Martin Hohelüchter

Entwurf eines formalen Kategoriensystems
im Anschluß an Frege

§ 1 Die Fregesche Attributionstheorie und ihre Modifikation

1. Einleitung. Seit Aristoteles hat die Philosophie stets versucht, eine Kontrolle über sämtliche Begriffe zu gewinnen. Dies kann nur gelingen durch einen *systematischen* Aufbau, wie er etwa in einem Kategoriensystem geleistet wird. Die traditionellen Systeme waren dabei *Klassifikations*systeme, d.h. sie ordneten *vorgegebene* Begriffe in inhaltlich charakterisierte Klassen. Mit dem Aufkommen neuer Wissensgebiete mußten daher die alten Systeme immer wieder erweitert oder ersetzt werden. Durch die Grundlagenkrise der positiven Wissenschaften am Ende des 19.Jahrhunderts waren schließlich alle diese *inhaltlichen* Systeme suspekt geworden.

Als Reaktion darauf bekam auch für die Ordnung von Begriffen die *formale* Logik entscheidendes Gewicht, insofern sie *nicht* an spezifische Inhalte gebunden ist. Eine solche Logik hatte insbesondere Gottlob Frege neu konzipiert. Mit dessen Logik entwirft etwa Rudolf Carnap ein System, das nicht mehr aufgrund vorgeblicher *Fakten*, sondern mittels *logischer „Konstitution*“ von *Begriffen* entwickelt wird.[1]

Damit hat er zwar die Bindung an Tatsachen als entscheidende Schwäche der traditionellen Ordnungsverfahren aufgedeckt, den Grund dieser Schwäche aber nicht vollständig beseitigt. Falls man nämlich eine Tatsache als *bestehenden Sachverhalt* begreift, sah er diesen Grund nur in der Abhängigkeit von *Sachverhalten* und errichtete daher sein logisches Gebäude ohne Bezug auf Sachverhalte nur aus Begriffen. Diese faßte er aber weiterhin *extensional* auf. Daher liegt das zweite Moment jeder Tatsache die Existenz, auch *seinem* Aufbau zugrunde. Da die *Extension* eines Begriffes dem Erkenntnisfortschritt ausgesetzt ist, bleibt nämlich die alte Schwäche wenigstens teilweise erhalten. Ein Kategoriensystem, das von der vorgeblichen Realität unabhängig ist, darf somit nicht an die Existenz gebunden sein.[2] Ein solches von der Existenz gelöstes Kategoriensystem soll hier vorgestellt werden.

Dazu gehen auch wir aus von der Fregeschen Logik und zwar von seiner Theorie der Attribution. Diese stellen wir daher in einem ersten Abschnitt vor, modifizieren sie aber einiger Mängel wegen. Im zweiten Abschnitt entwickeln wir daraus ein formales Kategoriensystem, d.h. einen Systemrahmen, der unabhängig und frei ist von jedem bestimmten Inhalt. Im dritten Abschnitt deuten wir durch einige Beispiele die Leistungsfähigkeit dieses Systems an. Schließlich zeigen wir, dass der Systemrahmen nicht nur eine *nachträgliche* Ordnung von Einheiten ermöglicht, sondern sogar *vorgängig* ein *hinreichendes* Kriterium für logische Einheiten liefert.

2. Die Fregesche Theorie. (i) Das Erstellen einer haltbaren Attributionstheorie ist eines der zentralen Anliegen der Logik. Für Frege ist die Attribution sogar „*die* logische Grundbeziehung“[3]. Nach vielen problematischen Versuchen anderer Autoren ist heute seine Theorie der Attribution, wie er sie etwa in seinem Vortrag „Funktion und Begriff“ (FuB) vorstellt, weitgehend akzeptiert. Dort sieht er die Frage, wie ein *Eigenname* wie „Paul“ mit einem *Begriffswort* wie „rot“ zu eine *Aussage* wie „Paul ist rot“ zu verbinden sei, analog zu dem Problem, wie die Verbindung zwischen einem *Gegenstand* wie ´Paul` und einem *Begriff* wie ´rot` logisch zu fassen ist.

Traditionelle Theorien versuchen eine solche Verbindung durch ein *äußeres* Mittel zu erstellen, so bereits Plato mit seiner „Teilhabe“ (metéchein) des Gegenstandes am

[1] Rudolf Carnap, Der logischen Aufbau der Welt, Frankfurt/M, Berlin, Wien [4]1974

[2] Damit entfällt auch die Gründung auf irgendwelche Basiserlebnisse oder –sinneseindrücke.

[3] Gottlob Frege, Ausführungen über Sinn und Bedeutung

Begriff. Derartige Verfahren unterliegen aber einem infiniten Regress, auf den Bradley und Frege fast gleichzeitig hingewiesen haben. Bevor nämlich durch Anwendung dieses *äußeren* Verbindungsmittels ein *Ergebnis* zustande kommen kann, muß zuerst das Mittel selbst mit den zu verbindenden Einheiten verbunden werden, usw.

Um diesen Verbindungsregress zu vermeiden, schlägt Frege daher eine andere Art der Verbindung vor; er meint, ein Begriff und ein Gegenstand seien nicht durch ein *Mittel* als etwas Drittes, sondern allein vermöge ihrer besonderen Verschiedenheit aneinander zu binden. Um dies zu zeigen, geht er aus von Funktionsausdrücken in der Mathematik. Als Beispiele solcher Ausdrücke führt er u.a. an:

„$2{\cdot}x^2 + x$", „$x>y$".

Funktionsausdrücke haben je eine oder mehrere „Leerstellen", hier angedeutet durch „x" und „y". Diese Leerstellen können aber gefüllt werden und zwar durch Ausdrücke *ohne* Leerstellen. Aus den Ausdrücken *mit*, werden so *Ausdrücke ohne* Leerstellen. Füllt man etwa in o.g. Ausdrücken die Stelle von „x" durch den Ausdruck „1", die Stelle von „y" durch den Ausdruck „3", erhält man die Ausdrücke in

„$2{\cdot}1^2 + 1$", „$1>3$".

Diesen Unterschied zwischen Einheiten mit, und solchen ohne Leerstellen sieht Frege jedoch nicht spezifisch innerhalb der *Ausdrücke*, sondern *inhaltlich* begründet; logische Unterscheidungen sind nicht auf sprachliche Ausdrücke zu stützen, sondern nur auf den dadurch ausgedrückten Inhalt, oder wie Frege es formuliert:

> „Ein bloßer Ausdruck, die Form für einen Inhalt, kann das Wesen der Sache nicht sein, sondern nur der Inhalt selbst." (FuB S.2)

Daher stellt er analog zu den zwei Typen von Ausdrücken auch *inhaltlich* zwei Typen von Einheiten einander gegenüber, die, wie er betont, *absolut* verschieden seien, „**Funktionen**" und „**Gegenstände**".[1] Funktionen charakterisiert er als „mit Leerstellen" bzw. „ungesättigt" (FuB S.6), Gegenstände als „ohne Leerstellen" bzw. „gesättigt" (FuB S.18). Die Klasse der Gegenstände und die der Funktionen sind somit disjunkt. Diese Disjunktion ist nach Frege sogar vollständig (FuB S.18), sodass gilt

Satz A : Jede Einheit ist *entweder* eine Funktion oder ein *Gegenstand*.

Auf diesen Klassifizierungssatz gründet Frege seine Theorie der Attribution.

(ii) Insofern jede Funktion eine Leerstelle hat, kann sie nach Frege durch etwas ergänzt werden. Das, *wodurch* sie ergänzt wird, nennt er ´Argument`, das, *wozu* sie ergänzt wird, ´*Wert* der Funktion` (für dieses Argument). Argumente o.g. Beispiele sind etwa die natürlichen Zahlen. Die o.g. Funktion ´$2{\cdot}x^2 + x$` z.B. liefert für das Argument ´1` nach Frege den Wert ´3`, weil gilt $2{\cdot}1^2+1=3$. (FuB S.8) An Argumente und Werte stellt Frege nun zwei Forderungen, nämlich

(F1) Als Argumente oder Werte einer Funktion (1.Stufe) treten nur *Gegenstände* [und somit keine Funktionen] auf.

(F2) *Jeder* Gegenstand ist *Argument jeder* Funktion (erster Stufe). (FuB S.20)

Nach Frege sind also Funktionen nicht durch ihre Argumente, sondern nur durch ihre Werte zu unterscheiden und somit auch *nur* durch ihre *Werte* zu gliedern.

(iii) Zum Zwecke einer solchen Gliederung führt Frege zwei besondere Gegenstände ein. Er nennt sie „Wahrheitswerte" W und F. Mittels ihrer definiert er „Begriffe" als „Funktionen, deren Wert für jedes Argument ein Wahrheitswert ist."(FuB S.15)[2]

Damit hat Frege die eingangs genannte Frage beantwortet: Denn ebenso wie in der Sprache das ungesättigte *Begriffswort* „rot" durch den gesättigten Eigennamen „Paul" vervollständigt wird zum gesättigten Satz „Paul ist rot" wird analog *inhaltlich* der ungesättigte *Begriff* ´rot` durch den Gegenstand ´Paul` vervollständigt zum Ge-

[1] Ihnen entsprechen innerhalb der Zeichen „Ausdrücke von Funktionen" und „Zeichen von Gegenständen". (Was ist eine Funktion? S.665)

[2] Wegen der Forderung (F2) ist damit insbesondere jeder *Gegenstand* Argument jedes *Begriffs*.

genstand W oder F. Diese Analogie zwischen Ausdrücken und ihrer Bedeutung verdeutlicht Frege in einem Brief an Husserl[1] durch das Schema :

	Ausdruck:	Begriffswort	Eigenname	Satz
(A)		[„ist rot“]	[„Paul“]	[„Paul ist rot“]
		↓	↓	↓
	Bedeutung:	Begriff [ist rot]	Gegenstand [Paul]	Wahrheitswert

2. Kritik des Fregeschen Konzeptes. Dieses Fregesche Konzept ist aber unzureichend; dies zeigen wir in den 3 zentralen Punkten Sättigung, Argument und Wert.
(i) Zur *Verbindung* logischer Einheiten unterscheidet Frege ja in einer vollständigen Disjunktion genau zwei Klassen von Einheiten, nämlich Funktionen und Gegenstände, die er durch die beiden absoluten Eigenschaften „ungesättigt“ und „gesättigt“ charakterisiert. Keine vollständige Disjunktion liefert aber als solche eine *Verbindung* zwischen Einheiten. Diese Verbindung kommt im vorliegenden Falle erst dann zustande, wenn zum einen die Funktion „sättigbar“, zum andern der Gegenstand „sättigend“, d.h. ein Argument ist.[2] Diese *relativen* Eigenschaften „sättigbar“ und „sättigend“ ergeben sich aber aus den absoluten „ungesättigt“ und „gesättigt“ nicht.[3] Frege nimmt sie also in Anspruch, ohne sie zur Verfügung zu haben. Er *benötigt* für die Verbindung von Einheiten statt der zwei *absoluten* Eigenschaften die drei *relativen* Eigenschaften „sättigbar“, „sättigend“ im Sinne von Argument, und „gesättigt“ im Sinne von Wert, d.h. Ergebnis einer Sättigung sein. Die von Frege herausgestellten *absoluten* Charakterisierungen sind also für die *Verbindung* zwischen Funktion und Gegenstand nicht nur unzureichend, sondern sogar irrelevant. Relevant sind nur die genannten drei *relativen* Eigenschaften.
(ii) Zweitens ist die Fregesche Sicht eines *Argumentes* einer Funktion unhaltbar. Er versucht ja, das Sättigen einer Funktion dadurch zu fassen, dass in eine Leerstelle der Funktion ein Argument eingesetzt wird, wodurch sich eine „gesättigte“ Einheit ergäbe. Danach ist es für ein Argument als solches wesentlich, „mit jeder Funktion zusammen einen Gegenstand zu bilden“.(FuB S.6).

Doch hat eine Funktion i.a. *mehrere* Leerstellen, d.h. mehrere verschiedene Gegenstandsvariablen. Daher führt die Einsetzung eines Argumentes i.a. nur zu einer *Teil*sättigung und nicht zu der intendierten Totalsättigung, d.h. nicht zu einem „gesättigten“ Wert. Es „ergeben sich nämlich“, wie er selbst erklärt, „durch *teilweise Sättigung* aus Funktionen mit zwei Argumenten Funktionen mit einem Argumente.“[4] So liefert z.B. „teilweise Sättigung“ der o.g. Funktion mit zwei Argumenten ´x>y` durch den Gegenstand ´2` keinen Gegenstand, sondern die *Funktion* ´x>2`“.

Eine *total gesättigte* Einheit ergibt sich aus einer Funktion mit k Variablen erst nach Einsetzung von k Argumenten. Vervollständigt wird eine Funktion also nicht, wie Frege meint, durch *ein* Argument, und damit durch einen *Einzel*gegenstand, sondern durch ein *k-Tupel* von Gegenständen.[5] Somit gilt entgegen Frege erstens: nicht *jedes* Argument sättigt, und zweitens: nicht *nur* Argumente sättigen. Argumentstatus und

[1] Brief vom 24.5. 1891 (Bw S.35). Dabei haben wir die Ebene des *Sinns* hier übergangen.
[2] Daher muß Frege sichern, dass jeder Gegenstand Argument jeder Funktion 1.Stufe ist. Er kann den Argumentbereich einer Funktion nicht auf gewisse Gegenstände einschränken, ohne seinen Ansatz einer Verbindung zwischen Gegenstand und Funktion zu zerstören. Damit verschließt er sich die Möglichkeit eingeengter Argumentbereiche. Zur Lage eines Argumentbereiches *echt* innerhalb der Gegenstände vgl. Freges „Erweiterung dessen, was als Argument auftreten kann.“ (FuB S.29)
[3] Deutlich wird dies auch daraus, dass die Eigenschaft „gesättigt“ – im Sinne von Wert einer Funktion sein – nicht *jedem* „satten“ Gegenstand zukommen muß. Hier erscheint die altbekannte Doppelfunktion der Substanz, einerseits Gegenstand (d.h. absolut), andrerseits Substrat (d.h. relativ) zu sein, in neuem Gewande.
[4] Gottlob Frege, Logik in der Mathematik, S.150
[5] Am Schluß von FuB spricht Frege diese Frage zwar an, ohne aber ihre Brisanz zu erkennen.

Sättigung sind demnach entgegen Frege unabhängig voneinander. Die Sättigung betrifft stets die ganze Funktion und nicht einzelne Argumente.
(iii) Schließlich ist auch die Fregesche Sicht des Funktions***wertes*** fragwürdig. Er geht ja davon aus, dass bei Sättigung einer Funktion durch ein Argument stets nur ein *einziger* Funktionswert auftritt. Diese Annahme ist aber nicht immer erfüllt. So sieht Frege etwa in dem Beispiel ´$\sqrt[2]{x}$` eine Funktion; zu Recht, denn ´$\sqrt[2]{x}$` ist ungesättigt und etwa durch die Zahl ´4` zu ergänzen (FuB S.12). Wegen $2^2=4$ und $(-2)^2=4$ sind aber sowohl 2 als auch –2 Werte dieser Funktion. Um die Fregesche Eindeutigkeitsannahme halten zu können, ist man also gezwungen, an Funktionen die Eindeutigkeit des Funktionswertes als zusätzliche Bedingung zu stellen. Doch ist sie mit dem originalen Fregeschen Ansatz nicht zu begreifen. Denn sie setzt die Trennung zwischen der Argument*stelle* des Wertes und dem *Wert* selbst voraus, die Frege aber nicht vornehmen darf, da er sonst die Sättigung relational begreifen müßte.[1] Danach ist auch die Fregesche Definitionsweise des Begriffs ´Begriff`, die ja auf *Werte* zurückgreift, unmöglich. Die Fregesche Theorie ist also in ihrer originalen Form unhaltbar.

3. Modifikation des Fregeschen Konzepts. Um den Fregeschen Ansatz trotzdem beibehalten zu können, wandeln wir sein Bild der „Sättigung" ab. Wir geben die Einteilung in gesättigte und ungesättigte Einheiten auf und berücksichtigen nur das, was er tatsächlich verwendet, nämlich *drei* statt *zwei* Typen von Einheiten. Diese Typen sind aber nicht *absolut* charakterisiert, sondern als drei aufeinander bezogene *Rollen*: Eine sättigbare und eine sättigende Einheit werden zu einer gesättigten Einheit verbunden. Die Rolle der sättigbaren Einheit nennen wir ´<u>Attribut</u>`, die der sättigenden Einheit ´<u>Item</u>`, die der gesättigten Einheit ´<u>(einfacher) Verhalt</u>`.

Attribut(sättigbar) **Item**(sättigend)

(1)

(einfacher) Verhalt (gesättigt)

Aus dieser Bindung der drei Rollen aneinander ergibt sich
Satz 1 : Attribut, Item und einfacher Verhalt kommen nur gemeinsam vor.[2]
Zu jedem Attribut tritt also mindestens ein Item, zu jedem Item mindestens ein Attribut auf, die zusammen einen Verhalt bilden; und jeder einfache Verhalt ist in Item und Attribut zerlegbar. Damit ist die Gundintention des Fregeschen Ansatzes beibehalten, insofern die Attribution allein in einer geeigneten Konstellation von Einheiten verschiedenen Typs besteht. Die *Schwäche* seines Ansatzes dagegen ist durch die Erweiterung der Konstellation von zwei auf drei Einheiten behoben. Zudem wird vom o.g. Fregeschen Satz A, der zwei Sätze zusammenfaßt,

---

[1] Daher findet sich bei Frege auch nicht der Aspekt der *Stelligkeit* einer Funktion, die von der Anzahl der *verschiedenen* Argumente *un*abhängig ist. Er unterscheidet ja Funktionen nicht nach der Zahl ihrer Argument*stellen*, sondern nach der Zahl ihrer verschiedenen *Argumente*. So ist nach Frege ´x+y` eine Funktion mit *zwei*, ´x+x` eine mit *einem* Argument.
Er versucht zwar eine Trennung zwischen Wert und Wertstelle an einem Beispiel durchzuführen, indem er ´$y = x^2-4x$` und ´$x^2-4x$` als dieselbe Funktion begreift, die etwa von der Funktion ´$x(x-4)$` verschieden sei; dabei „deutet ´y` den Wert der Funktion ´x^2-4x` [...] ebenso an wie ´x` das Argument". (FuB S.9) Doch übersieht er, dass er damit sein Kriterium verletzt, nach dem identische Funktionen identische Werte haben. Der Wert von ´$x^2 - 4x$` ist nämlich etwa für das Argument ´1` eine Zahl, während der Wert von ´$y = x^2 - 4x$` nach Totalsättigung o.E. nie eine Zahl, sondern stets ein Wahrheitswert ist; denn offenbar ist letztere Funktion eine „Beziehung", d.i. „eine Funktion mit zwei Argumenten, deren Wert stets ein Wahrheitswert ist".(FuB S.28)
[2] Dieser Unterscheidung zwischen Attribut, Item und einfachem Verhalt entspricht in der Sprache die zwischen Prädikat, Subjekt und Satz. Sie sind ebenfalls keine *absoluten* Eigenschaften von Ausdrücken, sondern nur Rollen. In diesem Sinn ist in der oberen Zeile des o.g. Schemas (A) „rot" *absolut* ein Verbum, *relativ* ein Prädikat; „Paul" ist *absolut* ein Eigenname, *relativ* ein Subjekt; „Paul ist rot" ist *absolut* eine Aussage, *relativ* ein Satz.

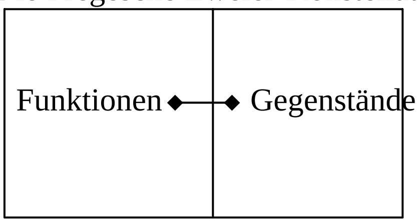
einen Vollständigkeitssatz: Jede Einheit ist Funktion *oder* Gegenstand.
und einen Disjunktheitssatz: Keine Einheit ist Funktion *und* Gegenstand.

nur der Vollständigkeitssatz aufrecht erhalten. Satz A wird somit abgeschwächt zu

Satz 2 : Jede Einheit ist Attribut, Item oder einfacher Verhalt.

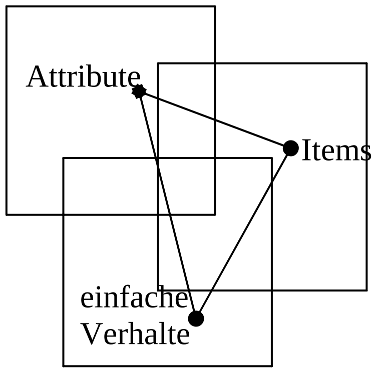
Während Frege also *zweierlei Einheiten* unterschied, die *absolut* charakterisiert werden und *notwendig disjunkt* sind, unterscheiden wir *dreierlei Rollen*, die *relativ* charakterisiert werden und deren Träger *nicht notwendig disjunkt* sind:

Die Fregesche Zweier-Konstellation



wird modifiziert
zur Dreier-Konstellation

(2)



Damit ist auch die zweite Schwäche im Fregeschen Ansatz behoben: Gesättigt wird eine Einheit nicht wie bei Frege durch ein *Argument*, das eine einzelne Gegenstandsvariable ersetzt, sondern durch ein *Item*, das den gesamten Gegenstandsvariablenkomplex ersetzt (und evtl. ein k-Tupel von Argumenten sein mag).

Schließlich trennt erst unsere Modifikation eine Einheit von ihrer *Rolle*, sodass es nun möglich ist, in Fregeschem Sinne zu fordern:

(P1) Durch ein Attribut und ein Item wird ein einfacher Verhalt eindeutig bestimmt.

Da gemäß Satz 2 ein Attribut und ein Item stets nur zusammen mit *mindestens* ein einfachen Verhalt auftreten, wird also durch ein Attribut f(x) und ein Item a stets *genau* ein einfacher Verhalt bestimmt, der daher darstellbar ist als f(a). Das eindeutig bestimmte Ergebnis einer Sättigung ist demnach stets ein einfacher Verhalt.

Danach ist zwar die Fregesche Art der Definition des Begriffs ´Begriff`, die ja auf *Werte* zurückgreift, unmöglich; sie ist aber auch unnötig, denn unser modifiziertes Verfahren liefert – ohne den Fregeschen Umweg über die Funktionen – einen direkten Zugang zum Begriff, nämlich: Jede Einheit, die die Rolle des Attributes tragen kann, ist ein „<u>Begriff</u>“. Der Terminus „Attribut“ beschreibt also eine *Rolle*, der Terminus „Begriff“ eine absolute Einheit. Wie bei Frege ist also nicht (der Begriff) ´rot`, wohl aber (der Begriff) ´Begriff` abhängig von der Attribution.

Damit erfüllt unsere Modifikation die Mindestanforderung an eine Attributionstheorie, die Gültigkeit für jedes einzelne Attributionsverhältnis.

§ 2 Beginn eines Kategoriensystems

1. Formale Forderungen. Über diese Universalität in Einzelfällen hinaus ermöglicht die modifizierte Attributionstheorie jedoch – anders als die Fregesche Theorie – einen *systematischen Zusammenhang* logischer Einheiten. Dies zeigen wir nun, indem wir auf sie und *nur* auf sie gestützt ein Kategoriensystem entwickeln; dies darf also ausschließlich Attribute, Items und Verhalte enthalten. Die wichtigste Systembedingung ist ja bereits erfüllt, denn gemäß Satz 2 ist diese Einteilung vollständig, d.h.

jede Einheit ist Attribut, Item oder Verhalt. Offen ist nur, welcher Grad an Differenziertheit allein mit diesem Mittel erreichbar ist.

Attribut, Item und Verhalt sind ja *Rollen*; d.h. sie sind nicht absolut, sondern mit Bezug zueinander charakterisiert. Gemäß Satz 1 treten Träger dieser Rollen nur im Tripel auf. Damit verbleibt als Mittel für den Systemaufbau einzig, darzulegen, *welche* Einheiten *gemeinsam* ein Tripel bilden.

Zu klären ist somit, welche Einheiten in welchen Rollen kombinierbar sind. Dabei sind zweierlei Abgrenzungsverfahren möglich. Entweder sind nur die Kombinationen zulässig, die eigens erlaubt sind, oder alle diejenigen, die nicht verboten sind. In traditionellen Kategoriensystemen wird stets das erste Verfahren verwandt. Wir dagegen verwenden das zweite Verfahren. Dies ist zulässig aufgrund der bereits gesicherten Vollständigkeit. Wir formulieren die Abgrenzung der möglichen Kombinationen also nicht durch Erlaubnisse, sondern durch einschränkende Forderungen.

Die Wahl dieser Forderungen ist prinzipiell völlig frei. Traditionell werden sie *inhaltlich*, d.h. mittels absoluter Eigenschaften formuliert. Frege bleibt in dieser Tradition; er engt mit seiner Forderung (F1) Argumente und Werte auf *Gegenstände* und somit auf *absolut* charakterisierte Einheiten ein. In gleicher Weise stützt er seine *Begriffs*definition auf die speziellen Gegenstände W und F.

Wir dagegen werden *keine* solchen inhaltlichen Forderungen erheben, sondern statt dessen Forderungen nur an das *Verhältnis* der drei *Rollen* stellen. Solche Forderungen, die nur das Verhältnis von Rollen betreffen, nennen wir „formal“.[1] Wir werden demnach im folgenden ausschließlich formale Forderungen erheben. Dies hat eine gewichtige Folge: Wir sind dadurch entbunden von der sog. „ontologischen Verpflichtung“, d.h. der Angabe der Art der thematisierten Einheiten, eine Verpflichtung, die mit jeder *inhaltlichen* Forderung unausweichlich verbunden ist. Solche formalen Forderungen dagegen sind vor und unabhängig von jedem Inhalt zu stellen. Der Inhalt ist also durch sie nicht im Einzelnen, sondern nur in seiner Systematik, d.h. in seinem Zusammenhang betroffen.

2. Zur Verträglichkeit von Rollen. Die Gestalt des Systems hängt dabei natürlich vom gewählten Forderungspaket ab; verschiedene Forderungen führen i.a. zu verschiedenen Systemformen. In unserem Forderungspaket legen wir zunächst fest, dass eine Sättigung stets eine *Total*sättigung ist, dass eine gesättigte Einheit also nicht (erneut) sättigbar ist. Dazu fordern wir, dass die Rolle des einfachen Verhalts mit der des Attributes *un*verträglich ist, d.h.

(P2) Keine Einheit ist *sowohl* einfacher Verhalt *als auch* Attribut.

Die anderen Rollen dagegen mögen paarweise verträglich sein; d.h. wir lassen zu, dass eine sättigende Einheit entweder zudem sättigbar ist oder zudem gesättigt ist. Auch Frege nennt für den ersten Fall dreierlei Beispiele von Attributen, die zudem als Items aufgefaßt werden können, nämlich

a) ´positive Zahl` wie in ´Es gibt eine positive Zahl`. (LiM S.163)
(3) b) ´Löwe` wie in ´Ein Löwe ist ein Raubtier` (ASuB)
c) ´Gleichheit` wie in `Die Gleichheitsrelation ist rechtseindeutig` (LiM S.164)

Dabei hat die Rolle des einfachen Verhalts gegenüber den beiden anderen Rollen stets eine Sonderstellung, wie auch in dem Schema (1) sichtbar wird: Jeder einfache Verhalt ist Ergebnis einer Verbindung eines Items und eines Attributes, bzw. in Item und Attribut zerlegbar; der einfache Verhalt ist somit auffaßbar als ein Ganzes, das aus zwei verschiedenartigen Teilen besteht. Dem tragen wir Rechnung, indem wir zunächst das Ganze nur als Ganzes, d.h. nicht als Teil, und seine Teile nur als Teile,

[1] Die Formalität beruht also nicht auf der Sprache.

d.h. nicht als Ganzes, betrachten. Wir untersuchen also zunächst nur einfache Verhalte für die neben (P2) auch gilt

(4) Keine Einheit ist sowohl einfacher Verhalt als auch Item.

Unter diesen beiden Bedingungen ist das folgende 4-Felder-Schema vollständig.

(5)

	kein Attribut	Attribut
kein Item	einfache Verhalte	
Item		

Die Klasse der Verhalte ist also durch die der Attribute und die der Items darstellbar.

3. Zur Reduktion der Einheiten auf Items und Attribute. Diese dritte Klasse, die der Verhalte, tritt bei Frege nicht auf; er meint ja mit *zweierlei* Einheiten auskommen zu können, gesättigten und ungesättigten. Nur sie sind also miteinander kombinierbar. Diese Kombinierbarkeit engt Frege dann auf *verschiedenartige* Einheiten ein: Kombinierbar sind jeweils nur eine *gesättigte* und eine *ungesättigte* Einheit. Gerade darin sah er ja die Lösung des Attributionsproblems.

Wir gehen nun zwar von *dreierlei* Einheiten aus, doch ist nicht nur die *Klasse* der einfachen Verhalte, sondern sogar jeder einzelne einfache Verhalt durch Items und Attribute darstellbar. Denn zum einen ist nach Satz 1 jeder einfache Verhalt f(a) zerlegbar in ein Attribut f(x) und ein Item a. Zum andern hatten wir in Übereinstimmung mit der Intention Freges in der Forderung (P1) bereits verlangt, dass umgekehrt in jedem Rollentripel ein Item und ein Attribut eindeutig einen Verhalt bestimmen. Zusammen ergibt sich so der zentrale

Satz 3 : Jede Einheit ist durch Items und Attribute darstellbar.

In der *Darstellung* kommen wir damit ebenso wie Frege mit *zwei* Typen von Einheiten aus. Demnach genügt es, allein diese beiden Typen, nämlich Items und Attribute zu untersuchen. Für den Aufbau eines Kategoriensystems ist somit statt der Bildung zulässiger *Tripel* nurmehr die zulässiger *Paare* zu klären. Es bleibt also einzig die Freiheit, zu fixieren, *welche* Attribute mit *welchen* Items kombinierbar sind.

4. Der Anwendungsbereich eines Attributes. Frege kann diese Freiheit nicht nutzen; er läßt *nicht* zu, dass eine Funktion mit einigen Gegenständen kombinierbar ist und mit anderen nicht, sondern fordert mit (F2) ausdrücklich, dass *jeder* Gegenstand *jede* Funktion sättigt. Wir dagegen weichen in diesem Punkt entscheidend von Frege ab und nutzen die Gestaltungsmöglichkeiten, die diese Kombinationsfreiheit bietet. Wir schränken die möglichen Kombinationen zwischen Item und Attribut ein, d.h. es muß *nicht jedes* Item mit *jedem* Attribut kombinierbar sein.[1] Damit entsprechen wir dem üblichen Verständnis, nach dem etwa eine Zahl nicht rot, bzw. ein Stein nicht gerecht sein kann. In der *Gestaltung* dieser Kombinationsfreiheit von Item und Attribut, die ungestaltet stets selbstverständlich in Anspruch genommen wird, sehen wir das entscheidende Mittel, sich *in der Logik* aus der selbstverschuldeten Fesselung an die Extension, d.h. die vermeintliche Realität zu befreien.

Diejenigen Items, die mit einem Attribut f zu einem Verhalt kombinierbar sind, d.h. auf die das Attribut anwendbar ist, bilden den „Anwendungsbereich“ dieses Attributes. Da die Inhaber der drei Rollen nach Satz 1 nur im Tripel auftreten, ist für die Anwendungsbereiche ein erstes Ergebnis schon gesichert, nämlich

Satz 4 : (α) Der Anwendungsbereich jedes Attributes ist nicht leer.
(β) Jedes Item liegt im Anwendungsbereich mindestens eines Attributes.

[1] Frege geht später bei Attributen höherer Stufe genau so vor; auch er schränkt den Anwendungsbereich solcher Attribute ein und zwar auf „Attribute niederer Stufe“.(FuB S.27)

Zu klären bleibt also nur noch, *welches* Item im Anwendungsbereich *welches* Attributes liegt. Dies wird durch die „Intension“ des Attributes festgelegt. Dabei ist der Bereich jedes *einzelnen* Attributes prinzipiell frei wählbar; er ist – anders als seine später einzuführende Extension – nicht durch irgendetwas vorgegeben. Was z.B. rot sein kann, was gesund, was Eigentum sein kann oder was gerecht, ist frei fixierbar.[1] Wohl weil diese Freiheit in der Abgrenzung des jeweiligen Anwendungsbereichs als Beliebigkeit aufgefaßt wurde, sind die damit verbundenen Gestaltungsmöglichkeiten bisher nicht recht gewürdigt und genutzt worden. Sie wurden entweder nicht gesehen oder durch Einführung eines universe of discourse neutralisiert.

Für uns relevant wird die Fixierung von Anwendungsbereichen, wenn *mehrere* Attribute und damit mehrere Anwendungsbereiche auftreten. Dann werden wir analog zum *obigen* Vorgehen nicht den Bereich *einzelner* Attribute beschränken, sondern wieder Forderungen allein an das *Verhältnis* der Bereiche stellen. Auch diese Forderungen werden also formal sein. So ist es möglich, die Festlegung von Anwendungsbereichen für eine durchsichtige Gliederung der Attribute zu nutzen, wie sie für den Aufbau eines Kategoriensystems günstig ist. Wir geben also im Konfliktfall der Stringenz des Begriffsaufbaus Vorrang vor einer naturwüchsigen oder an Einzelbegriffen orientierten Intension.

5. Zur Spreizung von Items und Attributen. Das o.g. 4-Felder-Schema (5) liefert ja eine Klassifikation nur bzgl. der Rolle jedes *einzelnen* Items, Attributes oder Verhaltes. Es berücksichtigt nicht die jeweiligen Partner und deren mögliche Rollen. Ziel ist es aber nicht, *einzelne* Rolleninhaber zu klassifizieren, sondern mögliche *Paare* aus Item und Attribut einzugrenzen. Dazu müssen wir auch bzgl. der Rollen des jeweiligen Partners differenzieren.

Daher unterscheiden wir innerhalb der Attribute zwischen Attributen von *Nur*-Items und solchen von *Auch*-Items und fordern, dass diese beiden Klassen disjunkt sind:

(P3) Keine Einheit ist Attribut von Attributen *und* von Nicht-Attributen.

Ebenso unterscheiden wir innerhalb der Items zwischen Items von *Nur*-Attributen und solchen von *Auch*-Attributen und fordern, dass auch diese disjunkt sind:

(P4) Keine Einheit ist Item zu Items *und* zu Nicht-Items.

Daraus erhält man die beiden folgenden Ketten von Dichotomien:

Attribut
von Nicht-Attributen | von Attributen
von Nicht-Attributen | von Attributen
von Nicht-Attributen | von Attributen

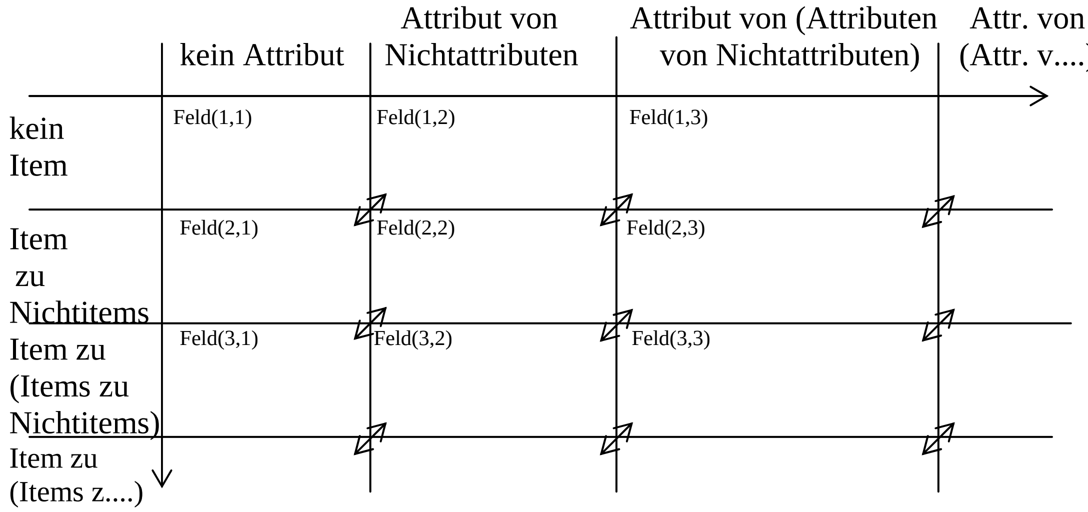
(6)

Item
zu Nicht-Items | zu Items
zu Nicht-Items | zu Items
zu Nicht-Items | zu Items

Durch Kombination dieser beiden Ketten ist das o.g. 4-Felder-Schema (5) zu differenzieren zum Schema

[1] Dabei bildet sich in jeder Gemeinschaft natürlich jeweils ein Kernanwendungsbereich heraus.

(7)



Darin werden untergliedert zum einen die *Attribute* nach der Art ihrer Items, zum andern die *Items* nach der Art ihrer Attribute. Danach sind als Item und Attribut miteinander kombinierbar höchstens Einheiten in benachbarten Feldern derselben Diagonale. Dies ist durch einen Doppelpfeil angedeutet.

Von den daraus direkt ersichtlichen Folgerungen wollen wir einige anführen:

Satz 5 : (α) Ist f Attribut von g, dann ist g nicht Attribut von f.

(β) Zwei Attribute desselben Items sind nicht *aufeinander* anwendbar.

(γ) Keine Einheit ist Attribut ihrer selbst. (Akzidens-Akzidens-Verbot)

(δ) Ist g Attribut von f und f Attribut von a, dann ist g kein Attribut von a.

(ε) Die Träger der drei Rollen Attribut, Item, Verhalt sind stets verschieden.[1]

Da das Schema (7) das 4-Felder-Schema (5) lediglich differenziert, bleiben in ihm sämtliche Einheiten enthalten, d.h. jede Einheit liegt in *mindestens* einem Feld. Wegen der beiden Dichotomieen aus (P3) und (P4) liegt jede Einheit, die nicht Item *und* einfacher Verhalt ist, aber auch in *höchstens* einem Feld. Somit gilt

Satz 6 : Jede Einheit, die nicht Item *und* Verhalt ist, liegt in *genau* einem Feld.

Damit ist erwiesen, dass es möglich ist, ein System zu entwickeln, das nicht inhaltlich ist, und das dennoch eine Einteilung in disjunkte Klassen liefert. Die drei Rollen zusammen mit den Forderungen (P1) – (P4) ergeben ein solches System. Dieses System liefert daher ein vollständiges Ordnungsschema, ohne dass auch nur eine der zu ordnenden Einheiten genannt würde. Es liefert also eine Ordnung, *bevor*, ja *ohne dass* ein Inhalt auftritt. Insbesondere präjudiziert es demnach keinen tatsächlichen Zusammenhang zwischen Einheiten. Damit ist es unabhängig von vorgeblichen Fakten oder Wahrheiten und so auch nicht Irrtümern oder Fälschungen ausgesetzt. Weiter ist dadurch jede Art von Fundamentalismus unnötig, sei es, dass ein Basisgebiet ausgemacht wird, sei es, dass gewisse Annahmen als evident gesetzt werden.

6. Beispiele. Zur Erläuterung des Schemas (7) ordnen wir darin unter (8) einige Beispielseinheiten ein. Dabei geht es uns nur darum, für einige Felder Repräsentanten vorzustellen, um so die Eigenart des jeweiligen Feldes zu verdeutlichen.

Der Inhalt des **Feldes (1,1)** oben links ist dabei unproblematisch. Darin sind alle einfachen Verhalte einzuordnen.

In den **Rest der <u>1.Spalte</u>** ordnen wir diejenigen Einheiten ein, die Items, aber keine Attribute sind. Wir beginnen im *zweiten Feld* mit Einzelgegenständen wie ´Paul` oder ´3`, dann folgen im *dritten Feld* Tupel davon, dann Tupel solcher Tupel u.s.w.

[1] Dagegen sind im Fregeschen Ansatz, ders ja vom Argument nicht zum Verhalt, sondern zum Wert führt, Argument und Wert nicht notwendig verschieden. So hat z.B. die Funktion $1/3\ x^2$ für das Argument 3 den Wert 3.

In die **<u>2.Spalte</u>** ordnen wir die *Attribute* von Nichtattributen ein, also Attribute von Einheiten der 1.Spalte. Ins ***erste Feld*** stellen wir *1-stellige* Attribute wie ´rot(x)`, ins ***zweite Feld*** *Relationen*, d.h. mehrstellige Attribute, nach Stelligkeit gegliedert; im ***dritten Feld*** folgen Tupel von Relationen, danach Tupel solcher Tupel u.s.w.

In die **<u>3.Spalte</u>** ordnen wir die Attribute von Einheiten der 2.Spalte.

Ins ***erste Feld*** sind danach die Attribute von Relationen einzuordnen. Solche Attribute treten auf, weil Relationen stets mehrstellig und so für jede Relation spezifische Besonderheiten im Verhältnis ihrer n Argumente möglich sind. Jede dieser Besonderheiten ist als ´<u>Relationseigenschaft</u>` Attribut der Relation. Ihr Anwendungsbereich umfaßt jeweils nur Relationen gleicher Stelligkeit. Jede Relationseigenschaft ist in der Sprache der Prädikatenlogik darstellbar.

Eine Relationseigenschaft *3-stelliger* Relationen ist z.B. die Kommutativität[1], eine 2-*stelliger* Relationen z.B. die Symmetrie. Letztere besagt, dass die Stellenzuordnung der zwei Argumente gleichgültig ist; sie ist darstellbar als

´ist symmetrisch (r)` und als $\forall x \forall y\ (r(x,y) \rightarrow r(y,x))$.[2]

Durch Anwendung dieses Attributes etwa auf die Gleichheit ergibt sich der Verhalt

(8) ´Die Gleichheit ist symmetrisch` d.h. $\forall x \forall y\ (x=y \rightarrow y=x)$.

Damit wird erstmalig die *Relativität* der Rollen von Item und Attribut virulent, denn die Gleichheit ist ja auch *Attribut* z.B. vom Item [5,3].

In das ***zweite Feld*** der 3.Spalte sind nun Attribute von Relationentupeln und somit *Relationen* zwischen Relationen, d.h. „<u>Relationenrelationen</u>" einzuordnen. Ein Beispiel dafür ist das aus der Mathematik bekannte Attribut

´ist (links)distributiv(r_1,r_2)`, d.h.

$$\forall x \forall y \forall z \forall u \forall v \forall w \forall t\ [r_1(x,y,z) \wedge r_2(t,x,u) \wedge r_2(t,y,v)] \rightarrow [r_2(t,z,w) \leftrightarrow r_1(u,v,w)]$$

Das ist eine Beziehung zwischen zwei 3-stelligen Relationen. Sie ist anwendbar etwa auf das Bitupel [Mult,Add].[3]

In die **<u>4.Spalte</u>** ordnen wir die Attribute von Einheiten der 3.Spalte. Ein solches Attribut ist der 1-stellige Begriff ´ist dual(-)`. Er ist anwendbar auf Relationenrelationen von Relationen gleicher Stelligkeit wie etwa die Distributivität, usw.

(9)

	kein Attribut	Attribut von Nichtattributen	Attribut von (Attributen von Nichtattributen)	Attr. von (Attr. v....)
kein Item	**Sachverhalte:** rot(Paul); ist Zahl(4) >(5,3); Add(3,5,8);Mult(3,5,8) symmetrisch(>) kommutativ(Add)	rot(-); ist Zahl(-); 5>(-); (-)>3;	***Relationseigenschaften:*** **a)**symmetrisch(-),rechtseindeutig(-) reflexiv(-) ,transitiv(-),... **b)** kommutativ(-), assoziativ(-) **c)**	**α)** dual(-) **β)**
Item zu N.Items	Paul, Anna 3, 5, 8	***Relationen:*** **a)** 2-stellig: >(-,-); **b)** 3-stellig: Add(-,-,-), Mult(-,-,-), **c)** n-stellig:	***Relationenrelationen:*** **α)** gleichstellige Argumente: distributiv(-,-) **β)** ungleichstellige Argumente: monoton(-,-)	
Item zu (It.s zu N.-items)	**a)** [Paul,Anna]; [5,3] **b)** [3,5,8] **c)**	***Relationentupel*:** **α)**[Add(-,-,-),Mult(-,-,-)] **β)** [>,Add]		
Item zu (It.s zu It.s zu..)	**α)** [[3,5,8],[4,2,8]]			

Innerhalb der Felder sind weitere formale Differenzierungen möglich.

[1] ist (links)kommutativ(r) d.h. $\forall x \forall y \forall z\ (r(x,y,z) \rightarrow r(y,x,z))$

[2] Darin ist r eine Relationsvariable und nimmt die Position einer Leerstelle ein.

[3] (Erst) unter der Voraussetzung Addition und Multiplikation seien je *rechtseindeutig* ist der Verhalt ´ist distributiv(Mult,Add)` in bekannter Weise darstellbar als ´$\forall x \forall y \forall z\ [x \cdot (y+z)=x \cdot y+x \cdot z]$`.

§ 3 Attribute höherer Stufe

1. Zur Stufung von Verhalten. Nach diesen *Beispielen* setzen wir nun den Aufbau des allgemeinen Systemrahmens fort. Oben hatten wir ja festgehalten, dass erstens Attribute und zweitens Verhalte zudem Items sein können. Bisher haben wir nur die erste Doppelrolle untersucht; sie führte zu Schema (7).

Nun wenden wir uns – wenigstens andeutungsweise – der zweiten Doppelrolle zu, betrachten also *einfache Verhalte*, die zudem auch *Items* sind. Jeder solche Einheit ist dann Item zu mindestens einem Attribut. Sie muß also als Verhalt in Feld (1,1), als Item in Feld (2,1) liegen. Dies ist nach Satz 6 nur möglich, wenn *mehrere* Schemata der Gestalt (7) auftreten. Die Rollen Item, Attribut und Verhalt sind dann jeweils an genau eines der Schemata gebunden; als Rollentripel gehören sie damit stets zu demselben Schema. Die Schemata und ihre Inhalte können wir nun linearisieren und ihnen je ein „Stufe“[1] zuordnen, indem wir fordern

(P5) Ist ein Verhalt n-ter Stufe zudem ein Item, dann ein Item (n+1)-ter Stufe.

Es liegt dann in Feld (2,1) des Schemas (n+1)-ter Stufe und bildet dann mit einem Attribut (n+1)-ter Stufe einen einfachen Verhalt (n+1)-ter Stufe. Um die Vollständigkeit jedes Schemas der Gestalt (5) zu sichern, führen wir für relativ höhere Stufen besondere Attribute ein: Eine „Valenz“ (n+1)-ter Stufe ist ein 1-stelliges Attribut (n+1)-ter Stufe, dessen Anwendungsbereich *alle* Einheiten n-ter Stufe umfaßt. Jede solche Valenz ist also auf die Träger aller 3 Rollen n-ter Stufe anwendbar. Dafür fordern wir

(P6) Jedes Schema (n+1)-ter Stufe enthält mindestens eine Valenz.

Damit liegen sämtliche Einheiten n-ter Stufe stets in Feld (2,1) des Schemas (5) (n+1)-ter Stufe. Das Schema, in dessen Feld (2,1) keine Verhalte liegen, enthält die Einheiten 1. Stufe. So erhält man z.B. für Einheiten 2.Stufe das Schema:

(10)

	kein Attribut	Attribut von Nichtattributen	Attribut von (Attributen von Nichtattributen)	Attr. von (Attr. v....)
kein Item	einfache Verhalte 2.Stufe	Existenz	***Relationseigenschaften 2.Stufe*** **a)**symmetrisch(-), **b)** linksbitotal(-)	
Item zu Nichtitems	**Schema (9) 1.Stufe**	***Relationen 2.Stufe*** **a)** konträr zu(-,-) **b)** Konjunktion(-,-,-) Attribution[1](-,-,-)	***Relationenrelationen 2.Stufe***	
Item zu (Items zu Nichtitems)				
Item zu (Items z....)				

2. Valenzen. Beispiele von Valenzen sind die sog. Transzendentalien wie die *Existenz* und die *Wahrheit*. Die Existenz ist anwendbar spezifisch auf jede ´kategoriale` Einheit, d.h. auf jede Einheit 1.Stufe; sie ist somit ein Begriff 2.Stufe, die Wahrheit ist entsprechend anwendbar auf jede Einheit 2.Stufe und daher ein Begriff 3.Stufe. Ein Sachverhalt wie ´Paul ist rot` ist dabei ein Verhalt 1.Stufe,
eine Tatsache wie ´Es ist der Fall, dass Paul rot ist` ein Verhalt 2.Stufe,
ein Urteil wie ´es ist wahr, dass es der Fall ist, dass Paul rot ist` ein Verhalt 3.Stufe.

Dabei sind etwa für die Existenz je nach Rolle ihrer Items mehrere Formen unterscheidbar, nämlich die von Verhalten, die von Items und die von Attributen. Die Existenzweise von Sachverhalten z.B. ist das ´Bestehen`, die von Items die Subsistenz, die von Attributen die Inhärenz. Diese drei Weisen sind nun durch eine *inhaltliche*

[1] In dieser Terminologie folgen wir Frege.(siehe FuB S.27)

Forderung aneinander zu binden, etwa indem man dem Ganzen Vorrang gibt vor den beiden Teilen, was dem von Dummet[1] herausgearbeiteten Fregeschen „Kontextprinzip“ entspricht. Dann gilt etwa für Einheiten 1.Stufe:

> Ein Item a bzw. ein Attribut f existieren höchstens dann, wenn mindestens ein Sachverhalt f(a) besteht, in dem sie auftreten.

Mittels des Bestehens, d.h. der Existenz von *Sachverhalten* ist dann die ´Extension` eines *Attributes* f zu definieren als die Klasse derjenigen Items, die im Fregeschen Sinne „unter das Attribut f fallen“. So umfaßt die Extension eines *kategorialen* Attributes f genau diejenigen Items a zu f, für die gilt ´f(a) *besteht*`. Daraus folgt
Satz 7 : Die Extension jedes Attributes liegt innerhalb seines Anwendungsbereichs.

3. Relationen 2.Stufe. Nach den 1-stelligen *Begriffen* 2.Stufe betrachten wir nun (mehrstellige) *Relationen* 2.Stufe. Einfachste Beispiele dafür sind Relationen, deren Argumentbereiche gleich sind. Eine 2-stellige Relation dieser Art ist etwa die Kontrarietät[2]; 3-stellige Relationen dieser Art sind etwa die logischen Junktionen wie z.B. die *Konjunktion* und die *Implikation*. Items zu ihnen sind demnach z.B. Tripel von Verhalten oder Tripel von Attributen mit demselben Anwendungsbereich. Jede solche Junktion ist also analog etwa zur 3-stelligen Relation der Addition, deren Items ebenfalls jeweils Tripel gleichartiger Argumente wie z.B. *natürlicher Zahlen* sind. Ebenso wie dabei durch die Argumente der ersten beiden Stellen etwa ´3` und ´5` das der dritten Stelle ´3+5` bestimmt wird, so etwa bei der Konjunktion durch die Verhalte ´p` und ´q` der Verhalt ´$p \wedge q$`, bei der Implikation durch die Attribute ´f(x)` und ´g(x)` das Attribut ´$[f \rightarrow g](x)$`.

Damit sind die in (3) genannten Fregeschen Beispiele in folgender Weise zu analysieren:

a) ´Es gibt eine Zahl` als ´(der Begriff) *Zahl* ist partikulär erfüllt`
Dies ist ein einfacher Verhalt 2.Stufe mit dem 1-stelligen (auf alle Begriffe 1.Stufe anwendbaren) Begriff 2.Stufe ´ist partikulär erfüllt` als Attribut.
Er besagt, dass die Extension des Begriffs ´Zahl(x)` nicht leer ist.

b) ´Ein Löwe ist ein Raubtier` als
´(der komplexe Begriff) [*Löwe*→*Raubtier*](x) ist universell erfüllt`
Dies ist ein einfacher Verhalt 2.Stufe mit dem 1-stelligen (auf alle Begriffe 1.Stufe anwendbaren) Begriff 2.Stufe ´ist universell erfüllt` als Attribut.
Er besagt, dass die Extension des Begriffs ´[*Löwe*→*Raubtier*](x)` gleich seinem Anwendungsbereich ist.

c) ´Die Gleichheitsrelation ist rechtseindeutig` ist dagegen ebenso wie wie der in (8) genannte Verhalt ein Verhalt 1.Stufe mit der Gleichheit, einer Relation 1.Stufe, als Item und der Rechtseindeutigkeit als deren Attribut 1.Stufe.

Nur die Begriffe ´ist partikulär erfüllt` und ´ist universell erfüllt` sind also höherstufig, die Rechtseindeutigkeit dagegen ist entgegen der Fregeschen Sicht[3] gleichstufig. Attribute, die auf Attribute anwendbar sind und die Frege sämtlich als Attribute höherer Stufe auffaßt, unterscheiden wir ja danach, ob sie wie z.B. die Existenz aus der Doppelrolle Verhalt/Item, oder wie z.B. die Symmetrie aus der Doppelrolle Attribut/-Item erwachsen. Nur erstere nennen wir Attribute (relativ) höherer Stufe.

4. Attribution als Relation. Schließlich ermöglicht das Schema (10) nun auch, Tripel aus Attribut, Item und Verhalt als *Relata* einer 3-stelligen Relation zu sehen. Wir nennen diese Relation ´Attribution (1.Stufe)`. Damit gilt

---

[1] Dummet, Michael: *Frege, Philosophy of Language*, Worcester-London 1973
[2] Siehe M.H., *Kontrarietät*
[3] in Frege, LiM S.163

Satz 8 : Die Attribution 1.Stufe ist ein Attribut 2.Stufe.

Danach sind Attribut und Item als Relata der Attribution in *Relation* zueinander zu sehen, eine Situation, die Frege meinte unter allen Umständen vermeiden zu müssen, um dem eingangs genannten Regress zu entgehen. Das Fregesche Denken ist nämlich noch im Geiste der Tradition auf eine Synthesis, d.h. auf eine *operationale* Verbindung fixiert. Dabei werden zwei Einheiten wie ´rot` und ´Paul` - auf welche Weise auch immer – zusammengefügt, und dadurch entsteht eine dritte.[1] Es liegen also *entweder*, d.h. vor ihrer Verbindung, die zwei Teile ´rot` und ´Paul` vor *oder* nach ihrer Verbindung das Ganze ´Paul ist rot`. Diesem Denken entspricht die *2-Stelligkeit* der Verbindungsrelation zwischen den Teilen, und diese führt zum Regress.

Dagegen besteht diese Gefahr in unserem Ansatz nicht. Denn dabei werden Attribut, Item und Verhalt durch eine *3-stelligeRelation* verbunden. In diesem Falle muß für das Auftreten einer Einheit, die die Rolle des Ganzen einnehmen kann, eine Relation nicht einmal *vorausgesetzt* werden. Im Gegenteil muß umgekehrt auch diese Einheit als solche vorausgesetzt werden, bevor sie Argument irgendeiner einer Relation sein kann. Das Ganze und die beiden Teile haben danach zum ersten als drei Einheiten Priorität vor der Relation zwischen ihnen und treten zum zweiten nicht *alternativ*, sondern zugleich auf.

Dies gilt ja für jede Relation. So ist die Addition eine 3-stellige Relation z.B. auf den natürlichen Zahlen. Dabei sind zum ersten, insofern die Addition *nur* auf Zahlen definiert ist, die Zahlen Voraussetzung für das Auftreten der Addition, zum zweiten tritt ein Zahlentripel stets *gemeinsam* als Item zur Addition auf.

§ 4 Folgerungen

1. Zusammenfassung. Bevor wir uns abschließend Folgerungen aus einem solchen *formalen* Kategoriensystem zuwenden, wollen wir noch einmal sein Aufbauprinzip rekapitulieren. Basis dieses Aufbau ist allein die Attribution. In ihr sehen wir mit Frege „*die* logische Grundbeziehung". Wir fassen sie aber anders als Frege nicht *absolut*, sondern *relativ* auf. Dazu haben wir im ersten Schritt eine *relationale* Attributionstheorie vorgestellt, die genau drei Rollen vorsieht, die eines Attributes, die eines Items dazu und die eines durch beide bestimmten Verhaltes.

Im zweiten Schritt haben wir dann die durch diese Attributionstheorie eröffnete Freiheit genutzt und allein mittels dieser drei Rollen den *Rahmen* eines Kategoriensystems erstellt, indem wir *Forderungen* an die *Träger* der Rollen gestellt haben. Gegenüber traditionellen Ansätzen sind *unsere* Forderungen zweifach abgehoben: zum ersten betreffen sie nicht die Realität, können also nicht wahr oder falsch sein. Zum zweiten sind es darüber hinaus nicht einmal *inhaltliche* Forderungen, sondern sie sind *formal*, insofern sie nur das *Verhältnis* der drei Rollen betreffen. Damit konzipieren sie ein leeres System, d.h. sie liefern lediglich das *Gerüst* eines Kategoriensystems. Dieses System ist aber vollständig; darin haben also *sämtliche* der Attribution unterworfene Einheiten Platz. Zudem ist dieses System disjunkt, d.h. es ordnet jeder Einheit nur einen Platz zu. Die Forderungen liefern demnach ein vollständiges formales Kategoriensystem.

Dabei behaupten wir nicht, dass unsere Forderungen die einzigen seien, die zu einem vollständigen formalen System führen, oder dass sie in irgendeiner Hinsicht optimal seien,[2] müssen dies also auch nicht beweisen. Wir wollen nur zeigen, dass und wie *überhaupt* ein vollständiges formales Kategoriensystem zu erstellen ist.

---

[1] Das „Fallen des Gegenstandes a unter den Begriff f(x)“ darf also nicht als solche *Beziehung stiftende* Relation aufgefaßt werden.

[2] Ob aber auch *andere* Forderungen oder gar ein anderes Attributionsverständnis ein solches System ermöglichen, ist jedoch fraglich.

Während wir diese beiden ersten Schritte, wenn auch nur skizzenhaft, *ausgeführt* haben, besteht der dritte in der Durchführung eines umfassenden Programms, dessen Beginn wir hier nur *andeuten* konnten. In den leeren Systemrahmen sind nun nämlich sämtliche in irgendeiner Weise gegebenen logischen Einheiten einzuordnen. Die Stellung jeder einzelnen Einheit ist dabei völlig frei; sie muß lediglich dem Forderungspaket genügen, d.h. im Kern lediglich eine einzige Bedingung erfüllen, nämlich Item, Attribut oder Verhalt sein. Diese notwendige und hinreichende Bedingung jeder Analyse ist somit einerseits ganz einfach, andrerseits rigoros hart; sie läßt keine Ausflüchte zu.

2. Zur Begriffsbildung. Im üblichen Gebrauch hat jeder Begriff einen mehr oder weniger genau fixierten Anwendungsbereich. Dieser ist aber, wenn überhaupt, dann eher zufällig festgelegt worden. Die Einführung eines Begriffs und seines Anwendungsbereichs kann ja auf vielerlei Weisen angeregt sein, insbesondere auch durch vermeintliche Fakten, Phänomene oder Sinneseindrücke. Jede solche Begriffsbildung ist möglich und zulässig. Doch begründet die Genese eines Begriffs nicht eine Geltung. Der Begriff selbst kann nicht *begründet* werden. Für Einzelbegriffe gibt es keine Wahrheit, kein richtig oder falsch.[1] Daher wird weder beim Fregeschen Ansatz der Sättigung einer Funktion durch einen Gegenstand noch bei unserer Modifikation, der Kombination von Attribut, Item und Verhalt, in irgendeiner Weise die Existenz bzw. Wahrheit von etwas vorausgesetzt. Damit gilt

Satz 9 : Die Attribution ist unabhängig von Existenz und Wahrheit.

Dieses Ergebnis ist sehr weitreichend. Es zeigt, daß der gesamte auf die Attribution gegründete Aufbau insbesondere von der Empirie unabhängig ist. Das wiederum besagt, daß sämtliche Einheiten in dem Kategoriengebäude nicht an Erfahrung o.ä. gebunden ist. Wir können sie aber statt an *äußere* scheinbare Fakten an *innere* Prinzipien binden. Diese sind völlig unserer Kontrolle unterworfen und damit bzgl. der eigenen Ziele zu wählen. Sie ermöglichen ein nicht von außen gestütztes, sondern ein selbsttragendes relatives System, das somit nicht fundamentalistisch ist.

Damit ist die traditionelle Abfolge umgekehrt: Traditionell sollen Ordnungsschemata vorgeblich Gegebenes (und nur das[2]) klassifizieren; die Existenz hat dann Priorität vor der Ordnung. Erfaßt werden soll das Gegebene dabei mit irgendwelchen nur vorgeblichen Fakten verpflichteten Begriffen.

Demgegenüber soll jetzt die *Statik* des Begriffsgebäudes an erster Stelle stehen. Die Einsicht hat Priorität vor Erkenntnis. Nicht die Angemessenheit eines Einzelbegriffs, sondern seine logische Stellung bzgl. der anderen Begriffe ist zuerst zu klären.

Unser o.g. Einordnungsprogramm gibt deshalb bei der Fixierung der Anwendungsbereiche nicht der vorgeblichen Realität von Einzelnem, sondern dem gegenseitigen Bezug, d.h. der Systematik oberste Priorität. Danach sind bei der Einordnung jeder Einheit stets die bereits eingeordneten Einheiten zu berücksichtigen, denn sie geben ja als Items oder Attribute den möglichen Platz der einzufügenden Einheit vor. Offensichtlich engt aber jede eingeordnete Einheit die mögliche Stellung jeder späteren ein. Obwohl also noch kein Wahrheits- oder Realitätsanspruch vorliegt, wird so die anfängliche totale Freiheit durch das Einfügen von Begriffen immer weiter beschränkt. Die stützenden Einheiten geben den gestützten Halt und binden sie dadurch ein. Dadurch ergibt sich umgekehrt die Aufgabe, die Begriffe durch eine geeignete Reihenfolge und durch die Festlegung geeigneter Anwendungsbereiche so einzuordnen, dass die Einfügung weiterer Kandidaten nicht blockiert wird.

---

[1] Vgl. das Kontextprinzip

[2] Man denke etwa an das sog. „Occamsche Rasiermesser“.

Die dabei auftretenden Schwierigkeiten sind verständlicherweise erheblich. Hier im logischen Aufbau tritt nämlich bereits der größte Teil der Probleme auf, die üblicherweise der Anpassung an die Realität zugeschrieben werden; sie erwachsen aber eben *nicht* aus äußeren Vorgaben, sondern aus eigenen Setzungen. Es sind also nicht Probleme der Erkenntnis dieser, sondern jeder möglichen Realität und damit gar nicht spezifisch an die Realität gebunden.

3. Ein Einheitskriterium. Damit ist das Potential unseres Ansatzes aber noch nicht erschöpft, denn unser System ist zwar vollständig, hat bisher aber noch immer klassifikatorischen Charakter, insofern es bisher nur *vorgegebene* Einheiten ordnet. Diese *nachträgliche* Ordnung logischer Einheiten ist nun in einem 4. Schritt noch zu überbieten, insofern die Formalität unseres Systems auch eine *vorgängige* Ordnung erlaubt. Bisher haben wir ja lediglich bedacht, dass jede logische Einheit von der Attribution erfaßbar ist und daher einen Platz im Kategorienschema hat. Nun berücksichtigen wir zudem, dass eine Einheit einen Platz im Schema hat, *weil* sie von der Attribution als der logischen Grundbeziehung erfaßt wird, d.h. Item, Attribut oder einfacher Verhalt ist. Was auch immer als Item, Attribut oder einfacher Verhalt in unseren Systemrahmen einzuordnen ist, ist also eine logische Einheit. Daher können wir über die in irgendeiner Weise gegebenen hinaus weitere logische Einheiten zulassen, wenn sie nur einen Platz in dem System haben. Danach ist es für den Status „logische Einheit“ auch *hinreichend*, einen Platz im System zu haben. Somit ergibt sich

Satz 10 : (Einheitskriterium) *Genau* die Attribute, Items und einfachen Verhalte sind logische Einheiten.[1]

Damit wird die Bildung neuer Einheiten *systematisch* zugelassen; durch Erfahrung angeregte Begriffe haben somit keinen Vorrang vor anderen. Das Ordnungssystem ist daher einerseits aufgrund seiner Formalität vollständig, andrerseits aufgrund seiner *vorgängigen* Ordnung offen; es läßt stets die Einführung weiterer Einheiten zu. Unser System ist also ein *offenes* vollständiges formales Kategoriensystem. Da es unabhängig ist von jeder Extension, beruht es nicht auf dem *Wissen* von einer vorgeblichen Ordnung der Natur, sondern auf der *Einsicht* in einen Konstruktionszusammenhang. Dieser ist prinzipiell frei wählbar. Er ist daher selbst zu setzen. Da dies insbesondere in mehreren aufeinander aufbauenden Schritten geschehen kann, sind Korrekturen des Aufbaus in eben dieser Abfolge möglich. Die Konstruktion ist daher zum einen einsichtig, zum andern sicher, da sie nicht vom Wissen um äußere Gegebenheiten abhängt. Sie ist aber umgekehrt für die Erfassung und Gliederung dieser Gegebenheiten bindend und hat daher vor ihnen Priorität. Einziges Kriterium für die Güte einer solchen Konstruktion ist die Frage, ob es zu einem System führt, das zum einen universell und zum andern disjunkt ist, d.h. ob es jeder Einheit genau einen logischen Ort zuweist. Ein solches System ist eine Leistung des Denkens, die von der Natur zwar angeregt sein mag, aber von ihr nicht geprägt wird.

Wenn die Welt etwa *eine* sein soll, liegt das nicht in *ihr*, sondern muß mittels einer geeigneten Begriffspolitik erbracht werden. Die Schöpfung geschieht vielleicht in der Natur, sicher aber im Denken. Die Welt ist *diese* Welt nur durch das System, mit dem man sie erfaßt.

[1] Unser Ansatz ist also holistisch, jedoch nicht in dem Sinne, daß *alles* erkannt werden müßte, um *eines* zu erkennen, sondern daß alle (genutzten) Erkenntnismittel, d.h. Begriffe, in einem Gefüge stehen müssen, um damit eines zu erkennen.

Verwendete Literatur:

Carnap, Rudolf,

Der logischen Aufbau der Welt, Frankfurt/M, Berlin, Wien ^{4}1974

Dummet, Michael,

Frege, Philosophy of Language, Worcester-London 1973

Frege, Gottlob,

ASuB Ausführungen über Sinn und Bedeutung, in G. Frege *Schriften zur Logik und Sprachphilosophie*, aus dem Nachlaß hrsg. v. G.Gabriel. Hamburg 1971, S. 25-34.

FuB Funktion und Begriff, Vortrag, gehalten in der Sitzung vom 9.1.1891 der Jenaischen Gesellschaft für Medizin und Naturwissenschaft. Nachdruck in: G.Frege, *Funktion, Begriff , Bedeutung*, hrsg. v.G.Patzig. Göttingen 1975, S.18-39.

Bw Gottlob Freges Briefwechsel mit D.Hilbert, E.Husserl, R.Russell, sowie ausgewählte Einzelbriefe Freges. Hamburg 1980

LiM Logik in der Mathematik, in G. Frege *Schriften zur Logik und Sprachphilosophie*, aus dem Nachlaß hrsg. v. G.Gabriel. Hamburg 1971, S. 92-165.

WiF Was ist eine Funktion? in: Festschr. Ludwig Boltzmann gewidmet zum 60. Geburtstag, 1904, S.656-666. Nachdruck in: G.Frege, Funktion, Begriff , Bedeutung, hrsg. v.G.Patzig. Göttingen 1975, S.81-90.

Hohelüchter, Martin,

Kontrarietät, Münster 1988