H	-26.52	1.363	0.818	-39.33	1.044	1.055
– ^{90}Zr –						
^3He	-31.20	1.363	0.818	-42.06	1.044	1.055
^3H	-26.52	1.363	0.818	-35.75	1.044	1.055

Tabelle 7.15 – Die OM-Parameter für die $\text{Zr}(^3\text{He}, t)$ -Modellrechnungen. Oben sind die Parameter für ^{96}Zr und ^{94}Zr angegeben, in der Mitte die Parameter für ^{92}Zr und unten die Parameter für ^{90}Zr .

7.3.2 DWBA-Modellrechnungen

Für alle in Tabelle 7.17 angegebenen Zustände werden Winkelverteilungen extrahiert. Diese werden mit DWBA-Modellrechnungen (siehe Kapitel 5.3) verglichen. Die für ^{96}Zr erforderlichen Parameter für das OM werden in Tabelle 7.15 angegeben. Als Parameter werden die in Referenz [103] aufgeführten verwendet bzw. für die einzelnen Zirkoniumisotope adaptiert. Die Winkelverteilungen sind in Abbildung 7.38 und Folgende am Ende des ^{96}Zr -Kapitels gezeigt.

	${}^{90}\text{Zr}({}^3\text{He}, t)$		${}^{92}\text{Zr}({}^3\text{He}, t)$		${}^{96}\text{Zr}({}^3\text{He}, t)$	
	expmntll. über WQ	bknt.	expmntll. über WQ	bknt.	expmntll. über WQ	bknt.
J_τ [MeV · fm ³]	61.6(14)	—	63.3(14)	—	64.9(10)	—
$J_{\sigma\tau}$ [MeV · fm ³]	161.5(35)	—	161.5(35)	—	161.5(35)	—
$B(\text{F})$	10.0(3)	10	12.0(3)	12	16.0(3)	16
$B(\text{GT})$	1.47(1)		0.312(15)		0.153(7)	
$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\text{GT}, q = 0)$	9.29(20) [mb/sr]		1.91(4) [mb/sr]		0.892(14) [mb/sr]	
$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\text{F}, q = 0)$	9.08(28) [mb/sr]		11.2(2) [mb/sr]		14.9(2) [mb/sr]	
R^2	—	7.0(2)	—	6.6(4)	—	6.3(3)

Tabelle 7.16 – Zusammenfassung der Ergebnisse für das R^2 : In der zweiten Spalte werden die experimentell ermittelten Werte für die Stärke und den Wirkungsquerschnitt angegeben. Der Wirkungsquerschnitt entspricht dem jeweiligen GT- bzw. F-Beitrag. In der dritten Spalte werden die bekannten Werte für die Stärken aufgelistet. Die unterste Zeile enthält die daraus berechneten R^2 -Werte.

7.3.3 Extraktion der GT- und F-Stärke

Die Extraktion der GT-Stärke erfolgt nach der bekannten Rezeptur (vergleiche Kapitel 5.4.2). Die Stärkeverteilung ist in Abbildung 7.36 gezeigt.

Die für einzelne Zustände ermittelte GT-Stärken sind in Tabelle 7.17 aufgelistet. Es wurde auch die GT-Stärkeverteilung für ${}^{92}\text{Nb}$ und ${}^{90}\text{Nb}$ extrahiert.

Der $B(\text{GT})$ im ${}^{90}\text{Nb}$ ist zu $B(\text{GT})=1.47(1)$ extrahiert worden. In der (p, n) -Reaktion wird von einer GT-Stärke von $B(\text{GT})=1.8(3)$ [156] berichtet. Diese beiden Werte sind verträglich.

Die berechneten Werte für das R^2 im Falle der Zirkoniumisotope sind in Tabelle 7.16 angegeben.

Tabelle 7.17 – Anregungsenergien, Wirkungsquerschnitte, $B(\text{GT})$ -Stärken für die identifizierten Zustände in der $\text{Zr}(\text{}^3\text{He}, t)$ -Reaktion. In Spalte eins ist die Anregungsenergie im Anregungsenergiespektrum von ^{96}Nb angegeben. In der zweiten Spalte ist der Spin angegeben, der über die Winkelverteilungen bestimmt werden. In der dritten Spalte wird Zustand einem Isotop zugeordnet, dessen jeweilige Anregungsenergie in Spalte vier und der Spin in Spalte fünf steht. In Spalte sieben ist der Wirkungsquerschnitt bei $q = 0$ aufgeführt. Die Spalte acht listet den GT-Anteil auf. In der neunten Spalte ist die extrahierte Stärke angegeben. Die Fehler der Wirkungsquerschnitte sind statistischer Natur. Der Fehler in der Stärke ist die Hälfte des Nicht-GT-Anteils. Hinweis: Der Zustand bei 2359 keV besteht aus $^{96}\text{Nb } J^\pi = 1^+$ -Zustand und einem $^{92}\text{Nb } J^\pi = 2^-$ -Zustand. Zeilen, die mit einem \blacklozenge gekennzeichnet sind bedeuten, dass der beschriebene Zustand aus einem anderen Niob-Isotop stammt.

^{96}Nb		$^{\text{A}}\text{Nb}$ [23]			$\frac{d\sigma}{d\Omega}$	GT	$B(\text{GT})$	Kommentar
E_x [keV]	J^π	A	E_x [keV]	J^π	($q = 0$) [mb/sr]	%		
184	3^+	96	184.58	(3^+)	–	–	–	$J^\pi=3^+$ bestätigt
511	2^-	96	511.84	(2^-)	–	–	–	$J^\pi=2^-$ bestätigt
634	$(2^+, 3^+)$	96	634.96	(2^+)	–	–	–	
694	1^+	96	694.62	(3^-)	0.978(15)	91	0.153(7)	
1113	$(1^+, 2^+, 3^+)$	96	1116(10)	–	–	–	–	
1271	1^+	96	1270.18	–	0.057(2)	92	0.009(1)	
1411	$(1^+, 2^+, 3^+)$	96	(1427(5))	–	–	–	–	Zuordnung unklar
1521	3^+	96	1519.9	$(3, 0)$	–	–	–	$J^\pi=3^+$ bestätigt
1631	1^+	96	1652(10)		0.157(4)	70	0.019(4)	
1728	1^+	96	1720(10)		0.174(4)	58	0.017(6)	
1884	1^+	96	1872(10)		0.036(2)	81	0.005(1)	
1943	1^+	96	1937(10)		0.084(4)	61	0.009(3)	
2054	1^+	96	(2100(30))		0.143(4)	86	0.021(2)	

Tabelle 7.17 – Fortsetzung auf der nächsten Seite

Tabelle 7.17 – Fortsetzung von vorheriger Seite

${}^{96}\text{Nb}$		${}^A\text{Nb}$ [23]			$\frac{d\sigma}{d\Omega}$	GT	$B(\text{GT})$	Kommentar
E_x [keV]	J^π	A	E_x [keV]	J^π	($q=0$) [mb/sr]	%		
2215	1^+	96	(2240(30))		0.241(6)	89	0.037(2)	
◆ 2302	$(2^+, 3^+)$	92	135.5	(2^+)	–	–	–	10.1 d Isomer im ${}^{92}\text{Nb}$
2359	$1^+, 2^-$	96			0.065(2)	57	0.006(2)	$J^\pi = 2^-$ -Beitrag aus ${}^{92}\text{Nb}$
◆ 2453	3^+	92	285.7	(3^+)	–	–	–	$J^\pi = 3^+$ im ${}^{92}\text{Nb}$ bestätigt
2498	1^+	96			0.105(3)	71	0.013(3)	
2683	$1^+, 2^-$	96			0.061(2)	76	0.008(1)	
2764	1^+	96			0.061(2)	79	0.008(1)	
2814	1^+	96			0.072(2)	72	0.009(2)	
◆ 3257	1^+	92	1089.4	(1^+)	2.10(5)	92	0.312(15)	$J^\pi = 1^+$ Zustand im ${}^{92}\text{Nb}$ bestätigt
◆ 8408	1^+	90	2125.6	1^+	9.39(20)	99	1.47(1)	der Zustand liegt ≈ 10 keV über bekannter Anregungsenergie
Energiebin	[3.0-3.5]				0.71(1)	73	0.09(2)	
Energiebin	[3.5-4.0]				1.33(2)	66	0.15(4)	
Energiebin	[4.0-4.5]				1.53(2)	55	0.14(6)	
Energiebin	[4.5-5.0]				1.76(3)	56	0.17(7)	
10941	0^+	96			14.9(2)		$B(\text{F})=16$	$J_\tau=64.9(10)$ [MeV · fm ³]
◆ 11184	0^+	92	9008(18)	(0^+)	11.2(2)		$B(\text{F})=12$	$J_\tau=63.3(14)$ [MeV · fm ³]
◆ 11309	0^+	90	5008(10)	(0^+)	9.1(2)		$B(\text{F})=10$	$J_\tau=61.6(14)$ [MeV · fm ³]

7.3.4 Extraktion des Matrixelements des $2\nu\beta\beta$ -Zerfalls

Die Verknüpfung zwischen dem ME im $2\nu\beta\beta$ -Zerfall und der extrahierten $B(\text{GT}^\pm)$ -Stärke ist in den Gleichungen (2.6) und (2.16) gegeben. Die zur Extraktion des MEs erforderliche $B(\text{GT}^+)$ -Stärke wurde in einer $^{96}\text{Mo}(d, ^2\text{He})^{96}\text{Nb}$ -Reaktion von Dohmann *et al.* [158] ermittelt. Bei dieser Reaktion wurde ein Deuteron-Strahl mit einer Einschussenergie von 183 MeV verwendet. Die Messung wurde am Kernfysisch Versneller Instituut (KVI), Niederlande, durchgeführt. Die Energieauflösung beträgt $\Delta E = 120$ keV. Das Anregungsenergiespektrum ist in Abbildung 7.35 dargestellt.

Die Messungen ergaben, dass fast die gesamte GT^+ -Stärke in einem Zustand konzentriert ist. Dieser Zustand liegt bei einer Anregungsenergie von $E_x(^{96}\text{Nb})=0.69$ MeV. Die extrahierte GT^+ -Stärke ist $B(\text{GT}^+)=0.29(8)$. Damit ergibt sich für das ME:

$$|M_{\text{DGT}}^{2\nu}| = 0.095(4) \text{ MeV}^{-1} \quad (7.6)$$

mit einem systematischen Fehler in Höhe von 10%.

Für die Halbwertszeit des $^{96}\text{Zr}(2\nu\beta\beta)$ -Zerfalls ist von Barabash [34] ein Durchschnittswert ermittelt worden:

$$T_{1/2}^{2\nu} = [2.3 \pm 0.2] \times 10^{19} \text{ yr}. \quad (7.7)$$

Das ME ist mit der Zerfallsrate bzw. der Halbwertszeit verknüpft über Gleichung (2.11). Der Phasenraumfaktor $G^{(2\nu)}(Q, Z)$ wurde von Suhonen *et al.* berechnet zu

$$G_{\beta\beta}^{2\nu} = 1.80 \times 10^{-17} \cdot m_e^2 \text{ yr}^{-1}.$$

Die Berechnung erfolgte mit $g_A = -1.254$ [37], wobei $G_{\beta\beta}^{2\nu} \propto g_A^4$ gilt. Der Phasenraumfaktor wurde mit dem neueren Wert von $g_A = 1.2694(28)$ [8, 9] berechnet zu:

$$G_{\beta\beta}^{2\nu} = 1.89 \times 10^{-17} \cdot m_e^2 \text{ yr}^{-1}.$$

Mit diesem Phasenraumfaktor ergibt sich aus der Halbwertszeit ein ME:

$$|M_{\text{DGT}}^{2\nu}| = 0.094(8) \text{ MeV}^{-1}. \quad (7.8)$$

Die beide Werte stehen in Übereinstimmung. Das gesamte ME für den $2\nu\beta\beta$ -Zerfall scheint durch nur einen Zustand vollständig konstruiert.

7.3.5 Isotopenbestimmung

Als *Target*-Material wurde spezifiziertes nichtisotopenreines Zirkonium verwendet. Die Spezifikation ist in Tabelle 7.18 angegeben. Die Anreicherung der einzelnen Isotope wurde mit den Zählraten der IAS ermittelt. Dazu wurde jeder *Peak* mit einer Faltung aus einer Gauß- und Lorentz-Funktion gefittet (vergleiche Kapitel 7.1.4). Das Verhältnis wurde mit Gleichung (7.2) ermittelt. Die Resultate stimmen mit der Spezifikation überein.

Isotop	Spezifikation %	Analyse %
${}^{96}\text{Zr}$	57.4(2)	57.7(13)
${}^{94}\text{Zr}$	4.2(1)	4.9(2)
${}^{92}\text{Zr}$	27.2(1)	26.6(6)
${}^{91}\text{Zr}$	2.0(1)	2.3(1)
${}^{90}\text{Zr}$	9.2(1)	8.4(2)

Tabelle 7.18 – Übersicht der Zusammensetzung des Zirkonium-*Targets*. In Spalte zwei ist die Spezifikation des *Target*-Materials angegeben und in Spalte drei die Ergebnisse der Analyse. Innerhalb der Fehler stimmen diese Werte überein.

7.3.6 Diskussion

Kernstruktur Die Untersuchungen am Zirkonium erfolgen mit einem *Target*, das zu 57.7% ${}^{96}\text{Zr}$ enthält. Die Beiträge der übrigen Isotope können nachgewiesen und von der Analyse des ${}^{96}\text{Zr}$ separiert betrachtet werden.

Das Spektrum des ${}^{96}\text{Nb}$ wird bis zu einer Anregungsenergie von 5 MeV von einem Zustand bei 694 keV dominiert, der über die Winkelverteilung als $J^\pi = 1^+$ identifiziert werden kann. Insgesamt besitzt das Spektrum 19 Zustände aus dem ${}^{96}\text{Nb}$. Weitere Zustände kommen aus dem ${}^{92}\text{Nb}$ und dem ${}^{90}\text{Nb}$. Das gemischte *Target* bietet die Möglichkeit eines Vergleichs der Übergangsstärken, und dies unabhängig von Störungen wie z.B. der *Target*-Dicke oder Effizienzen. Es kann gezeigt werden, dass die Bestimmung des Isotopenverhältnisses allein durch die Analyse der IAS erfolgen kann (vergleiche Tabelle 7.18).

Das ermittelte $B(F)$ ist für alle enthaltenen Zirkoniumisotope größer (zwischen 18% und 31%) als die Erwartung. *Target*-Eigenschaften können ausgeschlossen werden, da auch in diesem Fall eine unabhängige Überprüfung mit Hilfe einer α -Messung durchgeführt wurde.

$\beta\beta$ -Zerfall Wie die Extraktion des Matrixelementes ergibt, scheint es sich in diesem Fall um eine *Single State Dominance* (SSD) [159] zu handeln. Der $2\nu\beta\beta$ -Zerfall könnte ausschließlich über den Zustand bei einer Anregungsenergie von 694 keV ablaufen, sofern keine höher liegende GT-Stärke involviert ist.

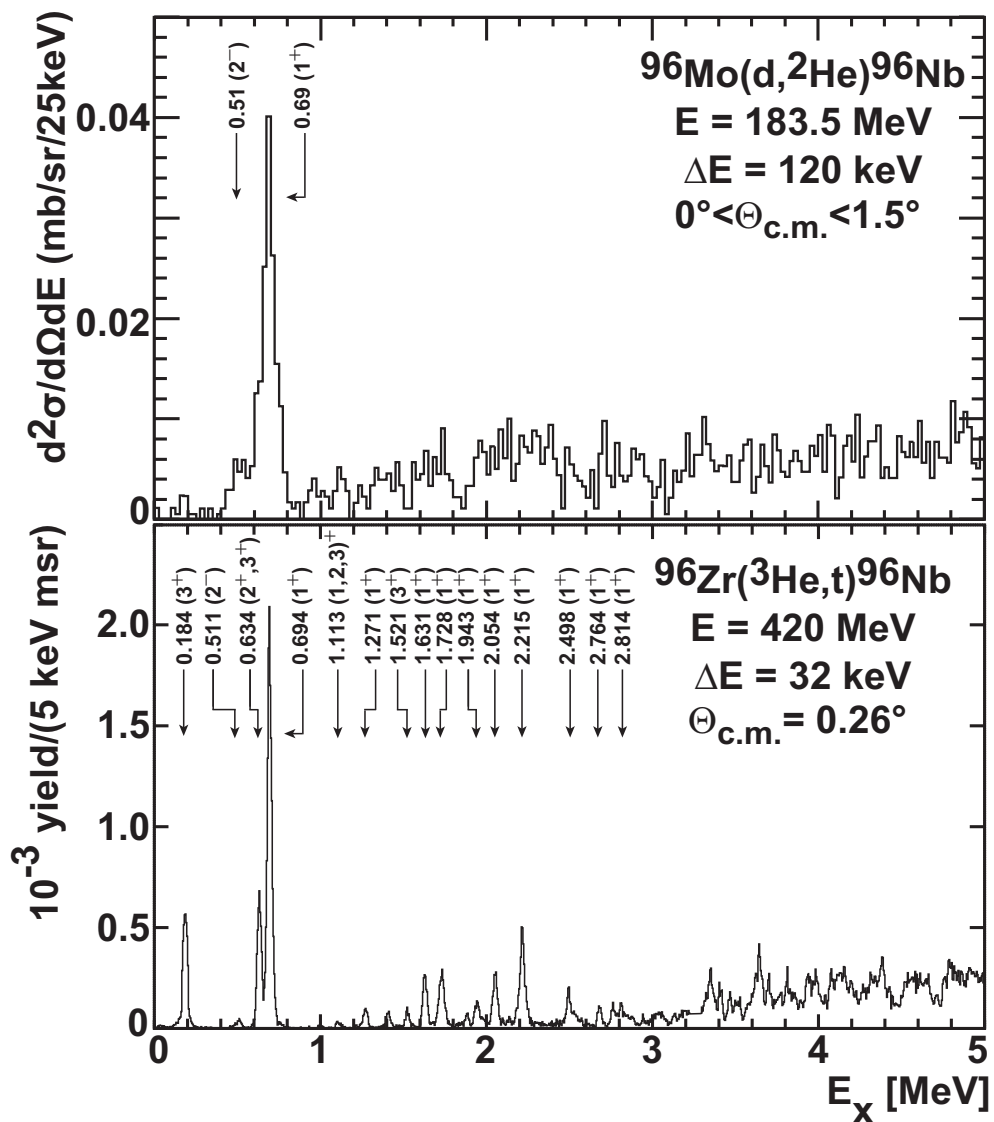


Abbildung 7.35 – Vergleich der Anregungsenergiespektren der $^{96}\text{Mo}(d,^2\text{He})^{96}\text{Nb}$ -Reaktion (oben, Ref. [158]) mit dem der $^{96}\text{Zr}(^3\text{He},t)^{96}\text{Nb}$ -Reaktion (unten). Die Anregungsenergiespektren besitzen jeweils einen stark angeregten Zustand mit $J^\pi = 1^+$ -Charakter, der fast die gesamte GT-Stärke im niedrig-angeregten Bereich beinhaltet. Der Zustand bei 184 keV ist im ^{96}Nb nur angedeutet, da er unter dem 0° -Winkel vom $^3\text{He}^{++}$ -Peak verdeckt wird.

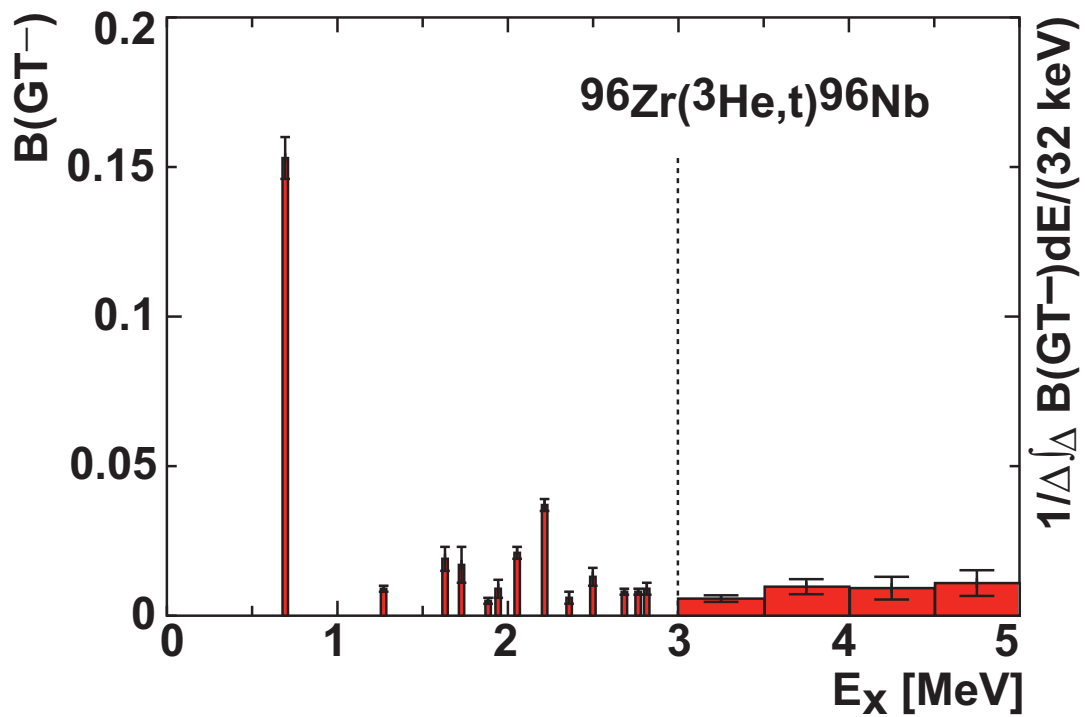


Abbildung 7.36 – $B(\text{GT}^-)$ -Stärke-Verteilung in der ${}^{96}\text{Zr}({}^3\text{He}, t){}^{96}\text{Nb}$ -Reaktion. Oberhalb einer Anregungsenergie von 3.3 MeV konnten keine Zustände aus dem ${}^{96}\text{Nb}$ identifiziert werden, hier wurde die GT-Stärke für Energiebins der Breite $\Delta E = 500$ keV erstellt (Winkelverteilungen siehe Abbildung 7.42). In der Darstellung ist diese Stärke auf Bins mit einer Breite von 32 keV verteilt worden, damit die Darstellung konsistent ist

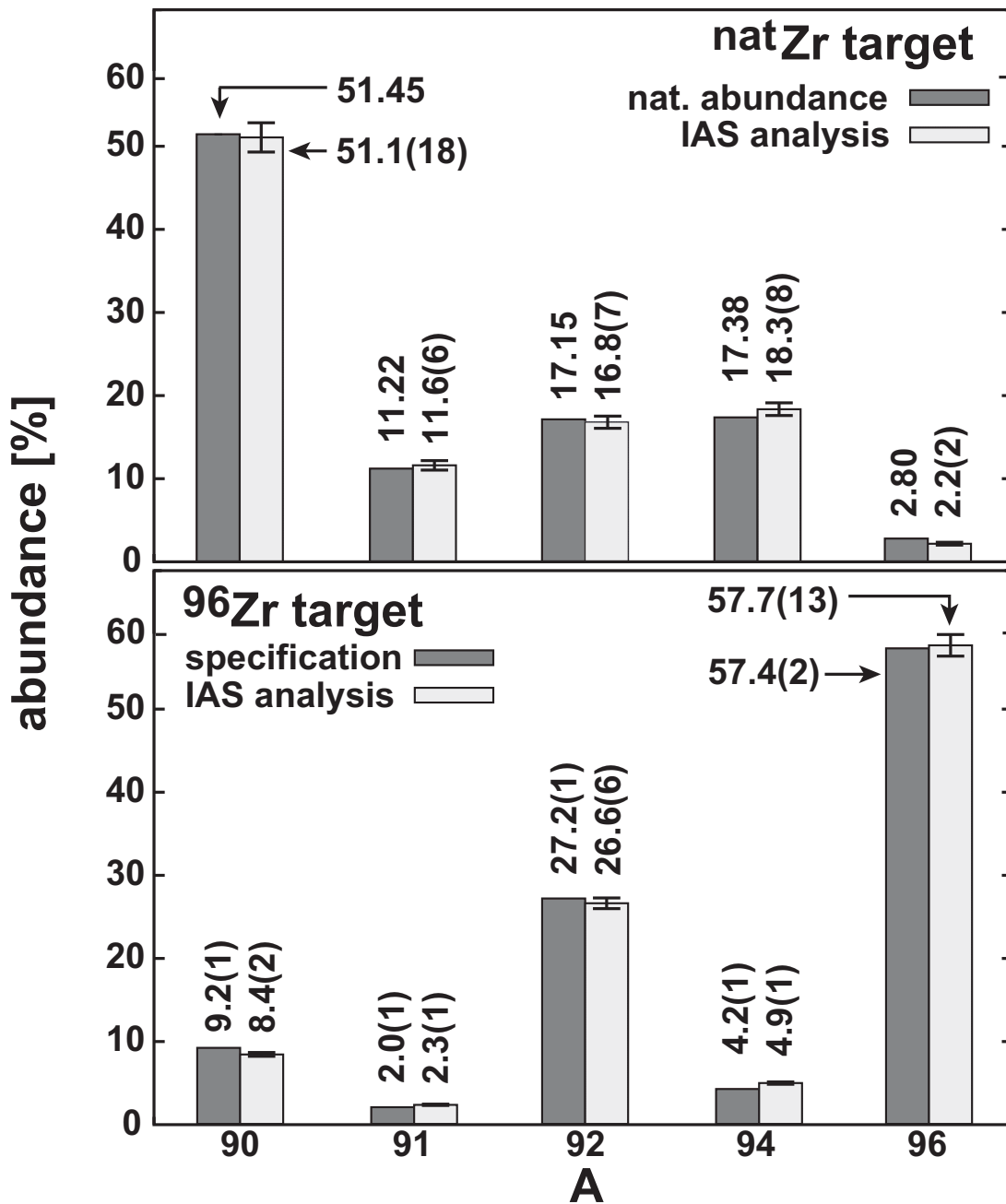


Abbildung 7.37 – Darstellung der Isotopenhäufigkeiten im Zirkonium-Target. Oben sind die Häufigkeiten für die Zirkoniumisotope im Target mit natürlicher Isotopenhäufigkeit. Unten werden die Verhältnisse für das angereicherte Target angegeben.

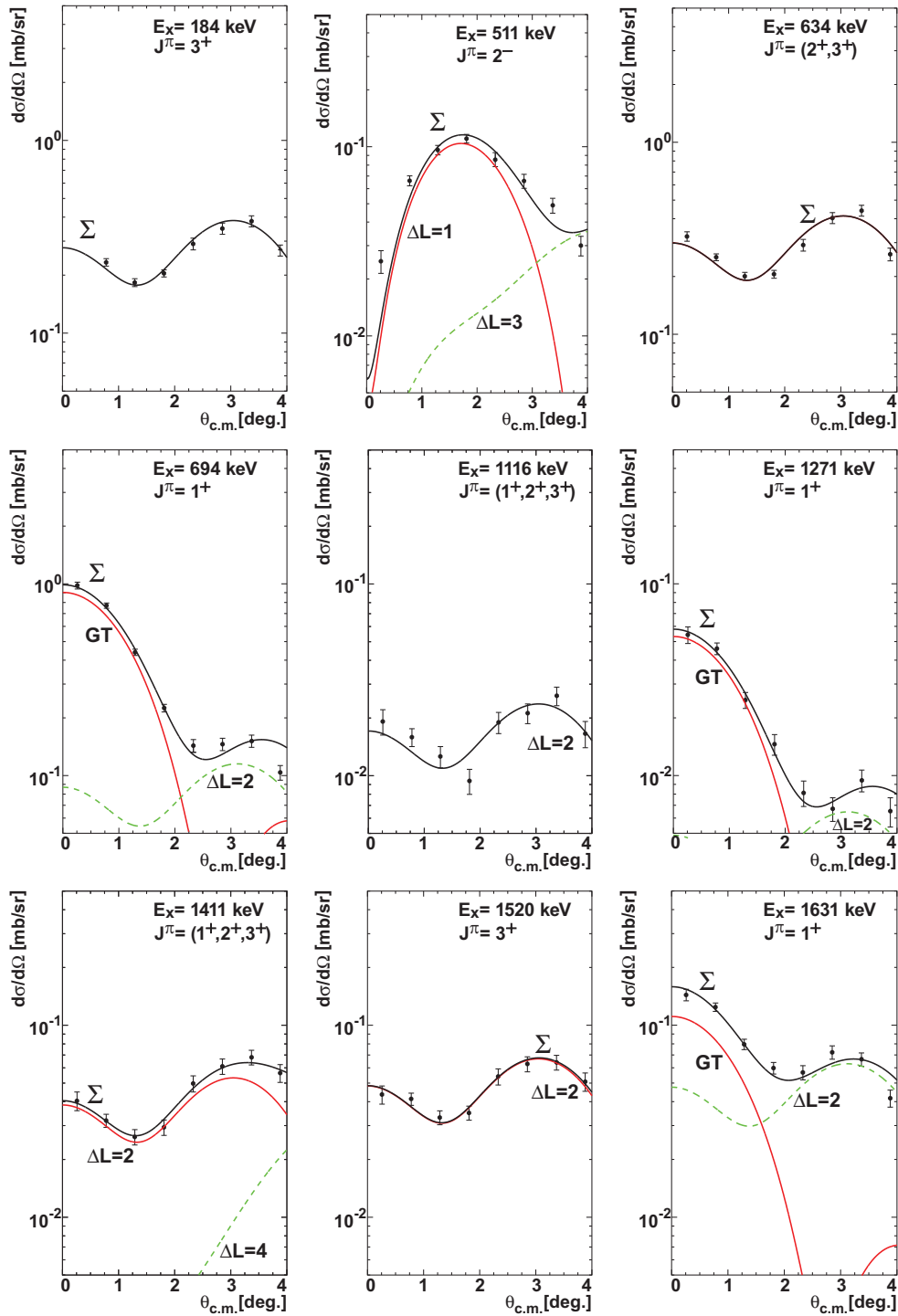


Abbildung 7.38 – Winkelverteilungen in der $^{96}\text{Zr}(^3\text{He}, t)$ -Reaktion von 0 bis 1631 keV.

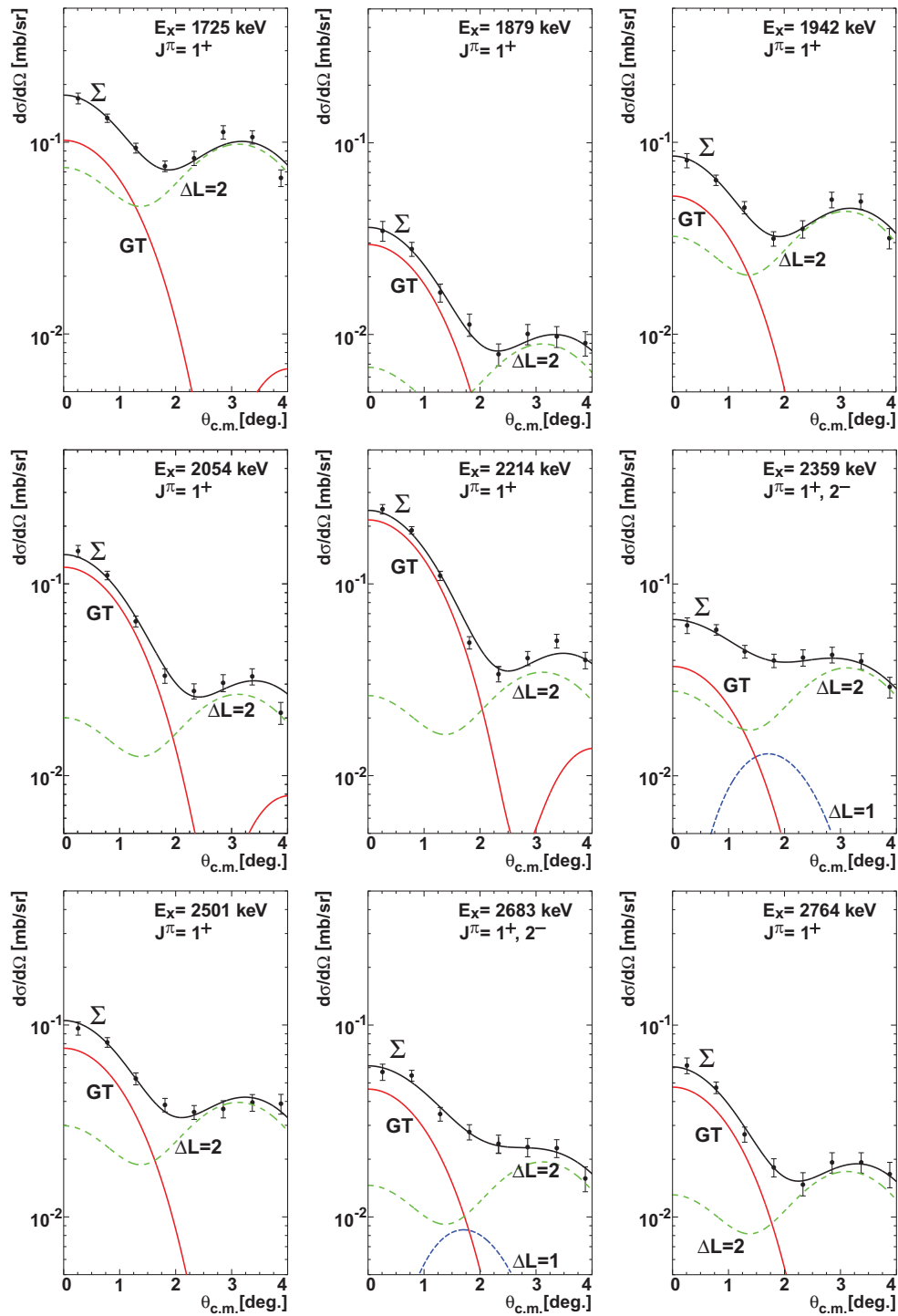


Abbildung 7.39 – Winkelverteilungen in der $^{96}\text{Zr}(^3\text{He}, t)$ -Reaktion von 1632 bis 2764 keV.

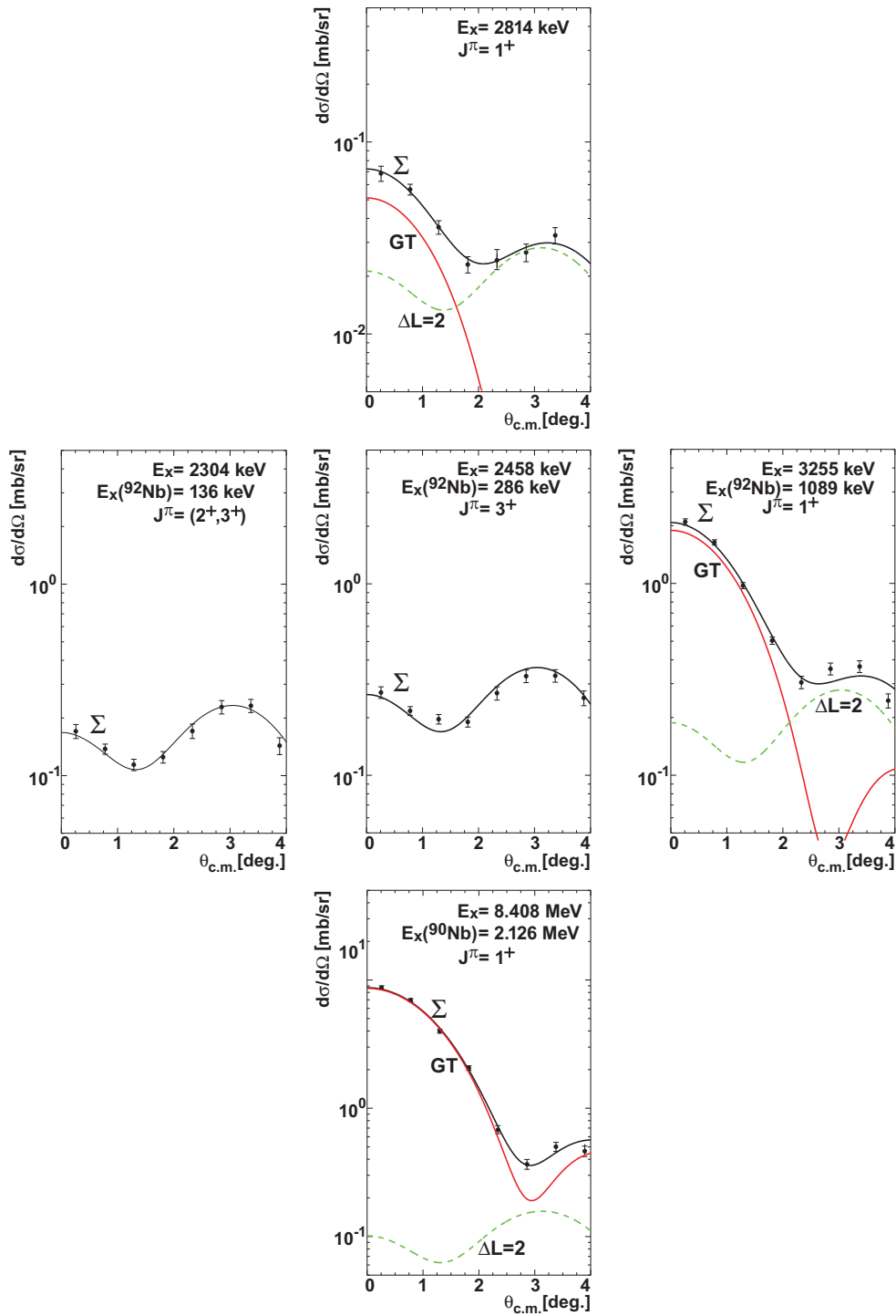


Abbildung 7.40 – Winkelverteilungen in der $^{96}\text{Zr}(^3\text{He}, t)$ -Reaktion (bei 2814 keV, oberste Reihe), aus der $^{92}\text{Zr}(^3\text{He}, t)$ -Reaktion (mittlere Reihe) und der $^{90}\text{Zr}(^3\text{He}, t)$ -Reaktion (unterste Reihe).

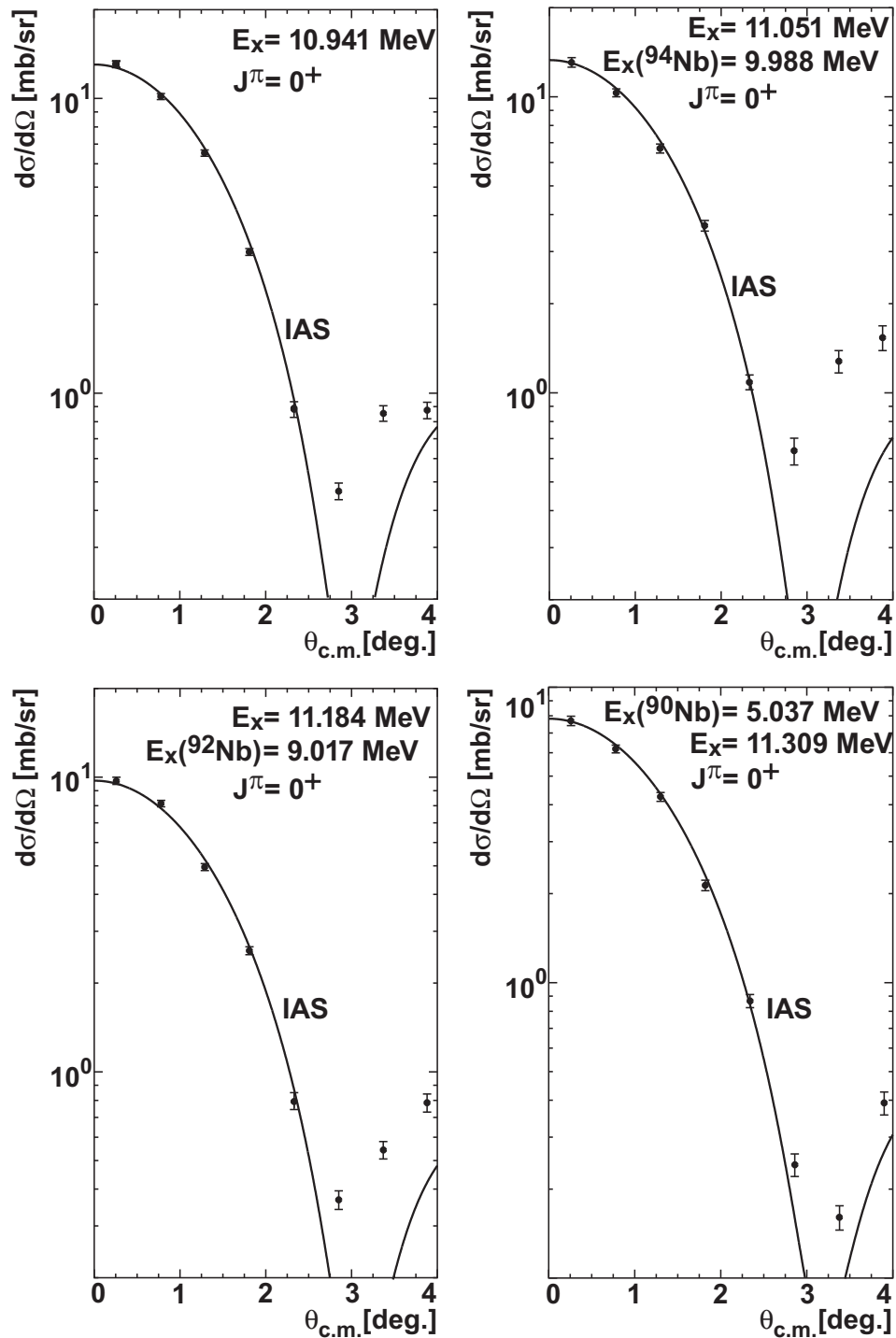


Abbildung 7.41 – Winkelverteilungen für IAS der verschiedenen Zirkoniumisotope. Die obere Reihe die Winkelverteilungen für die Übergänge ins ^{96}Nb und ^{94}Nb , die untere Reihe zeigt die Winkelverteilungen für ^{92}Nb und ^{91}Nb . Angegeben sind die Anregungsenergien wie sie im Anregungsenergiespektrum von ^{96}Nb beobachtet werden und Anregungsenergien im jeweiligen Anregungsenergiespektrum des zugehörigen Isotops.

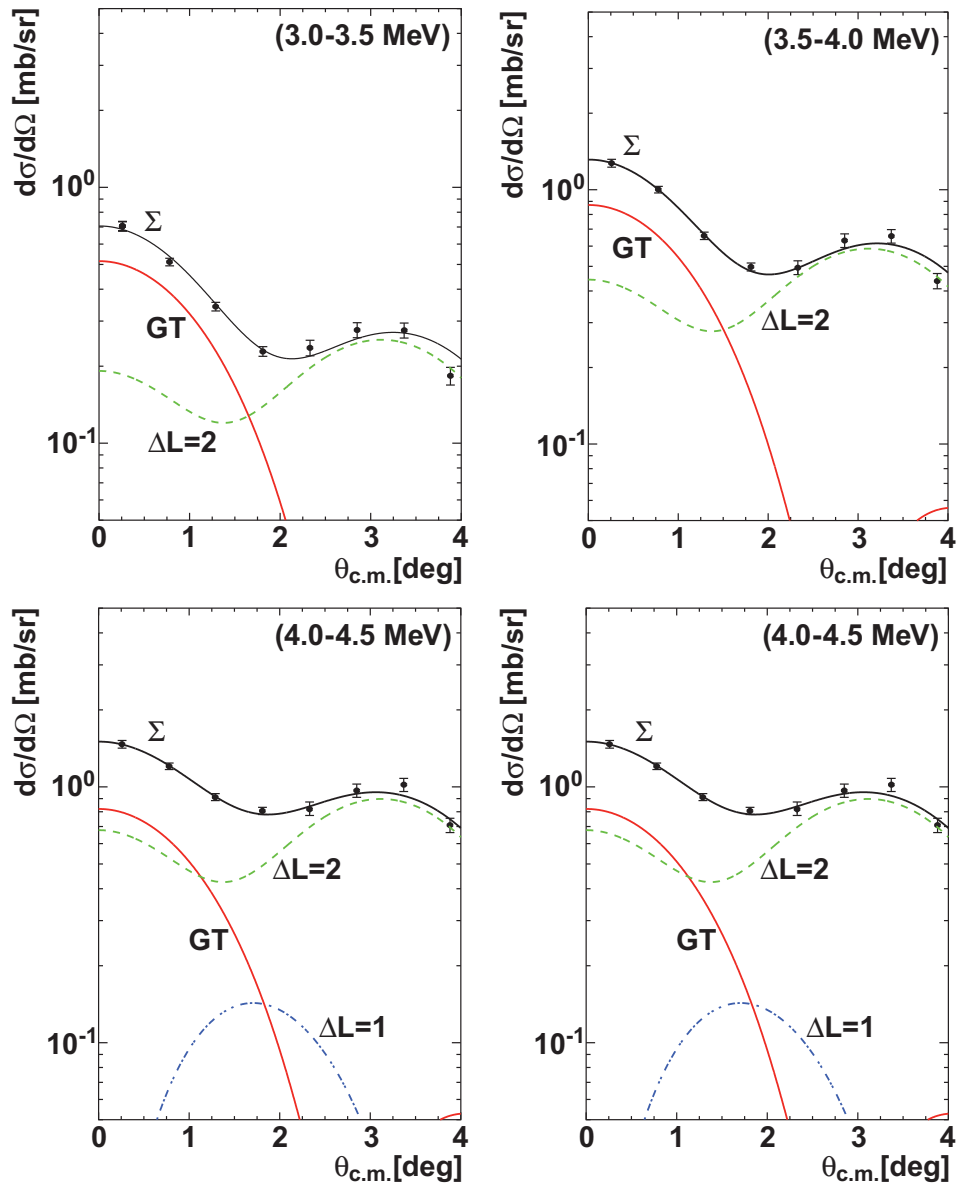


Abbildung 7.42 – Winkelverteilungen für Energiebins der Breite $\Delta E = 500$ keV. Der Wirkungsquerschnitt wurde unter Berücksichtigung der in dem Bereich beitragenden Zirkonium-Isotope ermittelt.

7.4 Ergebnisse der $^{100}\text{Mo}(^3\text{He}, t)$ -Reaktion

Der $\beta\beta$ -Zerfallskern ^{100}Mo hat eine der kürzesten Halbwertszeit für einen $\beta^-\beta^-$ -Emitter mit $\bar{T}_{1/2}^{2\nu} = (7.1 \pm 0.4) \times 10^{18}$ yr [34]. Der Kern wurde mit NEMO3 [160] untersucht und hat die größte gesammelte Statistik in einem $\beta\beta$ -Zerfallszählexperiment. Das Experiment MOON [161, 162, 163, 164, 165, 166, 167] wird ebenfalls das ^{100}Mo untersuchen: Auf der einen Seite wird der $\beta\beta$ -Zerfall untersucht, auf der anderen Seite wird es aufgrund des niedrigen Q -Werts in den intermediären Kern ^{100}Tc (siehe Abbildung 7.43) mit dem MOON-Experiment möglich sein, solare ν und Supernova- ν zu detektieren. Aus diesem Grund wird eine Untersuchung des niederenergetischen Bereichs des Anregungsenergiespektrums durchgeführt. In der $(^3\text{He}, t)$ -Reaktion wurde eine Energieauflösung von 33 keV erreicht. Das

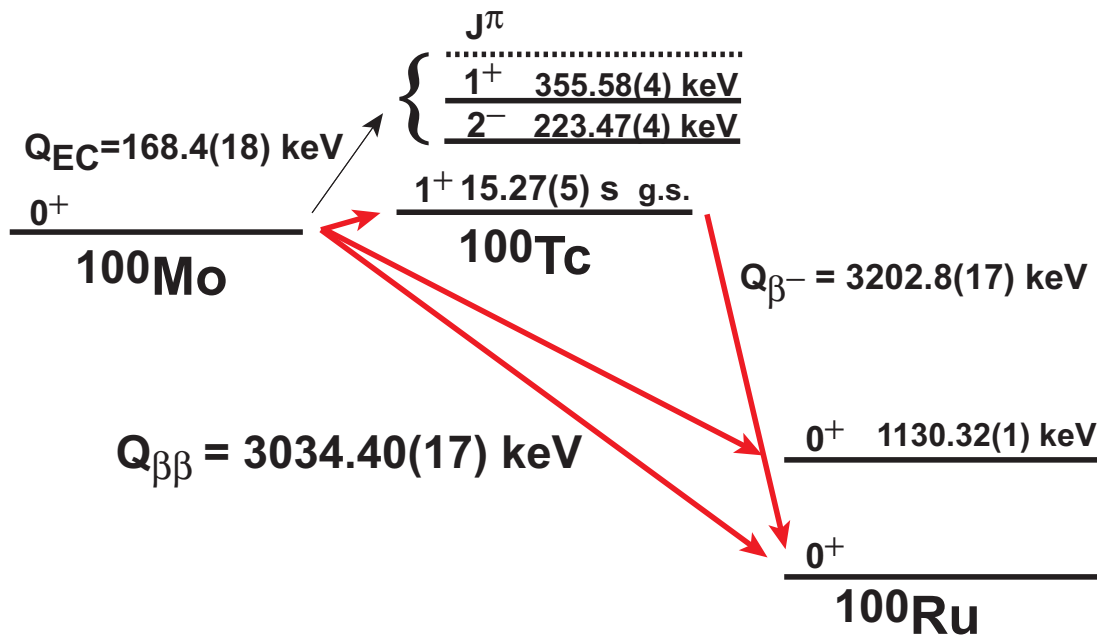


Abbildung 7.43 – Darstellung des $2\nu\beta\beta$ -Zerfallsprozesses im ^{100}Mo . Die Abbildung zeigt den möglichen Zerfallsverlauf durch intermediäre 1^+ -Zustände im ^{100}Tc . Die Q -Werte sind Referenz [127] entnommen, die Anregungsenergien sind aus Referenz [23].

Target bestand aus 95.9% ^{100}Mo und enthielt noch weitere Molybän-Isotope (siehe Tabelle 7.19). Das *Target* hatte eine Dicke von 1.00 mg/cm^2 .

Im ersten Abschnitt 7.4.1 wird die Analyse vorgestellt. Die Stärkenextraktion folgt im Abschnitt 7.4.3, die Ermittlung des Kernmatrixelements für den $\beta\beta$ -Zerfall wird im Abschnitt 7.4.4 erläutert. Die erstellten Winkelverteilungen befinden sich am Ende des Kapitels.

A	92	94	95	96	97	98	100
Anteil[%]	0.60(2)	0.23(2)	0.40(2)	0.81(2)	0.36(2)	1.69(5)	95.9(1)
$B(F)$	8	10	11	12	13	15	16

Tabelle 7.19 – Spezifikation des Molybdän-*Targets* und die $B(F)$ -Stärken für jedes stabile Molybdänisotop.

7.4.1 Analyse

In Abbildung 7.44 wird das Anregungsenergiespektrum der $^{100}\text{Mo}(^3\text{He}, t)^{100}\text{Tc}$ -Reaktion gezeigt. Das dargestellte Spektrum enthält Anregungsenergiespektren in drei Winkelbereichen, die übereinander gelegt sind. Dabei ist jedem Winkelbereich ein Grauton zugeordnet, womit das winkelabhängige Verhalten des Spektrums angedeutet wird. Übergänge mit einem Minimum bei Vorwärtswinkeln, d.h. mit einem Drehimpuls von $\Delta L = 0$, erscheinen in schwarz. Spin-Dipol-Übergänge ($\Delta L = 1$) haben ein zu höheren Vorwärtswinkeln verschobenes Maximum und erscheinen in grau.

Das Spektrum wird von einem Zustand bei $E_x = 11085$ keV dominiert. Dieser Zustand ist der F-Übergang ($0^+ \rightarrow 0^+$, IAS, siehe Abbildung 7.44).

Auf der höherenergetischen Seite liegen die GTR und die SDR. Der *Centroid* der GTR ist bei ≈ 13 MeV und der der SDR bei ≈ 20 MeV.

Auf der niederenergetischen Seite des IAS liegt bei ≈ 8 MeV der schwächer angeregte Spin-Orbit-Partner der GTR.

Das Anregungsenergiespektrum beginnt mit dem angeregten ^{100}Tc g.s. mit $J^\pi = 1^+$. Weitere $J^\pi = 1^+$ -Übergänge finden sich bei $E_x = 355$ keV, $E_x = 838$ keV, $E_x = 1339$ keV and $E_x = 1416$ keV (siehe Abbildung 7.46 ff.). Diese sind deutlich schwächer angeregt als der g.s.

Übergänge mit $J^\pi = (1^-, 2^-)$ konnten bei $E_x = 223$ keV und $E_x = 689$ keV nachgewiesen werden. Die Modellrechnungen brauchen einen $\Delta L = 3$ -Komponente zur Beschreibung der Datenpunkte (vergleiche Abbildung 7.46), was eine $J^\pi = 2^-$ -Zuordnung wahrscheinlicher macht.

Die Zustände bei 355 keV und 689 keV haben in der Literatur [23] eine andere Spinzuordnung als die im Rahmen dieser Analyse ermittelten (vergleiche Tabelle 7.21). Die Zuordnung aus der Literatur ist mit denen im $^{100}\text{Mo}(^3\text{He}, t)$ -Experiment gewonnenen Daten nicht reproduzierbar.

Im Anregungsenergiespektrum konnte eine Verunreinigung des *Targets* mit Kohlenstoff bei einer Anregungsenergie von 17170 keV beobachtet werden.

Übergänge aus anderen Molybdän-Isotopen als ^{100}Mo konnten im Spektrum nicht nachgewiesen werden.

Projektil / Ejektil	V_R [MeV]	r_R [fm]	a_R [fm]	W_I [MeV]	r_I [fm]	a_I [fm]
^3He	-31.20	1.363	0.818	-50.47	1.044	1.055
^3H	-26.52	1.363	0.818	-42.90	1.044	1.055

Tabelle 7.20 – Übersicht der verwendeten Parameter für das OM in den $^{100}\text{Mo}(^3\text{He}, t)^{100}\text{Tc}$ -Modellrechnungen. Diese sind aus Parametern für ^{90}Zr abgeleitet worden, die in Referenz [103] angegeben sind. Die Modellparameter der Potenziale sind für das Ausgangsteilchen mit 15% reduziert [104].

Die Beobachtung ist qualitativ identisch mit den Ergebnissen von Akimune *et al.* [168].

7.4.2 DWBA-Modellrechnungen

Für alle in Tabelle 7.21 angegebenen Zustände werden Winkelverteilungen extrahiert. Diese werden mit DWBA-Modellrechnungen (siehe Kapitel 5.3) verglichen. Die für ^{100}Mo erforderlichen Parameter für das OM werden in Tabelle 7.20 angegeben. Für ^{100}Mo gibt es keine experimentell bestimmten Parameter. Aus diesem Grund wurden Parameter für ^{90}Zr verwendet (aus Referenz [103]) und adaptiert. Die Winkelverteilungen sind in Abbildung 7.46 und Folgende am Schluss des ^{100}Mo -Kapitels gezeigt.

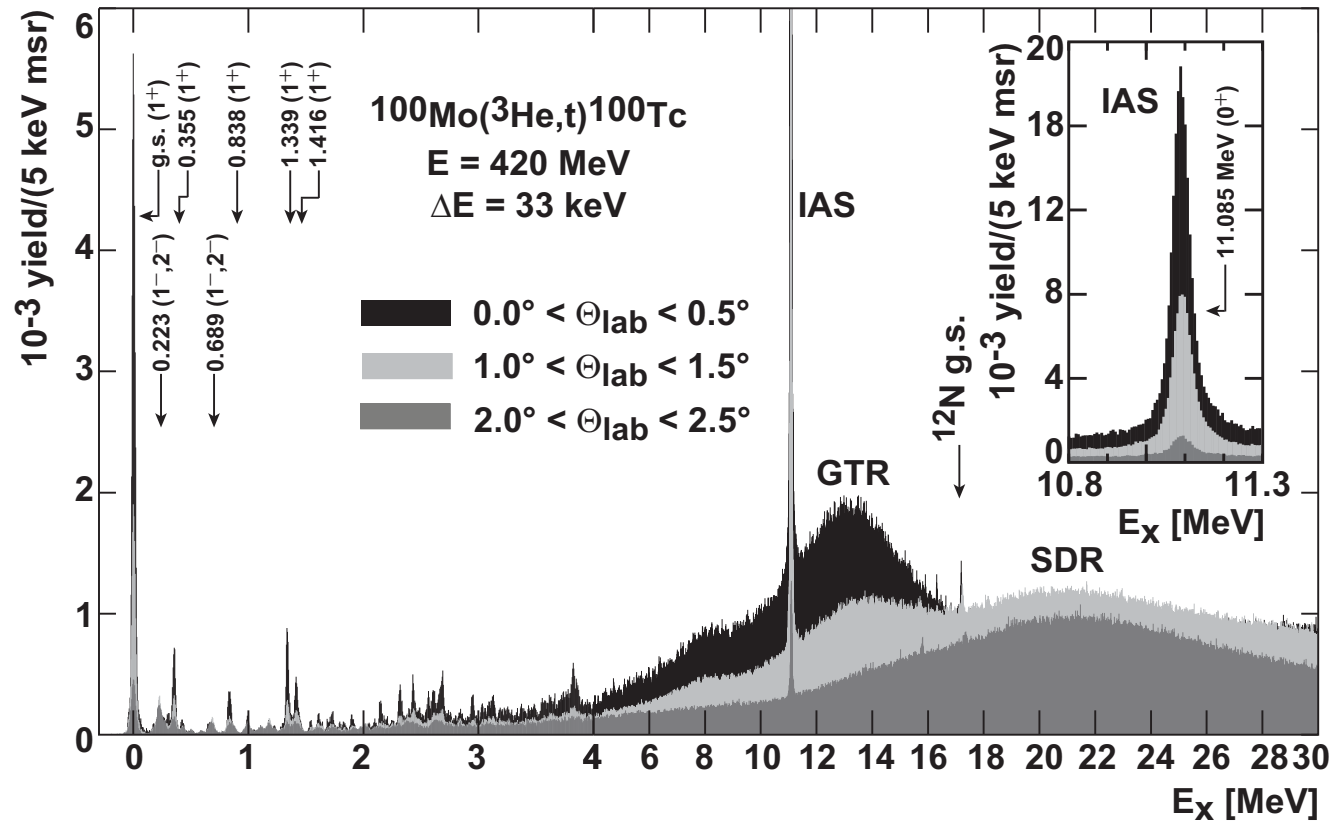


Abbildung 7.44 – Das Anregungsenergiespektrum der $^{100}\text{Mo}(^3\text{He},t)^{100}\text{Tc}$ -Reaktion. In der kleinen Abbildung ist der IAS gezeigt. Die Anregungsenergien setzen sich aus drei Winkelbereichen zusammen, die übereinander gelegt wurden. Diese Darstellung zeigt die Winkelabhängigkeit von Zuständen; solche, die in schwarz erscheinen, sind dominiert von Beiträgen $\Delta L = 0$. Bei einer Anregungsenergie von 17170 keV erscheint der ^{12}N g.s., dies ist die Folge einer Kohlenstoff-Kontamination auf dem Target.

7.4.3 Extraktion der GT- und F-Stärke

Die Extraktion der Stärken erfolgt nach dem in Kapitel 5.4.1 und Kapitel 5.4.2 diskutierten Vorgehensweise. Die Verteilung der GT-Stärke ist in Abbildung 7.45 gezeigt.

Es ergibt sich, dass mehr als 1/3 der GT-Stärke, die im niederenergetischen Bereich bis 5 MeV enthalten ist, im g.s. konzentriert ist (vergleiche Tabelle 7.21). Die GT-Stärken werden für einzelne Zustände (bis zu einer Anregungsenergie von ca. 3 MeV) und für Energiebins mit einer Breite von $\Delta E = 500$ keV (für Anregungsenergien von 3 bis 5 MeV) bestimmt. Die Ergebnisse werden in Tabelle 7.21 aufgelistet.

Die berechneten Werte für das R^2 werden in Tabelle 7.22 angegeben. Bei der Berechnung der F-Übergangsstärke muss ein möglicher Beitrag aus dem ^{98}Mo zum IAS berücksichtigt werden. Die Ursache hierfür ist, dass die Ausläufer des IAS aus dem ^{100}Mo den IAS ^{98}Mo maskieren können. Die Berechnung eines effektiven $B(F)_{\text{eff}}$ erfolgt unter Berücksichtigung der Anreicherung der verschiedenen Isotope im *Target* (vergleiche Tabelle 7.19). Dies führt auf $B(F)_{\text{eff}} = 15.97$.

Die Diskussion zum Vergleich der GT-Stärke mit der GT-Stärkenextraktion über dem $\log ft$ für den g.s. erfolgt im Diskussionskapitel (Abschnitt 7.4.5).

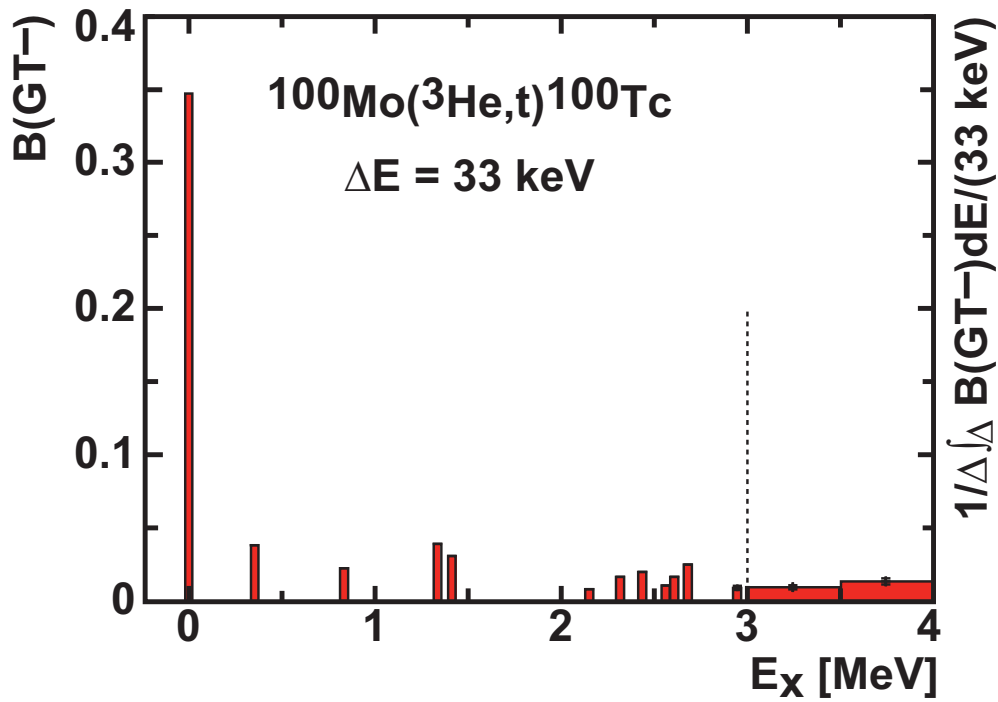


Abbildung 7.45 – Balken-Diagramm der $B(\text{GT})$ -Stärke in der $^{100}\text{Mo}(^3\text{He},t)^{100}\text{Tc}$ -Reaktion. Oberhalb einer Anregungsenergie von 1.5 MeV wurde die Stärke für Energie-Bins der Breite $\Delta E = 500 \text{ keV}$ ermittelt. In der Darstellung ist diese Stärke auf Bins mit einer Breite von 33 keV verteilt worden, damit die Darstellung konsistent ist.

^{100}Tc (Ref. [23])		^{100}Tc		$\frac{d\sigma}{d\Omega}(q=0)$	GT	$B(\text{GT})$
$E_x[\text{keV}]$	J^π	$E_x[\text{keV}]$	J^π	[mb/sr]	%	
0	1^+	0	1^+	2.25(6)	96	0.348(7)
223.5	$0^-, 1^-, 2^-$	223	$(1, 2)^-$	—	—	—
355.6	$(2^+, 3^+)$	355	1^+	0.289(6)	84	0.039(4)
689(10)	$(4^+, 5^+)$	689	$(1, 2)^-$	—	—	—
830.2	$(2, 3)^+$	838	1^+	0.177(4)	85	0.024(2)
		1339	1^+	0.295(6)	86	0.041(3)
1400	(1^+)	1416	1^+	0.218(5)	88	0.031(2)
		2152	1^+	0.062(2)	95	0.010(1)
		2318	1^+	0.118(3)	94	0.018(1)
		2435	1^+	0.140(3)	93	0.021(1)
		2565	1^+	0.069(2)	96	0.011(1)
2600	(1^+)	2611	1^+	0.128(3)	89	0.018(1)
		2683	1^+	0.170(4)	94	0.026(1)
		2949	1^+	0.065(2)	94	0.010(1)
		Energiebin [3.0 – 3.5]		1.19(2)	78	0.15(2)
		Energiebin [3.5 – 4.0]		1.71(3)	78	0.22(3)
				Σ		=0.97(7)
		11085	0^+	13.0(2)	$B(\text{F})$	=15.97
				$J_\tau = 58.2(8)$	$\text{MeV} \cdot \text{fm}^3$	

Tabelle 7.21 – Anregungsenergien, Wirkungsquerschnitte, $B(\text{GT})$ -Stärken für die identifizierten Zustände in der $^{100}\text{Mo}(^3\text{He}, t)$ -Reaktion. In der ersten Spalte wird die Anregungsenergie aus Referenz [23] angegeben, in Spalte zwei der Spin und in Spalte drei die Anregungsenergie im Anregungsenergiespektrum von ^{100}Tc . In der vierten Spalte wird der Spin angegeben, der über die Winkelverteilungen bestimmt wird. In Spalte fünf wird der Wirkungsquerschnitt bei $q=0$ aufgelistet. Die Spalte sechs gibt den GT-Anteil an, in der siebten Spalte wird die extrahierte GT-Stärke angegeben.

$^{100}\text{Mo}(^3\text{He}, t)$	experimentell über WQ	bekannt
J_τ [MeV · fm ³]	58.2(8)	—
$J_{\sigma\tau}$ [MeV · fm ³]	161.5(35)	—
$B(\text{F})$	15.97(2)	15.97
$B(\text{GT})$	2.50(4)	(*)
$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\text{GT}, q = 0)$ [mb/sr]	2.17(5)	
$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\text{F}, q = 0)$ [mb/sr]	13.0(2)	
R^2	—	7.7(3)

Tabelle 7.22 – Zusammenfassung der Ergebnisse für das R^2 : In der zweiten Spalte werden die experimentell ermittelten Werte für die Stärke und den Wirkungsquerschnitt angegeben. Der Wirkungsquerschnitt entspricht dem jeweiligen GT- bzw. F-Beitrag. In der dritten Spalte werden die bekannten Werte für die Stärken aufgelistet. Die $B(\text{F})$ entspricht der effektiven $N - Z$ -Stärke, die aus den möglichen Beiträgen im IAS ergibt. Die unterste Zeile enthält den daraus berechneten Wert R^2 . (*): Da verschiedene $\log ft$ -Werte vorliegen, wird der jeweils nur die experimentell bestimmte GT-Stärke verwendet (siehe Diskussion in Abschnitt 7.4.5).

7.4.4 Extraktion des Matrixelements des $2\nu\beta\beta$ -Zerfalls

Die Verknüpfung zwischen dem ME im $2\nu\beta\beta$ -Zerfall und der extrahierten $B(\text{GT}^\pm)$ -Stärke ist über die Gleichungen (2.6) und (2.16) gegeben.

Die zur Extraktion des ME erforderliche $B(\text{GT}^-)$ -Stärke wurde bislang experimentell noch nicht ermittelt. Eine Versuch zur Rekonstruktion des MEs kann mit Hilfe des $\log ft$ -Wertes erfolgen: Wie in Abschnitt 7.4.3 gezeigt wird, ist ein Großteil der $B(\text{GT}^-)$ -Stärke im niederenergetischen Teil des Anregungsenergiespektrum im g.s. enthalten. Unter der Annahme, dass die $B(\text{GT}^+)$ -Stärke ebenfalls zum Großteil im g.s. enthalten ist, kann über den $\log ft$ -Wert die $B(\text{GT}^+)$ -Stärke ermittelt werden (via Gleichung (2.8)).

Der $\log ft$ für den $^{100}\text{Tc} \rightarrow ^{100}\text{Ru}$ -Übergang kann mit Hilfe des NNDC-*logft-Calculators* [23] erfolgen, dazu wird die Halbwertszeit $t_{1/2} = 15.27(5)$ s [169] und der Q -Wert ($Q_{EC} = 3202.8(17)$ keV [23]) benötigt. Damit ergibt sich:

$$\log ft = 4.591(6) \quad (7.9)$$

und für die GT^- -Stärke

$$B(\text{GT}^-) = 0.293(1). \quad (7.10)$$

Mit diesem Wert kann das ME ermittelt werden zu

$$|M_{\text{DGT}}^{2\nu}|_{\text{cer}} = 0.190(6) \text{ MeV}^{-1}, \quad (7.11)$$

wobei der systematische Fehler 10% beträgt.

Aus der Halbwertszeit des $^{100}\text{Mo}(2\nu\beta\beta)$ -Zerfalls kann mit Gleichung (2.11) das ME berechnet werden. Barabash [34] gibt einen Durchschnittswert für die Halbwertszeit an:

$$|\bar{T}_{1/2}^{2\nu}| = [7.1 \pm 0.4] \times 10^{18} \text{ yr}. \quad (7.12)$$

Der Phasenraumfaktor ist von Suhonen [37] zu

$$G_{\beta\beta}^{2\nu} = 8.9 \times 10^{-18} \cdot m_e^2 \text{ yr}^{-1}$$

ermittelt worden. Hier wurde eine nicht-reduzierte Axialvektorkopplungskonstante von $g_A = -1.254$ [37] verwendet. Mit dem aktuellen Wert für $g_A = 1.2694(28)$ [8, 9] ergibt sich der Phasenraumfaktor zu

$$G_{\beta\beta}^{2\nu} = 9.35 \times 10^{-18} \cdot m_e^2 \text{ yr}^{-1}. \quad (7.13)$$

Mit diesen Werten ergibt sich:

$$|M_{\text{DGT}}^{2\nu}|_{\text{Barabash}} = 0.240(14) \text{ MeV}^{-1} \quad (7.14)$$

Dieses ME ist größer als das im Rahmen dieser Arbeit ermittelte. Das bedeutet, dass es noch unberücksichtigte GT -Stärke im Anregungsenergiespektrum geben muss, die nicht in den jeweiligen g.s.-Übergängen liegt.

7.4.5 Diskussion

Kernstruktur Die Situation im ^{100}Tc ist vergleichbar mit der im ^{96}Nb : Auch hier dominiert ein Zustand, in diesem Fall der g.s., das niederenergetische Spektrum, in dem insgesamt 14 Zustände nachgewiesen werden. Die für die Zustände extrahierten Winkelverteilungen - inklusive des IASs - werden von den Modellrechnungen gut beschrieben.

Die über den Wirkungsquerschnitt berechnete GT-Stärke stimmt mit dem Stärke aus einer früheren $^{100}\text{Mo}(^3\text{He}, t)$ -Untersuchung überein. Diese Ladungsaustauschreaktion wurde bei einer Einschussenergie von 450 MeV/A [168] durchgeführt.

Die mit Hilfe der Ladungsaustauschreaktionen ermittelte GT-Stärke des g.s. stimmt nicht mit der Erwartung aus dem $\log ft$ -Wert überein, der sich aus Referenz [170] ergibt; diese GT-Stärke ist 68% größer als der über den Wirkungsquerschnitt ermittelte Wert. Eine fehlerhafte *Target*-Dicke oder eine fehlerhafte Angabe der Isotopenhäufigkeit kann ausgeschlossen werden. Beide Werte sind überprüft worden. Eine Erklärung für die Abweichung kann nicht gegeben werden.

Das extrahierte J_τ ist in Übereinstimmung mit dem Annahme von $J_\tau = 56.7(9)$ MeV \cdot fm³ aus Kapitel 5.

$\beta\beta$ -Zerfall Im Falle der Untersuchung des $2\nu\beta\beta$ -Zerfalls am ^{100}Mo -Isotop hat sich gezeigt, dass die korrelierte Stärke noch nicht zur vollen Beschreibung des Kernmatrixelements ausreicht (vergleiche Tabelle 7.23). Zur Beantwortung dieser Fragestellung muss das niederenergetische Spektrum aus der $^{100}\text{Ru}(d, ^2\text{He})$ -Reaktion analysiert werden.

ν -Detektion Wie die Untersuchung gezeigt hat, besitzt das niederenergetische Spektrum im Vergleich zu ^{76}Ge oder ^{82}Se nur wenige Zustände, darüber hinaus vereinigt der g.s. rund 1/3 der GT-Stärke im Bereich bis 5 MeV Anregungsenergie. Damit ist es geeignet, niederenergetische ν aus der Sonne oder von Supernovae nachzuweisen, wobei im direkten Vergleich zum ^{71}Ga der Reaktions- Q -Wert um etwa 60 keV geringer ist.

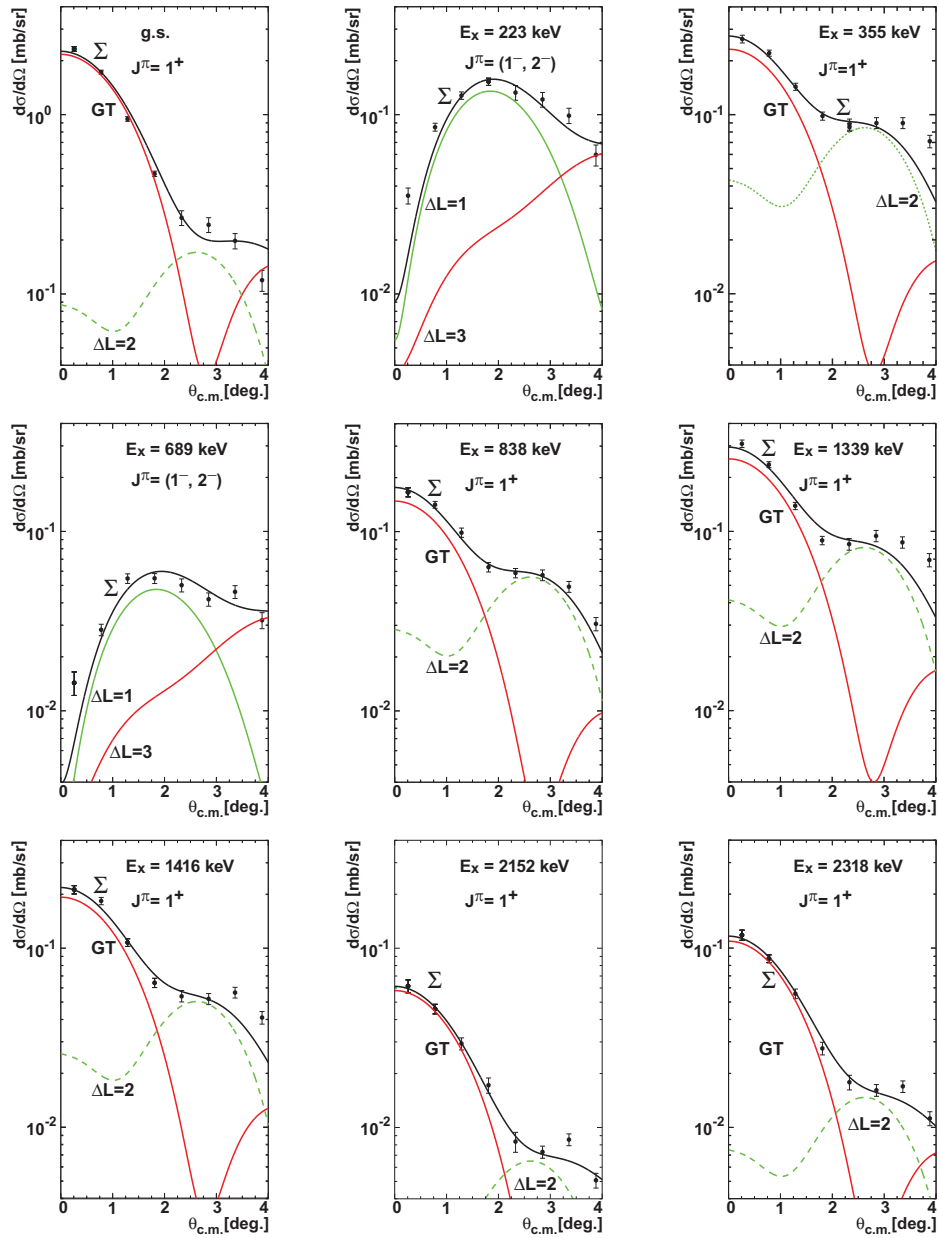


Abbildung 7.46 – Winkelverteilungen für einzelne Zustände in der $^{100}\text{Mo}(^3\text{He}, t)$ -Reaktion von 0 bis 2318 keV.

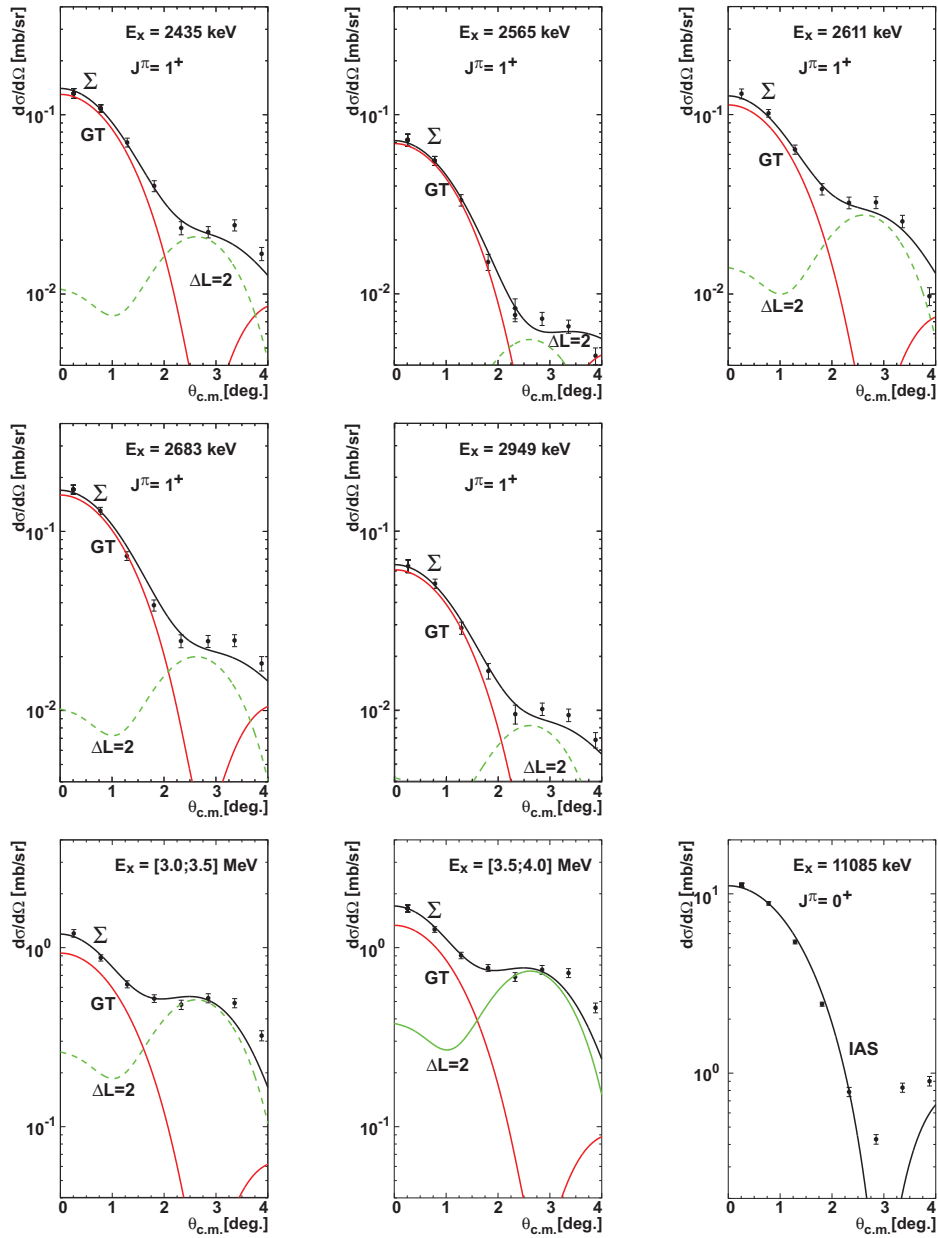


Abbildung 7.47 – Winkelverteilungen für einzelne Zustände (2319 bis 2949 keV), für Energiebins mit einer Breite von $\Delta E = 500$ keV (untere Reihe) und für den IAS. In der unteren Reihe rechts außen ist die Winkelverteilung für den IAS-Übergang dargestellt.

7.5 Diskussion

Kernstruktur der $\beta\beta$ -Zerfallskerne ^{76}Ge , ^{82}Se , ^{96}Zr und ^{100}Mo Das Verhalten in den $\beta\beta$ -Zerfallskernen, das die Paarungsamplituden in der Nähe der relevanten Protonen und Neutronen Fermi-Oberflächen berücksichtigt (das sogenannte Fermi *Surface Quasi-Particle* (FSQP)), hat Ejiri [171, 172] vorhergesagt. Auf die einzelnen Nuklide bezogen bedeutet dies:

- ^{76}Ge : Für diesen $\beta\beta$ -Zerfallskern wird eine Fragmentierung der GT-Stärke vorhergesagt. Wie in Kapitel 7.1 gezeigt, stimmt dies mit der Beobachtung überein.
- ^{82}Se : Auch hier wird eine Fragmentierung der GT-Stärke vorhergesagt. Wie im Experiment beobachtet werden konnte (siehe Kapitel 7.2), ist die GT-Stärke stark fragmentiert. Zusätzlich gibt es einen stark angeregten Zustand bei 75 keV, der möglicherweise die für den $\beta\beta$ -Zerfall relevante GT-Stärke enthält. Dies basiert auf der Abschätzung der GT^+ -Stärke, die aus dem ME berechnet wurde, das über Zählexperimente bestimmt wurde. Dieses Verhalten ist jedoch keine SSD [159]. Auf diese Fragestellung kann nur z.B. eine $^{82}\text{Kr}(d,^2\text{He})$ -Reaktion Auskunft geben.
- ^{96}Zr : In diesem Fall gibt es die Vorhersage einer SSD [159], die bestätigt werden kann. Allerdings ist eine Auswertung nur bis ca. 3 MeV möglich (siehe Kapitel 7.3).
- ^{100}Mo : Auch in diesem Fall wird eine SSD [159] vorhergesagt. Im Experiment wird nachgewiesen, dass etwa 80% des $2\nu\beta\beta$ -Zerfalls-ME aus dem g.s.-Übergang stammt.

Matrixelement für den $2\nu\beta\beta$ -Zerfall Die Analyse der Kernstruktur in den $\beta\beta$ -Zerfallskernen ergibt, dass die ME des doppelten- β Zerfalls im Wesentlichen durch die Zustände im Bereich von 0 bis 5 MeV Anregungsenergie rekonstruiert werden können (siehe ^{76}Ge oder ^{100}Mo) oder sogar durch nur einen Zustand rekonstruiert werden (siehe ^{96}Zr). Die ME sind in Tabelle 7.23 aufgelistet. Zustände, die energetisch höher liegen, tragen nicht bei.

Dieser Sachverhalt ist auch schon für den $\beta\beta$ -Kern ^{48}Ca beobachtet worden [145]. Für die $\beta\beta$ -Zerfallskerne $^{128/130}\text{Te}$ [111] und ^{136}Xe [76] wird nach Auswertung der $(^3\text{He},t)$ -Ladungsaustauschreaktion ein ähnlicher Sachverhalt erwartet.

Diese Diskussion nimmt an, dass alle eventuell auftretenden Phasen im ME positiv sind und es damit zu keiner Auslöschung kommt. Solche Phasen können mit Ladungsaustauschreaktionen nicht bestimmt werden. Sollte es negative Phasen und damit Auslöschung geben, kann sich die Situation für das ME ändern.

$\beta\beta$ -Zerfallskern	ME: $\sum M_{DGT}^{2\nu}$		
	diese Arbeit [MeV ⁻¹]	Zählexperiment [MeV ⁻¹]	Durchschnitt nach Ref. [34] [MeV ⁻¹]
⁷⁶ Ge	$\geq 0.172(16)$	0.127(1) [142]	0.137(4)
⁸² Se	—	0.099(4) [151]	0.096(7)
⁹⁶ Zr	0.095(4)	0.093(6) [152]	0.094(8)
¹⁰⁰ Mo	0.190(6)	0.240(1) [173]	0.240(14)

Tabelle 7.23 – Überblick über die im Rahmen dieser Arbeit extrahierten ME (Spalte zwei) im Vergleich mit den aus Zählexperimenten (Spalte drei) bzw. dem gewichteten Mittelwert aus allen bekannten Halbwertszeiten (Spalte vier) ermittelten ME. Für den $\beta\beta$ -Zerfallskern ⁸²Se kann kein ME extrahiert werden, da hier die $B(GT^+)$ -Verteilung unbekannt ist.

7.6 Ausblick

Die vorliegende Arbeit liefert neue Erkenntnisse zum Kernmatrixelement im $2\nu\beta\beta$ -Zerfall und einen weiteren Beitrag zum Verständnis des Zerfallsprozesses. Einen Überblick bisher untersuchter $\beta^-\beta^-$ -Zerfallskerne liefert Tabelle 7.24.

Die Untersuchung der $2\nu\beta\beta$ -Kernmatrixelemente mittels Ladungsaustauschreaktionen ist noch nicht abgeschlossen:

- Die Enkelisotope ⁸²Kr, ^{128,130}Xe und ¹³⁶Ba wurden bislang nicht in (n,p) -Typ-Reaktionen untersucht. Die Isotope ⁸²Kr und ^{128,130}Xe müssen als Gas-Targets untersucht werden; die prinzipielle Funktionsweise von Gas-Targets konnte im Rahmen der ¹³⁶Xe(³He, t)-Reaktion am RCNP nachgewiesen werden [76]. Da die $(d,^2\text{He})$ -Einrichtung am KVI nicht mehr genutzt werden kann, steht zur Zeit nur $(t,^3\text{He})$ -Reaktion am NSCL zur Verfügung. Alternativ könnten die Experimentiereinrichtungen am RCNP für die $(d,^2\text{He})$ -Reaktion angepasst werden (vergleiche Referenz [174]).
- Der $2\nu\beta\beta$ -Zerfall im ²³⁸U ist bisher nicht mittels Ladungsaustauschreaktionen untersucht worden. Die Schwierigkeit liegt in der Präparation der Targets: ²³⁸U hat eine Mohs-Zahl von 6 und ist damit schwierig zu walzen, ²³⁸Pu ist instabil mit einer Halbwertszeit von 87.7(1) yr [23].

Wie sich im Falle der Untersuchungen am ⁷⁶Ge($\beta\beta$)-System gezeigt hat, ist die erreichte Energieauflösung von der $(d,^2\text{He})$ -Reaktion mit $\Delta E = 120$ keV nicht ausreichend für eine Rekonstruktion des Kernmatrixelementes. Eine besser auflösende Probe steht derzeit nicht zur Verfügung. Eine Weiterentwicklung bzw. Verbesserung der $(d,^2\text{He})$ -Reaktion ist gegenwärtig nicht absehbar.

Die $(t, {}^3\text{He})$ -Reaktion (am NSCL) als Alternative zu $(d, {}^2\text{He})$ erreicht nur etwa ≈ 300 keV [70, 175]. Die Ursache ist, dass (am NSCL) nur ein Triton-Sekundärstrahl verwendet wird. Könnte eine Weiterentwicklung dieser Probe hin zu einem Triton-Primärstrahl erfolgen, kann prinzipiell eine Auflösung von < 100 keV erreicht werden, wie es die in dieser Arbeit beschriebenen $({}^3\text{He}, t)$ -Reaktionen zeigen.

Wie bereits in Kapitel 2.2 besprochen, gibt es im $2\nu\beta\beta$ -Zerfall neben dem $\beta^-\beta^-$ -Modus auch noch den $\beta^+\beta^+$ -Modus. Untersucht wurde hier bislang nur ${}^{64}\text{Zn}(\beta^+\beta^+){}^{64}\text{Ni}$ [67, 176]. In diesem System kann der EC oder der ECEC als Konkurrenzprozess auftreten. Reine $\beta^+\beta^+$ -Isotope [33] wie ${}^{78}\text{Kr}$, ${}^{96}\text{Ru}$, ${}^{106}\text{Cd}$, ${}^{124}\text{Xe}$, ${}^{130}\text{Ba}$ oder ${}^{136}\text{Ce}$ sind derzeit noch nicht untersucht worden. Diese Isotope liegen alle auf der protonenreicheren Seite des Stabilitätstals mit der Folge, dass das Pauli-*Blocking* der GT^+ -Übergänge reduziert wird [39]. Dadurch könnte sich das Kernmatrixelement erhöhen und sich damit die Halbwertszeit des $\beta\beta$ -Zerfalls verringern. Es konnte im Fall von ${}^{64}\text{Zn}$ eine erhöhte GT^+ -Stärke und ein erhöhtes Kernmatrixelement im Vergleich zu ${}^{48}\text{Ca}$ festgestellt werden [39, 67].

$\beta^-\beta^-$ -Zerfall				
Mutter	Reaktion \rightarrow	Tochter	\leftarrow Reaktion	Enkel
^{48}Ca	$(^3\text{He},t)$ [145]	^{48}Sc	$(d,^2\text{He})$ [65]	^{48}Ti
^{76}Ge	$(^3\text{He},t)^\diamond$ [3]	^{76}As	$(d,^2\text{He})$ [68]	^{76}Se
^{82}Se	$(^3\text{He},t)^\diamond$	^{82}Br	—	^{82}Kr
^{96}Zr	$(^3\text{He},t)^\diamond$ [5]	^{96}Nb	$(d,^2\text{He})$ [158]	^{96}Mo
^{100}Mo	$(^3\text{He},t)^\diamond$ [4]	^{100}Tc	$(d,^2\text{He})$ ‡	^{100}Ru
^{116}Cd	$(^3\text{He},t)$ [168]	^{116}In	$(d,^2\text{He})$ [66]	^{116}Sn
^{128}Te	$(^3\text{He},t)$ [111]	^{128}I	—	^{128}Xe
^{130}Te	$(^3\text{He},t)$ [111]	^{130}I	—	^{130}Xe
^{136}Xe	$(^3\text{He},t)$ [76]	^{136}Cs	—	^{136}Ba
^{150}Nd	$(^3\text{He},t)$ [70]	^{150}Pm	$(t,^3\text{He})$ [70]	^{150}Sm
^{238}U	—	^{238}Np	—	^{238}Pu

Tabelle 7.24 – Die Tabelle soll einen Überblick über bisher mit Ladungsaustauschreaktionen untersuchte $\beta^-\beta^-$ -Zerfallskerne geben. Ausgangspunkt der Untersuchungen sind jeweils Mutter- und Enkelkerne. Die verwendeten Ladungsaustauschreaktionen sind mit den entsprechenden Referenzen angegeben. Die mit einem (\diamond) markierten Reaktionen wurden in dieser Arbeit vorgestellt. Die $^{100}\text{Ru}(d,^2\text{He})$ -Reaktion (mit ‡ gekennzeichnet) wurde durchgeführt, aber bislang liegt kein Ergebnis vor. Zur Rekonstruktion des Kernmatrixelements über die Ladungsaustauschreaktionen fehlen noch die (n,p) -Typ-Reaktionen am ^{82}Kr , $^{128,130}\text{Xe}$ und ^{136}Ba . ^{238}U ist das einzige bekannte $\beta^-\beta^-$ -Zerfallsisotop, bei dem der $\beta\beta$ -Zerfall nachgewiesen wurde [34], aber keine Kernstrukturuntersuchung mit Ladungsaustauschreaktionen vorliegt.

Kapitel 8

Analyse von Nukliden im Massenbereich von $A = 26$ bis 178 für das R^2

In diesem Kapitel werden verschiedene Nuklide im Massenbereich von $A = 28$ bis 178 untersucht, die sich für die Extraktion des Wertes R^2 eignen. Diese Nuklide besitzen in der Regel einen $0^+ \rightarrow 1^+$ -g.s.-Übergang und einen $0^+ \rightarrow 0^+$ -Übergang (F-Übergang). Der Zählrate des g.s.-Übergangs kann die GT-Stärke aus dem $\log ft$ -Wert und dem F-Übergang die Stärke aus der Differenz $N - Z$ zugeordnet werden. Diese Voraussetzungen ermöglichen eine von der *Target*-Dicke unabhängige Extraktion des R^2 .

Die in diesem Kapitel untersuchten Nuklide sind ^{26}Mg , ^{30}Si , ^{48}Ca , ^{78}Se , $^{118/120}\text{Sn}$, ^{140}Ce und ^{178}Hf (siehe Abbildung 8.1). Die Nuklide ^{26}Mg und ^{48}Ca besitzen keinen g.s. mit $J^\pi = 1^+$.

Die Analysen einzelner Nuklide sind bereits veröffentlicht worden: Die Analyse von ^{48}Ca ist in Referenz [145] vorgestellt worden, ^{78}Se in Referenz [177], $^{118/120}\text{Sn}$ in Referenz [178], ^{140}Ce in [83] und ^{178}Hf in den Referenzen [83, 179]. Einen Überblick über die verwendeten *Targets* gibt die Tabelle 3.10.

Die Nuklide ^{26}Mg und ^{30}Si werden als Kalibrierungs-*Targets* im Rahmen jeder Strahlzeit erneut untersucht. Die Originaldaten wurden mit der im Rahmen dieser Arbeit neuerstellten Analysesoftware bearbeitet. Auf diese Weise sollen Fehler vermieden werden, die durch die Verwendung unterschiedlicher Analysesoftware entstehen können.

Die Analysen werden in den nächsten Abschnitten vorgestellt. Der Fokus liegt auf der Analyse der beschriebenen Übergänge und in der Extraktion der GT- sowie F-Stärke. Eine weitergehende Analyse der jeweiligen Spektren ist nicht Gegenstand dieser Arbeit.

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der Analysen für die oben genannten Isotope vorgestellt. In der abschließenden Diskussion (siehe Abschnitt 8.11) werden auch die übrigen in der Arbeit untersuchten Isotope miteinbezogen.

8.1 DWBA-Modellrechnungen

Für die im Rahmen der Extraktion des Wertes R^2 erforderlichen Übergänge wurden Winkelverteilungen erstellt. Diese wurden mit DWBA-Modellrechnungen (siehe Kapitel 5.3) verglichen. Die erforderlichen Parameter für das OM sind jeweils angegeben. Die Parameter werden aus den Angaben in Referenz [103] adaptiert.

Da die hier diskutierten Nuklide nur bei einem Spektrometerwinkel von $\Theta_{\text{GRS}} = 0^\circ$ untersucht wurden, sind die extrahierten OM Parameter ungenauer als jene, die unter mehreren Spektrometerwinkeln bestimmt wurden.

8.2 Extraktion der GT- bzw. F-Stärke

Die Extraktion der GT-Stärke erfolgt nach der in Kapitel 5.4.1 und Kapitel 5.4.2 diskutierten Vorgehensweise. Mit der Gleichung (2.37) wird die GT-Stärke und mit der Gleichung (2.36) die F-Stärke ermittelt. Das jeweils verwendete $N_D^{\sigma\tau}(A)$ ist in Tabelle 5.1 angegeben, wobei $N_D^\tau = N_D^{\sigma\tau}$ gewählt wurde. Im Falle der $B(\text{F})$ -Stärke wird das J_τ jeweils so gewählt, dass die Differenz $N - Z$ erfüllt ist.

Bei einigen in diesem Kapitel untersuchten Isotopen sind die *Target*-Eigenschaften nicht genau bekannt (alle Isotope mit $A \geq 78$). Aus diesem Grunde wird zunächst für den g.s.-Übergang die $B(\text{GT})$ -Stärke ermittelt und mit dem Wert verglichen, der sich aus dem $\log ft$ ergibt (siehe Kapitel 5.4.3). Dazu wird $J_{\sigma\tau}^2 = 161.5 \pm 3.5 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^3$ verwendet (vergleiche Kapitel 5.4.2). Daraus wird dann die neue *Target*-Dicke ermittelt und für die weitere Rechnung verwendet.

Anschließend wird das R^2 mit der Gleichung (5.4) berechnet und zusammen mit dem bestimmten J_τ in einer Tabelle angegeben.

Die Beschreibung der Fehlerrechnung ist in Kapitel 5.5 gegeben.

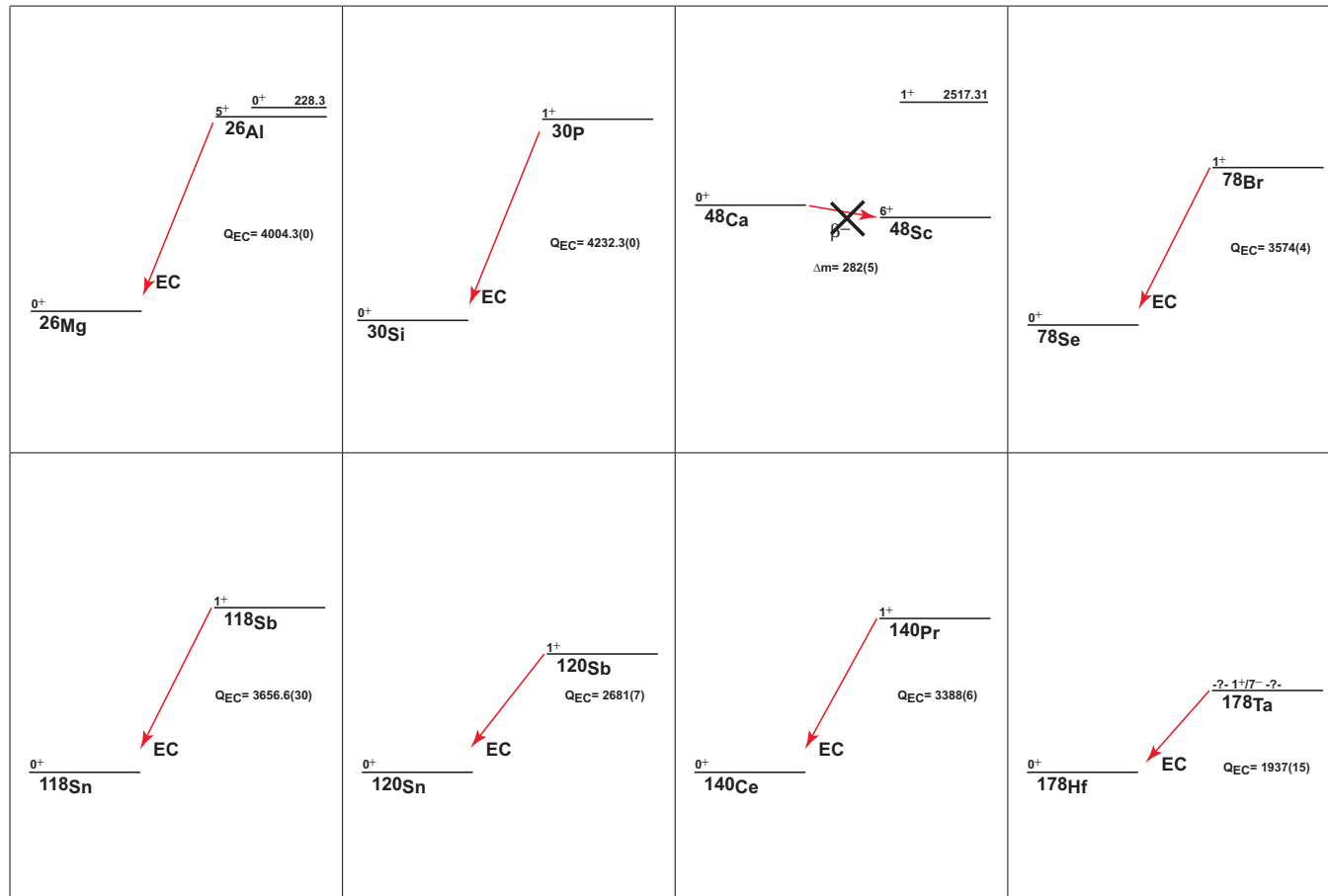


Abbildung 8.1 – Darstellung der g.s.-Übergänge für die untersuchten Nuklide. Mit Ausnahme von ⁴⁸Ca besitzen alle Nuklide einen 0⁺ → 1⁺-g.s.-Übergang. Die Energien sind in keV angegeben. Die Werte sind Referenz [127] entnommen.

8.3 Ergebnisse der $^{26}\text{Mg}(^3\text{He},t)^{26}\text{Al}$ -Reaktion

8.3.1 Analyse

Das verwendete *Target* besteht aus angereichertem ^{26}Mg mit einem Anreicherungsgrad von $>99\%$ mit einer Dicke von 0.87 mg/cm^2 [83]. Die Dicke wurde nicht mittels α -Messung überprüft.

Der g.s. im ^{26}Al ist ein $J^\pi = 5^+$ und wird in der $(^3\text{He},t)$ -Reaktion nicht angeregt. Der erste angeregte Zustand ist der IAS bei einer Anregungsenergie von 228 keV. Zur Extraktion des Wertes R^2 wurden zwei prominente GT-Übergänge bei einer Anregungsenergie von 1058 keV und 1851 keV herangezogen (siehe Abbildung 8.2).

Die extrahierten Stärken werden in Tabelle 8.4 angegeben. Die berechneten R^2 -Werte werden in Tabelle 8.4 aufgelistet. Das Spektrum wird in Abbildung 8.3 dargestellt.

8.3.2 Diskussion

Die Ergebnisse werden in Kapitel 8.3 angegeben. Die ermittelten Übergangsstärken sind nicht in Übereinstimmung mit den bekannten Werten: Die GT-Stärke ist geringer und die F-Stärke größer als die bekannten Werte. Gründe für diese Abweichungen können sein, dass entweder die *Target*-Dicke bzw. das Isotopenverhältnis des als *Target*-Material verwendeten Magnesiums nicht genau bekannt ist.

Eine andere Möglichkeit ist, dass die Winkelverteilungen weitere Beiträge enthalten, die mit dem zur Verfügung stehenden Winkelbin nicht extrahiert werden können. Dies würde allerdings zu einer Reduktion der GT-Stärke führen und die Abweichung vergrößern.

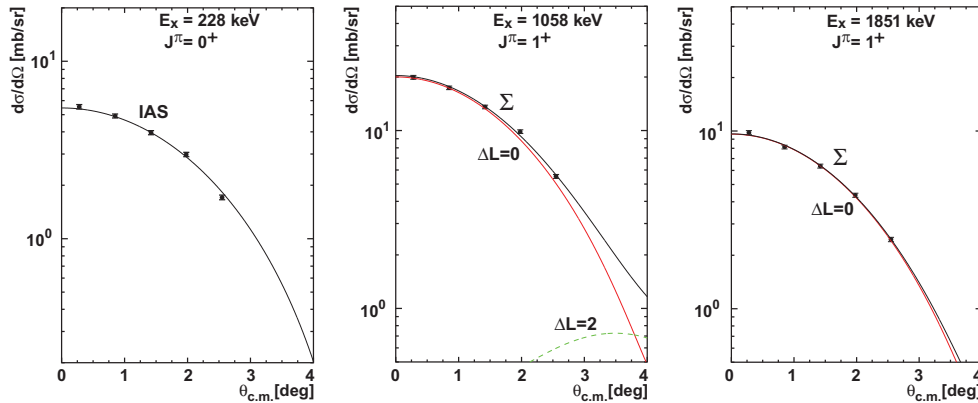


Abbildung 8.2 – Winkelverteilungen in der $^{26}\text{Mg}(^3\text{He},t)^{26}\text{Al}$ -Reaktion. Gezeigt sind der IAS bei 228 keV und zwei $0^+ \rightarrow 1^+$ Übergänge bei 1058 keV und 1851 keV. Die Beiträge der jeweiligen GT-Beimischungen werden in Tabelle 8.4 aufgelistet.

Q -Wert [keV]	$-4004.14(6)$
Masse $m(^{26}\text{Mg})$ [amu]	25.9826

Tabelle 8.1 – Überblick über den Q -Wert und die Masse [127].

Übergang	$E_x(^{26}\text{Al})$		q -Transfer [180] [1/fm]	Konversion c.o.m./lab [180]	k_f/k_i
	Ref. [23] [keV]	Experiment [keV]			
$0^+ \rightarrow 0^+$	228.3	228	0.043	0.780	0.995
$0^+ \rightarrow 1^+$	1057.7	1058	0.051	0.780	0.994
$0^+ \rightarrow 1^+$	1850.6	1850	0.058	0.780	0.993

Tabelle 8.2 – Überblick über die für die Berechnung von Wirkungsquerschnitten relevanten Größen.

Projektil / Ejektil	V_R [MeV]	r_R [fm]	a_R [fm]	W_I [MeV]	r_I [fm]	a_I [fm]
^3He	-25.10	1.430	0.833	-54.00	0.963	1.031
^3H	-21.34	1.430	0.833	-45.90	0.963	1.031

Tabelle 8.3 – Parameter für das verwendete OM. Die Parameter werden aus denen für ^{12}C und ^{58}Ni in Referenz [103] angegebenen Parametern adaptiert.

^{26}Al (Ref. [23])		^{26}Al		$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta = 0^\circ)$	$\frac{d\sigma}{d\Omega}(q = 0)$	F	$B(\text{F})$
$E_x[\text{keV}]$	J^π	$E_x[\text{keV}]$	J^π	[mb/sr]	[mb/sr]	%	
228.3	0^+	228	0^+	5.55(7)	5.50(7)	—	2.00(3)
						GT	$B(\text{GT})$
1057.7	1^+	1058	1^+	20.4(2)	20.6(2)	98	0.963(9)
1850.6	1^+	1850	1^+	9.64(1)	9.79(1)	100	0.454(1)

Tabelle 8.4 – Anregungsenergien, Wirkungsquerschnitte, $B(\text{GT})$ - und $B(\text{F})$ -Stärke für die einzelnen Zustände in der $^{26}\text{Mg}(^3\text{He},t)^{26}\text{Al}$ -Reaktion. In der ersten Spalte werden die bekannten Anregungsenergien (Fehler nicht signifikant) angegeben und in der zweiten Spalte die bekannten Spins (Referenz [23]), die denen aus der $(^3\text{He},t)$ -Reaktion gegenübergestellt sind (dritte und vierte Spalte). In Spalte fünf werden die Wirkungsquerschnitte bei $\theta = 0^\circ$ angegeben, in der sechsten Spalte bei $q = 0$. Spalte sieben listet den GT-Anteil auf. In der achten Spalte wird die $B(\text{GT})$ - bzw. $B(\text{F})$ -Stärke angegeben.

$^{26}\text{Mg}(^3\text{He},t)$	experimentell	bekannt
	über WQ	
J_τ [MeV · fm ³]	58.3(7)	—
$J_{\sigma\tau}$ [MeV · fm ³]	161.5(35)	—
$B(\text{F})$	2.00(3)	2
$B(\text{GT})$	0.963(9)	1.10(2)
$\frac{d\sigma}{d\Omega}(1058 \text{ keV, GT, } q = 0)$ [mb/sr]	—	20.2(2)
$\frac{d\sigma}{d\Omega}(228 \text{ keV, F, } q = 0)$ [mb/sr]	—	5.50(7)
R^2	—	6.7(2)

Tabelle 8.5 – Zusammenfassung der Ergebnisse für das R^2 : In der zweiten Spalte werden die experimentell ermittelten Werte für die Stärke und den Wirkungsquerschnitt (WQ) angegeben. In der dritten Spalte werden die bekannten Werte für die Stärken aufgelistet ($B(\text{GT})$ -Stärke aus Referenz [107]). Die unterste Zeile enthält den daraus berechneten Wert R^2 .

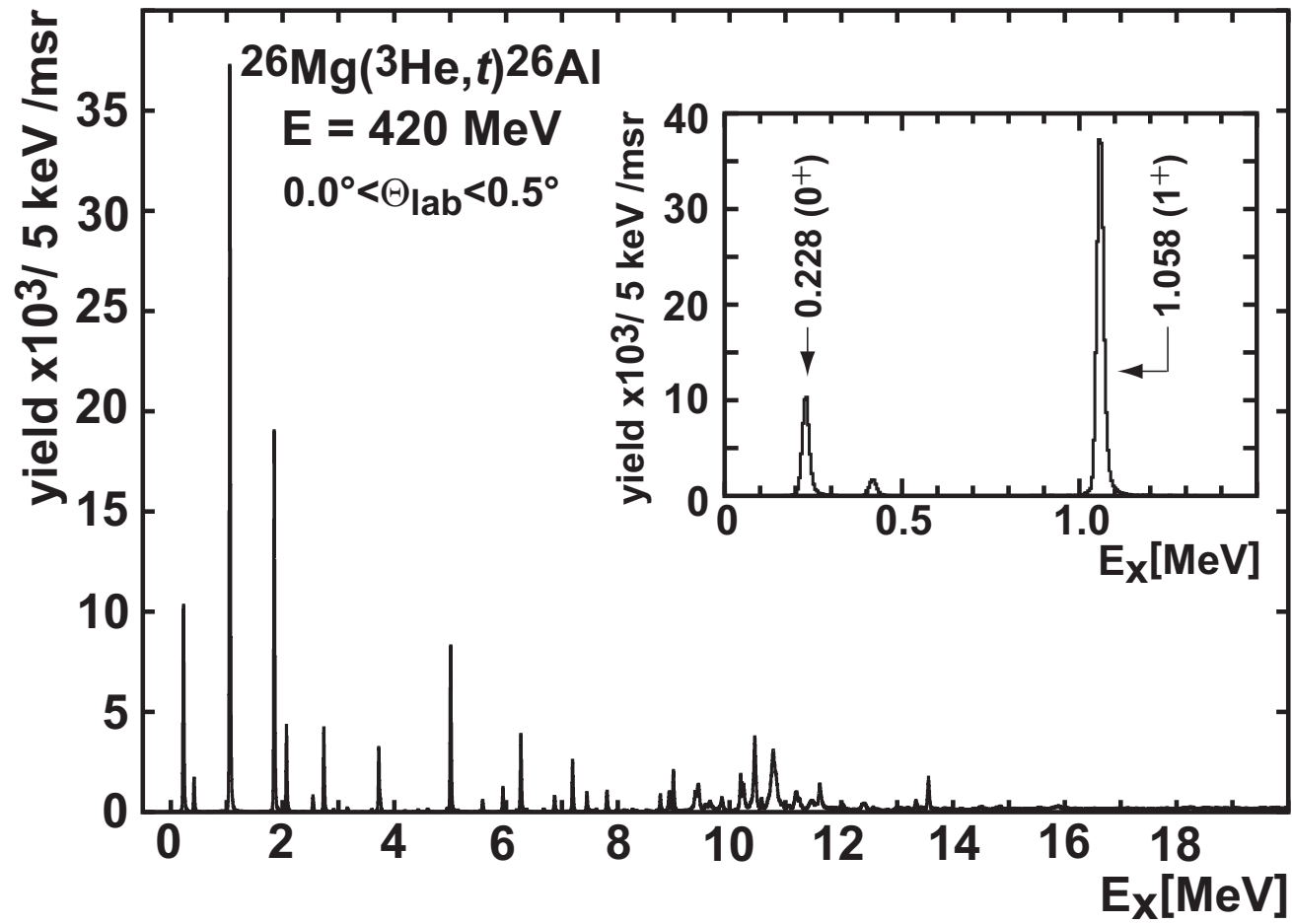


Abbildung 8.3 – Anregungsenergiespektrum in der $^{26}\text{Mg}(^3\text{He},t)^{26}\text{Al}$ -Reaktion. Das Inlet zeigt die für die R^2 -Extraktion relevante Region.

8.4 Ergebnisse der $^{30}\text{Si}(^3\text{He},t)^{30}\text{P}$ -Reaktion

8.4.1 Analyse

Das verwendete *Target* besteht aus Silizium mit natürlicher Isotopenhäufigkeit: Es enthält zu 3.09(1)% ^{30}Si [23]. Die Dicke wurde nicht mittels α -Messung überprüft.

Der g.s. im ^{30}P ist ein $J^\pi = 1^+$ mit einem bekannten $\log ft$ -Wert. Der IAS liegt bei einer Anregungsenergie von 677 keV. Es wurden zwei weitere GT-Übergänge extrahiert, die bei einer Anregungsenergie von 709 keV und 3019 keV liegen. Der Zustand bei 709 keV fällt mit dem g.s. aus dem ^{29}P zusammen. Eine Trennung der Anteile von ^{30}P und ^{29}P kann nicht erfolgen.

Die Winkelverteilungen werden in Abbildung 8.4 gezeigt.

Die extrahierten Stärken werden in Tabelle 8.9 angegeben. Die berechneten R^2 -Werte werden in Tabelle 8.9 aufgelistet. Das Spektrum wird in Abbildung 8.5 dargestellt.

8.4.2 Diskussion

Es wurde ein *Target* mit natürlicher Isotopenhäufigkeit verwendet. Der F-Übergang ins ^{30}P liegt nur 32 keV unter einem angeregten ^{30}P $J^\pi = 1^+$ -Zustand. Eine Trennung über einen *Fit* der Zustände ist möglich.

Die Übergangsstärken sind geringer als die bekannten Stärken und stimmen nicht überein. Eine von der Angabe abweichende *Target*-Dicke kann auch hier Grund für die Diskrepanz sein. Die Extraktion des GT-Anteils in der Winkelverteilung würde durch Winkelbins bei höheren Vorwärtswinkel verbessert werden. Hier ist aufgrund des hohen GT-Anteils zu erwarten, dass dieser reduziert wird und damit die Diskrepanz für den Siliziumfall wächst.

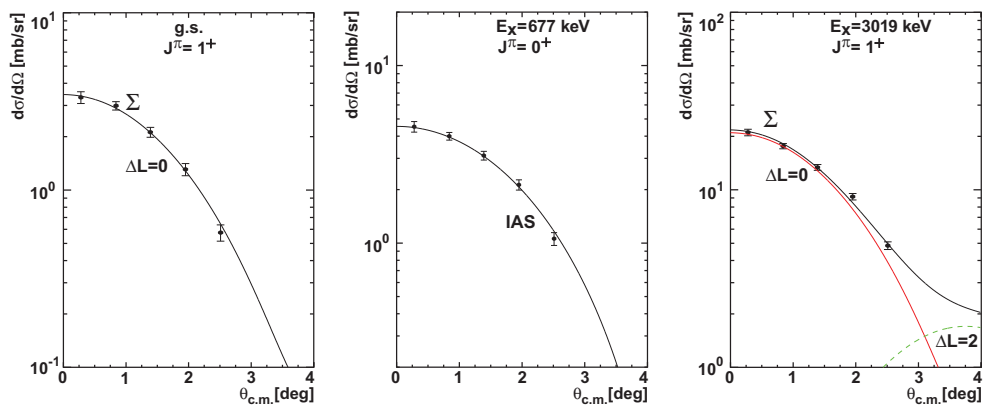


Abbildung 8.4 – Winkelverteilungen für Übergänge in der $^{30}\text{Si}(^3\text{He},t)^{30}\text{P}$ -Reaktion: Links wird der g.s.-Übergang, in der Mitte wird der IAS-Übergang bei einer Anregungsenergie von 677 keV und rechts wird ein GT-Übergang bei 3019 keV dargestellt. Die Beiträge der jeweiligen GT-Beimischungen werden in Tabelle 8.9 aufgelistet.

Q -Wert [keV]	-4232.4(3)
Masse $m(^{30}\text{Si})$ [amu]	29.9738
$\log ft$	4.8393

Tabelle 8.6 – Überblick über den Q -Wert und die Masse [127]. Der $\log ft$ -Wert ist Referenz [23] entnommen.

Übergang	$E_x(^{30}\text{P})$		q -Transfer [180] [1/fm]	Konversion c.o.m./lab [180]	k_f/k_i
	Ref. [23] [keV]	Experiment [keV]			
$0^+ \rightarrow 1^+$	0	0	0.043	0.805	0.995
$0^+ \rightarrow 0^+$	677.0	677	0.049	0.805	0.994
$0^+ \rightarrow 1^+$	3019.2(1)	3019	0.073	0.805	0.991

Tabelle 8.7 – Überblick über die für die Berechnung von Wirkungsquerschnitten relevanten Größen.

Projektil / Ejektil	V_R [MeV]	r_R [fm]	a_R [fm]	W_I [MeV]	r_I [fm]	a_I [fm]
^3He	-25.10	1.430	0.833	-54.00	0.963	1.031
^3H	-21.34	1.430	0.833	-45.90	0.963	1.031

Tabelle 8.8 – Parameter für das verwendete OM (dieselben wie im Falle der $^{26}\text{Mg}(^3\text{He},t)$ -Reaktion, siehe Tabelle 8.3). Die Parameter wurden aus denen für ^{12}C und ^{58}Ni in Referenz [103] angegebenen Parametern adaptiert.

^{30}P (Ref. [23])		^{30}P		$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta = 0^\circ)$	$\frac{d\sigma}{d\Omega}(q = 0)$	GT	$B(\text{GT})$
E_x [keV]	J^π	E_x [keV]	J^π	[mb/sr]	[mb/sr]	%	
g.s.	1^+	g.s.	1^+	2.97(10)	3.00(10)	100	0.158(0)
						F	$B(\text{F})$
677.0	0^+	677	0^+	3.91(12)	3.96(12)	—	2.00(6)
						GT	$B(\text{GT})$
3019.2(1)	1^+	3019	1^+	18.7(4)	19.2(4)	96	0.977(18)

Tabelle 8.9 – Anregungsenergien, Wirkungsquerschnitte, $B(\text{GT})$ - und $B(\text{F})$ -Stärke für die Zustände in der $^{30}\text{Si}(^3\text{He},t)^{30}\text{P}$ -Reaktion. Die Beschriftung der Tabelle ist identisch mit Tabelle 8.4.

$^{30}\text{Si}(^3\text{He},t)$	experimentell über WQ	bekannt
J_τ [MeV · fm ³]	52.0(10)	—
$J_{\sigma\tau}$ [MeV · fm ³]	161.5(35)	—
$B(\text{F})$	2.00(6)	2
$B(\text{GT})$	0.158(0)	0.166(0)
$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\text{g.s.}, \text{GT}, q = 0)$ [mb/sr]	—	3.00(10)
$\frac{d\sigma}{d\Omega}(677 \text{ keV}, \text{F}, q = 0)$ [mb/sr]	—	3.96(12)
R^2	—	9.1(4)

Tabelle 8.10 – Zusammenfassung der Ergebnisse für das R^2 : In der zweiten Spalte werden die experimentell ermittelten Werte für die Stärke und den Wirkungsquerschnitt angegeben. In der dritten Spalte werden die bekannten Werte für die Stärken aufgelistet. Die unterste Zeile enthält den daraus berechneten Wert R^2 .

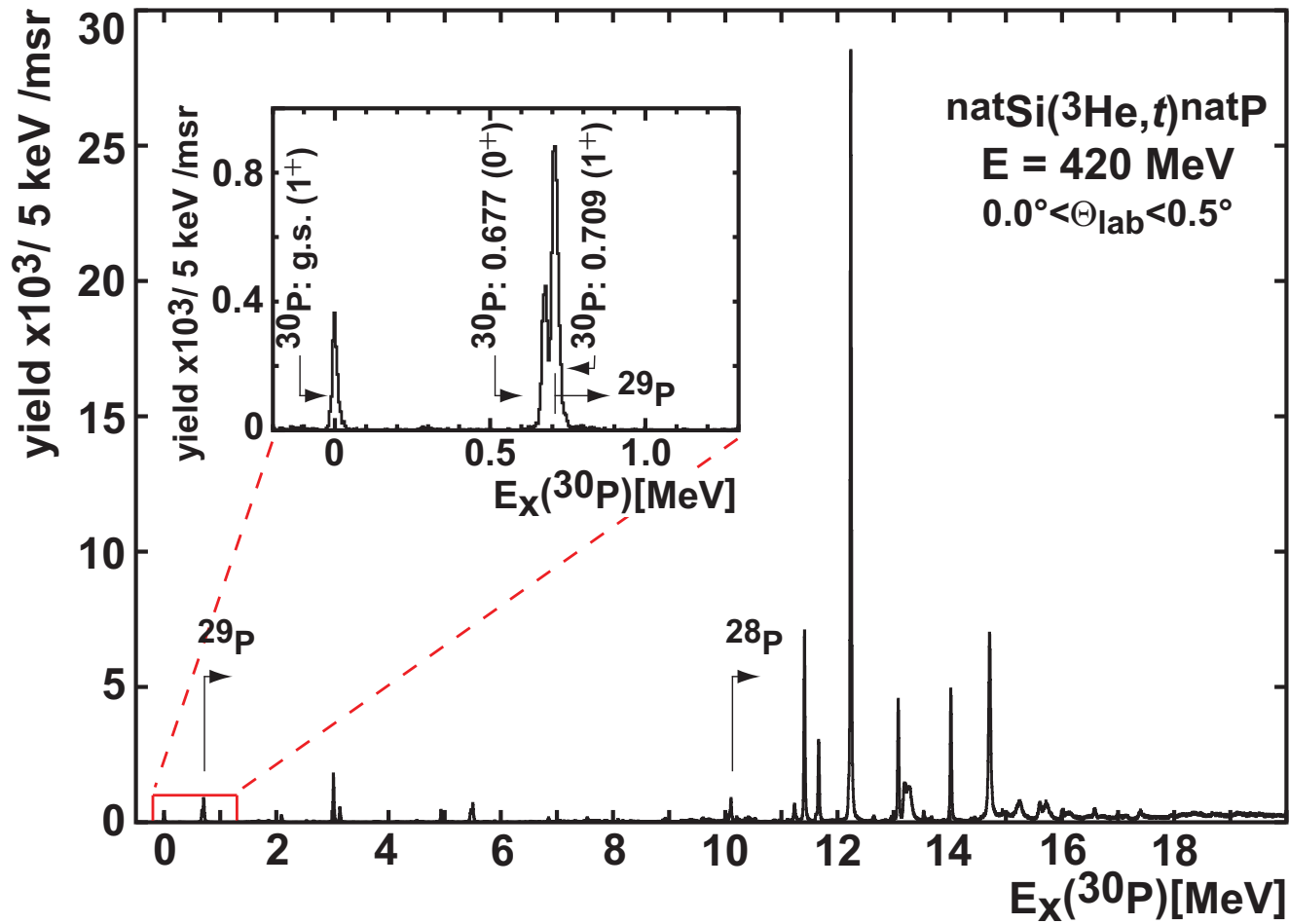


Abbildung 8.5 – Anregungsenergiespektrum der $^{\text{nat}}\text{Si}(^3\text{He},t)^{\text{nat}}\text{P}$ -Reaktion im Anregungsenergierahmen von ^{30}P . Die Anregungsenergien, ab denen Beiträge aus den anderen Phosphorisotopen erscheinen, sind eingezeichnet. Das Inlet zeigt die für die Extraktion des Wertes R^2 relevante Region.

8.5 Ergebnisse der $^{48}\text{Ca}(^3\text{He},t)^{48}\text{Sc}$ -Reaktion

8.5.1 Analyse

Die $^{48}\text{Ca}(^3\text{He},t)^{48}\text{Sc}$ -Reaktion wurde bereits in Referenz [145] beschrieben. An dieser Stelle wurde eine erneute Analyse der Originaldaten vorgenommen, die mit der im Rahmen dieser Arbeit erstellten Analysesoftware (siehe Kapitel 4.1) durchgeführt wurde. Ziel der Analyse ist die Extraktion des Wertes R^2 , dazu wurden zwei dominante *Peaks* extrahiert: Ein stark angeregter GT-Übergang bei 2517 keV und ein F-Übergang bei 6677 keV. Die Winkelverteilungen wurden bereits in [145] gezeigt und sind in Abbildung 8.6 dargestellt.

Die extrahierten Stärken werden in Tabelle 8.13 angegeben. Dabei wurde unter Auswertung der Winkelverteilungen $d\sigma/d\Omega(\theta = 0.26^\circ) \approx d\sigma/d\Omega(\theta = 0^\circ)$ angenommen. Die berechneten R^2 -Werte werden in Tabelle 8.14 aufgelistet. Das Spektrum wird in Abbildung 8.7 dargestellt.

8.5.2 Diskussion

Die in den Referenzen [39, 145] beschriebene $^{48}\text{Ca}(^3\text{He},t)$ -Reaktion wurde erneut analysiert, damit absolute Wirkungsquerschnitte zur Verfügung stehen. Die *Target*-Eigenschaften sind genau bekannt [92].

Die ermittelte F-Übergangsstärke ist 7% größer als der über das $N - Z$ berechenbare Wert. Einen $\log ft$ -Wert gibt es nicht. Auf eine erneute Erstellung von Winkelverteilungen wird verzichtet; diese sind ebenfalls in den Referenzen [39, 145] beschrieben.

Q -Wert [keV]	+282(5)
Masse $m(^{48}\text{Ca})$ [amu]	47.9525

Tabelle 8.11 – Überblick über den Q -Wert und die Masse [127].

Übergang	$E_x(^{48}\text{Sc})$		q -Transfer [180] [1/fm]	Konversion c.o.m./lab [180]	k_f/k_i
	Ref. [23] [keV]	Experiment [keV]			
$0^+ \rightarrow 1^+$	2517.3	2517	0.023	0.870	0.997
$0^+ \rightarrow 0^+$	6677.5(21)	6677	0.065	0.870	0.992

Tabelle 8.12 – Überblick über die für die Berechnung von Wirkungsquerschnitten relevanten Größen.

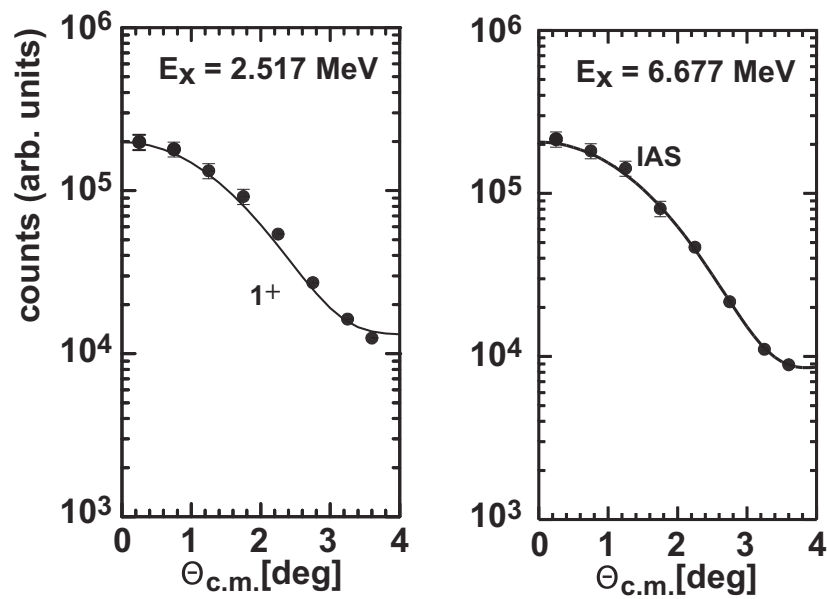


Abbildung 8.6 – Winkelverteilungen für Übergänge in der $^{48}\text{Ca}(^3\text{He},t)^{48}\text{Sc}$ -Reaktion: Links wird der Übergang bei 2517 keV gezeigt, rechts der Übergang in den IAS bei einer Anregungsenergie von 6677 keV. Abbildung nach Referenz [145], die Anregungsenergien weichen ab, da sie mit Hilfe der in dieser Arbeit verwendeten Energiekalibrierung bestimmt wurden.

^{48}Sc (Ref. [23])		^{48}Sc		$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta = 0.26^\circ)$	$\frac{d\sigma}{d\Omega}(q = 0)$	GT	$B(\text{GT})$
$E_x[\text{keV}]$	J^π	$E_x[\text{keV}]$	J^π	[mb/sr]	[mb/sr]	%	
2517.3(4)	1^+	2517	1^+	14.61(15)	14.66(15)	100	1.149(0)
						F	$B(\text{F})$
6677.5(21)	0^+	6677	0^+	13.0(1)	13.3(1)	—	8.00(8)

Tabelle 8.13 – Anregungsenergien, Wirkungsquerschnitte, $B(\text{GT})$ - und $B(\text{F})$ -Stärke für die Zustände in der $^{48}\text{Ca}(^3\text{He},t)^{48}\text{Sc}$ -Reaktion. Die Beschriftung der Tabelle ist identisch mit Tabelle 8.4. Die Winkelverteilungen sind in Referenz [145] gezeigt, es gilt $(d\sigma/d\Omega(\theta = 0.26^\circ) \approx d\sigma/d\Omega(\theta = 0^\circ))$.

$^{48}\text{Ca}(^3\text{He},t)$	experimentell	bekannt
	über WQ	
J_τ [MeV · fm ³]	58.5(6)	—
$J_{\sigma\tau}$ [MeV · fm ³]	161.5(35)	—
$B(\text{F})$	8.00(8)	8
$B(\text{GT})$	1.15(0)	—
$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\text{GT}, q = 0)$ [mb/sr]	—	14.7(2)
$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\text{F}, q = 0)$ [mb/sr]	—	13.3(1)
R^2	—	7.7(1)

Tabelle 8.14 – Zusammenfassung der Ergebnisse für das R^2 : In der zweiten Spalte werden die experimentell ermittelten Werte für die Stärke und den Wirkungsquerschnitt angegeben. In der dritten Spalte werden die bekannten Werte für die Stärken aufgelistet. Die unterste Zeile enthält den daraus berechneten Wert R^2 .

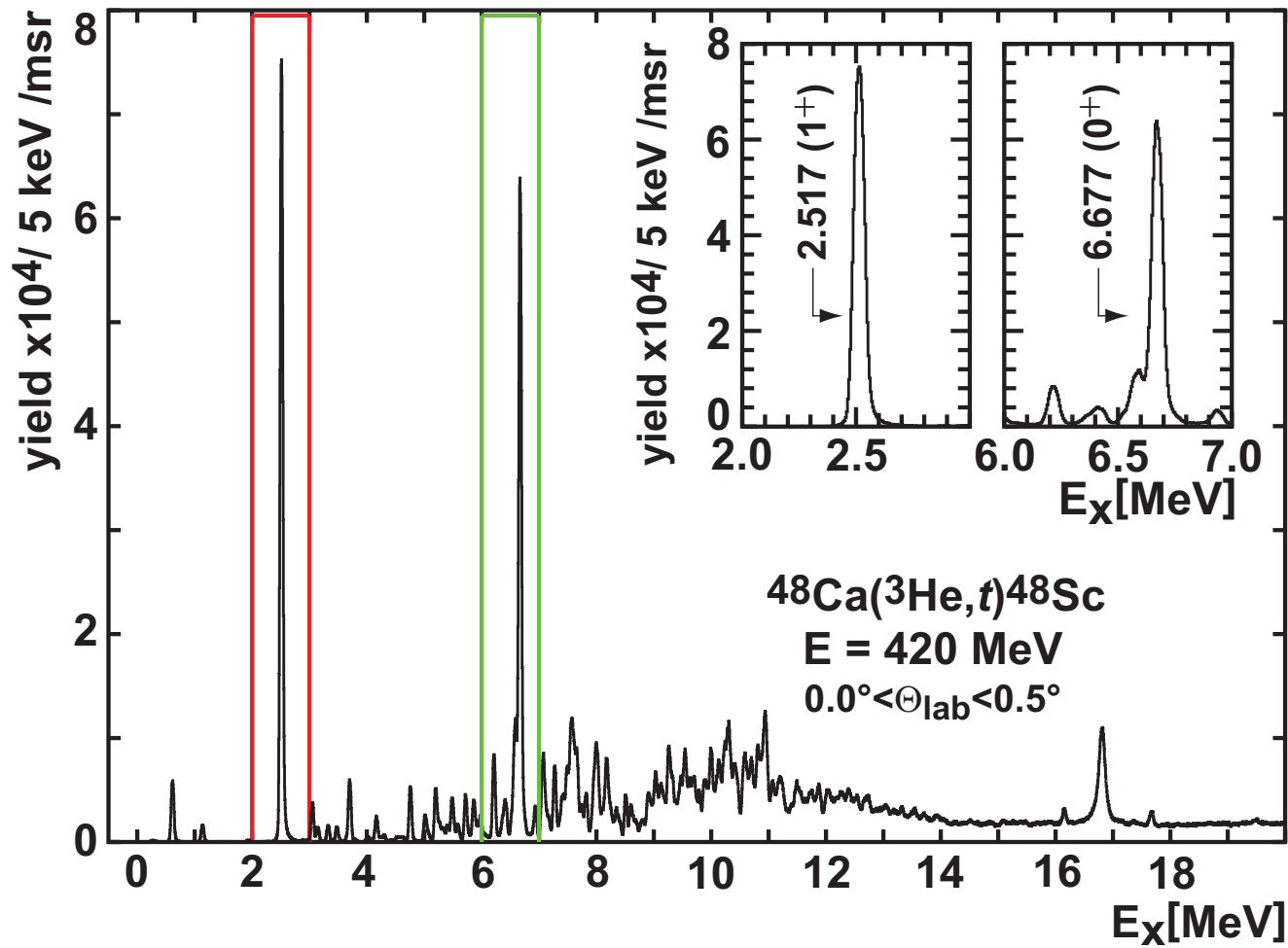


Abbildung 8.7 – Anregungsenergiespektrum der $^{48}\text{Ca}(^3\text{He},t)^{48}\text{Sc}$ -Reaktion. Die Inlets zeigen den stärksten GT-Übergang und den IAS. Zur weiteren Beschreibung des Spektrums wird auf Referenz [145] verwiesen.

8.6 Ergebnisse der $^{78}\text{Se}(^3\text{He},t)^{78}\text{Br}$ -Reaktion

8.6.1 Analyse

Das verwendete *Target* besteht zu 98.80(8)% [83] aus angereichertem ^{78}Se bei einer angegebenen Dicke von 1.4 mg/cm^2 . Das *Target* ist auf einer Kohlenstoffolie aufgebracht worden. Die Dicke wurde nicht mittels α -Messung überprüft.

Das Spektrum wird dominiert von dem g.s. im ^{12}N bei einer Anregungsenergie von 13771 keV (siehe Spektrum in Abbildung 8.9). Der IAS liegt bei einer Anregungsenergie von 6176 keV. Die im Spektrum in einem Bereich zwischen dem IAS und dem g.s. im ^{12}N erwartete GTR erscheint kaum ausgebildet. Die Ursache hierfür bleibt unklar, denn ein Effekt des *Targets*, z.B. Inhomogenitäten, erscheint aufgrund des verwendeten dispersiven Strahls nicht plausibel.

Im niederenergetischen Bereich des Spektrums werden einzelne Zustände beobachtet. Der g.s. im ^{78}Br ist ein $J^\pi = 1^+$ mit einem bekannten $\log ft$ -Wert.

Die Winkelverteilungen werden in Abbildung 8.8 gezeigt.

Die extrahierten Stärken werden in Tabelle 8.18 angegeben. Bei der Analyse stellte sich heraus, dass die angegebene Dicke oder das Isotopenverhältnis nicht zutreffend sein kann. Die über den $\log ft$ extrahierte Stärke impliziert, dass die *Target*-Dicke lediglich $\approx 0.3 \text{ mg/cm}^2$ betragen kann, falls das angegebene Isotopenverhältnis (siehe Tabelle 3.10) korrekt ist. Dieser Wert wird für die Berechnung des Wirkungsquerschnitts verwendet.

Die berechneten R^2 -Werte werden in Tabelle 8.19 aufgelistet.

8.6.2 Diskussion

Die Untersuchung des Isotops ^{78}Se ergibt, dass die angegebene *Target*-Dicke nicht korrekt ist. Beim Vergleich der aus dem Wirkungsquerschnitt ermittelten GT-Stärke mit der aus dem $\log ft$ -Wert ergibt sich eine deutliche Diskrepanz. Diese wird auf eine fehlerhafte Angabe der *Target*-Dicke zurückgeführt (Angabe: 1.4 mg/cm^2 , Berechnung: $\approx 0.3 \text{ mg/cm}^2$). Eine fehlerhafte Angabe des Isotopenverhältnisses würde Zustände aus anderen Selenisotopen im Spektrum hervorrufen, die nicht beobachtet wurden.

Das Spektrum der Reaktion hat im Bereich der Anregungsenergien zwischen 6 und 14 MeV einen flachen Verlauf, obwohl hier die GTR erwartet wird. Die Ursache für diese Abweichung ist unklar. *Target*-Eigenschaften wie Inhomogenitäten erscheinen aufgrund des verwendeten dispersiven Strahls wenig plausibel.

Mit der über den $\log ft$ -Wert ermittelten Dicke erfolgt die Stärkenberechnung. Dazu wird dem GT-Anteil der g.s.-Winkelverteilung der aus dem $\log ft$ -Wert berechnete $B(\text{GT})$ zugeordnet und über Gleichungen (2.37) und (5.1) die Dicke bestimmt. Bei dieser Vorgehensweise muss beachtet werden, dass damit die *Target*-Dicke u.a. vom GT-Anteil der Winkelverteilung abhängig ist.

Die berechnete F-Stärke ist etwa 26% größer als die $N - Z$ -Erwartung. Eine mögliche Ursache ist die Unterschätzung des GT-Anteils in der g.s.-Winkelverteilung, weil bei einer Anregungsenergie von 32 keV ein $J^\pi = 2^-$ -Zustand liegt [23]. Die Winkelverteilung steht im Widerspruch zu dieser These, denn ein 2^- -Beitrag würde einen schwächeren Abfall zu höheren Winkeln als den beobachteten verursachen (vergleiche Abbildung 8.8). Ferner würde die Unterschätzung des GT-Anteils maximal 11% betragen; dieser Wert ist für eine Erklärung der $B(\text{F})$ -Überschätzung noch nicht ausreichend.

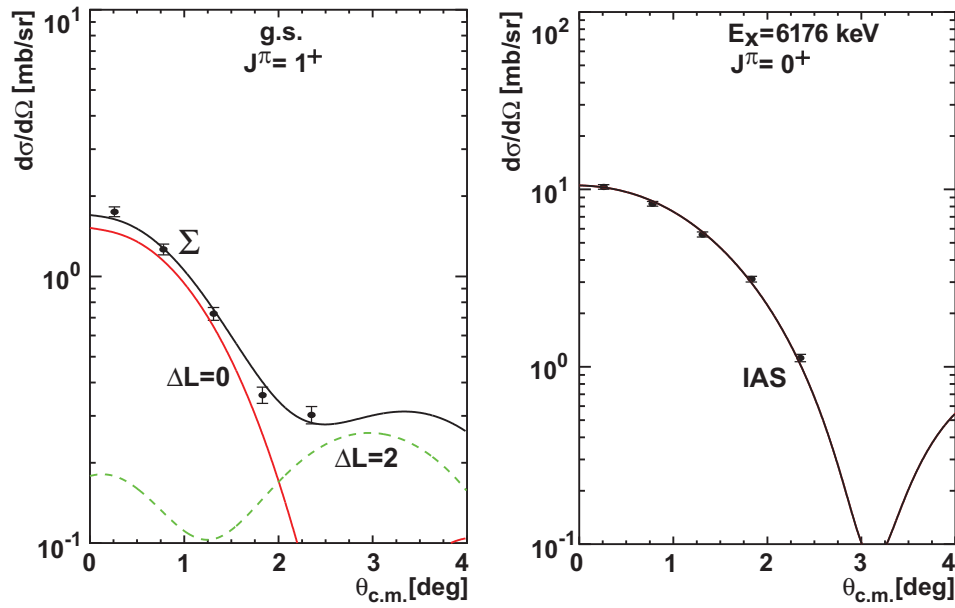


Abbildung 8.8 – Auf der linken Seite wird die Winkelverteilung für den g.s.-Übergang gezeigt, auf der rechten Seite der F-Übergang bei einer Anregungsenergie von 6176 keV.

Q -Wert [keV]	-3574(4)
Masse $m({}^{78}\text{Se})$ [amu]	77.9173
$\log ft$	4.75

Tabelle 8.15 – Überblick über den Q -Wert und die Masse [127]. Der $\log ft$ -Wert ist Referenz [23] entnommen.

Übergang	$E_x({}^{78}\text{Se})$		q -Transfer	Konversion	k_f/k_i
	Ref. [23]	Experiment	[180]	c.o.m./lab [180]	
	[keV]	[keV]	[1/fm]		
$0^+ \rightarrow 1^+$	0	0	0.037	0.917	0.995
$0^+ \rightarrow 0^+$	—	6176	0.100	0.916	0.988

Tabelle 8.16 – Überblick über die für die Berechnung von Wirkungsquerschnitten relevanten Größen.

Projektil / Ejektil	V_R [MeV]	r_R [fm]	a_R [fm]	W_I [MeV]	r_I [fm]	a_I [fm]
${}^3\text{He}$	-36.67	1.330	0.825	-61.17	0.991	1.056
${}^3\text{H}$	-31.17	1.330	0.825	-52.00	0.991	1.056

Tabelle 8.17 – Parameter für das verwendete OM. Die Parameter wurden aus denen für ${}^{58}\text{Ni}$ und ${}^{90}\text{Zr}$ in Referenz [103] angegebenen Parametern adaptiert.

^{78}Br (Ref. [23])		^{78}Br		$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta = 0^\circ)$	$\frac{d\sigma}{d\Omega}(q = 0)$	GT	$B(\text{GT})$
$E_x[\text{keV}]$	J^π	$E_x[\text{keV}]$	J^π	[mb/sr]	[mb/sr]	%	
g.s.	1^+	g.s.	1^+	1.70(5)	1.72(5)	89	0.204(12)
						F	$B(\text{F})$
		6176	0^+	10.5(2)	11.6(2)	—	10.0(2)

Tabelle 8.18 – Anregungsenergien, Wirkungsquerschnitte, $B(\text{GT})$ - und $B(\text{F})$ -Stärke für die Zustände in der $^{78}\text{Se}(^3\text{He},t)^{78}\text{Br}$ -Reaktion. Die Beschriftung der Tabelle ist identisch mit Tabelle 8.4.

$^{78}\text{Se}(^3\text{He},t)$	experimentell	bekannt
	über WQ	
J_τ [MeV · fm ³]	63.6(12)	—
$J_{\sigma\tau}$ [MeV · fm ³]	161.5(35)	—
$B(\text{F})$	10.0(2)	10
$B(\text{GT})$	0.204(12)	0.203(0)
$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\text{g.s.}, \text{GT}, q = 0)$ [mb/sr]	—	1.53(4)
$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\text{F}, q = 0)$ [mb/sr]	—	11.6(2)
R^2	—	6.5(2)

Tabelle 8.19 – Zusammenfassung der Ergebnisse für das R^2 : In der zweiten Spalte werden die experimentell ermittelten Werte für die Stärke und den Wirkungsquerschnitt angegeben. In der dritten Spalte werden die bekannten Werte für die Stärken aufgelistet. Die unterste Zeile enthält den daraus berechneten Wert R^2 .

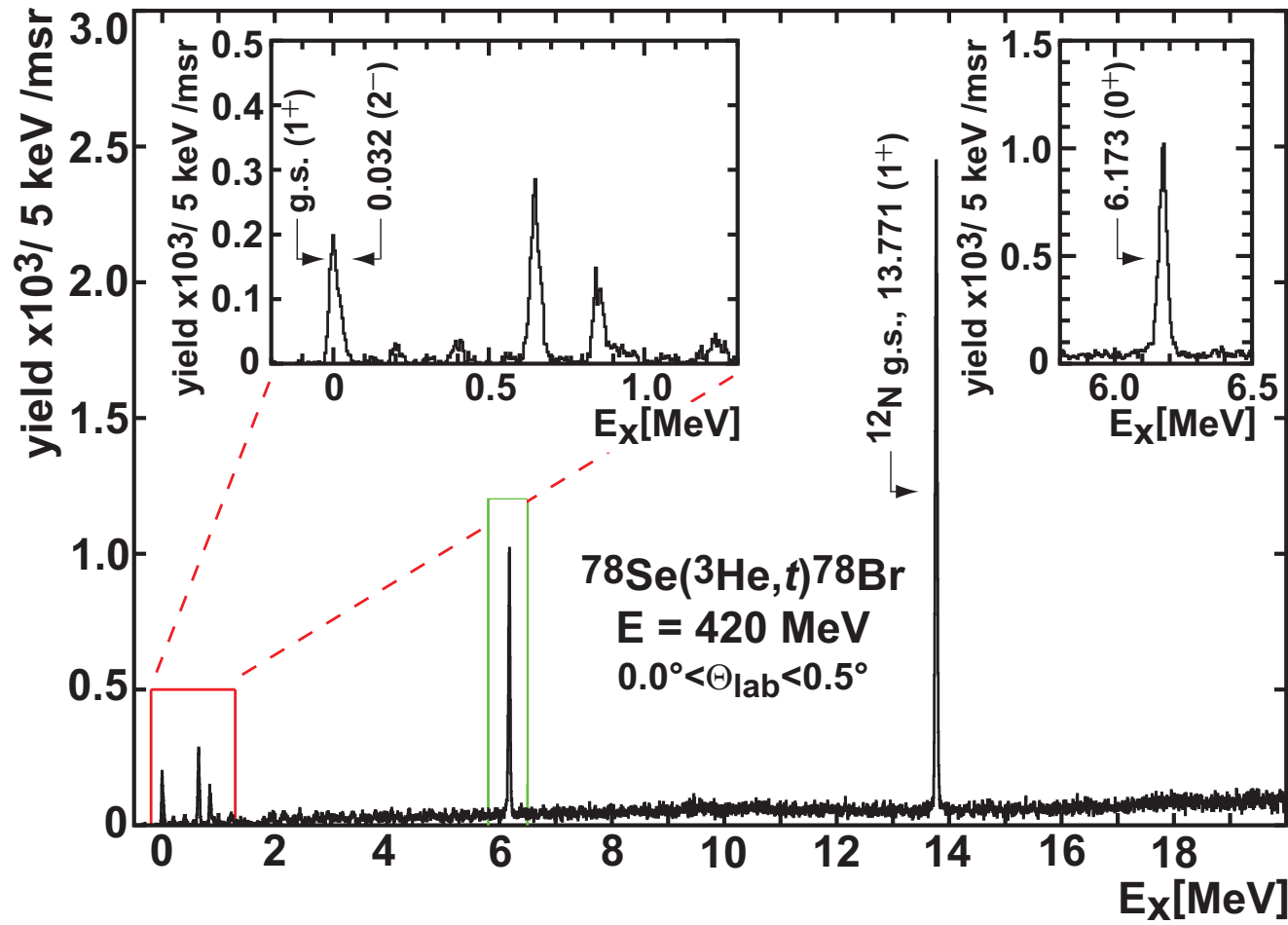


Abbildung 8.9 – Anregungsenergiespektrum der $^{78}\text{Se}(^3\text{He},t)^{78}\text{Br}$ -Reaktion. Die Inlets zeigen den stärksten GT-Übergang und den IAS.

8.7 Ergebnisse der $^{118}\text{Sn}(^3\text{He},t)^{118}\text{Sb}$ -Reaktion

8.7.1 Analyse

Das verwendete *Target* besteht aus zu 97.23(3)% [83] angereichertem ^{118}Sn bei einer angegebenen Dicke von $\approx 2.2 \text{ mg/cm}^2$ [83]. Das *Target* ist selbsttragend. Die Dicke wurde nicht mittels α -Messung überprüft.

Der g.s. im ^{118}Sb ist ein $J^\pi = 1^+$ mit einem bekannten $\log ft$ -Wert. Der IAS liegt bei einer Anregungsenergie von 9310 keV.

Die Winkelverteilungen werden in Abbildung 8.10 gezeigt.

Die extrahierten Stärken werden in Tabelle 8.23 angegeben.

Das berechnete R^2 wird in Tabelle 8.24 aufgelistet. Das Spektrum wird in Abbildung 8.11 gezeigt.

8.7.2 Diskussion

Die über die Strahlstromnormierung bestimmte GT-Stärke stimmt nicht mit der Stärke aus dem $\log ft$ -Wert überein. Als Ursache hierfür kann eine fehlerhafte Bestimmung der *Target*-Dicke in Frage kommen.

Die extrahierte F-Stärke ist um 8% größer als der Wert, der über $N - Z$ erwartet wird. Ein dickeres *Target* würde zu einer noch größeren F-Stärke führen.

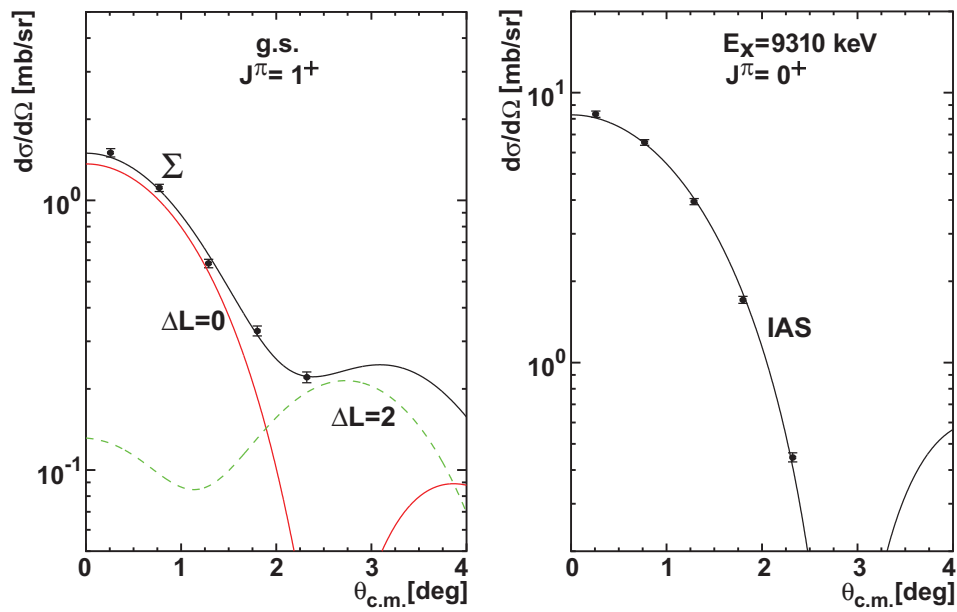


Abbildung 8.10 – Dargestellt sind die Winkelverteilungen aus der $^{118}\text{Sn}(^3\text{He},t)^{118}\text{Sb}$ -Reaktion: Auf der linken Seite befindet sich der g.s.-Übergang, auf der rechten Seite der IAS-Übergang bei einer Anregungsenergie von 9310 keV.

Q -Wert [keV]	-3656.6(30)
Masse $m(^{118}\text{Sn})$ [amu]	117.9016
$\log ft$	4.525

Tabelle 8.20 – Überblick über den Q -Wert und die Masse [127]. Der $\log ft$ -Wert ist Referenz [23] entnommen.

Übergang	$E_x(^{118}\text{Sb})$		q -Transfer [180] [1/fm]	Konversion c.o.m./lab [180]	k_f/k_i
	Ref. [23]	Experiment			
	[keV]	[keV]			
$0^+ \rightarrow 1^+$	0	0	0.038	0.944	0.995
$0^+ \rightarrow 0^+$	—	9310	0.133	0.943	0.984

Tabelle 8.21 – Überblick über die für die Berechnung von Wirkungsquerschnitten relevanten Größen.

Projektil / Ejektil	V_R [MeV]	r_R [fm]	a_R [fm]	W_I [MeV]	r_I [fm]	a_I [fm]
^3He	-29.58	1.360	0.818	-47.59	1.031	1.065
^3H	-25.14	1.360	0.818	-40.45	1.031	1.065

Tabelle 8.22 – Parameter für das verwendete OM. Die Parameter wurden aus denen für ^{90}Zr in Referenz [103] angegebenen Parametern adaptiert.

^{118}Sb (Ref. [23])		^{118}Sb		$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta = 0^\circ)$	$\frac{d\sigma}{d\Omega}(q = 0)$	GT	$B(\text{GT})$
$E_x[\text{keV}]$	J^π	$E_x[\text{keV}]$	J^π	[mb/sr]	[mb/sr]	%	
g.s.	1^+	g.s.	1^+	1.496(26)	1.524(26)	91	0.317(15)
						F	$B(\text{F})$
9300		9310	0^+	8.272(109)	10.38(14)	—	18.0(3)

Tabelle 8.23 – Anregungsenergien, Wirkungsquerschnitte, $B(\text{GT})$ - und $B(\text{F})$ -Stärke für die Zustände in der $^{118}\text{Sn}(^3\text{He},t)^{118}\text{Sb}$ -Reaktion. Die Beschriftung der Tabelle ist identisch mit Tabelle 8.4.

$^{118}\text{Sn}(^3\text{He},t)$	experimentell	bekannt
	über WQ	
J_τ [MeV · fm ³]	58.9(8)	—
$J_{\sigma\tau}$ [MeV · fm ³]	161.5(35)	—
$B(\text{F})$	18.0(3)	18
$B(\text{GT})$	0.317(15)	0.342(0)
$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\text{GT}, q = 0)$ [mb/sr]	—	1.39(2)
$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\text{F}, q = 0)$ [mb/sr]	—	10.4(1)
R^2	—	7.6(2)

Tabelle 8.24 – Zusammenfassung der Ergebnisse für das R^2 : In der zweiten Spalte werden die experimentell ermittelten Werte für die Stärke und den Wirkungsquerschnitt angegeben. In der dritten Spalte werden die bekannten Werte für die Stärken aufgelistet. Die unterste Zeile enthält den daraus berechneten Wert R^2 .

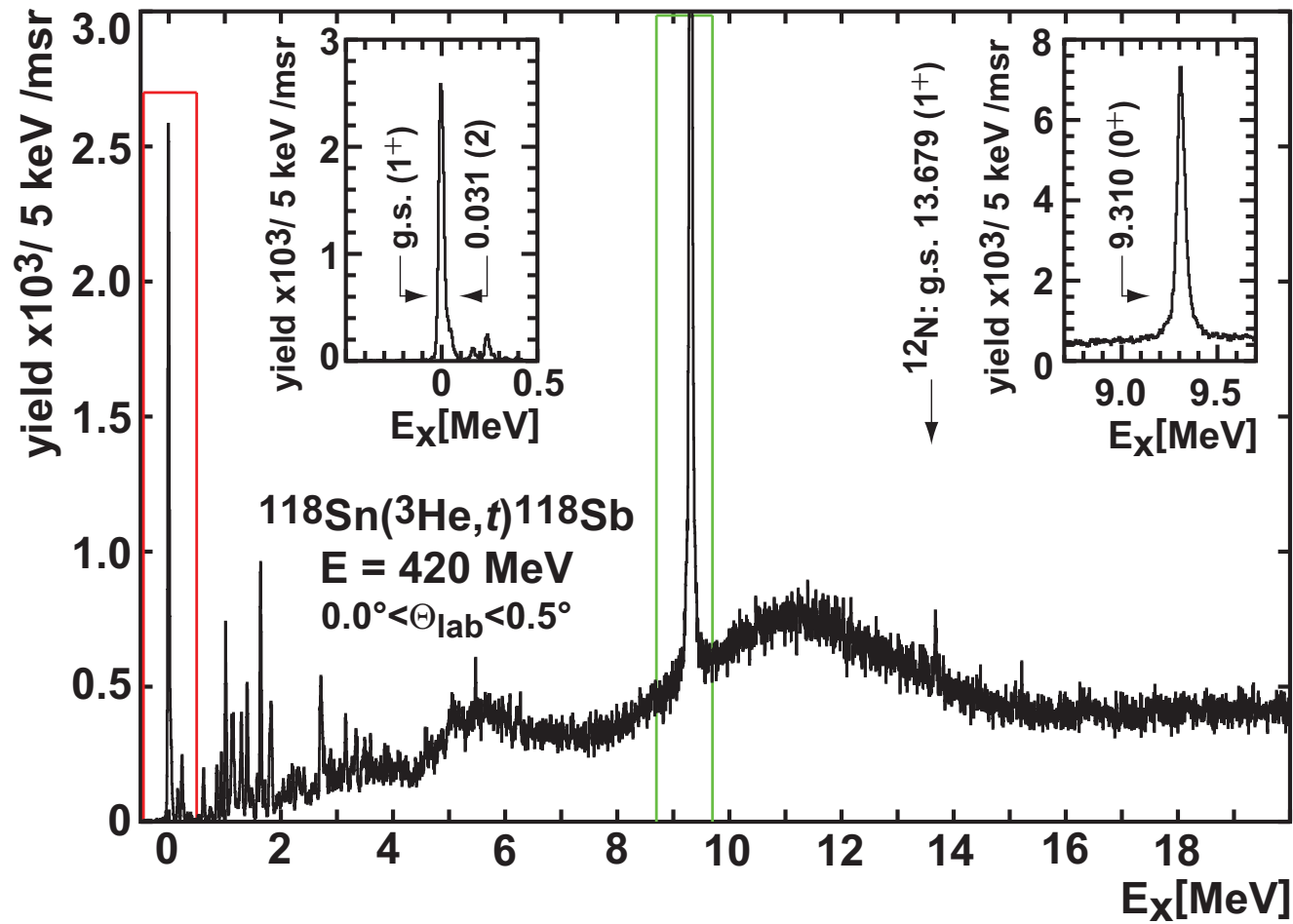


Abbildung 8.11 – Anregungsenergiespektrum der $^{118}\text{Sn}(^3\text{He},t)^{118}\text{Sb}$ -Reaktion. Die Insets zeigen einer Vergrößerung der für die Extraktion des Wertes R^2 relevanten Bereiche. Das *Target* besitzt eine Kohlenstoffkontamination: Der ^{12}N g.s. erscheint bei einer Anregungsenergie von 13.679 MeV, die berechnete Position ist 13.681 MeV.

8.8 Ergebnisse der $^{120}\text{Sn}(^3\text{He},t)^{120}\text{Sb}$ -Reaktion

8.8.1 Analyse

Das verwendete *Target* besteht aus angereichertem ^{120}Sn mit einem Anreicherungsgrad von 96.60% [83]. Die angegebene Dicke beträgt 1.13 mg/cm^2 . Das *Target* ist selbsttragend. Die Dicke wurde nicht mittels α -Messung überprüft.

Der g.s. im ^{120}Sb ist ein $J^\pi = 1^+$ mit einem bekannten $\log ft$ -Wert. Der IAS liegt bei einer Anregungsenergie von 10238 keV. Da es bei diesem Nuklid einen $J^\pi = 2^-$ -Übergang zu einer Anregungsenergie von 8 keV im ^{120}Sb gibt, wurden weitere Übergänge extrahiert, damit die erforderlichen Parameter für das OM extrahiert werden konnten. Die Winkelverteilungen werden in Abbildung 8.12 gezeigt.

Die extrahierten Stärken werden in Tabelle 8.28 angegeben. Bei der Analyse stellte sich heraus, dass die angegebene Dicke nicht zutreffend sein kann. Die über den $\log ft$ extrahierte Stärke impliziert, dass die *Target*-Dicke $\approx 1.8 \text{ mg/cm}^2$ beträgt. Dieser Wert wurde für die Berechnung des Wirkungsquerschnitts verwendet, allerdings kann dieser Wert variieren, falls der Anreicherungsgrads des *Targets* nicht korrekt angegeben wurde.

Die berechneten R^2 -Werte werden in Tabelle 8.29 aufgelistet. Das Spektrum wird in Abbildung 8.13 gezeigt.

8.8.2 Diskussion

In diesem Isotop folgt dem g.s. bei 8 keV ein Zustand mit $J^\pi=(2)^-$ [23]. Dies hat zur Folge, dass eine gemeinsame Winkelverteilung für die beiden Zustände erstellt werden muss. Da die Untersuchung nur bei einem Spektrometerwinkel durchgeführt wurde, kann keine Aussage über den weiteren Verlauf der Winkelverteilungen gemacht werden. Darüber hinaus sind die extrahierten Parameter für das OM ungenauer.

Zur Identifizierung von Beiträgen in den Winkelverteilungen wurden mehrere Zustände extrahiert, sodass Beiträge zu $J^\pi = 1^+$ - und $J^\pi = 2^-$ -Übergängen bestimmbar sind. Dabei stellte sich heraus, dass die Anregungsenergien nur für vier von neun Zuständen mit den bekannten Anregungsenergien in Referenz [23] überstimmen. Als Gründe kommen in Betracht:

- eine fehlerhafte Energiekalibrierung. Dagegen spricht, dass es sich dabei um dieselbe Kalibrierung handelt, die auch für das Magnesium, Silizium, Germanium, Selen, Zirkonium und Molybdän verwendet wurde. In den beschriebenen Isotopen beträgt die Genauigkeit der Kalibrierung im niederenenergetischen Bereich $\pm 1 \text{ keV}$.
- die Zustände in den vorangegangenen Untersuchungen (u.a. $(^7\text{Li},\gamma 3n)$ -, (p,n) -, (p,d) -, (d,t) -Reaktionen, vergleiche Referenz [23]) waren aus unbekanntem

Gründen nicht auflösbar.

Die über die Strahlstromnormierung bestimmte GT-Stärke ist 2% kleiner als die Übergangsstärke aus dem $\log ft$ -Wert. Die extrahierte F-Stärke ist um 3% kleiner als der Wert, der über $N - Z$ erwartet wird. Trotzdem sollte eine unabhängige Überprüfung der *Target*-Dicke mit einer α -Messung durchgeführt werden.

Q -Wert [keV]	-2681(7)
Masse $m(^{120}\text{Sn})$ [amu]	119.9022
$\log ft$	4.525

Tabelle 8.25 – Überblick über den Q -Wert und die Masse [127]. Der $\log ft$ -Wert ist Referenz [23] entnommen.

Übergang	$E_x(^{120}\text{Sb})$		q -Transfer [180] [1/fm]	Konversion c.o.m./lab [180]	k_f/k_i
	Ref. [23] [keV]	Experiment [keV]			
$0^+ \rightarrow 1^+$	0	0	0.028	0.945	0.997
$0^+ \rightarrow 2^-$		871	0.036	0.945	0.996
$0^+ \rightarrow 1^+$		1008	0.038	0.945	0.995
$0^+ \rightarrow 1^+$		1255	0.040	0.945	0.995
$0^+ \rightarrow 1^+$	1331(4)	1335	0.041	0.945	0.995
$0^+ \rightarrow 1^+$		1521	0.043	0.945	0.995
$0^+ \rightarrow 1^+$	1586(5)	1591	0.044	0.945	0.995
$0^+ \rightarrow 0^+$	10204(30)	10238	0.133	0.944	0.984

Tabelle 8.26 – Überblick über die für die Berechnung von Wirkungsquerschnitten relevanten Größen.

Projektil / Ejektil	V_R [MeV]	r_R [fm]	a_R [fm]	W_I [MeV]	r_I [fm]	a_I [fm]
^3He	-29.58	1.360	0.818	-47.59	1.031	1.065
^3H	-25.14	1.360	0.818	-40.45	1.031	1.065

Tabelle 8.27 – Parameter für das verwendete OM. Die Parameter wurden aus denen für ^{90}Zr in Referenz [103] angegebenen Parametern adaptiert.

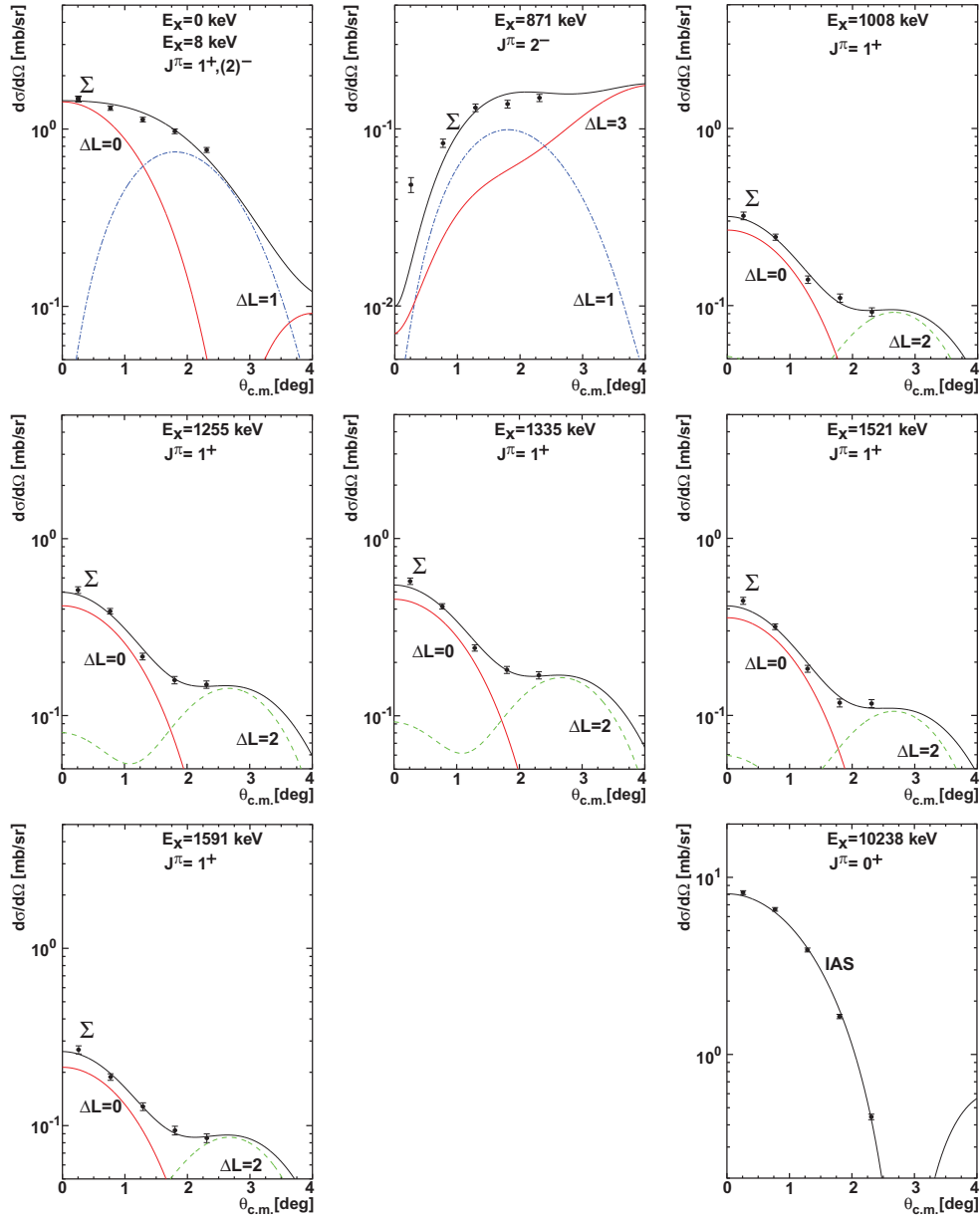


Abbildung 8.12 – Winkelverteilungen in der $^{120}\text{Sn}(^3\text{He},t)^{120}\text{Sb}$ -Reaktion, oben links wird der g.s.-Übergang gezeigt.

^{120}Sb (Ref. [23])			^{120}Sb		$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta = 0^\circ)$	$\frac{d\sigma}{d\Omega}(q = 0)$	GT	$B(\text{GT})$
$E_x[\text{keV}]$	J^π		$E_x[\text{keV}]$	J^π	[mb/sr]	[mb/sr]	%	
•	g.s.	1^+	g.s.	$1^+, 2^-$	1.45(2)	1.46(2)	98	0.334(3)
•	8.4	$(2)^-$	-?- 871	2^-	—	—	—	—
			1008	1^+	0.318(7)	0.320(7)	84	0.062(6)
			1255	1^+	0.498(10)	0.500(10)	84	0.098(9)
	1331(4)	$2^+, 3^+$	1335	1^+	0.547(10)	0.549(10)	83	0.107(11)
			1521	1^+	0.416(9)	0.419(9)	86	0.084(7)
	1586(5)	$2^+, 3^+$	1591	1^+	0.262(6)	0.264(6)	81	0.050(6)
							F	$B(\text{F})$
	10204(30)		10238	0^+	8.06(10)	10.1(1)	—	20.0(3)

Tabelle 8.28 – Anregungsenergien, Wirkungsquerschnitte, $B(\text{GT})$ - und $B(\text{F})$ -Stärke für die Zustände in der $^{120}\text{Sn}(^3\text{He},t)^{120}\text{Sb}$ -Reaktion. Die Beschriftung der Tabelle ist identisch mit Tabelle 8.4. Nach Referenz [23] ist bei 8.4 keV ein Zustand mit $J^\pi=(2)$ bekannt. Dieser Zustand kann in der $^{120}\text{Sn}(^3\text{He},t)$ nicht von dem g.s. getrennt werden. Es wird die Summe der beiden Zustände (•) beschrieben.)

$^{120}\text{Sn}(^3\text{He},t)$	experimentell über WQ	bekannt
J_τ [MeV · fm ³]	55.9(7)	—
$J_{\sigma\tau}$ [MeV · fm ³]	161.5(35)	—
$B(\text{F})$	20.0(3)	20
$B(\text{GT})$	0.334(3)	0.342(0)
$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\text{g.s., GT}, q = 0)$ [mb/sr]	—	1.42(20)
$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\text{F}, q = 0)$ [mb/sr]	—	10.1(1)
R^2	—	8.3(2)

Tabelle 8.29 – Zusammenfassung der Ergebnisse für das R^2 : In der zweiten Spalte sind die experimentell ermittelten Werte für die Stärke und den Wirkungsquerschnitt angegeben. In der dritten Spalte sind die bekannten Werte für die Stärken aufgelistet. Die unterste Zeile enthält den daraus berechneten Wert R^2 .

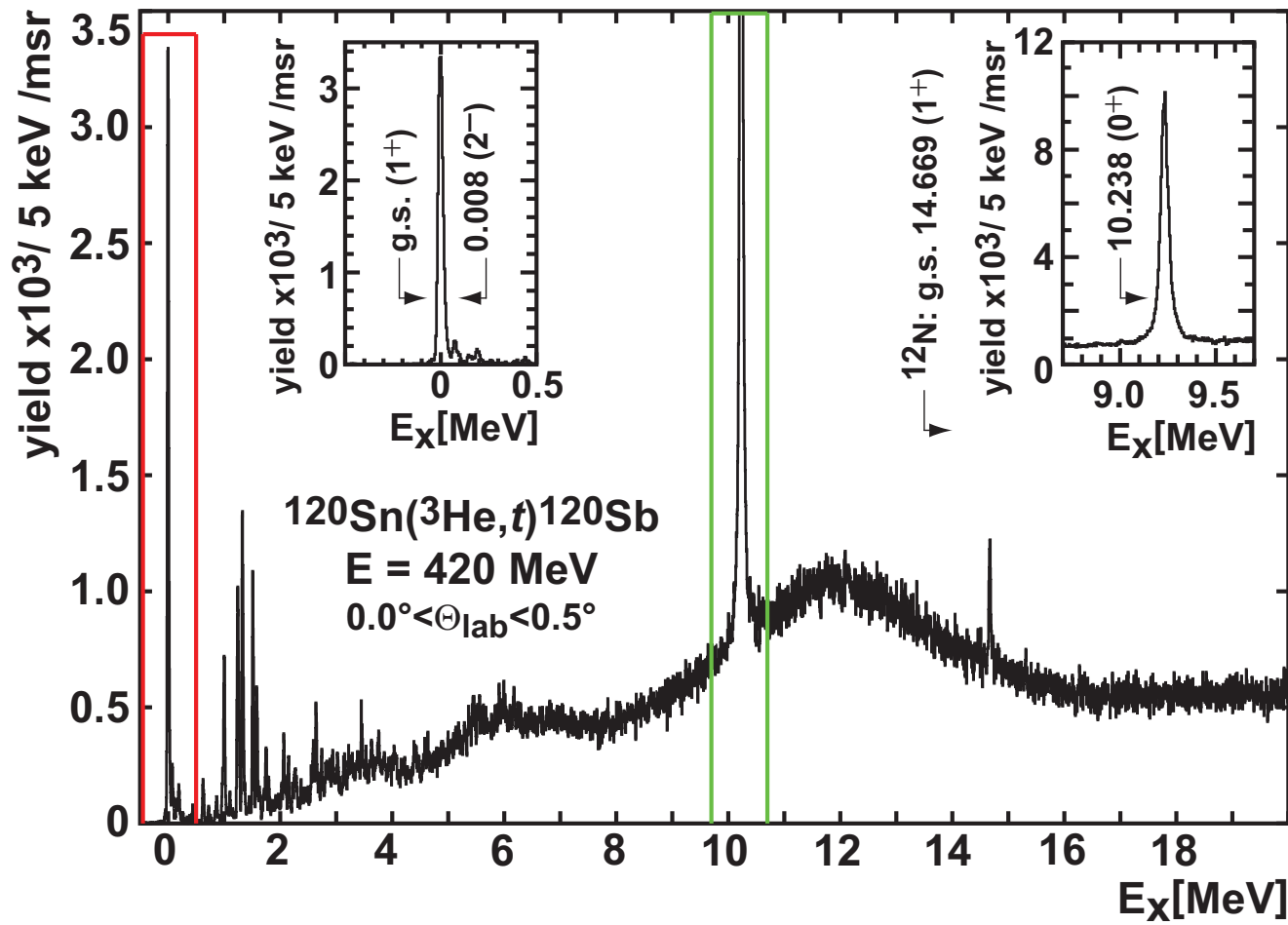


Abbildung 8.13 – Anregungsenergiespektrum der $^{120}\text{Se}(^3\text{He},t)^{120}\text{Sb}$ -Reaktion. Die Inlets zeigen einer Vergrößerung der für die Extraktion des Wertes R^2 relevanten Bereiche. Das *Target* besitzt eine Kohlenstoffkontamination: Der ^{12}N g.s. erscheint bei einer Anregungsenergie von 14.669 MeV.

8.9 Ergebnisse der $^{140}\text{Ce}(^3\text{He},t)^{140}\text{Pr}$ -Reaktion

8.9.1 Analyse

Das verwendete *Target* besteht zu 99.72(14)% aus ^{140}Ce [83]. Die angegebene Dicke beträgt 2.80 mg/cm^2 . Das *Target* ist selbsttragend. Die Dicke wurde nicht mittels α -Messung überprüft.

Der g.s. im ^{140}Pr ist ein $J^\pi = 1^+$ mit einem bekannten $\log ft$ -Wert. Der IAS liegt bei einer Anregungsenergie von 10978 keV. Die Winkelverteilungen werden in Abbildung 8.14 gezeigt.

Die extrahierten Stärken werden in Tabelle 8.33 angegeben.

Die berechneten R^2 -Werte werden in Tabelle 8.34 aufgelistet. Das Spektrum wird in Abbildung 8.15 gezeigt.

8.9.2 Diskussion

Die extrahierte GT-Übergangsstärke stimmt mit dem Wert aus der $\log ft$ -Rechnung überein. Die F-Stärke ist jedoch 67% größer als der über das $N-Z$ erwartete Wert, wenn mit den Wirkungsquerschnitten gerechnet wird. Eine Ursache könnte in der Unterschätzung des GT-Anteils der g.s.-Winkelverteilung liegen. Nach Referenz [23] ist bekannt, dass bei 27.2 keV ein $J^\pi = 2^+$ -Zustand liegt. Dieser Zustand kann in der vorliegenden Analyse einen Beitrag zur g.s.-Winkelverteilung liefern, da keine höheren Winkelbins zur Identifizierung vorliegen. In diesem Fall wäre der GT-Anteil maximal 15% unterschätzt. Wenn diese 15% in einer fehlerhaften *Target*-Dicke oder Isotopenhäufigkeit begründet sind, würde die F-Stärke zwar um 15% sinken, wäre dann allerdings immer noch um ca. 52% zu groß.

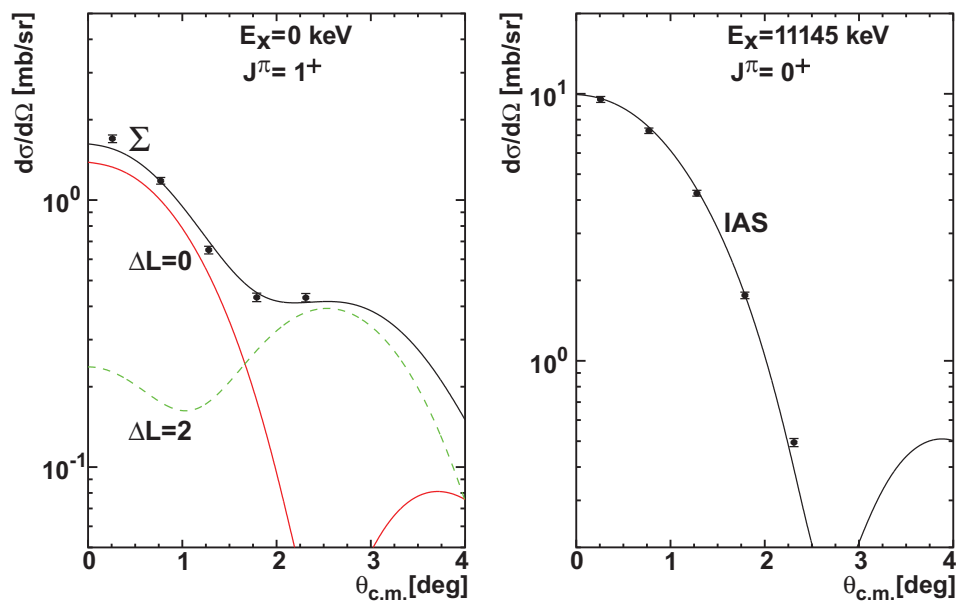


Abbildung 8.14 – Winkelverteilungen in der $^{140}\text{Ce}(^3\text{He},t)^{140}\text{Pr}$ -Reaktion für den g.s.-Übergang (links) und den IAS-Übergang (rechts).

Q -Wert [keV]	-3388(6)
Masse $m(^{140}\text{Ce})$ [amu]	139.9054
$\log ft$	4.419

Tabelle 8.30 – Überblick über den Q -Wert und die Masse [127]. Der $\log ft$ -Wert ist Referenz [23] entnommen.

Übergang	$E_x(^{140}\text{Pr})$		q -Transfer	Konversion	k_f/k_i
	Ref. [23] [keV]	Experiment [keV]	[180] [1/fm]	c.o.m./lab [180]	
$0^+ \rightarrow 1^+$	0	0	0.035	0.952	0.996
$0^+ \rightarrow 0^+$	—	10978	0.150	0.952	0.981

Tabelle 8.31 – Überblick über die für die Berechnung von Wirkungsquerschnitten relevanten Größen.

Projektil / Ejektil	V_R [MeV]	r_R [fm]	a_R [fm]	W_I [MeV]	r_I [fm]	a_I [fm]
^3He	-29.58	1.360	0.818	-42.80	1.031	1.065
^3H	-25.14	1.360	0.818	-36.38	1.031	1.065

Tabelle 8.32 – Parameter für das verwendete OM. Die Parameter wurden aus denen für ^{90}Zr in Referenz [103] angegebenen Parametern adaptiert.

^{140}Pr (Ref. [23])		^{140}Pr		$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta = 0^\circ)$	$\frac{d\sigma}{d\Omega}(q = 0)$	GT	$B(\text{GT})$
$E_x[\text{keV}]$	J^π	$E_x[\text{keV}]$	J^π	[mb/sr]	[mb/sr]	%	
g.s.	1^+	g.s.	1^+	1.62(3)	1.65(3)	85	0.415(35)
						F	$B(\text{F})$
		10978	0^+	9.94(12)	13.8(2)	—	24.0(3)

Tabelle 8.33 – Anregungsenergien, Wirkungsquerschnitte, $B(\text{GT})$ - und $B(\text{F})$ -Stärke für die Zustände in der $^{140}\text{Ce}(^3\text{He},t)^{140}\text{Pr}$ -Reaktion. Die Beschriftung der Tabelle ist identisch mit Tabelle 8.4.

$^{140}\text{Ce}(^3\text{He},t)$	experimentell	bekannt
	über WQ	
J_τ [MeV · fm ³]	66.9(8)	—
$J_{\sigma\tau}$ [MeV · fm ³]	161.5(35)	—
$B(\text{F})$	24.0(3)	24
$B(\text{GT})$	0.415(35)	0.436(0)
$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\text{g.s.}, \text{GT}, q = 0)$ [mb/sr]	—	1.40(3)
$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\text{F}, q = 0)$ [mb/sr]	—	13.8(2)
R^2	—	5.6(1)

Tabelle 8.34 – Zusammenfassung der Ergebnisse für das R^2 : In der zweiten Spalte werden die experimentell ermittelten Werte für die Stärke und den Wirkungsquerschnitt angegeben. In der dritten Spalte werden die bekannten Werte für die Stärken aufgelistet. Die unterste Zeile enthält den daraus berechneten Wert R^2 .

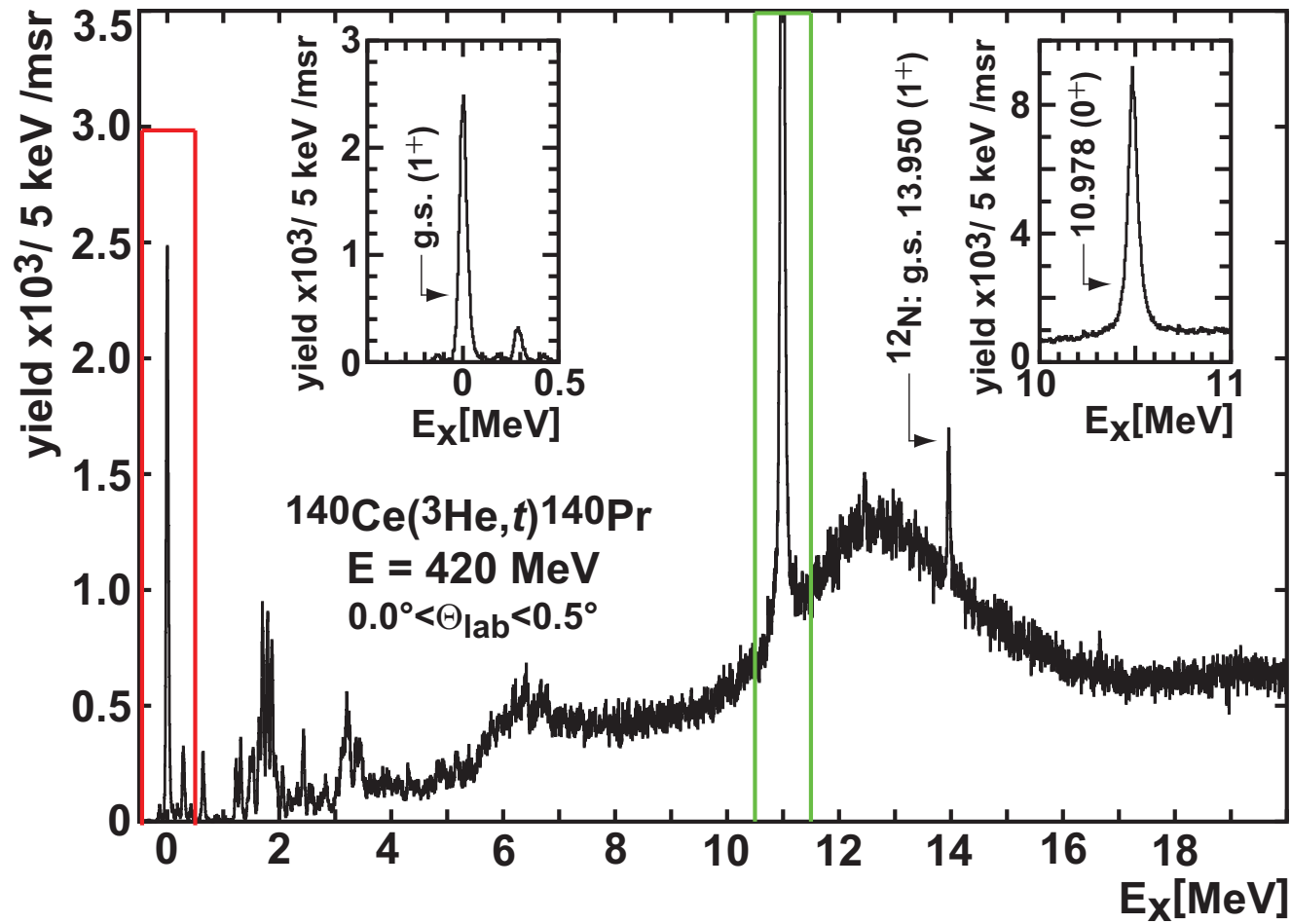


Abbildung 8.15 – Anregungsenergiespektrum der $^{140}\text{Ce}(^3\text{He},t)^{140}\text{Pr}$ -Reaktion. Die Inlets zeigen einer Vergrößerung der für die Extraktion des Wertes R^2 relevanten Bereiche. Das *Target* besitzt eine Kohlenstoffkontamination: Der ^{12}N g.s. erscheint bei einer Anregungsenergie von 13.950 MeV.

8.10 Ergebnisse der $^{178}\text{Hf}(^3\text{He},t)^{178}\text{Ta}$ -Reaktion

8.10.1 Analyse

Das verwendete *Target* besteht zu 89.14% aus ^{178}Hf [181]. Die angegebene Dicke beträgt 3.48 mg/cm^2 . Das *Target* ist auf einem PVA-*Backing* aufgebracht. Hierin enthalten sind u.a. Kohlenstoff und Sauerstoff. Welche Dicke das PVA-*Backing* bzw. das ^{178}Hf hat, ist nicht bekannt. Die Dicke wurde nicht mittels α -Messung überprüft.

Der g.s. im ^{178}Ta ist ein $J^\pi = 1^+$ mit einem bekannten $\log ft$ -Wert. Der g.s. liegt zwischen dem g.s. des ^{18}F und des ^{13}N . Der IAS des ^{178}Ta liegt bei einer Anregungsenergie von 14666 keV. Dieser Zustand ist eingerahmt von einem $J^\pi = 2^-$ Zustand aus dem ^{16}F und dem ^{12}N g.s.. Aufgrund der Gegebenheiten des *Targets* und der unterschiedlichen Kinematik seiner Substituenten war eine Korrektur der Abbildungsfehler im Bereich des IASs nicht möglich. So „läuft“ der $J^\pi = 2^-$ Übergang ins ^{16}F zu höheren Vorwärtswinkeln in den IAS des ^{178}Ta und führt zur einer Verunreinigung (siehe Abbildung 8.16).

Die extrahierten Stärken werden in Tabelle 8.38 angegeben.

Die berechneten R^2 -Werte werden in Tabelle 8.39 aufgelistet. Das Spektrum wird in Abbildung 8.17 gezeigt.

8.10.2 Diskussion

Das Hafnium-*Target* wurde auf einer PVA-Folie aufgebracht, die u.a. natürliches Kohlenstoff und Sauerstoff enthält. Diese Substituenten sorgen für eine Verunreinigung des ^{178}Ta -Spektrums und seiner Winkelverteilungen.

Die Winkelverteilungen ergeben, dass es bei einer Energie, die dem g.s. zugeordnet werden kann, einen $J^\pi = 1^+$ -Zustand gibt. Für diese Rechnung werden die Q -Werte sowohl der Substituenten als auch des Tantals verwendet. Letzterer besitzt einen Fehler von 15 keV [127].

Das J^π des g.s. wird in der Literatur nicht eindeutig geklärt. So wird in der *Table of Isotopes* [30] der g.s. mit $J^\pi = 1^+$ angegeben. Das National Nuclear Data Center [23] gibt $J^\pi=7^-$ an. In den *Nuclear Data Sheets* [182] wird angegeben, dass bei der vorliegenden Datensituation nicht entschieden werden kann, ob es sich

1. um zwei Zustände handelt und welcher der beiden dann den g.s. darstellt, oder
2. derselbe Zustand hat ein unklares J^π .

Auch die vorliegende Untersuchung kann dies nicht abschließend klären, denn ein $J^\pi=7^-$ wird über die $(^3\text{He},t)$ -Reaktion nicht angeregt.

Für die Übergangsstärken ergibt sich ein mit der Situation im ^{140}Pr vergleichbares Bild: Das Volumenintegral ist mit $J_\tau = 86.9(44) \text{ MeV} \cdot |\text{textfm}^3$ um einen Faktor

1.5 größer als das Volumenintegral im Fall der $^{71}\text{Ga}(^3\text{He},t)$ -Reaktion. Hierfür denkbare Erklärungen könnten sein:

- Ein bei ca. 24 keV Anregungsenergie liegender weiterer Zustand mit unbekanntem J^π [23, 182] liefert einen Beitrag zur g.s.-Winkelverteilung. Dieses führt zur Unterschätzung des GT-Wirkungsquerschnitts. Dieser Beitrag wäre jedoch maximal 16% groß; das J_τ wird jedoch um einen Faktor 1.5 überschätzt.
- Der IAS wird durch einen Zustand im Sauerstoff-Substituenten des *Targets* kontaminiert; im ^{16}F ist bei einer Anregungsenergie von ca. 1171 keV jedoch kein Zustand bekannt [23].

Die Ursache dieser starken Überschätzung der $B(\text{F})$ -Stärke kann mit den vorliegenden Daten nicht erklärt werden.

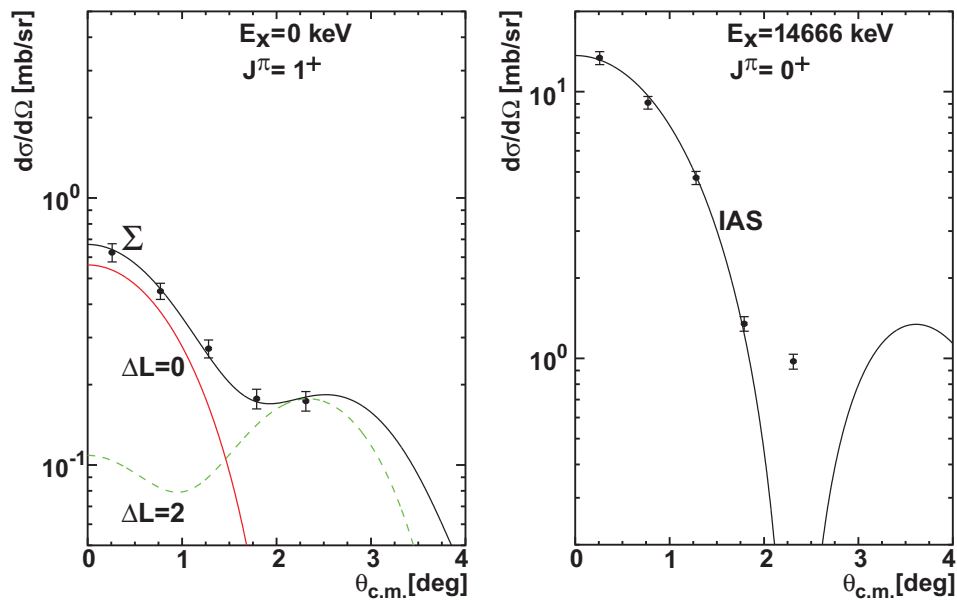


Abbildung 8.16 – Winkelverteilungen in der $^{178}\text{Hf}(^3\text{He},t)^{178}\text{Ta}$ -Reaktion für den g.s.-Übergang (links) und den F-Übergang (rechts). In der Winkelverteilung für den F-Übergang wird beim fünften Datenpunkt (Winkelbin $[2.0^\circ; 2.5^\circ]$) ein höherer Wirkungsquerschnitt beobachtet als es die Modellrechnung erwarten lässt. Dies wird mit der Kinematik des benachbarten $J^\pi = 2^-$ Zustand aus dem ^{16}F in Verbindung gebracht, der hier in den IAS des ^{178}Ta hineinläuft.

Q -Wert [keV]	-1937(15)
Masse $m(^{178}\text{Hf})$ [amu]	177.9437
$\log ft$	4.73

Tabelle 8.35 – Überblick über den Q -Wert und die Masse [127]. Der $\log ft$ -Wert ist Referenz [23] entnommen.

Übergang	$E_x(^{178}\text{Ta})$		q -Transfer [180] [1/fm]	Konversion c.o.m./lab [180]	k_f/k_i
	Ref. [23] [keV]	Experiment [keV]			
$0^+ \rightarrow 1^+$	0	0	0.020	0.962	0.998
$0^+ \rightarrow 0^+$	—	14666	0.171	0.962	0.979

Tabelle 8.36 – Überblick über die für die Berechnung von Wirkungsquerschnitten relevanten Größen.

Projektil / Ejektil	V_R [MeV]	r_R [fm]	a_R [fm]	W_I [MeV]	r_I [fm]	a_I [fm]
^3He	-29.58	1.360	0.818	-60.00	1.031	1.065
^3H	-25.14	1.360	0.818	-51.00	1.031	1.065

Tabelle 8.37 – Parameter für das verwendete OM. Die Parameter wurden aus denen für ^{90}Zr in Referenz [103] angegebenen Parametern adaptiert.

^{178}Ta (Ref. [23])		^{178}Ta		$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta = 0^\circ)$	$\frac{d\sigma}{d\Omega}(q = 0)$	GT	$B(\text{GT})$
$E_x[\text{keV}]$	J^π	$E_x[\text{keV}]$	J^π	[mb/sr]	[mb/sr]	%	
g.s.	1^+	g.s.	1^+	0.670(24)	0.674(24)	84	0.241(23)
						F	$B(\text{F})$
		14666	0^+	13.7(36)	22.7(6)	—	34.0(9)

Tabelle 8.38 – Anregungsenergien, Wirkungsquerschnitte, $B(\text{GT})$ - und $B(\text{F})$ -Stärke für die Zustände in der $^{178}\text{Hf}(^3\text{He},t)^{178}\text{Ta}$ -Reaktion. Die Beschriftung der Tabelle ist identisch mit Tabelle 8.4.

$^{178}\text{Hf}(^3\text{He},t)$	experimentell über WQ	bekannt
J_τ [MeV · fm ³]	86.9(44)	—
$J_{\sigma\tau}$ [MeV · fm ³]	161.5(35)	—
$B(\text{F})$	34.0(9)	34
$B(\text{GT})$	0.241(23)	0.241(0)
$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\text{g.s.}, \text{GT}, q = 0)$ [mb/sr]	—	0.566(20)
$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\text{F}, q = 0)$ [mb/sr]	—	22.7(6)
R^2	—	3.5(2)

Tabelle 8.39 – Zusammenfassung der Ergebnisse für das R^2 : In der zweiten Spalte werden die experimentell ermittelten Werte für die Stärke und den Wirkungsquerschnitt angegeben. In der dritten Spalte werden die bekannten Werte für die Stärken aufgelistet. Die unterste Zeile enthält den daraus berechneten Wert R^2 .

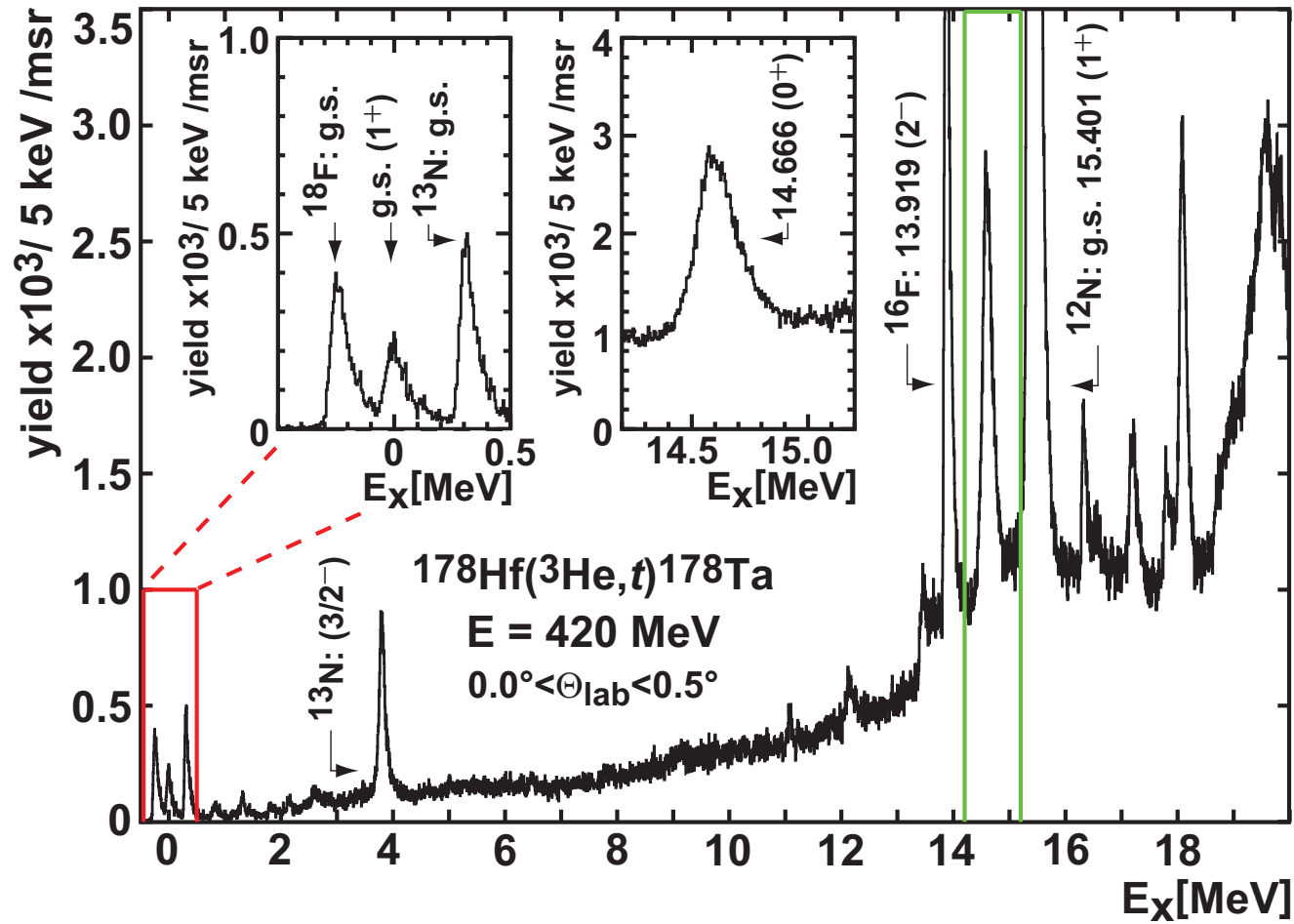


Abbildung 8.17 – Anregungsenergiespektrum der $^{178}\text{Hf}(^3\text{He}, t)^{178}\text{Ta}$ -Reaktion. Die Inlets zeigen einer Vergrößerung der für die Extraktion des Wertes R^2 relevanten Bereiche. Der ^{12}N g.s. erscheint bei einer Anregungsenergie von 15.401 MeV.

8.11 Diskussion des Wertes R^2

Aus den ermittelten Übergangsstärken wurde in einem weiteren Analyseschritt das Verhältnis R^2 nach Gleichung (5.4) ermittelt. Dabei werden die ermittelten Wirkungsquerschnitte und die bekannten Übergangsstärken verwendet. In diesem Fall ist das R^2 unabhängig von den *Target*-Eigenschaften, jedoch abhängig von der Genauigkeit des $\log ft$ -Wertes. Die $B(F)$ -Stärke aus dem experimentell ermittelten Wirkungsquerschnitt muss mit $N - Z$ übereinstimmen. Dieses kann jedoch nur erfolgen, wenn das Produkt $N_D^\tau \cdot |J_\tau|^2$ verändert wird. In Kapitel 2.3.3 wird $N_D^\tau = N_D^{\sigma\tau}$ gesetzt und für $J_\tau = 56.7 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^3$ (Kapitel 5.4.2) verwendet. Es wird willkürlich ein veränderliches J_τ gewählt.

Die Ergebnisse dieser Evaluationen werden in Tabelle 8.40 aufgeführt.

Beim Vergleich der Ergebnisse muss jedoch Folgendes beachtet werden:

- Die Nuklide ^{26}Mg , ^{48}Ca , ^{76}Ge , ^{82}Se und $^{90,92,96}\text{Zr}$ besitzen keinen $J^\pi = 1^+$ g.s., der über den β -Zerfall zugänglich ist. Die jeweiligen g.s. werden in Ladungsaustauschreaktionen nur schwach oder gar nicht angeregt; aus diesem Grunde können die Übergangsstärken nur über den Wirkungsquerschnitt bestimmt werden. Ferner können die zur R^2 -Extraktion verwendeten $J^\pi = 1^+$ -Zustände Beiträge höherer Drehimpulse haben, sodass sich der Fehler der extrahierten Stärken erhöht (vergleiche Situation im ^{82}Se).
- Die Eigenschaften der *Targets*, wie z.B. Anreicherungsgrad oder Dicke, der Nuklide ^{26}Mg , ^{30}Si , ^{78}Se , $^{118,120}\text{Sn}$, ^{140}Ce und ^{178}Hf sind nicht genau bekannt. Die Bestimmung der Übergangsstärken kann dabei nur über den β -Zerfall erfolgen und nicht über den Wirkungsquerschnitt.
- Die beiden Gallium-Isotope sind Spin- $1/2$ -Kerne, deren jeweilige g.s.- sowie Fermi-Übergänge mehrere Beiträge besitzen, die in Winkelverteilungen extrahiert werden müssen.
- Im ^{69}Ga ist der experimentell ermittelte $B(\text{GT})$ -Wert um rund einen Faktor 3 größer als die über den $\log ft$ -Wert ermittelte Stärke (vergleiche Kapitel 6).
- Im ^{71}Ga wurde das Spektrum über den $\log ft$ -Wert des g.s.-Übergangs kalibriert. Hiermit erfolgte die Extraktion von $N_D^{\sigma\tau}$ und von J_τ [2].

Die Ergebnisse für das (bei $q = 0 \text{ fm}^{-1}$ extrahierten) R^2 aus dieser Arbeit werden in Abbildung 8.18 dargestellt, wobei sich die Situation ergibt, dass das R^2 deutlich schwankt. Der Mittelwert für das R^2 aus den Werten für die Massen $A = 26$ bis 140 beträgt 7.5(3). Das ^{178}Hf bleibt für die weitere Diskussion ausgenommen (siehe Abschnitt 8.10). Dieses gilt ebenso für das J_τ .

Im Vergleich mit anderen Publikationen ergibt sich folgendes Bild:

A = 26 — A = 71					
Nuklid	$^{26}\text{Mg}^*$	$^{30}\text{Si}^*$	^{48}Ca	^{69}Ga	^{71}Ga
R^2	6.7(2)	9.1(4)	7.7(1)	9.1(7)	8.8(4)
J_τ [MeV·fm ³]	58.3(7)	52.0(10)	58.5(6)	55.1(6)	56.7(9)
A = 76 — A = 82					
Nuklid		^{76}Ge	$^{78}\text{Se}^*$	^{82}Se	
R^2		7.4(5)	6.5(2)	7.0(9)	
J_τ [MeV·fm ³]		60.1(12)	63.6(12)	55.2(9)	
A = 90 — A = 96					
Nuklid		^{90}Zr	^{92}Zr	^{96}Zr	
R^2		7.0(2)	6.6(4)	6.3(3)	
J_τ [MeV·fm ³]		61.6(14)	63.3(14)	64.9(10)	
A = 100 — A = 178					
Nuklid	^{100}Mo	$^{118}\text{Sn}^*$	$^{120}\text{Sn}^*$	$^{140}\text{Ce}^*$	$^{178}\text{Hf}^*$
R^2	7.7(3)	7.6(2)	8.3(2)	5.6(1)	3.5(2)
J_τ [MeV·fm ³]	58.2(8)	58.9(8)	55.9(7)	66.9(8)	86.9(44)
arithmetisches Mittel					
Nuklid	A = 26—A = 178		A = 26—A = 140		
\bar{R}^2	7.2(4)		7.4(3)		
\bar{J}_τ [MeV·fm ³]	61.0(20)		59.3(11)		

Tabelle 8.40 – Übersicht der im Rahmen dieser Arbeit ermittelten R^2 - und J_τ -Werte. Der J_τ -Wert wurde auf Basis des Wirkungsquerschnittes ermittelt, so dass $B(F) = N - Z$ erfüllt wird. Bei mit (*) markierten Isotopen konnten die *Target*-Eigenschaften nicht mittels α -Messung überprüft werden. Das arithmetische Mittel wurde einmal für alle Isotope bestimmt und für den Fall, dass das ^{178}Hf unberücksichtigt bleibt (siehe Abschnitt 8.10).

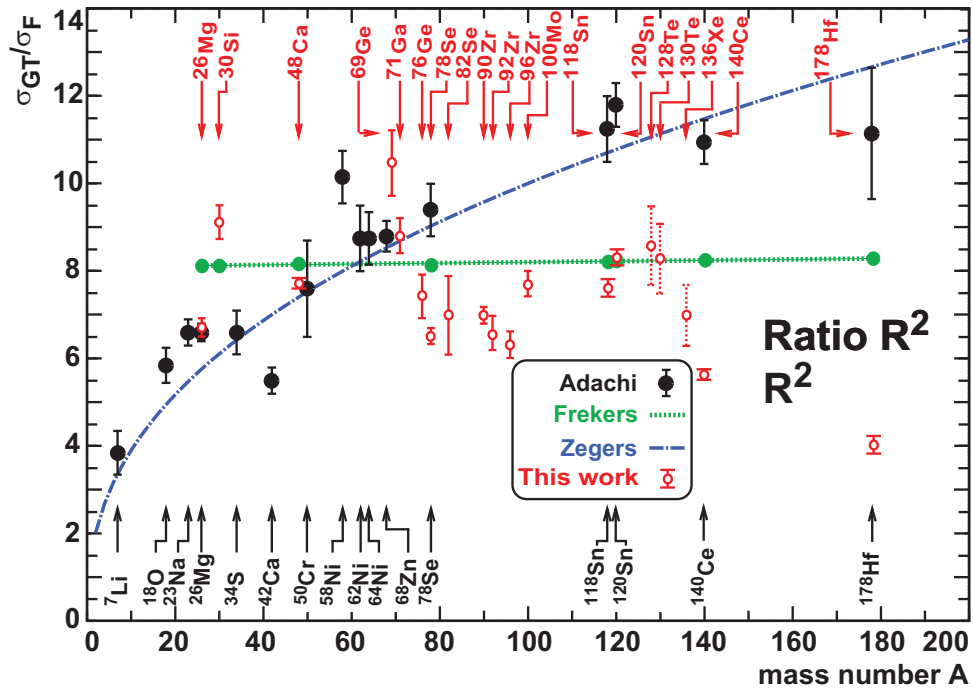


Abbildung 8.18 – Darstellung des Verhältnisses R^2 wie in Abbildung 5.1, ergänzt um die Werte aus dieser Arbeit (rot). Weder der Trend von Adachi (schwarz) [183], noch von Zegers (blau) [110] können bestätigt werden. Der Vergleich mit Frekers (grün) [2] ist nicht eindeutig, es gibt größere Schwankungen. Die Werte für ^{136}Xe und $^{128,130}\text{Te}$ entstammen den Referenzen [76] und [111].

- Die veröffentlichten Werte von Adachi *et al.* können nicht bestätigt werden. Allerdings wird bei $\theta = 0^\circ$ extrahiert (vergleiche Kapitel 5.4.4), was zu unterschiedlichen Ergebnissen führt.
- Die Parametrisierung von Zegers *et al.* kann ebenfalls nicht bestätigt werden (siehe Kapitel 5.4.4). Zegers *et al.* verwendeten jedoch eine andere $q \rightarrow 0 \text{ fm}^{-1}$ Extraktion, die für die Abweichung verantwortlich ist.
- Der Mittelwert der über R^2 bestimmten Werte ist ca. 10% geringer als der über die Methode Frekers (vergleiche Kapitel 5.4.4) vorhergesagte annähernd konstante Wert von $\approx 8.2(8)$, dessen Fehler aus dem systematischen Fehler von $N_D \cdot J^2$ resultiert. Die Werte sind miteinander verträglich.
- Der Mittelwert ist 14% größer als das konstante R^2 von 6.5(2), das von Taddeucci *et al.* für (p,n) -Reaktionen extrahiert wurde (vergleiche Kapitel 5.4.4).

Die Ursache für die deutliche Schwankung ist unklar. In der Formulierung des Verhältnisses über das Volumenintegral J_τ (siehe Tabelle 8.40) ergibt sich ebenfalls eine große Schwankung.

Dies führt zu der Frage, ob der theoretische Ansatz der Kurzreichweitigkeit in der Nukleon-Nukleus-Streuung (vergleiche Gleichung (2.27)) korrekt ist? Diese führte zu der Annahme, dass für die *Distortion*-Faktoren $N_\tau^D = N_{\sigma\tau}^D$ gilt. Dieses bedarf weiterer Untersuchungen.

8.12 Ausblick

Wie im Rahmen dieser Arbeit gezeigt wurde, stellen Ladungsaustauschreaktionen ein wichtiges Werkzeug in der Kernstrukturuntersuchung dar. Aus diesem Grunde ist ein besseres Verständnis der zugrunde liegenden Theorie erforderlich. Diese Arbeit konnte zeigen, dass der Ansatz der Kurzreichweitigkeit bei der Beschreibung der IAS die Schwankungen um einen Mittelwert beim R^2 bzw. J_τ nicht vorhergesagt.

Die Analysen in dieser Arbeit konnten aufdecken, welche Problemstellungen bei der $(^3\text{He},t)$ -Ladungsaustauschreaktion auftreten können. Zukünftige Messung von Übergangsstärken sollten folgende Punkte berücksichtigen:

- Die *Target*-Eigenschaften müssen genau bekannt sein, dies betrifft sowohl den Grad der Anreicherung als auch die Dicke.
- Die Effizienz der FCs. Im *Dispersive Mode* ist nicht klar, ob der gesamte *Beam* das *Target* trifft (siehe Kapitel 3). Im *Acromatic Mode* kann der *Beam* so fokussiert werden, dass das *Target* getroffen wird. Eine Messung im

Acromatic Mode kann zur Berechnung des absoluten Wirkungsquerschnitts herangezogen werden. Allerdings kann in diesem Fall keine hochaufgelöste Messung des Spektrums erfolgen. Idealerweise sollten beide Messungen durchgeführt werden.

- Die Effizienz des Detektorsystems bzw. der Software. Zu diesem Zweck wäre ein sogenanntes weißes Spektrum erforderlich, das praktisch nicht umsetzbar ist. Darüber hinaus muss die ortsabhängige Effizienz vermessen werden, da in den MWDCs die Drähte unterschiedliche Ereignisraten erfahren.
- Die Parameter für das OM für diese Arbeit wurden aus Referenz [103] abgeleitet und anhand der Winkelverteilungen des jeweiligen Nuklids angepasst. Insbesondere bei den Untersuchungen mit nur einer Winkeleinstellung macht sich dieses Vorgehen negativ bemerkbar. Eine Untersuchung der Nuklide über elastische Streuung (z.B. (^3He , $^3\text{He}'$)) könnte eine unabhängige Extraktion der Parameter für das OM ermöglichen; zusätzlich können isoskalare Komponenten der effektiven Wechselwirkung extrahiert werden. Dies kann im Hinblick auf die Untersuchung von tensoriellen Beiträgen von Bedeutung sein (siehe Referenz [43]).
- Die Extrapolation nach $q \rightarrow 0 \text{ fm}^{-1}$.
- Die Bestimmung der Übergangsstärken sollte auf zwei Wegen erfolgen, zum einen über die Wirkungsquerschnitte, zum anderen über die Kalibrierung anhand des β -Zerfalls. Wie im Falle des Galliums gezeigt werden konnte (vergleiche Kapitel 6), kann so das Produkt $N_D^\alpha \cdot J_\alpha^2$ ($\alpha = \tau, \sigma\tau$) extrahiert werden.

Die genannten Effekte können Abweichungen hervorrufen und zu einer Unter- oder Überschätzung der GT- bzw. F-Übergangsstärken führen.

Anhang A

Abkürzungen

AVF *Azimuthally Varying Field*

CFD *Constant Fraction Discriminator*

DAQ *Data Acquisition*

DQRPA *Deformed Quasi-Particle Random Phase Approximation*

DWBA *Distorted-Wave Born Approximation*

ECL *Emitter-Coupled Logic*

EC *Electron Capture*

FCET *Feret Control Event Tagger*

FC *Faraday Cup*

FERA *Fast Encoding and Readout bus*

F *Fermi*

FPD *Focal Plane Detectorsystem*

FSQP *Fermi Surface Quasi-Particle*

GALLEX *Gallium Experiment*

GRS *Grand Raiden Spectrometer*

g.s. *Ground State*

GT *Gamow-Teller*

GTR *Gamow-Teller Resonanz*

- HSMM** *High Speed Memory Modules*
- IAS** *Isobaric Analogue State*
- ME** *Matrixelement*
- MT** *Mean Timer*
- MWDC** *Multi Wire Drift Chamber*
- OBTD** *One-Body Transition Densities*
- OM** *Optisches Modell*
- PMT** *Photomultiplier*
- QM** *Quadrupolmagneten*
- RAID** *Redundant Array of Independent Disks*
- RCNP** *Research Center for Nuclear Physics*
- SAGE** *Soviet-American Gallium Experiment*
- SC** *Scattering Chamber*
- SDR** *Spin-Dipol Resonanz*
- SM** *Standardmodell*
- SNO** *Sudbury Neutrino Observatory*
- SSD** *Single State Dominance*
- SSM** *Standard-Sonnenmodell*
- TDC** *Time to Digital Converter*
- TFD** *Time-to-Fast-Encoding-and-Readout-Bus-Converter*
- VME** *Versa Module Europe Bus*
- WN** *West-North*
- WS** *West-South*

Anhang B

NORMOD

Übergangsamplituden für die Modellrechnungen werden mit dem Programm NORMOD [99] berechnet. Eine Beschreibung der einzelnen *Input Cards* kann dem Quellcode entnommen werden (siehe Tabelle B.1). Eine beispielhafte *Input Card* ist in Tabelle B.2 gegeben.

card 1	IRCONV 0 FOR DW81, 1 FOR DWBA91
	SINGLE PARTICLE RADIAL WAVE FUNCTIONS ARE DEFINED TO BE POSITIVE TOWARDS INFINITY IN DW81. IN DWBA91 THEY ARE DEFINED TO BE POSITIVE NEAR THE ORIGIN
card 2	NUMP NUMBER OR PARTICLE SHELLS
card 3	FNP FLP F2JP U2 NPTYPE NPFLAG ISHELP (x NUMP)
FNP	NUMBER OF NODES IN PARTICLE RADIAL WAVE
FLP	ANGULAR MOMENTUM OF PARTICLE
F2JP	TWICE TOTAL ANG. MOM. OF PARTICLE
U2	EMPTINESS OF PARTICLE-SHELL
NPTYPE	0 FOR NEUTRON, 1 FOR PROTON
NPFLAG	MAJOR SHELL NUMBER OF PARTICLE
ISHELP	NUMBER OF THE SHELL, USED TO WRITE THE WAVE FUNCTION TO DEVICES # 7-10, IN THE FORMAT : ISHELP, ISHELH, COEFF
card 4	NUMP NUMBER OR PARTICLE SHELLS
card 5	FNH FLH F2JH U2 NHTYPE NHFLAG ISHELH (x NUMP)
FNH	NUMBER OF NODES IN HOLE RADIAL WAVEF

FLH	ANGULAR MOMENTUM OF HOLE		
F2JH	TWICE TOTAL ANG. MOM. OF HOLE		
U2	EMPTYNESS OF HOLE-SHELL		
NHTYPE	0 FOR NEUTRON, 1 FOR PROTON		
NHFLAG	MAJOR SHELL NUMBER OF PARTICLE		
ISHELH	NUMBER OF THE SHELL, USED TO WRITE THE WAVE FUNCTION TO DEVICES # 7-10, IN THE FORMAT : ISHELP, ISHELH, COEFF		
card 6	M JTRAN PARITY AMASS ISPIN ISPIN3 IDIFL IDIFH		
M	EXPONENT OF R IS (L+M), WHERE L=JTRAN FOR NATURAL PARITY AND L=JTRAN-1 OR L=JTRAN+1 FOR UNNATURAL PARITY TRANSITIONS		
JTRAN	TRANSFERRED TOTAL ANG. MOM.		
PARITY	PRODUCT OF PARITIES OF INITIAL AND FINAL STATE		
AMASS	MASS OF TARGET		
ISPIN	ISOSPIN TRANSFER		
ISPIN3	THIRD-COMPONENT OF ISPIN		
	REACTION: TYPE	ISPIN	ISPIN3
	(P,P) T=0	0	0
	(P,P) T=1	1	0
	(P,N)	1	1
	(N,P)	1	-1
IDIFL	MINIMUM DIFFERENCE BETWEEN MAJOR SHELL NUMBERS		
IDIFH	MAXIMUM DIFFERENCE BETWEEN MAJOR SHELL NUMBERS		

Tabelle B.1 – Übersicht der Eingangsparameter für das Programm NORMOD. Die Bezeichnung ist dem *Source Code* entnommen. Die Karte 6 kann für alle möglichen Übergänge kopiert werden.

```

0
4
0 2 5 0.333 1 3 1
0 1 1 0.001 1 3 2
0 1 3 0.001 1 3 3
0 0 1 0.001 1 3 4
4
0 2 5 0.666 0 3 11
0 1 1 0.999 0 3 12
0 1 3 0.999 0 3 13
0 0 1 0.999 0 3 14
0 0 1 26 0 1 0 0
0 1 1 26 0 1 0 0
0 0 1 26 1 1 0 0

```

Tabelle B.2 – Beispielhafte *Input Card* für $^{26}\text{Mg}(^3\text{He}, t)^{26}\text{Al}$ in der Originalformatierung. Jede Zeile entspricht einer *Card*, dabei wiederholt sich die *Card* 6 für die zu berechnenden Übergänge.

Anhang C

FOLD

Das in dieser Arbeit verwendete Programm FOLD [98] besteht aus drei Unterprogrammen:

- WSAW,
- FOLD und
- DWHI.

Jedes Programm wird über sogenannte *Input Cards* gesteuert. Die einzelnen Parameter sind in I5 und F10 formatiert.

Das Programm wurde im Jahre 1989 für Computer mit *Virtual Memory System* (VMS) Betriebssystem in der Programmiersprache Fortran 90 geschrieben. Es wurde von R.G.T. ZEGERS angepasst und läuft auf Windows- und Unix-Systemen [184].

WSAW

Dieses Unterprogramm berechnet einen *Outputfile* mit WOODS-SAXON-Radialfunktionen. Diese Datei wird dann vom Unterprogramm FOLD weiterverwendet. Eine Übersicht über die Eingangsparameter der *Input Card* ist in Tabelle C.1 gegeben. Ein beispielhafte *Input Card* ist in Tabelle C.2 gegeben.

card 1	RMESH=0.1, RMAX=20., NPUNCH=1, NBPUNCH=150, IDBUG=0
card 2	FILENAM
card 3	TMC, TIZC, VO, A, R0, RC, VSO
TMC	core mass
TIZC	core charge
VO	starting value for volume potential depth (will be fit)
A	diffuseness for this potential
R0	radius parameter for this potential
RC	coulomb radius parameter
VSO	spin-orbit potential strength to us
card 4	EBIND, TMP, TL, TNODE, TIZP, XJ, XS
EBIND	binding energy of particle
TMP	mass of particle
TL	orbital angular momentum (L) of particle orbit
TNODE	number of interior nodes (starts at zero)
TIZP	charge of particle
XJ	total angular momentum (J) of particle orbit
XS	spin (S) of particle

Tabelle C.1 – Übersicht der Eingangsparameter für das Programm WSAW. Die Bezeichnung ist dem *Source Code* entnommen. Die Karte 3 bzw. 4 wird beendet, in dem in einer neuen Zeile TMC = -1 gesetzt wird.

0.1	20.	1	150	0		
MG26AL26						
25.	12.	60.	.65	1.25	1.25	7.0
5.9	1.	2.	0.	1.	1.5	.5
25.	12.	60.	.65	1.25	1.25	7.0
7.9	1.	0.	1.	1.	0.5	.5
25.	12.	60.	.65	1.25	1.25	7.0
11.9	1.	2.	0.	1.	2.5	.5
25.	12.	60.	.65	1.25	1.25	7.0
10.4	1.	2.	0.	0.	1.5	.5
25.	12.	60.	.65	1.25	1.25	7.0
10.4	1.	0.	1.	0.	0.5	.5
25.	12.	60.	.65	1.25	1.25	7.0
14.5	1.	2.	0.	0.	2.5	.5
-1.						

Tabelle C.2 – Beispielhafte *Input Card* für $^{26}\text{Mg}(^3\text{He}, t)^{26}\text{Al}$ in der Originalformatierung. Jede Zeile entspricht einer *Card*, dabei wiederholen sich die *Cards* 3 und 4 ab der fünften Zeile. Beendet wird der *Input* mit $\text{TMC} = -1$.

FOLD

Eine Beschreibung der *Input Card* ist in Tabelle C.3 gegeben, diese ist dem *Source Code* entnommen. Eine beispielhafte *Input Card* ist in Tabelle C.4 angegeben.

card 1	KEXCHG, KPUNCH=1, FILNAM(char*8)
KEXCHG	=0 (direct) =1(ZREA for C), =2(EXCHNG – do not use!)
card 2	NR, H, ELAB, APROJ, IPRTR, IPRTQ, IPRTF
NR	number of integration steps
H	step size (fm)
ELAB	bombarding energy in MeV; These two parameters only used
APROJ	projectile mass for SNKE wavenumber determination
IPRTR	set to 1 for printout of r-space densities
IPRTQ	set to 1 for printout of q-space densities
IPRTF	set to 1 for printout of formfactors

card 3	parameter for the projectile
card 3a	FJF, PARF, FJI, PARI
FJF	spin of final particle
PARF	parity of final particle (+, -)
FJI	spin of initial particle
PARI	parity of initial particle (+, -)
card 3b	TF, TFM, TI, TIM
TF	Isospin of the final particle
TFM	Isospin projection of the final particle (+ve = neutron excess)
TI	Isospin of the initial particle
TIM	Isospin projection of the initial particle
card 3c	NTYPF, KOPTN, ALPHA
NTYPF	=1(static) =2(inelastic) =3(charge exchange)
KOPTN	=1(S[T]), =2(S[pn]), =3(Z[T]), =4(Z[pn]), =5(WILDENTHAL trans amp)
card 3d	IDF, IDI, JX, Z1, Z2 (terminated by -1,-1) the Z's are the RAYNAL/ALLWRLD definition for MT=0 conversion to actual MT can be wrong for special cases IDI corresponds to OXBASH's "created", IDF to "destroyed"
card 3e	FILEN (Filename, read and used if ALPHA=0)
card 4	parameter for the target (like card 3)
card 4a	FJF, PARF, FJI, PARI
card 4b	TF, TFM, TI, TIM
card 4c	NTYPF, KOPTN, ALPHA
card 4d	IDF, IDI, JX, Z1, Z2(terminated by -1, -1)
card 4e	FILEN (Filename, read and used if ALPHA= 0)
card 5	FNRM1, FNRM2, FNRM3, FRCEFILE(char*48)
FNRM1	normalization of SNKE YUKAWAS (all ranges) for transformation from t_{NN} to t_{NA}
FNRM2	k_A (momentum of projectile in NA frame) instead of lab momentum Especially important for very light ($A < 10$) target nuclei.
FNRM3	not used (note: card was changed by R.G.T. ZEGERS)

card 6	NFORM (number of SETS of cards 7 and 8)
card 7	JR, JP, JT, KFORCE
JR	"relative spin transfer (known in DWHI as LTRT)
JP	spin transfer in the projectile system ($2*JP = ISTRT$ in DWHI)
JT	spin transfer in the target system ($2*JT = JTRT$ in DWHI)
KFORCE	= -1 for Central + Tensor = 0 for Central only = 1 for LS (spin-orbit) = 2 for Tensor only
card 8	DNORM(1), . . . , DNORM(7) card for each T, projectile and target

Tabelle C.3 – Definition der *Input Card* für das Programm FOLD. Dies ist dem *Source Code* entnommen. Erweiterte Hinweise für die *Cards* 3d und 5 ist gegeben. Eine beispielhafte *Input Card* ist in Tabelle C.4 angegeben.

Erweiterte Hinweise für *Input Card* 3d

Die Orbitale in der *Input Card* 3d sind wie folgt definiert:

IDF: sub-orbital ID number for the final (destroyed) particle or hole

IDI: sub-orbital ID number for the initial (created) particle or hole

1 = 0s1/2	16 = 2p1/2	31 = 2f5/2
2 = 0p1/2	17 = 2p3/2	32 = 2f7/2
3 = 0p3/2	18 = 1f5/2	33 = 1h9/2
4 = 1s1/2	19 = 1f7/2	34 = 1h11/2
5 = 0d3/2	20 = 0h9/2	35 = 0j13/2
6 = 0d5/2	21 = 0h11/2	36 = 0j15/2
7 = 1p1/2	22 = 3s1/2	37 = 4s1/2
8 = 1p3/2	23 = 2d3/2	38 = 3d3/2
9 = 0f5/2	24 = 2d5/2	39 = 3d5/2
10 = 0f7/2	25 = 1g7/2	40 = 2g7/2
11 = 2s1/2	26 = 1g9/2	41 = 2g9/2
12 = 1d3/2	27 = 0i11/2	42 = 1i11/2
13 = 1d5/2	28 = 0i13/2	43 = 1i13/2
14 = 0g7/2	29 = 3p1/2	44 = 0k15/2
15 = 0g9/2	30 = 3p3/2	45 = 0k17/2

Erweiterte Hinweise für *Input Card 5*

Die Parameter **FNRM1** und **FNRM2** müssen berechnet werden. Diese basieren auf auf Gleichung (19) aus der Publikation von M.A. FRANEY und W.G. LOVE in Referenz [43]. Der Parameter **FNRM1** entspricht dem Skalierungsfaktor ξ aus Gleichung (19a)

$$t_{NA} = \xi = \frac{\epsilon_0^2}{\epsilon_p \epsilon_t} t_{NN}.$$

Der Parameter **FNRM2** entspricht dem k_A aus Gleichung (19c):

$$k_A^2 = m_p^2 A \beta \left[\frac{1 + \alpha}{1 + \beta} \right],$$

in der die Variablen definiert sind als:

$$\begin{aligned} m_p & \quad \text{Protonenmasse,} \\ A & \quad \text{Massenzahl des Targets,} \\ E_p & \quad \text{kinetische Energie des Projektils im Laborsystem,} \\ \alpha & = \frac{E_p}{2m_p}, \\ \beta & = \frac{4 \alpha A}{(A + 1)^2}, \\ \epsilon_0^2 & = m_p^2(1 + \alpha), \\ \epsilon_p^2 & = m_p^2 + k_a^2, \\ \epsilon_t^2 & = m_p^2 + \frac{k_a^2}{A}. \end{aligned}$$

card	item						
1	1	1FOLD CGS					
2	600	0.03	420.	3.	1	1	1
3a		0.5+	0.5+				
3b	0.5		+0.5	0.5		-0.5	
3c	3	3	0.000				
3d	1	1	1	0.0	0.707		
3d	-1	-1					
3e	HE3H3						
4a		1.0+	0.0+				
4b	0.0		0.0	1.0	1.0		
4c	3	3	0.000				
4d	4	4	1	0.0	0.0018		
4d	5	5	1	0.0	0.0114		
4d	5	4	1	0.0	0.5711		
4d	6	5	1	0.0	0.0162		
4d	6	6	1	0.0	0.3779		
4d	-1	-1					
4e	MGT						
5	0.94		2.63	1.000	love_140		
6	2						
7	0	1	1	-1			
8	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	...
8	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	...
7	2	1	1	-1			
8	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	...
8	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	...

Tabelle C.4 – Beispielhafte *Input Card* für das Unterprogramm FOLD anhand der $^{26}\text{Mg}(^3\text{He},t)^{26}\text{Al}$ -Reaktion.

DWHI

Dieses Unterprogramm die Modellrechnungen erstellt, die mit den experimentellen Winkelverteilungen verglichen werden. Die Eingabestruktur ist abweichend von der bisherigen Notation im I3 und F7 Format. Die Definition der *Input Card* ist in Tabelle C.5, ein Beispiel ist in Tabelle C.6 gegeben.

card	item
card 1	ICON(1), ..., ICON(20), TITLE
ICON(1)	= 1 to use the kind of ANGLE input shown for card 2
ICON(2)	= 2 to use a microscopic form factor
ICON(3)	= 1 to use incoherent sum of the different LTR cases
ICON(4)	= 0 to print form factor used, non-zero to suppress this
ICON(5)	= 2 to print complex T-L, complex S-L, and S-L magnitude = 1 to print no elastic scattering info = 0 to print complex T-L only
ICON(9)	= 4 to always produce a 4-cycle semi-log graph
ICON(10)	= 0 to use non-relativistic kinematics
card 1a)	FILNAM(char*8) read if ICON(2) is not 1, contains form factor
card 2	ANGLE(1), ANGLE(2), ANGLE(3)
ANGLE(1)	number of angles
ANGLE(2)	initial angle
ANGLE(3)	angle step size
card 3	L, NFF, ISA, ISB, JA, JB
L	number of partial waves for elastic
NFF	number of form factors to expect – must match number produced by FOLD; must also be used in correct order.
ISA, ISB	twice projectile spin in initial (A) and final (B) channel
JA, JB	twice target spin in initial (A) and final (B) channel
card 4	DR, NNR must match corresponding card in FOLD
card 5	incoming channel
card 5a	E, FM, Z, FMA, ZA, RY, FS, QCD
E	lab energy
FM,Z	projectile mass and Z
FMA,ZA	target mass and Z
RY	coulomb radius (multiplies TARGET mass to 1/3)
FS,QCD	= 0
card 5b	FZ, VR, RY, AR, VSOR, VI, RZ, AI, VSOI, PWR
FZ	potential option (1=WS, 2=surface WS, 3=second derivative)

PWR	card be repeated until FZ= 0 VR,RY,AR,VSOR real volume, radius, diffuseness, and LS values VI,RZ,AI,VSOI imaginary volume, radius, diffuseness, and LS = 0 for cases we use
card 6	outgoing channel (like card 5)
card 6a E	E, FM, Z, FMA, ZA, RY, FS, QCD Q-value here
card 6b	FZ, VR, RY, AR, VSOR, VI, RZ, AI, VSOI, PWR
card 7 card 7 LTRT	there are NFF (card 3) pairs of card 7 and card 8 LTRT, ISTRT, JTRT JR, ISTRT = 2*JP, JTRT = 2*JT
card 8	BETAR=0, BETAI=0, BETAC=0, FNORM=1
card 9	PLOTFILE(char*16)

Tabelle C.5 – Definition der *Input Card* für das Programm DWHI. Die Beschreibung ist dem *Source Code* entnommen.

card	item
1	1210000041000000 MG26(C,B) STATE 1 ROUSSEL-CHOMAZ (O+SI) POTL
1a	FOLDCGS
2	61. 0. 0.2
3	160 2 1 1 0 2
4	0.03 600
5a	420. 3. 2. 26. 12. 1.25 1. 0.
5b	1. -25.1 1.43 0.833 0. -40.0 0.963 1.031 0. 0.
5b	0.
6a	0. 3. 1. 26. 13. 1.25 1. 0.
6b	1. -21.3 1.43 0.833 0. -34.0 0.963 1.031 0. 0.
6b	0.
7	0 2 2
8	0. 0. 0. 1.
7	2 2 2
8	0. 0. 0. 1.
9	26mggs.plot

Tabelle C.6 – Beispiel einer *Input Card* für das Programm DWHI. Die Karte beschreibt die $^{26}\text{Mg}(^3\text{He},t)^{26}\text{Al}$ -Reaktion.

card	item
1	1210000041000000 MG26(C,B) STATE 1 ROUSSEL-CHOMAZ (O+SI) POTL
1a	FOLDCGS
2	61. 0. 0.2
3	160 2 1 1 0 2
4	0.03 600
5a	420. 3. 0. 26. 00. 1.25 1. 0.
5b	1. -00.0 0.00 0.000 0. -00.0 0.000 0.000 0. 0.
5b	0.
6a	0. 3. 0. 26. 00. 1.25 1. 0.
6b	1. -00.3 0.00 0.000 0. -00.0 0.000 0.000 0. 0.
6b	0.
7	0 2 2
8	0. 0. 0. 1.
7	2 2 2
8	0. 0. 0. 1.
9	26mgpw.plot

Tabelle C.7 – Beispiel einer *Input Card* für das Programm DWHI im Falle einer *Plane-Wave*-Rechnung. Die Karte beschreibt die $^{26}\text{Mg}(^3\text{He},t)^{26}\text{Al}$ -Reaktion.

Abbildungsverzeichnis

1.1	Darstellung der möglichen Neutrinomassenhierarchie.	17
1.2	Darstellung der für die Energieerzeugung in der Sonne relevanten Prozesse.	19
1.3	Darstellung der für die Energieerzeugung in der Sonne relevanten Prozesse.	19
1.4	Darstellung des Neutrinoflusses der Sonne.	20
2.1	Darstellung des β -Zerfalls auf der Quark-Ebene.	24
2.2	Darstellung der Spin-Stellung im erlaubten β -Zerfall.	25
2.3	Darstellung des Zusammenhangs zwischen $Q(\beta\beta)$ und der Halbwertszeit im $2\nu\beta\beta$ -Zerfall.	27
2.4	Darstellung des $2\nu\beta\beta$ - und des $0\nu\beta\beta$ -Zerfallsmodus.	29
2.5	Darstellung der beteiligten Multipole im $2\nu\beta\beta$ - und im $0\nu\beta\beta$ -Zerfall.	31
2.6	Signatur des $0\nu\beta\beta$ -Zerfalls.	32
2.7	Energieabhängigkeiten der t_{NN} -Matrix.	36
2.8	Beiträge zu $S = 0$ - und $S = 1$ -Übergängen.	37
2.9	Darstellung der Spin-Komponente in der $({}^3\text{He}, t)$ -Reaktion	40
2.10	Darstellung der (p, n) -Typ-Reaktion.	40
3.1	Übersicht über das RCNP.	44
3.2	Darstellung der WS- <i>Beam Line</i>	46
3.3	Draufsicht auf das GRS.	48
3.4	Darstellung der FPDs.	52
3.5	Darstellung einer X-Drahtebene in einer MWDC mit einer beispielhaften Teilchentrajektorie.	55
3.6	Illustration der Teilchenstreuung am Target.	57
3.7	Illustration verschiedener Methoden zur Strahlanpassung.	59
3.8	Illustration der <i>Faint Beam Method</i>	61
3.9	Teilchentrajektorien für verschiedene Fokussierungsmethoden.	62
4.1	Flussdiagramm für die Spurrekonstruktionsprogramm.	72
4.2	Übersicht der <i>Clustersize</i>	73
4.3	Darstellung der Steigungswerte.	73

4.4	Darstellung der Spurrekonstruktion.	74
4.5	Drahtspektrum eines typischen Drahtes.	77
4.6	Drahtspektrum mit Korrektur der <i>Driftlength</i>	77
4.7	Hufeisenplot.	78
4.8	Hufeisenplot.	78
4.9	Schematische Darstellung der Fokalebenekonstruktion.	80
4.10	Zeichnung des in der <i>Sieve-Slit</i> -Analyse verwendeten Siebgitters.	81
4.11	Dargestellt ist das X_{fp} -Spektrum in Einheiten der Metrik.	83
4.12	Darstellung des Siebgitters vor und nach abgeschlossener <i>Sieve-Slit</i> -Analyse für den Bereich (a).	84
4.13	Darstellung des Siebgitters vor und nach abgeschlossener <i>Sieve-Slit</i> -Analyse für den Bereich (b).	85
4.14	Darstellung der ausgeschnittenen Raumwinkelbereiche, wenn das Spektrometer auf einen Streuwinkel von $\Theta_{GR} = 0^\circ$ eingestellt ist.	89
4.15	Darstellung der ausgeschnittenen Raumwinkelbereiche, wenn das Spektrometer auf einen Streuwinkel von $\Theta_{GR} = 2.5^\circ$ eingestellt ist.	90
4.16	Darstellung der ausgeschnittenen Raumwinkelbereiche für das Experiment E327 mit dem MWDC-Setup II.	91
4.17	Darstellung der ausgeschnittenen Raumwinkelbereiche, wenn das Spektrometer auf einem Streuwinkel von $\Theta_{GR} = 4.0^\circ$ eingestellt ist.	92
4.18	Darstellung der ausgeschnittenen Raumwinkelbereiche, wenn das Spektrometer auf einen Streuwinkel von $\Theta_{GR} = 6.0^\circ$ eingestellt ist.	93
4.19	Energiekalibrierung.	98
5.1	Darstellung der berichteten R^2 -Werte für Adachi <i>et al.</i> (schwarz) [108], das nach der Methode Frekers [2] extrahierte R^2 in grün und für die <i>Fit</i> -Funktion von Zegers <i>et al.</i> (blau) [110]. Es gilt zu beachten, dass die R^2 von Adachi <i>et al.</i> bei $\theta = 0^\circ$ extrahiert wurden, die beiden übrigen bei $q = 0$. Die Werte für ^{136}Xe und $^{128,130}\text{Te}$ entstammen den Referenzen [76] und [111].	106
6.1	Anregungsenergiespektrum der $^{71}\text{Ga}(^3\text{He},t)^{71}\text{Ge}$ -Reaktion bei einer Einschussenergie von 420 MeV.	115
6.2	Darstellung des vorgeschlagenen Galliumexperiments zum Nachweis von sterilen Neutrinos.	125
6.3	Winkelverteilungen in der $^{71}\text{Ga}(^3\text{He},t)$ -Reaktion von 0 bis 499 keV.	126
6.4	Winkelverteilungen in der $^{71}\text{Ga}(^3\text{He},t)$ -Reaktion von 500 bis 2041 keV.	127
6.5	Winkelverteilungen in der $^{71}\text{Ga}(^3\text{He},t)$ -Reaktion von 2042 bis 2924 keV.	128
6.6	Winkelverteilungen für den IAS in der $^{71}\text{Ga}(^3\text{He},t)$ -Reaktion.	129
6.7	Winkelverteilungen in der $^{71}\text{Ga}(^3\text{He},t)$ -Reaktion für Energiebin von 0 bis 3500 keV.	130

6.8	Winkelverteilungen in der $^{71}\text{Ga}(^3\text{He},t)$ -Reaktion für Energie- <i>Bins</i> von 3500 bis 8500 keV.	131
6.9	Anregungsenergiespektrum der $^{\text{nat}}\text{Ga}(^3\text{He},t)$ -Reaktion bis zu einer Anregungsenergie von 28 MeV.	134
6.10	Winkelverteilung für den g.s. ($3/2^-$) nach g.s. ($1/2^-$) Übergang der $^{71}\text{Ga}(^3\text{He},t)^{71}\text{Ge}$ -Reaktion.	137
6.11	Das Anregungsenergiespektrum in der $^{69}\text{Ga}(^3\text{He},t)^{69}\text{Ge}$ -Reaktion bis zu einer Anregungsenergie von 28 MeV.	139
6.12	Verschiedene Winkelverteilungen in der $^{69}\text{Ga}(^3\text{He},t)^{69}\text{Ge}$ -Reaktion von 0 bis 1891 keV.	144
6.13	Verschiedene Winkelverteilungen in der $^{69}\text{Ga}(^3\text{He},t)^{69}\text{Ge}$ -Reaktion von 1892 bis 2808 keV.	145
6.14	Winkelverteilung des IAS in der $^{69}\text{Ga}(^3\text{He},t)^{69}\text{Ge}$ -Reaktion.	146
7.1	Darstellung des $2\nu\beta\beta$ -Zerfallsprozesses von ^{76}Ge	148
7.2	Anregungsenergien in der $^{76}\text{Ge}(^3\text{He},t)^{76}\text{As}$ -Reaktion.	150
7.3	Die laufende Summe der $B(\text{GT})$ -Stärke sowohl für die individuellen Zustände als auch für Energiebins von $\Delta E = 500$ keV.	158
7.4	Gegenüberstellung des $^{76}\text{Se}(d,^2\text{He})^{76}\text{As}$ - und des $^{76}\text{Ge}(^3\text{He},t)^{76}\text{As}$ -Spektrums.	161
7.5	Verteilung der $B(\text{GT}^\pm)$ -Stärke aus der $^{76}\text{Se}(d,^2\text{He})^{76}\text{As}$ - [68] und der $^{76}\text{Ge}(^3\text{He},t)^{76}\text{As}$ -Reaktion.	164
7.6	Die laufende Summe des MEs im $2\nu\beta\beta$ -Zerfall.	164
7.7	Vergleich der Anregungsenergiespektren der $^{76}\text{Ge}(^3\text{He},t)$ -Reaktion (rot) mit der $^{76}\text{Ge}(p,n)$ -Reaktion (schwarz).	166
7.8	Winkelverteilungen für Energiebins von $\Delta E = 0.5$ MeV.	168
7.9	Winkelverteilungen bis 864 keV Anregungsenergie.	170
7.10	Winkelverteilungen von 865 bis 1539 keV Anregungsenergie.	171
7.11	Winkelverteilungen von 1540 bis 1987 keV Anregungsenergie.	172
7.12	Winkelverteilungen von 1987 bis 2763 keV Anregungsenergie.	173
7.13	Winkelverteilungen von 2764 bis 3190 keV Anregungsenergie.	174
7.14	Winkelverteilungen von 3258 bis 3634 keV Anregungsenergie.	175
7.15	Winkelverteilungen von 3635 bis 4218 keV Anregungsenergie.	176
7.16	Winkelverteilungen von 4219 bis 4801 keV Anregungsenergie.	177
7.17	Winkelverteilungen von 4802 bis 4978 keV Anregungsenergie und der IAS.	178
7.18	Darstellung des $2\nu\beta\beta$ -Zerfallsprozesses im ^{82}Se	180
7.19	Das Anregungsenergiespektrum in der $^{82}\text{Se}(^3\text{He},t)^{82}\text{Br}$ -Reaktion.	182
7.20	Balken-Diagramm der $B(\text{GT})$ -Stärke-Verteilung in der $^{82}\text{Se}(^3\text{He},t)^{82}\text{Br}$ Reaktion.	189
7.21	Die laufende Summe der GT-Stärke sowohl für die einzelnen Zustände (durchgezogene Linie) als auch für die Energie- <i>Bins</i> von $\Delta E = 500$ keV (Punkte).	190

7.22	Vergleich der Anregungsenergiespektren der $^{82}\text{Se}(^3\text{He},t)$ -Reaktion (rot) mit der $^{82}\text{Se}(p,n)$ -Reaktion (schwarz).	193
7.23	Winkelverteilungen in der $^{82}\text{Se}(^3\text{He}, t)$ -Messung von 0 bis 1142 keV.	195
7.24	Winkelverteilungen in der $^{82}\text{Se}(^3\text{He}, t)$ -Messung von 1143 bis 2213 keV.	196
7.25	Winkelverteilungen in der $^{82}\text{Se}(^3\text{He}, t)$ -Messung von 2213 bis 2940 keV.	197
7.26	Winkelverteilungen in der $^{82}\text{Se}(^3\text{He}, t)$ -Messung von 2941 bis 3028 keV.	198
7.27	Winkelverteilungen in der $^{82}\text{Se}(^3\text{He}, t)$ -Messung von 3029 bis 4033 keV.	199
7.28	Winkelverteilungen in der $^{82}\text{Se}(^3\text{He}, t)$ -Messung von 4034 bis 4511 keV.	200
7.29	Winkelverteilungen in der $^{82}\text{Se}(^3\text{He}, t)$ -Messung von 4512 bis 5416 keV.	201
7.30	Winkelverteilungen in der $^{82}\text{Se}(^3\text{He}, t)$ -Messung von 5417 bis 5727 keV.	202
7.31	Winkelverteilungen in der $^{82}\text{Se}(^3\text{He}, t)$ -Messung von 5728 bis 5947 keV und für den IAS.	203
7.32	Winkelverteilungen in der $^{82}\text{Se}(^3\text{He}, t)$ -Messung für Energiebins.	204
7.33	Darstellung des $2\nu\beta\beta$ -Zerfallsprozesses im ^{96}Zr	205
7.34	Anregungsenergiespektrum für die $^{96}\text{Zr}(^3\text{He},t)^{96}\text{Nb}$ -Reaktion.	209
7.35	Vergleich der Anregungsenergiespektren der $^{96}\text{Mo}(d,^2\text{He})^{96}\text{Nb}$ -Reaktion mit dem von der $^{96}\text{Zr}(^3\text{He},t)^{96}\text{Nb}$ -Reaktion.	216
7.36	$B(\text{GT}^-)$ -Stärke-Verteilung in der $^{96}\text{Zr}(^3\text{He},t)^{96}\text{Nb}$ -Reaktion.	217
7.37	Darstellung der Isotopenhäufigkeiten im Zirkonium- <i>Target</i>	218
7.38	Winkelverteilungen in der $^{96}\text{Zr}(^3\text{He}, t)$ -Reaktion von 0 bis 1631 keV.	219
7.39	Winkelverteilungen in der $^{96}\text{Zr}(^3\text{He}, t)$ -Reaktion von 1632 bis 2764 keV.	220
7.40	Winkelverteilungen in der $^{96}\text{Zr}(^3\text{He}, t)$ -Reaktion (bei 2814 keV, oberste Reihe), aus der $^{92}\text{Zr}(^3\text{He}, t)$ -Reaktion (mittlere Reihe) und der $^{90}\text{Zr}(^3\text{He}, t)$ -Reaktion (unterste Reihe).	221
7.41	Winkelverteilungen für IAS der verschiedenen Zirkoniumisotope.	222
7.42	Winkelverteilungen für Energiebins der Breite $\Delta E = 500$ keV.	223
7.43	Darstellung des $2\nu\beta\beta$ -Zerfallsprozesses im ^{100}Mo	224
7.44	Das Anregungsenergiespektrum der $^{100}\text{Mo}(^3\text{He},t)^{100}\text{Tc}$ -Reaktion.	227
7.45	Balken-Diagramm der $B(\text{GT})$ -Stärke in der $^{100}\text{Mo}(^3\text{He},t)^{100}\text{Tc}$ -Reaktion.	229
7.46	Winkelverteilungen für einzelne Zustände in der $^{100}\text{Mo}(^3\text{He},t)$ -Reaktion von 0 bis 2318 keV.	234
7.47	Winkelverteilungen für einzelne Zustände (2319 bis 2949 keV), für Energiebins mit einer Breite von $\Delta E = 500$ keV (untere Reihe) und für den IAS.	235

8.1	Darstellung der g.s.-Übergänge für die untersuchten Nuklide.	243
8.2	Winkelverteilungen in der $^{26}\text{Mg}(^3\text{He},t)^{26}\text{Al}$ -Reaktion.	245
8.3	Anregungsenergiespektrum in der $^{26}\text{Mg}(^3\text{He},t)^{26}\text{Al}$ -Reaktion.	247
8.4	Winkelverteilungen für Übergänge in der $^{30}\text{Si}(^3\text{He},t)^{30}\text{P}$ -Reaktion.	249
8.5	Anregungsenergiespektrum in der $^{\text{nat}}\text{Si}(^3\text{He},t)^{\text{nat}}\text{P}$ -Reaktion.	252
8.6	Winkelverteilungen für Übergänge in der $^{48}\text{Ca}(^3\text{He},t)^{48}\text{Sc}$ -Reaktion.	254
8.7	Anregungsenergiespektrum in der $^{48}\text{Ca}(^3\text{He},t)^{48}\text{Sc}$ -Reaktion.	256
8.8	Winkelverteilungen in der $^{78}\text{Se}(^3\text{He},t)^{78}\text{Br}$ -Reaktion.	258
8.9	Anregungsenergiespektrum in der $^{78}\text{Se}(^3\text{He},t)^{78}\text{Br}$ -Reaktion.	261
8.10	Winkelverteilungen aus der $^{118}\text{Sn}(^3\text{He},t)^{118}\text{Sb}$ -Reaktion.	263
8.11	Anregungsenergiespektrum in der $^{118}\text{Sn}(^3\text{He},t)^{118}\text{Sb}$ -Reaktion.	266
8.12	Winkelverteilungen in der $^{120}\text{Sn}(^3\text{He},t)^{120}\text{Sb}$ -Reaktion.	269
8.13	Anregungsenergiespektrum für die $^{120}\text{Sn}(^3\text{He},t)^{120}\text{Sb}$ -Reaktion.	272
8.14	Winkelverteilungen in der $^{140}\text{Ce}(^3\text{He},t)^{140}\text{Pr}$ -Reaktion für den g.s.- Übergang (links) und den IAS-Übergang (rechts).	274
8.15	Anregungsenergiespektrum für die $^{140}\text{Ce}(^3\text{He},t)^{140}\text{Pr}$ -Reaktion.	277
8.16	Winkelverteilungen in der $^{178}\text{Hf}(^3\text{He},t)^{178}\text{Ta}$ -Reaktion.	279
8.17	Anregungsenergiespektrum in der $^{178}\text{Hf}(^3\text{He},t)^{178}\text{Ta}$ -Reaktion.	282
8.18	Darstellung des Verhältnisses R^2 ergänzt um die Werte aus dieser Arbeit.	285

Tabellenverzeichnis

1.1	Übersicht des Neutrinoflusses und der Einfangrate für Chlor und Gallium nach dem Standard Sonnenmodell.	21
2.1	Auswahlregeln im erlaubten β -Zerfall.	24
2.2	Übersicht über $\beta\beta$ -Zerfallsisotope und deren Halbwertszeiten.	28
2.3	Übersicht über gegenwärtige bzw. im Aufbau befindliche $\beta\beta$ -Zerfallsexperimente und deren Sensivitäten.	31
2.4	Multipolordnung vs. Wechselwirkungskomponente.	38
3.1	Übersicht über die Dipolmagneten in der WS- <i>Beam Line</i> , die aus der WN- <i>Beam Line</i> übernommen wurden.	45
3.2	Übersicht über die Dipolmagneten in der WS- <i>Beam Line</i> , die vom K600-Spektrometer übernommen wurden.	45
3.3	Daten der in der WS <i>Beam Line</i> verwendeten QM [79].	47
3.4	Daten des GRSs (nach Referenz [81]).	49
3.5	Verwendung der Magnete in der WS <i>Beam Line</i> im <i>Acromatic Mode</i>	50
3.6	Verwendung der Magnete in der WS <i>Beam Line</i> im <i>Dispersive Mode</i>	51
3.7	MWDC Setup I.	53
3.8	MWDC Setup II.	54
3.9	FC-Übersicht	65
3.10	Übersicht der verwendeten Elemente und <i>Targets</i> für die vorliegende Arbeit.	67
4.1	Übersicht der verwendeten Polynome. Die Ordnung der Polynome ist abhängig vom Iterationsschritt, angegeben sind die jeweils höchsten Ordnungen.	87
4.2	Übersicht der gewählten Winkelbereiche in θ_r und ϕ_r und die mit Gleichung (4.24) berechneten Raumwinkelemente für die Strahlzeit E294.	88
4.3	Übersicht der gewählten Winkelbereiche in θ_r und ϕ_r und die mit Gleichung (4.24) berechneten Raumwinkelemente für die Strahlzeit E327.	94

4.4	Korrekturfaktor D für das ^{69}Ga -Experiment während der E327-Strahlzeit.	96
4.5	Korrekturfaktor D für das ^{71}Ga -Experiment während der E327-Strahlzeit.	96
4.6	Die ermittelten Koeffizienten für die Energiekalibrierungsfunktion (Gleichung (4.27)).	97
4.7	Übersicht der für die Energiekalibrierung verwendeten Zustände im ^{26}Al	99
4.8	Übersicht der für die Energiekalibrierung verwendeten Zustände im ^{28}P	99
5.1	Übersicht der <i>Distortion</i> -Faktoren.	105
6.1	Übersicht über die Isotopenhäufigkeit [23] (Spalte zwei) und die Isotopenanreicherung der verwendeten Gallium- <i>Targets</i>	111
6.2	Die Verhältnisse von nachgewiesenen ^{71}Ge -Atomen und den theoretisch erwarteten.	112
6.3	Anregungsenergie, Wirkungsquerschnitte und $B(\text{GT})$ -Stärken für identifizierte Zustände in der $^{71}\text{Ga}(^3\text{He},t)^{71}\text{Ge}$ -Reaktion.	118
6.4	Zusammenfassung der Ergebnisse für das R^2 im ^{71}Ga	119
6.5	$B(\text{GT})$ -Stärke extrahiert aus Energiebins der Breite $\Delta E = 500$ keV. 120	
6.6	Berechnung des Beitrags der angeregten Zustände zum g.s.-Neutrinoeinfangswirkungsquerschnitt.	122
6.7	Berechnung des Neutrinoeinfangraten.	123
6.8	Ergebnisse der Winkelverteilung für den g.s.-Übergang im ^{71}Ge	132
6.9	Übersicht der effektiven Werte für die Berechnung der $B(\text{F})$ -Stärke im $^{\text{nat}}\text{Ga}$ - <i>Target</i>	135
6.10	Zusammenfassung der Ergebnisse für das R^2 im ^{69}Ga	141
6.11	Anregungsenergie, Wirkungsquerschnitte und $B(\text{GT})$ -Stärken für identifizierte Zustände in der $^{69}\text{Ga}(^3\text{He},t)^{69}\text{Ge}$ -Reaktion.	142
7.1	Identifizierte Zustände, Wirkungsquerschnitte und die GT-Stärke in der $^{76}\text{Ge}(^3\text{He},t)$ -Reaktion.	152
7.2	Übersicht der OM Parameter für die DWBA-Berechnung in der $^{76}\text{Ge}(^3\text{He},t)$ -Reaktion.	155
7.3	Zusammenfassung der Ergebnisse für das R^2 im ^{76}Ge	156
7.4	GT-Stärke für Energiebins von $\Delta E = 0.5$ MeV und $\Delta E = 2.5$ MeV. 157	
7.5	Übersicht der verschiedenen Isotopenanteile im Germanium- <i>Target</i> . 159	
7.6	Korrelation von GT^+ - und GT^- -Stärke, die innerhalb der Energieauflösung der $(d,^2\text{He})$ -Reaktion liegen.	162
7.7	Korrelation von GT^+ - und GT^- -Stärke, die innerhalb der Energieauflösung der $(^3\text{He},t)$ -Reaktion liegen.	163
7.8	Übersicht der Isotopenanreicherung im verwendeten Selen- <i>Target</i> . 179	

7.9	Die in der $^{82}\text{Se}(^3\text{He},t)$ -Reaktionsrechnung verwendeten Parameter für das OM.	183
7.10	Zusammenfassung der Ergebnisse für das R^2 im ^{82}Se	184
7.11	Zustände, Wirkungsquerschnitte und die GT-Stärke in der $^{82}\text{Se}(^3\text{He},t)$ -Reaktion.	184
7.12	Die $B(\text{GT})$ -Stärke extrahiert aus Energie- <i>Bins</i> der Breite $\Delta E = 500$ keV. 188	
7.13	Übersicht der Q -Werte [127] der für die Analyse relevanten Zirkoniumisotope relativ zu ^{96}Nb	207
7.14	Übersicht der IAS-Anregungsenergien.	208
7.15	Die OM-Parameter für die $\text{Zr}(^3\text{He},t)$ -Modellrechnungen.	210
7.16	Zusammenfassung der Ergebnisse für das R^2 im Zirkonium.	211
7.17	Anregungsenergien, Wirkungsquerschnitte, $B(\text{GT})$ -Stärken für die identifizierten Zustände in der $\text{Zr}(^3\text{He},t)$ -Reaktion.	212
7.18	Übersicht der Zusammensetzung des Zirkonium- <i>Targets</i>	215
7.19	Spezifikation des Molybän- <i>Targets</i>	225
7.20	Übersicht der verwendeten Parameter für das OM in den $^{100}\text{Mo}(^3\text{He},t)^{100}\text{Tc}$ -Modellrechnungen.	226
7.21	Anregungsenergien, Wirkungsquerschnitte, $B(\text{GT})$ -Stärken für die identifizierten Zustände in der $^{100}\text{Mo}(^3\text{He},t)$ -Reaktion.	230
7.22	Zusammenfassung der Ergebnisse für das R^2 im ^{100}Mo	231
7.23	Überblick über die Matrixelemente.	237
7.24	Überblick über bisher mit Ladungsaustauschreaktionen untersuchte $\beta\beta$ -Zerfallskerne.	239
8.1	Überblick über den Q -Wert und die Masse [127].	245
8.2	Überblick über die für die Berechnung von Wirkungsquerschnitten relevanten Größen.	245
8.3	Parameter für das verwendete OM. Die Parameter werden aus denen für ^{12}C und ^{58}Ni in Referenz [103] angegebenen Parametern adaptiert.	245
8.4	Zustände, Wirkungsquerschnitte und die GT-Stärke in der $^{26}\text{Mg}(^3\text{He},t)$ -Reaktion.	246
8.5	Zusammenfassung der Ergebnisse für das R^2 im ^{26}Mg	246
8.6	Überblick über den Q -Wert und die Masse [127]. Der $\log ft$ -Wert ist Referenz [23] entnommen.	250
8.7	Überblick über die für die Berechnung von Wirkungsquerschnitten relevanten Größen.	250
8.8	Parameter für das verwendete OM (dieselben wie im Falle der $^{26}\text{Mg}(^3\text{He},t)$ -Reaktion, siehe Tabelle 8.3). Die Parameter wurden aus denen für ^{12}C und ^{58}Ni in Referenz [103] angegebenen Parametern adaptiert.	250
8.9	Zustände, Wirkungsquerschnitte und die GT-Stärke in der $^{30}\text{Si}(^3\text{He},t)$ -Reaktion.	250

8.10	Zusammenfassung der Ergebnisse für das R^2 im ^{30}Si	251
8.11	Überblick über den Q -Wert und die Masse [127].	253
8.12	Überblick über die für die Berechnung von Wirkungsquerschnitten relevanten Größen.	253
8.13	Zustände, Wirkungsquerschnitte und die GT-Stärke in der $^{48}\text{Ca}(^3\text{He},t)$ -Reaktion.	255
8.14	Zusammenfassung der Ergebnisse für das R^2 im ^{48}Ca	255
8.15	Überblick über den Q -Wert und die Masse [127]. Der $\log ft$ -Wert ist Referenz [23] entnommen.	259
8.16	Überblick über die für die Berechnung von Wirkungsquerschnitten relevanten Größen.	259
8.17	Parameter für das verwendete OM. Die Parameter wurden aus denen für ^{58}Ni und ^{90}Zr in Referenz [103] angegebenen Parametern adaptiert.	259
8.18	Zustände, Wirkungsquerschnitte und die GT-Stärke in der $^{78}\text{Se}(^3\text{He},t)$ -Reaktion.	260
8.19	Zusammenfassung der Ergebnisse für das R^2 im ^{78}Se	260
8.20	Überblick über den Q -Wert und die Masse [127]. Der $\log ft$ -Wert ist Referenz [23] entnommen.	264
8.21	Überblick über die für die Berechnung von Wirkungsquerschnitten relevanten Größen.	264
8.22	Parameter für das verwendete OM. Die Parameter wurden aus denen für ^{90}Zr in Referenz [103] angegebenen Parametern adaptiert.	264
8.23	Zustände, Wirkungsquerschnitte und die GT-Stärke in der $^{118}\text{Sn}(^3\text{He},t)$ -Reaktion.	265
8.24	Zusammenfassung der Ergebnisse für das R^2 im ^{118}Sn	265
8.25	Überblick über den Q -Wert und die Masse [127]. Der $\log ft$ -Wert ist Referenz [23] entnommen.	268
8.26	Überblick über die für die Berechnung von Wirkungsquerschnitten relevanten Größen.	268
8.27	Parameter für das verwendete OM. Die Parameter wurden aus denen für ^{90}Zr in Referenz [103] angegebenen Parametern adaptiert.	268
8.28	Zustände, Wirkungsquerschnitte und die GT-Stärke in der $^{120}\text{Sn}(^3\text{He},t)$ -Reaktion.	270
8.29	Zusammenfassung der Ergebnisse für das R^2 im ^{120}Sn	271
8.30	Überblick über den Q -Wert und die Masse [127]. Der $\log ft$ -Wert ist Referenz [23] entnommen.	275
8.31	Überblick über die für die Berechnung von Wirkungsquerschnitten relevanten Größen.	275
8.32	Parameter für das verwendete OM. Die Parameter wurden aus denen für ^{90}Zr in Referenz [103] angegebenen Parametern adaptiert.	275
8.33	Zustände, Wirkungsquerschnitte und die GT-Stärke in der $^{140}\text{Ce}(^3\text{He},t)$ -Reaktion.	276

8.34	Zusammenfassung der Ergebnisse für das R^2 im ^{140}Ce	276
8.35	Überblick über den Q -Wert und die Masse [127]. Der $\log ft$ -Wert ist Referenz [23] entnommen.	280
8.36	Überblick über die für die Berechnung von Wirkungsquerschnitten relevanten Größen.	280
8.37	Parameter für das verwendete OM. Die Parameter wurden aus denen für ^{90}Zr in Referenz [103] angegebenen Parametern adaptiert.	280
8.38	Zustände, Wirkungsquerschnitte und die GT-Stärke in der $^{178}\text{Hf}(^3\text{He},t)$ -Reaktion.	281
8.39	Zusammenfassung der Ergebnisse für das R^2 im ^{178}Hf	281
8.40	Übersicht der im Rahmen dieser Arbeit ermittelten R^2 - und J_τ -Werte.	284
B.1	Übersicht der Eingangsparameter für das Programm NORMOD. Die Bezeichnung ist dem <i>Source Code</i> entnommen. Die Karte 6 kann für alle möglichen Übergänge kopiert werden.	292
B.2	Beispielhafte <i>Input Card</i> für $^{26}\text{Mg}(^3\text{He},t)^{26}\text{Al}$ in der Originalformatierung. Jede Zeile entspricht einer <i>Card</i> , dabei wiederholt sich die <i>Card</i> 6 für die zu berechnenden Übergänge.	293
C.1	Übersicht der Eingangsparameter für das Programm WSAW. Die Bezeichnung ist dem <i>Source Code</i> entnommen. Die Karte 3 bzw. 4 wird beendet, in dem in einer neuen Zeile $\text{TMC} = -1$ gesetzt wird.	296
C.2	Beispielhafte <i>Input Card</i> für $^{26}\text{Mg}(^3\text{He},t)^{26}\text{Al}$ in der Originalformatierung. Jede Zeile entspricht einer <i>Card</i> , dabei wiederholen sich die <i>Cards</i> 3 und 4 ab der fünften Zeile. Beendet wird der <i>Input</i> mit $\text{TMC} = -1$	297
C.3	Definition der <i>Input Card</i> für das Programm FOLD. Dies ist dem <i>Source Code</i> entnommen. Erweiterte Hinweise für die <i>Cards</i> 3d und 5 ist gegeben. Eine beispielhafte <i>Input Card</i> ist in Tabelle C.4 angegeben.	299
C.4	Beispielhafte <i>Input Card</i> für das Unterprogramm FOLD anhand der $^{26}\text{Mg}(^3\text{He},t)^{26}\text{Al}$ -Reaktion.	301
C.5	Definition der <i>Input Card</i> für das Programm DWHI. Die Beschreibung ist dem <i>Source Code</i> entnommen.	303
C.6	Beispiel einer <i>Input Card</i> für das Programm DWHI. Die Karte beschreibt die $^{26}\text{Mg}(^3\text{He},t)^{26}\text{Al}$ -Reaktion.	304
C.7	Beispiel einer <i>Input Card</i> für das Programm DWHI im Falle einer <i>Plane-Wave</i> -Rechnung. Die Karte beschreibt die $^{26}\text{Mg}(^3\text{He},t)^{26}\text{Al}$ -Reaktion.	305

Danksagung

Zum Abschluss möchte ich allen, die durch ihre Hilfe zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben, meinen Dank aussprechen.

Zunächst möchte ich mich bei Prof. Dr. Dieter Frekers bedanken. Er ermöglichte mir die Arbeit in einem faszinierenden Themenbereich und zahlreiche Auslandsaufenthalte, u.a. am RCNP in Osaka und am NSCL in Michigan. Ich danke auch für die Teilnahme an der Fachtagung COMEX-3 auf Mackinac Island, Michigan, die mir tiefere Einblicke die Kern(-struktur-)physik möglich machten. Nicht weniger möchte ich mich für die Teilnahme am internationalen Graduiertenkolleg FANTOM in Paris und für die Teilnahme an der DPG-Fachtagung in Bochum bedanken.

Special thanks go to Prof. Yoshitaka Fujita for all the physical and non-physical discussions, his support and friendship. Without him I would not have had such a deep insight into physics as well as the japanese culture. I would like to thank Prof. Atsushi Tamii for all the discussions and support during the beam times. I thank Hiro Fujita for his analysis program. Also I thank him and T. Adachi for their support during the experiments.

I would like to thank Prof. Remco Zegers for his support during my stay at the NSCL. I really enjoyed all the physical and football discussions. Also thank him for the support for the COMEX-3. The workgroup of Remco I would also like to thank, they made my stay in the states very pleasant.

I thank Watanabe-Family for their hospitality. I felt like a family member during my stay.

Der gesamten Arbeitsgruppe mit Pia Heinrichs, Annika Lennarz und Peter A. Puppe gilt meine Dankbarkeit für ihre Unterstützung und Hilfe. Den ehemaligen Arbeitsgruppenmitgliedern Henrik Dohmann, Dr. E.-W. Grewe und Tim Ruhe danke ich für ihre Unterstützung während der Experimente. Der Kaffeerunde um Wurzel und Michael Zacher danke ich für die vielen physikalischen und nichtphysikalischen Diskussionen und ihre Hilfe, die sie stets anboten. Helmut Baumeister

möchte ich für seine Bereitschaft zur *Target*-Produktion und seiner Hilfestellung bei der Gallium-*Target*-Präparation ganz herzlich danken. Dem gesamten Institut möchte ich für die stetige Hilfsbereitschaft danken.

Für die Durchsicht meiner Arbeit gilt ein ganz besonderer Dank Annika Lenarz, Dr. Kerstin Thies, Beate Weber-Windoffer und meiner Mutter sowie den Herren Dr. E.-W. Grewe und Peter A. Puppe.

An dieser Stelle möchte ich auch den wichtigsten Menschen, meinen Eltern, für die vielfältige Unterstützung während der gesamten Promotion danken. Mein besonderer Dank für ihren unermüdlichen Einsatz für Rechtschreibung und Grammatik gilt Daniela Silz, aber auch ihrer Aufmunterung in schwierigen Zeiten und ihrer Ablenkung von der Physik.

Ciao, Tschüss!

Literatur

- [1] D. Frekers, A. Lennarz, P. Puppe und J.H. Thies. „A technique for the preparation of thin self-supporting metallic gallium targets“. In: *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* 621 (2010), S. 704. DOI: 10.1016/j.nima.2010.03.117 (siehe S. vi, viii).
- [2] D. Frekers, H. Ejiri, H. Akimune, J.H. Thies, T. Adachi u. a. „The $^{71}\text{Ga}(^3\text{He}, t)$ reaction and the low-energy neutrino response“. In: *Phys. Lett.* B706.2–3 (2011), S. 134–138. DOI: 10.1016/j.physletb.2011.10.061 (siehe S. vi, viii, 104, 106, 107, 113, 116, 122, 283, 285).
- [3] J. H. Thies, D. Frekers, T. Adachi, M. Dozono, H. Ejiri u. a. „The $(^3\text{He}, t)$ reaction on ^{76}Ge , and the double- β -decay matrix element“. In: *Phys. Rev. C* 86 (1 2012), S. 014304. DOI: 10.1103/PhysRevC.86.014304 (siehe S. vi, viii, 41, 148, 167, 169, 239).
- [4] J. H. Thies, T. Adachi, M. Dozono, H. Ejiri, D. Frekers u. a. „High-resolution $^{100}\text{Mo}(^3\text{He}, t)^{100}\text{Tc}$ charge-exchange experiment and the impact on double- β decays and neutrino charged-current reactions“. In: *Phys. Rev. C* 86 (4 2012), S. 044309. DOI: 10.1103/PhysRevC.86.044309 (siehe S. vi, viii, 239).
- [5] J. H. Thies, P. Puppe, T. Adachi, M. Dozono, H. Ejiri u. a. „High-resolution $^{96}\text{Zr}(^3\text{He}, t)$ experiment and the matrix element for double- β decay“. In: *Phys. Rev. C* 86 (5 2012), S. 054323. DOI: 10.1103/PhysRevC.86.054323 (siehe S. vi, viii, 205, 239).
- [6] F. Reines und C. L. Cowan. „Detection of the Free Neutrino“. In: *Phys. Rev.* 92 (3 1953), S. 830–831. DOI: 10.1103/PhysRev.92.830 (siehe S. 13).
- [7] A. Lennarz. „Extraktion der Gamow-Teller-Übergangsstärken in der $^{128}(^3\text{He}, t)^{128}\text{I}$ -Ladungsaustauschreaktion“. 2011 (siehe S. 13, 79).
- [8] K. Nakamura et al. „Review of Particle Physics“. In: *Particle Data Group* (2010). URL: <http://pdg.lbl.gov> (siehe S. 13, 15, 16, 23, 25, 28, 191, 214, 232).

- [9] K Nakamura und Particle Data Group. „Review of Particle Physics“. In: *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics* 37.7A (2010), S. 075021. DOI: 10.1088/0954-3899/37/7A/075021 (siehe S. 13, 15, 16, 23, 25, 28, 191, 214, 232).
- [10] C. Amsler. *Kern- und Teilchenphysik*. UTB, 2007 (siehe S. 13, 15, 18–20, 23).
- [11] K. Zuber. *Neutrino Physics*. Bd. 1. Institute of Physics Publishing, 2004 (siehe S. 13, 18–20, 22).
- [12] K. Grotz und H.V. Klapdor-Kleingrothaus. *Die schwache Wechselwirkung in Kern-, Teilchen- und Astrophysik: Eine Einführung*. B.G. Teubner, Stuttgart, 1989 (siehe S. 14).
- [13] N. Schmitz. *Neutrino-Physik*. B.G. Teubner, Stuttgart, 1997 (siehe S. 14, 18).
- [14] F. P. An, J. Z. Bai, A. B. Balantekin, H. R. Band, D. Beavis u. a. „Observation of Electron-Antineutrino Disappearance at Daya Bay“. In: *Phys. Rev. Lett.* 108 (17 2012), S. 171803. DOI: 10.1103/PhysRevLett.108.171803 (siehe S. 16).
- [15] S.P. Mikheyev und A.Yu. Smirnov. „Resonance Amplification of Oscillations in Matter and Spectroscopy of Solar Neutrino“. In: *Sov. J. Nuclear Physics* 42 (1985) (siehe S. 16).
- [16] L. Wolfenstein. „Neutrino oscillations in matter“. In: *Phys. Rev. D* 17 (9 1978), S. 2369. DOI: 10.1103/PhysRevD.17.2369 (siehe S. 16).
- [17] H.V. Klapdor-Kleingrothaus und K. Zuber. *Teilchenastrophysik*. Teubner Studienbücher, 1997 (siehe S. 16, 18–20, 22).
- [18] G.L. Fogli, E. Lisi, A. Marrone und A. Palazzo. „Global analysis of three-flavor neutrino masses and mixings“. In: *Progress in Particle and Nuclear Physics* 57.2 (2006), S. 742–795. DOI: 10.1016/j.pnnp.2005.08.002 (siehe S. 16, 17).
- [19] C. Weinheimer. *Vorlesungsskript zur Vorlesung Neutrino- und Astroteilchenphysik*. 2012. URL: <http://qgp.uni-muenster.de/~weinheim/lehre/ss12/nuastro/> (siehe S. 16, 21, 22).
- [20] E. W. Otten und C. Weinheimer. „Neutrino mass limit from tritium β decay“. In: *Reports on Progress in Physics* 71.8 (2008), S. 086201 (siehe S. 17, 22, 29).
- [21] J. Lesgourgues und S. Pastor. „Massive neutrinos and cosmology“. In: *Phys. Rep.* 429 (2006) (siehe S. 17).
- [22] B. T. Cleveland, T. J. Daily, R. Davis, Jr., J. R. Distel, K. Lande u. a. „Measurement of the Solar Electron Neutrino Flux with the Homestake Chlorine Detector“. In: *Astrophys. J.* 496 (1998), S. 505 (siehe S. 18, 20).

- [23] National Nuclear Data Center, Brookhaven National Laboratory. *Chart of Nuclides*. 2012. URL: <http://www.nndc.bnl.gov> (siehe S. 20, 99, 111–114, 117, 118, 121, 138, 140, 142–144, 149, 151–154, 167, 180, 184–187, 205, 207, 208, 212, 213, 224, 225, 230, 232, 237, 245, 246, 248, 250, 253, 255, 258–260, 264, 265, 267, 268, 270, 273, 275, 276, 278–281).
- [24] K. S. Hirata, K. Inoue, T. Kajita, T. Kifune, K. Kihara u. a. „Results from one thousand days of real-time, directional solar-neutrino data“. In: *Phys. Rev. Lett.* 65 (11 1990), S. 1297. DOI: 10.1103/PhysRevLett.65.1297 (siehe S. 20).
- [25] John N. Bahcall, M. H. Pinsonneault und Sarbani Basu. „Solar Models: Current Epoch and Time Dependences, Neutrinos, and Helioseismological Properties“. In: *The Astrophysical Journal* 555.2 (2001), S. 990 (siehe S. 21).
- [26] Raymond Davis Jr. „A review of measurements of the solar neutrino flux and their variation“. In: *Nuclear Physics B Proc. Suppl.* 48.1–3 (1996), S. 284–298 (siehe S. 21).
- [27] J. N. Abdurashitov, V. N. Gavrin, V. V. Gorbachev, P. P. Gurkina, T. V. Ibragimova u. a. „Measurement of the solar neutrino capture rate with gallium metal. III. Results for the 2002–2007 data-taking period“. In: *Phys. Rev. C* 80 (1 2009), S. 015807. DOI: 10.1103/PhysRevC.80.015807 (siehe S. 21, 112, 122).
- [28] J Boger, R.L Hahn, J.K Rowley, A.L Carter, B Hollebhone u. a. „The Sudbury Neutrino Observatory“. In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* 449.1–2 (2000), S. 172. DOI: 10.1016/S0168-9002(99)01469-2 (siehe S. 20, 21).
- [29] S. N. Ahmed, A. E. Anthony, E. W. Beier, A. Bellerive, S. D. Biller u. a. „Measurement of the Total Active ^8B Solar Neutrino Flux at the Sudbury Neutrino Observatory with Enhanced Neutral Current Sensitivity“. In: *Phys. Rev. Lett.* 92 (18 2004), S. 181301. DOI: 10.1103/PhysRevLett.92.181301 (siehe S. 21, 22).
- [30] R. Firestone. *Table of Isotopes, CD-ROM Edition*. Hrsg. von V.S. Shirley, C.M. Baglin, J. Zipkin und S.Y. Frank Chu. Wiley VCH; Auflage: 8. Aufl. (Februar 1996), 1996 (siehe S. 21, 97, 278).
- [31] M. Lindner und C. Weinheimer. „Den Geisterteilchen auf der Spur“. In: *Physik Journal* 10.7 (2011), S. 31 (siehe S. 22).
- [32] J Dilling, I Tanihata und D Frekers. „Electron capture branching ratios for the oddodd intermediate nuclei in double-beta decay using the TITAN ion trap facility“. In: *Can. J. Phys.* 85.1 (2007), S. 57–75 (siehe S. 25, 26, 28, 29, 31, 33).

- [33] A. Barabash. „Double beta decay experiments“. In: *Physics of Particles and Nuclei* 42 (4 2011), S. 613–627. DOI: 10.1134/S1063779611040022 (siehe S. 26, 30, 31, 179, 238).
- [34] A. S. Barabash. „Precise half-life values for two-neutrino double- β decay“. In: *Phys. Rev. C* 81 (3 2010), S. 035501 (siehe S. 27, 28, 148, 179, 205, 214, 224, 232, 237, 239).
- [35] N. Ackerman, B. Aharmim, M. Auger, D. J. Auty, P. S. Barbeau u. a. „Observation of Two-Neutrino Double-Beta Decay in ^{136}Xe with the EXO-200 Detector“. In: *Phys. Rev. Lett.* 107 (21 2011), S. 212501. DOI: 10.1103/PhysRevLett.107.212501 (siehe S. 27, 28).
- [36] W.C. Haxton und G.J. Stephenson Jr. „Double beta decay“. In: *Progress in Particle and Nuclear Physics* 12.0 (1984), S. 409–479. DOI: 10.1016/0146-6410(84)90006-1 (siehe S. 27–29).
- [37] Jouni Suhonen und Osvaldo Civitarese. „Weak-interaction and nuclear-structure aspects of nuclear double beta decay“. In: *Physics Reports* 300.3–4 (1998), S. 123–214. DOI: 10.1016/S0370-1573(97)00087-2 (siehe S. 26, 29, 30, 191, 214, 232).
- [38] H. Primakoff und S. P. Rosen. „Double beta decay“. In: *Rep. Prog. Phys.* 22 (1959), S. 121. DOI: 10.1088/0034-4885/22/1/305 (siehe S. 28, 29).
- [39] E.-W. Grewe. „Kernmatrixelemente im doppelten β -Zerfall“. Diss. 2007 (siehe S. 29, 30, 40, 55, 64, 148, 169, 238, 253).
- [40] S.R. Elliott und P. Vogel. „DOUBLE BETA DECAY“. In: *Annual Review of Nuclear and Particle Science* 52.1 (2002), S. 115–151. DOI: 10.1146/annurev.nucl.52.050102.090641 (siehe S. 30).
- [41] Steven R. Elliott und Petr Vogel. „DOUBLE BETA DECAY“. In: *Annual Review of Nuclear and Particle Science* 52.1 (2002), S. 115–151. DOI: 10.1146/annurev.nucl.52.050102.090641 (siehe S. 32).
- [42] A.K. Kerman, H. McManus und R.M. Thaler. „The scattering of fast nucleons from nuclei“. In: *Annals of Physics* 8.4 (1959), S. 551–635. DOI: 10.1016/0003-4916(59)90076-4 (siehe S. 33–35).
- [43] W. G. Love und M. A. Franey. „Effective nucleon-nucleon interaction for scattering at intermediate energies“. In: *Phys. Rev. C* 24 (3 1981), S. 1073–1094. DOI: 10.1103/PhysRevC.24.1073 (siehe S. 33–38, 103, 287, 300).
- [44] F. Osterfeld. „Nuclear spin and isospin excitations“. In: *Rev. Mod. Phys.* 64 (2 1992), S. 491–557. DOI: 10.1103/RevModPhys.64.491 (siehe S. 33–36, 38, 104).

- [45] W.P. Alford und B.M. Spicer. *Advances in Nuclear Physics, Chapter 1: Nucleon Charge-Exchange Reactions at Intermediate Energy*. Hrsg. von J.W. Negele und E. Vogt. Plenum Press, New York, 1998 (siehe S. 33, 35, 38).
- [46] G.R. Satchler. „The distorted-waves theory of direct nuclear reactions with spin-orbit effects“. In: *Nuclear Physics* 55.0 (1964), S. 1–33. DOI: 10.1016/0029-5582(64)90124-5 (siehe S. 33).
- [47] D.F. Jackson. *Nuclear Reactions*. Methuen&Co LTD, 1970 (siehe S. 33–35).
- [48] C.D. Goodman. *The (p,n) Reaction and the Nucleon-Nucleon Force*. Hrsg. von Sam M. Austin, Stewart D. Bloom, J. Rapaport und G.R. Satchler. Plenum Press, 1980 (siehe S. 33).
- [49] G.R. Satchler. *Direct Nuclear Reactions*. Oxford University Press, 1983 (siehe S. 33).
- [50] T. Mayer-Kuckuk. *Kernphysik*. Teubner Studienbücher; 7. Auflage (April 2002), 2002 (siehe S. 33).
- [51] W. G. Love, Amir Klein, M. A. Franey und K. Nakayama. „Nucleon charge-exchange reactions at intermediate energies“. In: *Canadian Journal of Physics* 65.6 (1987), S. 536–548. DOI: 10.1139/p87-077 (siehe S. 33–35).
- [52] W. G. Love und M. A. Franey. „Erratum: Effective nucleon-nucleon interaction for scattering at intermediate energies“. In: *Phys. Rev. C* 27 (1 1983), S. 438–438. DOI: 10.1103/PhysRevC.27.438 (siehe S. 34–36, 103).
- [53] W.G. Love. *The (p,n) Reaction and the Nucleon-Nucleon Force: Properties and Applications of Effective Interactions Derived from the Free Nucleon-Nucleon Forces*. Hrsg. von C.D. Goodman, Sam M. Austin, Stewart D. Bloom, J. Rapaport und G.R. Satchler. Plenum Press, 1980 (siehe S. 35, 38).
- [54] W.G. Love, M.A. Franey und F. Petrovich. *Spin Excitations in Nuclei: The Nucleon-Nucleon Interaction and Nucleon-Nucleus Scattering*. Hrsg. von F. Petrovich, G.E. Brown, G.T. Garvey, C.D. Goodman, R.A. Lindgren u. a. Plenum Press, 1982 (siehe S. 37).
- [55] P. Heinrichs. „Ladungsaustauschreaktionen an ^{100}Mo und Untersuchung der Übergangsstärken an ^{76}Ge , ^{96}Zr und ^{100}Mo “. 2010 (siehe S. 38, 60).
- [56] G.F. Bertsch und H. Esbensen. „The (p,n) reaction and the nucleon-nucleon force“. In: *Reports on Progress in Physics* 50.6 (1987), S. 607. DOI: 10.1088/0034-4885/50/6/001 (siehe S. 36, 38).

- [57] C. D. Goodman, C. A. Goulding, M. B. Greenfield, J. Rapaport, D. E. Bainum u. a. „Gamow-Teller Matrix Elements from $0^\circ(p, n)$ Cross Sections“. In: *Phys. Rev. Lett.* 44 (26 1980), S. 1755–1759. DOI: 10.1103/PhysRevLett.44.1755 (siehe S. 38, 39, 41).
- [58] T.N. Taddeucci, C.A. Goulding, T.A. Carey, R.C. Byrd, C.D. Goodman u. a. „The (p, n) reaction as a probe of beta decay strength“. In: *Nucl. Phys. A* 469 (1987), S. 125. DOI: 10.1016/0375-9474(87)90089-3 (siehe S. 38, 39, 104, 107).
- [59] G. Perdikakis, R. G. T. Zegers, Sam M. Austin, D. Bazin, C. Caesar u. a. „Gamow-Teller unit cross sections for $(t, {}^3\text{He})$ and $({}^3\text{He}, t)$ reactions“. In: *Phys. Rev. C* 83 (5 2011), S. 054614. DOI: 10.1103/PhysRevC.83.054614 (siehe S. 39, 104, 107).
- [60] K.P. Jackson, A. Celler, W.P. Alford, K. Raywood, R. Abegg u. a. „The (n, p) reaction as a probe of Gamow-Teller strength“. In: *Phys. Lett.* B201 (1988), S. 25 (siehe S. 39).
- [61] J.H. Thies. „Ladungsaustauschreaktionen an ${}^{32}\text{S}$ “. 2007 (siehe S. 40, 55, 60).
- [62] S. Rakers. „Messung der Gamow-Teller-Übergangsstärken in ${}^{12}\text{C}$ und ${}^{24}\text{Mg}$ mit der $(d, {}^2\text{He})$ -Reaktion“. Diss. 2002 (siehe S. 40, 84, 101).
- [63] R. Pourang, J. W. Watson, R. Abegg, M. Ahmad, W. P. Alford u. a. „High-spin stretched states excited in (n, p) reactions at 300 MeV“. In: *Phys. Rev. C* 47 (6 1993), S. 2751–2758. DOI: 10.1103/PhysRevC.47.2751 (siehe S. 40).
- [64] R. L. Helmer, M. A. Punyasena, R. Abegg, W. P. Alford, A. Celler u. a. „Gamow-Teller strength from the ${}^{76}\text{Se}(n, p){}^{76}\text{As}$ reaction: Implications for the double β decay of ${}^{76}\text{Ge}$ “. In: *Phys. Rev. C* 55 (6 1997), S. 2802–2810. DOI: 10.1103/PhysRevC.55.2802 (siehe S. 40).
- [65] S. Rakers, C. Bäumer, A. M. van den Berg, B. Davids, D. Frekers u. a. „Nuclear matrix elements for the ${}^{48}\text{Ca}$ two-neutrino double- β decay from high-resolution charge-exchange reactions“. In: *Phys. Rev. C* 70 (5 2004), S. 054302. DOI: 10.1103/PhysRevC.70.054302 (siehe S. 40, 239).
- [66] S. Rakers, C. Bäumer, A. M. van den Berg, B. Davids, D. Frekers u. a. „Low-lying GT^+ strength in ${}^{116}\text{In}$ from a $(d, {}^2\text{He})$ reaction experiment and its implications for ${}^{116}\text{Cd}$ double β decay“. In: *Phys. Rev. C* 71 (5 2005), S. 054313. DOI: 10.1103/PhysRevC.71.054313 (siehe S. 40, 239).
- [67] E.-W. Grewe, C. Bäumer, H. Dohmann, D. Frekers, M. N. Harakeh u. a. „Studies on the double- β decay nucleus ${}^{64}\text{Zn}$ using the $(d, {}^2\text{He})$ reaction“. In: *Phys. Rev. C* 77 (6 2008), S. 064303. DOI: 10.1103/PhysRevC.77.064303 (siehe S. 40, 238).

- [68] E.-W. Grewe, C. Bäumer, H. Dohmann, D. Frekers, M. N. Harakeh u. a. „The ($d, {}^2\text{He}$) reaction on ${}^{76}\text{Se}$ and the double- β -decay matrix elements for $A = 76$ “. In: *Phys. Rev. C* 78 (4 2008), S. 044301. DOI: 10.1103/PhysRevC.78.044301 (siehe S. 40, 148, 160–162, 164, 167, 239).
- [69] C. J. Guess, R. G. T. Zegers, B. A. Brown, Sam M. Austin, D. Bazin u. a. „Spectroscopy of ${}^{13}\text{B}$ via the ${}^{13}\text{C}(t, {}^3\text{He})$ reaction at 115A MeV“. In: *Phys. Rev. C* 80 (2 2009), S. 024305. DOI: 10.1103/PhysRevC.80.024305 (siehe S. 40).
- [70] C. J. Guess, T. Adachi, H. Akimune, A. Algora, Sam M. Austin u. a. „The ${}^{150}\text{Nd}({}^3\text{He}, t)$ and ${}^{150}\text{Sm}(t, {}^3\text{He})$ reactions with applications to $\beta\beta$ decay of ${}^{150}\text{Nd}$ “. In: *Phys. Rev. C* 83 (6 2011), S. 064318. DOI: 10.1103/PhysRevC.83.064318 (siehe S. 40, 238, 239).
- [71] K. Miki, H. Sakai, T. Uesaka, H. Baba, C. L. Bai u. a. „Identification of the β^+ Isovector Spin Monopole Resonance via the ${}^{208}\text{Pb}$ and ${}^{90}\text{Zr}(t, {}^3\text{He})$ Reactions at 300 MeV/u“. In: *Phys. Rev. Lett.* 108 (26 2012), S. 262503. DOI: 10.1103/PhysRevLett.108.262503 (siehe S. 40).
- [72] B. D. Anderson, T. Chittrakarn, A. R. Baldwin, C. Lebo, R. Madey u. a. „Gamow-Teller and $M1$ strength in the ${}^{32}\text{S}(p, n){}^{32}\text{Cl}$ reaction at 135 MeV“. In: *Phys. Rev. C* 36 (6 1987), S. 2195–2205. DOI: 10.1103/PhysRevC.36.2195 (siehe S. 41).
- [73] B. D. Anderson, T. Chittrakarn, A. R. Baldwin, A. Fazely, C. Lebo u. a. „Analyzing-power measurements in the ${}^{48}\text{Ca}(p, n){}^{48}\text{Sc}$ reaction at 134 MeV“. In: *Phys. Rev. C* 34 (2 1986), S. 422–428. DOI: 10.1103/PhysRevC.34.422 (siehe S. 41).
- [74] R. Madey, B. S. Flanders, B. D. Anderson, A. R. Baldwin, J. W. Watson u. a. „Low-lying structures in the Gamow-Teller strength functions for the double-beta-decaying nuclei ${}^{76}\text{Ge}$, ${}^{82}\text{Se}$, ${}^{128}\text{Te}$, and ${}^{130}\text{Te}$ “. In: *Phys. Rev. C* 40 (2 1989), S. 540–552. DOI: 10.1103/PhysRevC.40.540 (siehe S. 41, 156, 160, 165, 180, 192).
- [75] Y. Fujita, B. Rubio und W. Gelletly. „Spin–isospin excitations probed by strong, weak and electro-magnetic interactions“. In: *Progress in Particle and Nuclear Physics* 66.3 (2011), S. 549 –606. DOI: 10.1016/j.pnnp.2011.01.056 (siehe S. 41).
- [76] P. Puppe, D. Frekers, T. Adachi, H. Akimune, N. Aoi u. a. „High-resolution (${}^3\text{He}, t$) reaction on the double- β decaying nucleus ${}^{136}\text{Xe}$ “. In: *Phys. Rev. C* 84 (5 2011), S. 051305. DOI: 10.1103/PhysRevC.84.051305 (siehe S. 41, 106, 236, 237, 239, 285).

- [77] M. Sasano, G. Perdikakis, R. G. T. Zegers, Sam M. Austin, D. Bazin u. a. „Gamow-Teller Transition Strengths from ^{56}Ni “. In: *Phys. Rev. Lett.* 107 (20 2011), S. 202501. DOI: 10.1103/PhysRevLett.107.202501 (siehe S. 41).
- [78] A. Tamii, Y. Fujita, H. Matsubara, T. Adachi, J. Carter u. a. „Measurement of high energy resolution inelastic proton scattering at and close to zero degrees“. In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* 605.3 (2009), S. 326 –338. DOI: 10.1016/j.nima.2009.03.248 (siehe S. 43, 44, 48).
- [79] T. Wakasa, K. Hatanaka, Y. Fujita, G. P. A. Berg, H. Fujimura u. a. „High resolution beam line for the Grand Raiden spectrometer“. In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* 482.1-2 (2002), S. 79 –93. DOI: 10.1016/S0168-9002(01)01686-2 (siehe S. 43, 45–47, 50, 51, 55).
- [80] Y. Fujita, K. Hatanaka, G.P.A. Berg, K. Hosono, N. Matsuoka u. a. „Matching of a beam line and a spectrometer New beam line project at RCNP“. In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms* 126.1-4 (1997). International Conference on Electromagnetic Isotope Separators and Techniques Related to Their Applications, S. 274 –278. DOI: 10.1016/S0168-583X(96)01008-7 (siehe S. 43, 57, 61).
- [81] M. Fujiwara, H. Akimune, I. Daito, H. Fujimura, Y. Fujita u. a. „Magnetic spectrometer Grand Raiden“. In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* 422.1-3 (1999), S. 484 –488. DOI: 10.1016/S0168-9002(98)01009-2 (siehe S. 43, 49, 55).
- [82] G. P. A. Berg und et al. *IUCF Science and Technical Report*. 1987, S. 152 (siehe S. 45).
- [83] T. Adachi. „High resolution study of Gamow-Teller transitions in *pf*-shell nuclei“. Diss. 2007, S. 152 (siehe S. 49, 53, 55, 67, 106, 241, 244, 257, 262, 267, 273).
- [84] H. Akimune. *Private Mitteilung*. 2009 (siehe S. 54).
- [85] K.L. Brown, D.C. Carey, C. Iselin und F. Rotacker. *TRANSPORT a computer program for designing charged particle beam transport systems*. 1980 (siehe S. 55, 56, 62, 86).
- [86] Siegfried A. Martin, Arno Hardt, Jürgen Meissburger, Georg P.A. Berg, Ulrich Hacker u. a. „The QQDDQ magnet spectrometer ”big karl““. In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research* 214.2-3 (1983), S. 281 –303. DOI: 10.1016/0167-5087(83)90595-1 (siehe S. 56).

- [87] H Fujita, G.P.A Berg, Y Fujita, K Hatanaka, T Noro u. a. „Better-resolution measurement of vertical scattering angle in a new ion-optical mode of spectrometer “Grand Raiden”“. In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* 469.1 (2001), S. 55 –62. DOI: 10 . 1016/S0168-9002(01)00706-9 (siehe S. 59, 60, 62, 63).
- [88] Rene Brun und Fons Rademakers. *ROOT - An Object Oriented Data Analysis Framework*. 1996, S. 81 –86 (siehe S. 64).
- [89] P. Puppe. „Kernphysikalische Oberflächenanalysen an Blei“. 2009 (siehe S. 66).
- [90] W. Klesse. „LabVIEW-Datenerfassung und -Auswertung von kernphysikalischen Bleioberflächenanalysen“. 2009 (siehe S. 66).
- [91] James Ziegler. *SRIM - The Stopping Power and Range of Ions in Matter*. 2012. URL: <http://www.srim.org> (siehe S. 66).
- [92] D. Frekers. „Private Mitteilung“. In: 2012 (siehe S. 67, 253).
- [93] R. Schmidt. „VESNAⁿ - Spurrekonstruktion für den ESN-Detektor“. 2001 (siehe S. 70).
- [94] P. Puppe. „Kernmatrixelemente im doppelten- β -Zerfall“. Diss. 2013 (siehe S. 71).
- [95] P.M. und Endt. „Supplement to energy levels of A = 21–44 nuclei (VII)“. In: *Nuclear Physics A* 633.1 (1998), S. 1 –220. DOI: 10 . 1016/S0375-9474(97)00613-1 (siehe S. 97, 99).
- [96] M. Wojdyr, S. Gierlotka, J. Folmer und M. Richardson. *Fityk - curve fitting and data analysis*. 2012. URL: <http://fityk.nieto.pl/> (siehe S. 97, 101).
- [97] D. Frekers. *Kern- und Teilchenphysik*. 1994-2011 (siehe S. 102, 108).
- [98] J. Cook und J. A. Carr. „FOLD“. In: *computer program FOLD, Florida State University, unpublished (1988), based on F. Petrovich and D. Stanley, Nucl. Phys. A275, 487 (1977), modified as described in J. Cook et al., Phys. Rev. C 30, 1538 (1984) and R. G. T. Zegers, S. Fracasso and G. Colò, NSCL, Michigan State University, unpublished (2006)* (siehe S. 102, 295).
- [99] M.A. Hofstee, S.Y. van der Werf, A.M. van den Berg, N. Blasi, J.A. Bordewijk u. a. „Localized $1\hbar\omega$ particle-hole strength in nuclei“. In: *Nuclear Physics A* 588 (1995), S. 729. DOI: 10 . 1016/0375-9474(95)00057-8 (siehe S. 102, 291).
- [100] S. Y. van der Werf. „computer code NORMOD, KVI Groningen“. 1991 (siehe S. 102).

- [101] M. Rashdan. „Implication of proton-nucleus scattering for density distributions of unstable nuclei“. In: *Eur. Phys. J.* **A16** (2003), S. 371. DOI: 10.1140/epja/i2001-10270-4 (siehe S. 103).
- [102] A. Bohr und B. R. Mottelson. Nuclear Structure. Bd. 1 and 2. New York: Benjamin, 1975 (siehe S. 103).
- [103] J. Kamiya, K. Hatanaka, T. Adachi, K. Fujita, K. Hara u. a. „Cross section and induced polarization in ^3He elastic scattering at 443 MeV“. In: *Phys. Rev. C* **67** (6 2003), S. 064612. DOI: 10.1103/PhysRevC.67.064612 (siehe S. 103, 116, 155, 183, 210, 226, 242, 245, 250, 259, 264, 268, 275, 280, 287).
- [104] S. Y. van der Werf, S. Brandenburg, P. Grasdijk, W. A. Sterrenburg, M. N. Harakeh u. a. „The effective ^3He -nucleon force in a microscopic DWBA approach to the ($^3\text{He},t$) charge-exchange reaction“. In: *Nucl. Phys.* **A496** (1989), S. 305. DOI: 10.1016/0375-9474(89)90177-2 (siehe S. 103, 226).
- [105] S Y van der Werf. „An Effective 3 He-Nucleon Force for the ($^3\text{He}, t$) Charge Exchange Reaction“. In: *Physica Scripta* 1990.T32 (1990), S. 43. DOI: 10.1088/0031-8949/1990/T32/007 (siehe S. 103).
- [106] M. A. Franey und W. G. Love. „Nucleon-nucleon t -matrix interaction for scattering at intermediate energies“. In: *Phys. Rev. C* **31** (2 1985), S. 488–498. DOI: 10.1103/PhysRevC.31.488 (siehe S. 103).
- [107] R. G. T. Zegers, H. Akimune, Sam M. Austin, D. Bazin, A. M. van den Berg u. a. „The ($t, ^3\text{He}$) and ($^3\text{He}, t$) reactions as probes of Gamow-Teller strength“. In: *Phys. Rev. C* **74** (2006), S. 024309. DOI: 10.1103/PhysRevC.74.024309 (siehe S. 103, 246).
- [108] T. Adachi, Y. Fujita, P. von Brentano, G.P.A. Berg, C. Fransen u. a. „Gamow-Teller transitions in pf-shell nuclei studied in ($^3\text{He},t$)-reactions“. In: *Nuclear Physics A* **788.1–4** (2007), S. 70–75. DOI: 10.1016/j.nuclphysa.2007.01.050 (siehe S. 106).
- [109] Y. Fujita, T. Adachi, P. von Brentano, G. P. A. Berg, C. Fransen u. a. „Gamow-Teller Strengths in Proton-Rich Exotic Nuclei Deduced in the Combined Analysis of Mirror Transitions“. In: *Phys. Rev. Lett.* **95** (2005), S. 212501. DOI: 10.1103/PhysRevLett.95.212501 (siehe S. 106).
- [110] R. G. T. Zegers, T. Adachi, H. Akimune, Sam M. Austin und A. M. van den Berg. „Extraction of Weak Transition Strengths via the ($^3\text{He}, t$) Reaction at 420 MeV“. In: *Phys. Rev. Lett.* **99** (2007), S. 202501 (siehe S. 106, 107, 285).
- [111] P. Puppe, A. Lennarz, T. Adachi, H. Akimune, H. Ejiri u. a. „High resolution ($^3\text{He},t$) experiment on the double- β decaying nuclei ^{128}Te and ^{130}Te “. In: *Phys. Rev. C* **86** (4 2012), S. 044603. DOI: 10.1103/PhysRevC.86.044603 (siehe S. 106, 236, 239, 285).

- [112] D. Frekers. „Cross sections, $B(\text{GT})$ and $B(\text{F})$ from the $^{69,71;\text{nat}}\text{Ga}(^3\text{He}, t)$ analysis at 420 MeV“. In: *Group Report* (2011) (siehe S. 108).
- [113] V.N. Gavrin. „Private Korrespondenz“. In: 2009 (siehe S. 111).
- [114] W. Hampel, G. Heusser, J. Kiko, T. Kirsten, M. Laubenstein u. a. „Final results of the ^{51}Cr neutrino source experiments in GALLEX“. In: *Physics Letters, Section B: Nuclear, Elementary Particle and High-Energy Physics* 420 (1998), S. 114. DOI: 10.1016/S0370-2693(97)01562-1 (siehe S. 112).
- [115] F. Kaether, W. Hampel, G. Heusser, J. Kiko und T. Kirsten. „Reanalysis of the Gallex solar neutrino flux and source experiments“. In: *Phys. Lett. B* **685** (2010), S. 47. DOI: 10.1016/j.physletb.2010.01.030 (siehe S. 112).
- [116] J. N. Abdurashitov, V. N. Gavrin, S. V. Girin, V. V. Gorbachev, T. V. Ibragimova u. a. „Measurement of the response of a gallium metal solar neutrino experiment to neutrinos from a ^{51}Cr source“. In: *Phys. Rev. C* **59** (1999), S. 2246. DOI: 10.1103/PhysRevC.60.055801 (siehe S. 112).
- [117] John N. Bahcall. „Gallium solar neutrino experiments: Absorption cross sections, neutrino spectra, and predicted event rates“. In: *Phys. Rev. C* 56 (6 1997), S. 3391–3409. DOI: 10.1103/PhysRevC.56.3391 (siehe S. 112, 113, 117, 122).
- [118] Naoya Hata und Wick Haxton. „Implications of the GALLEX source experiment for the solar neutrino problem“. In: *Physics Letters B* 353.4 (1995), S. 422–431. DOI: 10.1016/0370-2693(95)00598-F (siehe S. 112).
- [119] D. Krofcheck, E. Sugarbaker, J. Rapaport, D. Wang, J. N. Bahcall u. a. „Gamow-Teller Strength Function in $\text{Ge}71$ via the (p, n) Reaction at Medium Energies“. In: *Phys. Rev. Lett.* **55** (1985), S. 1051. DOI: 10.1103/PhysRevLett.55.1051 (siehe S. 113).
- [120] D. Krofcheck. „PhD thesis“. Diss. Ohio State University, Columbus, Ohio, 1987 (siehe S. 113).
- [121] H. Ejiri, H. Akimune, Y. Arimoto, I. Daito, H. Fujimura u. a. „Spin-isospin responses of ^{71}Ga for solar neutrinos studied by $^{71}\text{Ga}(^3\text{He}, t\gamma)^{71}\text{Ge}$ reaction“. In: *Phys. Lett. B* **433** (1998), S. 257 (siehe S. 113, 122, 123).
- [122] W.D.M. Rae. „NuShell V6.0 R1.000, Based on NuShell code by W.D.M. Rae, Garsington, Oxford, UK, 2006/7“. In: 2007. URL: <http://www.garsington.eclipse.co.uk> (siehe S. 116).
- [123] M. Honma, T. Otsuka, B. A. Brown und T. Mizusaki. „Effective interaction for pf -shell nuclei“. In: *Phys. Rev. C* **65** (2002), 061301(R). DOI: 10.1103/PhysRevC.65.061301 (siehe S. 116).

- [124] M. Honma, T. Otsuka, B. A. Brown und T. Mizusaki. „Shell-model description of neutron-rich pf-shell nuclei with a new effective interaction GXPF 1“. In: *Eur. Phys. J. A* **25** (2005), S. 499. DOI: 10.1007/3-540-37642-9_138 (siehe S. 116).
- [125] B. Alex Brown. „New Skyrme interaction for normal and exotic nuclei“. In: *Phys. Rev. C* **58** (1 1998), S. 220–231. DOI: 10.1103/PhysRevC.58.220 (siehe S. 116).
- [126] W. Hampel und L. P. Remsberg. „Half-life of ^{71}Ge “. In: *Phys. Rev. C* **31** (2 1985), S. 666–667. DOI: 10.1103/PhysRevC.31.666 (siehe S. 117).
- [127] G. Audi, A.H. Wapstra und C. Thibault. „The Ame2003 atomic mass evaluation: (II). Tables, graphs and references“. In: *Nuclear Physics A* **729.1** (2003), S. 337–676. DOI: 10.1016/j.nuclphysa.2003.11.003 (siehe S. 117, 148, 159, 180, 205, 207, 224, 243, 245, 250, 253, 259, 264, 268, 275, 278, 280).
- [128] L. H. Goldman. „Study of the (d, p) Reaction on Ge^{70} “. In: *Phys. Rev.* **165** (4 1968), S. 1203–1208. DOI: 10.1103/PhysRev.165.1203 (siehe S. 121).
- [129] V.N. Gavrin, V.V. Gorbachev, E.P. Veretenkin und B.T. Cleveland. „Gallium experiments with artificial neutrino sources as a tool for investigation of transition to sterile states“. In: *ArXiv e-prints* (2010). arXiv:1006.2103v2 [nucl-ex] (siehe S. 122, 124, 125).
- [130] J. N. Bahcall und M. H. Pinsonneault. „Standard solar models, with and without helium diffusion, and the solar neutrino problem“. In: *Rev. Mod. Phys.* **64** (4 1992), S. 885–926. DOI: 10.1103/RevModPhys.64.885 (siehe S. 122).
- [131] G. Douysset, T. Fritioff, C. Carlberg, I. Bergström und M. Björkhage. „Determination of the ^{76}Ge Double Beta Decay Q Value“. In: *Phys. Rev. Lett.* **86** (19 2001), S. 4259–4262. DOI: 10.1103/PhysRevLett.86.4259 (siehe S. 148, 159).
- [132] H. V. KLAPDOR-KLEINGROTHAUS und I. V. KRIVOSHEINA. „The Evidence For The Observation Of $0\nu\beta\beta$ Decay: The Identification Of $0\nu\beta\beta$ Events From The Full Spectra“. In: *Modern Physics Letters A* **21.20** (2006), S. 1547–1566. DOI: 10.1142/S0217732306020937 (siehe S. 148).
- [133] H.V. Klapdor-Kleingrothaus, A. Dietz, L. Baudis, G. Heusser, I.V. Krivosheina u. a. „Latest results from the HEIDELBERG-MOSCOW double β decay experiment“. In: *Eur. Phys. J.* **12** (2 2001), S. 147–154 (siehe S. 148).
- [134] P. Peiffer, D. Motta, S. Schoenert und H. Simgen. „Operation of bare HP-Germanium detectors in liquid argon (LAr)“. In: *Nucl. Phys. (Proc. Suppl.)* **B143.0** (2005), S. 511. DOI: 10.1016/j.nuclphysbps.2005.01.176 (siehe S. 148).

- [135] C.E. Aalseth, D. Anderson, R. Arthur, F.T. Avignone III, C. Baktash u. a. „The proposed Majorana ^{76}Ge double-beta decay experiment“. In: *Nucl. Phys. (Proc. Suppl.)* B138.0 (2005), S. 217–220. DOI: 10.1016/j.nuclphysbps.2004.11.052 (siehe S. 148).
- [136] A.A. Vasenko, I.V. Kirpichnikov, V.A. Kuznetsov, A.S. Starostin, A.G. Djanyan u. a. „NEW RESULTS IN THE ITEP/YePI DOUBLE BETA-DECAY EXPERIMENT WITH ENRICHED GERMANIUM DETECTORS“. In: *Mod. Phys. Lett. A* **5** (1990), S. 1299 (siehe S. 148).
- [137] H. S. Miley, F. T. Avignone III, R. L. Brodzinski, J. I. Collar und J. H. Reeves. „Suggestive evidence for the two-neutrino double- β decay of ^{76}Ge “. In: *Phys. Rev. Lett.* **65** (25 1990), S. 3092–3095. DOI: 10.1103/PhysRevLett.65.3092 (siehe S. 148).
- [138] F. T. Avignone III, R. L. Brodzinski, C. K. Guerard, I.V. Kirpichnikov, H. S. Miley u. a. In: *Phys. Lett.* **B256** (1991), S. 559 (siehe S. 148).
- [139] F. T. Avignone. „Double-beta decay: Some recent results and developments“. In: *Prog. Part. Nucl. Phys.* **32** (1994), S. 223–245. DOI: 10.1016/0146-6410(94)90022-1 (siehe S. 148).
- [140] A. Morales. „Review on double beta decay experiments and comparison with theory“. In: *Nucl. Phys. (Proc. Suppl.)* B77.1-3 (1999), S. 335–345. DOI: 10.1016/S0920-5632(99)00440-5 (siehe S. 148).
- [141] M. Günther, J. Hellmig, G. Heusser, M. Hirsch, H. V. Klapdor-Kleingrothaus u. a. „Heidelberg-Moscow $\beta\beta$ experiment with ^{76}Ge : Full setup with five detectors“. In: *Phys. Rev. D* **55** (1 1997), S. 54–67. DOI: 10.1103/PhysRevD.55.54 (siehe S. 148).
- [142] C Dörr und H.V Klapdor-Kleingrothaus. „New Monte-Carlo simulation of the HEIDELBERG-MOSCOW double beta decay experiment“. In: *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res., Sect. A* **513.3** (2003), S. 596–621. DOI: 10.1016/j.nima.2003.07.018 (siehe S. 148, 237).
- [143] A. M. Bakalyarov, A. Ya. Balysh, S. T. Belyaev, V. I. Lebedev und S. V. Zhukov. „RESULTS OF THE EXPERIMENT ON INVESTIGATION OF ^{76}Ge DOUBLE BETA DECAY“. In: *Physics of Elementary Particles and Atomic Nuclei, Letters* (2 2005), S. 21–28 (siehe S. 148).
- [144] I. Abt, M. Altmann, A. Bakalyarov, I. Barabanov, C. Bauer u. a. „A New ^{76}Ge Double Beta Decay Experiment at LNGS“. In: *ArXiv High Energy Physics - Experiment e-prints* (2004). eprint: arXiv:hep-ex/0404039 (siehe S. 159).
- [145] E.-W. Grewe, D. Frekers, S. Rakers, T. Adachi, C. Bäumer u. a. „($^3\text{He},t$) reaction on the double β decay nucleus ^{48}Ca and the importance of nuclear matrix elements“. In: *Phys. Rev. C* **76** (5), S. 054307. DOI: 10.1103/PhysRevC.76.054307 (siehe S. 169, 236, 239, 241, 253–256).

- [146] F. Šimkovic, L. Paceaescu und A. Faessler. „Two-neutrino double beta decay of ^{76}Ge within deformed QRPA“. In: *Nucl. Phys. A* 733 (2004), S. 321. DOI: 10.1016/j.nuclphysa.2004.01.002 (siehe S. 169).
- [147] R. Álvarez-Rodríguez, P. Sarriguren, E. Moya de Guerra, L. Paceaescu, Amand Faessler u. a. „Deformed quasiparticle random phase approximation formalism for single-and two-neutrino double β decay“. In: *Phys. Rev. C* 70 (2004), S. 064309. DOI: 10.1103/PhysRevC.70.064309 (siehe S. 169).
- [148] E. F. Aguilera, J. J. Vega, J. J. Kolata, A. Morsad, R. G. Tighe u. a. „Sub-barrier fusion of $^{27}\text{Al} + ^{70,72,73,74,76}\text{Ge}$: Evidence for shape transition and structure effects“. In: *Phys. Rev. C* 41 (3 1990), S. 910–919. DOI: 10.1103/PhysRevC.41.910 (siehe S. 169).
- [149] E. F. Aguilera, J. J. Kolata und R. J. Tighe. „Nuclear structure effects in the sub-barrier fusion of $^{16}\text{O} + ^{70,72,73,74,76}\text{Ge}$ “. In: *Phys. Rev. C* 52 (6 1995), S. 3103–3113. DOI: 10.1103/PhysRevC.52.3103 (siehe S. 169).
- [150] T. Kirsten u. a. *Proceedings of the International Symposium Nuclear Beta Decay and Neutrino (Osaka 86)*. Bd. 1. World Scientific, 1986 (siehe S. 179).
- [151] Alexander Barabash und the Nemo Collaboration. „NEMO 3 double beta decay experiment: Latest results“. In: *J. Phys. Conf. Ser.* 173.1 (2009), S. 012008. DOI: 10.1088/1742-6596/173/1/012008 (siehe S. 179, 191, 237).
- [152] J. Argyriades, R. Arnold, C. Augier, J. Baker, A.S. Barabash u. a. „Measurement of the two neutrino double beta decay half-life of Zr-96 with the NEMO-3 detector“. In: *Nuclear Physics A* 847.3–4 (2010), S. 168 –179. DOI: 10.1016/j.nuclphysa.2010.07.009 (siehe S. 205, 237).
- [153] J. D. Anderson, C. Wong und J. W. McClure. „Coulomb Displacement Energies Derived from the p, n Isobaric Reaction“. In: *Phys. Rev.* 138 (3B 1965), B615–B618. DOI: 10.1103/PhysRev.138.B615 (siehe S. 206, 208).
- [154] S.I. Hayakawa, W.L. Fadner, J.J. Kraushaar und E. Rost. „Study of the $^{90}\text{Zr}(^3\text{He}, t)$ reaction“. In: *Nucl. Phys. A* 139.2 (1969), S. 465 –470. DOI: 10.1016/0375-9474(69)91123-3 (siehe S. 207).
- [155] R. R. Doering, Aaron Galonsky, D. M. Patterson und G. F. Bertsch. „Observation of Giant Gamow-Teller Strength in (p, n) Reactions“. In: *Phys. Rev. Lett.* 35 (25 1975), S. 1691–1693. DOI: 10.1103/PhysRevLett.35.1691 (siehe S. 207).
- [156] D. E. Bainum, J. Rapaport, C. D. Goodman, D. J. Horen, C. C. Foster u. a. „Observation of Giant Particle-Hole Resonances in $^{90}\text{Zr}(p, n)^{90}\text{Nb}$ “. In: *Phys. Rev. Lett.* 44 (26 1980), S. 1751–1754. DOI: 10.1103/PhysRevLett.44.1751 (siehe S. 207, 211).

- [157] T. Wakasa, H. Sakai, H. Okamura, H. Otsu, S. Fujita u. a. „Gamow-Teller strength of ^{90}Nb in the continuum studied via multipole decomposition analysis of the $^{90}\text{Zr}(p, n)$ reaction at 295 MeV“. In: *Phys. Rev. C* 55 (6 1997), S. 2909–2922. DOI: 10.1103/PhysRevC.55.2909 (siehe S. 207).
- [158] H. Dohmann, C. Bäumer, D. Frekers, E.-W. Grewe, M. N. Harakeh u. a. „The $(d, ^2\text{He})$ reaction on ^{96}Mo and the double- β decay matrix elements for ^{96}Zr “. In: *Phys. Rev. C* 78 (4 2008), S. 041602. DOI: 10.1103/PhysRevC.78.041602 (siehe S. 214, 216, 239).
- [159] Abad, J., Morales, A., Núñez-Lagos, R. und Pacheco, A. F. „AN ESTIMATION OF THE RATES OF (TWO-NEUTRINO) DOUBLE BETA DECAY AND RELATED PROCESSES“. In: *J. Phys. Colloques* 45 (1984), S. C3–147–C3–150. DOI: 10.1051/jphyscol:1984328 (siehe S. 215, 236).
- [160] R. Arnold, C. Augier, A.M. Bakalyarov, J. Baker, A. Barabash u. a. „Technical design and performance of the NEMO 3 detector“. In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* 536.1–2 (2005), S. 79 –122. DOI: 10.1016/j.nima.2004.07.194 (siehe S. 224).
- [161] H. Ejiri, J. Engel, R. Hazama, P. Krastev, N. Kudomi u. a. In: *Phys. Rev. Lett.* 85 (2000), S. 2917 (siehe S. 224).
- [162] Hiroyasu Ejiri. „Nuclear spin isospin responses for low-energy neutrinos“. In: *Physics Reports* 338.3 (2000), S. 265 –351. DOI: 10.1016/S0370-1573(00)00044-2 (siehe S. 224).
- [163] H. Ejiri, J. Engel und N. Kudomi. „Supernova-neutrino studies with ^{100}Mo “. In: *Phys. Lett. B* 530.1–4 (2002), S. 27 –32. DOI: 10.1016/S0370-2693(02)01349-7 (siehe S. 224).
- [164] P. Doe, H. Ejiri, S.R. Elliott, J. Engel, M. Finger u. a. „Neutrino studies in ^{100}Mo and MOON - Mo observatory of neutrinos -“. In: *Nucl. Phys. A* 721.0 (2003), S. C517 –C520. DOI: 10.1016/S0375-9474(03)01113-8 (siehe S. 224).
- [165] R. Hazama, P. Doe, H. Ejiri, S.R. Elliott, J. Engel u. a. „Spectroscopy of low energy solar neutrinos by MOON: -Mo Observatory Of Neutrinos-“. In: *Nucl. Phys. B Proc. Suppl.* 138.0 (2005). Proceedings of the Eighth International Workshop on Topics in Astroparticle and Underground Physics, S. 102 –105. DOI: 10.1016/j.nuclphysbps.2004.11.025 (siehe S. 224).
- [166] M. Nomachi, P. Doe, H. Ejiri, S.R. Elliott, J. Engel u. a. „MOON (Mo Observatory Of Neutrinos) for double beta decay“. In: *Nucl. Phys. B Proc. Suppl.* 138.0 (2005), S. 221 –223. DOI: 10.1016/j.nuclphysbps.2004.11.053 (siehe S. 224).

- [167] H. Nakamura, H. Ejiri, K. Fushimi, K. Ichihara, K. Matsuoka u. a. „MOON for spectroscopic studies of double beta decays and the present status of the MOON-1 prototype detector“. In: *J. Phys. Conf. Ser.* 39.1 (2006), S. 350 (siehe S. 224).
- [168] Hidetoshi Akimune, Hiroyasu Ejiri, Mamoru Fujiwara, Izuru Daito, Toru Inomata u. a. „GT strengths studied by $(^3\text{He},t)$ reactions and nuclear matrix elements for double beta decays“. In: *Physics Letters B* 394.1–2 (1997), S. 23–28. DOI: 10.1016/S0370-2693(96)01659-0 (siehe S. 226, 233, 239).
- [169] K. FURUTAKA, S. NAKAMURA, H. HARADA, T. KATOH, T. FUJII u. a. „Precise Measurement of Gamma-ray Emission Probabilities of ^{100}Ru “. In: *J. Nucl. Sci. Technol.* 38.12 (2001), S. 1035–1042. DOI: 10.1080/18811248.2001.9715133 (siehe S. 232).
- [170] S. K. L. Sjøe, D. Melconian, A. García, I. Ahmad, A. Algora u. a. „Electron-capture branch of ^{100}Tc and tests of nuclear wave functions for double- β decays“. In: *Phys. Rev. C* 78 (6 2008), S. 064317. DOI: 10.1103/PhysRevC.78.064317 (siehe S. 233).
- [171] H. Ejiri. „Experimental Nuclear Matrix Elements for Two Neutrino Double Beta Decays and Single Beta Decays“. In: *J. Phys. Soc. Jpn.* 78 (2009), S. 074201 (siehe S. 236).
- [172] Hiroyasu Ejiri. „Nuclear Matrix Element for Two Neutrino Double Beta Decay from ^{136}Xe “. In: *J. Phys. Soc. Jpn.* 81.3 (2012), S. 033201. DOI: 10.1143/JPSJ.81.033201 (siehe S. 236).
- [173] R. Arnold, C. Augier, J. Baker, A. Barabash, G. Broudin u. a. „First Results of the Search for Neutrinoless Double-Beta Decay with the NEMO 3 Detector“. In: *Phys. Rev. Lett.* 95 (18 2005), S. 182302. DOI: 10.1103/PhysRevLett.95.182302 (siehe S. 237).
- [174] T. Inomata, H. Akimune, I. Daito, H. Ejiri, H. Fujimura u. a. „Particle decays from ^{12}B and ^{12}N mirror nuclei“. In: *Phys. Rev. C* 57 (6 1998), S. 3153–3166. DOI: 10.1103/PhysRevC.57.3153 (siehe S. 237).
- [175] G. W. Hitt, R. G. T. Zegers, Sam M. Austin, D. Bazin, A. Gade u. a. „Gamow-Teller transitions to ^{64}Cu measured with the $^{64}\text{Zn}(t,^3\text{He})$ reaction“. In: *Phys. Rev. C* 80 (1 2009), S. 014313. DOI: 10.1103/PhysRevC.80.014313 (siehe S. 238).
- [176] L. Popescu, C. Bäumer, A. M. van den Berg, D. Frekers, D. De Frenne u. a. „Low-lying GT^+ strength in ^{64}Co studied via the $^{64}\text{Ni}(d,^2\text{He})^{64}\text{Co}$ reaction“. In: *Phys. Rev. C* 75 (5 2007), S. 054312. DOI: 10.1103/PhysRevC.75.054312 (siehe S. 238).
- [177] Y. Fujita, T. Adachi, H. Fujita, H. Dohmann, M. Dozono u. a. „ $(^3\text{He}, t)$ reaction on ^{78}Se for the derivation of reliable $B(\text{GT})$ values“. In: *RCNP Annual Report* (2010) (siehe S. 241).

- [178] Y. Fujita, H. Fujita, T. Adachi, N.T. Khai, H. Dohmann u. a. „($^3\text{He}, t$) reaction on ^{118}Sn and ^{120}Sn for the derivation of reliable $B(\text{GT})$ values“. In: *RCNP Annual Report* (2010) (siehe S. 241).
- [179] A. Byelikov. „Neutrino-Nukleosynthese der seltenen Isotope ^{138}La und ^{180}Ta und Entwicklung eines Siliziumballs für exklusive Elektronenstreuexperimente am S-DALINAC“. Diss. Technische Universität Darmstadt, 2007 (siehe S. 241).
- [180] M.A. de Huu. *Calculate two body kinematics*, KINEMA. 2000 (siehe S. 245, 250, 253, 259, 264, 268, 275, 280).
- [181] T. Adachi. „Private Mitteilung“. In: 2012 (siehe S. 278).
- [182] E. Achterberg, O.A. Capurro und G.V. Marti. „Nuclear Data Sheets for $A = 178$ “. In: *Nuclear Data Sheets* 110.7 (2009), S. 1473–1688. DOI: 10.1016/j.nds.2009.05.002 (siehe S. 278, 279).
- [183] T. Adachi, Y. Fujita, P. von Brentano, G.P.A. Berg, C. Fransen u. a. „Gamow-Teller transitions in pf-shell nuclei studied in ($^3\text{He}, t$) reactions“. In: *Nuclear Physics A* 788.1–4 (2007), S. 70–75. DOI: 10.1016/j.nuclphysa.2007.01.050 (siehe S. 285).
- [184] R.G.T. Zegers. *FOLD*. 2012. URL: <http://www.nscl.msu.edu/~zegers/fold.html> (siehe S. 295).

