Erweiterungen von Dendrogrammatiken

Lippe, Wolfram-Manfred

First published in:
EIK – Elektronische Informationsverarbeitung und Kybernetik, Vol. 16, No. 1-3, S. 21 – 39, Berlin 1980

Elektronische Informationsverarbeitung und Kybernetik
EIK 16 (1980) 1 – 3, 21 – 39
(Journal of Information Processing and Cybernetics)

Erweiterungen von Dendrogrammatiken

Von *Wolfram-M. Lippe*

Kurzfassung. Dendrogrammatiken sind Grammatiken, die die Arbeitsweise der regulären kanonischen Systeme auf Baumstrukturen übertragen. Die Abarbeitung erfolgt hierbei von der Wurzel zu den Blättern (top-down). Es werden zwei Modifikationen vorgestellt. Ersetzt man die Arbeitsweise der regulären kanonischen Systeme durch die Arbeitsweise der Stack-Systeme, so läßt sich zeigen, daß dies keine echte Erweiterung darstellt. Hängt das Übergangsverhalten nicht nur von einem einzigen Knoten, sondern auch von dessen unmittelbarer Umgebung ab, so führt diese Erweiterung der Dendrogrammatiken zur Turingmaschine.

1. Einleitung

In der Automatentheorie wurden anfangs mathematische Modelle von Maschinen untersucht, die auf linearen Zeichenreihen arbeiten. Zu diesen Modellen gehören z. B. die Turingmaschinen, die linear beschränkten Automaten, die Stack-Automaten, die Kellerautomaten und die endlichen Automaten.

Büchi [4] stellte fest, daß sich endliche Automaten als Algebren mit einstelligen Operatoren darstellen lassen. Somit konnten viele algebraische Ergebnisse unmittelbar auf die endlichen Automaten angewendet werden. Als Verallgemeinerung betrachteten *Doner* [5] bzw. *Thatcher* und *Wright* [12] Automaten, die sich als Algebren mit mehrstelligen Operatoren darstellen lassen. Dies führte zu Maschinen, die auf baumartigen Strukturen arbeiten.

Zunächst wurden Modelle betrachtet, die einen Baum von den Blättern zur Wurzel hin (bottom-up) abarbeiten [3, 5]. Der erste, der eine top-down Arbeitsweise betrachtete, war *Rabin* [9]. Ausführliche Untersuchungen über solche Systeme wurden von *Rounds* [10] vorgenommen.

Anwendung fanden baumverarbeitende Systeme vor allem auf dem Gebiet der Syntaxanalyse [11], der syntax-gesteuerten Übersetzung [7, 2], der Linguistik [1, 10], bei Untersuchungen über Programme mit Prozeduren [8] und auf dem Gebiet der Datenstrukturen und Informationssysteme.

Die vorliegende Arbeit schließt an die Untersuchungen von *Rounds* an. *Rounds* hat das Prinzip der regulären kanonischen Systeme von *Büchi* derart auf Baumstrukturen übertragen, daß die Abarbeitung des Eingabebaumes ausgehend von der Wurzel erfolgt. Eine Erweiterung des Prinzips der regulären kanonischen Systeme stellen die Stack-Systeme von *Ginsburg*, *Greibach* und *Harrison* [6] dar. Im folgenden wird das Prinzip der Stack-Systeme auf Baumstrukturen übertragen.

Abschnitt 2 beginnt mit der Definition von Baumstrukturen und der Definition der Dendrogrammatiken von *Rounds*. In Abschnitt 3 werden die baumerzeugenden Stack-Systeme und die regulären Baumsysteme eingeführt. Diese regulären Baumsysteme stellen einen Spezialfall der Dendrogrammatiken dar. Es läßt sich zeigen, daß sich jedes baumerzeugende Stack-System durch ein reguläres Baumsystem simulieren läßt.

Als weitere Erweiterung der Dendrogrammatiken werden in Abschnitt 4 die Dendrogrammatiken 2. Stufe betrachtet. Das Übergangsverhalten von Dendrogrammatiken 2. Stufe hängt nicht nur vom momentanen Zustand und dem Symbol an der Wurzel des Eingabebaumes, sondern auch von den Symbolen an den Knoten direkt oberhalb der Wurzel ab. Es läßt sich zeigen, daß die Dendrogrammatiken 2. Stufe direkt zur Turingmaschine führen.

2. Grundlegende Definitionen

Sei $\mathbb{N}$ die Menge der natürlichen Zahlen und $\mathbb{N}_0 := \mathbb{N} \cup \{0\}$. Sei ferner $< \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ die übliche Relation „kleiner als". Mit $\mathbb{N}^+$ bezeichnen wir das freie Monoid über $\mathbb{N}$ mit der Operation „." (Konkatenation) und dem neutralen Element 0.

In $\mathbb{N}^+$ sei die Relation $<$ gegeben durch

$$A < B \Leftrightarrow \exists x \in \mathbb{N}^+ : A \,.\, x = B\,.$$

A und B heißen *unvergleichbar* genau dann falls $A \nless B$ und $B \nless A$.

Definition 2.1. $\mathbb{D}$ heißt *Baumbereich* falls

i) $\mathbb{D}$ ist eine endliche Teilmenge von $\mathbb{N}^+$.
ii) $B \in \mathbb{D}$ und $A < B \Rightarrow A \in \mathbb{D}$.
iii) $A \,.\, j \in \mathbb{D}$ und $i < j \Rightarrow A \,.\, i \in \mathbb{D}$.

Ein Beispiel zeigt Abb. 1.

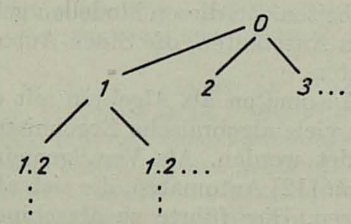

Abb. 1

Die Elemente von $\mathbb{D}$ heißen *Knoten*. Den Knoten 0 bezeichnen wir als *Wurzel* von $\mathbb{D}$. Die Menge aller *Blätter* von $\mathbb{D}$ ist

$$B_{\mathbb{D}} := \{A \mid A \in \mathbb{D} \wedge (\forall B \in \mathbb{D}) : A < B \Rightarrow B = A\}\,.$$

Ein Baum wird nun definiert als eine Abbildung von einem Baumbereich in eine Symbolmenge. Da wir uns jedoch nur mit speziellen Bäumen befassen wollen, treffen wir zunächst die folgende

Definition 2.2. Ein *markiertes Alphabet* ist ein Paar $\langle \mathfrak{A}, \sigma \rangle$, wobei $\mathfrak{A}$ eine endliche Symbolmenge und σ eine Abbildung $\sigma : \mathfrak{A} \to \mathbb{N}_0$ ist.

Sei $\mathfrak{A}^n := \sigma^{-1}(n)$.

Definition 2.3. Ein *Baum* über $\langle \mathfrak{A}, \sigma \rangle$ ist eine Funktion $\alpha : \mathbb{D} \to \mathfrak{A}$, wobei $\mathbb{D}$ ein Baumbereich ist und $\sigma(\alpha(A)) = \max \{i \mid i \in \mathbb{N}_0 \wedge A \,.\, i \in \mathbb{D}\}$.

Den *Baumbereich eines gegebenen Baumes* α bezeichnen wir mit $\mathbb{D}(\alpha)$. $\mathcal{T}_{\langle \mathfrak{A}, \sigma \rangle}$ ist die Menge aller Bäume über $\{\mathfrak{A}, \sigma\}$.

Beispiel. Sei $\mathfrak{A}^0 = \{0, 1, a, y\}$, $\mathfrak{A}^1 = \{\sin, \cos, -\}$, $\mathfrak{A}^2 = \{+, .\}$, $\mathfrak{A} = \mathfrak{A}^0 \cup \mathfrak{A}^1 \cup \mathfrak{A}^2$ und $\sigma(x) = 0\; \forall x \in \mathfrak{A}^0$, $\sigma(x) = 1\; \forall x \in \mathfrak{A}^1$ und $\sigma(x) = 2\; \forall x \in \mathfrak{A}^2$. Dann ist
1. $\{(0, +), (1, \sin), (2, .), (1 \,.\, 1, a), (2 \,.\, 1, \cos), (2 \,.\, 2, a), (2 \,.\, 1 \,.\, 1, y)\}$ ein Element (Baum) aus $\mathcal{T}_{\langle \mathfrak{A}, \sigma \rangle}$.

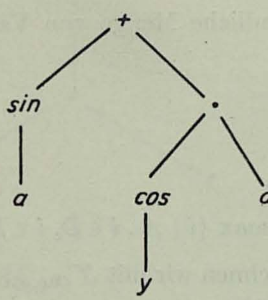

Abb. 2

2. Dieser Baum läßt sich auch in der Form von Abb. 2 graphisch darstellen, bzw. unter Verwendung der Sonderzeichen $\langle , \rangle$ bzw. (,) als lineare Zeichenreihe

3. $+ \langle \sin \langle a \rangle, . \langle \cos \langle y \rangle, a \rangle \rangle$ bzw.

4. $\sin (a) + a \,.\, \cos (y)$ schreiben.

Alle vier Darstellungsformen sind eindeutig ineinander überführbar. Wir werden daher aus Gründen der Übersichtlichkeit in der weiteren Arbeit meistens die Darstellungsformen 2 und 3 verwenden.

Definition 2.4. Seien $A, B, B' \in \mathbb{D}$, so daß $B = A \,.\, B'$. Dann ist $B \dot{-} A := B'$. $B \dot{-} A$ ist nur definiert für $A < B$ oder $A = B$. Es gilt $B \dot{-} 0 = B$, $A \dot{-} A = 0$ und $A \,.\, (B \dot{-} A) = (A \,.\, B) \dot{-} A = B$.

Definition 2.5. Sei $\alpha \in \mathcal{T}_{\langle \mathfrak{A}, \sigma \rangle}$. Eine Menge $\mathrm{AT}(\alpha) := \{(A, x) \mid A \in \mathbb{D}(\alpha), \alpha(A) = x\}$ heißt *Anfangsbaum* von α falls gilt: $(B \,.\, i, x) \in \mathrm{AT}(\alpha) \Rightarrow (B, x') \in \mathrm{AT}(\alpha)$.
Gilt für die Elemente eines Anfangsbaumes zusätzlich die Bedingung

$$B \,.\, j \in \mathbb{D}(\mathrm{AT}(\alpha)) \,, \qquad j \in \mathbb{N} \Rightarrow B \,.\, i \in \mathbb{D}(\mathrm{AT}(\alpha)) \qquad \forall i \in \sigma(B) \,,$$

so heißt der Anfangsbaum *kompakt*.
Sei $\alpha \in \mathcal{T}_{\langle \mathfrak{A}, \sigma \rangle}$ und $A \in \mathbb{D}(\alpha)$. $\alpha / A := \{(B, x) \mid (A \,.\, B, x) \in \alpha\}$ heißt *Unterbaum* von α in A.
$\alpha / A_u^i := \{(B, x) \mid (A \,.\, i \,.\, B, x) \in \alpha, i \in \mathbb{N}$ fest$\}$ heißt *i-ter unmittelbarer Unterbaum* von α bzgl. A.
Mit U_α^A bezeichnen wir die Menge aller unmittelbaren Unterbäume von α bzgl. A.

Definition 2.6. Sei $A \in \mathbb{D}(\alpha)$ und $\alpha, \beta \in \mathcal{T}_{\langle \mathfrak{A}, \sigma \rangle}$. Dann heißt $\alpha(A \leftarrow \beta) := \{(B, x) \mid (B, x) \in \alpha$ und nicht $A < B\} \cup \{(A \,.\, C, x) \mid (C, x) \in \beta\}$ das *Ergebnis der Ersetzung des Unterbaumes* α / A durch β.

Ein Baumsystem (Dendrogrammatik) erzeugt Bäume, bei denen ein oder mehrere Knoten zusätzlich mit einem Zustand versehen sind (Konfigurationen). Wir erweitern deswegen unsere bisherigen Definitionen:

Sei $\langle \mathfrak{A}, \sigma \rangle$ ein markiertes Alphabet und Q eine endliche Menge von Zuständen. Wir erweitern $\mathfrak{A}$ zu $\mathfrak{A}_Q := \mathfrak{A} \cup (\mathfrak{A} \times Q)$ und setzen $\sigma(q, a) = \sigma(a)$ für alle $a \in \mathfrak{A}, q \in Q$. Wir erhalten so das markierte Alphabet $\langle \mathfrak{A}_Q, \sigma \rangle$.

Definition 2.7. Eine Funktion $\alpha \colon \mathbb{D} \to \mathfrak{A}_Q$ heißt *Baum über* $\langle \mathfrak{A}, \sigma \rangle$ *und* Q, falls $\mathbb{D}$ ein Baumbereich ist und $\sigma(\alpha(A)) = \max \{i \mid i \in \mathbb{N}_0 \wedge A \,.\, i \in \mathbb{D}\}$. Die Menge aller dieser Bäume sei $\mathcal{T}_{\langle \mathfrak{A}_Q, \sigma \rangle}$.

Zur Definition von Baumproduktionen benötigen wir noch die Erweiterung

Definition 2.8. Sei $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ eine endliche Menge von Variablen. Ein *Baum über* $\langle \mathfrak{A}, \sigma \rangle$, *Q und X* ist eine Funktion

$$\alpha \colon \mathbb{D} \to \mathfrak{A}_Q \cup X \cup (Q \times X)$$

mit

1. $\mathbb{D}$ ist Baumbereich
2. $A \in B_{\mathbb{D}} \Rightarrow \alpha(A) \in \mathfrak{A}_0 \cup (Q \times \mathfrak{A}_0) \cup X \cup (Q \times X)$
3. $A \notin B_{\mathbb{D}} \Rightarrow \alpha(A) \in \mathfrak{A} \cup (Q \times \mathfrak{A})$ und $\sigma(\alpha(A)) = \max \{i \mid A \, . \, i \in \mathbb{D}, i \in N_0\}$

Die Menge aller Bäume über $\langle \mathfrak{A}, \sigma \rangle$, Q und X bezeichnen wir mit $\mathcal{T}_{\langle \mathfrak{A}_Q, \sigma \rangle}(X)$.

Die Bedingung 3 bewirkt, daß die Variablen nur an den Blättern eines Baumes $\mathcal{T}_{\langle \mathfrak{A}_Q, \sigma \rangle}(X)$ auftreten können.

Mit Hilfe der obigen Definitionen lassen sich nun Dendrogrammatiken, genauer gesagt „top-down creative dendrogrammars", einführen, die erstmals von *Rounds* [10] betrachtet wurden.

Definition 2.9. Eine *Dendrogrammatik* $\mathfrak{D}$ ist ein 5-tupel $(\langle \mathfrak{A}, \sigma \rangle, Q, S, F, \Pi)$ mit

i) $\langle \mathfrak{A}, \sigma \rangle$ ist ein markiertes Alphabet.
ii) Q ist eine endliche Menge von Zuständen.
iii) $S \subseteqq \mathcal{T}_{\langle \mathfrak{A}_Q, \sigma \rangle}$, so daß für alle $s \in S$ gilt:

$$s(0) \in Q \times \mathfrak{A} \text{ bzw. } s(A) \notin Q \times \mathfrak{A} \text{ für } A \neq 0$$

ist eine endliche Menge von Anfangskonfigurationen.
iv) $F \subseteqq Q$ ist die Menge der Endzustände.
v) π ist eine endliche Menge von Baumproduktionen der Art
$(q, a) \langle x_1, \dots, x_{\sigma(a)} \rangle \to \beta$, $q \in Q$, $a \in \mathfrak{A}$ und $\beta \in \mathcal{T}_{\langle \mathfrak{A}_Q, \sigma \rangle} (x_1, \dots, x_{\sigma(a)})$ mit

$$\beta(A) \in (Q \times \mathfrak{A}) \cup (Q \times X) \text{ und } \beta(B) \in (Q \times \mathfrak{A}) \cup (Q \times X)$$

$\Rightarrow A$ und B sind unvergleichbar.

Die Wirkungsweise einer Dendrogrammatik ist gegeben durch

Definition 2.10. Sei $\mathfrak{D} = (\langle \mathfrak{A}, \sigma \rangle, Q, S, F, \pi)$ eine Dendrogrammatik und $\alpha, \alpha' \in \mathcal{T}_{\langle \mathfrak{A}_Q, \sigma \rangle}$. Dann wird α' aus α *direkt erzeugt* ($\alpha \Rrightarrow \alpha'$), falls gilt:

i) α besitzt einen Unterbaum α/A mit $\alpha/A(0) = (q, a)$, $q \in Q$, $a \in \mathfrak{A}$
ii) in π existiert eine Produktion

$$(q, a) \langle x_1, \dots, x_{\sigma(a)} \rangle \to \beta$$

iii) $\alpha' = \alpha(A \leftarrow \beta')$, wobei β' aus β entstehen, in dem man jedes x_i in β durch α/A_u^i ersetzt.

Gilt $\alpha' \in \mathcal{T}_{\langle \mathfrak{A}_F, \sigma \rangle}$, so heißt α' *Endkonfiguration*.

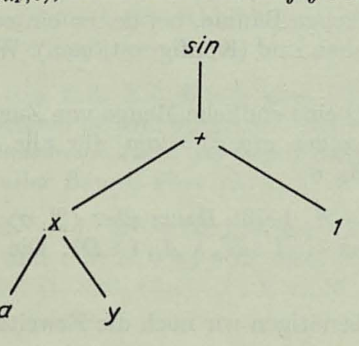

Abb. 3

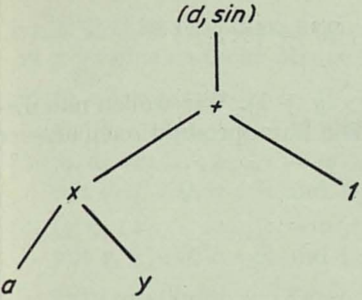

Abb. 4

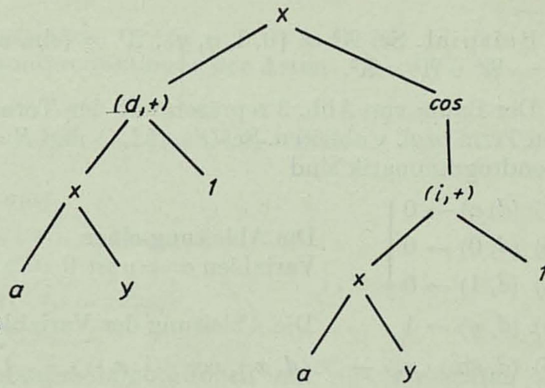

Abb. 5

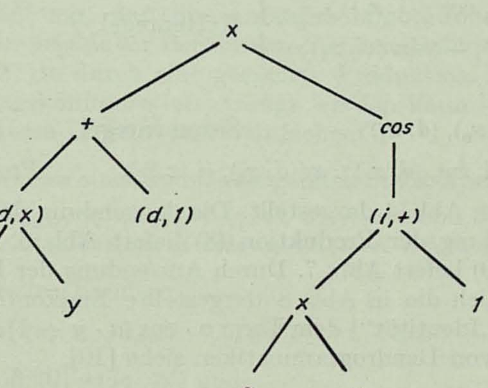

Abb. 6

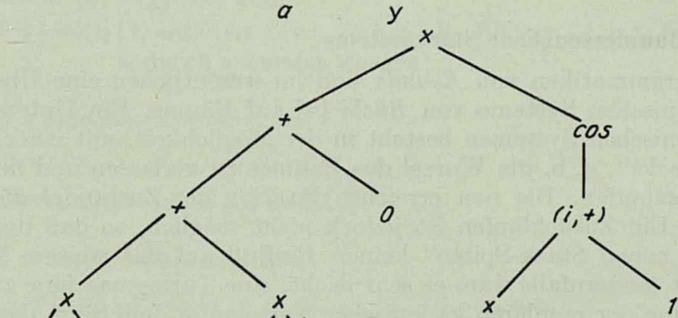

Abb. 7

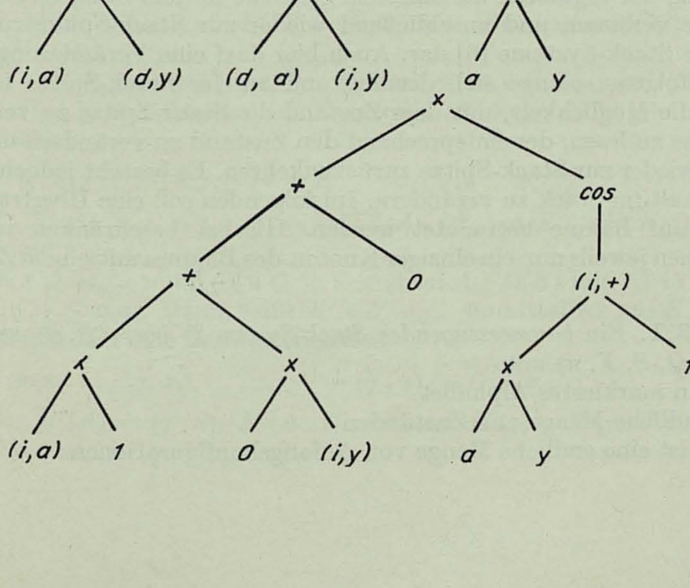

Abb. 8

Beispiel. Sei $\mathfrak{A}^0 = \{0, 1, a, y\}$, $\mathfrak{A}^1 = \{\sin, \cos, -\}$, $\mathfrak{A}^2 = \{\times, +\}$
$\mathfrak{A} = \mathfrak{A}^0 \cup \mathfrak{A}^1 \cup \mathfrak{A}^2$.

Der Baum von Abb. 3 repräsentiert den Term $\sin(a \times y + 1)$. Wir wollen nun diesen Term bzgl. y ableiten. Sei $Q = \{d, i\}$ und $F = \{i\}$. Die Baumproduktionen unserer Dendrogrammatik sind

$$\left.\begin{array}{l}(1)\ (d, a) \to 0\\(2)\ (d, 0) \to 0\\(3)\ (d, 1) \to 0\end{array}\right\}\quad \text{Die Ableitung einer Variablen } a \neq y \text{ ist } 0$$

$(4)\ (d, y) \to 1$ Die Ableitung der Variablen y ist 1

$$\left.\begin{array}{l}(5)\ (d, \sin)\langle x_1\rangle \to \times\langle(d, x_1), \cos\langle(i, x_1)\rangle\rangle\\(6)\ (d, \cos)\langle x_1\rangle \to \times\langle(d, x_1), -\langle\sin\langle(i, x_1)\rangle\rangle\rangle\end{array}\right\}\quad \text{Kettenregel}$$

$(7)\ (d, -)\langle x_1\rangle \to -\langle(d, x_1)\rangle$

$(8)\ (d, +)\langle x_0, x_1\rangle \to +\langle(d, x_0), (d, x_1)\rangle$ Summenregel

$(9)\ (d, x)\langle x_0, x_1\rangle \to + \langle x\langle(i, x_0), (d, x_1)\rangle, x\langle(d, x_0), (i, x_1)\rangle\rangle$ Produktregel

Die Startkonfiguration ist in Abb. 4 dargestellt. Die Anwendung der Produktion (5) liefert Abb. 5. Die Anwendung der Produktion (8) liefert Abb. 6. Die Anwendung der Produktionen (3) und (9) liefert Abb. 7. Durch Anwendung der Produktionen (4) und (1) erhält man schließlich die in Abb. 8 dargestellte Endkonfiguration. Dieser Baum entspricht (mit i als „Identität“) dem Term $a \cdot \cos(a \cdot y + 1)$.

Bzgl. der Eigenschaften von Dendrogrammatiken siehe [10].

3. Baumerzeugende Stacksysteme

Die Dendrogrammatiken von *Rounds* sind im wesentlichen eine Übertragung der regulären kanonischen Systeme von *Büchi* [4] auf Bäume. Ein Unterschied zu den regulären kanonischen Systemen besteht in der Möglichkeit, mit einem Zustand die Spitze des „Stacks“, d. h. die Wurzel des Baumes zu verlassen und in den „Stack“ (Baum) hineinzulaufen. Die neu erreichte Position des Zustandes dient als „neue Stack-Spitze“. Ein Zurücklaufen ist jedoch nicht möglich, so daß die Information oberhalb der „neuen Stack-Spitze“ keinen Einfluß auf das weitere Verhalten des Systems besitzt (andernfalls wäre es sehr leicht, eine Turingmaschine zu simulieren). Eine Erweiterung der regulären kanonischen Systeme in dem Sinn, daß ein Zustand die Stack-Spitze verlassen und anschließend wieder zur Stack-Spitze zurückkehren kann, stellen die Stack-Systeme [6] dar. Auch hier darf eine Veränderung des Stack-Inhaltes nur erfolgen, solange sich der Zustand an der Stack-Spitze befindet. Es besteht jedoch die Möglichkeit, mit dem Zustand die Stack-Spitze zu verlassen, den Inhalt des Stacks zu lesen, dementsprechend den Zustand zu verändern und mit dem neuen Zustand wieder zur Stack-Spitze zurückzukehren. Es besteht jedoch keine Möglichkeit, den Inhalt im Stack zu verändern. Im folgenden soll eine Übertragung dieser Stack-Systeme auf Bäume betrachtet werden. Hierbei beschränken wir uns auf Systeme, bei denen jeweils nur ein einziger Knoten des Baumes mit einem Zustand versehen ist.

Definition 3.1. Ein *baumerzeugendes Stack-System* $\mathfrak{B}$ *über* $\langle\mathfrak{A}, \sigma\rangle$ *und* Q ist ein 5-tupel $(\langle\mathfrak{A}, \sigma\rangle, Q, S, F, \pi)$ mit

i) $\langle\mathfrak{A}, \sigma\rangle$ ist ein markiertes Alphabet
ii) Q ist eine endliche Menge von Zuständen
iii) $S \subseteq Q \times \mathfrak{A}$ ist eine endliche Menge von Anfangskonfigurationen

iv) $F \subseteq Q$ ist eine Menge von Endzuständen

v) π ist eine endliche Menge von Baumproduktionen der Arten

(1) $(q, a) \langle x_1, \dots, x_{\sigma(a)} \rangle \to (q', a') \langle t_1, \dots, t_{\sigma(a')} \rangle$
mit $q, q' \in Q$, $a, a' \in \mathfrak{A}$ und $t_i \in \mathcal{T}_{\langle \mathfrak{A}, \sigma \rangle}(x_1, \dots, x_{\sigma(a)})$, $1 \leqq i \leqq \sigma(a')$

(2) $(q, a) \langle x_1, \dots, x_{\sigma(a)} \rangle \to (q', x_i)$
mit $q, q' \in Q$, $a \in \mathfrak{A}$ und $1 \leqq i \leqq \sigma(a)$

(3) $(q, a) \langle x_1, \dots, x_{\sigma(a)} \rangle \to a\langle x_1, \dots, (q', x_i), \dots, x_{\sigma(a)} \rangle$
mit $q, q' \in Q$, $a \in \mathfrak{A}$ und $1 \leqq i \leqq \sigma(a)$

(4) $a\langle x_1, \dots, (q, x_i), \dots, x_{\sigma(a)} \rangle \to (q', a) \langle x_1, \dots, x_{\sigma(a)} \rangle$
mit $q, q' \in Q$, $a \in \mathfrak{A}$ und $1 \leqq i \leqq \sigma(a)$

Die Einschränkung, daß die Anfangskonfigurationen nur aus Elementen von $Q \times \mathfrak{A}$ bestehen, gegenüber der entsprechenden Definition bei Dendrogrammatiken ist unwesentlich, da durch eine geeignete Produktion im nächsten Schritt jede gewünschte Anfangskonfiguration erzeugt werden kann. Diese Einschränkung erfolgt nur um die späteren Beweise zu vereinfachen.

Die Wirkungsweise eines baumerzeugenden Stack-Systems $\mathfrak{B}$ ist gegeben durch:

(1) Sei $K \in \mathcal{T}_{\langle \mathfrak{A}_Q, \sigma \rangle}$ mit $K(0) = (q, a)$, $\sigma(a) = n$ und $U_K^0 = (s_1, \dots, s_{\sigma(a)})$. Dann heißt $K' \in \mathcal{T}_{\langle \mathfrak{A}_Q, \sigma \rangle}$ unmittelbar aus K erzeugt ($K \underset{\mathfrak{B}}{\Rightarrow} K'$), falls gilt:

i) Es gibt in π eine Baumproduktion

$$(q, a) \langle x_1, \dots, x_{\sigma(a)} \rangle \to (q', a') \langle t_1, \dots, t_{\sigma(a')} \rangle$$

und es gilt: $K'(0) = (q', a')$ und
$U_K^0 = \{t_i' \mid t_i'$ entsteht aus t_i, indem alle Blätter (A, x_j), $1 \leqq j \leqq \sigma(a)$, von t_i durch s_j ersetzt werden$\}$

oder

ii) es gibt in π eine Baumproduktion

$$(q, a) \langle x_1, \dots, x_{\sigma(a)} \rangle \to (q', x_i)$$

und es gilt: $K'(0) = (q', K(i))$ und $U_{K'}^0 = U_K^i$

oder

iii) es gibt in π eine Baumproduktion

$$(q, a) \langle x_1, \dots, x_{\sigma(a)} \rangle \to a\langle x_1, \dots, (q', x_i), \dots, x_{\sigma(a)} \rangle$$

und es gilt: $K'(0) = a$, $K'/0_u^j = K/0_u^j$ für alle $j \neq i$, $K'(i) = (q', K(i))$ und $U_{K'}^i = U_K^i$.

(2) Sei $K \in \mathcal{T}_{\langle \mathfrak{A}_Q, \sigma \rangle}$ mit $K(0) \notin Q \times \mathfrak{A}$ und sei $A \in \mathbb{D}(K)$ mit $K(A) = (q, a)$. Dann heißt $K' \in \mathcal{T}_{\langle \mathfrak{A}_Q, \sigma \rangle}$ unmittelbar aus K erzeugt ($K \underset{\mathfrak{B}}{\Rightarrow} K'$) falls gilt: es gibt in π eine Baumproduktion

$$(q, a) \langle x_1, \dots, x_{\sigma(a)} \rangle \to a\langle x_1, \dots, (q', x_i), \dots x_{\sigma(a)} \rangle$$

und es gilt: $K'(A) = a$, $K'(A \,.\, i) = (q', K(A \,.\, i))$ und $K'(j) = K(j)$ für alle $j \in \mathbb{D}(K)$ mit $j \neq A$ und $j \neq A \,.\, i$.

(3) Sei $K \in \mathcal{T}_{\langle \mathfrak{A}_Q, \sigma \rangle}$ mit $K(0) \notin Q \times \mathfrak{A}$ und sei $A \in \mathbb{D}(K)$ mit $K(A) = a$ und $K(A \,.\, i) = (q, b)$, $1 \leqq i \leqq \sigma(a)$. Dann heißt $K' \in \mathcal{T}_{\langle \mathfrak{A}_Q, \sigma \rangle}$ unmittelbar aus K erzeugt ($K \underset{\mathfrak{B}}{\Rightarrow} K'$), falls gilt: es gibt in π eine Baumproduktion

$$a\langle x_1, \dots, (q, x_i), \dots, x_{\sigma(a)} \rangle \to (q', a) \langle x_1, \dots, x_{\sigma(a)} \rangle$$

und es gilt: $K'(A) = (q', a)$, $K'(A \,.\, i) = b$ und $K'(j) = K(j)$ für alle $j \in \mathbb{D}(K)$ mit $j \neq A$ und $j \neq A \,.\, i$.

Die Menge aller Konfigurationen $\mathfrak{K}(\mathfrak{B})$ ist gegeben durch

1. $S \subseteq \mathfrak{K}(\mathfrak{B})$
2. $K \in \mathfrak{K}(\mathfrak{B})$ und $K \underset{\mathfrak{B}}{\Rightarrow} K' \Rightarrow K' \in \mathfrak{K}(\mathfrak{B})$.

Die obige Definition der Wirkungsweise eines baumerzeugenden Stack-Systems bewirkt, daß in allen Konfigurationen L von $\mathfrak{B}$ stets nur ein einziges Element $A \in \mathbb{D}(K)$ mit $K(A) \in Q \times \mathfrak{A}$ auftritt.

Mit $\overset{+}{\underset{\mathfrak{B}}{\Rightarrow}}$ bezeichnen wir die transitive Hülle und mit $\overset{*}{\underset{\mathfrak{B}}{\Rightarrow}}$ die transitiv reflexive Hülle von $\underset{\mathfrak{B}}{\Rightarrow}$.

Seien K, K' zwei Konfigurationen von $\mathfrak{B}$. Wir schreiben $K \overset{*}{\underset{\mathfrak{B},S}{\Rightarrow}} K'$, falls K' aus K nur durch Anwendungen von Baumproduktionen der Arten (3) und (4) hervorgeht. Sei

$$S_{\mathfrak{B}}(q, q') := \{T \in \mathcal{T}_{\langle\mathfrak{A},\sigma\rangle} \mid \exists K, K' \in \mathcal{T}_{\langle\mathfrak{A}_Q,\sigma\rangle}: K \overset{*}{\underset{\mathfrak{B},S}{\Rightarrow}} K'$$
$$\text{und} \quad U_K^0 = U_{K}^0 = U_T^0\,, \qquad K(0) = (q, T(0))\,, \qquad K'(0) = (q', T(0))\}$$

Lemma 3.1. *Sei $\mathfrak{B} = (\langle\mathfrak{A}, \sigma\rangle, Q, S, F, \pi)$ ein baumerzeugendes Stack-System. Dann ist für beliebige $q, q' \in Q$ die Menge $S_{\mathfrak{B}}(q, q')$ regulär*[1]) *und man kann effektiv einen endlichen Automaten konstruieren, der $S_{\mathfrak{B}}(q, q')$ akzeptiert.*

Beweis. Sei für jedes $T \in \mathcal{T}_{\langle\mathfrak{A},\sigma\rangle}$ die Funktion $\gamma_T: Q \times Q \to \{0, 1\}$ definiert durch

$$\gamma_T(q, q') = \begin{cases} 1, & \text{falls} \quad T \in S_{\mathfrak{B}}(q, q')\,, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Da bei $\overset{*}{\underset{\mathfrak{B},S}{\Rightarrow}}$ Übergängen nur Zustandsänderungen eintreten, ist γ_T für beliebige $q, q' \in Q$ effektiv berechenbar.

Seien $T, T', T'' \in \mathcal{T}_{\langle\mathfrak{A},\sigma\rangle}$ mit $\gamma_{T'} = \gamma_{T''}$; dann gilt für beliebiges $r \in \mathbb{D}(T)$

$$\gamma_{T(r\leftarrow T')} = \gamma_{T(r\leftarrow T'')}\,.$$

Die Relation $\equiv$, die durch

$$T' \equiv T'' \Leftrightarrow \gamma_{T'} = \gamma_{T''}$$

gegeben ist, ist somit eine rechtsinvariante Äquivalenzrelation von endlichem Index. Ist $|Q| = n$, so existieren n^2 Paare (q, q'), d. h. die Anzahl der durch $\equiv$ erzeugten Äquivalenzklassen ist beschränkt durch 2^{n^2}.

Somit gilt, daß

$$S_{\mathfrak{B}}(q, q') = \{T \in \mathcal{T}_{\langle\mathfrak{A},\sigma\rangle} | \gamma_T(q, q') = 1\}$$

die Vereinigung von endlich vielen durch $\equiv$ erzeugten Äquivalenzklassen ist. Nach [13] ist dann $S_{\mathfrak{B}}(q, q')$ regulär, und nach [14] kann effektiv ein endlicher Automat konstruiert werden, der $S_{\mathfrak{B}}(q, q')$ akzeptiert. □

Definition 3.2. Ein *reguläres Baumsystem* $\mathfrak{R}$ ist ein baumerzeugendes Stack-System, bei dem nur Produktionen der Arten (1) und (2) auftreten.

---

[1]) Eine Menge M heißt regulär, falls ein deterministischer endlicher Automat existiert, welcher M akzeptiert.

Die regulären Baumsysteme stellen einen Spezialfall der Dendrogrammatiken dar, da bei allen Konfigurationen ein Zustand stets nur an der Wurzel auftritt.

Den Zusammenhang zwischen baumerzeugenden Stack-Systemen und regulären Baumsystemen zeigt das

Theorem 1. *Zu jedem baumerzeugenden Stack-System* $\mathfrak{B} = (\langle \mathfrak{A}, \sigma \rangle, Q, S, F, \pi)$ *läßt sich effektiv konstruieren:*

1. *ein reguläres Baumsystem* $\mathfrak{R} = (\langle \mathfrak{A}', \sigma' \rangle, Q, S', F, \pi')$
2. *eine Funktion* h *von* $\mathfrak{A}'$ *nach* $\mathfrak{A}$ *und*
3. *eine Abbildung* H *von* $\mathcal{T}_{\langle \mathfrak{A}'_Q, \sigma' \rangle}$ *nach* $\mathcal{T}_{\langle \mathfrak{A}_Q, \sigma \rangle}$

so daß gilt:

Für alle $(q, a) \in S$ *und für alle* $\alpha \in \mathcal{T}_{\langle \mathfrak{A}_Q, \sigma \rangle}$ *mit* $\alpha(0) \in Q \times \mathfrak{A}$ *existiert* $(q, a) \overset{*}{\underset{\mathfrak{B}}{\Rightarrow}} \alpha$ *genau dann wenn es ein* $(q, a') \in S'$ *und ein* $\alpha' \in \mathcal{T}_{\langle \mathfrak{A}'_Q, \sigma' \rangle}$ *gibt mit*

i) $h(a') = a$,

ii) $H(\alpha') = \alpha$,

iii) $(q, a') \overset{*}{\underset{\mathfrak{R}}{\Rightarrow}} \alpha'$.

Beweis. Wir zeigen zunächst die Konstruktion von $\mathfrak{R}$.

Die Menge $\mathfrak{A}'$ ist gegeben durch

$$\mathfrak{A}' := \{(a, [a_{11}^0, \dots, a_{nn}^0], \dots, [a_{11}^{\sigma(a)}, \dots, a_{nn}^{\sigma(a)}]) \mid a \in \mathfrak{A}$$
$$\text{und} \quad a_{ij}^l \in \{0, 1\}, 1 \leqq i, j \leqq n, 0 \leqq l \leqq \sigma(a), |Q| = n\} .$$

Die Funktion $h\colon \mathfrak{A}' \to \mathfrak{A}$ ist gegeben durch

$$h((a, [a_{11}^0, \dots, a_{nn}^0], \dots, [a_{11}^{\sigma(a)}, \dots, a_{nn}^{\sigma(a)}])) = a$$

und die Funktion σ' durch $\sigma'(a') = \sigma(h(a'))$.

Sei

$$\alpha' = \{(A, a) \mid A \in \mathbb{D}(\alpha') \quad \text{und} \quad a \in \mathfrak{A}' \quad \text{für} \quad A \neq 0 \quad \text{bzw.}$$
$$a \in Q \times \mathfrak{A} \quad \text{für} \quad A = 0\}$$

ein Baum aus $\mathcal{T}_{\langle \mathfrak{A}'_Q, \sigma' \rangle}$; dann wird definiert:

$$H(\alpha') = \{(A, a') \mid a' = h(a) \text{ falls } a \in \mathfrak{A}' \text{ bzw.}$$
$$a' = (q, h(b)) \text{ falls } a = (q, b)\}.$$

Die Menge der Startkonfigurationen von $\mathfrak{R}$ ist

$$S' = \{(0, (q_0, (a, [0, \dots, 0]))) \mid (0, (q_0, a)) \in S\}.$$

π' wird aus π wie folgt konstruiert:

1) in π existiert eine Produktion

$$(q, a) \langle x_1, \dots, x_{\sigma(a)} \rangle \to (q', b) \langle t_1, \dots, t_{\sigma(b)} \rangle .$$

Dann besitzt π' für jedes Tupel $(a, [a_{11}^0, \dots, a_{nn}^0], \dots)$ genau eine Produktion

$$(q, (a, [a_{11}^0, \dots, a_{nn}^0], \dots, [a_{11}^{\sigma(a)}, \dots, a_{nn}^{\sigma(a)}])) \langle x_1, \dots, x_{\sigma(a)} \rangle$$
$$\to (q', b') \langle t'_1, \dots, t'_{\sigma(b)} \rangle .$$

Hierbei erhält man, beginnend mit den Blättern,

$$\beta' := b' \langle t'_1, \dots, t'_{\sigma(b)} \rangle \quad \text{aus} \quad \beta := b \langle t_1, \dots, t_{\sigma(b)} \rangle$$

durch den folgenden Algorithmus:

a) $\mathbb{D}(b' \langle t'_1, \dots, t'_{\sigma(b)} \rangle) = \mathbb{D}(b \langle t_1, \dots, t_{\sigma(b)} \rangle)$

b) Ist A ein Blatt von $\mathbb{D}(\beta)$, so gilt

i) $\beta(A) = x_k \Rightarrow \beta'(A) = x_k\,, \qquad 1 \leqq k \leqq \sigma(b)$,

ii) $\beta(A) = a,\ a \in \mathfrak{A} \Rightarrow \beta'(A) = (a, [0, \ldots, 0])$

c) Ist $\beta/A = c\langle z_1, \ldots, z_{\sigma(c)}\rangle$ ein Unterbaum von β, $\beta(A)$ kein Blatt, dann gilt

$$\beta(A) = (c, [c_{11}^0, \ldots c_{nn}^0], \ldots, [c_{11}^{\sigma(c)}, \ldots, c_{nn}^{\sigma(c)}])$$

mit

$$c_{11}^p, \ldots, c_{nn}^p := \begin{cases} a_{11}^k, \ldots, a_{nn}^k, & \text{falls} \quad z_p(0) = x_k, \\ d_{11}^0, \ldots, d_{nn}^0, & \text{falls} \quad z_p(0) = (d, [d_{11}^0, \ldots, d_{nn}^0], \ldots \\ & \qquad \ldots, [d_{11}^{\sigma(d)}, \ldots, d_{nn}^{\sigma(d)}]) \end{cases}$$

$(1 \leqq p \leqq \sigma(c))$ und

$$c_{ij}^{0\,\prime} := \begin{cases} 1, \text{ falls in } \pi \text{ eine Produktion} \\ \quad (q_i, c)\,\langle x_1, \ldots, x_{\sigma(c)}\rangle \to c\langle x_1, \ldots, (q_{j'}, x_m), \ldots, x_{\sigma(c)}\rangle \\ \quad \text{und eine Produktion} \\ \quad c\langle x_1, \ldots, (q_{j'}, x_m), \ldots, x_{\sigma(c)}\rangle \to (q_j, c)\,\langle x_1, \ldots, x_{\sigma(c)}\rangle \text{ existieren,} \\ 1, \text{ falls in } \pi \text{ eine Produktion} \\ \quad (q_i, c)\,\langle x_1, \ldots, x_{\sigma(c)}\rangle \to c\langle x_1, \ldots, (q_{j'}, x_m), \ldots, x_{\sigma(c)}\rangle \\ \quad \text{und eine Produktion} \\ \quad c\langle x_1, \ldots, (q_{j''}, x_m), \ldots, x_{\sigma(c)}\rangle \to (q_j, c)\,\langle x_1, \ldots, x_{\sigma(c)}\rangle \\ \quad \text{existieren und } z_m = x_k \text{ und } a_{j'j''}^k = 1 \text{ ist,} \\ 1, \text{ falls in } \pi \text{ eine Produktion} \\ \quad (q_i, c)\,\langle x_1, \ldots, x_{\sigma(c)}\rangle \to c\langle x_1, \ldots, (q_{j'}, x_m), \ldots, x_{\sigma(c)}\rangle \\ \quad \text{und eine Produktion} \\ \quad c\langle x_1, \ldots, (q_{j''}, x_m), \ldots, x_{\sigma(c)}\rangle \to (q_j, c)\,\langle x_1, \ldots, x_{\sigma(c)}\rangle \\ \quad \text{existieren und } c_{j'j''}^m = 1 \text{ ist,} \\ 0 \text{ sonst.} \end{cases}$$

2) In π existiert eine Produktion

$$(q, a)\,\langle x_1, \ldots, x_{\sigma(a)}\rangle \to (q', x_r)\,, \qquad 1 \leqq r \leqq \sigma(a)\,.$$

Dann besitzt π' für jedes Tupel

$$(a, [a_{11}^0, \ldots, a_{nn}^0], \ldots, [a_{11}^{\sigma(a)}, \ldots, a_{nn}^{\sigma(a)}])$$

genau eine Produktion

$$\big(q, (a, [a_{11}^0, \ldots, a_{nn}^0], \ldots, [a_{11}^{\sigma(a)}, \ldots, a_{nn}^{\sigma(a)}])\big)\,\langle x_1, \ldots, x_{\sigma(a)}\rangle \to (q', x_r)\,.$$

3) Für jedes

$$(a, [a_{11}^0, \ldots, a_{nn}^0], \ldots, [a_{11}^{\sigma(a)}, \ldots, a_{nn}^{\sigma(a)}])$$

existiert in π' zu jedem a_{ij}^0 mit $a_{ij}^0 = 1$ eine Produktion

$$\big(q_i, (a, [a_{11}^0, \ldots, a_{nn}^0], \ldots, [a_{11}^{(a)}, \ldots, a_{nn}^{(a)}])\big)\,\langle x_1, \ldots, x_{\sigma(a)}\rangle \to$$
$$\big(q_j, (a, [a_{11}^0; \ldots, a_{nn}^0], \ldots, [a_{11}^{(a)}, \ldots, a_{nn}^{(a)}])\big)\,\langle x_1, \ldots, x_{\sigma(a)}\rangle\,.$$

Der Beweis zu Theorem 1 ergibt sich nun unmittelbar aus den folgenden Lemmata.

Lemma 3.2. *Zu jedem* $K \in \mathcal{T}_{\langle \mathfrak{A}_Q, \sigma\rangle}$ *mit* $s \underset{\mathfrak{B}}{\overset{*}{\Rightarrow}} K$, $s \in S$, *und* $K(0) \in Q \times \mathfrak{A}$ *existiert ein* $K' \in \mathcal{T}_{\langle \mathfrak{A}'_Q, \sigma'\rangle)}$ *mit den Eigenschaften*

i) $s' \underset{\mathfrak{R}}{\overset{*}{\Rightarrow}} K',\ s' \in S',\ h(s') = s$

ii) $\mathbb{D}(K) = \mathbb{D}(K')$

iii) $H(K') = K$

iv) *Für jedes* $A \in D(K')$ *mit*

$$K'(A) = (a, [a_{11}^0, \dots, a_{nn}^0], \dots, [a_{11}^{\sigma(a)}, \dots, a_{nn}^{\sigma(a)}]), \qquad A \neq 0,$$

bzw.

$$K'(A) = (q, (a, [a_{11}^0, \dots, a_{nn}^0], \dots, [a_{11}^{\sigma(a)}, \dots, a_{nn}^{\sigma(a)}])), \qquad A = 0,$$

gilt:

$$K/A \in S_{\mathfrak{B}}(q_i, q_j) \Leftrightarrow a_{ij}^0 = 1.$$

Beweis. Der Beweis erfolgt durch Induktion über die Länge einer Folge von Konfigurationen $s = K_0 \underset{\mathfrak{B}}{\Rightarrow} \dots \underset{\mathfrak{B}}{\Rightarrow} K_n$.

Induktionsanfang. Zu jedem $(0, (q_0, a)) \in S$ wird in S' ein $(0, (q_0\,(a, [0, \dots, 0])))$ konstruiert. Die Eigenschaften i)—iv) sind somit erfüllt.

Induktionsvoraussetzung. Sei $s = K_0 \underset{\mathfrak{B}}{\Rightarrow} \dots \underset{\mathfrak{B}}{\Rightarrow} K_n$ eine Folge von Konfigurationen von $\mathfrak{B}$ und gelte für K_n das obige Lemma. Sei ferner

$$K_n'(0) = ((q, a, [a_{11}^0, \dots, a_{nn}^0], \dots, [a_{11}^{(a)}, \dots, a_{nn}^{(a)}])).$$

Induktionsschluß. α) Wir betrachten eine Konfiguration K_{n+1} von $\mathfrak{B}$, die aus K_n durch Anwendung einer Produktion

$$(q, a)\,\langle x_1, \dots, x_{\sigma(a)}\rangle \to (q', x_r), \qquad 1 \leqq r \leqq \sigma(a),$$

entsteht. Nach Induktionsvoraussetzung existiert eine Konfiguration K_n' von $\mathfrak{B}$ mit den Eigenschaften von Lemma 3.2. Wegen der Konstruktion von π' (Fall 2) existiert in π' eine Produktion

$$(q, (a, [a_{11}^0, \dots, a_{nn}^0], \dots, [a_{11}^{\sigma(a)}, \dots, a_{nn}^{\sigma(a)}]))\,\langle x_1, \dots, x_{\sigma(a)}\rangle \to (q', x_r).$$

Somit gilt i) und wegen der Induktionsvoraussetzung auch ii), iii) und iv).

β) Wir betrachten eine Konfiguration K_{n+1} von $\mathfrak{B}$, die aus K_n durch Anwendung einer Produktion

$$(q, a)\,\langle x_1, \dots, x_{\sigma(a)}\rangle \to (q', b)\,\langle t_1, \dots, t_{\sigma(b)}\rangle$$

entsteht.

Nach Induktionsvoraussetzung existiert eine Konfiguration K_n' von $\mathfrak{B}$ mit den Eigenschaften von Lemma 3.2. Wegen der Konstruktuion von π' (Fall 1) existiert in π' eine Produktion

$$(q, (a, [a_{11}^0, \dots, a_{nn}^0], \dots, [a_{11}^{\sigma(a)}, \dots, a_{nn}^{\sigma(a)}]))\,\langle x_1, \dots, x_{\sigma(a)}\rangle$$
$$\to (q', b')\,\langle t_1', \dots, t_{\sigma(b)}'\rangle.$$

Somit gilt i) und da gemäß der Konstruktion

$$\mathbb{D}(b\langle t_1, \dots, t_{\sigma(a)}\rangle) = \mathbb{D}(b'\langle t_1', \dots, t_{\sigma(b)}'\rangle)$$

auch ii).

Sei $\beta := b\langle t_1, \dots, t_{\sigma(b)}\rangle$, $\beta' := b'\langle t_1', \dots, t_{\sigma(b)}'\rangle$ und $C \in \mathbb{D}(\beta)$, $C \neq 0$. Ist $\beta(C) = x_k$, so gilt auch $\beta'(C) = x_k$. Ist $\beta(C) = c$, $c \in \mathfrak{A}$, so gilt

$$\beta'(C) = (c, [c_{11}^0, \dots, c_{nn}^0], \dots, [c_{11}^{\sigma(c)}, \dots, c_{nn}^{\sigma(c)}])$$

d. h. $h(\beta'(C)) = \beta(C)$. Da ferner

$$\beta'(0) = (b, [b_{11}^0, \dots, b_{nn}^0], \dots, [b_{11}^{\sigma(b)}, \dots, b_{nn}^{\sigma(b)}]),$$

gilt iii).

Wegen der Induktionsvoraussetzung gilt die Eigenschaft iv) für K_n' und somit auch für alle Elemente aus $U_{K_n'}^0$, die die aktuellen Werte für die Variablen x_i darstellen.

Ist $C \in \mathbb{D}(\beta)$ ein Blatt mit $\beta(C) = c$, $c \in \mathfrak{A}$, so gilt

$$\beta'(c) = (c, [0, \dots, 0]) .$$

Somit gilt die Eigenschaft iv) für alle Blätter von K'_{n+1} und für alle Knoten der Unterbäume von K'_{n+1}, die durch das Ersetzen der Variablen x_i entstanden sind.

Seien $C, C . 1, \dots, C . \sigma'(K'_{n+1}(C)) \in \mathbb{D}(K'_{n+1})$ und gelte die Eigenschaft iv) für $C . 1, \dots, C . \sigma'(K'_{n+1}(C))$. Sei ferner

$$K'_{n+1}(C) = (c, [c^0_{11}, \dots, c^0_{nn}], \dots, [c^{\sigma(c)}_{11}, \dots, c^{\sigma(c)}_{nn}])$$

oder

$$K'_{n+1}(C) = \big(q, (c, [c^0_{11}, \dots, c^0_{nn}], \dots, [c^{\sigma(c)}_{11}, \dots, c^{\sigma(c)}_{nn}])\big) .$$

Nach der Konstruktion von π' (Fall 1.c) gilt $c^0_{ij} = 1$ genau dann, falls es in π zwei Produktionen

$$(q_i, c) \langle x_1, \dots, x_{\sigma(c)} \rangle \to c\langle x_1, \dots, (q_{j'}, x_m), \dots, x_{\sigma(c)} \rangle$$

und

$$c\langle x_1, \dots, (q_{j'}, x_m), \dots, x_{\sigma(c)} \rangle \to (q_j, c) \langle x_1, \dots, x_{\sigma(c)} \rangle$$

gibt oder falls es in π zwei Produktionen

$$(q_i, c) \langle x_1, \dots, x_{\sigma(c)} \rangle \to c\langle x_1, \dots, (q_{j'}, x_m), \dots, x_{\sigma(c)} \rangle$$

und

$$c\langle x_1, \dots, (q_{j''}, x_m), \dots, x_{\sigma(c)}) \rangle \to (q_j, c) \langle x_1, \dots, x_{\sigma(c)} \rangle$$

gibt und $K_{n.1}/C . m \in S_{\mathfrak{B}}(q_{j'}, q_{j''})$ ist.

Somit gilt die Eigenschaft iv) für alle Elemente aus $\mathbb{D}(K'_{n+1})$.

γ) Wir betrachten eine Konfiguration K_{n+1} von $\mathfrak{B}$ mit

$$K_n = K^0_n \underset{\mathfrak{B},S}{\Rightarrow} K^1_n \underset{\mathfrak{B},S}{\Rightarrow} \dots \underset{\mathfrak{B},S}{\Rightarrow} K^{m-1}_n \underset{\mathfrak{B},S}{\Rightarrow} K^m_n = K_{n+1} .$$

Nach Induktionsvoraussetzung existiert eine Konfiguration K'_n von $\mathfrak{B}'$ mit den Eigenschaften von Lemma 3.2. Sei $K_n(0) = (q_i, a)$, $K_{n+1}(0) = (q_j, a)$ und

$$K'_n(0) = \big(q_i, (a, [a^0_{11}, \dots, a^0_{nn}], \dots, [a^{\sigma(a)}_{11}, \dots, a^{\sigma(a)}_{nn}])\big)$$

mit $a^0_{ij} = 1$.

Wegen der Konstruktion von π' (Fall 3) existiert in π' eine Produktion

$$\big(q_i, (a, [a^0_{11}, \dots, a^0_{nn}], \dots, [a^{\sigma(a)}_{11}, \dots, a^{\sigma(a)}_{nn}])\big) \langle x_1, \dots, x_{\sigma(a)} \rangle$$
$$\to \big(q_j, (a, [a^0_{11}, \dots, a^0_{nn}], \dots, [a^{\sigma(a)}_{11}, \dots, a^{\sigma(a)}_{nn}])\big) \langle x_1, \dots, x_{\sigma(a)} \rangle .$$

Somit gelten die Eigenschaften i)—iv). □

Lemma 3.3. *Zu jedem* $K' \in \mathcal{T}_{\langle \mathfrak{A}'_Q, \sigma' \rangle}$ *mit* $s \overset{*}{\underset{\mathfrak{B}'}{\Rightarrow}} K'$, $s' \in S$, *existiert ein* $K \in \mathcal{T}_{\langle \mathfrak{A}_Q, \sigma \rangle}$ *mit den Eigenschaften*

i) $K(0) \in Q \times \mathfrak{A}$

ii) $s \overset{*}{\underset{\mathfrak{B}}{\Rightarrow}} K$, $s \in S$, $h(s') = s$

iii) $\mathbb{D}(K') = \mathbb{D}(K)$

iv) *Für jedes* $A \in \mathbb{D}(K)$ *mit*

$$K'(A) = (a, [a^0_{11}, \dots, a^0_{nn}], \dots, [a^{\sigma(a)}_{11}, \dots, a^{\sigma(a)}_{nn}]) , \qquad A \neq 0 ,$$

bzw.

$$K'(0) = \big(q, (a, [a^0_{11}, \dots, a^0_{nn}], \dots, [a^{\sigma(a)}_{11}, \dots, a^{\sigma(a)}_{nn}])\big)$$

gilt:

$$K/A \in S_{\mathfrak{B}}(q_i, q_j) \Leftrightarrow a^0_{ij} = 1 .$$

Beweis. Der Beweis erfolgt durch Induktion über die Länge einer Folge von Konfigurationen $s' = K'_0 \underset{\mathfrak{B}'}{\Rightarrow} \dots \underset{\mathfrak{B}'}{\Rightarrow} K'_n$.

Induktionsanfang. $(0, (q_0, (a, [0, \dots, 0])))$ ist genau dann Element von S', falls $(0, (q_0, a))$ Element von S ist. Die Eigenschaften i)—v) sind somit erfüllt.

Induktionsvoraussetzung. Sei $s' = K'_0 \underset{\mathfrak{B}'}{\Rightarrow} \dots \underset{\mathfrak{B}'}{\Rightarrow} K'_n$ eine Folge von Konfigurafionen von $\mathfrak{B}'$ und gelte für K'_n das obige Lemma. Sei ferner $K'_n = (q, (a, [a^0_{11}, \dots, a^0_{nn}], \dots, [a^{\sigma(a)}_{11}, \dots, a^{\sigma(a)}_{nn}]))$.

Induktionsschluß. α) Wir betrachten eine Konfiguration K'_{n+1} von $\mathfrak{B}'$, die aus K'_n durch Anwendung einer Produktion

$$(q, (a, [a^0_{11}, \dots, a^0_{nn}], \dots, [a^{\sigma(a)}_{11}, \dots, a^{\sigma(a)}_{nn}])) \langle x_1, \dots, x_{\sigma(a)} \rangle \to (q', x_r)$$

entsteht. Nach der Induktionsvoraussetzung existiert eine Konfiguration K_n von $\mathfrak{B}$ mit den Eigenschaften von Lemma 3.3. Die obige Produktion existiert jedoch nur dann in π', falls in π eine Produktion

$$(q, a) \langle x_1, \dots, x_{\sigma(a)} \rangle \to (q', x_r)$$

existiert. Somit gelten i)—iv).

β) Wir betrachten eine Konfiguration K'_{n+1} von $\mathfrak{B}'$, die aus K'_n durch Anwendung einer Produktion

$$(q_i, (a, [a^0_{11}, \dots, a^0_{nn}], \dots, [a^{\sigma(a)}_{11}, \dots, a^{\sigma(a)}_{nn}])) \langle x_1, \dots, x_{\sigma(a)} \rangle$$
$$\to (q_j, b') \langle t'_1, \dots, t'_{\sigma(b')} \rangle$$

entsteht.

Nach der Induktionsvoraussetzung existiert eine Konfiguration K_n von $\mathfrak{B}$ mit den Eigenschaften von Lemma 3.3. Die obige Produktion existiert jedoch nur dann in π', falls entweder in π eine Produktion

$$(q_i, a) \langle x_1, \dots, x_{\sigma(a)} \rangle \to (q_j, b) \langle t_1, \dots, t_{\sigma(b)} \rangle$$

existiert (Fall 1 der Konstruktion von π') oder falls $a^0_{ij} = 1$ ist (Fall 3 der Konstruktion von π').

1) In π existiert eine Produktion

$$(q_i, a) \langle x_1, \dots, x_{\sigma(a)} \rangle \to (q_j, b) \langle t_1, \dots, t_{\sigma(b)} \rangle .$$

Da gemäß der Konstruktion

$$\mathbb{D}(b' \langle t'_1, \dots, t'_{\sigma(b)} \rangle) = \mathbb{D}(b \langle t_1, \dots, t_{\sigma(b)} \rangle) ,$$

folgt unmittelbar i)—iii).

Sei $\beta := b\langle t_1, \dots, t_{\sigma(b)} \rangle$, $\beta' := b'\langle t'_1, \dots, t'_{\sigma(b)} \rangle$ und $C \in \mathbb{D}(\beta')$ Ist $\beta'(C) = x_k$, so gilt auch $\beta(C) = x_k$. Ist

$$\beta'(C) = (c, [c^0_{11}, \dots, c^0_{nn}], \dots, [c^{\sigma(c)}_{11}, \dots, c^{\sigma(c)}_{nn}]) ,$$

so gilt $\beta(C) = c$.

Wegen der Induktionsvoraussetzung gilt die Eigenschaft vi) für K_n und somit auch für alle Elemente aus $U^0_{K_n}$, die die aktuellen Werte für die Variablen x_i darstellen. Ist $C \in \mathbb{D}(\beta')$ ein Blatt, so gilt stets $\beta'(C) = (c, [0, \dots, 0])$, d. h. $c^0_{ij} = 0$ für alle i, j. Somit gilt die Eigenschaft iv) für alle Blätter von K_{n+1} und für alle Knoten der Unterbäume von K_{n+1}, die durch das Ersetzen der Variablen x_i entstanden sind.

Seien $C, C.1, \dots, C.\sigma(K_{n+1}(C)) \in \mathfrak{D}(K_{n+1})$ und gelte die Eigenschaft iv) für $C.1, \dots, C.\sigma(K_{n+1}(C))$. Sei ferner

$$K'_{n+1}(C) = (c, [c_{11}^0, \dots, c_{nn}^0], \dots, [c_{11}^{\sigma(c)}, \dots, c_{nn}^{\sigma(c)}])$$

bzw.

$$K'_{n+1}(0) = (q_j, (c, [c_{11}^0, \dots, c_{nn}^0], \dots, [c_{11}^{\sigma(c)}, \dots, c_{nn}^{\sigma(c)}])) .$$

Nach der Konstruktion von π' (Fall 1.c) gilt $c_{ij}^0 = 1$ genau dann

i) wenn es in π zwei Produktionen

$$(q_i, c) \langle x_1, \dots, x_{\sigma(c)} \rangle \to c\langle x_1, \dots, (q_{j'}, x_m), \dots, x_{\sigma(c)} \rangle$$

und

$$c\langle x_1, \dots, (q_{j'}, x_m), \dots, x_{\sigma(c)} \rangle \to (q_j, c) \langle x_1, \dots, x_{\sigma(c)} \rangle$$

gibt oder

ii) wenn es in π zwei Produktionen

$$(q_i, c) \langle x_1, \dots, x_{\sigma(c)} \rangle \to c\langle x_1, \dots, (q_{j'}, x_m), \dots, x_{\sigma(c)} \rangle$$

und

$$c\langle x_1, \dots, (q_{j''}, x_m), \dots, x_{\sigma(c)} \rangle \to (q_j, c) \langle x_1, \dots, x_{\sigma(c)} \rangle$$

gibt und $K_{n+1}/C.m \in S_{\mathfrak{B}}(q_{j'}, q_{j''})$ ist, d. h.

$$K_{n+1}/C \in S_{\mathfrak{B}}(q_i, q_j) .$$

Somit gilt die Eigenschaft iv) für alle $C \in \mathfrak{D}(K_{n+1})$.

2) Im Fall $a_{ij}^0 = 1$ entsteht K'_{n+1} aus K'_n durch die Anwendung der Produktion

$$(q_i, (a, [a_{11}^0, \dots, a_{nn}^0], \dots, [a_{11}^{\sigma(a)}, \dots, a_{nn}^{\sigma(a)}])) \langle x_1, \dots, x_{\sigma(a)} \rangle \to$$
$$\to (q_j, (a, [a_{11}^0, \dots, a_{nn}^0], \dots, [a_{11}^{\sigma(a)}, \dots, a_{nn}^{\sigma(a)}])) \langle x_1, \dots, x_{\sigma(a)} \rangle .$$

Wegen der Induktionsvoraussetzung gilt $K/0 \in S_{\mathfrak{B}}(q_i, q_j)$, d. h. es existiert eine Folge von Konfigurationen

$$K_n = K_n^0 \underset{\mathfrak{B},S}{\Rightarrow} K_n^1 \underset{\mathfrak{B},S}{\Rightarrow} \dots \underset{\mathfrak{B},S}{\Rightarrow} K_n^m = K_{n+1} .$$

Somit gelten i)—iv). □

4. Dendrogrammatiken 2. Stufe

Betrachtet man reguläre kanonische Systeme, so lassen sich die Konfigurationen entsprechend Abb. 9 skizzieren, d. h., das Übergangsverhalten des Systems ist abhängig vom momentanen Zustand q und dem obersten Kellersymbol a.

Erweitert man das Konzept entsprechend Abb. 10 (d. h., das Übergangsverhalten des Systems ist nun abhängig vom momentanen Zustand q und den beiden obersten Kellersymbolen a und b), so erhält man keine echte „Erweiterung", da sich alle möglichen Paare (a, b) in ein einzelnes Symbol a' kodieren lassen.

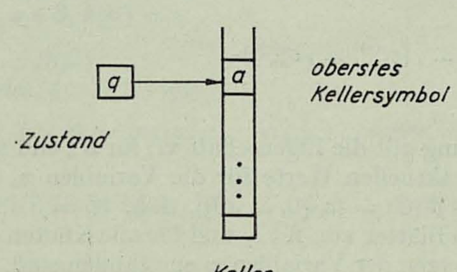

Abb. 9

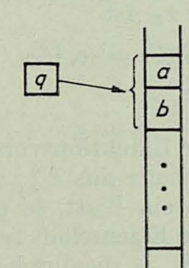

Abb. 10

Wendet man eine solche Erweiterung auf Dendrogrammatiken an, so läßt sich jedoch zeigen, daß man mit diesen Systemen eine Turingmaschine simulieren kann.

Zum Beweis betrachten wir eine Turingmaschine, die auf einem einseitig unendlichen Band arbeitet.

Definition 4.1. Eine *Turingmaschine* (TM) ist ein 5-tupel $(\mathfrak{A}, Q, q_0, q_e, \pi)$ mit

i) $\mathfrak{A} = \{0, 1, \S\}$
ii) Q ist eine endliche Menge von Zuständen
iii) $q_0 \in Q$ ist Anfangszustand
iv) $q_e \in Q$ ist Endzustand
v) π ist eine endliche Menge von Produktionen der Arten

$$\begin{array}{lll} q, a \to q', a, & q, q' \in Q, & a \in \mathfrak{A} \\ q, a \to q', \mathrm{R}, & q, q' \in Q, & a \in \mathfrak{A} \\ q, a \to q', \mathrm{L}, & q, q' \in Q, & a \in \{0, 1\} \\ q, a \to q', b, & q, q' \in Q, & a, b \in \{0, 1\} \\ q, a \to q', ab, & q, q' \in Q, & a \in \mathfrak{A}, \quad b \in \{0, 1\} \end{array} \quad \left.\begin{array}{l} \\ \\ \end{array}\right\} \mathrm{R}, \mathrm{L} \notin \mathfrak{A} \cup Q$$

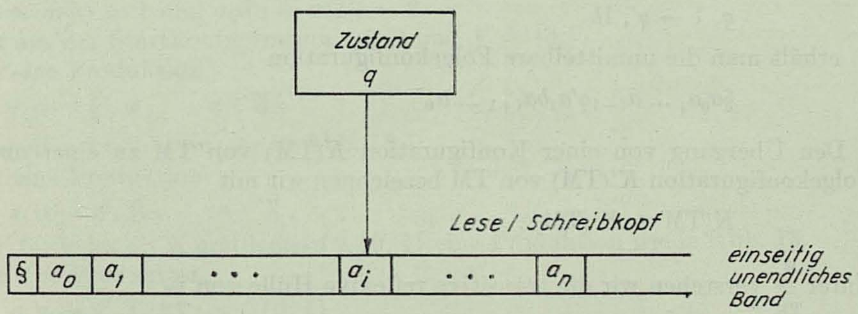

Abb. 11

Eine *Konfiguration* K(TM) einer Turingmaschine TM läßt sich entsprechend Abb. 11 graphisch veranschaulichen. Die TM befindet sich in diesem Fall im Zustand q, die Bandinschrift ist die Zeichenreihe

$$\S a_0 a_1 \dots a_n \quad \text{mit} \quad a_j \in \{0, 1\}$$

und das momentan gelesene Zeichen ist a_i. Diese Konfiguration läßt sich auch durch

$$\S a_0 a_1 \dots a_{i-1} q a_i a_{i+1} \dots a_n$$

repräsentieren.

Die Turingmaschine startet mit der Startkonfiguration q_0 §, d. h., die Bandinschrift besteht nur aus dem linken Randsymbol §.

Sei

$$\S a_0 a_1 \dots a_{i-1} q a_i a_{i+1} \dots a_n$$

eine Konfiguration der Turingmaschine und gelte $a_i = 1$.[2])

1. Durch Anwendung einer Produktion

$$q, 1 \to q', 1$$

erhält man die unmittelbare Folgekonfiguration

$$\S a_0 a_1 \dots a_{i-1} q' a_i a_{i+1} \dots a_n$$

[2]) Der Fall $a_i = 0$ bzw. $a_i = \S$ ergibt sich analog.

2. Durch Anwendung einer Produktion

$$q, 1 \to q', \mathrm{R}$$

erhält man die unmittelbare Folgekonfiguration

$$\S a_0 a_1 \ldots a_{i-1} a_i q' a_{i+1} \ldots a_n\,, \qquad a_n \neq \varepsilon$$

3. Durch Anwendung einer Produktion

$$q, 1 \to q', \mathrm{L}$$

erhält man die unmittelbare Folgekonfiguration

$$\S a_0 a_1 \ldots q' a_{i-1} a_i a_{i+1} \ldots a_n$$

4. Durch Anwendung einer Produktion

$$q, 1 \to q', 0$$

erhält man die unmittelbare Folgekonfiguration

$$\S a_0 a_1 \ldots a_{i-1} q' 0 a_{i+1} \ldots a_n$$

5. Durch Anwendung einer Produktion

$$q, 1 \to q', 1b$$

erhält man die unmittelbare Folgekonfiguration

$$\S a_0 a_1 \ldots a_{i-1} q' a_i b a_{i+1} \ldots a_n$$

Den Übergang von einer Konfiguration $K(\mathrm{TM})$ von TM zu einer unmittelbaren Folgekonfiguration $K'(\mathrm{TM})$ von TM bezeichnen wir mit

$$K(\mathrm{TM} \underset{\mathrm{TM}}{\Rightarrow} K'(\mathrm{TM})\,.$$

Unter $\overset{*}{\underset{\mathrm{TM}}{\Rightarrow}}$ verstehen wir die transitive reflexive Hülle von $\underset{\mathrm{TM}}{\Rightarrow}$.

$\mathfrak{R}(\mathrm{TM})$ sei die Menge aller Konfigurationen von TM.

Wir definieren nun Dendrogrammatiken 2. Stufe:

Definition 4.2. Eine *Dendrogrammatik* 2. *Stufe* $\mathscr{D}^2$ ist ein 5-tupel $(\langle \mathfrak{A}, \sigma \rangle, Q, S, F, \pi)$ mit

i) $\langle \mathfrak{A}, \sigma \rangle$ ist ein markiertes Alphabet.
ii) Q ist eine endliche Menge von Zuständen.
iii) $S \subseteq \mathscr{T}_{\langle \mathfrak{A}_Q, \sigma \rangle}$ mit $S(0) \in Q \times \mathfrak{A}$, $S(A) \in \mathfrak{A}$ für $A \neq 0$, ist eine endliche Menge von Anfangskonfigurationen.
iv) $F \subseteq Q$ ist eine endliche Menge von Endzuständen.
v) π ist eine endliche Menge von Baumproduktionen $\alpha \to \alpha'$, $\alpha, \alpha' \in \mathscr{T}_{\langle \mathfrak{A}_Q, \sigma \rangle}(X)$, mit

1. $\alpha(0) \in Q \times \mathfrak{A}$

$\alpha(A) \in \mathfrak{A} \cup X,\ 1 \leq A \leq \sigma(\alpha(0))$

$\alpha(A\,.\,B) \in X,\ 1 \leq A \leq \sigma(\alpha(0)),$

$1 \leq B \leq \sigma(\alpha(A)), \alpha(A) \notin X$

2. $\alpha'(C) \in (Q \times \mathfrak{A}) \cup (Q \times X)$ und

$\alpha'(C') \in (Q \times \mathfrak{A}) \cup (Q \times X)$

$\Rightarrow C$ und C' sind unvergleichbar.

Die Wirkungsweise einer Dendrogrammatik 2. Stufe entspricht der Wirkungsweise einer normalen Dendrogrammatik (s. Definition 2.10). Der Unterschied zwischen den beiden Grammatiken besteht lediglich darin, daß bei einer normalen Dendrogrammatik der Übergang von einer Konfiguration zu einer unmittelbaren Folgekonfiguration von einem einzelnen Knoten abhängt, während bei einer Dendrogrammatik 2. Stufe dieser Übergang sowohl von dem einzelnen Knoten, als auch von den unmittelbaren Folgeknoten abhängt.

Theorem 2. *Zu jeder Turingmaschine* $\mathrm{TM} = (\mathfrak{A}, Q, q_0, q_e, \pi)$ *läßt sich effektiv eine Dendrogrammatik* 2. *Stufe* $\mathcal{D}^2 = (\langle \mathfrak{A}', \sigma \rangle, Q, S, F, \pi')$ *und eine Abbildung*

$$f \mid \mathfrak{R}(\mathrm{TM}) \to \mathcal{T}_{\langle \mathfrak{A}_Q, \sigma \rangle}$$

konstruieren, so daß gilt:

Zu jeder Konfiguration $K(\mathrm{TM})$ *mit* $q_0\S \overset{*}{\underset{\mathrm{TM}}{\Rightarrow}} K(\mathrm{TM})$ *gibt es eine Konfiguration* $K(\mathcal{D}^2)$ *mit* $S \underset{\mathcal{D}^2}{\Rightarrow} K(\mathcal{D}^2)$, $f(q_0\S) = S$ *und* $f(K(TM)) = K(\mathcal{D}^2)$.

Beweis.

Konstruktion von $\mathcal{D}^2$. — Wir setzen $\mathfrak{A}' = \mathfrak{A} \cup \{0', 1', \S'\}$ und $\sigma(\S) = 0$, $\sigma(1) = \sigma(0) = \sigma(\S') = 1$ und $\sigma(0') = \sigma(1') = 2$.

S besteht aus der Startkonfiguration $(q_e, \S)$ und $F = \{q_e\}$.

Besitzt π eine Produktion

$$q, a \to q', a\,, \qquad a \in \mathfrak{A}\,,$$

so besitzt π' eine Produktion wie in Abb. 12.

Besitzt π eine Produktion

$$q, a \to q', \mathrm{R}\,, \qquad a \in \mathfrak{A}\,,$$

so besitzt π' für jedes $c \in \mathfrak{A}$ und jedes $d \in \{0, 1\}$ eine Produktion wie in Abb. 13.

Besitzt π eine Produktion

$$q, a \to q', \mathrm{L}\,, \qquad a \in \{0, 1\}$$

so besitzt π' für jedes $c \in \mathfrak{A}$ und jedes $d \in \{0, 1\}$ eine Produktion wie in Abb. 14.

Besitzt π eine Produktion

$$q, a \to q', b\,, \qquad a, b \in \{0, 1\}\,,$$

so besitzt π' eine Produktion wie in Abb. 15.

Besitzt π eine Produktion

$$q, a \to q', ab\,, \qquad a \in \mathfrak{A}\,, \qquad b \in \{0, 1\}$$

so besitzt π' eine Produktion wie in Abb. 16.

Besitzt π eine Produktion

$$q, \S \to q', \S$$

so besitzt π' zwei Produktionen

$$(q, \S) \to (q', \S) \quad \text{und} \quad \begin{array}{c}(q, \S')\\ | \\ x_1\end{array} \to \begin{array}{c}(q', \S')\\ | \\ x_1\end{array}$$

Besitzt π eine Produktion

$$q, \S \to q', \S b\,, \qquad b \in \{0, 1\}$$

so besitzt π' zwei Produktionen

$$(q, \S) \to \begin{array}{c}(q', \S')\\ | \\ b\end{array} \quad \text{und} \quad \begin{array}{c}(q, \S')\\ | \\ x_1\end{array} \to \begin{array}{c}(q', \S')\\ | \\ b \\ | \\ x_1\end{array}$$

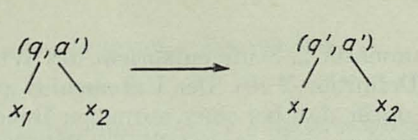

Abb. 12

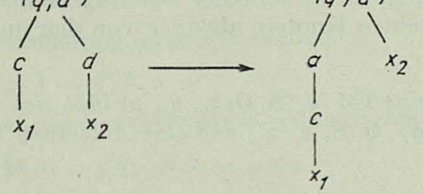

Abb. 13

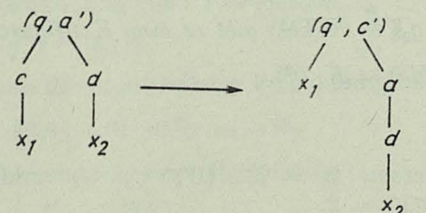

Abb. 14

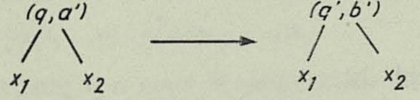

Abb. 15

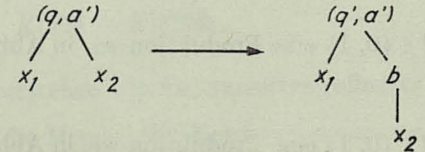

Abb. 16

Die Abbildung $f \mid \mathfrak{R}(\mathrm{TM}) \to \mathscr{T}_{\langle \mathfrak{A}_Q, \sigma \rangle}$ ist gegeben durch

$$f(\S a_0 a_1 \ldots q a_i \ldots a_n) = \alpha$$

mit

$$\alpha(A) := \begin{cases} (q, \S') & \text{für } A = 0 \text{ und } a_i = \S \\ (q, a_i') & \text{für } A = 0 \text{ und } a_i \neq \S \\ a_{i-1} & \text{für } A = 1 \\ a_{i+1} & \text{für } A = 2 \\ a_{i-j} & \text{für } A = 1\,.\,\underbrace{1\,.\,\ldots\,.\,1}_{(j-1)\,-\,\mathrm{mal}} \\ a_{i+j} & \text{für } A = 2\,.\,\underbrace{1\,.\,\ldots\,.\,1}_{(j-1)\,-\,\mathrm{mal}} \end{cases}$$

bzw.

$$f(q\S) = (q, \S)\,.$$

Der Beweis von Theorem 2 ergibt sich durch vollständige Induktion über eine Folge von Konfigurationen

$$K_0(\mathrm{TM}) = q_0\S \underset{\mathrm{TM}}{\Rrightarrow} K_1(\mathrm{TM}) \underset{\mathrm{TM}}{\Rrightarrow} \ldots \underset{\mathrm{TM}}{\Rrightarrow} K_m(\mathrm{TM})\,. \ \square$$

Literatur

[1] *Aho, A. V., J. D. Ullmann,* Translations on a context-free grammar. Proc. ACM Symp. on Theory of Computing, 1969.

[2] *Aho, A. V., J. D. Ullman,* Automaton analogs of syntax-directed translation schemata. Proc. 9th IEEE Ann. Symp. on Switching and Automata Theory, 1968.

[3] *Brainer, W. S.,* Tree generating regular systems. Inform. and control **14** (1969), 217–231.

[4] *Büchi, J. R.,* Regular canonical systems. Arch. Math. Logik u. Grundl. **14** (1961), 143–172.

[5] *Doner, J. E.,* Tree acceptors and some of their applications. System Development Corp., Scientific Report No. 8, 1967.

[6] *Ginsburg, S., S. Greibach, M. Harrison,* Stack Automata and Compiling. J.ACM **14** (1967) 1, 172–201.

[7] *Lewis, P. M., R. E. Stearns,* Syntax directed transduction. J.ACM **15** (1968), 465 to 488.

[8] *Lippe, W. M.,* Über die Entscheidbarkeit der formalen Erreichbarkeit von Prozeduren bei monadischen Programmen. Diss., Universität des Saarlandes, Saarbrücken 1975.

[9] *Rabin, M. O.,* Mathematical Theory on Automata. In: Math. Aspects of Computer Science; Proc. Symposia Appl. Math. XIX (1967); pp. 173–175.

[10] *Rounds, W. C.,* Mappings and Grammars on Trees. Math. Syst. Theory **4** (1972) 3, 257–287.

[11] *Thatcher, J. W.,* Characterizing derivation trees of context-free grammars through a generalization of finite automata theory. J. Comp. Syst. Sci. **1** (1967), 317–322.

[12] *Thatcher, J. W., J. B. Wright,* Generalized finite automata theory with an application to a decision problem of second-order logic. Math. Syst. Theory **2** (1968), 57–81.

[13] *Rabin, M. O., D. Scott,* Finite automata and their decision problems. IBM J. Res. Develop. **3** (1959), 114–125.

[14] *Walker, R. J.,* An enumerative technique for a class of combinatorial problems. In: Combinatorial Analysis; Proc. Symposia in Appl. Math., Vol. 10; Amer. Math. Soc., 1960; pp. 91–94.

Резюме

Дендрограмматики — это регулярные канонические системы, работающие в структурах в виде дерева, направленного от вершины книзу. Рассматриваются две модификации. Впервые заменяется принцип регулярных канонических систем принципом стэк-систем. Показывается, что такие системы могут быть моделированы нормальными дендрограмматиками. Если функция перехода зависит не только от одного узла, а тоже от сынов того узла, то получаем машину Тьюринга.

Abstract

Dendrogrammars are regular canonical systems working on tree structures in a top-down manner. We consider two modifications. Firstly we replace the principles of the regular canonical systems by the principles of the stack-systems. In this case we can show that these systems can be simulated by normal dendrogrammars. On the other hand, if the transition function depends not only on one single node but also on the sons of this node we have a Turing machine.

(Eingang: Erste Fassung am 23. 5. 1979,
überarbeitete Fassung am 7. 12. 1979)

Anschrift des Verfassers:

W.-M. Lippe
Institut für Informatik und Praktische Mathematik
Christian-Albrechts-Universität Kiel
Olshausenstr. 40–60
2300 Kiel
BRD