



Experimentelle Physik

# Entwicklung und Untersuchung von Cluster-Jet-Targets höchster Dichte

Inaugural-Dissertation  
zur Erlangung des Doktorgrades  
der Naturwissenschaften im Fachbereich Physik  
der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät  
der Westfälischen Wilhelms-Universität Münster

vorgelegt von  
**Alexander Täschner**  
aus Münster

— 2012 —



Dekan: Prof. Dr. T. Kuhn  
Erster Gutachter: Prof. Dr. A. Khoukaz  
Zweiter Gutachter: Prof. Dr. J. P. Wessels

Tag der mündlichen Prüfung: **18.01.2013**  
Tag der Promotion: **18.01.2013**



## Zusammenfassung

Ziel dieser Arbeit war der Aufbau und die Untersuchung eines Cluster-Jet-Targets das in Geometrie und Dichte den Anforderungen moderner Speicherring-Experimente entspricht. Zu diesem Zweck wurde zunächst ein Cluster-Jet-Target, das MCT1, aufgebaut und erfolgreich in Betrieb genommen. Durch Optimierungen dieses Targets war es bereits möglich in einer bisher nicht verwendeten Entfernung von zwei Metern zwischen Cluster-Quelle und Wechselwirkungspunkt eine Dichte zu erreichen, die vorher nur in Targets erreicht wurde, bei denen dieser Abstand ein Drittel dieser Länge betrug. Im Rahmen dieser Arbeit wurde hiernach eine zweite Cluster-Quelle, das MCT2, konstruiert, aufgebaut und betrieben, die als Prototyp für das Cluster-Jet-Target des zukünftigen PANDA-Experiments des Beschleunigerkomplexes FAIR in Darmstadt dient. Mit diesem Target konnte eine Targetdichte von nahezu  $10^{15}$  Atome/cm<sup>3</sup> in einer Entfernung von 2 m hinter der Cluster-Quelle erreicht werden.

Neben dem Aufbau und Betrieb der beiden Cluster-Jet-Targets wurden zudem die Eigenschaften der erzeugten Cluster näher untersucht. Von besonderem Interesse ist hier die Verteilung der Clustergeschwindigkeiten die im Rahmen dieser Arbeit gemessen wurden. Des Weiteren konnte durch ein quasi-eindimensionales Modell der Düsenströmung unter Verwendung der Zustandsgleichung nach Van-der-Waals die mittlere Clustergeschwindigkeit reproduziert werden. Der Vergleich zwischen Simulation und Experiment liefert hierbei wichtige Informationen über die Clusterentstehung.

## Abstract

The objective of this thesis was the construction and investigation of a cluster jet target which meet the requirements of modern storage ring experiments concerning the geometry and the target thickness. At first the cluster jet target MCT1 was built up and commissioned successfully. By optimizing this target a target thickness was achieved at a distance of two meters between the cluster source and the interaction point that was previously only achieved at a third of this distance. Thereafter a second cluster source, the MCT2, was designed, constructed and operated which is the prototype for the cluster jet target of the future experiment PANDA at the accelerator complex FAIR in Darmstadt. With this cluster source a target thickness close to  $10^{15}$  atoms/cm<sup>3</sup> was reached at a distance of 2 m behind the nozzle of the cluster source.

In addition to the construction and operation of the two cluster jet targets the properties of the generated clusters were investigated. In this work the measurement of distribution of the cluster velocity is of particular interest. A quasi-one-dimensional model of the flow through the nozzle using the van der Waals equation of state was established which reproduces the mean cluster velocity with a good accuracy. The comparison between this model and the experimental data lead to important information concerning the cluster production process.



# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2. Das <math>\bar{\text{PANDA}}</math> Experiment</b>	<b>5</b>
2.1. Das Beschleunigerzentrum FAIR . . . . .	5
2.2. Forschungsschwerpunkte von $\bar{\text{PANDA}}$ . . . . .	8
2.3. Aufbau des $\bar{\text{PANDA}}$ Experiments . . . . .	14
2.4. Anforderungen an ein internes Target für $\bar{\text{PANDA}}$ . . . . .	18
2.5. Die internen Targets für $\bar{\text{PANDA}}$ . . . . .	21
<b>3. Cluster-Jet-Targets</b>	<b>25</b>
3.1. Etablierte Cluster-Jet-Targets . . . . .	25
3.2. Herausforderungen an ein Cluster-Jet-Target für $\bar{\text{PANDA}}$ . . . . .	26
3.3. Messung von Targetdichten . . . . .	29
<b>4. Münster-Cluster-Jet-Target 1</b>	<b>33</b>
4.1. Aufbau . . . . .	33
4.1.1. Cluster-Quelle . . . . .	33
4.1.2. Streukammer und Auffänger . . . . .	44
4.2. Messsystem . . . . .	46
4.2.1. Hardware . . . . .	46
4.2.2. Software . . . . .	47
4.3. Resultate des MCT1 . . . . .	49
4.3.1. Targetdichte . . . . .	49
4.3.2. Optische Aufnahme des Clusterstrahls . . . . .	50
<b>5. Münster-Cluster-Jet-Target 2</b>	<b>53</b>
5.1. Konzeption und Design . . . . .	53
5.1.1. Erniedrigung der Düsentemperatur . . . . .	54
5.1.2. Optimierung des Vakuumsystems . . . . .	70
5.1.3. Streukammer und Auffänger . . . . .	76
5.2. Resultate des MCT2 . . . . .	77
5.3. Integration in $\bar{\text{PANDA}}$ . . . . .	78
<b>6. Eigenschaften des Clusterstrahls und der Cluster</b>	<b>81</b>
6.1. Geschwindigkeit der Cluster . . . . .	81
6.1.1. Experimentelle Bestimmung der Clustergeschwindigkeit . . . . .	81

6.1.2.	Experimentelle Ergebnisse der Flugzeitmessung von Clustern .	97
6.1.3.	Berechnung der Clustergeschwindigkeit . . . . .	102
6.1.4.	Vergleich Simulation (perfektes Gas) und Experiment . . . . .	129
6.1.5.	Reales Wasserstoffgas . . . . .	132
6.1.6.	Vergleich Simulation (Van-der-Waals-Gas) und Experiment . .	155
6.1.7.	Einfluss der Düsengeometrie . . . . .	168
6.1.8.	Geschwindigkeitsverteilung der Cluster . . . . .	170
6.2.	Masse der Cluster . . . . .	179
6.3.	Messung der Flächendichte . . . . .	183
6.3.1.	Theoretische Grundlagen . . . . .	184
6.3.2.	Experimentelle Methoden . . . . .	187
<b>7.</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>203</b>
	<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>207</b>
<b>A.</b>	<b>Phasendiagramm von Wasserstoff</b>	<b>209</b>
<b>B.</b>	<b>Schallgeschwindigkeit realer Gase</b>	<b>211</b>
<b>C.</b>	<b>Wärmekapazität von idealem Wasserstoff</b>	<b>213</b>
C.1.	Energieniveaus der Rotations- und Schwingungszustände . . . . .	213
C.2.	Fitfunktion zur Parametrisierung der Wärmekapazität . . . . .	214
<b>D.</b>	<b>Verallgemeinerte Gammaverteilung</b>	<b>215</b>
<b>E.</b>	<b>Dampfdruckkurve des Van-der-Waals-Gases</b>	<b>217</b>
<b>F.</b>	<b>Messdaten der Flugzeitverteilungen von Clustern</b>	<b>219</b>
	<b>Literatur</b>	<b>233</b>
	<b>Danksagung</b>	<b>241</b>

# 1. Einleitung

Die theoretische Beschreibung der modernen Teilchen- und Hadronenphysik erfolgt im Rahmen des gut etablierten Standardmodells der Elementarteilchenphysik. In diesem Modell (siehe beispielsweise [Pov<sup>+</sup>09]) werden alle Wechselwirkungen zwischen den Elementarteilchen durch vier grundlegende Wechselwirkungen beschrieben: die Gravitation, die elektromagnetische Wechselwirkung sowie die schwache und die starke Wechselwirkung. Die letzten drei dieser Wechselwirkungen sind durch Quantenfeldtheorien als Austausch von entsprechenden Eichbosonen beschreibbar. Diese Eichbosonen sind das Photon  $\gamma$  für die elektromagnetische Wechselwirkung, die beiden geladenen W-Bosonen und das neutrale Z-Boson für die schwache Wechselwirkung und das Gluon  $g$  für die starke Wechselwirkung. Zusätzlich zu diesen Eichbosonen existieren im Standardmodell weitere zwölf Fermionen mit ihren Antiteilchen. Hierzu gehören die drei geladenen Leptonen, das Elektron  $e^-$ , das Myon  $\mu^-$  und das Tauon  $\tau^-$  und den zu diesen drei Leptonenfamilien gehörigen drei Neutrinos, das Elektron-Neutrino  $\nu_e$ , das Myon-Neutrino  $\nu_\mu$  und das Tauon-Neutrino  $\nu_\tau$ . Hinzu kommen die sechs Quarks, das Up-Quark  $u$ , das Down-Quark  $d$ , das Strange-Quark  $s$ , das Charm-Quark  $c$ , das Bottom-Quark  $b$  und das Top-Quark  $t$ .

Die starke Wechselwirkung wird durch die Quantenchromodynamik (QCD) beschrieben. Als zusätzliche Quantenzahl wird in der QCD die sogenannte Farbladung eingeführt, die die drei Zustände „rot“, „grün“ und „blau“ annehmen kann, wobei jedes Quark und jedes Gluon eine solche Farbladung besitzt. In der Natur sind bisher nur farbneutrale Teilchen entdeckt worden. Diese farbneutralen Teilchen, die als Hadronen bezeichnet werden, enthalten entweder ein Quark-Antiquark-Paar und somit eine Farbe und eine Antifarbe oder bestehen aus drei Quarks bzw. Antiquarks mit den drei unterschiedlichen Farbladungen. Hadronen bestehend aus einem Quark-Antiquark-Paar werden als Mesonen bezeichnet, sie tragen ganzzahligen Spin und sind somit Bosonen. Die leichtesten Mesonen sind die Pionen ( $\pi^+$ ,  $\pi^-$  und  $\pi^0$ ), die nur aus Up- und Down-Quarks bestehen. Selbst diese leichtesten Mesonen sind nur extrem kurzlebig<sup>1</sup>. Hadronen die aus drei Quarks bzw. Antiquarks bestehen werden als Baryonen bezeichnet. Letztere besitzen einen halbzahligen Spin und sind somit Fermionen. Die leichtesten Baryonen sind das Proton und Neutron, wobei ersteres als freies Teilchen nicht zerfällt, wohingegen das Neutron als freies Teilchen eine mittlere Lebensdauer von etwa 15 Minuten besitzt, während es im Verbund mit Protonen in Kernmaterie jedoch stabil sein kann. Die schwereren Baryonen sind dagegen alle instabil.

---

<sup>1</sup>mittlere Lebensdauer des  $\pi^+$  bzw.  $\pi^-$  etwa  $2,6033 \times 10^{-8}$  s [Nak<sup>+</sup>10]

Die Tatsache, dass bisher nur farbneutrale Teilchen und damit keine freien Quarks oder Gluonen beobachtet wurden, wird als Confinement bezeichnet und kann durch eine Energieabhängigkeit der Kopplungsstärke  $\alpha_s$  der starken Wechselwirkung beschrieben werden. Diese Kopplungsstärke ist bei kleinen Abständen und hohen Energien klein und wächst für hohe Abstände und kleine Energien stark an. Diese Eigenschaft der Kopplungsstärke führt dazu, dass die QCD nur bei hohen Energien mit Methoden der quantenmechanischen Störungstheorie behandelt werden kann. Bei niedrigen Energien, wie sie beispielsweise bei der Bindung innerhalb der Mesonen und Baryonen vorliegen, funktionieren diese Methoden jedoch nicht. In diesem Energiebereich müssen andere theoretische Methoden, wie die Berechnung der QCD auf dem Gitter oder effektive Feldtheorien verwendet werden [PAN09a], um die Eigenschaften der Hadronen und ihrer Wechselwirkungen miteinander zu beschreiben. Da es in diesem Energiebereich demnach nicht direkt möglich ist die Gleichungen der Quantenchromodynamik anzuwenden, gibt es hier immer noch deutlichen Bedarf an experimentellen Ergebnissen, um die Theorieentwicklung zu unterstützen. Insbesondere werden von der Gitter-QCD neue Hadronenzustände bestehend aus vier oder sechs Quarks sowie Hybridzustände aus Quarks und Gluonen und rein gluonische Zustände, die Glueballs, vorhergesagt. Es gibt zur Zeit bereits einige Hadronen, die als Kandidaten für diese exotischen Hadronen gehandelt werden. Zu diesen Kandidaten gehört beispielsweise das  $f_0(1500)$ , bei dem es sich um einen reinen Glueball handeln könnte [AT04]. Dieses Meson wurde sehr präzise und mit hoher Statistik durch das Crystal Barrel Experiment am Low Energy Antiproton Ring (LEAR) des CERN in Genf in der Proton-Antiproton-Streuung untersucht [Ams98]. In den letzten Jahren wurden zudem durch die beiden Experimente Belle und BABAR zahlreiche neue Charmoniumzustände in der Elektron-Positron-Streuung gefunden [Bra<sup>+</sup>11]. Die Zerfalleigenschaften vieler dieser als X-, Y- und Z-Mesonen bezeichneten Teilchen sind mit der Vorstellung eines Mesons bestehend aus einem Charm- und einem Anticharm-Quark nicht vollständig verträglich. Für diese Mesonen gibt es unterschiedliche Erklärungsansätze, wobei einige dieser Teilchen als Kandidaten für Moleküle aus mehr als drei Quarks oder als Hybride gelten. Dementsprechend sind neue Experimente nötig, um die Eigenschaften dieser Mesonen genauer und mit höherer Statistik untersuchen zu können und gezielter nach weiteren bisher unbekanntem Zuständen zu suchen.

Diese neuen Experimente der Hadronenphysik bedürfen jedoch, aufgrund der vergleichsweise geringen Wirkungsquerschnitte für die Produktion dieser Zustände, einer möglichst hohen Ereignisrate und damit verbunden einer hohen Luminosität des Gesamtsystems aus Teilchenbeschleuniger und Experiment. Diese hohe Luminosität im Bereich von  $10^{32} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$  in Verbindung mit einer kleinen Impulsverschmierung des Beschleunigerstrahls und der entstehenden Reaktionsprodukte kann sehr gut in internen Speicherringexperimenten erreicht werden. Bei diesen internen Experimenten stoßen die Teilchen des Beschleunigerstrahls mit den Targetatomen eines im Inneren des Detektors befindlichen Targets. Die Targetdichte dieses Targets ist hierbei so gering, dass der Beschleunigerstrahl dieses viele Millionen Male durchlaufen

---

kann, ohne vollständig an Intensität eingeübt zu haben. Kühlungsverfahren wie die Elektronenkühlung oder die stochastische Kühlung halten die Impulsverschmierung des Beschleunigerstrahls hierbei nahezu konstant. Aufgrund der besonderen weiteren Anforderungen an die Beschaffenheit des Targets (siehe Kapitel 2.4) besteht ein solches in der Regel aus einem ungeladenen Strahl aus gasförmigen bis festen Targetpartikeln.

Die Verwendung hoher Ereignisraten zur Entdeckung und Charakterisierung der erzeugten Hadronen kann nur vollständig ausgenutzt werden, wenn der Detektor eine hohe geometrische Akzeptanz von nahezu  $4\pi$  aufweist. Dies bedeutet gleichzeitig, dass die Quelle des Targetstrahls außerhalb der aktiven Detektorkomponenten montiert sein muss. Typische interne Targets, die einen Teilchenstrahl erzeugen, sind das Gas-Jet-, das Cluster-Jet- und das Pellet-Target [Eks95]. Das Gas-Jet-Target liefert hierbei hohe Targetdichten von bis zu  $10^{17}$  Atome/cm<sup>2</sup> nur in unmittelbarer Nähe der genutzten Düse und ist daher für moderne Experimente nicht nutzbar. Cluster-Jet-Targets sind in der Lage, Targetdichten von mehr als  $10^{14}$  Atome/cm<sup>2</sup> zu erzeugen. Dieser Targettyp wurde jedoch bisher nur in Experimenten eingesetzt, bei denen die Entfernung zwischen Düse und Wechselwirkungspunkt mit dem Beschleuniger bis zu etwa 0,6 m betrug. Die höchsten Targetdichten von  $10^{15}$  Atome/cm<sup>2</sup> bis  $10^{16}$  Atome/cm<sup>2</sup> wurden bisher durch ein Pellet-Target erzielt, wobei hier ein Abstand zwischen Düse und Wechselwirkungspunkt von etwa 2,5 m verwendet wurde. Im Gegensatz zum Cluster-Jet-Target, das bereits in mehreren Experimenten verwendet wurde, gibt es mit dem WASA-Experiment jedoch weltweit nur ein einziges Experiment bei dem ein Pellet-Target eingesetzt wird.

Die Münsteraner Arbeitsgruppen um Prof. Dr. Santo und Prof. Dr. Khoukaz besitzen durch den Bau und den Betrieb der beiden Cluster-Jet-Targets für das COSY-11 und das ANKE Experiment, die sich beide am Beschleuniger COSY im Forschungszentrum Jülich befinden, ein fundiertes Wissen und Know-How zu Cluster-Jet-Targets. Auf dieser Basis wurde für diese Arbeit als Ziel der Bau und die Erprobung eines Cluster-Jet-Targets definiert, das bei den in neuen Experimenten erforderlichen Abständen von etwa 2 m zwischen Düse und Wechselwirkungspunkt eine Targetdichte von mindestens  $10^{14}$  Atome/cm<sup>2</sup> und optimalerweise  $10^{15}$  Atome/cm<sup>2</sup> erreicht. Bei einem Cluster-Jet-Target sinkt bei vorgegebenem Strahldurchmesser die Targetdichte invers zum Quadrat des Abstands zur Düse, so dass hier demnach eine Erhöhung der bisher erreichbaren Targetdichten um eine bis zwei Größenordnungen nötig ist. Dieses Target kann zwar später in unterschiedlichen Experimenten zum Einsatz kommen, es gibt jedoch ein Experiment, das bereits zu Beginn dieser Promotion Bedarf an einem solchen Target hatte und bei dem die Planungen für die Geometrie des Detektors bereits so weit vorangeschritten waren, dass dieses Experiment als primäres Einsatzziel für das Target definiert wurde. Bei dem Experiment handelt es sich um das  $\bar{\text{P}}\text{ANDA}$ -Experiment, das im Speicherring HESR des zukünftigen Beschleunigerkomplexes FAIR in Darmstadt errichtet werden soll. Als Beschleunigerstrahl wird in diesem Experiment ein Strahl aus Antiprotonen verwendet. Deren geringe Produktionsrate erhöht die Anforderungen an das Target, insbesondere mit Hinblick auf die angestrebte

geringe Beeinflussung des Vakuums im Beschleuniger durch das Target, noch weiter. Bei diesem Experiment muss sich, aufgrund der Detektorgeometrie, die Düse des Cluster-Jet-Targets in einem Abstand von etwa 2,1 m vom Wechselwirkungspunkt und mehr als 4 m vom Auffänger des Clusterstrahls befinden. Dementsprechend mussten die im Rahmen dieser Arbeit getesteten Cluster-Quellen in vergleichbarer Geometrie aufgebaut und betrieben werden.

In den folgenden Kapiteln wird zunächst das Experiment  $\bar{\text{PANDA}}$  und dessen physikalische Ziele und die damit verbundenen Anforderungen an ein internes Target erläutert. Hiernach werden die Eigenschaften etablierter Cluster-Jet-Targets und die speziellen Anforderungen an ein Cluster-Jet-Target für das  $\bar{\text{PANDA}}$ -Experiment diskutiert. Das erste gebaute Target MCT1 wird im Anschluss beschrieben und seine Resultate vorgestellt. Im darauf folgenden Kapitel wird das Target MCT2, das als Prototyp für das finale Cluster-Jet-Target für  $\bar{\text{PANDA}}$  konzipiert und gebaut wurde, vorgestellt. Die speziellen Eigenschaften der Cluster und des Clusterstrahls wie Geschwindigkeit oder Targetdichte, die im Rahmen dieser Arbeit systematisch untersucht wurden, beschreibt das hierauf folgende Kapitel. Hierbei wird zur Beschreibung der mittleren Clustergeschwindigkeit ein als Computerprogramm implementiertes quasi-eindimensionales Modell der Gasströmung vorgestellt und die hierfür erforderlichen Gleichungen im Detail erläutert.

## 2. Das $\bar{\text{P}}\text{ANDA}$ Experiment

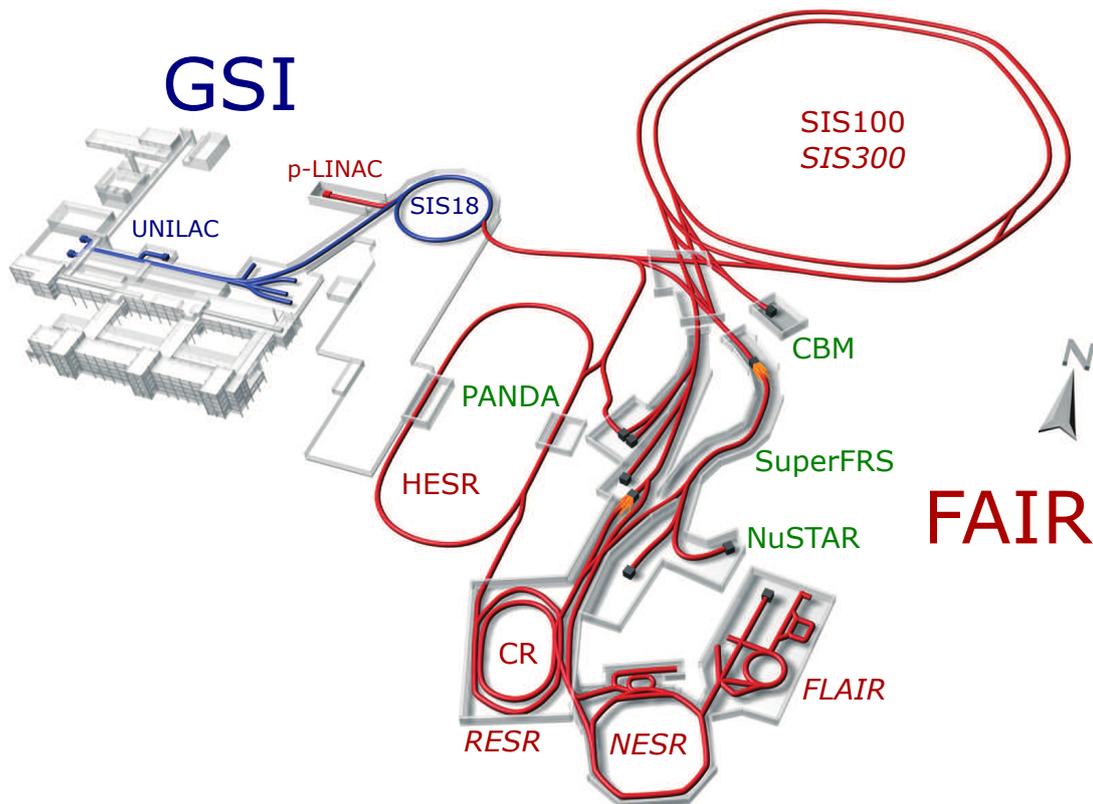
Das  $\bar{\text{P}}\text{ANDA}$  Experiment (Anti-Proton ANnihilation at DArmstadt) ist eines der zentralen Experimente des geplanten internationalen Beschleunigerzentrums FAIR (Facility for Antiproton and Ion Research), das auf dem Gelände der Gesellschaft für Schwerionenforschung (GSI) in Darmstadt errichtet werden soll.

In den folgenden Unterkapiteln wird das Beschleunigerzentrum FAIR, das  $\bar{\text{P}}\text{ANDA}$  Experiment und dessen Forschungsschwerpunkte und die daraus ergebenden Anforderungen an ein internes Target dargestellt.

### 2.1. Das Beschleunigerzentrum FAIR

Das Beschleunigerzentrum FAIR, welches in Abbildung 2.1.1 schematisch gezeigt ist, stellt eine Erweiterung der bestehenden Experimente und Beschleuniger der GSI dar. Die Errichtung der verschiedenen Beschleuniger ist hierbei in sechs verschiedene Module [GSI09], genannt Modul 0 bis Modul 5, aufgeteilt, wobei bisher nur die Finanzierung der Module 0 bis 3 zugesichert und beschlossen ist. Im Rahmen des Moduls 0 werden zunächst die beiden bestehenden Beschleuniger des GSI aufgerüstet. Diese sind zum einen der universelle Linearbeschleuniger UNILAC und zum anderen das Synchrotron SIS18. Der UNILAC wird bei FAIR als Vorbeschleuniger für schwere Ionen, wie beispielsweise die Uran-Ionen  $^{238}\text{U}^{28+}$  und  $^{238}\text{U}^{73+}$ , dienen. Diese werden jeweils bis zu einer Endenergie pro Nukleon von 11,4 MeV/u beschleunigt und dann in das Synchrotron SIS18 injiziert [GSI06]. Im SIS18 werden die Ionen weiter beschleunigt und dem Synchrotron SIS100 zugeführt, welches der erste Beschleuniger ist, der für das FAIR Projekt neu gebaut wird. Die Injektionsenergie für das SIS100 wird für  $\text{U}^{28+}$  etwa 200 MeV/u und für  $\text{U}^{73+}$  etwa 1000 MeV/u betragen. Im bestehenden Gebäude der GSI wird zusätzlich im Modul 3 ein Linearbeschleuniger für Protonen, der p-LINAC, gebaut, der ebenfalls als Vorbeschleuniger des SIS18 dient und in dieses einen Protonenstrahl mit einem Strahlstrom von bis zu 70 mA und einer Endenergie von 70 MeV injizieren soll. Das Modul 0 enthält somit die für alle weiteren Experimente und Beschleuniger des FAIR Systems notwendigen Vorbeschleuniger und die dazugehörigen Transfersysteme.

Im Rahmen des Moduls 1 sollen hiernach die Gebäude errichtet werden, die für die beiden großen Programme APPA und CBM/HADES genutzt werden. Das Experimentiergebäude für APPA (Atomic, Plasma Physics and Applications) soll hierbei



**Abbildung 2.1.1.:** Das Beschleunigerzentrum FAIR mit den neu zu bauenden Komponenten in rot und den bestehenden Anlagen der GSI in blau. Die Bezeichnungen von Systemen, die noch nicht finanziert sind, sind kursiv gedruckt. (Bildquelle mit freundlicher Genehmigung des GSI Helmholtzzentrums für Schwerionenforschung und der Facility for Antiproton and Ion Research in Europe (FAIR) [Ber12])

verschiedene Einzelexperimente aus dem Bereich der Bio- und Materialwissenschaften sowie der Atom- und Plasmaphysik beherbergen. Zu diesen Experimenten gehören beispielsweise die BIOMAT-Kollaboration (**B**IOlogy and **M**ATERIAL science), die zum einen mit der Untersuchung von Strahlenschäden an biologischem Gewebe und zum anderen mit der Erforschung von Materialmodifikationen durch hochenergetische Partikel befasst ist. Weitere Kollaborationen im Rahmen von APPA sind die HEDgeHOB- (**H**igh-**E**nergy **D**ensity **M**atter **g**enerated by **H**eavy **I**on **B**eams) und die WDM-Kollaboration (**W**arm **D**ense **M**atter), die beide die hochenergetischen Ionenstrahlen aus dem SIS100 für die Untersuchung von Fragestellungen der Plasmaphysik nutzen. Der Atomphysik an hochgeladenen Ionen widmet sich schließlich das SPARC Experiment (**S**tored **P**article **A**tomic **R**esearch **C**ollaboration), das ebenfalls in der Experimentierhalle von APPA untergebracht ist. Mit einem ganz anderen Physikfeld befasst sich die CBM-Kollaboration (**C**ompressed **B**aryonic **M**atter), nämlich mit der Untersuchung des Phasenraums der stark wechselwirkenden Materie, die durch die Quantenchromodynamik beschrieben wird. Für diese Fragestellungen werden die Prozesse in Schwerionenkollisionen, insbesondere mit Gold-Kernen, untersucht. Von

hauptsächlichem Interesse ist hierbei der Phasenübergang zwischen der gebundenen Kernmaterie zum sogenannten Quark-Gluon-Plasma, in dem bei ausreichend hoher Temperatur und Baryondichte die Quarks frei beweglich sind.

Das Modul 2 umfasst schließlich alle Komponenten die für das NUSTAR-Programm (**N**uclear **S**tructure, **A**strophysics and **R**eactions) erforderlich sind. In diesem Programm sind alle Experimente zusammengefasst, die sich mit der Untersuchung von stabilen und instabilen schweren Ionen befassen. Hierfür wird der Schwerionenstrahl aus dem SIS100 auf ein Produktionstarget geschickt und die entstehenden Sekundärionen mit Hilfe des Super-FRS (Super-**F**Ragment **S**eparator) nach Masse und Ladung separiert, so dass spezifisch ausgewählte Isotope weiter untersucht werden können. Ziel der Untersuchungen ist hierbei unter anderem die Suche nach bisher unbekanntem Isotopen, die vor allem in Hinblick auf ihre kernphysikalische Struktur von höchstem Interesse sind.

Die für diese Arbeit interessanten Komponenten für das Antiprotonen-Programm an FAIR gehören schließlich zum Modul 3. Hierzu gehört als erstes, der bereits erwähnte Linearbeschleuniger für Protonen p-LINAC. Die hier beschleunigten Protonen werden anschließend in das Synchrotron SIS18 injiziert, so dass diese mit einer Endenergie von etwa 1000 MeV in Richtung des Synchrotrons SIS100 verlassen. In letzterem wird ihnen weiter Energie zugeführt, so dass die Protonen eine Energie von 29 GeV erreichen. Zur Produktion der Antiprotonen wird dieser Protonenstrahl dann auf ein etwa 60 mm bis 80 mm langes Target aus Iridium geschossen. In diesem Target können dann Antiprotonen in der Reaktion



gebildet werden. Gemäß der relativistischen Kinematik müssen die einfallenden Protonen hierfür eine minimale kinetische Energie von  $E_{\text{kin},p} \geq 6 m_p c^2 \approx 5,6 \text{ GeV}$  besitzen, wobei  $m_p c^2$  die Ruheenergie eines Protons bzw. Antiprotons ist. Die gewählte, wesentlich höhere, kinetische Energie von 29 GeV führt in der geplanten Konfiguration von Target und dahinterliegendem Separationssystem zu möglichst hohen Ausbeuten an verwendbaren Antiprotonen. Hierbei sollen aus circa  $4 \times 10^{13}$  primären Protonen etwa  $2 \times 10^8$  Antiprotonen gebildet werden. Die so erzeugten Antiprotonen werden dem Speicherring CR (**C**ollector **R**ing) zugeführt, in dem sie gekühlt werden. Durch diese Kühlung vermindert sich innerhalb von etwa 10 s die Impulsverschmierung des Antiprotonenstrahls von etwa  $\Delta p/p \approx 3\%$  auf circa 0,1%. In dieser Ausbauphase werden die Antiprotonen hiernach direkt in den Speicherring HESR (**H**igh-**E**nergy **S**torage **R**ing) transferiert, in dem bis zu etwa  $10^{10}$  Antiprotonen akkumuliert werden [Kat<sup>+</sup>10]. Die auf diese Weise angesammelten Antiprotonen können dann, ausgehend von den 3 GeV im CR, auf Energien zwischen 1,5 GeV und 15 GeV beschleunigt bzw. abgebremst und weiter auf Impulsverschmierungen von bis unter  $\Delta p/p \approx 4 \times 10^{-5}$  gekühlt werden. Das zentrale Experiment, das direkt in den HESR integriert ist, ist das  $\bar{\text{P}}$ ANDA-Experiment (**A**nti**P**roton **A**Nnihilation in **D**Armstadt), dessen Forschungsschwerpunkte im nächsten Abschnitt detailliert beschrieben sind. Für die

Planung des  $\overline{\text{PANDA}}$ -Experiments wurde davon ausgegangen, dass sich für den sogenannten „High luminosity“-Modus (HL)  $10^{11}$  Antiprotonen im HESR befinden. Dieses Ziel ist jedoch nur erreichbar, wenn ein weiterer Speicherring, der RESR (**R**ecycled **E**xperimental **S**torage **R**ing), die Akkumulation der Antiprotonen aus dem CR übernimmt. Der RESR ist jedoch in das Modul 5 eingegliedert, bei dem bisher die Finanzierung nicht gesichert ist.

Ein weiterer Teil des Antiprotonen-Programms bildet das, ebenfalls noch nicht finanzierte, Modul 4. In diesem ist der Bau des Speicherrings NESR (**N**ew **E**xperimental **S**torage **R**ing) vorgesehen, in dem die Antiprotonen auf Energien von bis zu 30 MeV abgebremst werden können. Vom NESR aus können die Antiprotonen dann weiter in die Experimentierhalle des FLAIR Projekts (**F**acility for **L**ow-**E**nergy **A**ntiproton and **H**heavy-**I**on **R**esearch) transferiert werden können. In diesem Projekt sind verschiedene Experimente, vor allem der Atomphysik zusammengefasst, die Untersuchungen an niederenergetischen Antiprotonen oder stabilen bzw. instabilen Schwerionen, durchführen.

## 2.2. Forschungsschwerpunkte von $\overline{\text{PANDA}}$

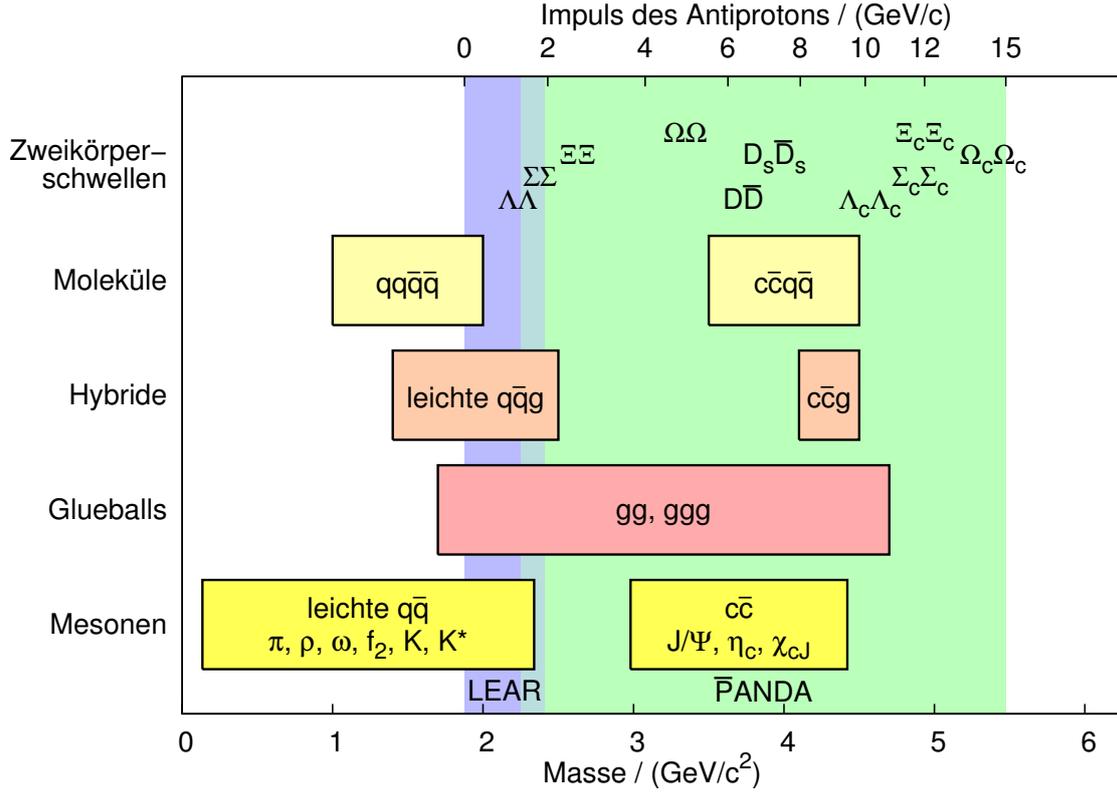
Für das  $\overline{\text{PANDA}}$ -Experiment wird vom HESR ein Antiprotonenstrahl mit einem Impuls im Bereich zwischen 1,5 GeV/c und 15 GeV/c bereitgestellt. Bisherige Proton-Antiproton-Experimente am Speicherring LEAR des CERN in Genf die zwischen 1983 und 1996 durchgeführt wurden, waren dagegen auf Impulse zwischen 0,060 GeV/c und 1,940 GeV/c beschränkt [Gia05]. Gleichzeitig ist die Impulsverschmierung des HESR mit  $\Delta p/p \leq 10^{-4}$  um etwa eine Größenordnung kleiner als beim LEAR. Dieser weite Impulsbereich bei gleichzeitig sehr guter Strahlqualität ermöglicht dem  $\overline{\text{PANDA}}$ -Experiment die präzise Untersuchung verschiedener Aspekte der Hadronenphysik, die im Folgenden vorgestellt werden sollen. In der Abbildung 2.2.1 ist der Impuls des Antiprotons und die beim jeweiligen Impuls erzeugbare Teilchenmasse dargestellt. Zusätzlich sind die Massenbereiche der Teilchen eingezeichnet, die im Rahmen des  $\overline{\text{PANDA}}$ -Experiments untersucht werden sollen.

Im Vergleich zu Speicherringen, wie dem COSY-Beschleuniger im Forschungszentrum Jülich, in dem die Teilchenproduktion mit einem Protonenstrahl untersucht wird hat die Verwendung eines Antiprotonenstrahls einige Vorteile. Im Falle des Protonenstrahls verläuft die direkte Teilchenformation eines Teilchens X über die Reaktion:



wohingegen mit einem Antiprotonenstrahl dies über die Reaktion





**Abbildung 2.2.1.:** Impulsbereich der Antiprotonen des  $\bar{P}$ ANDA-Experiments. Des Weiteren ist auf der unteren Abszisse die Masse der erzeugbaren Hadronen aufgetragen. Die Massenbereiche der für das Physik-Programm an  $\bar{P}$ ANDA interessanten Teilchen, sind als Rechtecke eingetragen.

möglich ist. Bei den internen Experimenten am Beschleuniger COSY und beim  $\bar{P}$ ANDA-Experiment handelt es sich jeweils um sogenannte Fixed-Target-Experimente, bei denen der Beschleunigerstrahl auf ein ruhendes Target trifft. Energie  $E$  und Impuls  $\vec{p}$  lassen sich als Viererimpuls  $\mathbf{P} := (E/c, \vec{p})$  schreiben, wobei  $c$  die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ist. Das Quadrat der Schwerpunktsenergie  $s = E_{\text{CMS}}^2$  ergibt sich dann aus den Viererimpulsen von Beschleunigerstrahl  $\mathbf{P}_B$  und Target  $\mathbf{P}_T$  zu [Ber06]:

$$\begin{aligned}
 s &= (\mathbf{P}_B + \mathbf{P}_T)^2 \\
 &= (E_B + E_T)^2 - (\vec{p}_B + \vec{p}_T)^2 c^2 \\
 &= E_B^2 + 2 E_B E_T + E_T^2 - (p_B^2 + 2 \vec{p}_B \cdot \vec{p}_T + p_T^2) c^2.
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

Da das Target ruht ( $p_T = 0$ ) ergeben sich hierbei folgende Beziehungen zwischen den Energien, Impulsen und Ruhemassen  $m$  von Strahl- und Targetteilchen:

$$E_B^2 = m_B^2 c^4 + p_B^2 c^2, \tag{2.5}$$

$$E_T = m_T c^2, \tag{2.6}$$

so dass sich die folgende Gleichung für das Quadrat der Schwerpunktsenergie ergibt:

$$s = E_B^2 - p_B^2 c^2 + 2 E_B E_T + E_T^2 \quad (2.7)$$

$$= m_B^2 c^4 + m_T^2 c^4 + 2 m_T c^2 E_B \quad (2.8)$$

$$= m_B^2 c^4 + m_T^2 c^4 + 2 m_T c^2 \sqrt{m_B^2 c^4 + p_B^2 c^2}. \quad (2.9)$$

Da die Masse von Proton und Antiproton gleich groß ist, ergibt sich

$$s = 2 m_p^2 c^4 + 2 m_p c^2 \sqrt{m_p^2 c^4 + p_B^2 c^2}. \quad (2.10)$$

Im Falle der Formation aus der Proton-Antiproton-Kollision (Gleichung (2.3)), kann das entstehende Teilchen X, wenn es in Ruhe erzeugt wird, die folgende Masse besitzen:

$$m_x c^2 = \sqrt{s} = \sqrt{2 m_p^2 c^4 + 2 m_p c^2 \sqrt{m_p^2 c^4 + p_B^2 c^2}}. \quad (2.11)$$

Es ist klar erkennbar, dass selbst bei einem extrem niederenergetischen Antiprotonenstrahl ( $p_B = 0$ ), ein Teilchen der Masse  $m_x = 2 m_p \approx 1,9 \text{ GeV}/c^2$  erzeugt werden kann. Wird das Teilchen jedoch in Ruhe in einer Proton-Proton-Kollision gemäß der Gleichung (2.2) erzeugt, so beträgt seine Masse:

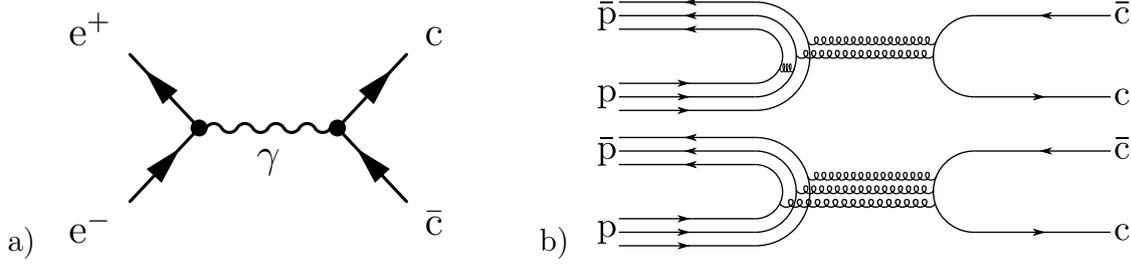
$$m_x c^2 = \sqrt{s} - 2 m_p c^2. \quad (2.12)$$

Dementsprechend wird eine Schwerpunktsenergie von  $\sqrt{s} = 4 m_p c^2 \approx 3,8 \text{ GeV}$  benötigt, um ein Teilchen X der Masse  $m_x = 2 m_p$  zu erzeugen. Mit Hilfe von Gleichung (2.10) ergibt sich hieraus ein benötigter Impuls des Protonenstrahls von  $p_B = \sqrt{48} m_p \approx 6,5 \text{ GeV}/c$ . Durch den Vergleich der benötigten Strahlimpulse zeigt sich direkt der große Vorteil der Antiproton-Proton-Kollision gegenüber der Proton-Proton-Kollision bei der Erzeugung schwerer Teilchen.

## Charmonium-Spektroskopie

Die Untersuchung des Charmoniums, dem gebundenen Zustand aus einem Charm- und einem Anticharm-Quark, ist für das weitere Verständnis der starken Wechselwirkung von essentieller Bedeutung. Das Spektrum der angeregten Charmonium-Zustände liefert einen direkten Einblick in das komplexe Bindungspotential zwischen den betrachteten Quarks, das durch direkte Quark-Quark-Wechselwirkung, durch Beiträge der Wechselwirkung der zahlreichen Gluonen an dieser Bindung und durch relativistische Korrekturen gegeben ist.

Das Charmonium-Spektrum wurde bisher vor allem in der Elektron-Positron-Streuung und in Proton-Antiproton-Experimenten untersucht [PAN09a]. Im Fall der Anihilation von Elektron und Positron erfolgt die direkte Produktion des Charmoniums



**Abbildung 2.2.2.:** Produktion von Charmonium in der Elektron-Positron-Annihilation (a) und der Proton-Antiproton-Annihilation (b).

vor allem über den in Abbildung 2.2.2a gezeigten Prozess. Dementsprechend müssen die hierbei gebildeten Charmonium-Zustände dieselben Quantenzahlen  $J^{PC} = 1^{--}$  besitzen, wie das intermediäre Photon [Ber06], also ein Gesamtspin von  $J = 1$ , eine negative Parität ( $P = -1$ ) und eine negative C-Parität ( $C = -1$ ). Aus diesem Grund ist hiermit nur das  $J/\Psi$  mit einer Masse von  $m_{J/\Psi} = (3,096\,916 \pm 0,000\,011) \text{ GeV}/c^2$  und nicht der leichteste Charmonium-Zustand, das  $\eta_c$  ( $m_{\eta_c} = (2,9803 \pm 0,0012) \text{ GeV}/c^2$ ) [Nak<sup>+</sup>10] mit einer Quantenzahl von  $J^{PC} = 0^{-+}$  direkt erzeugbar. Das  $\eta_c$  ist in der Elektron-Positron-Kollision durch den Zerfall schwerer Mesonen produzierbar. Da die Energieauflösung durch die Rekonstruktion aus einem Zerfall jedoch wesentlich ungenauer ist, als die direkte Messung des Produktionswirkungsquerschnitts in Abhängigkeit von der deutlich genauer bekannten Strahlenergie, können Masse und Zerfallsbreite in diesem Fall um Größenordnungen ungenauer bestimmt werden, als bei der direkten Formation [PAN09a]. In der Elektron-Positron-Streuung kann letztere jedoch nur über Prozesse höherer Ordnung geschehen, die hierdurch jedoch deutlich unterdrückt sind und damit um mehrere Zehnerpotenzen kleinere Ereignisraten aufweisen. Diese Einschränkungen gelten nicht für die Antiproton-Proton-Streuung, bei der alle Charmonium-Zustände direkt, durch die Annihilation der drei Quarks des Protons mit den drei Quarks des Antiprotons in zwei oder drei Gluonen, formiert werden können. In Abbildung 2.2.2b sind die beiden zugehörigen Feynmann-Diagramme angegeben [BC05]. Dementsprechend ist ein zentrales Ziel des  $\bar{P}ANDA$ -Experiments die präzise Messung der Masse und der Zerfallsbreite aller Charmonium-Zustände. Hierbei soll die Masse jeweils mit einer Genauigkeit bestimmt werden, die in der Größenordnung von 100 keV liegt und die Zerfallsbreite mit einer Präzision von mindestens 10% [PAN09a]. Durch die Experimente Belle und BABAR wurden in den letzten Jahren in der Elektron-Positron-Streuung zahlreiche neue Charmonium-Zustände gefunden [Bra<sup>+</sup>11]. Diese als X-, Y- und Z-Mesonen benannten Teilchen weisen zum Teil Zerfalleigenschaften auf, die nicht mit dem Modell eines reinen Systems aus einem Charm- und einem Anticharmquark verträglich sind. Es gibt unterschiedliche Modelle, die den Aufbau dieser Mesonen zu beschreiben versuchen [Bra<sup>+</sup>11]. Zu diesen Modellen gehören beispielsweise die Beschreibung durch gluonische Anregungen oder durch Moleküle mit mehr als drei Quarks, wie sie im folgenden als weiterer Forschungsschwerpunkt beschrieben werden. Basierend auf diesen Entdeckungen ist die Suche nach neuen Charmonium-Zuständen

und die genaue Untersuchung der Zerfallseigenschaften der bisher bereits entdeckten X-, Y- und Z-Mesonen von höchstem Interesse.

### Spektroskopie von Open-Charm-Zuständen

Zusätzlich zu der Untersuchung der reinen Charmonium-Zustände ist bei höheren Energien auch die Spektroskopie von sogenannten Open-Charm-Zuständen, die jeweils aus einem Charm-Quark und einem leichten Quark bestehen, von großem Interesse. Dies sind zum einen die D-Mesonen, die aus einem Charm- und einem Up- oder einem Down-Quark bestehen und zum anderen die  $D_s$ -Mesonen, aus einem Charm- und einem Strange-Quark. Da sie aus einem leichten und einem schweren Konstituenten aufgebaut sind, sind sie in ihrer theoretischen Beschreibung mit dem Wasserstoffatom vergleichbar [PAN09a], mit dem Unterschied, dass hier anstelle der elektromagnetischen Kraft die starke Kraft, beschrieben durch die Quantenchromodynamik (QCD), wirkt.

### Suche nach gluonischen Anregungen und Molekülen

Die Quantenchromodynamik, als Theorie der starken Wechselwirkung, erlaubt neben den farbneutralen Mesonen aus einem Quark und einem Antiquark und dem Baryonen aus drei Quarks auch Zustände die neben den Quarks auch reelle Gluonen besitzen, die sogenannten Hybride und Teilchen, die nur aus Gluonen bestehen, die Glueballs. Die Hybride und die Glueballs sind bisher noch nicht zweifelsfrei nachgewiesen worden, obwohl es einige Resonanzen gibt, die als gluonische Anregungen gedeutet werden [PAN09a; AT04].

Von der theoretischen Seite [AT04; BCS95] wird die Masse der leichtesten Hybride, je nach Modell, im Bereich um etwa  $2 \text{ GeV}/c^2$  vorhergesagt, während die Hybride des Charmoniums im Bereich zwischen etwa  $4 \text{ GeV}/c^2$  und  $4,5 \text{ GeV}/c^2$  vermutet werden. Experimentell gibt es im Bereich der leichten Hybride mehrere Teilchen, beispielsweise das  $\pi_1(1400)$ ,  $\pi_1(1600)$ ,  $\pi_1(2000)$  mit der exotischen Quantenzahl  $J^{PC} = 1^{-+}$  oder das  $h_2(1950)$  mit  $J^{PC} = 2^{+-}$ , die Kandidaten für solche Hybride sind [PAN09a]. Im Bereich der schweren Quarks ist zur Zeit das  $Y(4260)$  ein häufig genannter Kandidat für ein Hybrid. Die zusätzliche Kopplung des Spins des Gluons an die Spins der beiden Quarks, erlaubt Quantenzahlen der Hybride, die bei Mesonen und Baryonen nicht vorliegen können. Diese Quantenzahlen werden als exotische Quantenzahlen bezeichnet. Es gibt in der Proton-Antiproton-Annihilation zwei verschiedene Möglichkeiten Teilchen zu erzeugen [PAN09a]. Dies ist zum einen die Formation, bei der die Teilchen direkt entstehen, dann aber nur die nicht-exotischen Quantenzahlen tragen können, und zum anderen die Produktion, die exotische Quantenzahlen generieren kann, in dem zusätzlich zu dem exotischen Teilchen ein weiteres Teilchen, z. B. ein Pion oder Eta, erzeugt wird. Für die Suche nach Hybrid

soll daher zunächst bei der höchsten Antiprotonenenergie, durch den Prozess der Produktion, alle möglichen Produktionskanäle untersucht werden, um exotische und nicht-exotische Zustände zu erzeugen. Die entdeckten nicht-exotischen Zustände können dann später über den Formationsprozess direkt erzeugt und ihre Masse und Zerfallsbreite genauer untersucht werden.

Im Massenbereich der durch das  $\overline{\text{PANDA}}$ -Experiment zugänglich ist, werden etwa 15 verschiedene Glueball-Zustände erwartet [PAN09a; MP99], von denen einige exotische Quantenzahlen tragen sollen. Die Entdeckung dieser sogenannten Oddballs zusammen mit der Bestimmung ihrer vorhergesagten Quantenzahlen wäre ein zweifelsfreier Beweis für die Existenz von Glueballs. Der leichteste dieser Oddballs mit  $J^{PC} = 2^{+-}$  soll hierbei eine Masse von etwa  $4,3 \text{ GeV}/c^2$  besitzen und ist daher von besonderem Interesse für das  $\overline{\text{PANDA}}$ -Experiment. Bis jetzt gibt es nur wenige Evidenzen für die Existenz von Glueballs, wobei der  $f_0(1500)$  als wichtiger Kandidat für den Grundzustand der Glueballs mit  $J^{PC} = 0^{++}$  zu nennen ist.

Zusätzlich zu den gluonischen Anregungen können auch Teilchen aus mehr als drei Quarks, beispielsweise Moleküle aus je zwei Quarks und zwei Antiquarks, existieren. Die Moleküle aus leichten Quarks werden dabei im Massenbereich zwischen  $1 \text{ GeV}/c^2$  und  $2 \text{ GeV}/c^2$  vermutet, während die Moleküle, die aus einem leichten Quark und Antiquark und einem Charm- und einem Anticharm-Quark aufgebaut sind, im Bereich um etwa  $4 \text{ GeV}/c^2$  vorhergesagt wurden [AT04]. Kandidaten für die leichten Moleküle sind beispielsweise die Zustände  $a_0(980)$  und  $f_0(980)$ . Im Bereich der schweren Quarks wird das  $X(3872)$  als Kandidat für ein  $DD^*$ -Molekül diskutiert.

## Hadronen in Kernmaterie

Werden Hadronen nicht im Vakuum, sondern im Inneren eines Atomkerns gebildet, so ändern sich durch den Einfluss der Kernmaterie die Eigenschaften wie Masse und Zerfallsbreite der erzeugten Hadronen. Bisher war das Studium dieser Änderungen vor allem auf den Sektor der leichten Quarks beschränkt. Mit dem  $\overline{\text{PANDA}}$ -Experiment können diese Untersuchungen nun auf die Charm-Quarks ausgedehnt werden. Hierzu kann beispielsweise die Masse und Zerfallsbreite des  $J/\Psi$  bei der Kollision von Antiprotonen mit schwereren Kernen (z. B. N, Ne, Ar, Kr, Xe) untersucht werden.

## Elektromagnetische Prozesse

Elektromagnetische Prozesse können durch den Vergleich der experimentellen Ergebnisse mit theoretischen Berechnungen der QCD einen Einblick in die Struktur des Protons geben. Hierbei ist vor allem der Prozess

$$\overline{\text{p}} + \text{p} \rightarrow \gamma + \gamma \tag{2.13}$$

von besonderem Interesse, da er gut theoretisch beschreibbar ist [PAN09a]. Für diese Messungen wird insbesondere das elektromagnetische Kalorimeter des  $\overline{\text{PANDA}}$ -Detektors benötigt.

### Hyperkerne

Hyperkerne sind Atomkerne in die ein oder mehrere Hyperonen eingebaut sind. Ein Hyperon ist ein Baryon, also ein Teilchen bestehend aus drei Quarks, bei dem mindestens eines der Quarks ein Strange-Quark ist und die restlichen Quarks entweder Up- oder Down-Quarks sind. Da das Hyperon nicht dem Pauli-Verbot unterliegt, kann es jeden Energiezustand im Kern besetzen und bietet sich daher als ideale Probe zur Untersuchung der Kernstruktur an. Für diese Art der Untersuchungen müsste der  $\overline{\text{PANDA}}$ -Detektor modifiziert werden. Es ist geplant, ein Kohlenstofftarget an den Anfang des Detektors zu installieren, in dem  $\Xi^-$ -Hyperonen entsprechend der beiden Reaktionen

$$\overline{\text{p}} + \text{p} \rightarrow \Xi^- + \overline{\Xi}^+ \quad (2.14)$$

$$\overline{\text{p}} + \text{n} \rightarrow \Xi^- + \overline{\Xi}^0 \quad (2.15)$$

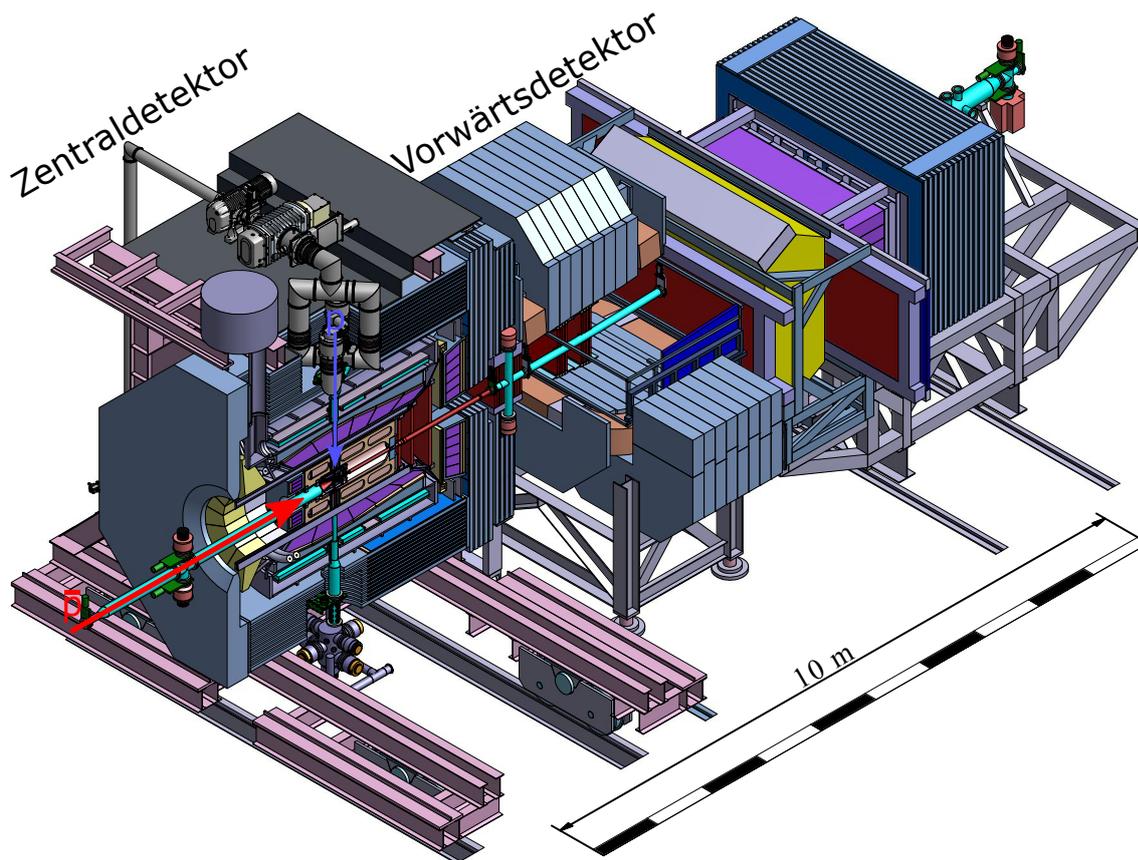
gebildet werden. In einem zweiten Target aus Beryllium, Bor oder Kohlenstoff, könnte das  $\Xi^-$  dann gestoppt und der  $\Xi$ -Hyperkern dann über die Reaktion

$$\Xi^- + \text{p} \rightarrow \Lambda + \Lambda \quad (2.16)$$

in einen doppelten Hyperkern mit zwei  $\Lambda$ -Hyperonen umgewandelt werden. Zur Messung der Zerfallsprodukte und der emittierten  $\gamma$ -Quanten müssten in der Nähe des zweiten Targets weitere Detektoren montiert werden. Zusätzlich soll das sekundäre Target hierfür in einer Sandwich-Bauweise abwechselnd aus Silizium-Detektoren und Absorbern aufgebaut werden.

### 2.3. Aufbau des $\overline{\text{PANDA}}$ Experiments

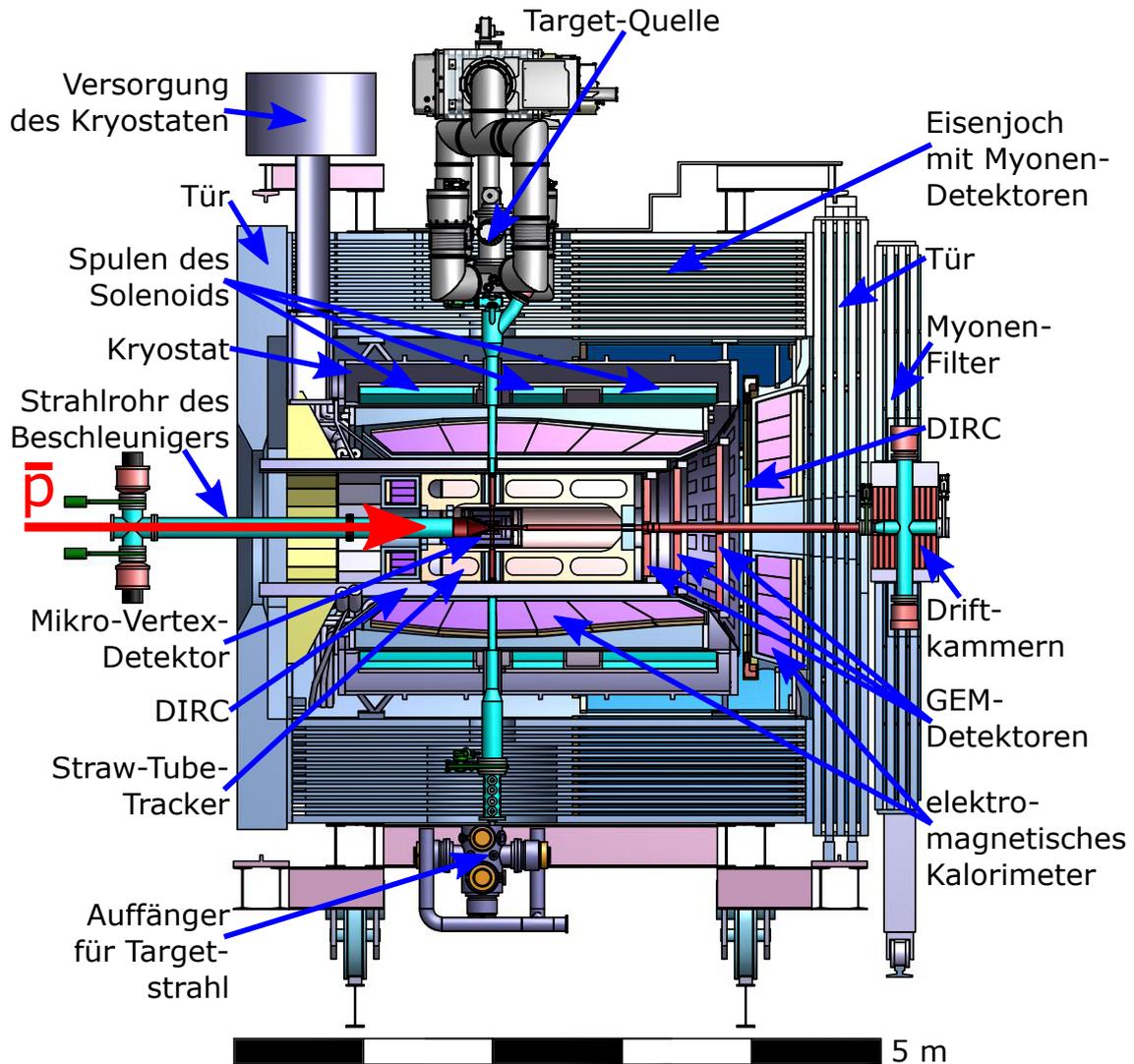
Das  $\overline{\text{PANDA}}$ -Experiment wird, wie bereits erwähnt, ein internes Fixed-Target-Experiment im Speicherring HESR sein. Aufgrund der Kollision der gespeicherten Antiprotonen mit den ruhenden Targetatomen, werden produzierte Teilchen durch den Lorentz-Boost vor allem in Richtung des Beschleunigerstrahls emittiert. Dementsprechend ist der  $\overline{\text{PANDA}}$ -Detektor, obwohl er als  $4\pi$ -Detektor den gesamten Raumwinkelbereich abdeckt, asymmetrisch aufgebaut. Dies ist in Abbildung 2.3.1, die in einer isometrischen Ansicht einen Überblick über den gesamten Detektor zeigt, gut zu erkennen. Die beiden Hauptteile des Detektors sind der Zentraldetektor (target spectrometer TS) und der Vorwärtsdetektor (forward spectrometer FS), die in den beiden Abbildungen 2.3.2 und 2.3.3 in der Seitenansicht dargestellt sind.



**Abbildung 2.3.1.:** Übersicht über den  $\bar{P}$ ANDA-Detektor, bestehend aus Zentraldetektor (links) und Vorwärtsdetektor (rechts). Der Antiprotonenstrahl durchläuft den Detektor von links nach rechts.

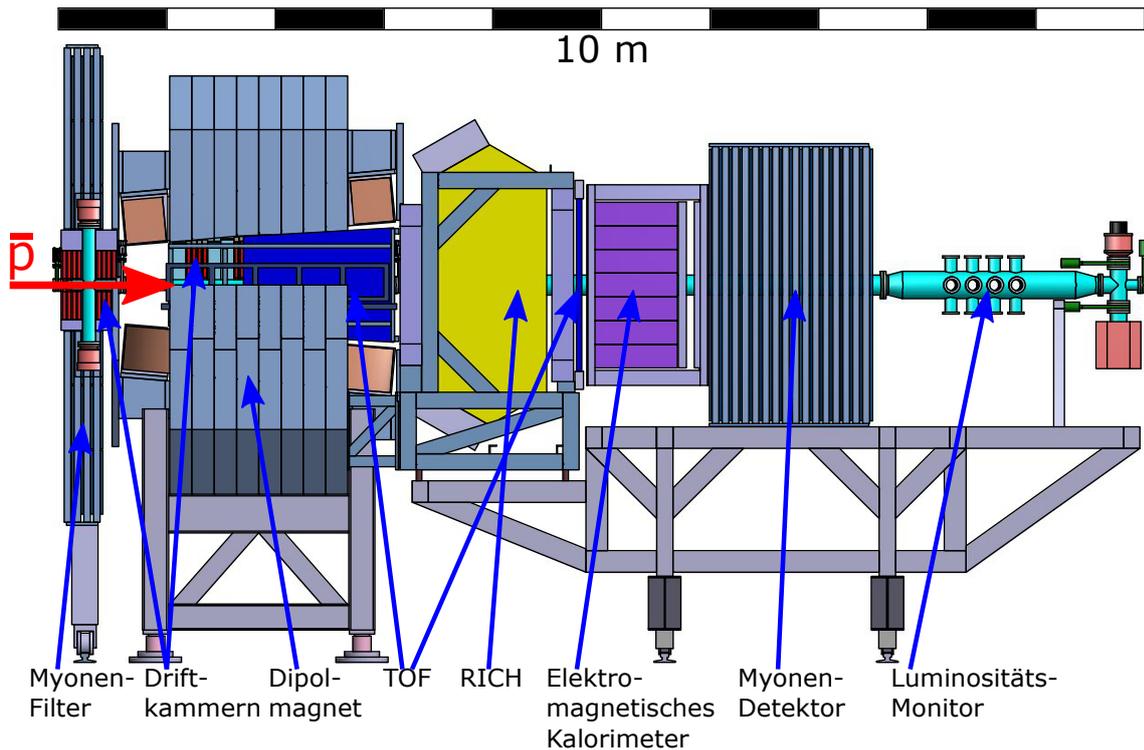
Die Detektoren des Zentraldetektors sind zwiebschalenförmig um den Interaktionspunkt (IP) angeordnet und befinden sich innerhalb eines supraleitenden Solenoid-Magneten. Das Eisenjoch dieses Magneten ist mit Myonendetektoren instrumentiert und bildet die äußere Hülle des Detektors. Das oben aufgelistete Physikprogramm, ist nur realisierbar, wenn der Detektor eine möglichst vollständige Abdeckung des gesamten Raumwinkelbereichs von  $4\pi$  erreicht. Dementsprechend müssen die Strahlrohre für den Target- und den Beschleunigerstrahl möglichst klein sein, obwohl dies gleichzeitig für das Vakuum im Inneren dieser Rohre, aufgrund des geringen Leitwerts und dem gleichzeitigen Fehlen von Pumpen im Inneren des Detektors, von entscheidendem Nachteil ist. Die Forderung an eine möglichst große Abdeckung des Raumwinkels erfordert zudem die Positionierung der Targetquelle und des -auffängers im Bereich des Eisenjochs des Magneten.

Direkt um den Kreuzungspunkt zwischen Target- und Beschleunigerstrahlrohr herum befindet sich der Mikro-Vertex-Detektor (MVD), bestehend aus mehreren Lagen



**Abbildung 2.3.2.:** Seitenansicht auf einen Querschnitt des Zentraldetektors (TS) des  $\bar{P}$ ANDA-Experiments. Die einzelnen Detektoren sind im Text näher erläutert.

von segmentierten Siliziumdetektoren. Der MVD ist für die Bestimmung des sekundären Zerfallsvertex von Hadronen bestimmt, die aus Charm- oder Strange-Quarks aufgebaut sind. Er soll in der Nähe des Wechselwirkungspunkts für eine maximale Akzeptanz sorgen und gleichzeitig die präzise Rekonstruktion des transversalen Teilchenimpulses ermöglichen. Zur weiteren Spurrekonstruktion geladener Teilchen dient der zylindrisch geformte Straw-Tube-Tracker (STT) bestehend aus über 4000 aluminiumbeschichteten Rohren aus Mylar, den sogenannten Straw-Tubes. Diese sind jeweils etwa 1,5 m lang und besitzen einen Durchmesser von circa 10 mm. Diese Gasdetektoren sind mit Argon als Zählgas gefüllt und enthalten einen einzelnen Wolframdraht im Inneren, der entlang der Rohrachse gespannt ist. In Vorwärtsrichtung wird der STT um drei scheibenförmige Detektoren ergänzt, die den Streuwinkel zwischen dem Strahlrohr des Beschleunigers und dem STT abdecken. Diese drei



**Abbildung 2.3.3.:** Seitenansicht Vorwärtsdetektors (FS) des  $\bar{\text{PANDA}}$ -Experiments. Der Dipolmagnet ist zur Sichtbarmachung der inliegenden Detektoren zum Teil aufgeschnitten dargestellt. Eine nähere Erläuterung der einzelnen Detektoren findet sich im Text.

Detektoren sind aus GEM-Folien (**G**as **E**lectron **M**ultiplier) aufgebaut, die sich durch eine besonders hohe Beständigkeit bei hohen Teilchenraten, die hier durch die entstehenden Ejektile und durch die elastische Streuung bei kleinen Streuwinkeln auftreten, auszeichnen. Zur Verbesserung der Teilchenidentifikation sind die beschriebenen Detektoren zur Spurrekonstruktion von einem zylindrischen Cherenkov-Detektor, dem Barrel-DIRC (**D**etection of **I**nternally **R**elected **C**herenkov light), umgeben, der in Vorwärtsrichtung durch den scheibenförmigen Forward-End-Cap-DIRC ergänzt wird. Zur Detektion von Photonen, Elektronen und Hadronen sind die beiden DIRCs von einem elektromagnetischen Kalorimeter (EMC) umgeben, das wieder in einen zylinderförmigen Teil entlang der Strahlachse und einen scheibenförmigen Teil in Vorwärtsrichtung aufgeteilt ist. Das Kalorimeter soll hierbei aus über 14 000 Kristallen aus Bleiwolframat ( $\text{PbWO}_4$ ) bestehen.

Zur Impulsbestimmung geladener Teilchen, die unter kleinen Winkeln ( $\pm 10^\circ$  in horizontaler Richtung bzw.  $\pm 5^\circ$  in vertikaler Richtung) in Vorwärtsrichtung emittiert werden, dient ein normalleitender Dipol, vor dem und in dem sich Driftkammern befinden. Die genaue Teilchenidentifikation wird hiernach durch einen RICH-Detektor (**R**ing-**I**maging **C**herenkov detector) und eine Flugzeitwand aus Plastikszintillatoren ermöglicht. Zur Messung von Photonen und Elektronen wird dieser ein elektromagnetisches Kalorimeter folgen, an das sich schließlich ein Myonendetektor anschließt.

Zur Messung der integrierten Luminosität soll die elastische Antiproton-Proton-Streuung verwendet werden. Die unter kleinen Winkeln (3 mrad bis 8 mrad) gestreuten Antiprotonen sollen hierzu in einer Entfernung von etwa 10 m vom Wechselwirkungspunkt (IP) zwischen Target- und Beschleunigerstrahl mit Hilfe eines segmentierten Germaniumdetektors, dem Luminositäts-Monitor, nachgewiesen werden.

### 2.4. Anforderungen an ein internes Target für $\bar{P}$ ANDA

Im Folgenden sollen die verschiedenen Anforderungen erläutert werden, die an ein internes Target gestellt werden, welches für das  $\bar{P}$ ANDA-Experiment genutzt werden kann.

#### Targetmaterial

Es wurde bereits erwähnt, dass im Rahmen des  $\bar{P}$ ANDA-Experiments vor allem Antiproton-Proton-Annihilationen untersucht werden sollen. Dementsprechend wird Wasserstoff das Targetmaterial sein, das am häufigsten eingesetzt wird. Zur Untersuchung von Antiproton-Neutron-Kollision kann des Weiteren Deuterium, ein Isotop des Wasserstoffs, bestehend aus einem Proton und einem Neutron, als effektives Neutronentarget eingesetzt werden. Für Untersuchungen von Hadronen in Kernmaterie sind zusätzlich der Einsatz schwererer Elemente wie beispielsweise  $^4\text{He}$ ,  $\text{N}_2$ ,  $\text{Ne}$ ,  $\text{Ar}$ ,  $\text{Kr}$  und  $\text{Xe}$  vorgesehen.

Das Targetmaterial muss rein und frei von Verunreinigungen durch andere chemische Elemente sein. Ansonsten würde es zu Reaktionen zwischen den Fremdelementen und den Antiprotonen kommen, die einen Untergrund an Ereignissen produzieren, die schwer von den interessierenden Reaktionen zu trennen sind. Diese Anforderung schließt somit direkt Targets aus, bei denen das Targetmaterial in gasförmiger oder flüssiger Form vorliegt und von Vakuumfenstern eingeschlossen ist.

#### Vakuumbedingungen im Speicherring

Das Vakuum des Antiprotonen-Speicherring sollte, aus mehreren Gründen, durch das Target möglichst wenig verschlechtert werden. Die Produktionsrate der Antiprotonen ist beschränkt, so dass es vermieden werden sollte, die Antiprotonen durch Stöße mit Restgasatomen außerhalb des IP zu verlieren. Gleichzeitig führen solche Reaktionen, die außerhalb des IP aber innerhalb des Detektors auftreten, zu unerwünschten Untergrundereignissen, die keinem wohl definierten Vertexpunkt zuzuordnen sind. Ein weiterer entscheidender Grund ist der Einfang von positiv geladenen Restgasionen

durch die negativ geladenen Antiprotonen im Beschleunigerstrahl (ion trapping). Hierbei kann es zu Schwingungen der negativen gegenüber den positiven Ladungsverteilungen kommen, die Instabilitäten des Antiprotonenstrahls zur Folge haben können [Hin11].

## Targetdichte

Die Targetdichte  $n_T$  ist eine der zentralen Kenngrößen eines Targets. Die Ereignisrate  $\dot{N}_D$ , die die Ereignisse in einem Detektor pro Sekunde angibt, ist durch die folgende Gleichung mit dem Wirkungsquerschnitt  $\sigma$  der untersuchten Reaktion und der sogenannten Luminosität  $L$  verknüpft [Hin08]:

$$\dot{N}_D = \sigma L. \quad (2.17)$$

Allgemein ist die Luminosität hierbei durch die Zahl der Projektile des Beschleunigerstrahls pro Zeiteinheit  $\dot{N}_P$  und die Targetdichte, die Zahl der Targetatome pro Flächeneinheit gegeben [Hin08]:

$$L = \dot{N}_P n_T. \quad (2.18)$$

Bei einem internen Speicherringexperiment, wie dem  $\bar{\text{PANDA}}$ -Experiment, ist die Targetdichte so klein gewählt, dass der Beschleunigerstrahl viele Millionen Male das Target passieren kann, ohne ganz aufgebraucht zu sein. In diesem Fall ist die Zahl der Projektile pro Zeiteinheit  $\dot{N}_P$  aus der Zahl der umlaufenden Teilchen des Beschleunigerstrahls  $N_B$  und der Umlauffrequenz  $f$  berechenbar [Hin08]:

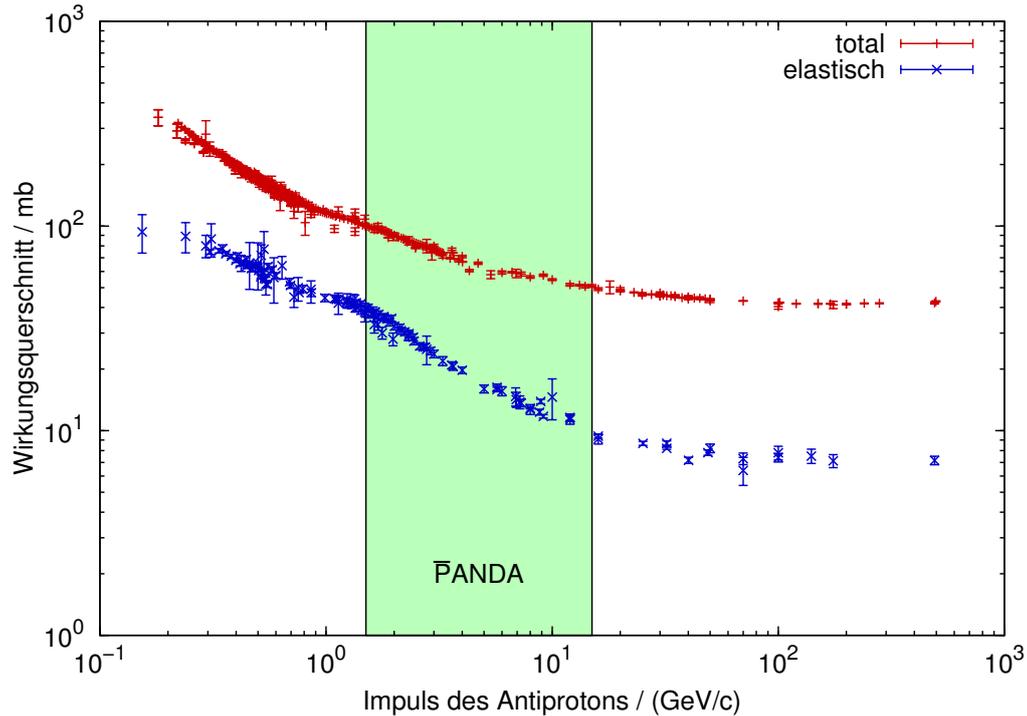
$$\dot{N}_P = N_B f. \quad (2.19)$$

Im Fall des  $\bar{\text{PANDA}}$ -Experiments ist die Produktionsrate der gespeicherten Antiprotonen auf maximal  $\dot{N}_{\bar{p}}^+ \leq 2 \times 10^7 \bar{p}/s$  beschränkt, wobei dieser Wert nur erreicht wird, wenn die Akkumulation der Antiprotonen im noch nicht finanzierten RESR stattfindet. Durch diese Beschränkung würde die Verwendung einer Ereignisrate im Detektor, die höher als diese Produktionsrate ist, nur zu einer Verminderung der zeitlich gemittelten Luminosität führen. Dementsprechend sollte die Luminosität und damit die Targetdichte so gewählt werden, dass die folgende Ungleichung erfüllt bleibt:

$$\dot{N}_D \leq \dot{N}_{\bar{p}}^+. \quad (2.20)$$

Das Einsetzen der Gleichungen (2.17), (2.18) und (2.19) in diese Ungleichung ergibt eine Beziehung, mit der die maximale Targetdichte berechnet werden kann, die sinnvollerweise im  $\bar{\text{PANDA}}$ -Experiment zu verwenden ist:

$$n_T \leq \frac{\dot{N}_{\bar{p}}^+}{\sigma N_B f}. \quad (2.21)$$



**Abbildung 2.4.1.:** Totaler und elastischer Wirkungsquerschnitt der Antiproton-Proton-Kollision als Funktion des Impulses der Antiprotonen. Im Impulsbereich des  $\bar{P}$ ANDA-Experiments zwischen 1,5 GeV/c und 15 GeV/c sinkt der totale Wirkungsquerschnitt von etwa 100 mb auf circa 51 mb. (Daten aus [Nak<sup>+</sup>10]: <http://pdg.lbl.gov/current/xsect>)

Der totale Wirkungsquerschnitt für die Antiproton-Proton-Reaktion, der in Abbildung 2.4.1 aufgetragen ist, beträgt bei einem Strahlimpuls von 1,5 GeV/c etwa  $\sigma = 100$  mb [Nak<sup>+</sup>10]. Bei einem Umfang des HESR von 574 m beträgt die Umlauffrequenz der  $N_B = 10^{11}$  Antiprotonen bei diesem Impuls etwa  $f = 443$  kHz. Mit diesen Informationen ergibt sich eine maximale Targetdichte von etwa  $4,5 \times 10^{15}$  Atome/cm<sup>2</sup>.

Neben der maximalen Targetdichte sind weitere Eigenschaften des Targetstrahls von Bedeutung. Die Targetdichte sollte je nach experimentellem Programm und je nach Betriebsbedingungen über möglichst viele Größenordnungen variabel einstellbar sein. Hierbei ist vorteilhaft, wenn diese Änderung so schnell geschehen kann, dass durch Erhöhung der Targetdichte der Verlust an Antiprotonen während eines Beschleunigerzyklusses kompensiert werden kann, so dass die Luminosität konstant gehalten wird. Des Weiteren muss es die Möglichkeit geben, den Targetstrahl instantan ab- und wieder anzuschalten. Dies ist insbesondere für die Akkumulation der Antiprotonen im HESR entscheidend wichtig, da in diesem Zeitraum der Verlust der Antiprotonen so gering wie möglich gehalten werden muss.

Die Volumendichte des Targets sollte im Wechselwirkungsbereich mit dem Antiprotonenstrahl räumlich so homogen wie möglich sein, so dass die Reaktionsrate im gesamten Überlappbereich der beiden Strahlen konstant ist. Gleichzeitig sollte die

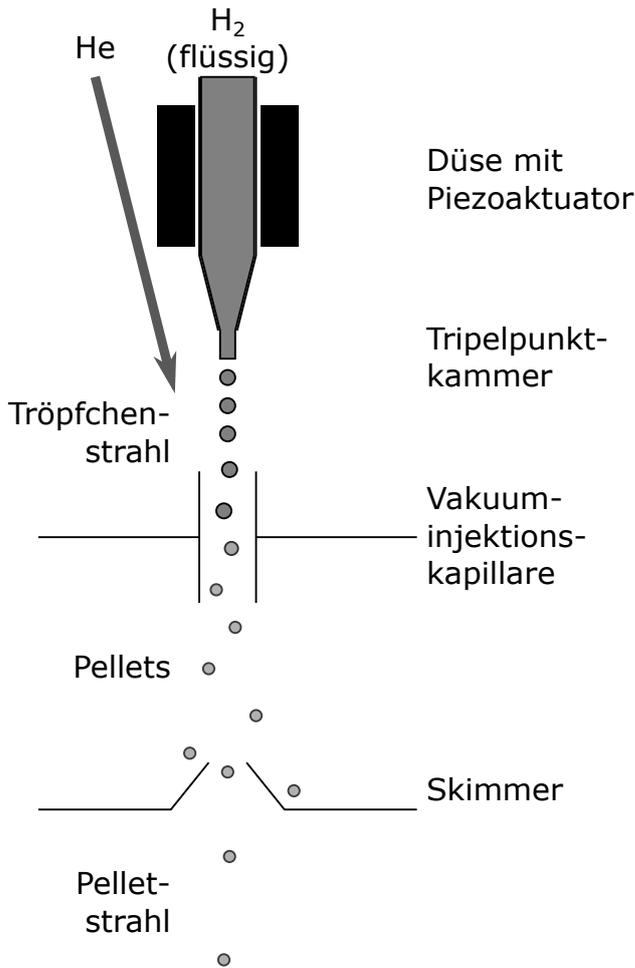
Targetdichte möglichst keine Zeitstruktur aufweisen, da dies zu einer zeitlichen Änderung der Reaktionsrate führen und dadurch die Datenaufnahme und die späteren Datenauswertung erheblich erschweren würde. Dies ist insbesondere der Fall, wenn der Unterschied zwischen der mittleren Luminosität und der maximalen Luminosität groß wird, da die Detektoren nur für eine bestimmte Luminosität ausgelegt sind, und höhere Reaktionsraten zu verlängerten Totzeiten und zu Ineffizienzen führen würden.

Der Durchmesser des Targetstrahls sollte zur Verbesserung der Vertex- und damit der Impulsrekonstruktion so klein wie möglich sein.

## 2.5. Die internen Targets für $\overline{\text{PANDA}}$

Zurzeit gibt es kein Target, das alle diese Voraussetzungen gleichzeitig erfüllen kann. Im Laufe der vorliegenden Arbeit konnte jedoch gezeigt werden, dass zwei Targettypen einen Großteil der Voraussetzungen erfüllen und sich komplementär ergänzen. Diese sind zum einen das in dieser Arbeit bis zu einem vollständig funktionsfähigen Prototyp hin entwickelte Cluster-Jet-Target und zum anderen das Pellet-Target. Aus diesem Grund wird es am  $\overline{\text{PANDA}}$ -Experiment zwei verschiedene, austauschbare Target-Quellen geben, die je nach experimentellem Programm verwendet werden. Die Funktionsweise eines Pellet-Targets ist in Abbildung 2.5.1 schematisch dargestellt. Wasserstoff wird hierbei verflüssigt und fließt durch eine konvergente Glasdüse, mit einem Durchmesser von etwa  $14\ \mu\text{m}$  an der Spitze, in die sogenannte Tripelpunktkammer, in der, durch den Zusatz von Heliumgas ein Druck von etwa 20 mbar eingestellt wird. An die Düse ist ein Piezoaktuator angekoppelt, der mit einer Frequenz angesteuert wird, die je nach verwendeter Düse typischerweise im Bereich zwischen 50 kHz und 80 kHz [Win11] liegt. Durch diese mechanische Schwingung wird der Flüssigkeitsstrahl aufgebrochen und es bildet sich, bei korrekter Wahl der Schwingungsfrequenz, ein Tröpfchenstrahl mit äquidistanten Tropfen aus Wasserstoff aus. Dieser Tröpfchenstrahl gelangt durch die sogenannte Vakuuminjektionskapillare in eine Vakuumkammer. Innerhalb der Kapillare kühlen die Tropfen durch Evaporation weiter ab und werden zu festen Pellets, die einen typischen Durchmesser von etwa  $20\ \mu\text{m}$  besitzen [Ber<sup>+</sup>08]. Durch die turbulente Strömung innerhalb der Kapillare werden die Pellets teilweise abgebremst und teilweise beschleunigt, so dass sie beim Austritt aus der Kapillare keine äquidistanten Abstände mehr besitzen und zusätzlich eine transversale Geschwindigkeitskomponente erhalten. Hierdurch wird es erforderlich die Strahldivergenz, mit Hilfe eines Skimmers, wieder zu verringern [Nor<sup>+</sup>05], indem Pellets mit höherer Divergenz ausgesondert werden. Bei dieser Separation werden ungefähr 80 % der Pellets abgefangen.

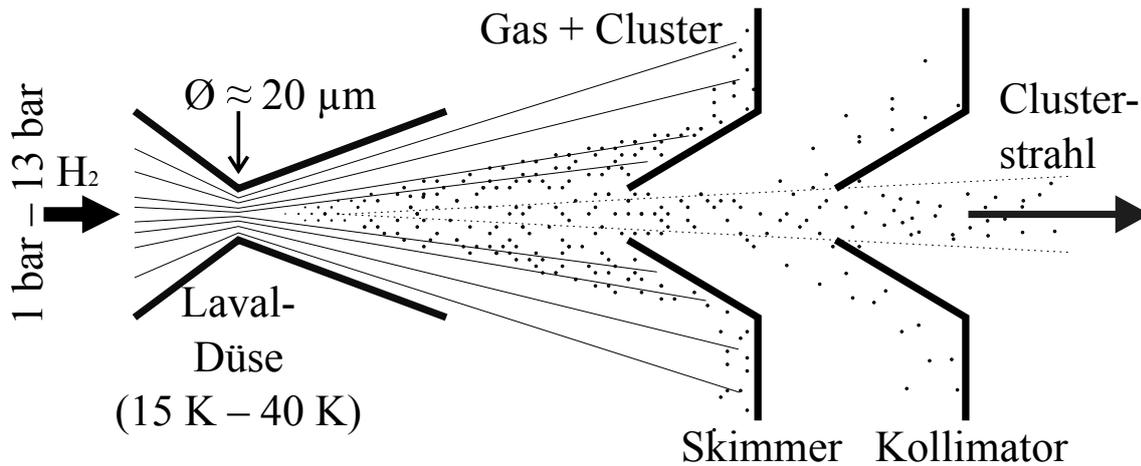
Bislang existiert weltweit nur ein Pellet-Target, das als internes Target in einem Speicherring verwendet wird. Dieses Target wurde für das WASA-Experiment am Speicherring CELSIUS in Uppsala in Schweden entwickelt, gebaut und betrieben



**Abbildung 2.5.1.:** Schematische Abbildung der Erzeugung von Pellets in einem Pellet-Target.

bis es vor wenigen Jahren, zusammen mit dem gesamten Detektor an den Speicherring COSY am Forschungszentrum Jülich transferiert wurde. Das Pellet-Target für  $\bar{P}$ ANDA wird in einer Kooperation von Arbeitsgruppen aus Moskau, Jülich und Uppsala entwickelt [Kho11], wobei bisher noch kein endgültiger Prototyp fertig gestellt wurde. Für dieses Target ist ein spezielles Pellet-Tracking-System vorgesehen, mit dem es mittels mehrerer Kameras möglich sein soll, die genaue Position eines Pellets zum Zeitpunkt der Wechselwirkung mit dem Antiprotonenstrahl mit einer Genauigkeit von wenigen zehntel Millimeter zu bestimmen [CFJ10].

In Abbildung 2.5.2 ist die Funktionsweise eines Cluster-Jet-Targets beschrieben, bei dem der verwendete Wasserstoff vor der Düse gasförmig vorliegt. Bei diesem konventionellen Betrieb wird das Gas bei Drücken zwischen etwa 1 bar und 8 bar und Temperaturen nahe der Dampfdruckkurve von Wasserstoff (siehe Abb. 6.1.1) verwendet [Eks95; All<sup>+</sup>98]. Es gelangt dann durch eine sogenannte Laval-Düse, deren Querschnitt erst konvergent und hinter dem engsten Querschnitt, der typischerweise einen Durchmesser von circa 20  $\mu\text{m}$  besitzt, divergent verläuft, in eine erste Vakuumkammer. Bei der Expansion des Gases im divergenten Teil der Düse, kondensieren die Gasmoleküle mittels Dreikörperstößen [Dor<sup>+</sup>06] zu Clustern, die aus



**Abbildung 2.5.2.:** Schematische Darstellung der Herstellung eines Clusterstrahls im Inneren der Quelle eines Cluster-Jet-Targets, ausgehend von gasförmigem Wasserstoff vor der eingezeichneten Laval-Düse.

mehreren tausend einzelnen Wasserstoffmolekülen bestehen, die mittels der Van-der-Waals-Wechselwirkung gebunden sind. Da nur ein kleiner Teil des Gases zu Clustern kondensiert, müssen diese vom umgebenden Gasstrahl getrennt werden. Hierzu wird ein Skimmer mit einem Durchmesser von etwa 0,5 mm verwendet und die wesentlich größere Divergenz des Gasstrahls gegenüber dem Clusterstrahl ausgenutzt. Ein zweiter Skimmer, der sogenannte Kollimator, führt zu einer weiteren Separation von Cluster- und Gasstrahl und definiert, gemäß Strahlensatz, durch seine Form und Größe die Querschnittsfläche des Clusterstrahls am Wechselwirkungspunkt mit dem Beschleunigerstrahl. Typischerweise wird an dieser Stelle ein Kollimator mit einer runden, 0,7 mm großen, Öffnung verwendet.

In Tabelle 2.5.1 sind typische Eigenschaften [Kho11] der beiden Targettypen, wie sie für das  $\bar{P}$ ANDA-Experiment vorgesehen sind, aufgelistet. Die Eigenschaften des Cluster-Jet-Targets basieren hierbei auf denen, die am Prototyp für  $\bar{P}$ ANDA, genannt MCT2, gemessen wurden, der im Rahmen dieser Arbeit entwickelt und untersucht wurde. Ein klarer Unterschied zwischen den beiden Targets ist in der effektiven Targetdichte zu erkennen. Während das Cluster-Jet-Target, wie in Kapitel 6.3 detailliert beschrieben, eine Targetdichte besitzt, die über mehrere Größenordnungen bis etwa  $10^{15}$  Atome/cm<sup>2</sup> direkt über die Änderung von Gasdruck und der Temperatur der Düse einstellbar ist, kann die effektive Targetdichte des Pellet-Targets kaum unter  $10^{15}$  Atome/cm<sup>2</sup> verringert werden. Gleichzeitig ist es hierbei wichtig zu beachten, dass die momentane Targetdichte beim Pellet-Target deutlich abweichen kann, da durch die bereits erwähnte große Verlustquote von fast 80 % vor dem Skimmer, nicht garantiert werden kann, dass zu jedem Zeitpunkt die gleiche Anzahl von Pellets im Beschleunigerstrahl vorliegt. Beim Cluster-Jet-Target sind dagegen, durch die zufällige

Target-Eigenschaften	Cluster-Jet-Target	Pellet-Target
effektive Targetdichte / (Atome/cm <sup>2</sup> )	bis zu $8 \times 10^{14}$ <i><math>&gt; 2 \times 10^{15}</math></i>	$> 10^{15}$
Partikelgröße	nm – $\mu$ m	$\approx 20 \mu$ m
Rate der Partikel	kontinuierlicher Strahl	$(15-150) \times 10^3$ Pellets/s
Strahlquerschnitt	4 mm $\times$ 12 mm	$\varnothing \approx 3$ mm
mittlerer Partikelabstand	$\leq 10 \mu$ m	bis zu 4 mm
Größe des $\bar{p}$ -Strahls	$\varnothing \leq 1$ mm	$\varnothing \leq 3$ mm
mittlere Partikelanzahl im $\bar{p}$ -Strahl	$\geq 10^7$	1 bis 10

**Tabelle 2.5.1.:** Vergleich der typischen Eigenschaften des geplanten Cluster-Jet-Targets und des Pellet-Targets für  $\bar{P}$ ANDA [Kho11]. Die Angaben für das Cluster-Jet-Target beruhen dabei auf den Eigenschaften des Prototyps MCT2 der im Rahmen dieser Arbeit entwickelt und untersucht wurde. Die kursiv gedruckte Angabe für die Targetdichte wurde mit einer fortentwickelten Version des MCT2 nach Fertigstellung dieser Arbeit erreicht [Täs<sup>+</sup>11a].

Größenverteilung und dem zufälligen Abstand der Cluster, die effektive, also zeitlich gemittelte, und die momentane Targetdichte annähernd gleich groß. Dies bedeutet, dass beim Cluster-Jet-Target im Gegensatz zum Pellet-Target keine ausgeprägte Zeitstruktur in der Targetdichte vorliegt. Ein Vorteil des Pellet-Targets ist die kleinere Targetausdehnung parallel zum Antiprotonenstrahl und die Möglichkeit durch das geplante Pellet-Tracking-System die Positionen des Wechselwirkungspunkts für jedes einzelne Pellet mit einer Genauigkeit im Submillimeterbereich zu bestimmen.

## 3. Cluster-Jet-Targets

In diesem Kapitel werden zunächst kurz die Eigenschaften etablierter Cluster-Jet-Targets vorgestellt und dann die Herausforderungen für ein Cluster-Jet-Target erläutert, das als Target für das  $\bar{P}$ ANDA-Experiment dienen soll.

### 3.1. Etablierte Cluster-Jet-Targets

Cluster-Jet-Targets werden schon seit über zwanzig Jahren als interne Targets in Experimenten an Speicherringen eingesetzt [Eks95]. Sie wurden aus Gas-Jet-Targets entwickelt, bei denen bereits Gas durch Laval-Düsen geschickt wurde und so ein Überschallstrahl entstand. Bei diesen Gas-Jet-Targets wurden Dichten von bis zu  $10^{17}$  Atome/cm<sup>2</sup> erreicht, die jedoch durch die hohe Strahldivergenz nur in unmittelbarer Nähe zur Düse genutzt werden können. Wird das Gas zusätzlich bis zu Temperaturen knapp über dem Siedepunkt abgekühlt, kommt es zur Kondensation der Gasmoleküle zu größeren Clustern, die sich aufgrund ihrer höheren Masse nahezu stoßfrei bewegen. Dieser konusförmige Strahl hat eine klare Abgrenzung zum umgebenden Vakuum [Kho<sup>+</sup>99], wobei der Öffnungswinkel durch die Blendengröße von Skimmer und Kollimator sowie deren Abständen zur Düse gegeben ist. Hierdurch ist es möglich, den Abstand zwischen Düse und Wechselwirkungspunkt auf mehr als einen halben Meter zu erhöhen.

In Tabelle 3.1.1 sind die typischen Betriebsbedingungen einiger etablierter Cluster-Jet-Targets und dem im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Prototyp MCT2 für das  $\bar{P}$ ANDA-Experiment miteinander verglichen, wobei bei allen Targets Wasserstoff als Targetmaterial eingesetzt wurde. Die ersten beiden Targets für PROMICE/WASA in Uppsala und dem E835-Experiment in Chicago sind klassische Cluster-Jet-Targets, die in der Regel bei Drücken im Bereich zwischen 1 bar und 8 bar und Temperaturen zwischen 15 K und 40 K mit gasförmigen Wasserstoff am Düseneinlass arbeiteten. Die beiden in Münster in der Arbeitsgruppe von Prof. Santo gebauten Cluster-Jet-Targets für das COSY-11- und das ANKE-Experiment am Speicherring COSY im Forschungszentrum Jülich werden hingegen in der Regel bei Drücken von 18 bar und Temperaturen im Bereich von 22 K bis 35 K betrieben, um höchstmögliche Dichten zu erreichen. Hierbei wurde davon ausgegangen, dass in diesem Bereich, der in Abbildung 3.1.1 eingezeichnet ist, der Wasserstoff als unterkühltes Gas vor der Düse vorliegt [Kho<sup>+</sup>99] und dadurch bei der Expansion ein Clusterstrahl mit

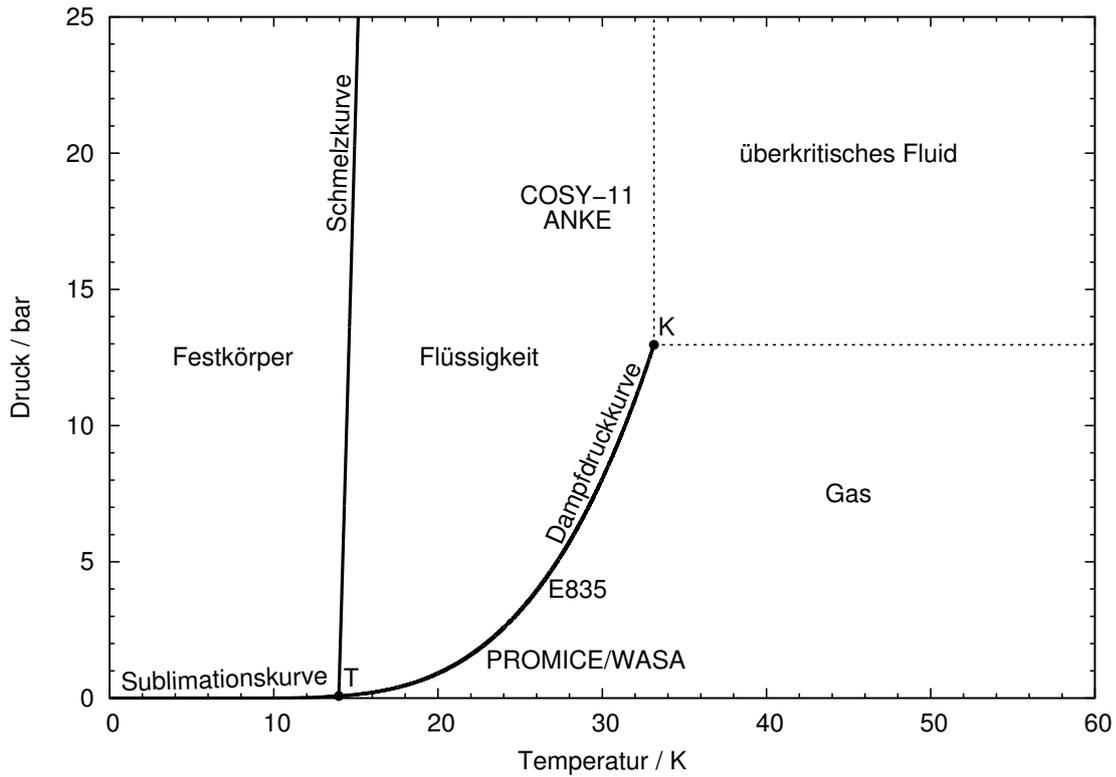
Target- Eigenschaften	PROMICE/ WASA (CELSIUS) [Eks95]	E835 (FERMILAB) [All <sup>+</sup> 98]	ANKE und COSY-11 (COSY) [Dom <sup>+</sup> 97a]	MCT2 (diese Arbeit)
Düsen- durchmesser / $\mu\text{m}$	< 100	37	11 – 16	16 – 28
Düsen- temperatur / K	20 – 35	15 – 40	22 – 35	19 – 35
Gasdruck / bar	1,4	< 8	18	> 18
Abstand	0,325	0,26	0,65	2,1
Düse-IP / m				
Targetdichte / (Atome/cm <sup>2</sup> )	$1,3 \times 10^{14}$	$> 2 \times 10^{14}$	$\gg 10^{14}$	$8,1 \times 10^{14}$ $> 2 \times 10^{15}$

**Tabelle 3.1.1.:** Vergleich der typischen Betriebsbedingungen und der damit erreichten Targetdichten verschiedener etablierter Cluster-Jet-Targets und dem im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Target MCT2 beim Betrieb mit Wasserstoff als Targetmaterial. Es ist wichtig zu beachten, dass das Münsteraner Target MCT2 die angegebene Targetdichte in einer Entfernung von über zwei Metern hinter der Düse erreicht. Die kursiv gedruckte Angabe für die Targetdichte wurde mit einer fortentwickelten Version des MCT2 nach Fertigstellung dieser Arbeit erreicht [Täs<sup>+</sup>11a].

höherer Dichte entsteht. Durch den Vergleich zwischen experimentellen Messungen der mittleren Geschwindigkeit der Cluster und theoretischen Simulationen konnte im Rahmen dieser Arbeit jedoch gezeigt werden, dass der Wasserstoff in diesem Bereich als Flüssigkeit vor der Düse vorliegt und dadurch die deutlich höheren Targetdichten zu erklären sind. Eine detaillierte Darstellung dieser Messungen und Simulationen sowie die sich daraus ergebende neue Beschreibung des Clusterbildungsprozesses ist in Kapitel 6.1 dieser Arbeit zu finden.

## 3.2. Herausforderungen an ein Cluster-Jet-Target für $\overline{\text{PANDA}}$

In Kapitel 2.4 wurden bereits die zahlreichen Anforderungen erläutert, die ein internes Target erfüllen sollte, damit es für das  $\overline{\text{PANDA}}$ -Experiment geeignet ist. Aus diesen Anforderungen ergeben sich für ein Cluster-Jet-Target gewisse Herausforderungen, die im Folgenden erläutert werden sollen. Dazu ist es sinnvoll, die einzelnen Anforderungen zu betrachten und ihre Erfüllbarkeit durch ein Cluster-Jet-Target zu erörtern.



**Abbildung 3.1.1.:** Typische Drücke und Temperaturen bei denen die klassischen Cluster-Jet-Targets PROMICE/WASA [Eks95] und E835 [All<sup>+</sup>98] arbeiteten im Vergleich zu den typischen Betriebsbedingungen der Münsteraner Targets COSY-11 und ANKE [Dom<sup>+</sup>97a]. Eingezeichnet sind des Weiteren die Phasengrenzen von normalem Wasserstoff (Daten aus [Lea<sup>+</sup>09] und [MHR81]; siehe auch Anhang A).

Als Targetmaterial ist insbesondere Wasserstoff bzw. Deuterium vorgesehen. Wasserstoff ist, wie oben gezeigt, ein Standardmaterial für Cluster-Jet-Targets und auch Deuterium ist bei den Münsteraner Targets ANKE und COSY-11 ebenfalls häufig eingesetzt worden. Da Deuterium wesentlich teurer als Wasserstoff ist, wird für dieses Gas eine spezielle Rückgewinnung eingesetzt, bei der die Pumpenabgase der Cluster-Quelle durch eine Zeolithfalle von Öldämpfen befreit und dann mit einem speziellen Membrankompressor auf Drücke von etwa 14 bar komprimiert werden [Ada<sup>+</sup>99]. Das Gas wird dann, genau wie normales Gas aus einer Gasflasche, durch einen Wasserstoffreiniger geschickt, in dem es durch eine Palladium-Membran diffundiert und dann mit einer Reinheit von bis zu 9.0 (99,999 999 90 %) <sup>1</sup> dem Cluster-Target zugeführt wird. Diese Reinigung dient primär der Verhinderung einer reversiblen Verstopfung der Düse durch festfrierendes Restgas. Hierbei ist zu beachten, dass die meisten Gase, die in normaler Luft vorkommen, wie Stickstoff oder Sauerstoff einen höheren

<sup>1</sup>Angabe aus Datenblatt des Herstellers Johnson Matthey

Schmelzpunkt besitzen als Wasserstoff oder Deuterium [You82]. Positiver Nebeneffekt dieser Reinigung ist natürlich, dass das Targetmaterial dem Experiment rein zur Verfügung gestellt wird, so dass diese Anforderung automatisch erfüllt wird.

Der Einsatz schwerer Gase, wie Stickstoff, Neon, Argon, Krypton oder Xenon, erfolgte beim CELSIUS-Target im Regelbetrieb [Eks95]. Die Gaskühlung der Münsteraner Targets ist für die niedrigen Temperaturen unterhalb von 40 K, die für den Wasserstoffbetrieb erforderlich sind, optimiert worden, so dass ein Betrieb bei den hohen Temperaturen, die für die schwereren Gase notwendig sind, nicht direkt möglich ist. Dies ist jedoch kein prinzipielles Problem, es muss jedoch die Gaskühlung entsprechend für einen deutlich größeren Temperaturbereich ausgelegt werden. Für den Betrieb mit Xenon sind beispielsweise Temperaturen im Bereich zwischen 175 K und 190 K üblich [Eks95]. Ein Gas das aufgrund seines niedrigen Siedepunkts von etwa 4 K nur sehr problematisch zur Clustererzeugung eingesetzt werden kann ist Helium. Die hierfür nötigen Kühlleistungen können mit den dargestellten Cluster-Jet-Targets nicht zur Verfügung gestellt werden, so dass für den Betrieb mit Helium ein spezielles Target verwendet werden müsste. Ein mögliches Target ist hier beispielsweise das Mikrotröpfchentarget [GT03], bei dem flüssiges Helium durch eine Mikrometergroße Öffnung direkt ins Vakuum gepresst wird.

Die Verwendung des Cluster-Jet-Targets verschlechtert das Vakuum des Beschleunigers. Im Fall des COSY-11-Targets wurden Drücke im Bereich von  $10^{-7}$  mbar bei Targetdichten von etwa  $2 \times 10^{14}$  Atome/cm<sup>2</sup> gemessen [Dom<sup>+</sup>97b]. Für das PANDA-Experiment ist jedoch mit einer weiteren Verschlechterung des Vakuums um mehrere Größenordnungen zu rechnen, da hier die Streukammer nicht direkt gepumpt wird, sondern nur die Saugleistung der Pumpstufen vor und hinter dem Zentraldetektor wirken können. Hierbei wird effektiv mit einer Saugleistung von unter 48 l/s gerechnet [PAN05], die mehr als Faktor 20 kleiner ist, als die Pumpleistung, die am COSY-11-Target zur Verfügung stand [Dom<sup>+</sup>97b]. Dementsprechend ist es eine bedeutende Herausforderung, das Cluster-Jet-Target so zu bauen, dass der Gaseintrag in den Beschleuniger so gering wie möglich gehalten wird.

Die geforderte Targetdichte von über  $10^{15}$  Atome/cm<sup>2</sup> ist eine große Herausforderung für ein Cluster-Jet-Target. Aufgrund der nahezu konischen Aufweitung des Clusterstrahls, sinkt die Volumendichte des Targets quadratisch mit dem Abstand. Dementsprechend sinkt auch die Targetdichte quadratisch mit dem Abstand, wenn die Größe der Öffnungen von Skimmer- und Kollimator so angepasst werden, dass der Durchmesser des Targets am betrachteten Wechselwirkungspunkt der gleiche bleibt. Aufgrund der Forderung nach einer nahezu vollen  $4\pi$ -Akzeptanz des PANDA-Detektors, muss die Targetquelle außerhalb des Eisenjochs des Zentraldetektors montiert werden. Dies hat zur Folge, dass die Entfernung zwischen Düse und Wechselwirkungspunkt über 2 m beträgt. Ausgehend von den erreichten Dichten von über  $10^{14}$  Atome/cm<sup>2</sup> beim COSY-11- oder ANKE-Target, bei einer Entfernung von etwa 0,65 m zwischen Düse und Wechselwirkungspunkt würde sich, bei gleichem Targetdurchmesser, also in PANDA-Geometrie eine Dichte von etwa  $10^{13}$  Atome/cm<sup>2</sup>

ergeben. Die Hauptaufgabe dieser Promotionsarbeit war es dementsprechend, ein Cluster-Jet-Target zu entwerfen und zu bauen, das eine um mindestens den Faktor 10 höhere Dichte als bisherige Targets erreicht, wobei erst eine Steigerung um den Faktor 100 eine Dichte erzielen würde, die die Produktionsrate des Antiprotonenstrahls vollkommen ausnutzt. Damit die Volumendichte nicht noch weiter erhöht werden muss, wird hierbei vorausgesetzt, dass der Targetdurchmesser von etwa 10 mm beibehalten wird. Dies hat natürlich zur Folge, dass die Ausdehnung des Wechselwirkungsbereichs zwischen Cluster- und Antiprotonenstrahl eine Länge von etwa 10 mm besitzt, wobei die Breite dieses Überlappbereichs quer zum Antiprotonenstrahl nur durch dessen Größe und damit durch die Güte der Strahlkühlung der Antiprotonen gegeben ist. Zu Beginn dieser Arbeit war es weder klar, ob es möglich ist die Targetdichte deutlich zu erhöhen, noch ob ein Cluster-Jet über eine Entfernung von über 4 m zwischen Düse und Auffänger die nahezu konische Ausbreitungscharakteristik beibehält und sich nicht am Ende deutlich aufweitet.

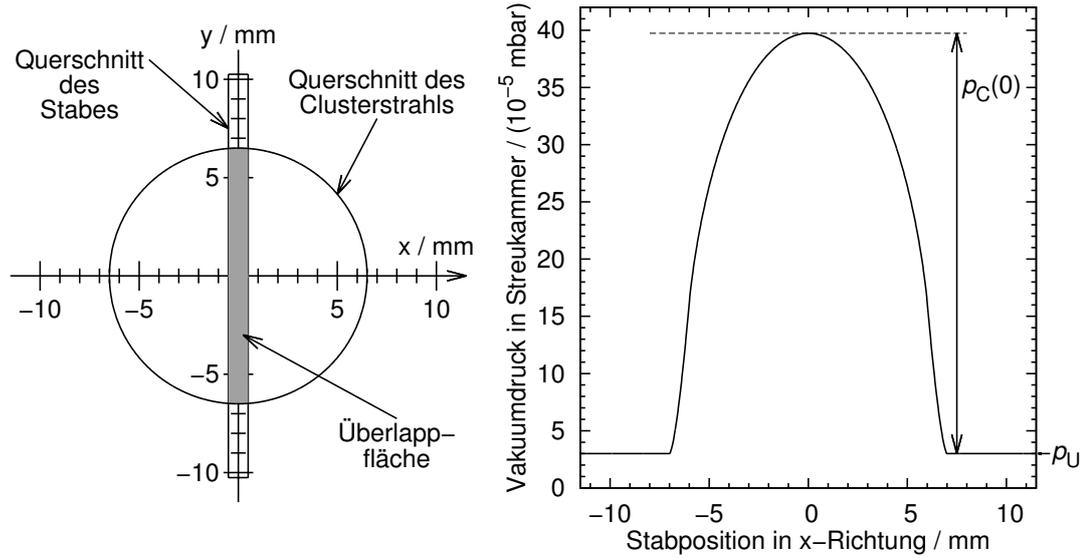
Wie bereits erwähnt, weisen Cluster-Jets aufgrund ihres Erzeugungsprozesses, keine signifikante Zeitstruktur im Subsekundenbereich auf, sodass die über die Zeit integrierte, effektive Targetdichte gleich der momentanen Targetdichte ist. Dementsprechend erfüllen sie die Forderung nach zeitlicher und nach räumlicher Homogenität.

### 3.3. Messung von Targetdichten

In den folgenden Kapiteln werden die beiden im Rahmen dieser Arbeit aufgebauten und untersuchten Cluster-Jet-Targets MCT1 und MCT2 beschrieben. Einer der wichtigsten Parameter, der die Qualität des Targets angibt, ist hierbei die Targetdichte, die am späteren Wechselwirkungspunkt mit dem Antiprotonenstrahl an PANDA erreicht wird. In diesem Abschnitt soll kurz das Prinzip der Messung und die wichtigsten hierfür verwendeten Gleichungen vorgestellt werden. Eine detaillierte Beschreibung wird dann in Kapitel 6.3 gegeben.

Wie bereits erwähnt sinkt die Volumendichte proportional zum inversen Quadrat der Entfernung  $z$  von der Düse. Natürlicherweise verändert sich die Volumendichte auch in Abhängigkeit von den beiden Koordinaten  $x$  und  $y$ , deren Achsen senkrecht auf der Ausbreitungsrichtung des Cluster-Jets stehen. Da die Volumen- bzw. Targetdichte nur am Wechselwirkungspunkt mit dem Beschleunigerstrahl ( $z \approx 2$  m) von Interesse ist, reicht es im Folgenden, nur die Abhängigkeit von den beiden Koordinaten  $x$  und  $y$  zu betrachten. In älteren Veröffentlichungen [Dom<sup>+</sup>97b; Kho<sup>+</sup>99] wurde hierbei ein zylindrisches, homogenes Strahlprofil mit Radius  $R_C$  und maximaler Volumendichte  $\rho_{0,N}$  der Form

$$\rho_N(x, y) = \begin{cases} \rho_{0,N} & \text{für } r = \sqrt{x^2 + y^2} \leq R_C \\ 0 & \text{für } r > R_C \end{cases} \quad (3.1)$$



**Abbildung 3.3.1.:** Prinzip der Bestimmung der Targetdichte durch Einbringung eines Stabes in den Clusterstrahl und Messung der dadurch hervorgerufenen Änderung des Vakuumdrucks als Funktion der Stabposition.

zur Beschreibung der Volumendichte  $\rho_N$  angenommen. Der Nullpunkt ( $x = 0$ ,  $y = 0$ ) ist dabei so gewählt, dass er im Zentrum des zylindrischen Profils liegt. In diesem Fall ist die Targetdichte  $n_T$  leicht zu berechnen<sup>2</sup>:

$$n_T = 2 R_C \rho_{0,N}. \quad (3.2)$$

Hierbei wird vorausgesetzt, dass der infinitesimal dünne Beschleunigerstrahl das Target so schneidet, dass er durch den Nullpunkt hindurchführt und damit über eine Strecke von  $2 R_C$ , also dem kompletten Zylinderdurchmesser, mit dem Clusterstrahl wechselwirkt. Unter Verwendung dieser Annahmen genügt es demnach die maximale Volumendichte  $\rho_{0,N}$  und den Durchmesser  $2 R_C$  des Clusterstrahl zu ermitteln. Die einfachste und direkteste Methode hierfür besteht darin, einen, im Vergleich zum Durchmesser des Clusterstrahls dünnen, Stab entlang der x-Richtung (bzw. y-Richtung) durch den Clusterstrahl zu bewegen. Treffen die Cluster auf den Stab, so werden sie in der umgebenden Vakuumkammer verdampfen und dadurch den Vakuumdruck  $p(x)$  erhöhen. Der Vakuumdruck ergibt sich dann als Summe aus dem Vakuumdruck, der allein durch Restgas in der Kammer verursacht wird  $p_U$  und dem Druck  $p_C(x)$ , der sich durch die verdampfenden Cluster zusätzlich ergibt:

$$p(x) = p_C(x) + p_U. \quad (3.3)$$

In Abbildung 3.3.1 ist die prinzipielle Funktion und das simulierte Ergebnis einer solchen Messung gezeigt.

<sup>2</sup>Einheiten:  $[\rho_N] = \text{Atome}/\text{cm}^3$  und  $[n_T] = \text{Atome}/\text{cm}^2$

Da sich die Cluster mit einer mittleren Geschwindigkeit  $u$  entlang der  $z$ -Achse bewegen, gelangen stetig neue Cluster auf den Stab, so dass bei konstanter Volumendichte ein konstanter Gasfluss  $q_{pV}(x)$  von den verdampfenden Clustern in die Kammer gelangt. Dieser konstante Gasfluss führt zu einem Druck  $p_C(x)$ , der durch die folgende fundamentale Gleichung gegeben ist [WAW88]:

$$p_C(x) = \frac{q_{pV}(x)}{S}. \quad (3.4)$$

$S$  ist hierbei das effektive Saugvermögen des an der Kammer verwendeten Pumpensystems. Wird der Stab mit Durchmesser  $d \approx 1$  mm also so in den Clusterstrahl gehalten, dass der Druckanstieg maximal ist ( $x = 0$ ), beträgt die Fläche, in der Cluster auf den Stab auftreffen etwa  $A \approx 2 R_C d$ . Unter der Annahme einer homogenen Volumendichte innerhalb dieses Überlappbereichs ergibt sich die folgende Gleichung für den Gasfluss:

$$q_{pV}(0) = \frac{\rho_{0,N} A u M_a R T}{N_A M}, \quad (3.5)$$

wobei  $M_a$  die molare Masse der Targetatome,  $M$  die molare Masse der Targetmoleküle<sup>3</sup>,  $R$  die universelle Gaskonstante und  $T$  die Temperatur (Normbedingungen [WAW88]:  $T = 273,15$  K) und  $N_A$  die Avogadro-Zahl ist. Aus dem gemessenen maximalen Druck  $p(0)$ , dem Untergrund-Druck  $p_U$  und dem Radius  $R_C$  des Clusterstrahls, der direkt aus dem Clusterprofil ermittelbar ist, kann mit Hilfe dieser Gleichungen somit direkt die maximale Targetdichte  $\rho_{0,N}$  ermittelt werden. Eine genauere Methode, die auf einem verbesserten Modell der Dichteverteilung beruht, ist in Kapitel 6.3 im Detail erläutert.

---

<sup>3</sup>bei einatomigen Gasen als Targetmaterial gilt  $M = M_a$



## 4. Münster-Cluster-Jet-Target 1

Im vorangehenden Kapitel wurde bereits erläutert, dass zu Beginn dieser Arbeit nicht klar war, ob es möglich ist, einen Clusterstrahl in der für das  $\bar{\text{P}}\text{ANDA}$ -Experiment erforderlichen Geometrie zu nutzen. Aus diesem Grund wurde für das erste Target, zunächst von den Konstruktionsprinzipien der an COSY benutzten Münsteraner Targets des COSY-11 und des ANKE Experiments ausgegangen. Der Entwurf für dieses Target, das „Münster-Cluster-Jet-Target 1“ (MCT1) genannt wurde, stammt von Prof. Dr. Khoukaz und Dipl.-Ing. Hans-Werner Ortjohann. Das MCT1 wurde im Rahmen dieser Arbeit aufgebaut, wobei diese Aufbauphase in der Diplomarbeit von Tobias Rausmann [Rau04] dokumentiert wurde.

### 4.1. Aufbau

In Abbildung 4.1.1 ist eine CAD-Ansicht des gesamten MCT1 gezeigt, während die Abbildung 4.1.2 ein Photo des in Aufbau befindlichen MCT1 darstellt. Das MCT1 lässt sich grob in drei Hauptkomponenten, der Cluster-Quelle, der Streukammer und dem Auffänger einteilen. Die Streukammer befindet sich in einem Abstand von etwa 2,1 m hinter der Düse und damit in etwa an der Position des späteren Wechselwirkungspunkts des  $\bar{\text{P}}\text{ANDA}$ -Experiments. Weitere 2 m von der Streukammer entfernt befindet sich schließlich der Auffänger. Die gesamte Geometrie entspricht damit sehr genau derjenigen des  $\bar{\text{P}}\text{ANDA}$ -Experiments. Aus Platzgründen ist die Anlage waagrecht und nicht wie an  $\bar{\text{P}}\text{ANDA}$  senkrecht aufgebaut worden. Diese Änderung schränkt die Vergleichbarkeit jedoch in keiner Weise ein.

#### 4.1.1. Cluster-Quelle

##### Das Gaskühlungssystem

Die in Abbildung 4.1.3 als CAD-Zeichnung gezeigte Quelle des MCT1 ist sehr ähnlich aufgebaut, wie das Target für das COSY-11-Experiment [Dom<sup>+</sup>97b]. Die Kollimator-kammer besteht aus sechs Stahlplatten, die zusammen eine rechteckige Kammer mit einem Innenvolumen von 246 mm  $\times$  246 mm  $\times$  366 mm bilden. Hierbei sind die fünf Platten, die in Richtung der Streukammer weisen, direkt miteinander verschweißt und nur die hintere Platte abnehmbar. Zur Gaskühlung wird beim

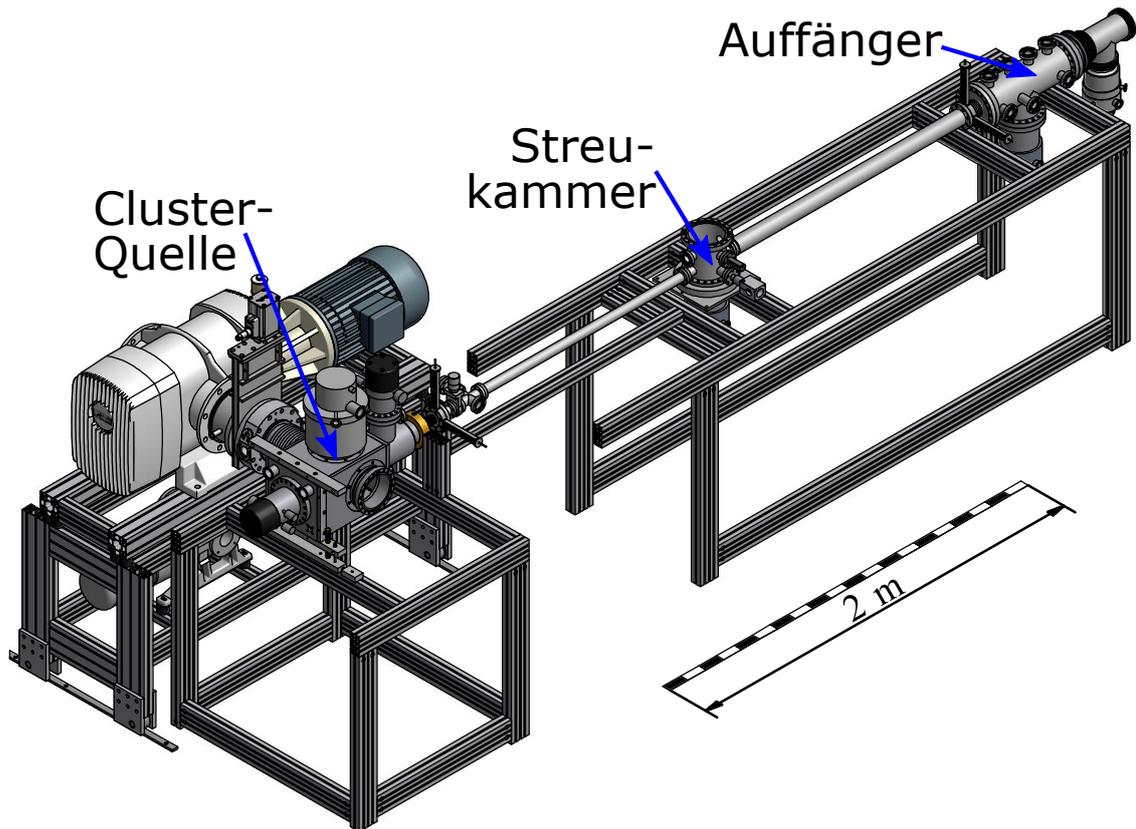


Abbildung 4.1.1.: CAD-Ansicht des MCT1 in der letzten Ausbaustufe.

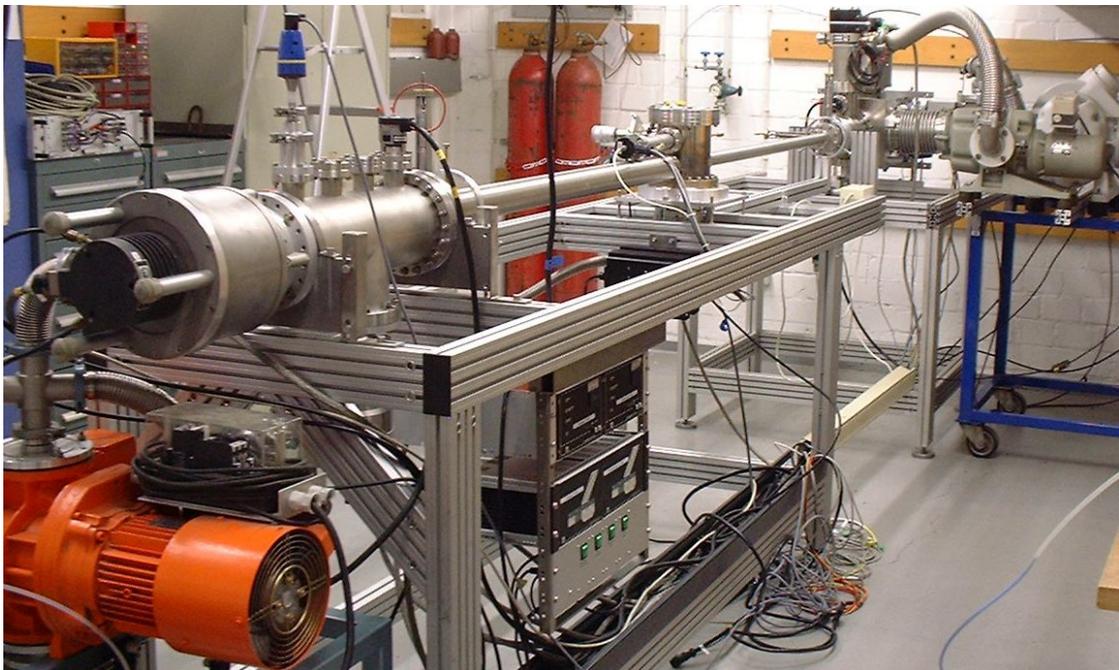
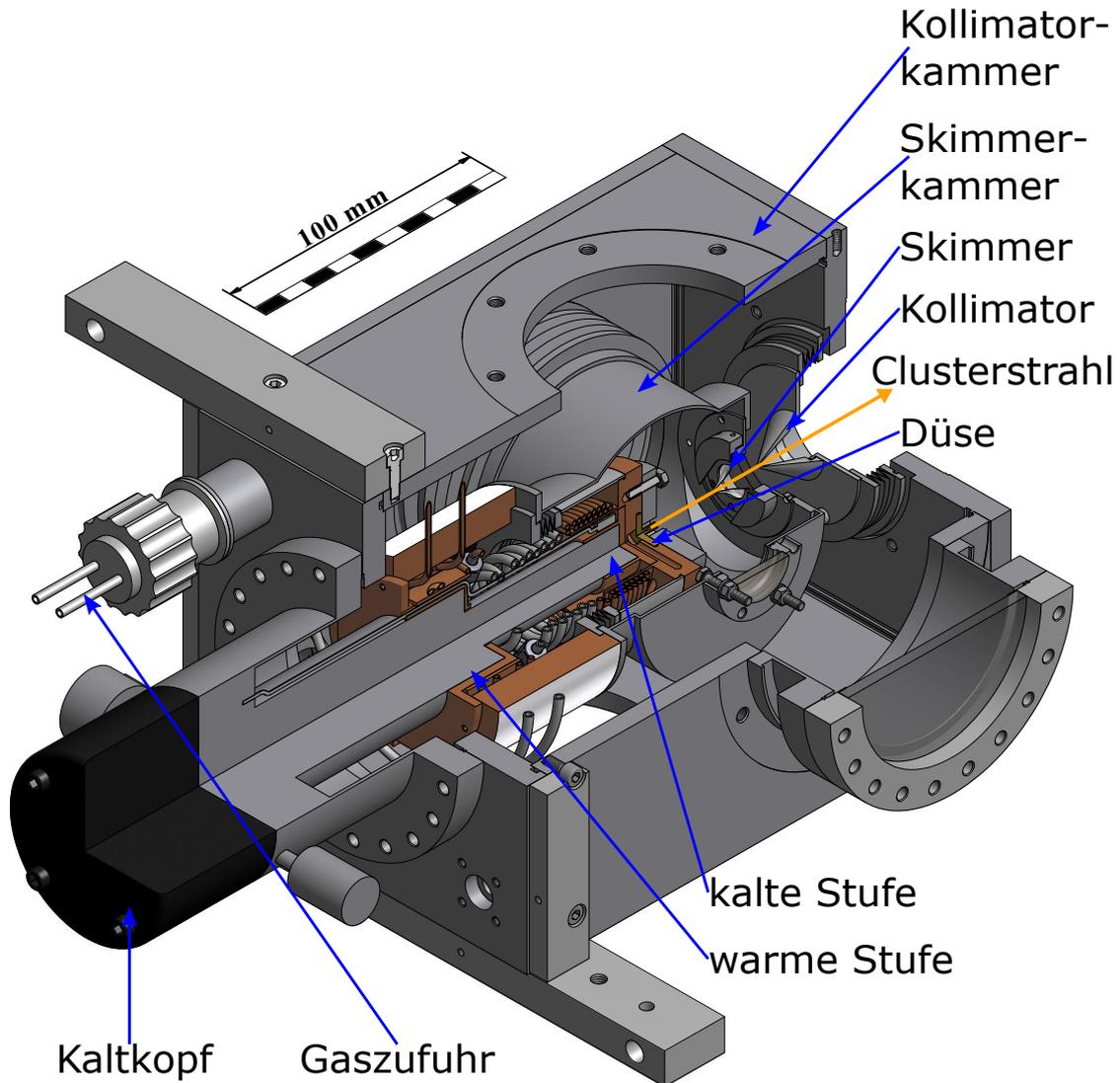


Abbildung 4.1.2.: Photo des Münster-Cluster-Jet-Target 1 in der Aufbauphase. Vorne links ist der Auffänger zu erkennen und hinten rechts die Cluster-Quelle. (Photo: A. Khoukaz)



**Abbildung 4.1.3.:** Isometrische Schnittansicht der Quelle des MCT1. Der Kaltkopf mit angebautes Kühlsystem befindet sich in der Kollimatorkammer, in die die Skimmerkammer integriert ist.

MCT1 ein zweistufiger Kaltkopf der Firma Leybold eingesetzt, der auf dem Gifford-McMahon-Prinzip beruht. Dieser Kaltkopf RGD 1245 stellt laut Hersteller an der ersten Stufe eine Kühlleistung von etwa 45 W bei einer Temperatur von 80 K und an der zweiten Stufe 12 W bei 20 K zur Verfügung. Dieser Typ von Kaltkopf wurde bereits für die Gaskühlung des COSY-11- und des ANKE-Targets verwendet. Die vakuumdichte Verbindung mit der Kollimatorkammer erfolgt über einen CF-160-Flansch, der in den hinteren Deckel dieser Kammer integriert ist.

Abbildung 4.1.4 zeigt eine schematische Darstellung des verwendeten Gassystems. Das Wasserstoff-Gas wird einer Umschaltstation, die zwei Gasflaschen mit je 50 l Volumen enthält, entnommen. Hierbei kann durch Änderung der Druckminderer

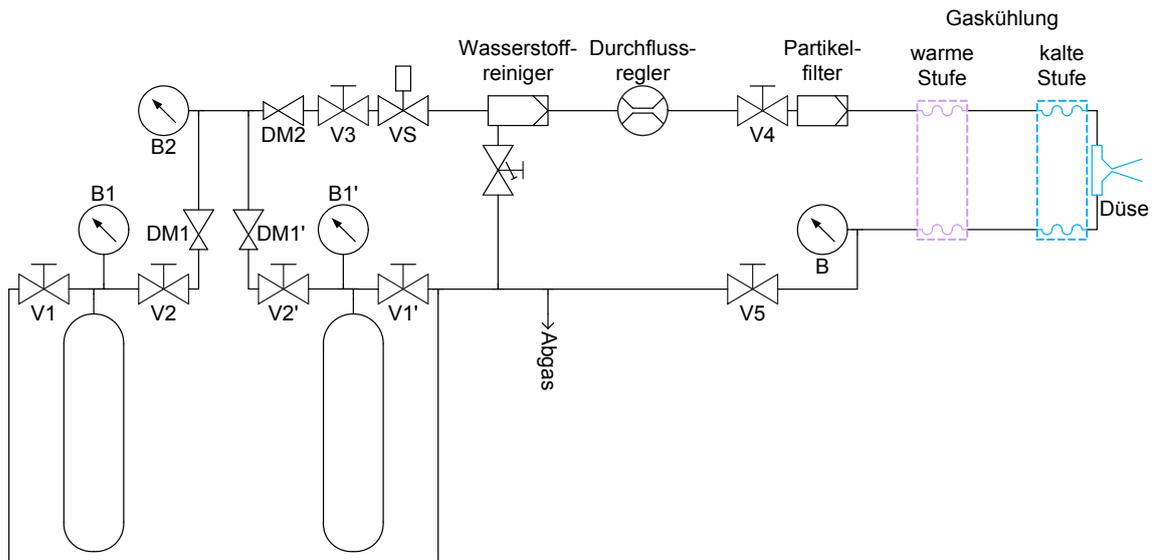


Abbildung 4.1.4.: Schematische Ansicht des Gassystems des MCT1.

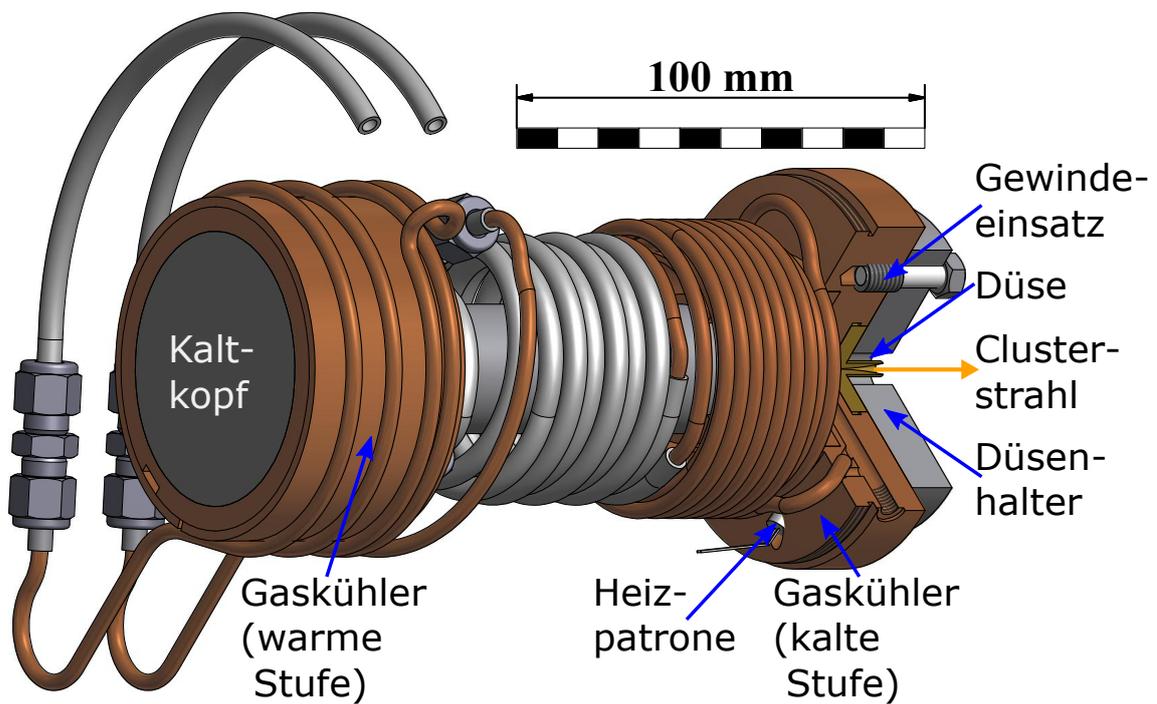


Abbildung 4.1.5.: Isometrische Ansicht des Gaskühlungssystems im MCT1.

DM1 bzw. DM1' zwischen den beiden Gasflaschen umgeschaltet werden. Diese beiden Druckminderer reduzieren den Gasdruck ausgehend von den maximal 200 bar in den Druckgasflaschen auf etwa 24 bar, so dass der Druck an der Düse mittels des Druckminderers DM2 auf bis zu 24 bar eingestellt werden kann. Das Gas wird hiernach durch einen Gasreiniger geleitet, in dem es in atomarer Form durch eine heiße Palladium-Membran diffundiert [WD99]. Der zunächst eingesetzte Gasreiniger lieferte nur Düsendrücke von bis zu 16 bar. Das reine Wasserstoff-Gas gelangt durch einen weiteren Partikelfilter, der direkt am MCT1 befestigt ist, durch eine spezielle Vakuumdurchführung zu den beiden Stufen des Kaltkopfs und wird so auf Temperaturen von bis knapp über 20 K gekühlt.

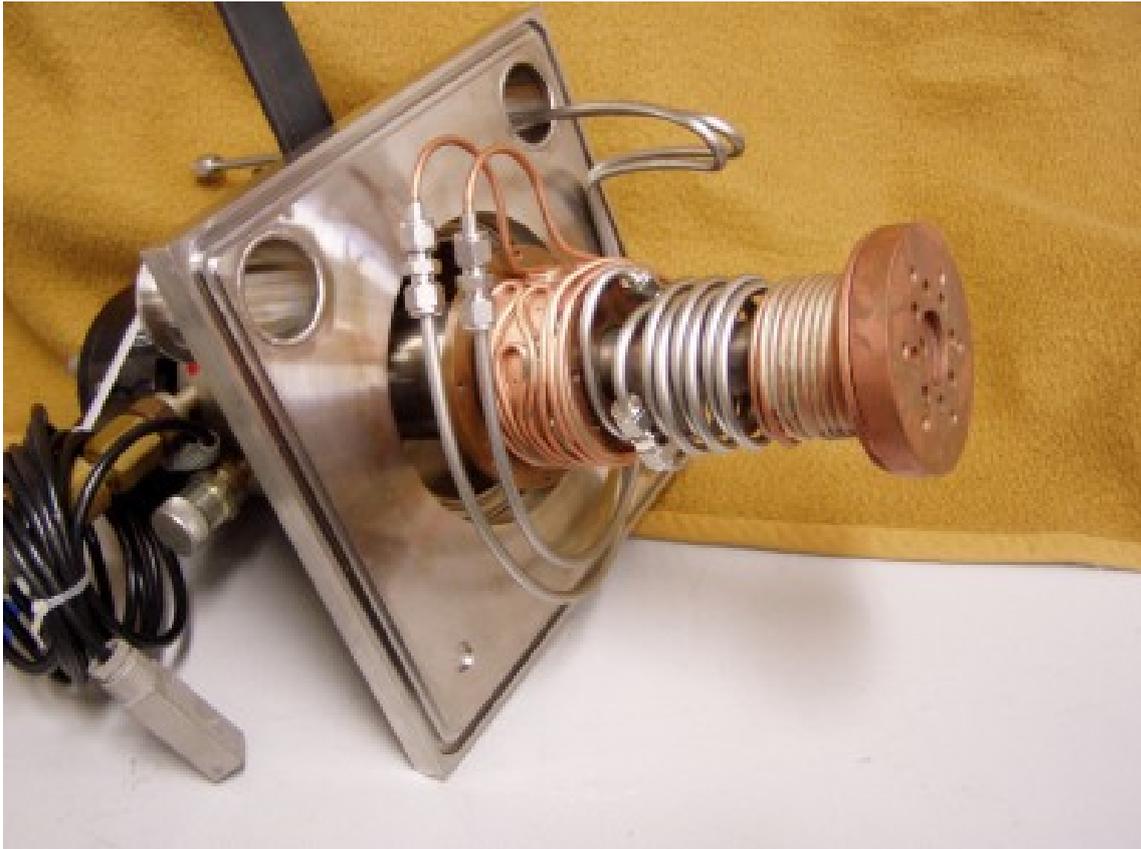
Aufgrund der sehr guten Wärmeleitfähigkeit (siehe Abbildung 5.1.7) wurde beim Aufbau zunächst das gesamte Rohrleitungssystem im Inneren der Cluster-Quelle aus zwei durchgehenden Kupferrohren gefertigt, die das Gas bis zur Düse und dann von dort wieder zurück bis zu einem Druckmessgerät transportieren. Die Rückleitung hat hierbei mehrere Aufgaben. Sie dient primär der Messung des Drucks an der Düse. Sollte durch eine Verschmutzung die gekühlte Hin- oder Rück-Leitung an irgendeiner Stelle verstopfen, so kann dies durch die Druckmessung an dieser Stelle direkt erkannt werden. Zusätzlich kann diese Leitung genutzt werden, um das gesamte Gassystem mit reinem Wasserstoff zu spülen und damit Verschmutzungen, insbesondere Stickstoff, Sauerstoff und Wasserdampf, aus dem System zu verdrängen. Die beiden Rohrleitungen sind mit den sogenannten Gaskühlern, aus Kupfer gefertigten Aufsätzen, die direkt auf die beiden Stufen des Kaltkopfs aufgeschraubt sind, verlötet. Abbildung 4.1.5 zeigt eine Detailansicht dieses Kühlungssystems, wobei es sich bei dem dargestellten System bereits um eine weiterentwickelte Version handelt, die später erläutert wird. Der Gaskühler an der kalten Stufe ist direkt an die Vorderfläche des Kaltkopfs angeschraubt, wobei eine Indiumfolie die Wärmeleitung zwischen diesen beiden Bauteilen verbessert, indem sie die Oberflächenunebenheiten ausgleicht. Dieser Gaskühler dient gleichzeitig auch als Halter für die Lavalldüse. Diese Düse besteht aus Kupfer und wurde vor etwa 20 Jahren in den Werkstätten des CERN gefertigt. In Kapitel 6.1.3.4 ist der innere Aufbau dieser Düse näher erläutert. Am MCT1 wurden drei Düsen getestet, eine mit einem minimalen Durchmesser von etwa 16  $\mu\text{m}$ , eine zweite mit einem Durchmesser des Düsenhalses von circa 28  $\mu\text{m}$  und eine dritte mit einem minimalen Durchmesser von ungefähr 40  $\mu\text{m}$ . Als Dichtung zwischen Gaskühler und Düse dient ein Indium-Ring, wobei eine Halteplatte aus Edelstahl die Düse an den Gaskühler andrückt. Die Gewindelöcher für die Schrauben, die diese Halteplatte mit dem Gaskühler verbinden, mussten durch spiralförmige Gewindeeinsätze aus Edelstahl, sogenannte Helicoils, verstärkt werden. Direkt unterhalb der Düse befindet sich ein Sinterfilter in einer zentralen Bohrung im Gaskühler, der als weiterer Partikelfilter die Düse vor groben Verunreinigungen schützt. In der gleichen Bohrung befindet sich auch eine Temperaturdiode aus Silizium, die direkt die Gastemperatur in unmittelbarer Düsennähe misst. Die beiden Zuleitungen dieser Temperaturdiode sind durch die Gasrückleitung nach außen geführt, wo sie durch eine druckfeste elektrische Durchführung aus diesem Rohr ausgekoppelt werden. Die

Temperatur der kalten Stufe kann eingestellt werden, in dem die elektrische Leistung einer Heizpatrone manuell gewählt wird. Diese Heizpatrone der Firma Lakeshore ist in eine passende Bohrung in dem Gaskühler der kalten Stufe eingesetzt und kann laut Hersteller eine Heizleistung von bis zu 50 W abstrahlen. Diese kommerzielle Form der Heizung hat eine zylindrische Form und ist vollständig gekapselt. Gegenüber den früher in den COSY-Experimenten verwendeten selbstgebauten Heizungen aus frei liegendem Wolframdraht, bietet diese Bauform einen deutlichen Vorteil im Hinblick auf ihre mechanische Stabilität.

Diese erste Version mit durchgehenden Kupferrohren wurde erfolgreich in Betrieb genommen und ein Clusterstrahl erzeugt. Es war mit dieser Version jedoch nicht möglich in den Bereich des Phasendiagramms zu gelangen, der in Abbildung 3.1.1 als „Flüssigkeit“ markiert ist. An der Dampfdruckkurve führte eine weitere Temperaturerniedrigung immer nur zu einer gleichzeitigen Erniedrigung des gemessenen Drucks vor der Düse, so dass nur eine effektive Änderung entlang der Dampfdruckkurve möglich war. Der Grund für dieses Verhalten wurde schnell klar, als eine deutliche Raureifbildung an der Vakuumdurchführung der Gasleitungen in diesem Betriebsbereich festgestellt wurde. Durch die Verwendung der Kupferrohre wurde also ein Großteil der Kühlleistung des Kaltkopfs an die Umgebung abgegeben. Bei den älteren Münsteraner Targets war kein durchgehendes Rohr verwendet worden, sondern es wurden die Rohre aus einzelnen Teilstücken zusammengelötet, wobei die nach Außen führenden Rohre aus Edelstahl gefertigt waren. Der Vergleich der Wärmeleitfähigkeit von Kupfer und Edelstahl (Abb. 5.1.7) zeigt deutlich, dass Kupfer die Wärme um mehr als eine Größenordnung besser leitet als Edelstahl. Für die Herstellung des MCT1 war die Verwendung der durchgehenden Kupferrohre zwar ein deutlicher Vorteil, die dadurch verursachten Wärmeverluste stellten sich jedoch als deutlich zu hoch heraus, so dass die Leitungen nachträglich aufgetrennt und sowohl zwischen den Stufen als auch von der warmen Stufe nach Außen durch Edelstahlrohre ersetzt wurden. Die Verbindung mit den bestehenden Kupferrohren erfolgte hierbei durch Weichlöten, wobei mehrere Anläufe nötig waren, bis diese Verbindungen auch im kalten Zustand gasdicht waren. In den Abbildungen 4.1.5 und 4.1.6 sind diese neuen Leitungen gut zu erkennen.

### **Das Vakuumsystem**

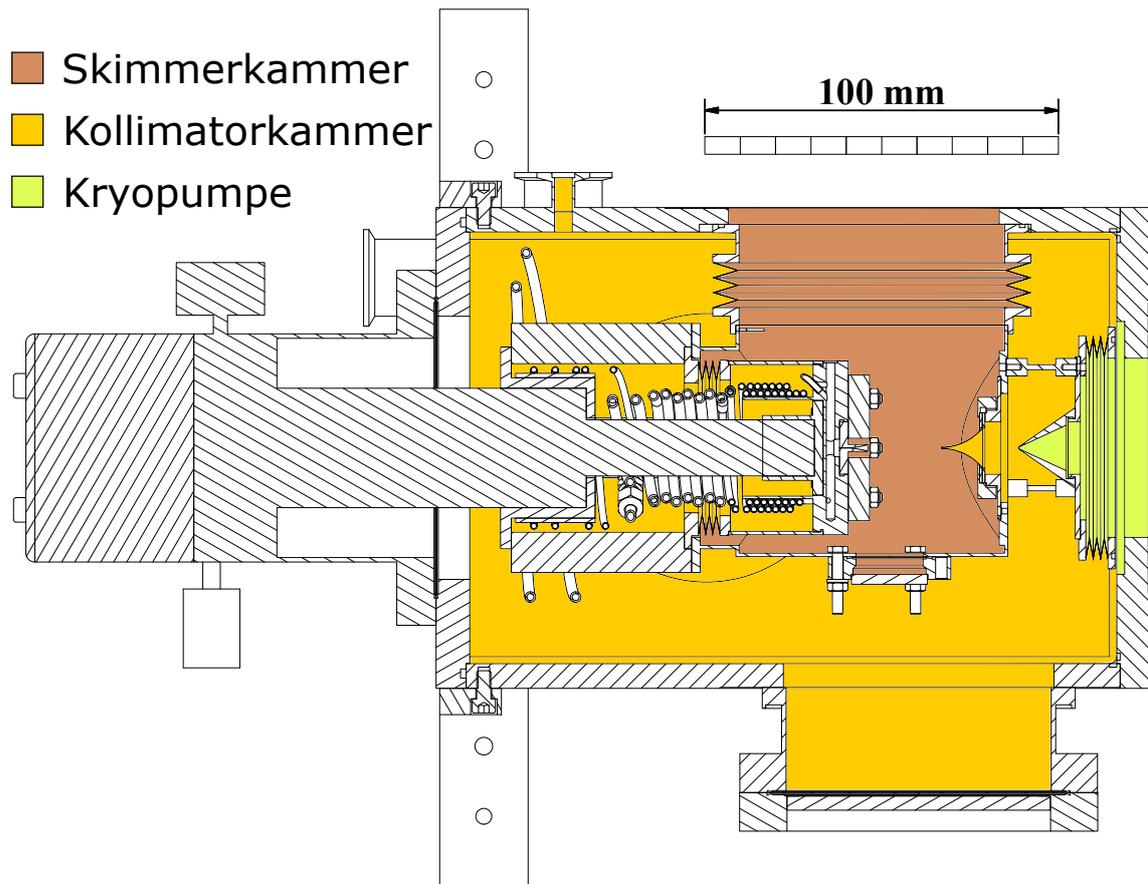
Am rückwärtigen Ende des Gaskühlers der kalten Stufe befindet sich ein Gewinde, auf das ein Rohrstück mit angeschweißtem Membranbalg vakuumdicht aufgeschraubt wird. Dieses Rohrstück mit Membranbalg bildet einen Teil der Vakuumentrennung zwischen Kollimator- und Skimmerkammer. In Abbildung 4.1.7 ist ein Querschnitt durch die Quelle des MCT1 gezeigt, in dem die einzelnen Vakuumkammern farblich hinterlegt sind. Bei diesem Target ist, wie bereits früher bei dem COSY-11- und ANKE-Target, die Skimmerkammer in die Kollimatorkammer integriert. Die vakuumdichte Verbindung der beiden Kammern erfolgt durch Membranbälge, wobei O-Ringe



**Abbildung 4.1.6.:** Photo des Kaltkopfs und des Gaskühlungssystems des MCT1. Gut zu erkennen sind die Edelstahlleitungen, die das Gas zur warmen Stufe (Bildmitte) und von dort zur kalten Stufe (rechts) transportieren. (Photo: A. Khoukaz)

aus Elastomeren oder Indiumdraht als Dichtungen verwendet werden. Zur optimalen Trennung des Clusterstrahls vom umgebenden Gas, wurde bei diesem Target erstmals ein Skimmer der Firma Beam Dynamics eingesetzt. Dieser zeichnet sich durch eine Spitze aus, die unter einem sehr spitzen Winkel von etwa  $30^\circ$  zuläuft und an diesem Punkt laut Hersteller eine maximale Wandstärke von etwa  $10\ \mu\text{m}$  besitzen soll.

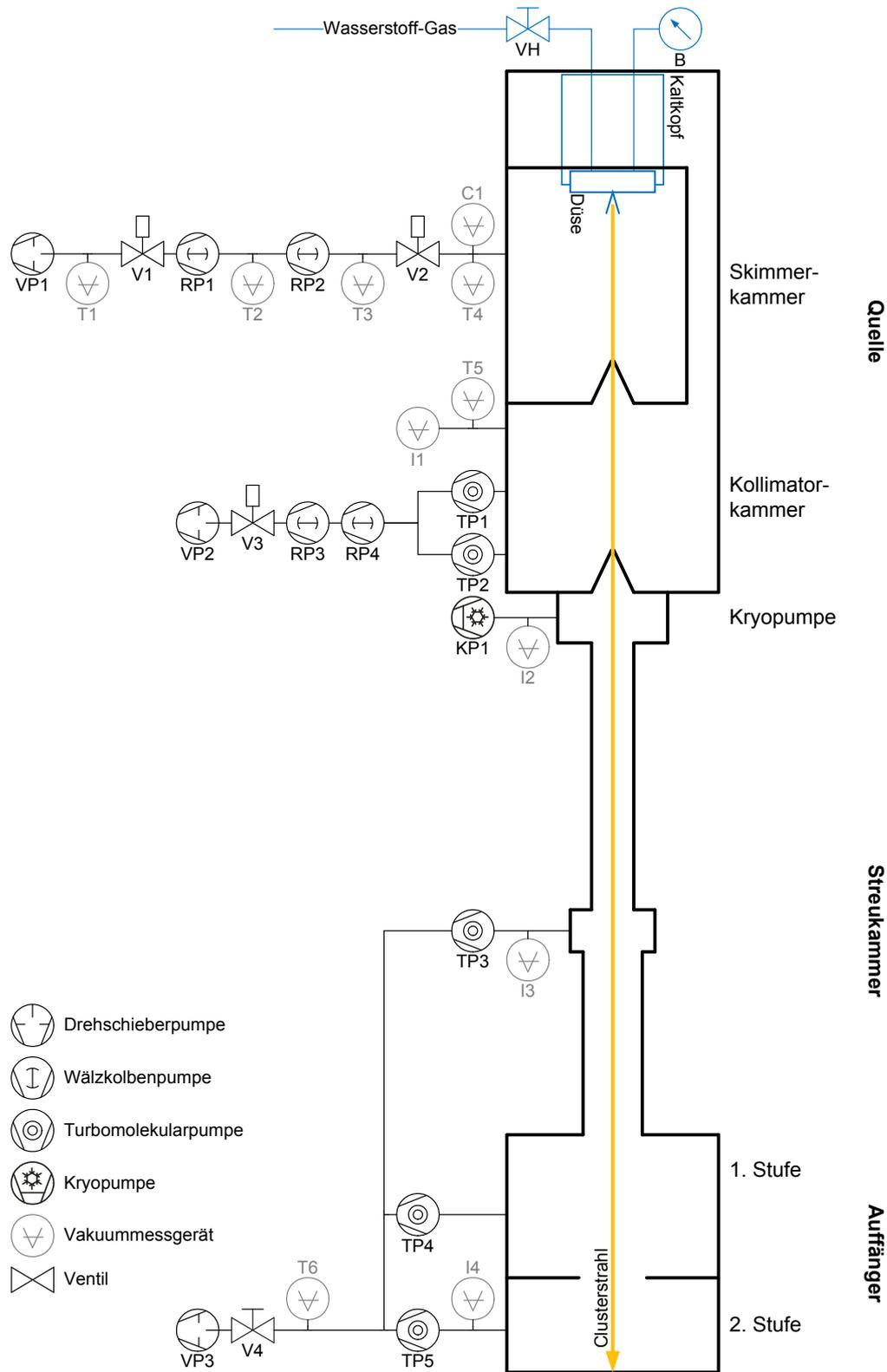
In der ersten Version des Vakuumsystems wurde die Skimmerkammer mit Hilfe einer Rootspumpe mit einem Nennsaugvermögen von circa  $1000\ \text{m}^3/\text{h}$  gepumpt und die Kollimatorokammer mit drei Turbopumpen, die zusammen ein Saugvermögen von etwa  $1500\ \text{m}^3/\text{h}$  bereitstellen. Die Turbopumpen wurden hierbei zunächst mit einer kleinen Rootspumpe vorgepumpt, die ihrerseits mit der Skimmerkammer verbunden war. In dieser Konfiguration zeigte sich jedoch rasch, dass bei höheren Dichten die Saugleistung der Turbopumpen, bedingt durch den erhöhten Vordruck von der Skimmerkammer deutlich verringert wurde. Aus diesem Grund wurde ein getrenntes Vorvakuumssystem für die Turbopumpen bestehend aus zwei Rootspumpen (Saugvermögen  $1000\ \text{m}^3/\text{h}$  und  $600\ \text{m}^3/\text{h}$ ) und einer Drehschieberpumpe (circa  $65\ \text{m}^3/\text{h}$ ) aufgebaut. In Abbildung 4.1.8, in der die finale Version des Vakuumsystems des



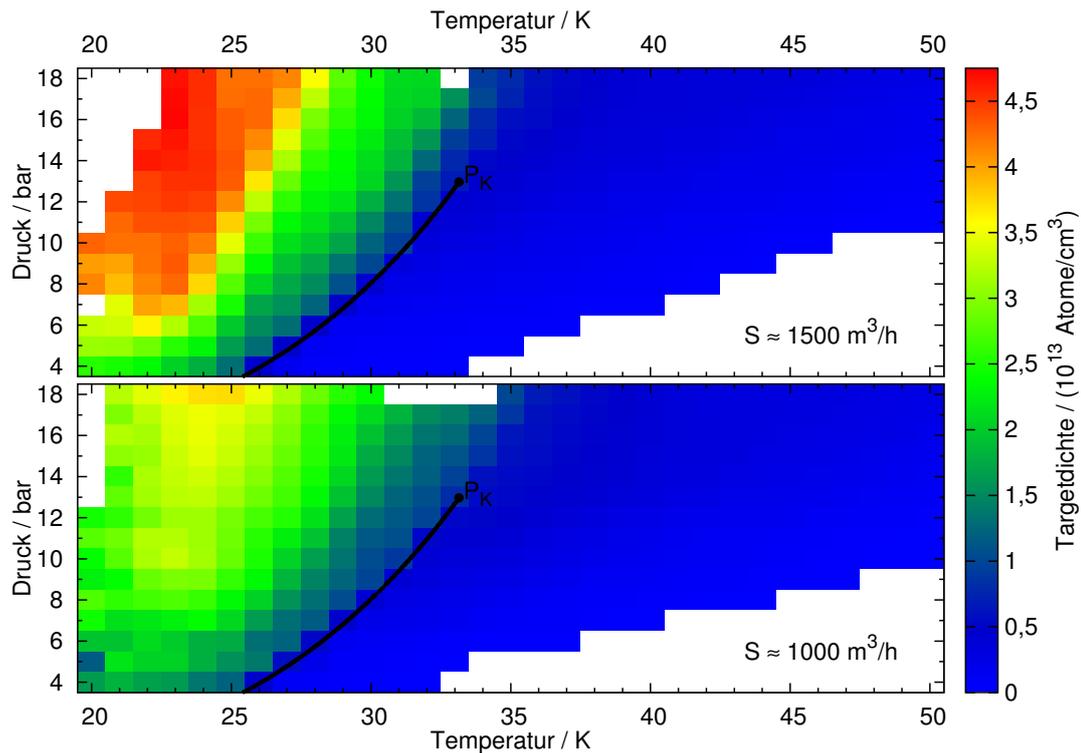
**Abbildung 4.1.7.:** Querschnitt durch die Quelle des MCT1. Die einzelnen Vakuumkammern sind farbig hinterlegt.

MCT1 gezeigt ist, ist dieses System gut zu erkennen. Im Rahmen dieses Umbaus wurde auch der signifikante Einfluss des Kollimator-kammerdrucks auf die minimal erreichbare Düsentemperatur deutlich. Durch den Umbau verringerte sich der Vakuumdruck in der Kollimator-kammer um etwa eine Größenordnung auf einen Wert, der unter  $10^{-3}$  mbar lag. Da sich die Wärmeleitfähigkeit eines Gases mit sinkendem Druck verringert, konnten hierdurch, bei gleichem Druck vor der Düse von etwa 14 bar, Temperaturen von ungefähr 22 K anstelle der vorher erreichbaren circa 34 K erreicht werden.

Ein weiterer entscheidender Fortschritt wurde erzielt, als probeweise die Saugleistung an der Skimmerkammer von  $1000 \text{ m}^3/\text{h}$  auf  $1500 \text{ m}^3/\text{h}$  erhöht wurde. In Abbildung 4.1.9 ist die hierbei erzielte deutliche Zunahme der Dichte bei hohen Drücken und niedrigen Temperaturen zu erkennen. Da für diesen Test gleichzeitig das Saugvermögen im Vorvakuumssystem der Kollimator-kammer vermindert wurde, fällt sofort auf, dass hierdurch die minimal erreichten Düsentemperaturen erhöht wurden. Beide Messungen wurden mit einer Düse durchgeführt, die am Düsenhals einen Durchmesser von  $16 \mu\text{m}$  aufwies. Für diese Messungen wurde jeweils ein fester Druck am



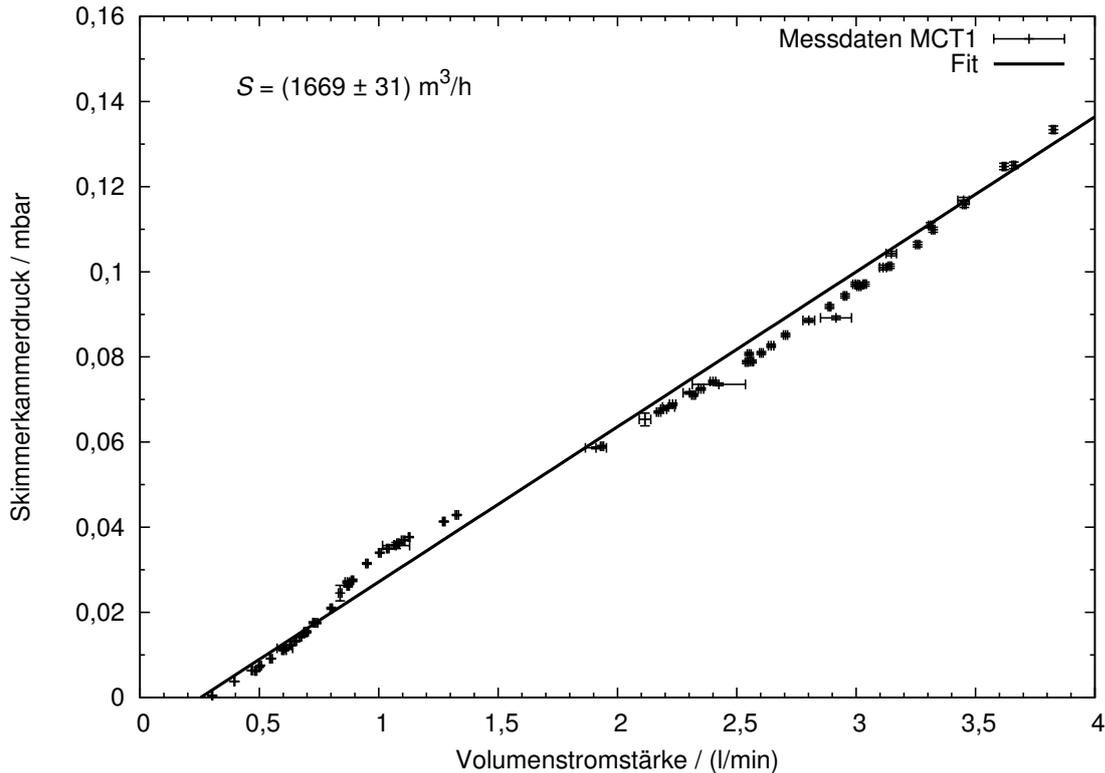
**Abbildung 4.1.8.:** Schematische Darstellung des Vakuumsystems des MCT1 in der finalen Ausbaustufe.



**Abbildung 4.1.9.:** Vergleich der erreichten Targetdichte des MCT1 mit zwei verschiedenen Nennsaugvermögen von 1000 m<sup>3</sup>/h und 1500 m<sup>3</sup>/h an der Skimmerkammer. Die Darstellung beruht auf Messwerten von Herrn Rausmann.

Druckminderer der Umschaltstation eingestellt und dann die elektrische Heizung abgeschaltet. Dadurch sinkt die Temperatur der Düse langsam von etwa 50 K bis auf die kleinste Temperatur, die der Kaltkopf erzielen kann. Durch das computergestützte Messsystem werden in dieser Zeit ständig alle Parameter des Targets und hier insbesondere der Druck und die Temperatur vor der Düse sowie der Vakuumdruck in der Streukammer gemessen. Wird dies ein zweites Mal wiederholt, wobei sich bei diesem Mal einer der Stäbe in der Streukammer im Zentrum des Clusterstrahls befindet, so kann durch geeignete Auswertung mittels der in Kapitel 3.3 gezeigten Methode, die Targetdichte in bestimmten Druck- und Temperaturintervallen ermittelt werden. Für die dargestellte Vergleichsmessung wurde hierbei die mittlere Geschwindigkeit durch die in Kapitel 6.1.6 dargestellte Methode bestimmt. Basierend auf dieser erfolgreichen Vergleichsmessung wurde für die Skimmerkammer ein zweistufiges Rootspumpensystem bestehend aus einer Leybold Ruvac RA3001 (Nennsaugvermögen etwa 3000 m<sup>3</sup>/h) und einer Ruvac WA501 (circa 500 m<sup>3</sup>/h), die von einer Drehschieberpumpe Trivac D65B (circa 65 m<sup>3</sup>/h) vorgepumpt werden, beschafft und verwendet.

Durch den Einsatz des neuen Pumpstands konnte das Saugvermögen in der Streukammer deutlich erhöht werden. In Abbildung 4.1.10 sind der gemessene Skimmerkammerdruck  $p$  als Funktion der Volumenstromstärke  $q_V$ , die der Düse zugeführt

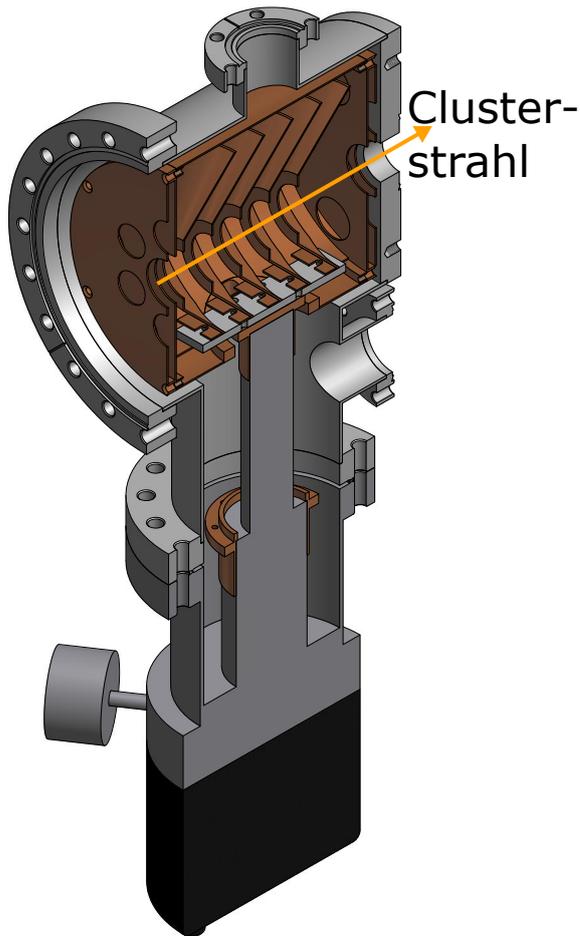


**Abbildung 4.1.10.:** Skimmerkammerdruck des MCT1 mit dem endgültigen Pumpsystem als Funktion des Gasstroms, der zur Düse geleitet wurde. Die durchgezogene Linie stellt den Fit einer linearen Funktion dar, aus dem direkt das angegebene Saugvermögen  $S$  bestimmt wurde.

wurde, dargestellt. Diese Darstellung basiert auf Messwerten, die bei der Bestimmung der Clustergeschwindigkeit (siehe Kap. 6.1.2) mit aufgezeichnet wurden. Aufgrund des linearen Zusammenhangs zwischen diesen beiden Größen kann durch Anpassung der Funktion [WAW88]

$$p = \frac{p_N q_V}{S} + p_U \quad (4.1)$$

an die Daten, wobei  $p_N = 1013,25$  mbar der Druck unter Normalbedingungen und  $p_U$  der gasflussunabhängige Untergrunddruck ist, direkt das Saugvermögen  $S$  des Pumpsystems zu knapp unter  $1700 \text{ m}^3/\text{h}$  ermittelt werden. In der Abbildung ist zusätzlich erkennbar, dass bei höchsten Gasflüssen, ein Druck von etwa  $1,6 \times 10^{-1}$  mbar erzielt wird. Da beim Überschreiten eines Drucks von etwa  $10^{-1}$  mbar bei früheren Experimenten [Kho<sup>+</sup>99] eine Verminderung der Targetdichte beobachtet wurde, ist dieser maximal beobachtete Druck klarer Hinweis auf weiteres mögliches Verbesserungspotential.



**Abbildung 4.1.11.:** Isometrischer Querschnitt durch die Münsteraner Kryopumpe [Dom<sup>+</sup>97a], die am Ausgang der Quelle des MCT1 als weitere Pumpstufe eingesetzt wird. Zur Kühlung dient ein Kaltkopf des Typs RGD 510 der Firma Leybold. Die schräg gestellten Kreisringe im Inneren sind mit Aktivkohle beklebt und werden durch die kalte Stufe des Kaltkopf auf Temperaturen von etwa 10 K heruntergekühlt.

#### 4.1.2. Streukammer und Auffänger

Hinter dem Kollimator schließt sich eine weitere Pumpstufe an, die durch eine Münsteraner Kryopumpe [Dom<sup>+</sup>97a] gepumpt wird. Dieser Typ von Kryopumpe unterscheidet sich deutlich von kommerziell gehandelten Kryopumpen. Letztere werden seitlich an eine zu pumpende Kammer angeflanscht und sind so aufgebaut, dass Gasatome zunächst schräg gestellte Lamellen passieren müssen, die an der warmen Stufe eines Kaltkopfs mit einer Temperatur von unter 60 K befestigt sind. Hiernach treffen die Gasatome auf mehrere mit Aktivkohle beklebte Kupferringe, die an der kalten Stufe des Kaltkopfs bei einer Temperatur von etwa 10 K angebaut sind. Die Münsteraner Kryopumpen sind für den Betrieb mit einem Clusterstrahl optimiert. Bei ihnen sind die mit Aktivkohle beklebten Kupferringe so angeordnet, dass der Clusterstrahl durch ihr Zentrum hindurch dringt. Durch diese Anordnungen ist der Abstand zwischen den Kaltflächen und dem Clusterstrahl minimal und Restgas kann auf direktem Weg abgepumpt werden und erreicht so ein Saugvermögen von etwa 22 000 l/s. In Abbildung 4.1.11 ist der Querschnitt durch eine solche Kryopumpe gezeigt.

Die gesamte Cluster-Quelle ruht auf einem separaten Gestell aus speziellen Aluminium-Profilen der Firma Kanya. Da bei dieser Quelle weder Skimmer noch Kollimator bewegt werden können, wird die Ausrichtung des Clusterstrahls direkt durch die Positionierung der Kollimatorkammer in Bezug zum restlichen Vakuumsystem bestehend aus Streukammer und Auffänger vorgegeben. Zur einfacheren Positionierung ist hierbei an der Kryopumpe ein Kardan-Gelenk befestigt, das einen festen Drehpunkt definiert. Die Kammer ruht des Weiteren auf zwei Schrauben, die den Abstand zwischen der Kollimatorkammer und dem Gestell veränderbar machen. Diese beiden Schrauben enden auf einer Leiste, die transversal zum Auffängersystem und damit zur Sollachse des Clusterstrahls verschoben werden kann.

Die Cluster-Quelle mit ihrer abschließenden Kryopumpe und die Streukammer sind durch ein Strahlrohr miteinander verbunden, das einen Innendurchmesser von etwa 38 mm besitzt. Damit ist es in weiten Teilen deutlich kleiner als das geplante Targetstrahlrohr für PANDA das sich schrittweise von 90 mm über Stufen von 60 mm und 40 mm auf schließlich 20 mm am Wechselwirkungspunkt verjüngt und dann sich von dort wieder spiegelsymmetrisch bis auf 90 mm aufweitet [PAN09a]. Die Anbindung der Kryopumpe an dieses Strahlrohr erfolgt über einen flexiblen Membranbalg, der die oben beschriebene Bewegung der Cluster-Quelle ermöglicht. Am Ende des Strahlrohrs befindet sich die Streukammer, deren Mitte sich mit einem Abstand von circa 2,1 m von der Düse, direkt am späteren Wechselwirkungspunkt des PANDA-Experiments befindet. An dieser Kammer befindet sich die zur Targetdichtemessung nötige Diagnostik (siehe Kapitel 6.3). Die Kammer wird durch eine kleine Turbopumpe (etwa 340 l/s) gepumpt. Zwischen Streukammer und Auffänger befindet sich ein weiteres Strahlrohr, das einen inneren Durchmesser von etwa 66 mm aufweist, um der konischen Form des Clusterstrahls genügend Raum zu lassen. Der Auffänger besteht aus einer einfachen Vakuumkammer, die durch ein ringförmiges Blech in zwei Teile aufgeteilt ist, die jeweils mit Turbopumpen gepumpt werden. Durch diesen einfachen Aufbau kann ein Teil des Targetgases wieder aus dem Auffänger in die Skimmerkammer zurückströmen, so dass der Druck in der Streukammer höher ist, als bei einem speziell optimierten Auffänger. Für die gewünschten Messungen ist dies jedoch nicht relevant.

## 4.2. Messsystem

In diesem Abschnitt soll kurz die verwendete Hard- und Software beschrieben werden, die sowohl beim MCT1 als auch beim Nachfolger dem MCT2 verwendet wird, um die Funktion der Targets zu überwachen und einfache Routinemessungen automatisch ablaufen zu lassen.

### 4.2.1. Hardware

Am MCT1 wurde ein Windows-PC mit einer Messkarte des Typs PCI703-16/A der Firma Eagle Technology ausgerüstet. Diese Multifunktionskarte besitzt 16 analoge Ein- und 2 analoge Ausgänge, die jeweils eine Auflösung von 14 bit besitzen. Zusätzlich existieren 18 Digitalkanäle die einzeln entweder als Digital-Eingang oder -Ausgang konfiguriert werden können. Mit Hilfe der Analog-Eingänge wurden beim MCT1 in erster Linie die Vakuumdrücke von den verwendeten aktiven Messröhren bzw. von den Ansteuerungen der passiven Messröhren ausgelesen. Für die Einstellung der Düsen-Temperatur stand zunächst nur eine Temperatúrauslese für die Silizium-Diode zur Verfügung, die mittels der seriellen RS232-Schnittstelle des PCs ausgelesen wurde sowie ein Netzgerät, dass die Heizpatrone mit einer einstellbaren Spannung versorgte. Die Spannungseinstellung erfolgte hierbei durch eine externe Spannung zwischen 0 und 10 V, die durch einen der Analogausgänge des Mess-PCs erzeugt wurde. Später wurde ein Temperaturregler der Firma Lakeshore (Modell 331S) verwendet, der mit Hilfe eines eingebauten PI-Reglers die Temperatur auf zehntel Kelvin genau konstant hält und sowohl die Auslese der Silizium-Diode als auch die Stromversorgung der Heizpatrone übernimmt. Dieser Temperaturregler wird über die serielle RS232-Schnittstelle des Mess-PCs angesteuert und ausgelesen.

Für die Messung der Targetdichte wurden in der Streukammer zwei bewegliche Stäbe montiert, deren Funktion in Kapitel 6.3 näher erläutert ist. Zum Antrieb dieser Stäbe wurden zwei Schrittmotoren eingesetzt, die jeweils über eine Schrittmotor-Endstufe der Firma NC-Step versorgt werden. Diese Endstufen besitzen jeweils zwei Digitaleingänge mit denen die Drehrichtung vorgegeben wird und durch einzelne Digitalpulse jeder einzelne Schritt des Motors ausgelöst wird. Die Steuerung dieser Endstufen erfolgte mittels der Digitalausgänge der verwendeten Multifunktionskarte, wobei die Position der Stäbe durch die Software gesteuert wird. Bei diesem Antrieb existiert keine Möglichkeit die Stabposition zu messen, so dass die im folgenden Abschnitt beschriebene Mess-Server-Software intern die Schritte mitzählen muss. Dies setzt natürlich voraus, dass die verwendeten Schrittmotoren keine Schrittfehler machen, was in der Regel bisher der Fall war. Für die Messung der Strahlprofile existiert eine spezielle Mess-Client-Software, die Schrittmotoren durch den Strahl fährt und nach kurzen Fahrtwegen jeweils kurz wartet und dann den Vakuumdruck in der Streukammer an dieser Stabposition misst.

### 4.2.2. Software

Die Software, mit dem alle Messgeräte ausgelesen werden, wurde im Rahmen dieser Arbeit entwickelt und programmiert. Die erste Version hiervon war in der Programmiersprache Delphi, einer objektorientierten und für grafische Nutzeroberflächen erweiterten Variante der Sprache PASCAL. Diese Version lief jedoch aufgrund von Problemen in den Delphi-Komponenten nie absolut zuverlässig, so dass es schließlich in der Programmiersprache C# von Grund auf neu erstellt wurde. Im Folgenden beschränkt sich die Darstellung auf diese zweite Version, die bis heute Verwendung findet.

Die Software ist als Client-Server-System konzipiert. Das Serverprogramm, von dem nur eine Instanz auf dem Mess-PC läuft, hat hierbei die Aufgabe mit den unterschiedlichen Hardware-Komponenten, wie den internen und externen Messkarten, den Druckmessgeräten und dem Temperaturregler, zu kommunizieren. Da die meisten Treiber, z. B. zur Kommunikation mit der internen Messkarte oder der RS232-Schnittstelle, nur die Kommunikation mit einem Programm zulassen, erspart dies komplizierte Synchronisationsalgorithmen. Mit diesem Serverprogramm können nun beliebig viele Clientprogramme kommunizieren und sowohl Meßwerte anfordern als auch Stellgrößen verändern. Ein Beispiel für ein Clientprogramm, das stets läuft, ist ein Webserver, der den Status des Cluster-Jet-Targets, auf einer einfachen Webseite anzeigt. Auf dieser werden die Werte der wichtigsten Meßgeräte, wie Vakuumdrücke, Düsendruck und -temperatur, und die aktuellen Kamerabilder der eingesetzten CCD-Kamera dargestellt. Ein anderes Client-Programm führt, wie oben beschrieben die Messung der Strahlprofile durch, verändert also die Stabposition und misst dann jeweils den Vakuumdruck in der Streukammer. Im Fall des MCT2 wurden zwei Mess-PCs gleichzeitig verwendet. Hierbei läuft pro PC einmal die Serversoftware und beide Serverprogramme kommunizieren miteinander.

Das Serverprogramm wird jeweils durch eine XML-Datei konfiguriert, wie sie in Listing 4.1 stark vereinfacht als Beispiel gezeigt ist. In dieser Datei werden verschiedene Meßgrößen (Measurand) definiert, die jeweils einen frei zu wählenden Namen erhalten (z. B. GasFlowNozzle). Die Datei beginnt mit der Definition einer der internen Meßkarten. Für die weitere Verwendung erhält diese den Namen „Pci703Card0“. An dieser Stelle wird dann die für den Treiber wichtige Seriennummer der Karte hinterlegt. Als nächstes wird einer der ADC-Kanäle dieser Karte (hier Kanal 0) konfiguriert und beispielsweise die Verstärkung eingestellt. An diesen ADC-Kanal ist nun ein Durchflussmesser angeschlossen, dessen Meßwerte über den Namen „GasFlowNozzle“ zugänglich gemacht werden. Fragt nun ein Client den Meßwert der Meßgröße „GasFlowNozzle“ ab, so wird durch den Server zunächst die Spannung am ADC-Kanal gemessen und dann in einen Volumendurchfluss in ml/s umgerechnet, wobei gleichzeitig bereits der konfigurierte Offset des Nullpunkts dieses Meßgeräts mit berücksichtigt wird.

```
<?xml version="1.0" encoding="utf-8"?>
<Measurands>
  <Measurand>
    <Id>Pci703Card0</Id>
    <Pci703>
      <SerialNumber>1000002041</SerialNumber>
    </Pci703>
  </Measurand>
  <Measurand>
    <Id>ADC0</Id>
    <Adc>
      <Card>Pci703Card0</Card>
      <ChannelNumber>0</ChannelNumber>
      <Range>0</Range>
      <Gain>2</Gain>
      <NumberOfSamplesForAverage>10</NumberOfSamplesForAverage>
    </Adc>
  </Measurand>
  <Measurand>
    <Id>GasFlowNozzle</Id>
    <GasFlowMilliliterPerSecond>
      <GasFlow>ADC0</GasFlow>
      <FullScaleGasFlow>10.0</FullScaleGasFlow>
      <OffsetInPercent>0.5</OffsetInPercent>
    </GasFlowMilliliterPerSecond>
  </Measurand>
</Measurands>
```

**Listing 4.1:** Vereinfachte Konfigurationsdatei, die einige Meßgrößen für die Messung durch die Serversoftware konfiguriert.

Der Vorteil der Programmierung in C# besteht im direkten Zugriff auf eine große Anzahl von vorgefertigten Klassenbibliotheken, die die Firma Microsoft im Rahmen des .NET-Frameworks bereitstellt. Zu diesen Bibliotheken gehören sowohl Klassen, die den Zugriff auf die serielle RS232-Schnittstelle stark vereinfachen, als auch zahlreiche Klassen für die Netzwerkkommunikation. Durch letztere ist es sehr einfach, einen Webserver zu erstellen, der als Client, wie bereits erwähnt, die wichtigsten Messwerte darstellt. Eine der Säulen des .NET-Frameworks seit Version 3.5, die hier genutzt wird, ist die sogenannte Windows Communication Foundation (WCF), die zahlreiche Möglichkeiten bietet, eine strukturierte Client-Server-Kommunikation zu programmieren. Der große Vorteil gegenüber der direkten Programmierung der Netzwerk-Schnittstellen ist hierbei, dass direkt die Nutzer-Authentifizierung des Betriebssystems genutzt wird, um eine sichere Verbindung zwischen den verschiedenen Clients und Servern herzustellen. So ist es auch ohne Sicherheitsprobleme möglich, ein Client-Programm auf einem beliebigen Rechner innerhalb des Rechnernetzes der Universität zu nutzen um das Cluster-Target fernzusteuern, da für diesen Zugriff jeweils Nutzernamen und Kennwort bekannt sein muss. Diese Art der Kommunikation wird auch zwischen den beiden Serverprogrammen der beiden Mess-PCs für das

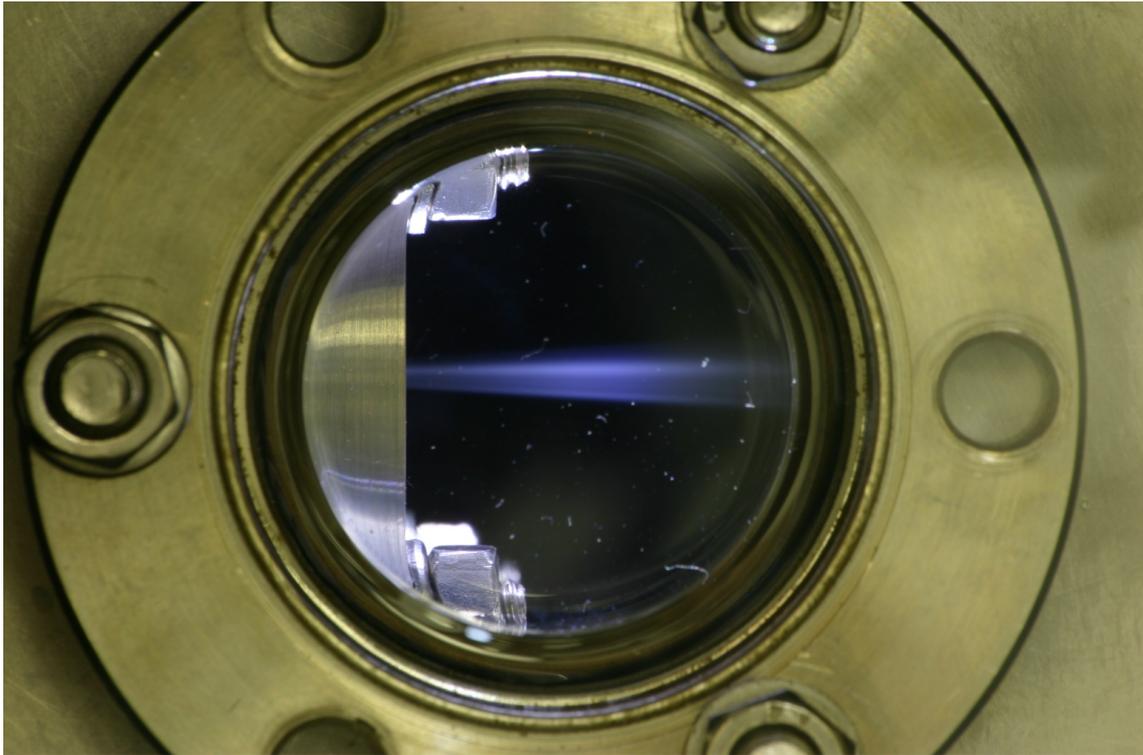
MCT2 verwendet. In diesem Fall sind auf einem der beiden Server zusätzlich zu den lokalen noch externe Messgrößen definiert, die vom zweiten Server stammen. Ein Client, wie beispielsweise der Webserver-Client, kommuniziert hierbei immer nur mit einem Server, der für die Auslese der externen Messgrößen diese vom Server auf dem zweiten Mess-PC abfragt.

## 4.3. Resultate des MCT1

### 4.3.1. Targetdichte

Mit dem vorgestellten Aufbau des MCT1 war es möglich, Targetdichten von mehr als  $4 \times 10^{14}$  Atome/cm<sup>3</sup> in einer Entfernung von etwa 2,1 m zu erzielen ([Täs<sup>+</sup>07; Ott07]). Diese Targetdichte ist somit vergleichbar mit den Dichten, die die bisherigen Targets in einem Drittel der hier verwendeten Entfernung zur Verfügung stellen können und stellt damit eine ungefähre Verzehnfachung der bisher erreichbaren Dichten dar. Basierend auf den beim Bau und Betrieb des MCT1 gewonnenen Erfahrungen konnte daher ein neues Target, das gleichzeitig als Prototyp für das Cluster-Jet-Target für PANDA gedacht war, das MCT2, entwickelt und aufgebaut werden. Eine detaillierte Beschreibung dieses Prototyps findet sich im folgenden Kapitel.

Die wichtigsten Änderungen, die diese Dichteerhöhung ermöglichten, waren erstens die Optimierung des Pumpsystems für die Kollimator-kammer, zweitens die deutliche Steigerung des Saugvermögens an der Skimmerkammer und drittens die Verwendung einer größeren Düse. Diese Änderungen entsprangen jeweils systematischen Vergleichsstudien, die diese Modifikationen begründeten. Es wurde im Laufe des Betriebs schnell der signifikante Einfluss des Vakuumdrucks in der Kollimator-kammer auf die minimal erreichbare Düsentemperatur gefunden. Gleichzeitig wurde beobachtet, dass die Targetdichte umso höher ist, je kleiner die Temperatur des Wasserstoffs vor der Düse ist. Aus diesem Grund wurde das Vorvakuumsystem soweit verbessert, dass schließlich Düsentemperaturen bis knapp über 20 K erzielt werden konnten. Im Temperaturbereich zwischen 20 K und 30 K wurde daraufhin festgestellt (siehe Abb 4.1.9), dass sich ein Dichtemaximum bei etwa 20 K einstellt und bei weiterer Erniedrigung der Temperatur die Targetdichte wieder abnimmt. Die Verbesserung des Saugvermögens in der Skimmerkammer um etwa 50 % verbesserten diese Situation deutlich, so dass bei höchsten Drücken nun bis zur Minimaltemperatur die Dichte anstieg. Diese Abhängigkeit der Targetdichte vom Skimmerkammerdruck war zwar schon früher bei künstlich erzeugten Drücken von mehr als  $10^{-1}$  mbar [Kho<sup>+</sup>99] beobachtet worden, wurde aber erst durch die jetzt erreichbaren kleineren Minimaltemperaturen relevant. Die Verwendung eines neuen Pumpsystems mit einem fast doppelt so großen Nennsaugvermögen erlaubte schließlich die Erzielung der Targetdichten von mehr als  $4 \times 10^{14}$  Atome/cm<sup>3</sup>. Gleichzeitig wurde erkannt, dass die Verwendung der 28 µm großen Düse anstelle der bisher bei den COSY-Experimenten üblichen 16 µm diese



**Abbildung 4.3.1.:** Photo des Clusterstrahls des MCT1 beleuchtet durch nicht sichtbare weissblaue LEDs, die sich unterhalb des Clusterstrahls befinden. (Photo: W. Hassenmeier)

hohen Dichten erst ermöglichen. Der Einsatz der 40  $\mu\text{m}$  großen Düse konnte dagegen nicht zu einer weiteren Dichtesteigerung führen, da hierbei das Saugvermögen in der Skimmerkammer nicht genügt, um den Druck unter etwa  $10^{-1}$  mbar zu halten.

#### 4.3.2. Optische Aufnahme des Clusterstrahls

In Abbildung 4.1.3 sind zwei Glasscheiben erkennbar, die einen Blick ins Innere der Skimmerkammer zulassen. Diese Scheiben erlaubten zum ersten Mal einen direkten Blick auf den Clusterstrahl wie er in Abbildung 4.3.1 dargestellt ist. Auf der linken Seite des Photos ist die Andrückplatte der Düse zu erkennen, die die Düse verbirgt. Der klar erkennbare Clusterstrahl wurde hierbei mit einer Reihe von weissblau leuchtenden LEDs beleuchtet, die in der Skimmerkammer unterhalb des Clusterstrahls befestigt sind. Der Clusterstrahl ist hierbei nur sichtbar, wenn Druck und Temperatur vor der Düse im Bereich der flüssigen Phase (siehe Abb. 3.1.1) liegen. In diesem Bereich ist gleichzeitig auch die höchste Targetdichte festgestellt worden. Wird dagegen der Druck und die Temperatur im Bereich der gasförmigen Phase gewählt, ist kein Clusterstrahl optisch erkennbar, auch wenn die Bedingungen so gewählt werden, dass der gleiche Volumenstrom durch die Düse hindurch in die Skimmerkammer gelangt. Durch eine verbesserte Optik und einem dedizierten Kamerasystem wurde es am

MCT2 möglich, noch detailliertere Aufnahmen des Clusterstrahls zu erzeugen. Die im gezeigten Photo zu erkennenden vertikalen Helligkeitsvariationen konnten dabei als Dichteveränderungen identifiziert werden [Köh<sup>+</sup>11].



# 5. Münster-Cluster-Jet-Target 2

## 5.1. Konzeption und Design

Aus dem Aufbau und dem Betrieb des MCT1 konnten viele Lehren gezogen werden, die für die Planung und den Bau eines Prototyps für das PANDA-Experiment unerlässlich waren. Dieser im Rahmen dieser Arbeit geplante und gebaute Prototyp hat die Bezeichnung „Münster-Cluster-Jet-Target 2“ (MCT2).

Die zwei wichtigsten Planungsziele für das MCT2 waren zum einen die weitere Erhöhung der Clusterdichte bei gleichzeitig vermindertem Gaseintrags in die Streukammer und zum anderen die deutliche Vereinfachung von Wartung und Erweiterung. Im letzten Kapitel wurde gezeigt, dass die Clusterdichte durch drei Parameter erhöht werden kann, nämlich erstens der Erniedrigung der Düsentemperatur, zweitens der Erhöhung des Düsendrucks und drittens der Verminderung des Skimmerkammerdrucks.

Eine weitere Erhöhung des Düsendrucks ist nur eingeschränkt möglich, da die kommerziell erwerbbareren Wasserstoffreiniger mit Palladium-Membran einen maximalen Eingangsdruck von etwa 25 bar aufweisen. Mit speziellen Reinigern, bestehend aus Filtern und Kryofallen, ist es möglich auch bei höheren Drücken zu arbeiten. Diese Reiniger können jedoch nicht kontinuierlich betrieben werden, da die Kryofallen regelmäßig regeneriert werden müssen. Gleichzeitig können sie bei hohen Gasflüssen keine optimale Reinigungswirkung garantieren. Aus diesem Grund ist die Verwendung von Wasserstoffreinigern, die eine Palladium-Membran enthalten, für den hier dargestellten Targettyp die beste Wahl. Bei diesen Reinigern ist der Ausgangsdruck jedoch gleichzeitig vom Durchfluss abhängig, so dass dieser, bei den bisher verwendeten Modellen, bei maximalem Durchfluss, um bis zu 7 bar geringer als der Eingangsdruck ist. Für das endgültige Target des PANDA-Experiments kann hier gegebenenfalls ein Gerät mit einem höheren maximalen Durchfluss eingesetzt werden, bei dem der Druckabfall entsprechend niedriger ist. Aus den in Kapitel 6.3 dargestellten Messungen zeigt sich jedoch, dass die Targetdichte im Bereich zwischen 15 bar und 20 bar nur noch eine geringe Druckabhängigkeit zeigt, so dass hier nicht mehr eine erhebliche Dichtesteigerung um mehr als eine Größenordnung zu erwarten ist.

### 5.1.1. Erniedrigung der Düsentemperatur

Die weitere Erniedrigung der Düsentemperatur kann nur durch zwei Maßnahmen erfolgen, die beide eine erhebliche Änderung des Aufbaus der Cluster-Quelle zur Folge haben. Erstens ist dies die Erhöhung der Kühlleistung der kalten Stufe des verwendeten Kaltkopfs und zweitens die Verminderung des Vakuumdrucks des Vakuums, das den Kaltkopf umgibt. Eine bedeutende Erhöhung der Kühlleistung kann nur erreicht werden, indem ein leistungsfähigerer Kaltkopf zum Einsatz kommt.

Im folgenden Abschnitt soll zunächst ein Modell beschrieben werden, das die Auswahl eines geeigneten neuen Kaltkopfs ermöglichte. Des Weiteren wird die Integration dieses Kaltkopfs in das MCT2 und die Maßnahmen beschrieben, die die Verminderung der Wärmezufuhr der Umgebung in das Kühlsystem bewirken.

#### 5.1.1.1. Auswahl eines neuen Kaltkopfs

Wie bereits erwähnt, kann eine signifikante Erhöhung der Kühlleistung der Düsenkühlung nur erreicht werden, indem ein leistungsfähigerer Kaltkopf eingesetzt wird. Zur Auswahl standen hierbei zwei verschiedene zweistufige Kaltköpfe, zum einen der COOLPOWER 10 MD der Firma Leybold und zum anderen der RDK-415D der Firma Sumitomo (SHI) Cryogenics. Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein einfaches Modell erstellt, mit dem die Leistungsfähigkeit der beiden Kaltköpfe miteinander verglichen werden konnte. Ausgangspunkt dieses Modells ist die Überlegung, dass die Kühlleistung der beiden Stufen des Kaltkopfs primär dazu verwendet wird, um das Wasserstoffgas zu kühlen. Die zum Abkühlen des Gases der Masse  $m$  um die Temperatur  $dT$  benötigte Wärme  $\delta Q$  ist hierbei mit Hilfe der spezifischen Wärmekapazität  $c_p$  bei konstantem Druck berechenbar: [Nol97]:

$$\delta Q = m c_p dT. \quad (5.1)$$

Damit ergibt sich die zur Abkühlung von der Temperatur  $T_1$  zur Temperatur  $T_2$  benötigte Wärme  $Q$  durch Integration dieser Gleichung:

$$Q(T_1, T_2) = \int_{T_2}^{T_1} m c_p dT. \quad (5.2)$$

Die benötigte Kühlleistung  $\dot{Q} := dQ/dt$  ergibt sich dann schließlich durch zeitliche Ableitung:

$$\dot{Q}(T_1, T_2) = \int_{T_2}^{T_1} \dot{m} c_p dT. \quad (5.3)$$

Zur Berechnung der Massenstromstärke  $\dot{m} := dm/dt$  wird eine thermische Zustandsgleichung benötigt, die die Eigenschaften des Gases beschreibt. Für das hier verwendete Modell genügt es, die Zustandsgleichung des idealen Gases zu verwenden [Nol97]

$$pV = \nu RT, \quad (5.4)$$

die die Abhängigkeit zwischen Druck  $p$ , Volumen  $V$ , Temperatur  $T$ , Stoffmenge  $\nu$  und der universellen Gaskonstante  $R = (8,314\,472 \pm 0,000\,015) \text{ J}/(\text{mol K})$  [MTN08] angibt. Hierbei ist die Stoffmenge  $\nu$  mit der Masse  $m$  des Gases durch die molare Masse  $M = m/\nu$  verknüpft. Die zeitliche Ableitung der Zustandsgleichung ergibt damit:

$$q_{pV} := \frac{d}{dt}(pV) = \dot{m} \frac{RT}{M}. \quad (5.5)$$

Die pV-Stromstärke  $q_{pV}$  kann direkt mit Hilfe einer Volumenstrommessung unter Normalbedingungen bestimmt werden. Beim Betrieb des Cluster-Jet-Targets mit Drücken von etwa 18 bar und Temperaturen von circa 25 K, fließen typischerweise etwa 5 bar l/min Wasserstoffgas durch die Düse. Mit diesen Informationen ergibt sich die folgende Gleichung für die benötigte Kühlleistung:

$$\dot{Q}(T_1, T_2) = \frac{q_{pV} M}{R} \int_{T_2}^{T_1} \frac{c_p}{T} dT. \quad (5.6)$$

Die Wärmekapazität  $c_p$  bei konstantem Druck ist im Fall von Wasserstoffgas deutlich temperaturabhängig, da in den zweiatomigen Wasserstoffatomen Rotations- und Vibrationsschwingungen thermisch angeregt werden können. Unterhalb einer Temperatur von etwa 50 K sind diese Schwingungsformen nicht angeregt, so dass bei diesen Temperaturen eine Wärmekapazität bei konstantem Druck von etwa  $2,5 R/M$  vorliegt. Bei Raumtemperatur sind dagegen die zwei möglichen Rotationsfreiheitsgrade angeregt, so dass hier die Wärmekapazität bei konstantem Druck einen Wert von etwa  $3,5 R/M$  besitzt. Die Temperaturabhängigkeit der Wärmekapazität muss daher für die obige Integration berücksichtigt werden. Die Herleitung der für diesen Zweck verwendeten Parametrisierung wird im Kapitel 6.1.5.1 im Detail erläutert.

Für die Einschätzung der Leistungsfähigkeit der zweistufigen Kaltköpfe kann nun folgendes Modell dienen: die warme Stufe des Kaltkopfes kühlt das Gas von Raumtemperatur  $T_R = 25^\circ\text{C}$  auf die Temperatur  $T_w$  der warmen Stufe ab. Die hierfür aufgewendete Kühlleistung  $\dot{Q}(T_R, T_w)$  muss dabei genau so groß sein, wie die Leistung, die der Kaltkopf an der warmen Stufe bereitstellen kann. Das Gas wird dann weiter bis auf die Temperatur  $T_k$  der kalten Stufe abgekühlt, wobei auch hier die aufgewendete Kühlleistung  $\dot{Q}(T_w, T_k)$  der vom Kaltkopf bereitgestellten Leistung an der kalten Stufe entsprechen muss. Wichtig ist hierbei, dass die bereitgestellte

Parameter	Leybold	Leybold	Sumitomo	
	COOLPOWER 12/45	COOLPOWER 10 MD	RDK-415D	
			(a)	(b)
$a_w/K$	35,39 ± 0,43	30,58 ± 0,27	24,11 ± 0,43	
$b_w/K$	0,592 ± 0,049	0,0129 ± 0,0012	0,0632 ± 0,0099	
$c_w$	1,193 ± 0,020	1,760 ± 0,018	1,535 ± 0,035	
$d_w/K$	—	—	0,531 ± 0,025	
$a_k/K$	9,41 ± 0,35	8,97 ± 0,31	2,72 ± 0,43	3,28 ± 0,30
$b_k/K$	1,137 ± 0,047	0,113 ± 0,045	1,11 ± 0,40	0,480 ± 0,036
$c_k$	—	1,52 ± 0,13	0,70 ± 0,12	—
$d_k/10^{-9} K$	—	3,61 ± 0,72		—
$e_k$	—	4		—

**Tabelle 5.1.1.:** Parameter zur Beschreibung der verschiedenen Kaltköpfe mittels der Gleichungen (5.9) und (5.10). Parameter ohne angegebene Unsicherheiten sind bei der Anpassung an die Messdaten konstant gehalten worden, während mit „—“ gekennzeichnete Parameter nicht verwendet wurden. Für den Kaltkopf RDK-415D wurden zwei Parametrisierungen (a) und (b) ermittelt.

Leistung der jeweiligen Stufe von den Temperaturen beider Stufen abhängt. Die Berechnung der Temperaturen im Gleichgewichtszustand erfolgt iterativ:

$$T_{w,i+1} = T_w(\dot{Q}(T_R, T_{w,i}), \dot{Q}(T_{w,i}, T_{k,i})), \quad (5.7)$$

$$T_{k,i+1} = T_k(\dot{Q}(T_R, T_{w,i}), \dot{Q}(T_{w,i}, T_{k,i})). \quad (5.8)$$

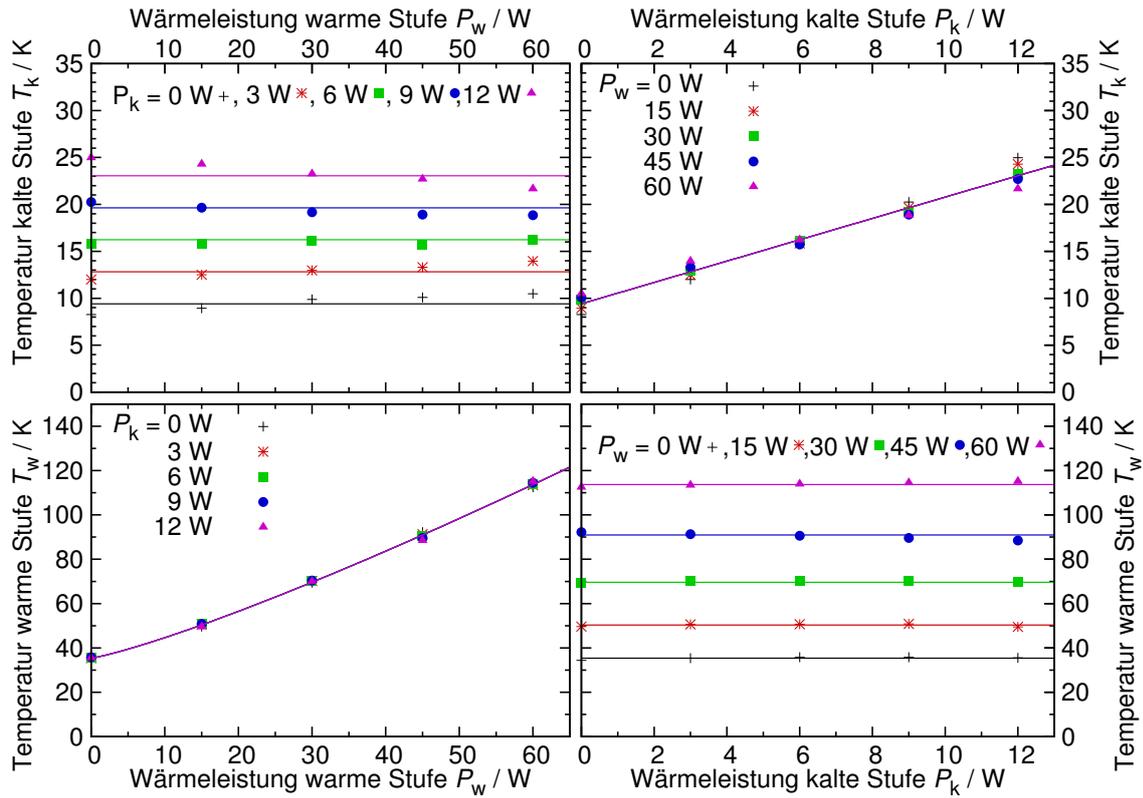
Hierbei müssen die Temperatur der kalten bzw. der warmen Stufe ( $T_w(P_w, P_k)$  bzw.  $T_k(P_w, P_k)$ ) als Funktion der in den beiden Stufen deponierten Heizleistungen  $P_w$  bzw.  $P_k$  aus Herstellerangaben ermittelt werden. Hierzu wurden die Daten aus Kälteleistungs-Diagrammen durch die folgenden, empirisch ermittelten, Funktionen parametrisiert:

$$T_w(P_w, P_k) = a_w + b_w (P_w/W)^{c_w} + d_w (P_k/W), \quad (5.9)$$

$$T_k(P_w, P_k) = a_k + b_k (P_k/W)^{c_k} + d_k (P_w/W)^{e_k}, \quad (5.10)$$

wobei die ermittelten Parameter in Tabelle 5.1.1 angegeben sind.

In Abbildung 5.1.1 ist diese Parametrisierung für den Kaltkopf COOLPOWER 12/45 der Firma Leybold gezeigt. Die beiden oberen Grafiken zeigen die Temperatur der kalten Stufe als Funktion der Heizleistung an der warmen Stufe (links) bzw. an der kalten Stufe (rechts). Zwischen der Temperatur der kalten Stufe und der in diese Stufe eingebrachten Heizleistung besteht ein in etwa linearer Zusammenhang. Die einzelnen Messpunkte sind hierbei direkt aus einem Diagramm aus dem Katalog des Herstellers entnommen ([Ley01]), das keine Angaben über die Unsicherheit der Daten

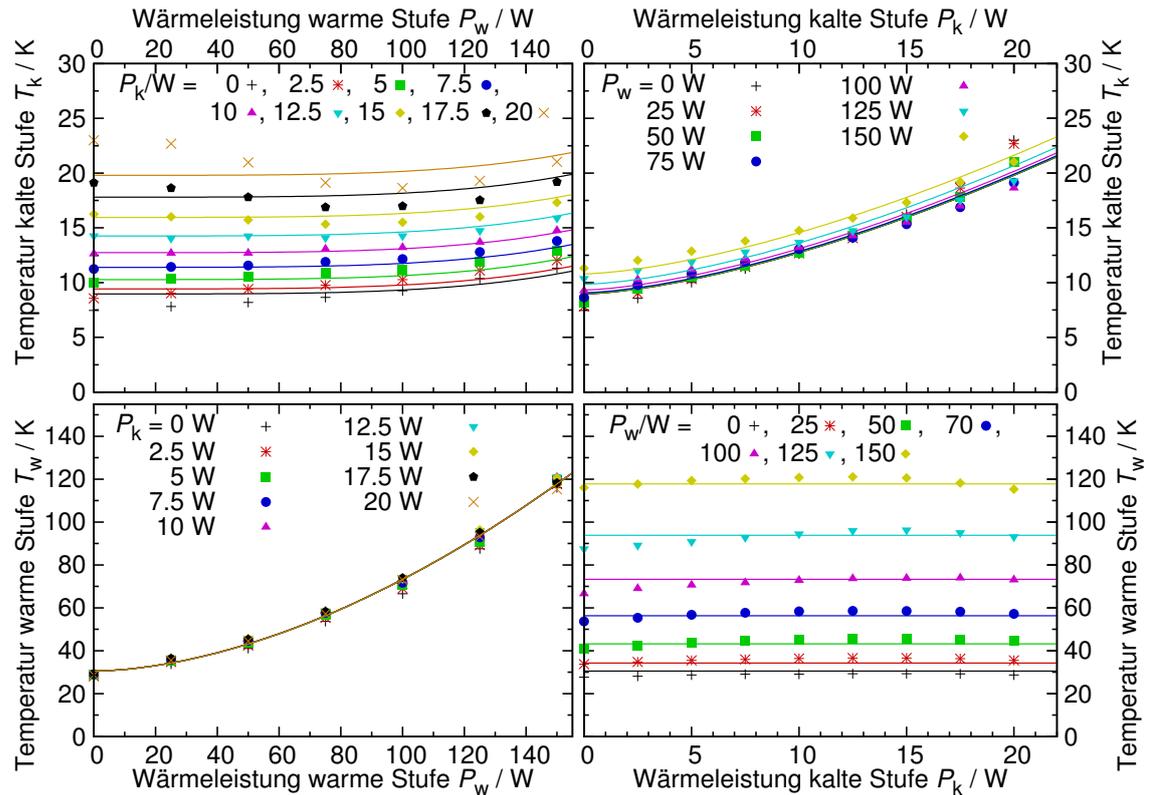


**Abbildung 5.1.1.:** Temperatur der kalten (obere Graphen) und der warmen Stufe (untere Graphen) des Kältekopfs COOLPOWER 12/45 als Funktion der in diese Stufen eingebrachten Heizleistungen. Die gezeigten Messdaten sind einem Kälteleistungs-Diagramm aus dem Katalog des Herstellers Leybold ([Ley01]) entnommen. Die durchgezogenen Linien stellen die gefundenen Parametrisierungen dar.

enthält. Zur Beurteilung der Parametrisierung wurde daher die durchschnittliche absolute Abweichung AAD (average absolute deviation)

$$\text{AAD} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{T_{\text{Daten},i} - T_{\text{Fit},i}}{T_{\text{Daten},i}} \right| \quad (5.11)$$

verwendet. Diese liefert bei den gezeigten Daten einen Wert von etwa 4,3%, so dass die erkennbare, aber kaum parametrisierbare Abhängigkeit von der Heizleistung der warmen Stufe vernachlässigt werden kann. Die Temperatur der warmen Stufe hängt nicht erkennbar von der Heizleistung der kalten Stufe ab, sondern nur von der Wärmeleistung, die der warmen Stufe zugeführt wurde. Für diese Parametrisierung wurde eine Potenzfunktion mit konstantem Offset verwendet, die zu einer durchschnittlichen absoluten Abweichung von etwa 0,97% führt. Für die Anpassung der freien Parameter wurde jeweils die Methode der kleinsten Fehlerquadrate verwendet, wobei eine Unsicherheit in der Temperatur von einem Kelvin angenommen wurde. Die Güte der Anpassung wurde jeweils durch die Berechnung des reduzierten



**Abbildung 5.1.2.:** Temperatur der kalten (obere Graphen) und warmen Stufe (untere Graphen) des Kältekopfs COOLPOWER 10 MD als Funktion der in diese Stufen eingebrachten Heizleistungen. Die gezeigten Messdaten sind einem Kälteleistungs-Diagramm aus dem Katalog des Herstellers Leybold ([Ley05]) entnommen. Die durchgezogenen Linien stellen die gefundenen Parametrisierungen dar.

Chi-Quadrats überwacht. Dieses lag mit 0,67 bzw. 0,84 immer nah genug bei dem optimalen Wert von 1, so dass die Anpassungen vertrauenswürdig sind.

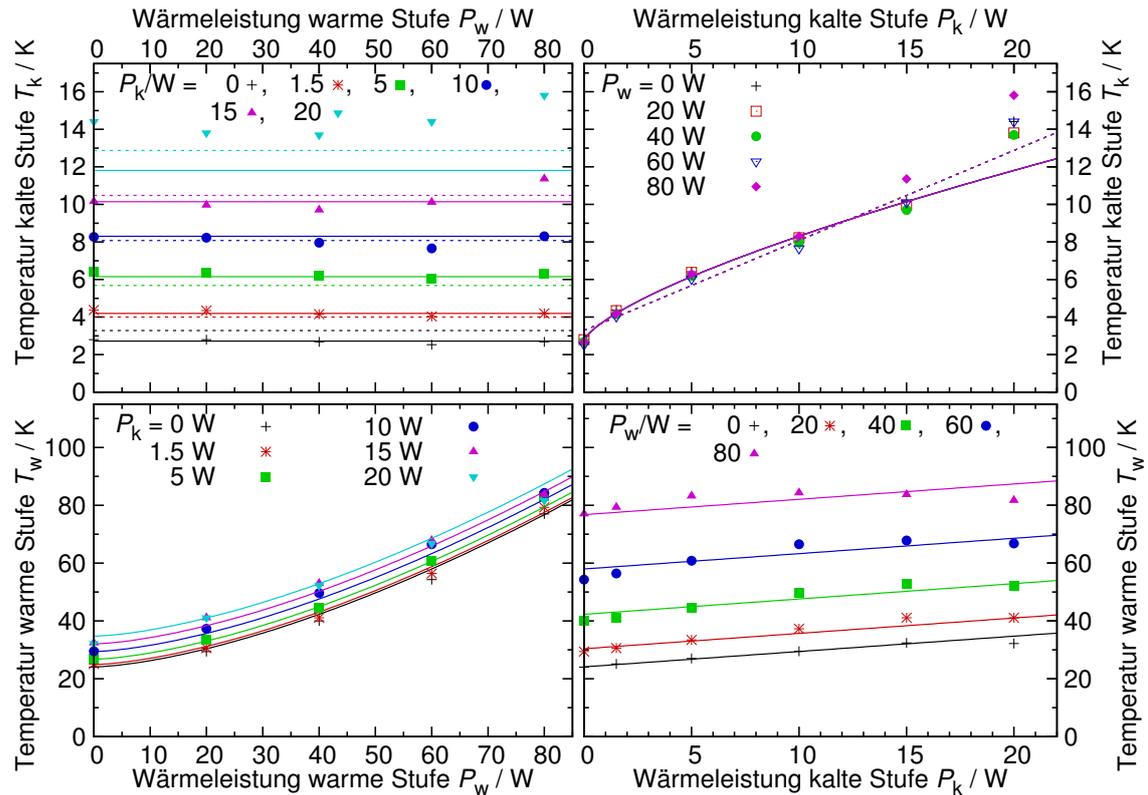
Ausgehend von den Anfangstemperaturen  $T_{w,0} = 50$  K und  $T_{k,0} = 20$  K ergeben sich bei dem bisher verwendeten Kältekopf RDK 1245 der Firma Leybold im Gleichgewichtszustand, bei einem Gasfluss von 5 bar l/min, Temperaturen von  $T_{w,\infty} = 76$  K und  $T_{k,\infty} = 31$  K. Da die genaue Wärmeleistung, die an die beiden Stufen abgegeben wird, nicht bekannt ist, ist es wichtig, den Einfluss von kleinen Änderungen der zugeführten Leistung auf die Endergebnisse zu untersuchen. Hierzu wurde künstlich eine konstante zusätzliche Wärmeleistung von 2 W zu der berechneten Kühlleistung von etwa 19 W an der kalten bzw. 35 W an der warmen Stufe hinzugefügt. Dies erhöht die Temperatur der kalten Stufe um 1 K bzw. der warmen Stufe um 2 K. Das Verfahren scheint relativ wenig auf Ungenauigkeiten in den verwendeten Wärmeleistungen zu reagieren. In der Praxis konnten mit diesem Kältekopf Temperaturen von unter 25 K erreicht werden, wobei hierzu die Kühlwassertemperatur unter etwa 15 °C gesenkt und gleichzeitig der Heliumdruck des Kompressors um 2 bar bis 3 bar angehoben werden mussten.

In der Abbildung 5.1.2 ist die Parametrisierung des Kaltkopfs COOLPOWER 10 MD der Firma Leybold dargestellt. Die Temperatur der warmen Stufe ist sichtbar von der Heizleistung abhängig, die der kalten Stufe zugeführt wird. Dementsprechend führt die Vernachlässigung dieser Abhängigkeit in diesem Fall zu einem reduzierten Chi-Quadrat von etwa 5,3. Da jedoch gleichzeitig die durchschnittliche absolute Abweichung der Messdaten von der Parametrisierung nur etwa 3,5 % beträgt, wurde trotzdem mit dieser Parametrisierung gearbeitet, da es aufgrund der begrenzten Datenmenge nicht sinnvoll ist, eine komplexere Modellfunktion zu verwenden. Im Fall der Temperatur der kalten Stufe ist bei diesem Modell jedoch sowohl die Abhängigkeit von der Heizleistung der kalten, als auch der warmen Stufe durch eine kombinierte Potenzfunktion zu berücksichtigen. Dieser Ansatz liefert eine durchschnittliche absolute Abweichung von etwa 4,2 % bei einem reduzierten Chi-Quadrat von 0,75.

Bedingt durch die höhere bereitgestellte Kühlleistung des COOLPOWER 10 MD ergeben sich bei diesem Kaltkopf im Gleichgewicht niedrigere Temperaturen von  $T_{w,\infty} = 42 \text{ K}$  und  $T_{k,\infty} = 18 \text{ K}$ . Hierbei wird durch das Gas rechnerisch eine Leistung von 18 W an die kalte und 47 W an die warme Stufe des Kaltkopfs abgegeben. Das künstliche Hinzufügen von einer konstanten Heizleistung von 2 W erhöht die Gleichgewichtstemperatur der jeweiligen Stufe um weniger als 1 K.

Ausgehend von den Herstellerangaben für den Kaltkopf RDK-415D der Firma Sumitomo ergibt sich die in Abbildung 5.1.3 gezeigte Parametrisierung. Die Temperatur der warmen Stufe ist hierbei sowohl von der Heizleistung an dieser Stufe als auch von der an der kalten Stufe abhängig. Mit den in Tabelle 5.1.1 angegebenen Parametern ergibt sich eine durchschnittliche absolute Abweichung von etwa 3,0 % bei einem reduzierten Chi-Quadrat von etwa 5,0. Die kalte Stufe ist in guter Näherung nur von der Heizleistung an der kalten Stufe abhängig. Die dargestellte Parametrisierung beschreibt die Datenpunkte bei einer Heizleistung von 20 W nicht optimal und unterschätzt die Temperatur der kalten Stufe für diese Datenpunkte um 2 K bis 3 K. Dementsprechend ist die durchschnittliche absolute Abweichung mit etwa 5,4 % wesentlich höher als die Abweichung von 2,8 %, die sich aus den Datenpunkten zwischen 0 W bis 15 W ergibt. Aufgrund der angenommenen Unsicherheit der Temperatur von 1 K liegt das reduzierte Chi-Quadrat aller Datenpunkte mit 0,12 trotzdem noch in einem akzeptablen Bereich. In der Abbildung ist eine zweite, alternative Parametrisierung gestrichelt eingezeichnet, die in Tabelle 5.1.1 mit (b) gekennzeichnet ist, während die mittels durchgezogener Linien gezeigte Funktion mit (a) bezeichnet ist. Die alternative, lineare Funktion beschreibt zwar die Daten bei 20 W besser, so dass der Unterschied zwischen der durchschnittlichen absoluten Abweichung aller Daten und der der Daten bis einschließlich 15 W, mit 9,2 % zu 8,9 %, signifikant kleiner ist. Gleichzeitig werden die übrigen Daten jedoch auch ungenauer beschrieben. Das reduzierte Chi-Quadrat liegt bei dieser Parametrisierung mit 0,26 sogar etwas näher beim Optimum von 1.

Die iterative Berechnung der Temperaturen liefert unter Verwendung der Parametrisierung (a) eine Temperatur von 14,6 K an der kalten und 58 K an der warmen



**Abbildung 5.1.3.:** Temperatur der kalten (obere Graphen) und warmen Stufe (untere Graphen) des Kaltkopfs RDK415-D als Funktion der in diese Stufen eingebrachten Heizleistungen. Die gezeigten Messdaten sind einem Kälteleistungs-Diagramm des Herstellers Sumitomo ([Sum09]) entnommen. Die durchgezogenen Linien stellen die Parametrisierung (a) und die gestrichelten die Parametrisierung (b) aus Tabelle 5.1.1 dar.

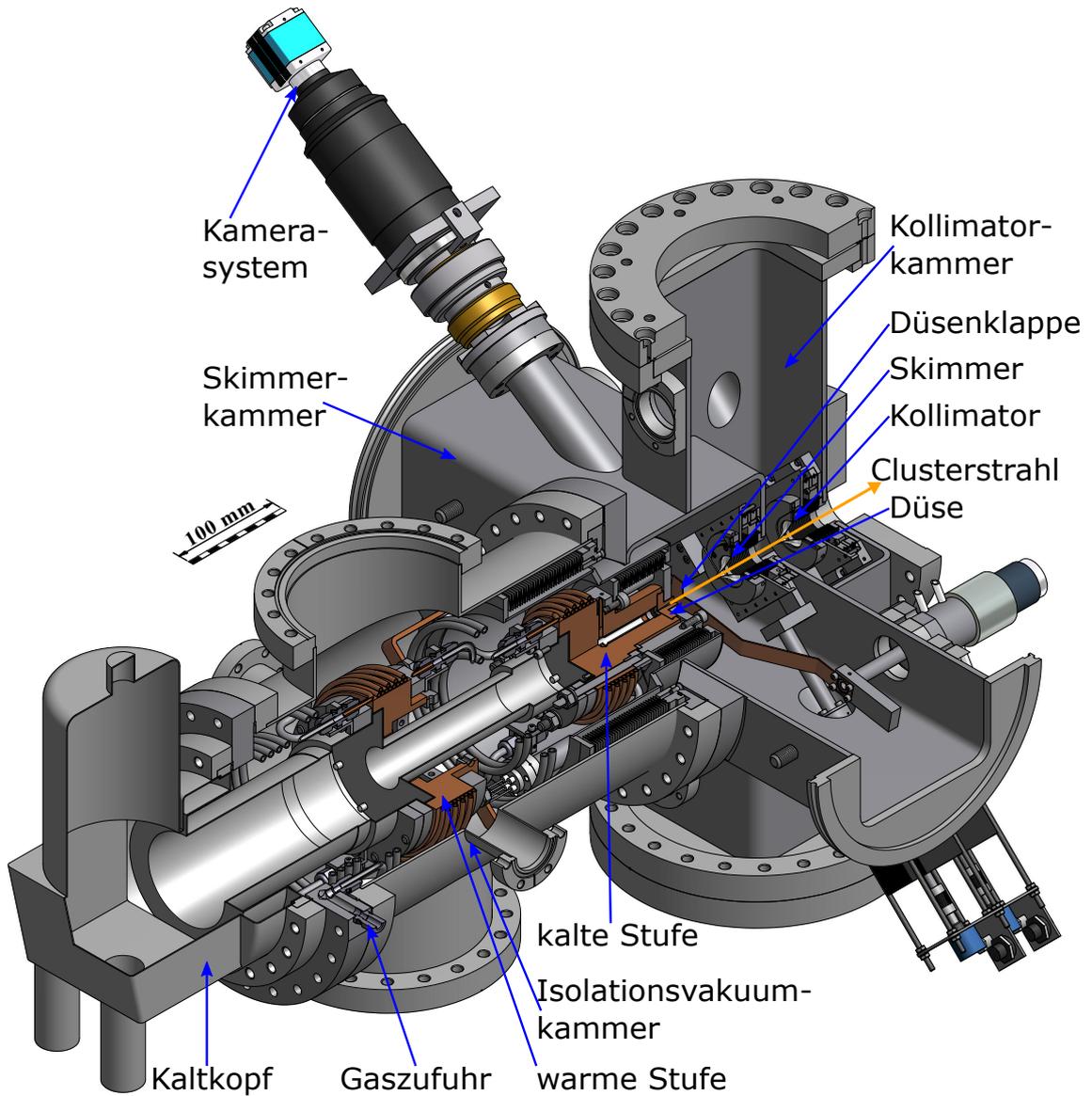
Stufe, wobei die Abkühlung des Gases hierbei eine Leistung von 29,2 W an der kalten Stufe und 40,4 W an der warmen Stufe deponiert. Da der Wärmeeintrag auf die kalte Stufe jedoch fast 50 % höher ist als die Herstellerangaben und gleichzeitig die Datenpunkte höchster Heizleistung durch die Parametrisierung (a) am ungünstigsten wiedergegeben werden, wurde die Rechnung mit der Parametrisierung (b) wiederholt. Hierbei ergibt sich dann eine Temperatur von etwa 16,1 K an der kalten und 57 K an der warmen Stufe, wobei eine Leistung von etwa 26,7 W an der kalten Stufe und 40,8 W an der warmen Stufe deponiert werden. Auch bei diesem Kaltkopf ändern sich die berechneten Temperaturen um weniger als ein Kelvin, wenn künstlich die zugeführte Leistung um zwei Watt geändert wird. Die berechneten Temperaturen der kalten Stufe liegen zwar wenige Kelvin unterhalb der berechneten Werte des COOLPOWER 10 MD, wobei aber die hierbei genutzten Heizleistungen signifikant oberhalb der Herstellerspezifikationen liegen, während die Endresultate der beiden Kaltköpfe der Firma Leybold sich mitten im spezifizierten Temperatur- und Heizleistungsbereich befinden. Das MCT 2 wurde aufgrund dieser Berechnungen für den Betrieb mit einem Kaltkopf des Typs COOLPOWER 10 MD ausgelegt.

### 5.1.1.2. Reduktion des Vakuumdrucks um den Kaltkopf

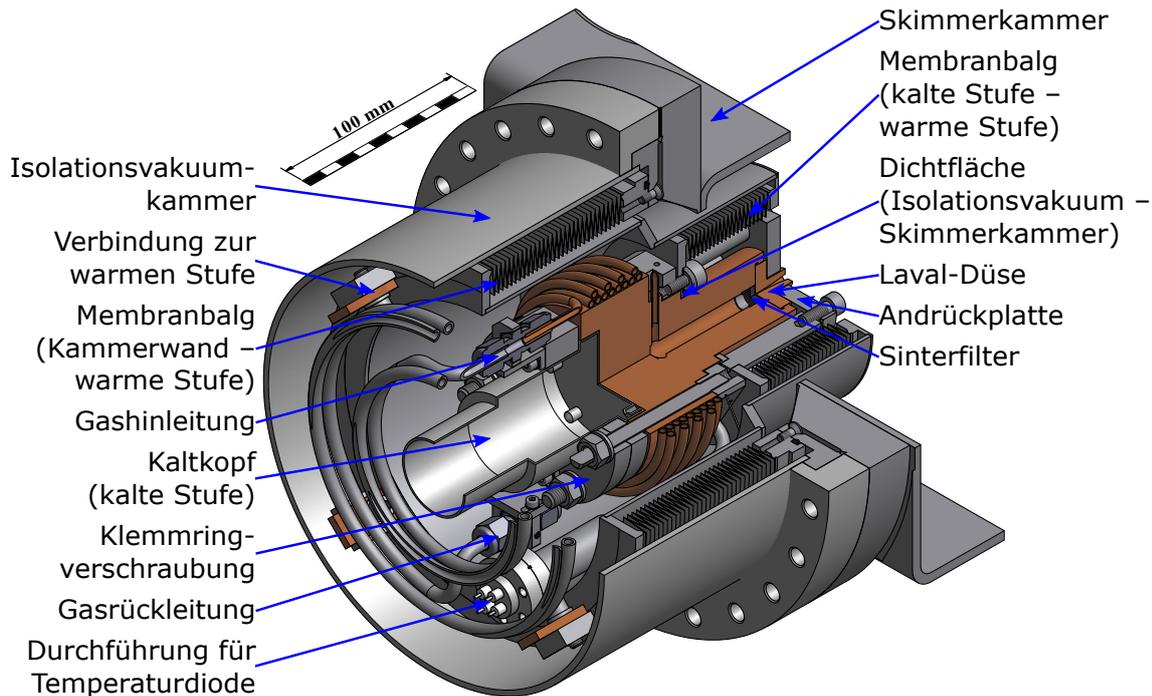
Eine entscheidende Reduktion der nutzbaren Kälteleistung ergab sich beim MCT1 durch die Wärmeleitung des Gases in der Kollimator-kammer zwischen dem Kaltkopf und der Außenwand. Da der Vakuumdruck in der Kollimator-kammer nicht deutlich unter  $10^{-4}$  mbar gesenkt werden kann, musste zur Reduktion dieser Verluste der Kaltkopf in einer getrennten Vakuumkammer untergebracht werden, in der der Druck um zwei bis vier Größenordnungen im Vergleich zur Situation im MCT1 vermindert werden kann. Zu diesem Zweck wurde das bisherige Design, bei dem die Skimmerkammer in die Kollimator-kammer integriert ist, aufgegeben und die Quelle in drei hintereinanderliegende Vakuumkammern aufgeteilt. In Abbildung 5.1.4 ist eine isometrische Ansicht auf einen Schnitt durch die neukonzipierte Quelle des MCT2 dargestellt. Links unten in der Abbildung ist die erste Kammer, die sogenannte Isolationsvakuumkammer, zu erkennen, die den gesamten Kaltkopf umgibt und die so konstruiert ist, dass sie keinen Gaszustrom aus der Skimmer- oder Kollimator-kammer erhält. Dadurch reicht eine einzelne Turbomolekularpumpe aus, um Vakuumdrücke im Bereich zwischen  $10^{-5}$  mbar und  $10^{-8}$  mbar zu erreichen. Skimmer- und Kollimator-kammer sind jeweils aus rechteckigen Rohren gebaut, die kreuzförmig miteinander verschweißt sind.

Bei der Konstruktion des Kühlsystems und der Isolationsvakuumkammer war es ein wichtiges Ziel, den gleichen Abstand zwischen Düse und Skimmer zu erzielen, wie er sich bereits beim MCT1 bewährt hatte. Als Verbindung der Isolations- mit der Skimmerkammer wurde ein CF200-Flansch gewählt, so dass der Außendurchmesser des Rohres der Isolationsvakuumkammer mit etwa 206 mm und der Innendurchmesser mit circa 200 mm festgelegt war. Der Abstand zwischen der Düse und dem Verbindungsflansch wurde dann so gewählt, dass der Abstand zwischen Düsenhals und Skimmerspitze wieder etwa 56 mm betrug.

Die größte Herausforderung bei dieser neuen Quellenkonstruktion bestand in der vakuumdichten Trennung der Isolationsvakuum- und der Skimmerkammer, da durch diese Trennung gleichzeitig die gekühlte Düse in die Skimmerkammer eingeführt wird. Die Trennung musste also gleichzeitig eine vakuumdichte Verbindung zwischen der Düse und der Außenwand der Isolationsvakuumkammer schaffen, ohne jedoch gleichzeitig zu viel Wärme von der äußeren Wand zur kalten Stufe des Kaltkopfs zu transportieren. Die Erarbeitung des Designs der Isolationsvakuumkammer mit der Gaskühlung und der Trennung zur Skimmerkammer, die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführt wurde, war daher von zentraler Bedeutung für die spätere Funktions- und Leistungsfähigkeit dieser neuen Cluster-Jet-Quelle. In Abbildung 5.1.5 ist ein Querschnitt durch diese wichtige Verbindungsstelle zwischen der Isolationsvakuum- und der Skimmerkammer dargestellt. Unten links ist die kalte Stufe des Kaltkopfs zu erkennen. Auf diese Stufe wird der aus Kupfer gefertigte Gaskühler gepresst. Am unteren Ende dieses zylindrischen Bauteils sind zwei Kupferrohre aufgelötet, in denen das Gas auf die Temperatur der kalten Stufe abgekühlt wird. Beide Rohre enden in



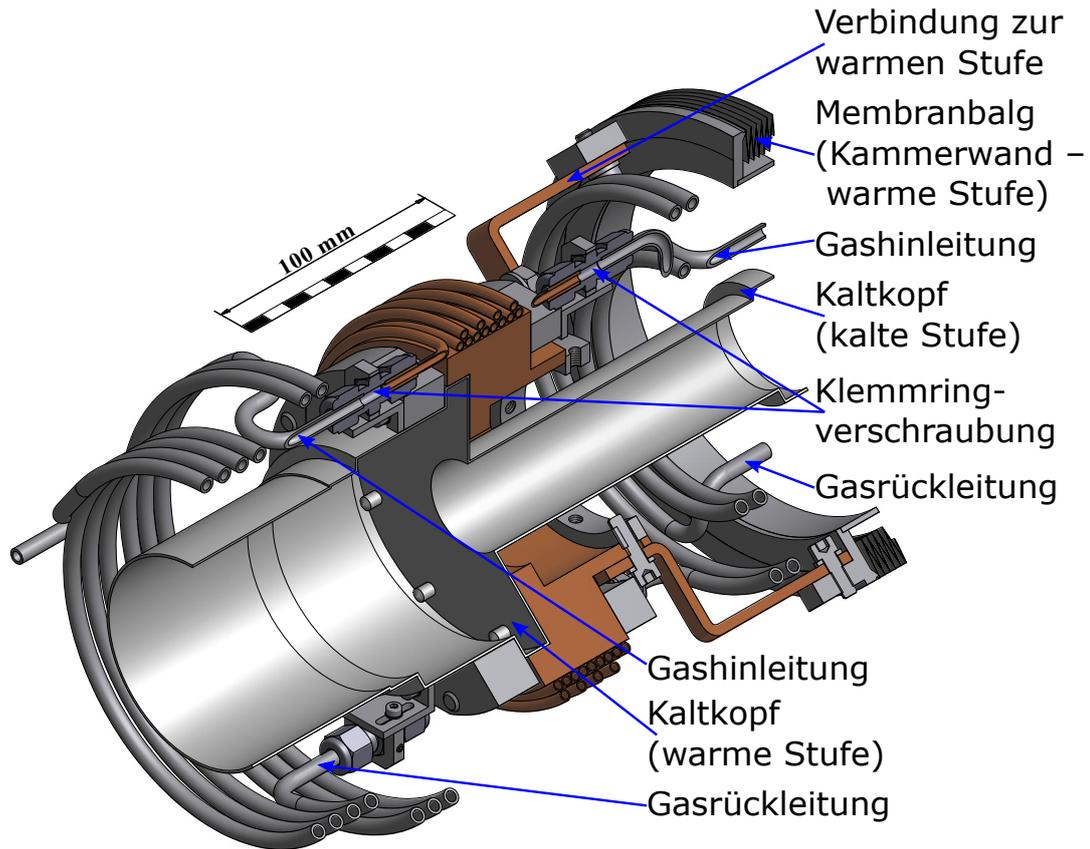
**Abbildung 5.1.4.:** Isometrische Schnittansicht der Quelle des MCT2. Der Kaltkopf mit angebautem Kühlsystem befindet sich in der Isolationsvakuumkammer, die durch ein Membranbalgsystem von der Skimmerkammer getrennt ist. Sowohl der Skimmer als auch der Kollimator sind beweglich montiert.



**Abbildung 5.1.5.:** Isometrische Schnittansicht des Übergangsbereichs zwischen der Isolationsvakuum- und der Skimmerkammer. Dargestellt sind die kalte Stufe des Kaltkopfs mit dem aufgesetzten Gaskühlungssystem, die verwendete Lavaldüse und das komplexe Membranbalgsystem welches die beiden Kammern vakuumdicht voneinander trennt.

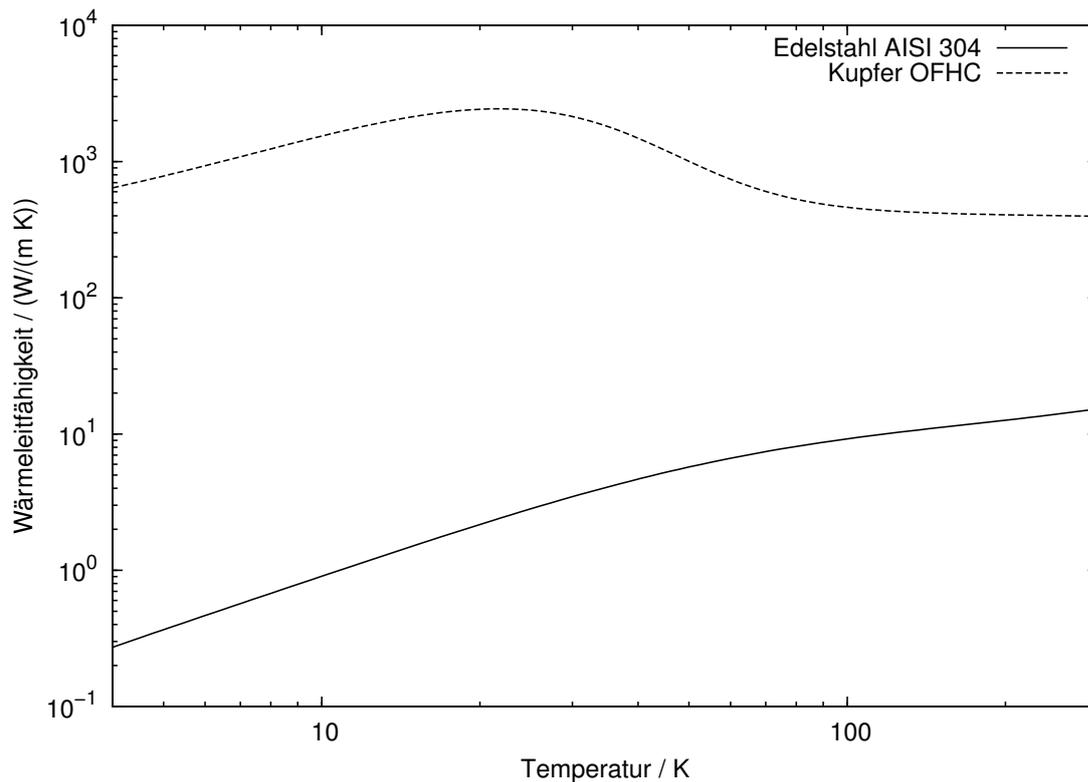
einer zentralen Bohrung, die am oberen Ende mit einem Sinterfilter abgeschlossen ist, der verhindern soll, dass grobe Verunreinigungen in die dahinterliegende Düse gelangen können. Das Bauteil ist aus Kupfer gefertigt, da sich dieser Werkstoff beim Aufbau und Betrieb des MCT1 durch die guten Wärmeleitungseigenschaften für die Konstruktion des Gaskühlungssystems bewährt hat. Gleichzeitig gab es beim MCT1 aufgrund der geringen Festigkeit des Materials Probleme, die in der Beschädigung von Gewindebohrungen resultierten. Aus diesem Grund wurde beim MCT2 vollkommen darauf verzichtet, Kupfer an mechanisch belasteten Teilen zu verwenden. Daher bestehen sowohl die Teile, die den Anpressdruck an den Kaltkopf erbringen, als auch die Befestigung der Düse aus Edelstahl.

Zwischen dem Gaskühler und der Außenwand der Isolationsvakuumkammer musste eine vakuumdichte Verbindung hergestellt werden, ohne gleichzeitig eine zu hohe Wärmeleistung auf die kalte Stufe zu transportieren. Zu diesem Zweck wurde ein Kreisring aus Edelstahl mit dem Haltering des Gaskühlers verschraubt, so dass der Ring vollständig auf einen eingearbeiteten Absatz des Gaskühlers gepresst wurde. Zur besseren Vakuumisolation wurde an dieser Stelle ein besonders kälteresistentes Vakuumfett (Apiezon N) eingesetzt. Diese Art der Vakuumdichtung vermag natürlich nur die Dichtigkeit bei molekularen Strömungsverhältnissen zu garantieren, so dass beide Kammern immer gleichzeitig abgepumpt werden müssen.



**Abbildung 5.1.6.:** Isometrische Schnittansicht des Gaskühlungssystems im Bereich der warmen Stufe des Kaltkopfs.

Da eine direkte Verbindung des Edelstahlkragens mit der Kammerwandung eine viel zu große Wärmemenge zur kalten Stufe transportieren würde, wurde als nächstes eine Verbindung zu einem weiteren Kreisring geschaffen, der über vier Kupferbleche mit der warmen Stufe des Kaltkopfs verbunden ist. Diese Bleche sind gut in Abb. 5.1.6 zu erkennen, die eine vergrößerte Ansicht der warmen Stufe darstellt. Um den Wärmetransport über diese Verbindung der beiden Kreisringe zu minimieren und gleichzeitig eine flexible Verbindung zu schaffen, wurde hierfür ein Membranbalg aus Edelstahl verwendet. Aus Platzgründen konnte dieser jedoch nur so konzipiert werden, dass er in die Skimmerkammer hineinreicht. Die Länge des Membranbalgs wurde dabei so gewählt, dass er gerade nicht über die Andrückplatte der Düse hinausragt, so dass er beim Düsenwechsel nicht beschädigt werden kann. Dieser Membranbalg ist mittels eines zweigeteilten Rohres mit dem Edelstahlkragen verbunden, der an die warme Stufe des Kaltkopfs gekoppelt ist. Dieses Verbindungsrohr musste zweiteilig ausgelegt werden, weil ein Teil des Rohres in die Skimmerkammer hineinragt und daher der Außendurchmesser beschränkt war, während der hintere Teil einen möglichst großen Innendurchmesser haben musste, um Platz für die Anbauteile der kalten Stufe zu gewinnen. Der größte Platz unter diesen Teilen wird durch die Vakuumdurchführung der Temperaturdiode eingenommen, die in der zentralen Bohrung hinter der



**Abbildung 5.1.7.:** Wärmeleitfähigkeit von Edelmetall (AISI 304) und sauerstofffreiem Kupfer als Funktion der Temperatur. Die dargestellten Kurven basieren auf Parametrisierungen aus [MLR02], wobei insbesondere beim Kupfer die angegebenen Werte um bis zu einer Größenordnung streuen können [SDR92].

Düse im Gasstrom befestigt ist und direkt die Temperatur des Gases messen kann. Da Druckdifferenzen von etwa 20 bar zwischen Gassystem und Isolationsvakuum auftreten können, musste hierbei eine Vakuumdurchführung eingesetzt werden, die einen CF16-Flansch besitzt. Die Position dieses Flansches definierte dann auch die Position des Edelmetallkragens und damit die Länge des zweigeteilten Rohres. Die Verbindung zwischen Kammerwand und diesem Edelmetallkragen wurde wiederum durch einen weiteren Membranbalg geschaffen. Das kammerwandseitige Endstück dieses Balges musste, da die beiden Edelmetallkragen mit der kalten bzw. warmen Stufe verschraubt sind, von der Kammer lösbar gestaltet werden, so dass zur Montage die Isolationsvakuumkammer über den Kaltkopf mit angebautem Kühlsystem gestülpt werden kann. Die Vakuumverbindung zwischen Kammeraußenwand und Endstück wird hierbei durch einen O-Ring aus Viton hergestellt.

Die Wärmeleistung  $\dot{Q}$ , die durch die beiden verwendeten Membranbälge transportiert wird, lässt sich abschätzen, indem sie jeweils durch ein zylindrisches Rohr mit gleicher Wandstärke  $t$  ersetzt werden. Als Innendurchmesser  $d$  des Rohres wird der mittlere Durchmesser des Membranbalgs ( $d = (d_1 + d_0)/2$ ) und als Rohrlänge  $l$  die Länge des entspannten Balges, der sogenannten freien Länge des Balges, angenommen. Dann

kann mittels der folgenden einfachen Gleichung die transportierte Wärmeleistung berechnet werden [VDI06]:

$$\dot{Q} = \lambda A \frac{\Delta T}{l}, \quad (5.12)$$

wobei  $A = \pi ((d/2 + t)^2 - (d/2)^2)$  die Querschnittsfläche des Rohres,  $\Delta T$  die Temperaturdifferenz zwischen den Rohrenden und  $\lambda$  die stoffspezifische Wärmeleitfähigkeit ist. Für den verwendeten Edelstahl (AISI 316L bzw. 1.4404 bzw. V4A) beträgt der Wert der Wärmeleitfähigkeit bei einer Temperatur von 20 °C etwa  $\lambda_{VA} = 15 \text{ W}/(\text{m K})$  ([VDI06; Thy06]). Der für die restliche Anlage verwendete Edelstahl (AISI 304 bzw. 1.4301 bzw. V2A) besitzt den gleichen Wert. In Abbildung 5.1.7 ist die Temperaturabhängigkeit von Edelstahl und Kupfer [MLR02] dargestellt. Es ist klar erkennbar, dass beim Edelstahl mit sinkender Temperatur im relevanten Temperaturbereich zwischen etwa 10 K und 300 K die Temperaturleitfähigkeit um etwa eine Größenordnung sinkt, so dass die Verwendung des obigen Wertes im folgenden die Wärmleistung eher überschätzt. Kupfer besitzt im Vergleich zum Edelstahl eine deutlich höhere Wärmeleitfähigkeit von etwa  $\lambda_{Cu} = 0,4 \text{ kW}/(\text{m K})$  ([VDI06]) bei einer Temperatur von 0 °C. Dieser Wert ist jedoch sehr stark vom verwendeten Kupfer abhängig. So findet sich für Cu-ETP (CW004A), aus dem die Gaskühler gefertigt sind, ein Wert von 394 W/(mK) bei 20 °C [Deu05b] und für den Werkstoff Cu-DHP (CW024A), aus dem die Kupferrohre bestehen, ein Wert von 305 W/(mK) bei 20 °C [Deu05a]. Gleichzeitig steigt die Wärmeleitfähigkeit mit sinkender Temperatur um etwa eine Größenordnung, wobei die Wärmeleitfähigkeit bei einer Temperatur von etwa 20 K ein Maximum aufweist. Höhe und Position dieses Maximums können jedoch selbst bei bekannter Werkstoffkennung noch stark streuen, so dass die Höhe des Maximums beispielsweise noch eine Größenordnung größer sein kann [SDR92]. Dementsprechend sind die unten angegebenen Wärmeleistungen mit großen Unsicherheiten behaftet.

Der Metallbalg, der die kalte mit der warmen Stufe verbindet besitzt einen Innendurchmesser von 75 mm und einen Außendurchmesser von 100 mm. Er besteht aus 20 Membranpaaren, die jeweils eine Wandstärke von circa 0,15 mm ([COM07]) besitzen. Hiermit ergibt sich eine Querschnittsfläche des Ersatzrohres von etwa 41 mm<sup>2</sup>. Die Anzahl der Membranpaare ist hierbei so gewählt worden, dass der Balg im entspannten Zustand eingebaut werden kann, so dass also die Balglänge der freien Länge entspricht, die bei diesem Balg pro Membranpaar eine Größe von 2,4 mm besitzt und damit die freie Länge des Balges 48 mm beträgt. Ausgehend von einer Temperaturdifferenz von 24 K ergibt sich so eine transportierte Wärmeleistung von circa 0,3 W. Diese Wärmeleistung ist gegenüber der fast 100 mal höheren Leistung, die, laut obiger Rechnung, für die Gaskühlung aufzubringen ist, absolut zu vernachlässigen. Der Wärmeübertrag durch den Membranbalg zwischen der warmen Stufe und der Außenwand lässt sich mit der gleichen Methode bestimmen. Dieser Balg besitzt einen Innendurchmesser von 156 mm und einen äußeren Durchmesser von 186 mm. Die Wandstärke der 30 Membranpaare, aus denen er besteht, beträgt etwa 0,2 mm ([COM07]). Dadurch ergibt sich eine Querschnittsfläche von circa 108 mm<sup>2</sup>

für das Ersatzrohr. Für jedes Membranpaar ist die freie Länge mit 2,6 mm angegeben, so dass sich für den gesamten Balg eine freie Länge von 78 mm ergibt. Bei einer angenommenen Temperaturdifferenz von 250 K ergibt sich aus diesen Daten eine Wärmeleistung von etwa 5 W, die von der Kammerwand zur warmen Stufe transportiert wird. Diese Leistung ist etwa eine Größenordnung kleiner als die oben berechnete Leistung für die Gaskühlung, so dass sie keinen signifikanten Effekt auf die erreichbare Endtemperatur des Gases haben sollte.

### 5.1.1.3. Das Gaskühlungssystem

In Abbildung 5.1.8 ist das an den Kaltkopf montierte Gaskühlungssystem gezeigt, mit der kalten Stufe oben, der warmen Stufe in der Mitte und dem Antrieb des Kaltkopfs am unteren Ende des Photos. Die Gaskühlung erfolgt, wie bereits erwähnt, durch Kupferrohre, die an die beiden kupfernen Gaskühler hartgelötet wurden. Die verwendeten Rohre besitzen einen Außendurchmesser von 4 mm und einen Innendurchmesser von 3 mm. Da beim Zusammenbau des Kühlungssystem als Erstes der ringförmig ausgeführte Gaskühler der warmen Stufe über die kalte Stufe gestülpt und dann erst der Gaskühler der kalten Stufe befestigt werden konnte, mussten die Gasleitungen zwischen den beiden Stufen und die Anschlussleitungen die von der warmen Stufe an die Anschlüsse außerhalb der Vakuumkammer führen, lösbar gestaltet sein. Als Verbindungen wurden hierbei, wie auch im gesamten sonstigen Gassystem üblich, Schneidringverschraubungen der Firma Swagelok verwendet. Die Verbindungsleitungen sind hierbei aus Edelstahlrohr mit einem Außendurchmesser von 6 mm und einen Innendurchmesser von 4 mm gefertigt. Das Edelstahlrohr ist deutlich robuster als Kupferrohr, welches bei jedem Biegevorgang härter und damit spröder wird, während sich die Stabilität des Edelstahlrohrs nicht signifikant verändert. Gleichzeitig besteht beim weicheren Kupferrohr die Gefahr, dass die Schneidringe beim mehrmaligen Wiederverschließen dieser Verbindungen zu tief in das Rohr einschneiden und es somit an dieser Stelle undicht wird. Aus diesen beiden Gründen wurden die Endstücke der Kupferrohre in Edelstahlhülsen mit einem Außendurchmesser von 6 mm eingelötet, so dass in diesen Bereichen die Schneidringe in die Edelstahlhülse eindringen, aber nicht in das innenliegende Kupferrohr. Ein weiterer Vorteil des Edelstahls ist seine geringere Wärmeleitfähigkeit, die wie erwähnt, mehr als zwanzigmal kleiner ist als die von Kupfer.

Ausgehend von den oben berechneten Temperaturen der beiden Stufen des Kaltkopfs können mit Gleichung (5.12) die durch diese Rohrleitungen transportierten Wärmeleistungen berechnet werden. Aus der Gleichung ergibt sich direkt, dass die Wärmeleistung umgekehrt proportional zur Leitungslänge ist, so dass diese so lang wie möglich gefertigt werden sollte. Der genaue Verlauf der Rohrleitungen wurde hierbei bereits im CAD Programm geplant, so dass die Leitungslängen bei gleichzeitiger Vermeidung von Bauteilkollisionen optimiert werden konnten.



**Abbildung 5.1.8.:** Photo des Kaltkopfs mit montiertem Gaskühlungssystem. Die kalte Stufe befindet sich am oberen Ende des Bildes, die warme Stufe in der Mitte und der Antrieb des Kaltkopfs am unteren Bildende. Die sichtbaren Kabel versorgen einerseits die Temperaturdiode und andererseits die Heizung der kalten Stufe. (Photo: A. Khoukaz)

Die Hinleitung zwischen der warmen und der kalten Stufe hat eine Gesamtlänge von etwa 0,67 m, so dass sich bei einer angenommenen Differenztemperatur von 24 K eine absolut vernachlässigbare Wärmeleistung von etwa 8 mW ergibt. Würde an dieser Stelle das dünnere Kupferrohr verwendet, mit dem die Gaskühler bestückt sind, so ergäbe sich die fast zehnmal höhere, aber immer noch vernachlässigbare, Wärmeleistung von 79 mW. Die Rückleitung ist, mit einer Länge von etwa einem Meter, länger als die Hinleitung, so dass sie dementsprechend auch eine geringere Wärmeleistung von 6 mW zur kalten Stufe transportiert. Bei der Verwendung des Kupferrohrs würde sich dieser Wert auf etwa 52 mW erhöhen.

Bei MCT1 hatte sich, wie beschrieben, ein deutlicher Einfluss der Wärmeleitung zwischen der warmen Stufe und der Umgebung auf die erreichbare Gastemperatur gezeigt. Aus diesem Grund war die Optimierung der Leitungslänge dieser Verbindungsrohre besonders wichtig. Durch die detaillierte Planung im 3D CAD Modell, wurden schließlich eine Hinleitung von etwa 1,6 m Länge und eine circa 1,8 m lange Rückleitung verbaut. Damit ergibt sich eine, bei einem angenommenen Temperaturgradienten von etwa 250 K, eine Wärmeleistung von etwa 70 mW, die von Außen zur warmen Stufe transportiert wird.

Zur Regelung der Temperatur der kalten Stufe wurde, wie bereits beim MCT1, eine Heizpatrone der Firma Lakeshore mit einer maximalen Heizleistung von 50 W verwendet, die von dem Temperaturcontroller Lakeshore Modell 331 angesteuert wird. Zur Messung der Temperatur des Gases an der kalten Stufe wurde, wie bisher, eine Silizium-Diode verwendet. Beim MCT1 und den älteren Münsteraner Cluster-Jet-Targets für das COSY-11 und das ANKE Experiment war diese Diode jeweils über lange isolierte Leitungen mit der Temperaturanzeige verbunden. Diese Leitungen waren jeweils in der Gasrückleitung verlegt und über spezielle, im Institut gebaute, elektrische Durchführungen aus diesen Leitungen herausgeführt. Diese Verkabelung war immer sehr schwierig einzubauen und war mit dem neuen Konzept der trennbaren Gasleitungen schwerlich verträglich. Aus diesem Grund wurde beim MCT2 für diesen Zweck eine kommerzielle Vakuumdurchführung verwendet, die in einen CF16-Flansch integriert und bis zu einem Druck von 96 bar spezifiziert ist. Diese in Abbildung 5.1.5 klar zu erkennende Durchführung wurde dann über eine Edelstahlleitung mit dem Gaskühler an der kalten Stufe verbunden, so dass die Silizium-Diode, die in der zentralen Bohrung dieses Gaskühlers positioniert wurde, über eine kurze Leitung mit dieser Durchführung verbunden werden konnte. Neben dieser Temperaturdiode, die direkt die Gastemperatur misst, wurde zusätzlich eine Diode eingesetzt, die direkt in den kupfernen Gaskühler geschraubt wurde. Beim Betrieb zeigte sich, dass bis auf kleine zeitliche Verzögerungen bei Temperaturänderungen beide Dioden die gleiche Temperatur maßen. Aus diesem Grund, und weil die verwendete Durchführung auf Dauer nicht den mechanischen Belastungen in der Nähe der verbauten Gasleitungen aushielt, wurde bereits nach wenigen Wochen nur noch die außen verbaute Diode für die Temperaturregelung verwendet. Für zukünftige Targets wird diese Durchführung daher nicht mehr eingeplant werden.

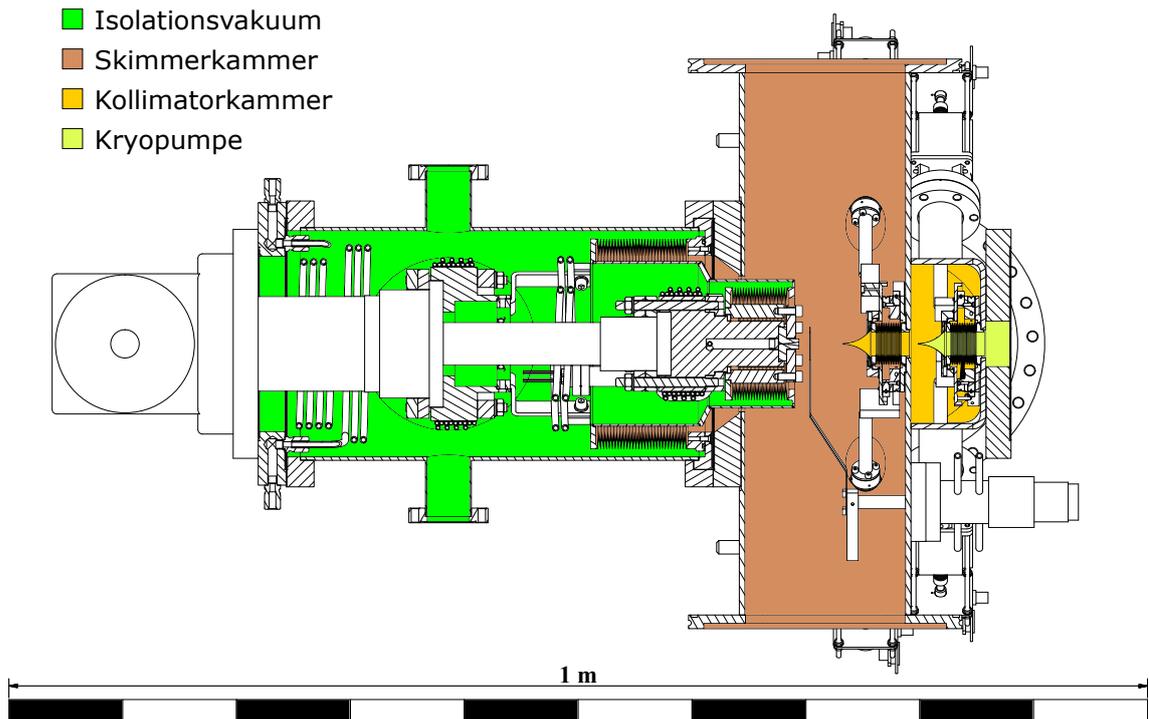


Abbildung 5.1.9.: Querschnitt durch die Quelle des MCT2. Die einzelnen Vakuummern sind farbig hinterlegt.

### 5.1.2. Optimierung des Vakuumsystems

Neben der Implementierung einer neuen abgeschlossenen Isolationsvakuumkammer wurden noch weitere wichtige Änderungen am Vakuumsystem der Cluster-Quelle vorgenommen, die gleichzeitig der Reduktion des Drucks in der Skimmerkammer als auch der Verringerung des Gastransports in Richtung der Streukammer dienen. In der Abbildung 5.1.9 sind die verschiedenen Vakuummern der Quelle und in der Abbildung 5.1.10 das Pumpschema des MCT2 dargestellt. Wie bereits erwähnt, sind die einzelnen Pumpstufen nun nicht mehr ineinander, sondern streng hintereinander angeordnet.

In die Isolationsvakuumkammer kann direkt kein Gas einströmen, so dass sie durch eine einzelne Turbomolekularpumpe (TP1) mit einem nominellen Saugvermögen von etwa 370 l/s gepumpt wird. Als Vorpumpensystem dient hierbei dasselbe System, das auch die beiden Turbomolekularpumpen (TP2 und TP3) der Kollimator-kammer abpumpt. Hierdurch ergibt sich im Betrieb bei höchster Dichte ein Druck von etwa  $10^{-5}$  mbar in der Isolationsvakuumkammer. Dieser Druck ist hierbei vor allem durch den Druck gegeben, der durch das Vorpumpensystem erreicht werden kann.

Die Skimmer- und die Kollimator-kammer sind bei diesem Target aus je einem quadratischen Rohrstück mit Innenmassen von 140 mm  $\times$  140 mm gefertigt, wobei diesen beiden Rohrstücke kreuzförmig miteinander verschweisst sind, so dass das

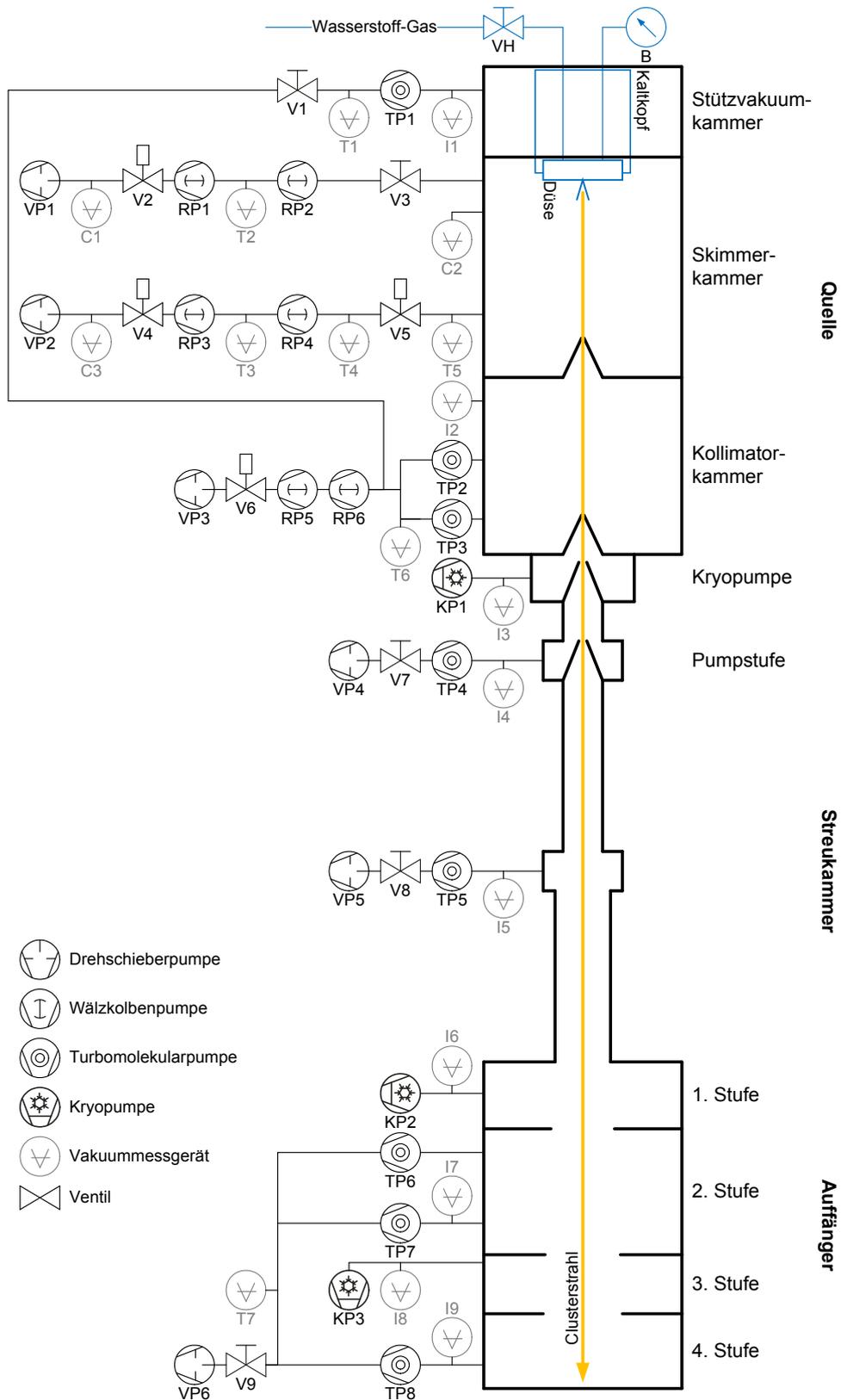
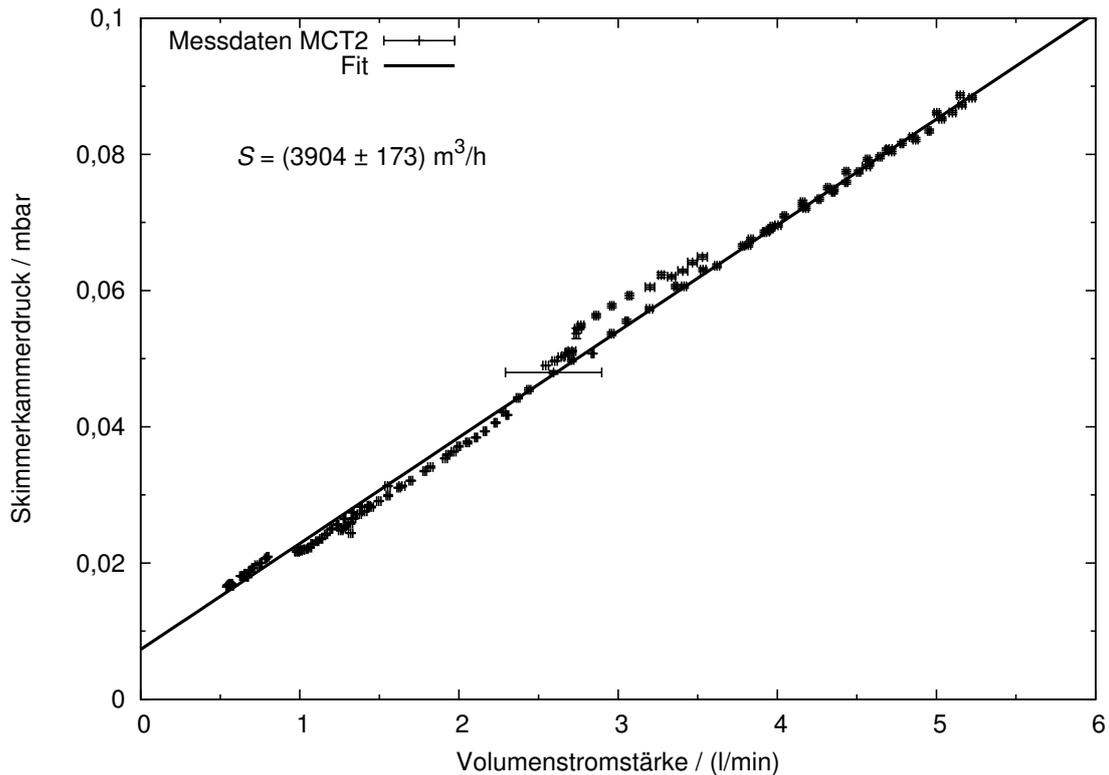


Abbildung 5.1.10.: Schemaskizze des Vakuumsystems des MCT2.



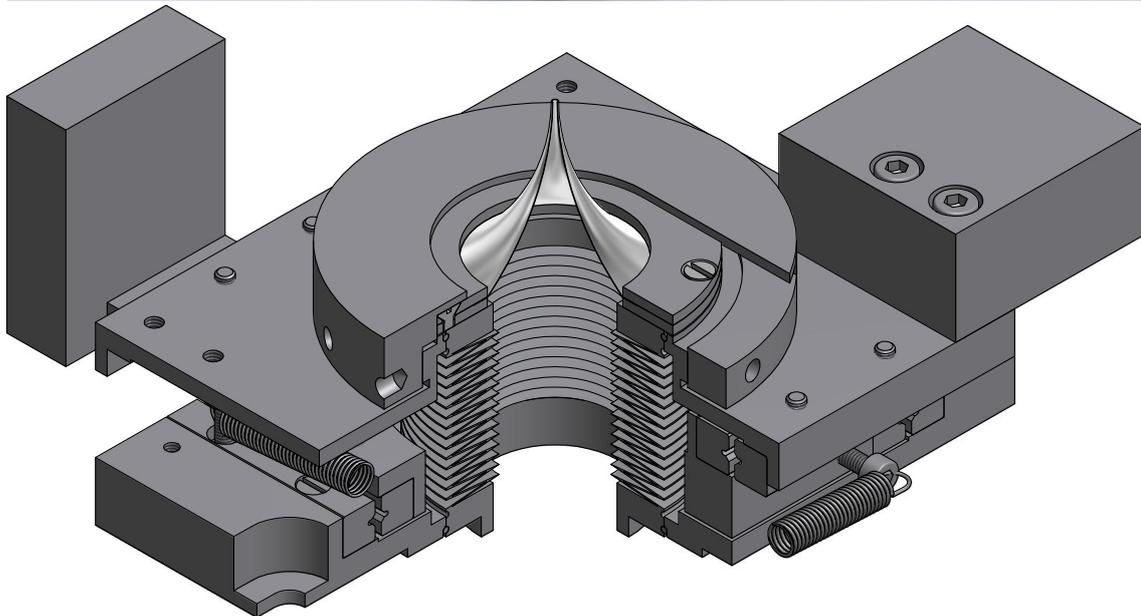
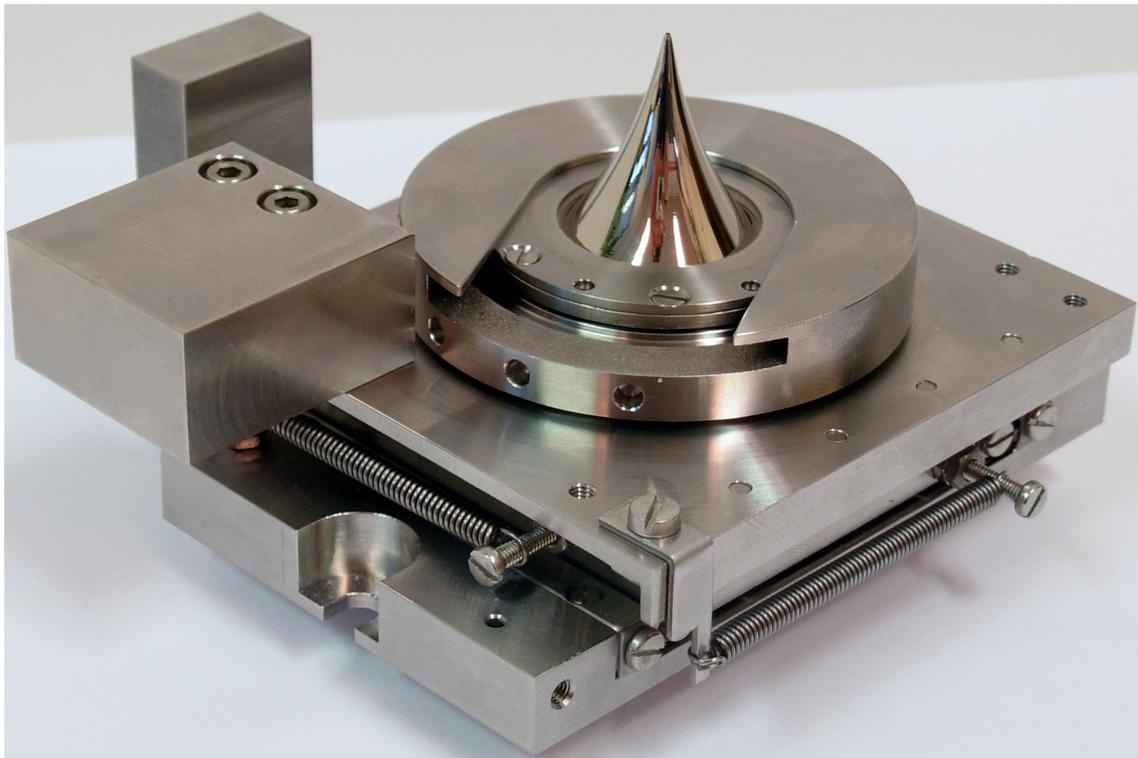
**Abbildung 5.1.11.:** Skimmerkammerdruck als Funktion des Gasstroms, der zur Düse geleitet wurde (basierend auf Messwerten aus [Köh10]). Die durchgezogene Linie stellt den Fit einer linearen Funktion dar, aus dem direkt das angegebene Saugvermögen  $S$  bestimmt wurde.

Rohr, das die Skimmerkammer bildet, um circa 80 mm in die Kollimator-kammer hineinragt. Hierdurch war es möglich, zwei voneinander getrennte Kammern zu schaffen und gleichzeitig die bewährten Abstände vom MCT1 zwischen Düse, Skimmer und Kollimator zu übernehmen. Die beiden Enden des Skimmerkammerrohres wurden jeweils mit einem LF 200 Flansch versehen. Hierdurch kann die Skimmerkammer von zwei Seiten mit Pumpständen bestehend aus je zwei Rootspumpen und einer Drehschieberpumpe evakuiert werden. Einer der beiden Pumpstände ist vom MCT1 übernommen und besteht aus einer Rootspumpe (RP4) der Firma Leybold vom Typ Ruvac RA 3001 mit einem nominalen Saugvermögen von rund  $3000 \text{ m}^3/\text{h}$ , die von einer weiteren Rootspumpe (RP3) des Typs Ruvac WAU 501 (etwa  $500 \text{ m}^3/\text{h}$ ) und schließlich einer Drehschieberpumpe (VP2) des Typs Trivac D65B (circa  $65 \text{ m}^3/\text{h}$ ) vorgepumpt wird. Der zweite Pumpstand ist mit Pumpen bestückt, die vom COSY-11 Experiment übernommen wurden. Dieses Pumpsystem besteht aus einer Rootspumpe (RP2) vom Typ Ruvac WSL 2001 (etwa  $2000 \text{ m}^3/\text{h}$ ), die von einer Rootspumpe des Typs Ruvac WAU 501 (etwa  $500 \text{ m}^3/\text{h}$ ) und einer Vorpumpe der Firma Alcatel Typ 1200 (etwa  $200 \text{ m}^3/\text{h}$ ) vorgepumpt wird. Eine wichtige Neuerung stellen bei diesen

beiden Pumpständen der Einsatz von Kapazitätsmanometern der Firma Leybold vom Typ CERAVAC CTR 90 dar, mit denen der Druck an den Ansaugstutzen der Vorpumpen gemessen wird. Bei allen früheren Targets wurden für diesen Zweck Wärmeleitungs-Vakuummeter eingesetzt, die jedoch bei den Drücken von über zehn Millibar, die bei höchstem Wasserstoff-Gasfluss auftreten, im ungünstigsten Fall, einer Leckage des Systems, als Zündquelle dienen können. Die neuen Kapazitätsmanometer haben sich jedoch durch ihren vollständig gekapselten Aufbau ideal für diesen Einsatz bewährt. Bei diesen Messgeräten wird die Auslenkung einer Keramikmembran sehr präzise gemessen, so dass der Druck gasartunabhängig mit einer Genauigkeit von etwa 0,2% bestimmt werden kann.

Durch den Einsatz der beiden Pumpstände konnte das Saugvermögen in der Streukammer deutlich erhöht werden. In Abbildung 5.1.11 sind der gemessene Skimmerkammerdruck  $p$  als Funktion der Volumenstromstärke  $q_V$ , die der Düse zugeführt wurde, dargestellt. Diese Darstellung basiert auf Messwerten, die bei der Bestimmung der Clustergeschwindigkeit (siehe Kap. 6.1.2) durch Frau Köhler [Köh10] mit aufgezeichnet wurden. Aufgrund des linearen Zusammenhangs zwischen diesen beiden Größen kann durch Anpassung der bereits im letzten Kapitel verwendeten Funktion (4.1) an die Daten, direkt das Saugvermögen  $S$  des Pumpsystems zu knapp unter  $4000 \text{ m}^3/\text{h}$  ermittelt werden. In der Abbildung ist erkennbar, dass bei höchsten Gasflüssen, ein Druck von etwa  $8 \times 10^{-2} \text{ mbar}$  erzielt wird. Da beim Überschreiten eines Drucks von etwa  $10^{-1} \text{ mbar}$  bei früheren Experimenten [Kho<sup>+</sup>99] eine Verminderung der Targetdichte beobachtet wurde, ist dieser maximal beobachtete Druck ein klarer Anhaltspunkt dafür, dass die am MCT2 eingesetzten Pumpleistungen knapp über den minimal nötigen Anforderungen liegen.

Die Skimmer- und die dahinterliegende Kollimatorkammer sind durch den Skimmer miteinander verbunden. Der eigentliche Skimmer, durch den der Gas- vom Clusterstrahl separiert wird, ist wie beim MCT1 von der Firma Beam Dynamics gefertigt und besitzt eine Öffnungsdurchmesser an der Spitze von 0,5 mm. Dieser Skimmer ist nun auf einem komplexen Skimmerhalter aufgesetzt, der die Bewegung in der Ebene senkrecht zum Clusterstrahl ermöglicht. In der Abbildung 5.1.12 ist dieser Skimmerhalter dargestellt. Die Bewegung des Skimmers wird hierbei durch den Aufbau in zwei Ebenen ermöglicht. Durch je zwei Linearführungen kann die mittlere Montageplatte gegen die untere Platte in einer Achse verschoben werden, während die oberste Platte, wiederum gehalten durch zwei Linearführungen, senkrecht zu dieser ersten Achse gegenüber der mittleren Platte bewegt werden kann. Als Antrieb dient hierbei jeweils ein Schrittmotor, dessen Rotation durch eine spezielle balggedichtete Schiebedurchführung in eine lineare Bewegung übersetzt wird. Die beiden Durchführungen sind unter einem Winkel von  $90^\circ$  zueinander und einem Winkel von  $45^\circ$  zur Achse des Skimmerkammerrohres an zwei CF35-Flansche angebaut. Hierbei bewegt eine Durchführung die mittlere und die zweite Durchführung die obere Platte, auf der sich der Skimmer befindet. Da sich bei der Bewegung der mittleren Platte die obere Montageplatte senkrecht zur Bewegungsrichtung der Schiebedurchführung bewegt,



**Abbildung 5.1.12.:** In der oberen Ansicht ein Photo des Skimmerhalter mit montiertem Skimmer und in der unteren Ansicht eine aufgeschnittene isometrische CAD-Ansicht dieses Zusammenbaus. (Photo: A. Khoukaz)

ist die Spitze dieser Durchführung mit einem Kugellager versehen. Beide Durchführungen sind so ausgelegt, dass sie jeweils eine maximale Auslenkung von  $\pm 2$  mm ermöglichen. Zur Trennung der beiden Vakuumkammern dient ein Wellbalg im Inneren des Skimmerhalters. Zur Abdichtung zwischen der Wand der Skimmerkammer und dem Skimmerhalter wurde die Kontaktfläche dünn mit Vakuumfett bestrichen, wobei der Kontaktbereich am Ende der Fertigung der Kammern, plan gefräst wurde. Dies gewährleistet einerseits die optimale Parallelität dieser Kontaktfläche mit dem CF200-Flansch zur Isolationsvakuumkammer und verbessert andererseits auch die Dichtigkeit zwischen Skimmerhalter und Wandung. Die gleiche Dichtungsmethode wurde auch zwischen Skimmer und Skimmerhalterung angewendet.

An der Skimmerkammer befindet sich ein extra CF35-Flansch, an dem sich eine durch einen Drehmagneten angetriebene Drehdurchführung befindet, die ein dünnes Kupferblech in den Clusterstrahl zwischen Düse und Skimmer bewegen kann. Durch den Drehmagneten kann hiermit der Clusterstrahl direkt ein- und ausgeschaltet werden, ohne eine spezielle Motorsteuerung zu benötigen. Bei den bisherigen Münsteraner Cluster-Jet-Targets wurde diese sogenannte Düsenklappe jeweils durch einen Getriebemotor bewegt, der zusammen mit zwei Endschaltern in der Kollimatorkammer befestigt war und dort ein vergleichbares Blech zwischen Skimmer und Kollimator einführte. Dieser Getriebemotor und die verwendeten Endschalter waren jedoch sehr fehleranfällig. Durch den Einsatz der Drehdurchführung sind beim MCT2 alle elektrisch betriebenen Bauteile außerhalb des Vakuums angeordnet und können dort, falls dies nötig sein sollte, direkt getauscht oder das Blech zumindest manuell in die gewünschte Position gebracht werden.

Die Kollimatorkammer besteht wie erwähnt ebenfalls aus rechteckigem Edelstahlrohr, an deren beiden Enden CF200-Flansche angeschweißt sind, durch die diese Kammer mittels zweier Turbomolekularpumpen (TP2+TP3) der Firma Leybold vom Typ TURBOVAC 1000 C gepumpt werden. Die beiden Pumpen besitzen ein Saugvermögen von je etwa 900 l/s. Beim Betrieb mit höchster Targetdichte steigt der Druck in dieser Kammer auf bis zu  $2 \times 10^{-4}$  mbar an. Bei diesen Bedingungen ist dieser Druck erheblich durch den Druck am Vorvakuumanschluss der beiden Turbomolekularpumpen gegeben. Um diesen Vorvakuumdruck so klein wie möglich zu halten, wird hierbei ein Rootspumpenstand mit einer Rootspumpe (RP6) des Typs Leybold Ruvac WSU1001 mit einem Nennsaugvermögen von etwa 1000 m<sup>3</sup>/h verwendet, die von einer Rootspumpe (RP5) des Typs Alcatel RSV601 B mit einem Nennsaugvermögen von etwa 600 m<sup>3</sup>/h und einer Drehschieberpumpe (VP3) des Typs Leybold Varovac S160F mit einem Saugvermögen von circa 160 m<sup>3</sup>/h vorgepumpt wird. Untersuchungen im Rahmen der Diplomarbeit von Frau Köhler [Köh10] zeigten, dass das Saugvermögen der letzten Rootspumpe bereits erheblich durch die Länge der verwendeten Verbindungsrohre beeinflusst wird, so dass diese so kurz wie möglich sein mussten.

An die Kollimatorkammer schließt sich direkt eine Münsteraner Kryopumpe an, wie sie bereits beim MCT1 zum Einsatz kam. Zur Verringerung des Gasflusses

in Richtung der Streukammer, wurde diese Kryopumpe am Ausgang mit einer trichterförmigen Blende mit einem Durchmesser der Öffnung von 3,5 mm versehen. Direkt hinter die Kryopumpe, getrennt von dieser nur durch einen Membranbalg und einen Schieber mit CF35-Flanschen wurde ein Kreuzstück mit sechs CF35-Flanschen montiert, das wieder am Ende mit einer Blende versehen (6,5 mm Durchmesser) ist und als Zwischenpumpstufe mit einer kleiner Turbomolekularpumpe mit einem Nennsaugvermögen von 110 l/s gepumpt wird.

Wie bereits früher am MCT1 erfolgreich erprobt, wurde auch hier die Cluster-Quelle auf ein separates Gestell montiert, wobei wieder ein Kardangelenk an der Kryopumpe als Drehpunkt dient.

### 5.1.3. Streukammer und Auffänger

Aufgrund der beiden eingesetzten Pumpstände für die Skimmerkammer, der durch den Aufbau der Quelle aus hintereinanderliegenden Kammern längeren Bauweise der Cluster-Quelle und der Verwendung eines komplexeren Auffängers, konnte das MCT2 nicht mehr in einem Raum aufgebaut werden. Es wurden daher zwei angrenzende Räume, einer für die Quelle und einer für Streukammer und Auffänger verwendet, wobei das Strahlrohr zwischen Quelle und Streukammer durch ein per Kernbohrung geschaffenes Loch geführt wurde. Wie bereits im letzten Kapitel erwähnt, machte dieser getrennte Aufbau die Aufteilung des Messsystems auf zwei Mess-PCs nötig, so dass die Anzahl der elektrischen Verbindungen zwischen den beiden Räumen minimiert werden konnte.

Für diesen Aufbau wurden dieselben Strahlrohre und die Streukammer verwendet wie vorher für das MCT1. Der einfache Auffänger des MCT1 wurde jedoch durch den komplexeren Auffänger des Cluster-Jet-Targets des COSY-11-Experiments ersetzt. Dies wurde möglich, da dessen Betrieb kurz vor dem Aufbau des MCT2 eingestellt wurde. Der COSY-11-Auffänger ([Dom<sup>+</sup>97b]) besteht aus vier Stufen, wobei die erste und dritte Stufe jeweils durch Münsteraner Kryopumpen gepumpt werden. Die bei COSY-11 eingesetzte kommerzielle Kryopumpe der zweiten Stufe wurde durch eine leistungsfähige Turbomolekularpumpe (etwa 900 l/s) ersetzt, die durch eine zweite Turbomolekularpumpe (circa 370 l/s) unterstützt wird. Eine ähnlich leistungsfähige Pumpe ist auch an der vierten Stufe montiert, wobei diese entweder so montiert werden kann, dass der Clusterstrahl direkt auf die Rotorblätter der Pumpe fällt, oder sie kann seitlich angeschlossen werden, so dass die Eigenschaften der Cluster durch entsprechende Detektoren untersucht werden können.

Durch diesen komplexen Auffänger und die Tatsache, dass Quelle und Auffänger in zwei verschiedenen Räumen aufgebaut wurden, wurde die exakte Ausrichtung des gesamten Vakuumsystems unerlässlich. Zu diesem Zweck wurde mit Hilfe eine Theodoliten eine Soll-Strahlachse definiert. Alle Blenden und Vakuumbauteile auf dem Weg zwischen Düse und Auffänger wurden so eingebaut, dass ihre Mittenachsen

exakt auf dieser Sollachse liegen, wobei durch den Theodoliten dies jeweils optisch direkt nachvollziehbar wurde. Ein entscheidendes Hilfsmittel hierfür waren zahlreiche Plexiglaszylinder, die speziell für die verschiedenen Flansche und Blenden durch die institutseigene feinmechanische Werkstatt angefertigt wurden. Durch die Anfertigung auf einer Drehmaschine konnten hierbei die Mitte der Zylinderachse auf den Stirnflächen direkt markiert werden, so dass optisch direkt die Position der Bauteilachse mit der Sollachse verglichen werden konnte.

## 5.2. Resultate des MCT2

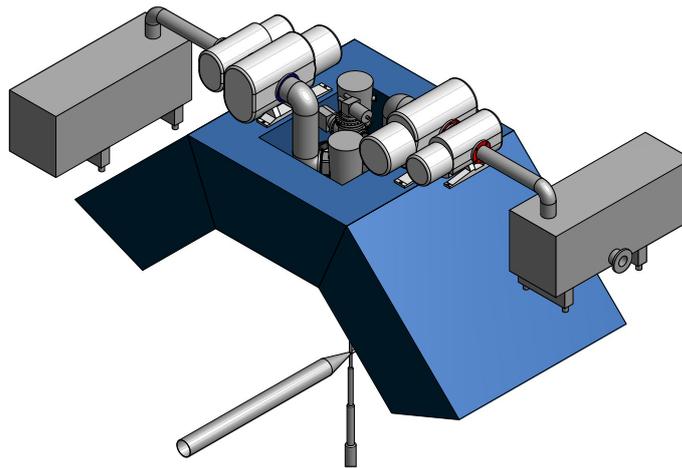
Der problemlose Betrieb des MCT2 zeigte direkt, dass hier ein Cluster-Jet-Target entwickelt und aufgebaut wurde, das ein direkter Prototyp für das  $\bar{\text{P}}\text{ANDA}$ -Experiment darstellt. Der neue Aufbau der Cluster-Quelle aus hintereinander angeordneten Kammern vereinfachte wie gewünscht die Montage und spätere Wartung erheblich. Durch die Einbettung des Kaltkopfs in eine getrennte Isolationsvakuumkammer konnten Temperaturen von unter 20 K erzielt werden. Selbst bei höchsten Gasdrücken vor der Düse von 17 bar konnte die Quelle noch stabil mit einer Düsentemperatur von 20 K betrieben werden.

Durch die Möglichkeit, Skimmer und Kollimator im Betrieb zu bewegen, können Asymmetrien des Clusterstrahls, die aufgrund von geringfügigen Dejustagen zwischen Düse, Skimmer und Kollimator auftreten, direkt ausgeglichen werden. Dies stellt einen entscheidenden Vorteil gegenüber den bisher gebauten Münsteraner Cluster-Jet-Targets dar. Eine weitere Asymmetrie, die direkt aus dem einseitig angebrachten Pumpsystem der Skimmerkammer entstand, konnte beim MCT2 durch die Verwendung von zwei gegenüberliegenden Rootspsystemen deutlich vermindert werden.

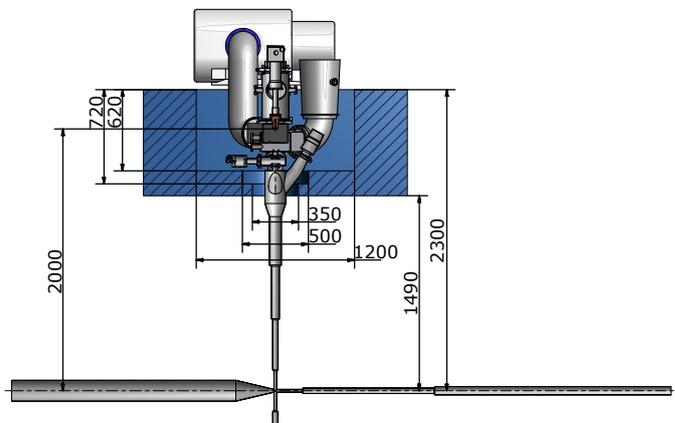
Durch die verbesserte Gaskühlung zusammen mit der erhöhten Saugleistung in der Skimmerkammer, wurden mit diesem Aufbau, wie in Kapitel 6.3 gezeigt, Targetdichten von über  $8 \times 10^{14}$  Atome/cm<sup>2</sup> in einer Entfernung von etwa 2,1 m hinter der Düse erreicht. Hierdurch wird das Target für das  $\bar{\text{P}}\text{ANDA}$ -Experiment absolut konkurrenzfähig zum Pellet-Target, so dass durch die  $\bar{\text{P}}\text{ANDA}$ -Kollaboration beschlossen wurde, beide Target-Typen für  $\bar{\text{P}}\text{ANDA}$  einzusetzen. Aufgrund der Eigenschaft, dass beim Cluster-Jet-Target die Targetdichte leicht über mehr als zwei Größenordnungen einstellbar ist und diese gleichzeitig räumlich und vor allem zeitlich homogen ist, wird das Cluster-Target auch das erste Target sein, das im  $\bar{\text{P}}\text{ANDA}$ -Experiment eingesetzt wird.

### 5.3. Integration in $\overline{\text{PANDA}}$

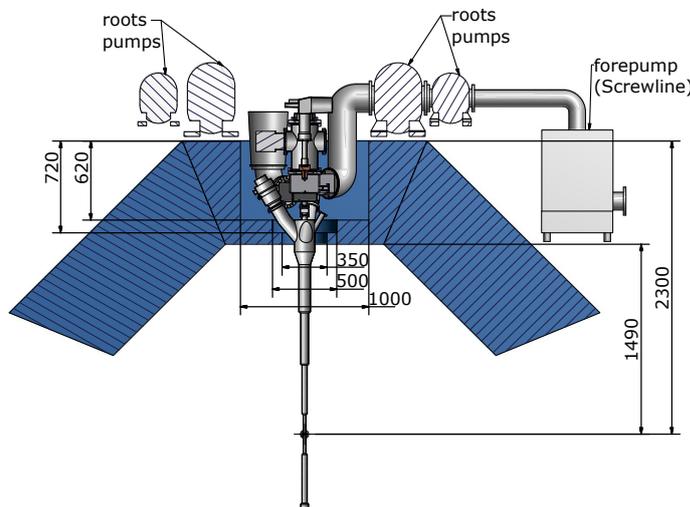
Basierend auf dem Entwurf des MCT2 wurde im Rahmen dieser Arbeit in direkter Zusammenarbeit mit der Magnet-Gruppe des  $\overline{\text{PANDA}}$ -Experiments die genaue Form der Oberseite des Eisenjochs des Hauptspektrometers definiert. Hierbei wurde, basierend auf dem Design der Quelle des MCT2, diese so in einer möglichst kleinen Aussparung des Eisenjochs platziert, dass ein Abstand zwischen Düse und Wechselwirkungspunkt von etwa 2 m erreicht wurde. In Abbildung 5.3.1 sind drei der hierbei entstandenen Zeichnungen gezeigt, wobei die äußeren beiden Abbildungen später auch im Technical Design Report der Magnet-Gruppe [PAN09b] Verwendung gefunden haben. Zur Erhöhung der Saugleistung in der Skimmerkammer wurde für diese Integration die Verwendung von zwei frequenzgeregelten Rootspumpen eingeplant, die jeweils eine Saugleistung von etwa  $4000 \text{ m}^3/\text{h}$  besitzen. Diese Rootspumpen sollten dann jeweils durch eine weitere Rootspumpe mit  $1000 \text{ m}^3/\text{h}$  und einer Schrauben-Vakuumpumpe mit  $630 \text{ m}^3/\text{h}$  vorgepumpt werden. Die Kollimator-kammer sollte hierbei durch zwei Turbomolekularpumpen mit jeweils etwa  $1600 \text{ l/s}$  vorgepumpt werden, die durch eine spezielle Vorstufe einen geringeren Vorvakuumdruck als konventionelle Turbomolekularpumpen besitzen, die bisher am MCT1 und dem MCT2 eingesetzt wurden. Diese Auswahl schränkt jedoch in keiner Weise die Änderung hin zu anderen Pumpentypen oder der Verwendung eines einzigen Rootspumpenstandes ein, da die verwendeten Rohrquerschnitte sich hierdurch nicht mehr essentiell ändern.



a) Isometrische Ansicht



b) Querschnitt längs des Strahlrohrs des Beschleunigers



c) Querschnitt transversal zum Strahlrohr des Beschleunigers

**Abbildung 5.3.1.:** Verschiedene Ansichten der vorgeschlagenen Integration des MCT2 in das  $\bar{P}$ ANDA-Experiment. Die beiden Abbildungen a) und c) wurden auch für den Technical Design Report der Magnet-Gruppe von  $\bar{P}$ ANDA [PAN09b] verwendet.



# 6. Eigenschaften des Clusterstrahls und der Cluster

Im folgenden Kapitel sind die Ergebnisse der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen zu den verschiedenen Eigenschaften der Cluster und des Clusterstrahls beschrieben. Die wichtigsten Eigenschaften sind die Geschwindigkeit und Masse der Cluster, sowie die Targetdichte des produzierten Clusterstrahls.

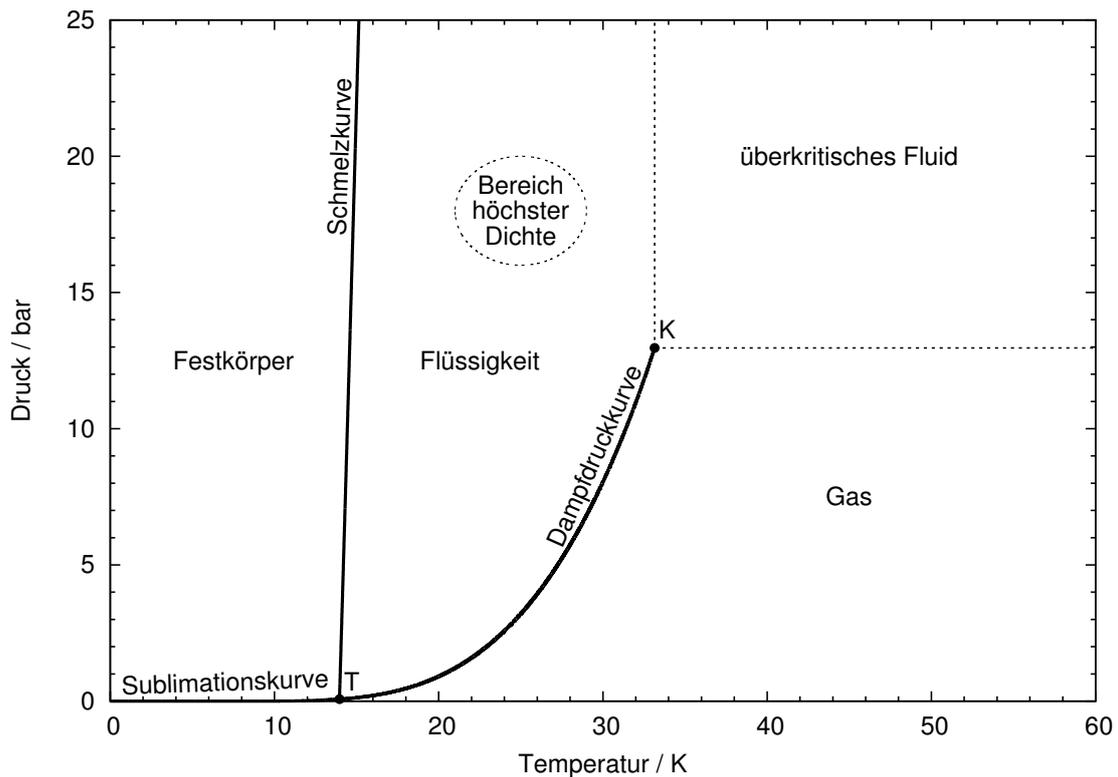
## 6.1. Geschwindigkeit der Cluster

Eine der zentralen Eigenschaften der Cluster ist ihre Geschwindigkeitsverteilung. Diese ist zum einen für die Bestimmung der Targetdichte, die im Abschnitt 6.3 beschrieben ist, unbedingt erforderlich und dient zum anderen dazu, ein besseres Verständnis für den Produktionsprozess der Cluster zu gewinnen. In den folgenden Abschnitten wird zunächst die experimentelle Methodik vorgestellt, mit der die Geschwindigkeit von Clustern gemessen wird, dann werden theoretische Modelle vorgestellt, um die gemessenen Geschwindigkeiten zu deuten, und schließlich werden diese Modelle mit den Messdaten verglichen.

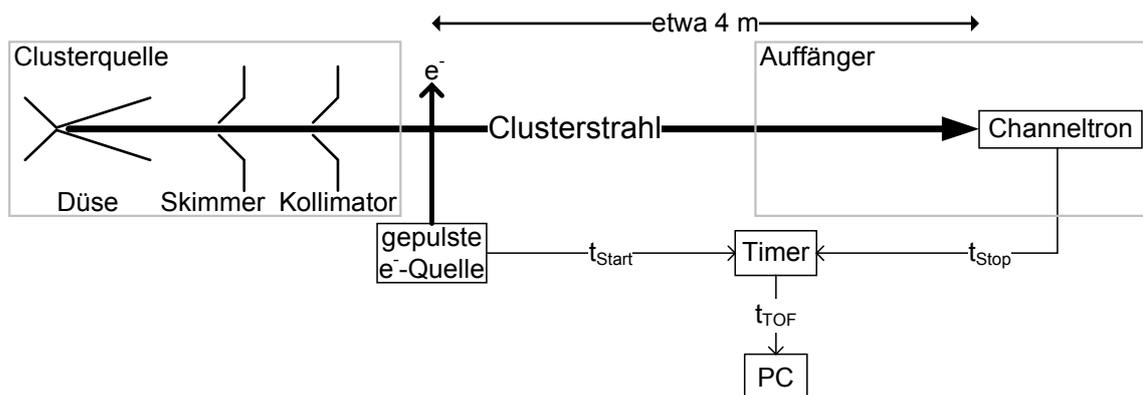
### 6.1.1. Experimentelle Bestimmung der Clustergeschwindigkeit

Die Geschwindigkeit von Wasserstoff-Clustern wurde bereits durch andere Arbeitsgruppen gemessen (siehe z. B. [Boe<sup>+</sup>94], [All<sup>+</sup>98]), wobei jedoch die verwendeten Drücke und Temperaturen vor der Düse immer im gasförmigen Bereich (siehe Abb. 6.1.1) des Phasendiagramms lagen. Da die Münsteraner Targets auch im überkritischen oder flüssigen Bereich betrieben werden können und in diesen Bereichen die Targetdichte am höchsten ist, ist es von großem Interesse, auch in diesen Bereichen Geschwindigkeitsmessungen durchzuführen.

Bei den früheren Experimenten ([Boe<sup>+</sup>94]) wurde der Clusterstrahl jeweils mit einem sogenannten Chopper, bestehend aus einem rotierendem, geschlitztem Hohlzylinder, periodisch gestoppt und die entstehenden Druckschwankungen in einer Entfernung von etwa einem Meter mit einem Ionisations-Vakuummeter gemessen. Aus der



**Abbildung 6.1.1.:** Phasendiagramm von Wasserstoff ( $n\text{-H}_2$ ). Dargestellt sind der Tripelpunkt T, der kritische Punkt K, sowie die Dampfdruckkurve, die Schmelzkurve und die Sublimationskurve (Daten aus [Lea<sup>+</sup>09] und [MHR81]). Des Weiteren ist der Betriebsbereich der Münsteraner Cluster-Jet-Targets markiert, in dem die gemessenen Targetdichten am höchsten sind.



**Abbildung 6.1.2.:** Flugzeitmessung zur Bestimmung der Geschwindigkeit der Cluster. Einzelne Cluster des in der Cluster-Quelle erzeugten Clusterstrahls werden durch die gepulste Elektronenquelle ionisiert und dann am Ende der etwa vier Meter langen Flugstrecke im Auffänger mittels eines Channeltrons detektiert. Aus der gemessenen Flugzeit ergibt sich dann die Geschwindigkeit des einzelnen Clusters.

Phasendifferenz zwischen dem elektrischen Signal, das mithilfe einer Lichtschranke am Chopper generiert wurde, und der Ausgangsspannung des Vakuummessgeräts konnte dann die Flugzeit und daraus die Geschwindigkeit bestimmt werden. Dieses Verfahren ist jedoch heutzutage mit digitalen Vakuumsensoren nicht mehr realisierbar, da diese das gemessene Signal über mehrere Millisekunden mitteln [Ley06]. Des Weiteren kann mit dieser Methode nur die mittlere Geschwindigkeit gemessen werden, wobei vorausgesetzt wird, dass die Abweichung zwischen diesem Mittelwert und der Geschwindigkeit der einzelnen Cluster klein ist, wobei diese Voraussetzung bei den Münsteraner Targets nicht zwangsläufig bei allen Betriebsbedingungen gegeben ist. Aus diesen Gründen wurde ein neues Verfahren erprobt, das erstmals im Rahmen der Diplomarbeit von Frau Otte [Ott07] am MCT1 aufgebaut und getestet wurde.

In der Abbildung 6.1.2 ist dieses neue Verfahren schematisch dargestellt. Der erzeugte Clusterstrahl wird am Ausgang der Cluster-Quelle mit einem gepulsten Elektronenstrahl beschossen. Die Pulslänge, der Elektronenstrom und die Energie der Elektronen sind hierbei so gewählt, dass während der Pulsdauer höchstens ein Cluster ionisiert wird. Dieser durchfliegt dann die etwa 4 m lange Strecke bis zum Auffänger, an dessen Ende er mit Hilfe eines Channeltrons detektiert wird. Die Zeitdifferenz zwischen dem Einschaltzeitpunkt des Elektronenstrahls und dem Auftreffen des ionisierten Clusters am Channeltron wird dann mit einem Mikrocontroller gemessen und an den Mess-PC übermittelt, in dem aus der Zeitdifferenz die Geschwindigkeit berechnet wird. In den nachfolgenden Abschnitten werden die einzelnen Bestandteile dieses Messsystem näher erläutert.

### **Gepulste Elektronenquelle**

Die Elektronenquelle, wie sie in Abbildung 6.1.3 abgebildet ist, wurde im Institut für Kernphysik durch Herrn Baumeister entworfen und aufgebaut. Die Elektronen werden durch Glühemission aus einem Filament generiert und durch ein elektrisches Feld in Richtung des Clusterstrahls beschleunigt.

Die Elektronenkanone ist auf einem CF-35 Flansch mit einer elektrischen Vakuumdurchführung montiert. Als Filament wird die Glühwendel einer Halogenlampe verwendet, deren Glaskolben abgetrennt wurde. Hierfür wurde ein Lampentyp verwendet, bei dem die Wendel axial ausgerichtet ist, so dass die Breite des entstehenden Elektronenstrahls möglichst gering ist. Das Filament und die sogenannte Spiegelelektrode, die es umgibt, sind auf ein gegenüber der geerdeten Vakuumanlage negatives Potential von bis zu  $-200\text{ V}$  gelegt, mit dem die Elektronen extrahiert und aus der Elektronenkanone heraus beschleunigt werden. Den Abschluss der Elektronenkanone bildet eine Blende mit einer runden Öffnung von drei Millimeter Durchmesser. Diese Blende ist elektrisch so angeschlossen, dass sie schnell zwischen zwei Zuständen umgeschaltet werden kann: Im Normalzustand ist die Blende auf eine negative Spannung gelegt, die gleich groß oder negativer ist als die Extraktionsspannung an der Spiegelelektrode und am Filament. In diesem Zustand werden die Elektronen nicht

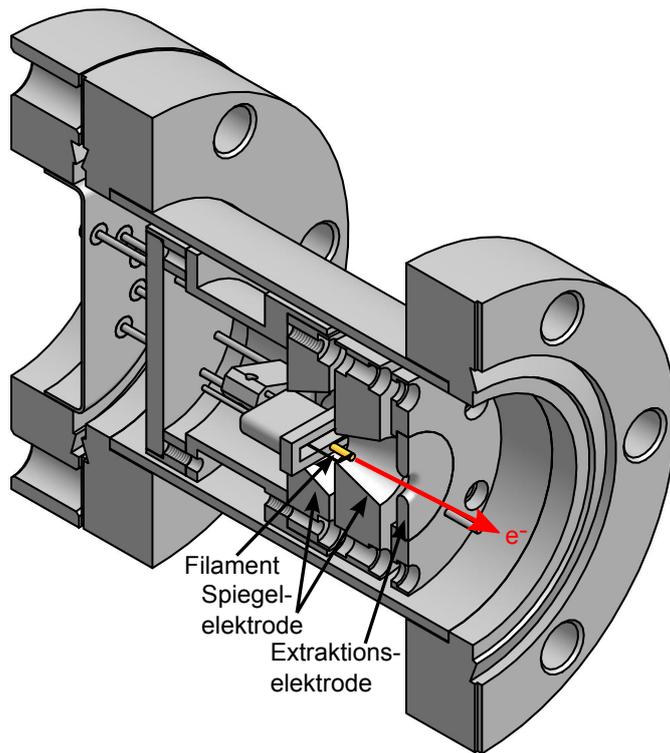


Abbildung 6.1.3.: Isometrische Ansicht der Elektronenquelle.

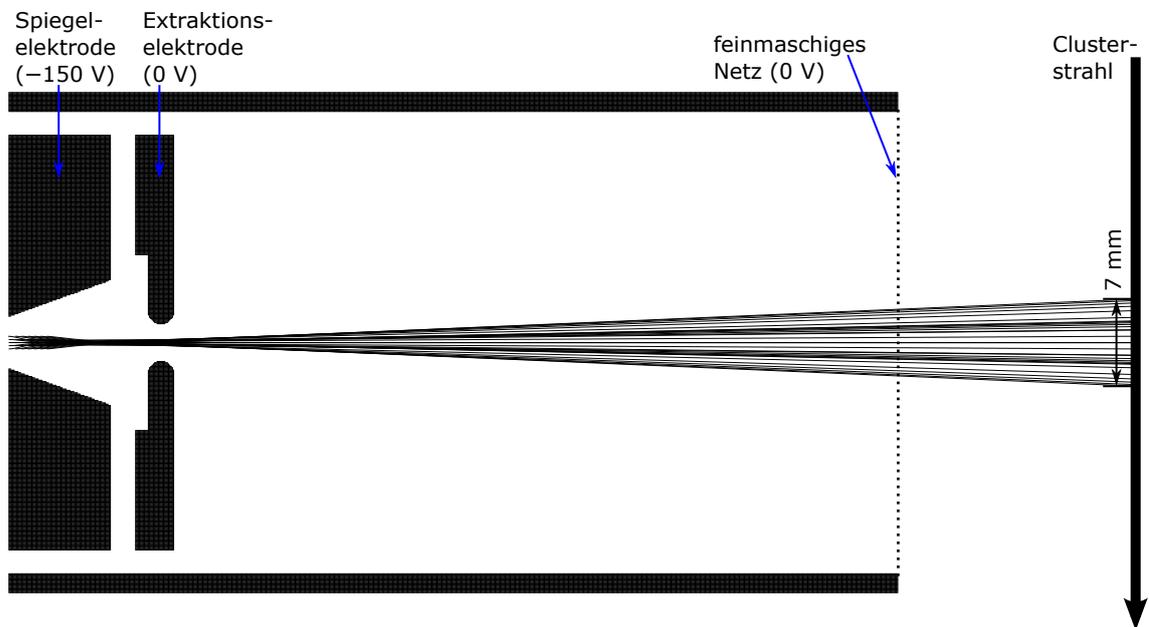


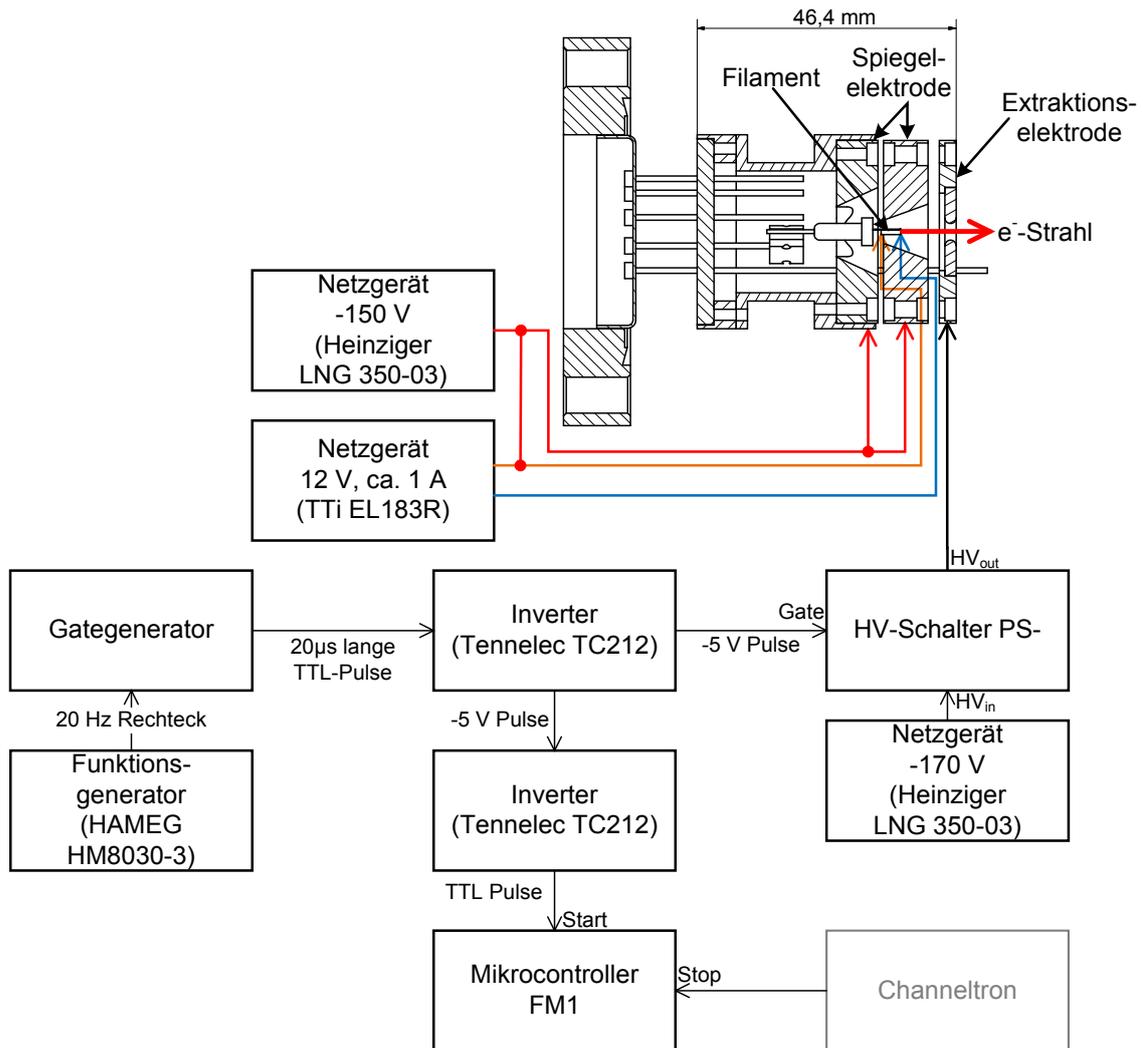
Abbildung 6.1.4.: Simulation des Emissionsverhaltens der Elektronenkanone, simuliert mit SIMION 3D 7.0.

extrahiert, und es findet keine Ionisierung des Clusterstrahls statt. Für den zweiten Betriebszustand wird diese Extraktionselektrode geerdet, so dass die Elektronen durch die Spannungsdifferenz zwischen der Spiegel- und der Extraktionselektrode aus der Elektronenquelle herausbeschleunigt werden und die Cluster ionisieren. In der Praxis hat es sich gezeigt, dass es bei Verwendung der gleichen Spannung für die Extraktions- und die Spiegelelektrode zur Bildung von einer signifikanten Anzahl von Ionen kommt, so dass im Flugzeitspektrum ein kontinuierlicher Untergrund auftritt. Dieser Untergrund konnte durch Verwendung einer Spannung an der Extraktionselektrode, die etwa 20 V negativer als die Spannung an der Spiegelelektrode gewählt wurde, vollkommen unterdrückt werden. Ein hierfür geeignetes Netzgerät konnte jedoch erst für das MCT2 beschafft werden, so dass die Messungen mit dem MCT1 alle diesen Untergrund aufweisen. Beispielspektren für diese beiden Konfigurationen sind im Kapitel 6.1.2 gezeigt.

Die Umschaltung der Spannung an der Extraktionselektrode von 0 V auf etwa  $-170$  V könnte dazu führen, dass die gebildeten ionisierten Cluster abgebremst werden, falls sie sich zu diesem Zeitpunkt noch in der Nähe der Elektronenquelle befinden. Aus diesem Grund wurde in der Nähe des Clusterstrahls ein geerdetes, feinmaschiges Netz angebracht.

In der Abbildung 6.1.4 ist die Simulation des Emissionsverhaltens der Elektronenquelle gezeigt. Diese Simulation wurde mit der Software SIMION 3D 7.0 erstellt, wobei die Elektrodengeometrie auf ihre Grundformen reduziert wurde. Aufgrund dieser Simulation kann davon ausgegangen werden, dass der Elektronenstrahl am Ort des Clusterstrahls eine Breite von rund sieben Millimeter aufweist, wobei der Clusterstrahl an dieser Stelle einen Durchmesser von etwa vier Millimeter besitzt.

Die elektrische Beschaltung der Elektronenquelle ist in Abbildung 6.1.5 gezeigt. Für die Pulsung der Elektronenkanone werden zwei verschiedene Pulslängen benötigt: die erste Zeitdauer gibt den Abstand zwischen den Einschaltzeitpunkten des Elektronenstrahls vor und die zweite Zeitdauer bestimmt dessen Einschaltdauer. Mit Hilfe eines Funktionsgenerators wird ein Rechtecksignal generiert, dessen Frequenz die erste der beiden Zeitdauern vorgibt. Entsprechend den normalerweise verwendeten Pulsabständen zwischen 25 und 50 ms wurden hier Frequenzen im Bereich zwischen 20 und 40 Hz verwendet. Die steigende Flanke dieses Rechtecksignals startet die Generierung eines Pulses mit Hilfe eines Gate-Generators. Die Länge dieses erzeugten Pulses ist dann die Mindestlänge des Elektronenpulses. Der in der Regel 20  $\mu$ s lange Puls des Gate-Generators wird für zwei verschiedene Zwecke benutzt: zum einen schaltet er die Extraktionsspannung und zum anderen dient er als Startpuls für die Flugzeitmessung. Für diese beiden Zwecke wird jedoch jeweils eine andere Signalfrequenz benötigt. Der Hochspannungsumschalter PS1- für die Spannung an der Extraktionselektrode benötigt ein negatives Signal von  $-5$  V, um die Extraktionsblende zu erden und der Mikrocontroller, der die Zeitdifferenz zwischen Start- und Stopp-Puls bestimmt, benötigt ein positives Signal (5 V, TTL). Das negative Signal wurde hierbei

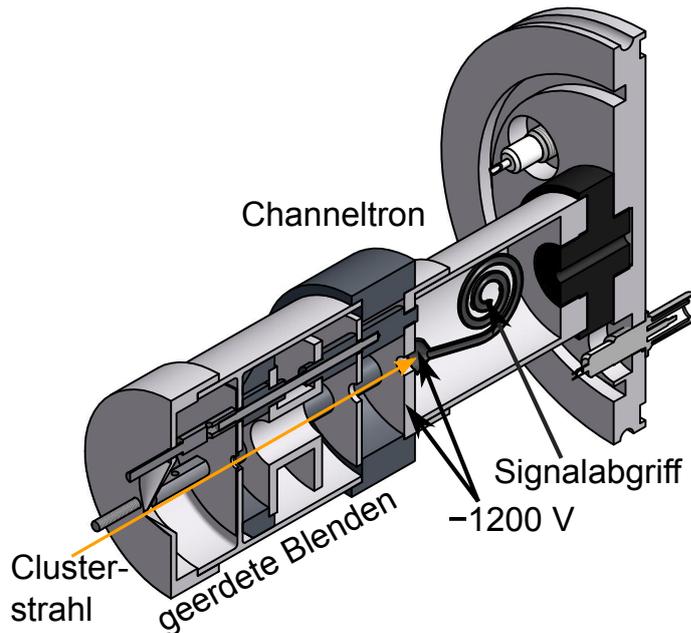


**Abbildung 6.1.5.:** Schematische Darstellung der elektronischen Beschaltung der gepulsten Elektronenquelle.

aus dem Positiven mit Hilfe eines invertierenden Verstärkers gewonnen. Die Ausgangsimpedanz des verwendeten Gate-Generators war jedoch nicht klein genug, um ein 5 V hohes Signal sowohl für den Verstärker, als auch für den Mikrocontroller zu liefern. Aus diesem Grund wurde das Signal des Gate-Generators zunächst invertiert und dann zum einen direkt an den Spannungsschalter PS1- und zum anderen über einen baugleichen Inverter an den Mikrocontroller geleitet.

### Auslese des Channeltrons

Der mechanische Aufbau des Ionendetektors, der im Rahmen dieser Arbeit, auf Grundlage der in der Diplomarbeit von Herrn General [Gen08] durchgeführten Simulationen, konstruiert und zusammgebaut wurde, ist in Abbildung 6.1.6 gezeigt.



**Abbildung 6.1.6.:** Detektions-system zur Messung der ionisier-ten Cluster.

Der größte Teil des Blendensystems ist für die Geschwindigkeitsmessung unerheblich und stellt einen Versuch dar, die Masse der Cluster zu bestimmen. Dieser Teil ist im Abschnitt 6.2 näher dargestellt. Für die Geschwindigkeitsbestimmung wurden diese Blenden geerdet. Das Channeltron ist in einem Hohlzylinder befestigt, dessen Deckel mit einem Loch von sechs Millimeter Durchmesser versehen ist, durch die die Cluster in das Channeltron gelangen können. Der gesamte Hohlzylinder wird auf das gleiche negative Potential von etwa  $-1200\text{ V}$  gelegt wie der Eingangstrichter des Channeltrons. Das Ende des Channeltrons ist über einen Widerstand von einem Megaohm geerdet, wobei das elektrische Signal, das durch die auftreffenden Ionen generiert wird, durch einen Kondensator von zwei Picofarad abgeleitet wird. Dieses Signal wird dann durch einen Vor- und einen Hauptverstärker so weit verstärkt, dass es zur Erzeugung des Stoppsignals durch einen Einkanaldiskriminator geschickt werden kann. Abbildung 6.1.7 zeigt schematisch diese Auswerteelektronik.

## Zeitmessung

Die eigentliche Messung der Zeitdifferenz erfolgt durch einen Mikrocontroller. Die Beschaltung dieses Controllers und eine erste Version der Software wurden durch Herrn Berendes von der Elektronikwerkstatt des Instituts für Kernphysik bereitgestellt. Leider war diese erste Version der Software nicht in der Lage, Zeitdifferenzen unter einigen zehn Mikrosekunden zu messen und konnte nicht mit Frequenzen der Startpulse unter etwa  $20\text{ Hz}$  umgehen, so dass es für die im nächsten Abschnitt beschriebenen Kalibrationsmessungen nötig war, im Rahmen dieser Arbeit, eine komplett neue Version der Software zu schreiben. Diese neue Version arbeitet nicht mehr, wie die erste Version der Software mit Schleifen, in denen auf die Start- bzw.

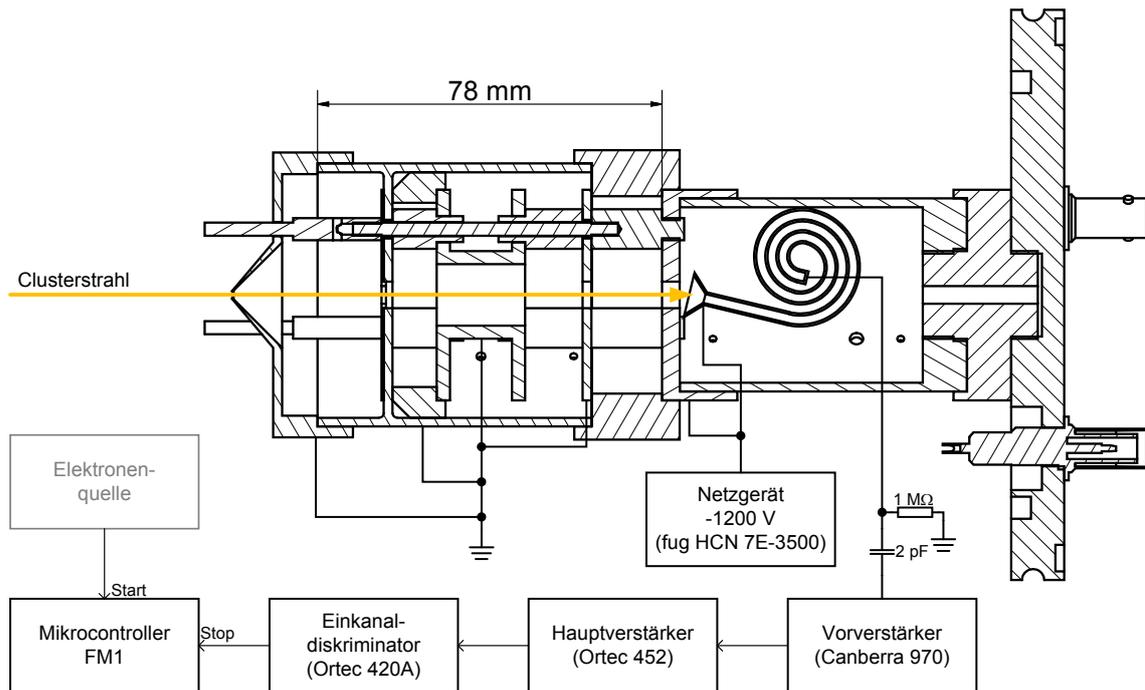
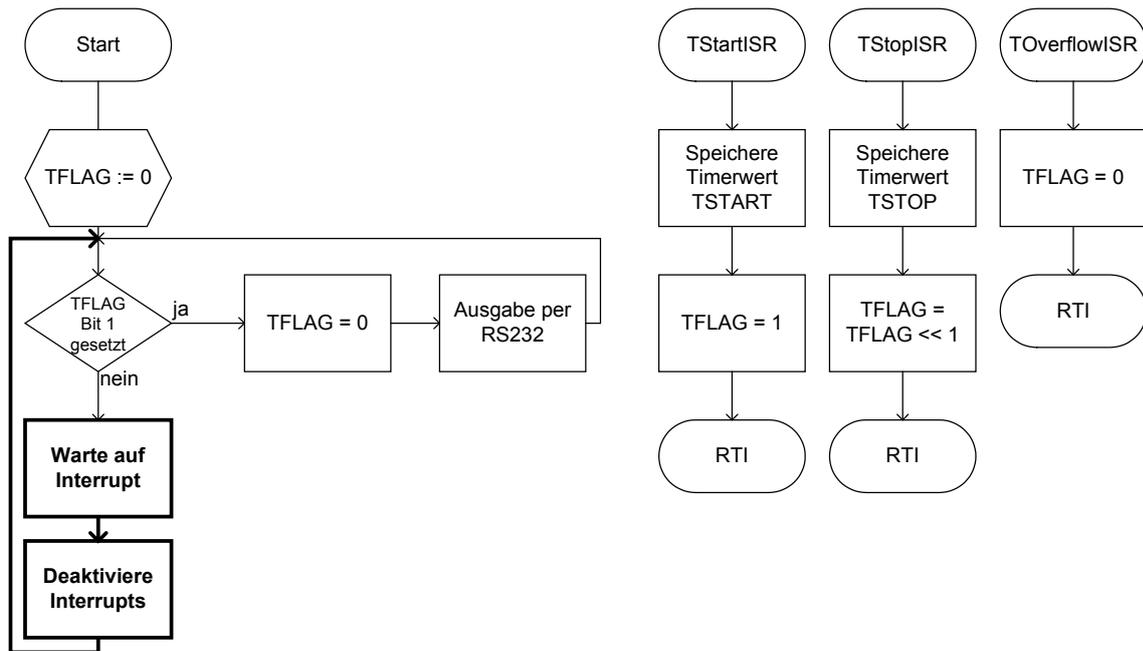


Abbildung 6.1.7.: Auswerteelektronik für das Detektionssystem.

Stoppulse gewartet wird, sondern benutzt nur noch eine Hauptschleife und reagiert auf die Pulse durch Interrupts.

Als Mikrocontroller wird der Typ MC9S08QG8 von Freescale Semiconductor verwendet, wobei die externe Beschaltung eine Erweiterung des kommerziell erworbenen Demonstrationsboards DEMO9S08QG8UG ist. Der Programmfluss der neuen Software ist in Abbildung 6.1.8 dargestellt. Der verwendete Mikrocontroller enthält einen 16 Bit breiten Timer, der in diesem Fall mit einem externen Takt von einem Megahertz angesteuert wird, so dass jede Mikrosekunde der Zählwert des Timers um eins erhöht wird. Nach 65535 Takten, also 65,535 ms, ereignet sich ein Überlauf und der Zählwert wird auf null zurückgesetzt, sowie ein Interrupt ausgelöst, der die Routine TOverflowISR startet. Der Timer hat des Weiteren zwei Eingänge, die so konfiguriert sind, dass der Zählwert gespeichert wird, sobald eine steigende Pulsflanke an dem jeweiligen Eingang erkannt wird. Hiernach wird jeweils ein Interrupt ausgelöst, wobei im Fall des Startpulseingangs die Routine TStartISR und im Fall des Stoppulseingangs die Routine TStopISR ausgeführt wird.

Sobald der Mikrocontroller startet, wird die Statusvariable TFLAG mit dem Wert null initialisiert und danach die Hauptschleife gestartet. Hier wird zunächst getestet, ob das erste Bit der acht Bit breiten Variablen TFLAG gesetzt ist. Beim ersten Start ist dies nicht der Fall, so dass mit der nächsten Anweisung fortgefahren wird. Diese versetzt die CPU in einen Wartezustand, aus der sie durch einen beliebigen Interrupt aufgeweckt wird und mit der Hauptschleife fortfährt. Ist dies der Fall, so schaltet der nächste Befehl die Interrupt-Behandlung wieder ab, so dass nach



**Abbildung 6.1.8.:** Programmablaufplan der Mikrocontrollersoftware zur Messung der Zeitdifferenz zwischen Start- und Stopppuls.

dieser Anweisung, die Variableninhalte nicht mehr geändert werden können. Hiernach springt die Schleife wieder zum Test des ersten Bits von TFLAG zurück. Ist dieses Bit gesetzt, so werden die gespeicherten Zählwerte mit den Zeitpunkten des Eingangs des letzten Start- und des letzten Stopppulses per RS232-Schnittstelle (4800 Baud) an den PC ausgegeben, in dem dann die Zeitdifferenz berechnet wird.

Der normale Ablauf einer Messung erfolgt so, dass zunächst ein Startpuls beim Einschalten der Elektronenkanone ankommt und die Routine TStartISR ausgeführt wird. Diese setzt die Variable TFLAG auf den Wert eins und speichert den Zählwert, der beim Erkennen der steigenden Flanke des Pulses bereits temporär durch den Mikrokontroller abgelegt wurde, in einer Variablen ab. Tritt hiernach auch ein Stopppuls auf, so wird in der hierdurch gestarteten Routine TStopISR, der Zählerstand in einer weiteren Variablen gespeichert und der Inhalt der Variablen TFLAG um eins nach links geschoben, so dass aus dem Wert eins der Wert zwei wird, und damit das erste Bit gesetzt ist. Dies wird dann in der Hauptschleife erkannt und führt zur Ausgabe der gespeicherten Start- und Stoppzählwerte an den PC.

Das Deaktivieren der Interrupt-Behandlung in der Hauptschleife ist von zentraler Bedeutung, da nur so verhindert werden kann, dass während der langsamen Ausgabe per RS232 die Werte der Ausgabevariablen verändert werden. Leider ist es nicht möglich, innerhalb einer Interrupt-Behandlungsroutine die Interrupt-Behandlung zu deaktivieren, so dass im Zeitraum zwischen Beginn des Wartens auf den Interrupt und dem Ende des Deaktivierungsbefehls weitere Interrupts auftreten und behandelt werden können. In der Abbildung 6.1.8 ist dieser Zeitbereich der Hauptschleife

durch dickere Linien angedeutet. Die Verwendung der Variablen TFLAG, wie oben dargestellt, stellt jedoch sicher, dass hierdurch keine fehlerhaften Informationen an den PC übergeben werden können, und im ungünstigsten Fall gültige Werte verworfen werden, was jedoch für diese Art der Messung unerheblich ist:

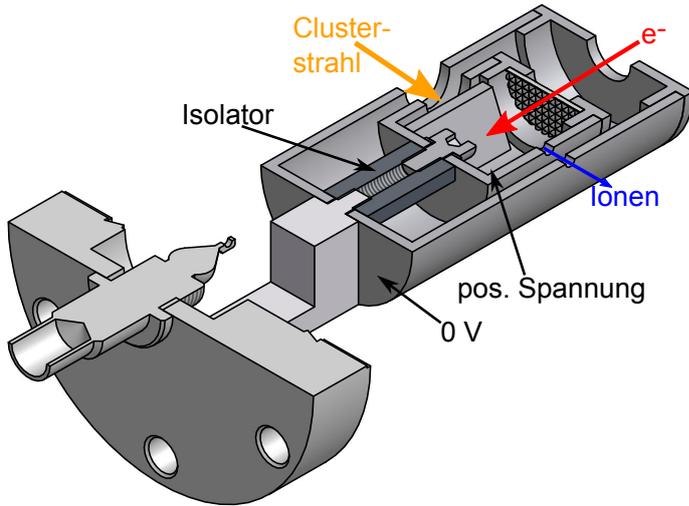
- Tritt zu irgendeinem Zeitpunkt ein Überlauf auf, so wird die TFLAG auf den Wert null gesetzt, sodass die Ausgabe unterbleibt und auf den nächsten Startpuls gewartet wird.
- Falls auf einen Startpuls kein Stopppuls, sondern ein weiterer Startpuls folgt, so wird dessen Zählwert als aktueller Startzeitpunkt gespeichert und die Variable TFLAG verbleibt bei dem Wert eins.
- Sollte nach Registrierung eines gültigen Stopppuls und vor der Ausgabe der Zählerstände an den PC noch ein Stopppuls folgen, so wird, durch die Bitverschiebung um eins nach links, aus dem Wert zwei der Wert vier und es erfolgt keine Ausgabe. Weitere Stopppulse, ohne zwischenzeitlichen Startpuls, führen nur zu einer weiteren Linksverschiebung, so dass es zu keiner Ausgabe kommen kann. Sollte vor dem Eintreffen des Stopppulses kein Startpuls aufgetreten sein, sondern ein Überlauf, so verbleibt der Wert null in TFLAG und es wird nichts ausgegeben.

Diese neue Software ist in der Lage, Zeitdifferenzen bis etwa 65 ms mit einer Auflösung von 1  $\mu$ s zu messen, wobei die Frequenz der Startpulsenergie beliebig gewählt werden kann. Die erste Version der Software wartete immer 65 ms auf das Eintreffen eines Stoppsignals und dementsprechend durfte die Zeit zwischen zwei Startpulsen nicht kürzer als diese Wartezeit gewählt werden.

### Kalibrationsquelle

Aufgrund des beschriebenen Messaufbaus ist es nicht möglich, Verzögerungen der Start- und Stoppsignale auszuschließen oder direkt zu erkennen. Aus diesem Grund ist es von zentraler Bedeutung, die korrekte Funktion der Flugzeitmessung mit Hilfe von Ionen bekannter Geschwindigkeit und damit auch bekannter Flugzeit zu testen und zu kalibrieren. Zu diesem Zweck wurde im Rahmen dieser Arbeit eine Kalibrationsquelle eingesetzt, die eigentlich für die Kalibration der in Abschnitt 6.2 beschriebenen Massenbestimmung, konzipiert war.

Die Kalibrationsquelle, wie sie in Abbildung 6.1.9 gezeigt ist, ist auf einen CF35-Flansch montiert. Sie besteht aus zwei ineinander platzierten Hohlzylindern, deren Böden am Flansch befestigt sind. Der äußere Zylinder ist hierbei direkt elektrisch mit dem Flansch verbunden und dadurch geerdet, während der innere durch ein Kunststoffteil elektrisch isoliert ist. Dieser innere Zylinder ist durch einen dünnen isolierten Draht mit dem Innenleiter einer, in den CF-Flansch eingelassenen, SHV-Buchse verbunden und kann dadurch auf ein Potential von bis zu 4 kV gelegt werden,



**Abbildung 6.1.9.:** Kalibrationsquelle zur Erzeugung von Ionen mit bekannter Energie.

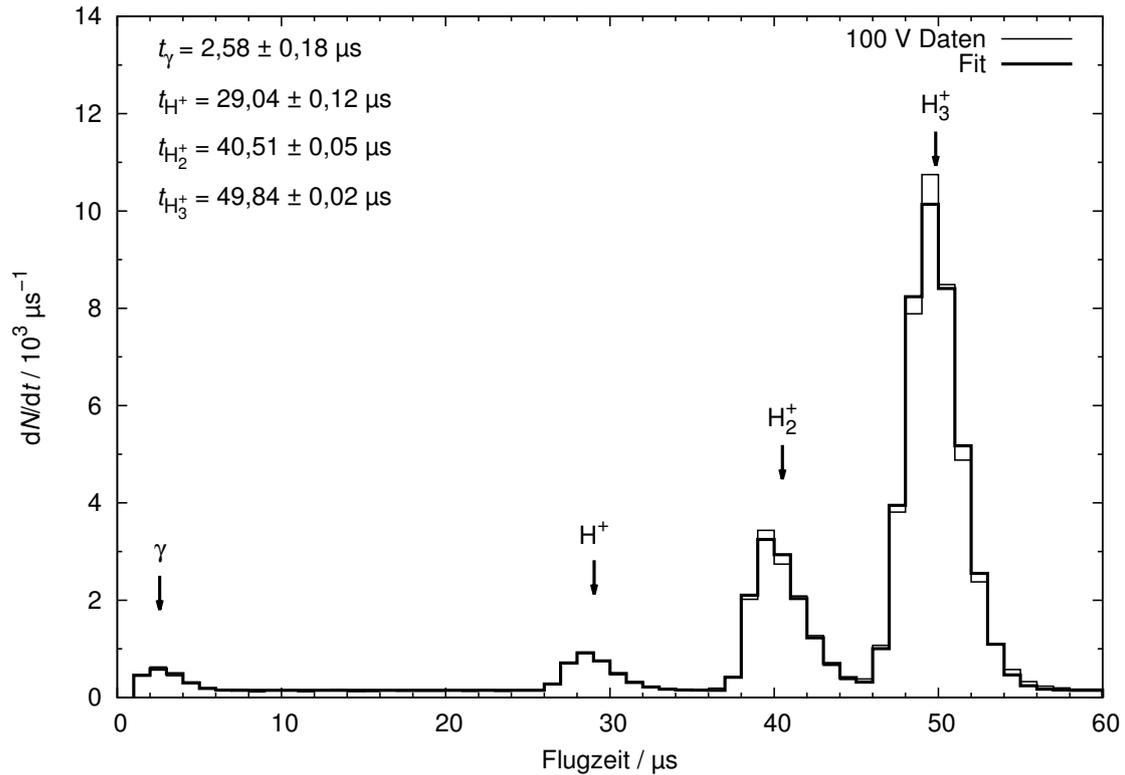
wobei die Begrenzung der Spannung durch die Kapton-Isolation des Drahtes gegeben ist.

Die Kalibrationsquelle wird senkrecht zur Achse des Clusters in ein CF-Kreuzstück gegenüber der Elektronenquelle eingebaut, wobei das Kreuzstück dann mit den beiden verbleibenden Anschlüssen, in das Strahlrohr zwischen Quelle und Streukammer eingefügt wird. Die beiden Zylinderwände, die der Clusterquelle am nächsten sind, sind mit einer zehn Millimeter großen Bohrung versehen, durch die der Clusterstrahl bis in den inneren Zylinder eindringen kann. An einem dort befestigten Blech werden die Cluster gestoppt und setzen Wasserstoffmoleküle frei. Die Deckel der beiden Zylinder sind ebenfalls durchbohrt. Durch diese Öffnungen gelangt der Strahl der gepulsten Elektronenkanone in den inneren Zylinder und ionisiert dort die Wasserstoffmoleküle, die dann als Ionen durch ein zwei Millimeter großes Loch, das sich auf der Achse des Clusterstrahls befindet, beide Zylinder verlassen können. Die Bohrung im Deckel des inneren Zylinders ist mit einem feinmaschigen Netz abgedeckt, so dass der Eingriff des elektrischen Feldes in den inneren Zylinder nur gering ist und möglichst wenige Ionen in Richtung der Elektronenquelle emittiert werden und dadurch der Ionenstrom in Richtung des Auffängers nicht signifikant verringert wird. Die vorgegebene Potentialdifferenz  $U$  zwischen den beiden Zylindern beschleunigt die thermischen Ionen dabei auf Energien bis zu 4 keV. Die Geschwindigkeit  $u$  der Ionen mit der Masse  $m$  und der Ladung  $q$  ergibt sich dann direkt aus der Energieerhaltung:

$$qU = \frac{1}{2}m u^2 \quad \Rightarrow \quad u = \sqrt{\frac{2qU}{m}}. \quad (6.1)$$

Aus der Geschwindigkeit der Cluster, der Länge  $z$  des Flugweges und der Zeitverzögerung  $t_0$ , die durch die Art der Messung entsteht, lässt sich die Flugzeit  $t$  dann direkt durch die folgende Formel bestimmen:

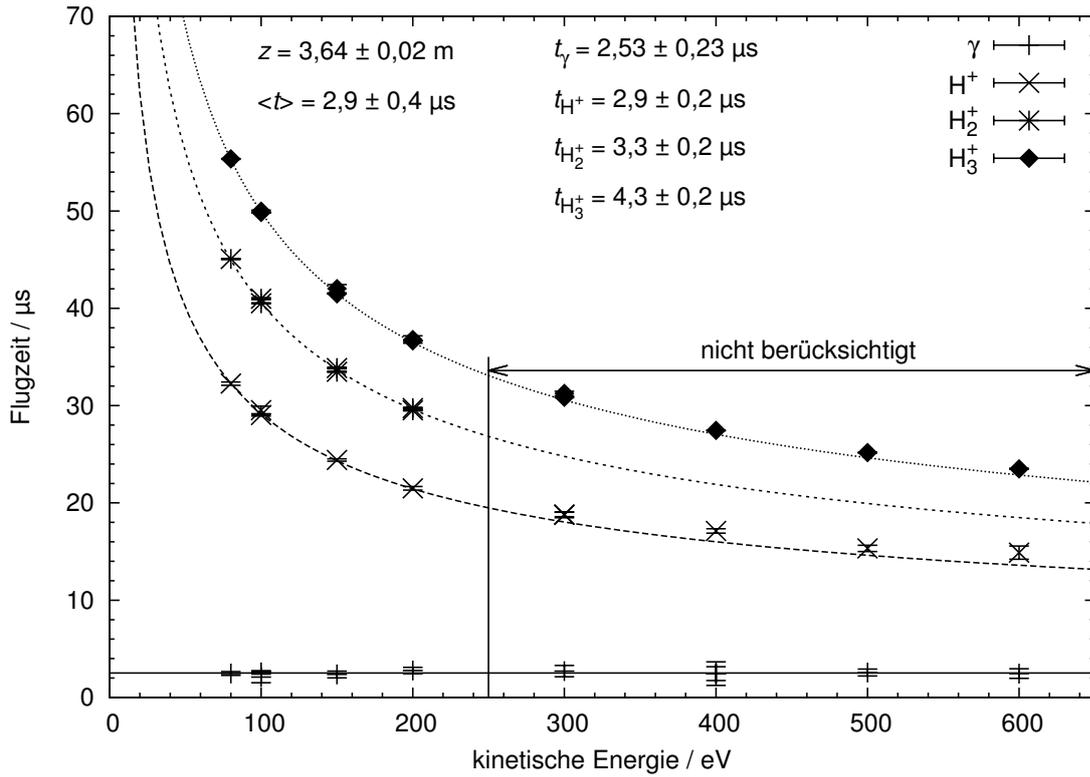
$$t = z \sqrt{\frac{m}{2qU}} + t_0. \quad (6.2)$$



**Abbildung 6.1.10.:** Flugzeitverteilung der Ionen aus der Kalibrationsquelle bei einer Beschleunigungsspannung von 100 V. Die Peaks stammen von (von links nach rechts) Photonen,  $H^+$ -,  $H_2^+$ - und  $H_3^+$ -Ionen.

In der Abbildung 6.1.10 ist die Verteilung der am MCT1 gemessenen Flugzeiten der Ionen aus der Kalibrationsquelle bei einer Spannung  $U$  von 100 V dargestellt. Der kleine Peak bei etwa  $2 \mu\text{s}$  stammt von Photonen. Diese entstehen zum einen direkt in der Kalibrationsquelle, wo sie durch die Elektronenanregung der Gasmoleküle erzeugt werden und zum anderen aus Neutralisationsstößen der erzeugten Ionen mit dem Restgas in der Vakuumanlage. Die von null verschiedene mittlere Peakposition ist hierbei durch den Zeitoffset  $t_0$  verursacht und ist wie erwartet unabhängig von der Kalibrationsspannung. Die weiteren drei Peaks stammen von verschiedenen Ionensorten, die sich in der Masse unterscheiden. Aufgrund der Abhängigkeit der Peakpositionen von der Kalibrationsspannung, wie sie in Abbildung 6.1.11 dargestellt ist, können die Peaks den einfach geladenen Wasserstoffatomen  $H^+$ , den Wasserstoffmolekülionen  $H_2^+$  und den Molekül-Ionen aus drei Wasserstoffatomen  $H_3^+$  zugeordnet werden.

Durch Anpassung der Gleichung (6.2) an die mittleren Peakpositionen als Funktion der Kalibrationsspannung lassen sich der Flugweg und der Zeitoffset ermitteln. Die mittleren Flugzeiten werden hierbei aus den gemessenen Flugzeitverteilungen durch Anpassung einer Modellfunktion an die Messdaten ermittelt. Ausgangspunkt für diese Funktion ist eine auf Eins normierte Verteilung  $f(t)$ , die aus einer Linearkombination aus einem konstanten Untergrund  $f_U(t)$ , und aus vier verallgemeinerten



**Abbildung 6.1.11.:** Gemessene mittlere Flugzeit der Ionen aus der Kalibrationsquelle (MCT1 Geometrie) in Abhängigkeit von der Beschleunigungsspannung dieser Quelle.

Gammaverteilungen  $f_\Gamma(t; \mu_i, \sigma_i, \gamma_{1,i})$  (siehe Anhang D) für den Photonenpeak und den drei verschiedenen Ionen gewonnen wird:

$$f_U(t) = \frac{1}{t_{\max} - t_{\min}}, \quad (6.3)$$

$$f_i(t; \mu_i, \sigma_i, \gamma_{1,i}) = \frac{f_\Gamma(t; \mu_i, \sigma_i, \gamma_{1,i})}{\int_{t_{\min}}^{t_{\max}} f_\Gamma(\tau; \mu_i, \sigma_i, \gamma_{1,i}) d\tau}, \quad (6.4)$$

$$f(t) = \left(1 - \sum_{j=0}^3 g_j\right) f_U(t) + \sum_{i=0}^3 g_i f_i(t; \mu_i, \sigma_i, \gamma_{1,i}). \quad (6.5)$$

Hierbei sind die Peakpositionen jeweils durch die  $\mu_i$  gegeben. Die Breite der Verteilungen kann durch ihre Standardabweichungen  $\sigma_i$  angepasst werden. Die Schiefe der verallgemeinerten Gammaverteilungen ist durch die Parameter  $\gamma_{1,i}$  veränderbar. Die relative Höhe der einzelnen Verteilungen zueinander ist durch die  $g_i$  anzupassen, wobei die Funktion  $f(t)$  insgesamt im betrachteten Flugzeitbereich zwischen  $t_{\min}$  und  $t_{\max}$  auf eins normiert ist. Da die Zeitaufösung der gemessenen Flugzeitverteilungen in derselben Größenordnung wie die Breite der angepassten Verteilungen liegt, kann

für die Anpassung nicht die Verteilungsfunktion  $f(t)$  verwendet werden, sondern es muss die Funktion

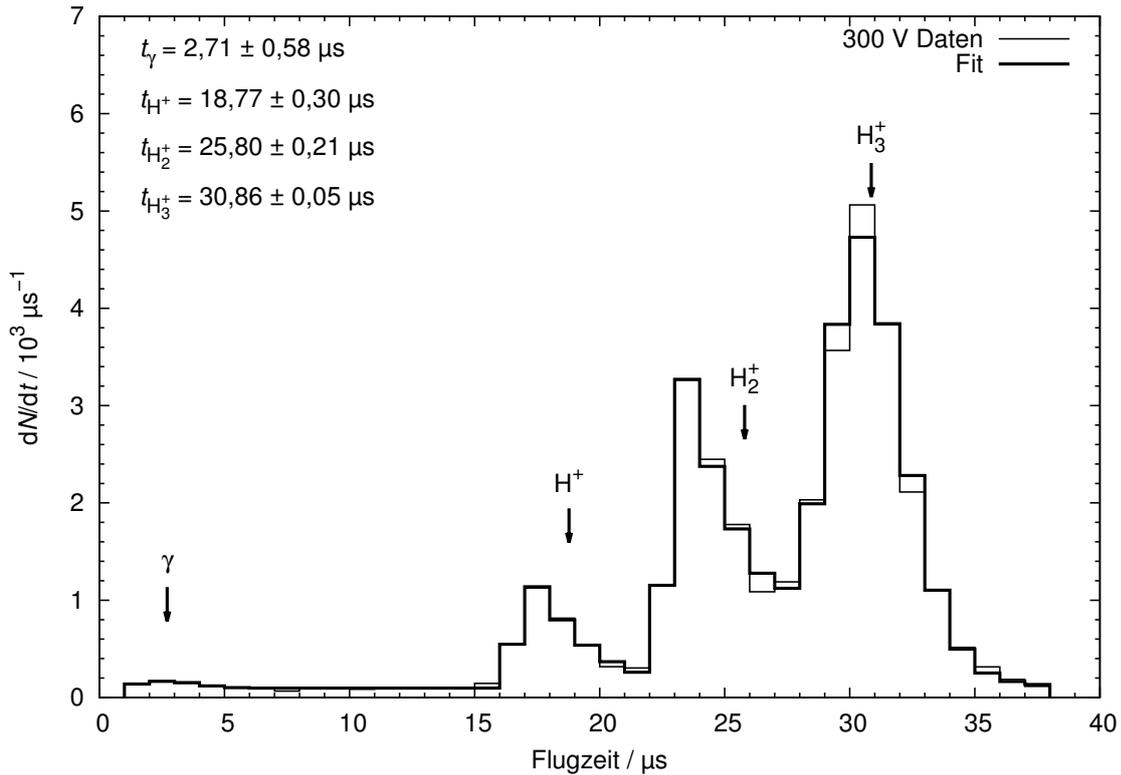
$$\lambda(t_{\text{bin},i}) = N \int_{t_{\text{bin},i}-0,5 \mu\text{s}}^{t_{\text{bin},i}+0,5 \mu\text{s}} f(t) dt \quad (6.6)$$

zur Beschreibung der Spektren benutzt werden, die jeweils eine Integration über die jeweiligen Zeitintervalle des Histogramms beinhaltet, deren Mitten jeweils durch die Zeitpunkte  $t_{\text{bin},i}$  gegeben sind und die eine Breite von einer Mikrosekunde besitzen. In dieser Funktion ist  $N$  die Gesamtzahl der Einträge im anzupassenden Spektrum. Die in der Abbildung 6.1.10 eingezeichnete dickere Linie ist eine Anpassung dieser Funktion an die Daten. Es ist zu erkennen, dass die gemessene Verteilung recht gut, aber nicht perfekt, beschrieben wird. Da das reduzierte Chi-Quadrat, das die Güte der Anpassung kennzeichnet, in der Regel größer als eins ist, wurden die Varianzen der ermittelten mittleren Peakpositionen in Ermangelung einer besseren Fitfunktion mit diesem skaliert. Im gezeigten Beispiel beträgt das reduzierte Chi-Quadrat 6,2, so dass hier die berechneten Unsicherheiten der mittleren Peakpositionen um den Faktor 2,5 erhöht wurden.

Das Auflösungsvermögen der Flugzeitmessung kann durch die Halbwertsbreite der Peaks der Kalibrationsmessungen abgeschätzt werden. Eine empirische Gleichung zur Bestimmung der Halbwertsbreite aus der Standardabweichung  $\sigma_i$  und der Schiefe  $\gamma_{1,i}$  der verallgemeinerten Gammaverteilung ist im Anhang D angegeben. Im Mittel beträgt die Breite der beobachteten Peaks bei den Messungen am MCT1 ( $4,03 \pm 0,17$ )  $\mu\text{s}$  und am MCT2 ( $3,53 \pm 0,13$ )  $\mu\text{s}$ . Da die Breite sowohl durch den Produktionsprozess der Ionen, die Einschaltdauer der Elektronenquelle und das Auflösungsvermögen der Flugzeitmessung bestimmt ist, ist letzteres somit besser als etwa 4  $\mu\text{s}$ . Da bei den Messungen der Clusterflugzeiten mit ( $18 \pm 1$ )  $\mu\text{s}$  längeren Einschaltdauern gearbeitet wird, vergrößert sich bei diesen Messungen das zeitliche Auflösungsvermögen auf etwa ( $21 \pm 1$ )  $\mu\text{s}$ . Da die Halbwertsbreiten der Flugzeitverteilung von Clustern (siehe Tabellen in Anhang F) von der Größenordnung im Bereich zwischen 0,1 ms und 1 ms liegen, ist diese Zeitauflösung immer noch klein gegenüber den zu messenden Signalbreiten und damit optimal für die Bestimmung der Flugzeitverteilungen der Cluster geeignet.

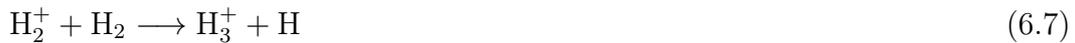
In Abbildung 6.1.11 sind die derart bestimmten mittleren Peakpositionen als Funktion der verwendeten Beschleunigungsspannung in der Kalibrationsquelle aufgetragen. Da in den Spektren, die bei Spannungen oberhalb von 250 V aufgenommen wurden, die einzelnen Peaks überlappten und somit die Peakpositionen nicht mehr zuverlässig bestimmt werden konnten, wurden sie bei der eingezeichneten Anpassung der Gleichung (6.2) an die Messdaten nicht verwendet. Ein Beispiel für ein solches nicht verwendetes Spektrum ist in Abbildung 6.1.12 gezeigt.

Bei der Anpassung zeigt sich, dass die gemessenen Daten am besten beschrieben werden können, wenn für die unterschiedlichen Ionensorten jeweils ein unabhängiger



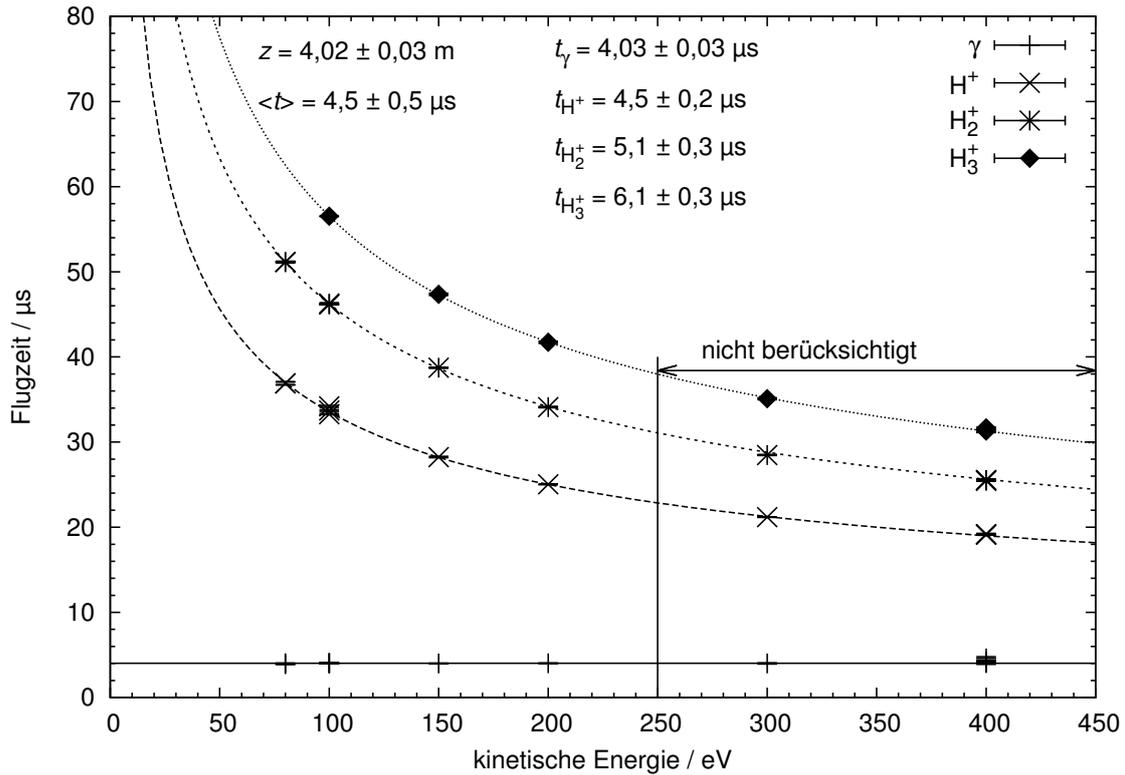
**Abbildung 6.1.12.:** Flugzeitverteilung der Ionen aus der Kalibrationsquelle bei einer Beschleunigungsspannung von 300 V. Aufgrund der Überlappung der einzelnen Peaks sind die Peakpositionen nicht zuverlässig. Aus diesem Grund sind für die Kalibration nur Spektren verwendet worden, die bei Beschleunigungsspannungen von weniger als 250 V aufgezeichnet wurden.

Zeitoffset verwendet wird. Das ist jedoch nicht verwunderlich, da beispielsweise die aus drei Wasserstoffatomen bestehenden  $\text{H}_3^+$ -Ionen vor allem in der Reaktion [Her00]



gebildet werden. Dementsprechend muss der Zeitoffset für die  $\text{H}_3^+$ -Ionen größer sein, als der für die  $\text{H}_2^+$ -Ionen, da diese zunächst aus den Wasserstoffmolekülen  $\text{H}_2$  gebildet werden müssen, bevor die  $\text{H}_3^+$ -Ionen gemäß der obigen Reaktionsgleichung aus  $\text{H}_2^+$ -Ionen und Wasserstoffmolekülen  $\text{H}_2$  entstehen können. Gleichzeitig ist der Wirkungsquerschnitt für die Ionisation von Wasserstoffmolekülen  $\text{H}_2$  zu  $\text{H}_2^+$ -Ionen etwa eine Größenordnung größer als die zur Entstehung von  $\text{H}_2^+$ -Ionen [KS94], so dass auch bei diesen beiden Ionensorten ein Unterschied in dem mittleren Zeitoffset zu erwarten ist.

Für die Bestimmung der Flugzeiten der Cluster reicht es aus, den Mittelwert der angepassten Zeitoffsets der Photonen, sowie der  $\text{H}^+$ - und der  $\text{H}_2^+$ -Ionen, von etwa



**Abbildung 6.1.13.:** Gemessene mittlere Flugzeit der Ionen aus der Kalibrationsquelle (MCT2 Geometrie) in Abhängigkeit der Beschleunigungsspannung der Quelle.

( $2,9 \pm 0,4$ )  $\mu\text{s}$  zu benutzen, da die Cluster im Mittel Flugzeiten von mehr als 2000  $\mu\text{s}$  bei Standardabweichungen von mehreren hundert Mikrosekunden aufweisen, so dass diese Korrektur nur einen nahezu vernachlässigbaren Effekt ergibt. Der Zeitoffset der  $H_3^+$ -Ionen wurde hierfür nicht verwendet, da diese nicht direkt durch Elektronenbeschuss aus dem Wasserstoffgas gebildet werden können. Aufgrund der geringeren Dichte des Clusterstrahls im Vergleich zum Gas in der Kalibrationsquelle wurde bei den Flugzeitmessungen des Clusterstrahls der Elektronenstrahl länger eingeschaltet, um akzeptable Zählraten zu erhalten. Die Erhöhung der Länge der Einschaltzeit von etwa 2  $\mu\text{s}$  auf circa 20  $\mu\text{s}$  erhöht den Zeitoffset um 9  $\mu\text{s}$ , da sich der mittlere Zeitpunkt, zu dem die Ionisierung bezogen auf den Zeitnullpunkt, beim Einschalten der Elektronenquelle, stattfindet, von etwa 1  $\mu\text{s}$  auf circa 10  $\mu\text{s}$  ändert. Dementsprechend wurde für die Messung der Cluster von einem Zeitoffset von ( $12 \pm 2$ )  $\mu\text{s}$  ausgegangen.

Die ermittelte Flugstrecke von ( $3,64 \pm 0,02$ ) m stimmt beim MCT1 perfekt mit dem per Maßband gemessenen Abstand zwischen Elektronenquelle und Channeltron von ebenfalls ( $3,64 \pm 0,02$ ) m überein.

Für den deutlich längeren Aufbau des MCT2 ist in der Abbildung 6.1.13 das Ergebnis der Kalibrationsmessung dargestellt. Die gemessene Flugstrecke von ( $4,02 \pm 0,03$ ) m stimmt im Rahmen der Unsicherheit mit den direkt per Maßband gemessenen

$(4,07 \pm 0,02)$  m überein. Für die weitere Auswertung der Clusterflugzeiten wurde aufgrund dieser Messungen ein Zeitoffset von  $(14 \pm 2)$   $\mu$ s und eine Flugstrecke von  $(4,07 \pm 0,02)$  m verwendet.

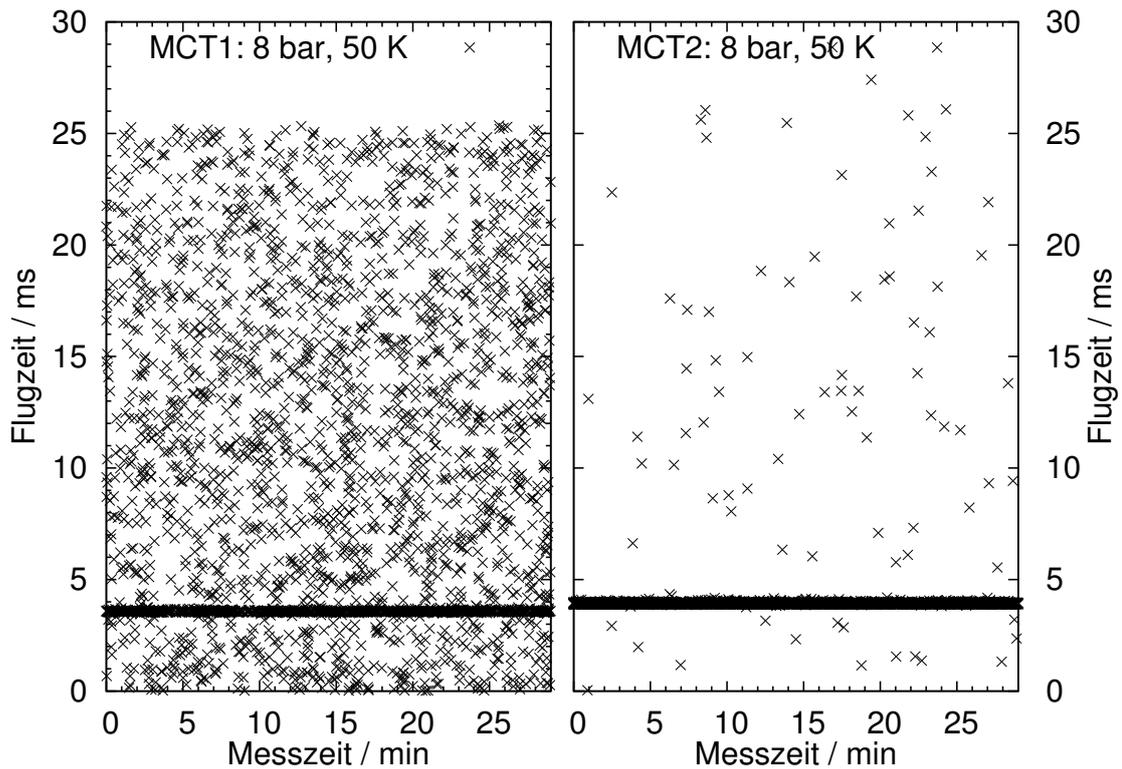
### 6.1.2. Experimentelle Ergebnisse der Flugzeitmessung von Clustern

Im Folgenden werden die Ergebnisse von zwei unterschiedlichen Messreihen dargestellt und mit theoretischen Vorhersagen verglichen.

Die erste Messreihe wurde im Rahmen dieser Arbeit am MCT1 aufgezeichnet und umfasst Messungen an drei Isobaren, bei 8, 12 und 14 bar, und zwei Isothermen bei 30 und 50 K. Zum Zeitpunkt, als diese ersten systematischen Messreihen aufgenommen wurden, stand nur ein Netzteil zur Hochspannungsversorgung der Extraktionsblende und des Filaments zur Verfügung, so dass die Daten alle einen starken Untergrund an zufälligen Einträgen enthalten.

Der zweite Datensatz wurde von Frau Köhler am MCT2 aufgenommen [Köh10]. Hierbei wurden drei Isobaren, bei 8, 14 und 17 bar, sowie eine Isotherme bei 25 K aufgezeichnet. Diese Messreihen sind aufgrund der Nutzung eines zweiten, für diesen Zweck beschafften, Netzteils weitgehend frei von Untergrundsignalen. Sowohl bei der 17 bar Isobare als auch der 25 K Isotherme wurden gleichzeitig zu den Geschwindigkeitsmessungen auch Strahlprofile aufgezeichnet. Ergebnisse dieser Messungen der Targetdichte sind im Detail im Kapitel 6.3 dargestellt.

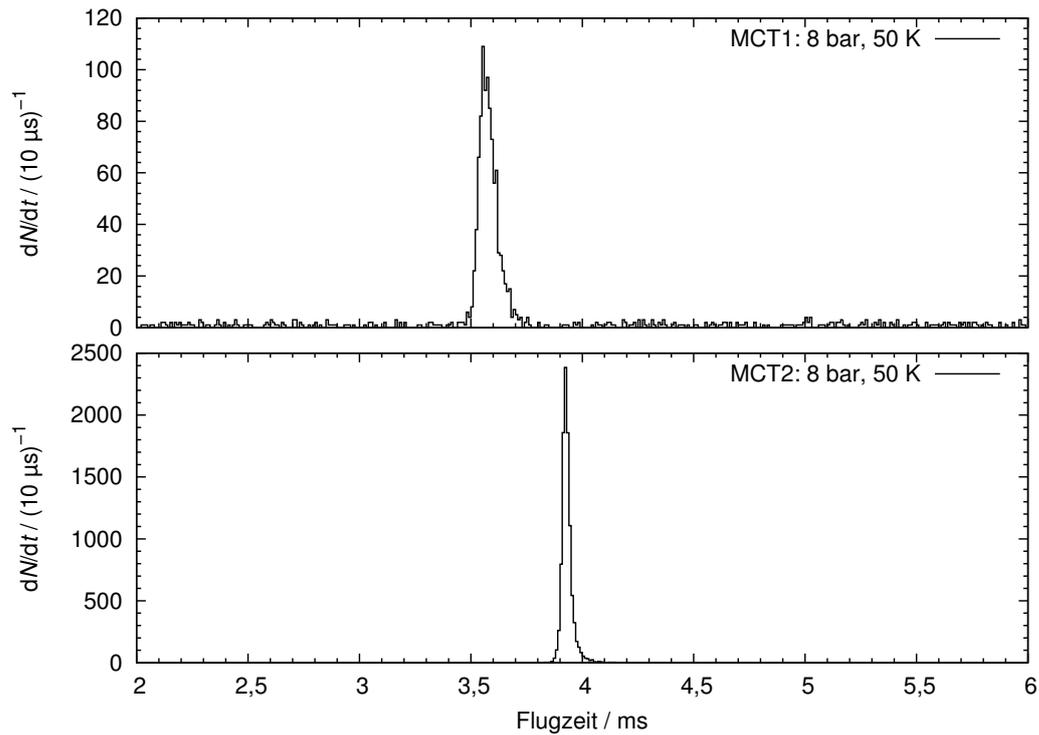
In der linken Hälfte der Abbildung 6.1.14 ist ein Beispiel für eine am MCT1 gemessene Flugzeitmessung dargestellt, wobei die gemessene Flugzeit als Funktion des Zeitpunkts der Messung aufgetragen ist. Bei dieser Messung war vor der Düse ein Druck von 8 bar und eine Temperatur von 50 K eingestellt. Die Elektronik für die Elektronenquelle war so konfiguriert, dass etwa alle 25 ms ein circa 20  $\mu$ s langer Startpuls erzeugt wurde. Da die Elektronenkanone jedoch auch im nicht vollständig eingeschalteten Zustand Elektronen emittierte, ist ein Untergrund an zufälligen Einträgen im Flugzeitbereich zwischen 0 und 25 ms erkennbar. Klar davon abgehoben ist jedoch eine Anhäufung bei circa 3,6 ms, die die Flugzeitverteilung der Cluster wiedergibt. Zum Vergleich zeigt die rechte Hälfte der Abbildung 6.1.14 eine Messung am MCT2 bei vergleichbaren Bedingungen vor der Düse. Durch die Nutzung des zweiten Hochspannungsnetzgeräts für die Extraktionsblende der Elektronenquelle ergibt sich ein fast untergrundfreies Spektrum, wobei die vereinzelt zufälligen Einträge, mit hoher Wahrscheinlichkeit von Restgasatomen stammen, die den Strahl der Elektronenquelle kreuzten. Abbildung 6.1.15 zeigt übereinander die Verteilung der gemessenen Flugzeiten für die beiden Messungen. Die mittlere Flugzeit der beiden Messungen stimmt nicht überein. Dies ist jedoch nicht verwunderlich, da die Flugstrecke, wie oben bereits erwähnt, beim MCT etwa  $(3,64 \pm 0,02)$  m und beim MCT2  $(4,07 \pm 0,02)$  m beträgt. Gleichzeitig ist die gemessene Flugzeitverteilung beim



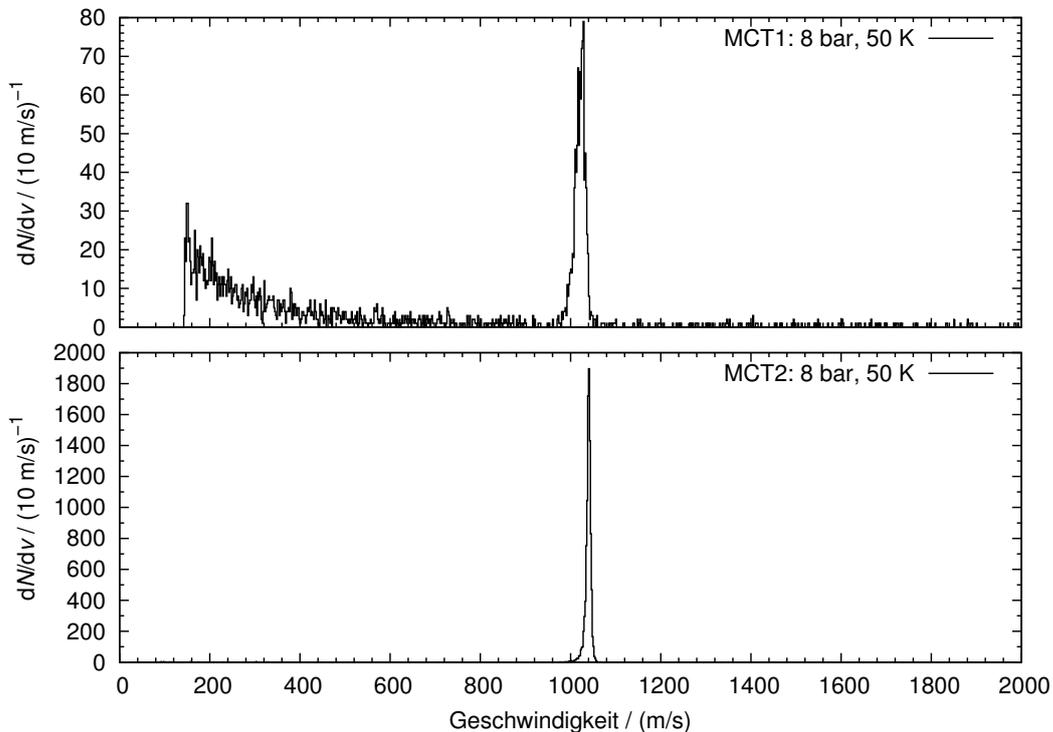
**Abbildung 6.1.14.:** Flugzeit einzelner Cluster als Funktion der Zeit der Datennahme gemessen am MCT1 (links) und am MCT2 (rechts; basierend auf Messwerten von Frau Köhler [Köh10]). Bei beiden Messungen wurde ein Druck von 8 bar und eine Temperatur von 50 K am Düseneingang gemessen.

MCT1 mit  $(42 \pm 1) \mu\text{s}$  breiter als beim MCT2, bei dem eine Standardabweichung von  $(19 \pm 1) \mu\text{s}$  ermittelt wurde. Eine mögliche Ursache hierfür ist der mehr als doppelt so hohe Druck in der Skimmerkammer beim MCT1, der zu einer höheren Wahrscheinlichkeit von Stößen der Cluster mit Restgasmolekülen führt, die die Cluster verlangsamen und damit zu einer Verschmierung des Peaks in Richtung größerer Flugzeiten führen.

Die gemessenen Flugzeiten  $t$  können mit der Gleichung  $u = z/(t - t_0)$  in Geschwindigkeiten  $u$  umgerechnet werden, wobei die Flugstrecke  $z$  und der Zeitoffset  $t_0$  durch die oben beschriebene Kalibration ermittelt wurde. In der Abbildung 6.1.16 sind die so berechneten Geschwindigkeitsverteilungen der beiden Messungen dargestellt. Im Mittel ergeben sich hierbei für das MCT1 eine Geschwindigkeit von etwa  $(1019,9 \pm 5,6) \text{ m/s}$  und beim MCT2  $(1039,5 \pm 5,1) \text{ m/s}$ . Die verbleibenden geringen Abweichungen im Bereich von zwei Prozent zwischen den beiden Messungen erklären sich sowohl durch die Unsicherheiten der Temperatur- und der Druckmessungen, die zudem bei beiden Targets mit unterschiedlichen Messgeräten erfolgte. Allein bei einer Temperaturänderung von zwei Kelvin ist eine Geschwindigkeitsänderung in diesem Bereich zu erwarten. Da die verwendeten Siliziumdioden eine systematische Unsicherheit



**Abbildung 6.1.15.:** Flugzeitverteilung der Cluster gemessen am MCT1 (oben) und am MCT2 (unten; basierend auf Messwerten von Frau Köhler [Köh10]).



**Abbildung 6.1.16.:** Geschwindigkeitsverteilung der Cluster gemessen am MCT1 (oben) und am MCT2 (unten; basierend auf Messwerten von Frau Köhler [Köh10]).

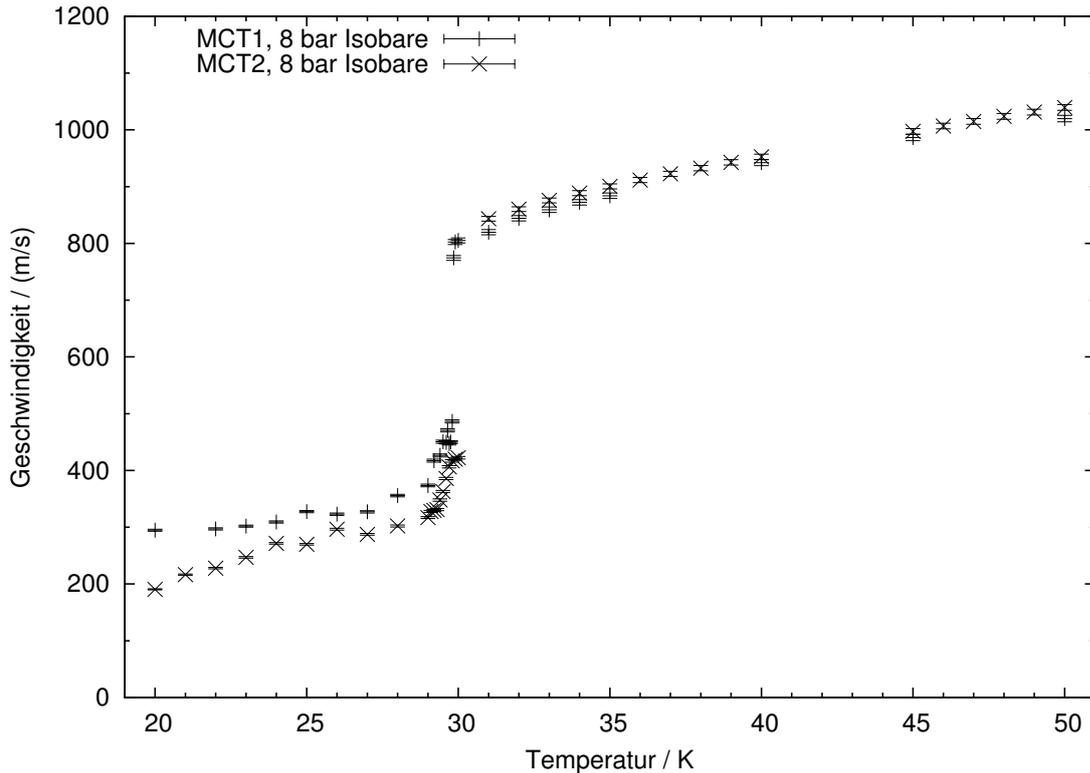
von etwa einem Kelvin besitzen, ist diese Abweichung realistisch. Gleichzeitig ist erkennbar, dass die Standardabweichung der Geschwindigkeitsverteilung im Falle des MCT1 mit etwa  $(12 \pm 1)$  m/s mehr als doppelt so groß ist als beim MCT2 mit etwa  $(5 \pm 1)$  m/s. Da die Geschwindigkeitsverteilung linksschief ist, führt dies zu einer weiteren Erniedrigung des Mittelwerts der Verteilung. Der wahrscheinlichste Grund hierfür ist der mehr als doppelt so hohe Druck in der Skimmerkammer, der die Wahrscheinlichkeit von Stößen zwischen Restgasatomen und Clustern erhöht, die die Cluster verlangsamen.

Es gibt keine theoretische Vorhersage über die Verteilung der Flugzeiten, während die mittlere Geschwindigkeit und damit die mittlere Flugzeit durch die in den nächsten Abschnitten dargestellten Methoden vorhersagbar ist. Dementsprechend ist die Extraktion der mittleren Flugzeit von besonderer Bedeutung.

Aufgrund des erwähnten Fehlens von Vorhersagen über die Form der erwarteten Verteilung ist die Ermittlung der mittleren Flugzeit im Falle der am MCT1 gemessenen Daten aufgrund des Untergrunds nicht ganz trivial und wurde durch das folgende Verfahren erreicht: Zunächst wurde die folgende Modellfunktion an die Histogramme mit den gemessenen Flugzeiten angepasst:

$$n_i = N \int_{t_{i,\min}}^{t_{i,\max}} \left( (1 - g_0) \frac{\exp(-\beta t)}{\int_{t_{\min}}^{t_{\max}} \exp(-\beta t') dt'} + g_0 \frac{f_{\Gamma}(t, \mu, \sigma, \gamma_1)}{\int_{t_{\min}}^{t_{\max}} f_{\Gamma}(t', \mu, \sigma, \gamma_1) dt'} \right) dt. \quad (6.8)$$

Hierbei ist  $n_i$  die Anzahl der Daten im Intervall  $[t_{i,\min} : t_{i,\max}]$  des Histogramms und  $N$  die Gesamtzahl der Daten im gesamten betrachteten Intervall  $[t_{\min} : t_{\max}]$ . Der Verlauf des exponentiellen Untergrunds wird durch den Parameter  $\beta$  bestimmt, während das eigentliche Signal durch eine verallgemeinerte Form der Gammaverteilung (siehe Anhang D) mit dem Mittelwert  $\mu$ , der Standardabweichung  $\sigma$  und der Schiefe  $\gamma_1$  beschrieben wird. Der Anteil der Einträge im Signal in Bezug zu allen Anteilen wird durch den Parameter  $g_0$  verändert. Nach dieser Anpassung wurde die exponentielle Untergrundverteilung von den Histogrammeinträgen abgezogen. Diese Methode liefert ein neues Histogramm, welches erheblich vom Untergrund befreit ist. Da Mittelwert und Standardabweichung jedoch sehr empfindlich auf Ausreißer reagieren, genügte diese Korrektur nicht, um diese Parameter zu berechnen. Bei einem symmetrischen, normalverteilten Signal wird für diesen Fall häufig ein Intervall von  $[\mu - n \sigma : \mu + n \sigma]$  gewählt, in dem die Auswertung dann stattfindet. Für das Intervall  $[\mu - 3 \sigma : \mu + 3 \sigma]$  würde dies dazu führen, dass etwa 99,73 % aller Messwerte, die zum Signal gehören, erfasst und nur etwa 0,27 % vernachlässigt würden. Da im vorliegenden Fall das Signal jedoch asymmetrisch ist, ist diese Methode direkt nicht anwendbar. Ausgehend von dieser Idee wurde hier ein Intervall  $[t_a : t_b]$  verwendet, wobei die Intervallgrenzen  $t_a$  und  $t_b$  so gewählt wurden, dass in den Intervallen  $[-\infty : t_a]$  und  $[t_b : \infty]$  jeweils 0,135 % der Messdaten liegen müssten, wobei für diese Berechnung die oben bestimmte Signalform zugrunde gelegt wurde.



**Abbildung 6.1.17.:** Mittlere Clustergeschwindigkeit als Funktion der Gastemperatur vor der Düse bei konstantem Gasdruck von 8 bar (MCT2-Reihe basierend auf Messwerten von Frau Köhler [Köh10]).

Bei den Daten, die am MCT2 gemessen wurden, ist die Auswertung einfacher, da die Anzahl der Untergrundereignisse in der Regel sehr gering ist. Da Mittelwert und Standardabweichung jedoch sehr empfindlich auf Ausreißer reagieren, wurde auch hier durch die oben beschriebene Anpassung ein Intervall ermittelt, in dem das eigentliche Signal der Cluster liegt, und in dem dann der Mittelwert und die Standardabweichung der Messdaten ermittelt wurden.

In der Abbildung 6.1.17 sind die so ermittelten mittleren Clustergeschwindigkeiten als Funktion der Gastemperatur vor der Düse bei konstantem Gasdruck von 8 bar aufgetragen. Zwischen den Messungen am MCT1 und am MCT2 zeigen sich bei Temperaturen unterhalb von 30 K deutlich erkennbare Unterschiede, die größer sind, als die weiter oben erörterten Abweichungen durch die Temperaturmessung. Beobachtungen im Rahmen der Diplomarbeit von Frau Köhler [Köh10] haben gezeigt, dass in diesem Temperaturbereich der Clusterstrahl nicht homogen aus der Düse strömt, sondern sich deutlich Strukturen abzeichnen, deren Position und Form sich mit Änderung von Temperatur und Druck vor der Düse deutlich ändern. Es ist zu vermuten, dass neben der Dichte auch die Clustergeschwindigkeit in den verschiedenen Bereichen des Clusterstrahls variiert. Mit dem in dieser Arbeit vorgestellten Aufbau, ist es technisch nicht möglich, die verschiedenen Bereiche des Clusterstrahls direkt zu

selektieren, so dass es in der Zukunft interessant sein wird die Clustergeschwindigkeit in den verschiedenen Substrukturen des Clusterstrahls zu bestimmen.

Im folgenden wird davon ausgegangen, dass die ermittelten mittleren Clustergeschwindigkeiten der mittleren Geschwindigkeit der Wasserstoffmoleküle entspricht. Dies setzt voraus, dass die Wahrscheinlichkeit für die Ionisation der Cluster linear mit der Anzahl der Wasserstoffmoleküle pro Cluster steigt und dass die Detektionswahrscheinlichkeit für alle Clustergrößen gleich groß ist. In den folgenden Abschnitten sollen zunächst die theoretischen Grundlagen zur Berechnung der Gasströmung beschrieben und dann als erstes auf das Modell des perfekten Gases angewendet werden. Die erhaltenen Vorhersagen werden sodann mit den gemessenen Daten verglichen.

### 6.1.3. Berechnung der Clustergeschwindigkeit

Der Prozess der Clusterbildung kann bisher nur unzureichend theoretisch beschrieben werden. Trotzdem ist es durch ein Modell möglich, die mittlere Geschwindigkeit der Cluster vorherzusagen. Strömt das betrachtete Fluid, aus dem die Cluster gebildet werden, durch die Düse, so kann die lokale Geschwindigkeit der Fluidbestandteile mit den in den folgenden Abschnitten erläuterten Verfahren berechnet werden. Werden die Cluster beispielsweise durch Kondensation aus Gasmolekülen gebildet, gibt es einen Ort in der Düse hinter dem die Cluster so schwer geworden sind, dass ihre Geschwindigkeit durch weitere Stöße mit den umgebenden Gasmolekülen nicht mehr signifikant geändert wird. Hinter dieser Stelle, die im Folgenden als Ausfrierpunkt (engl. freeze-out position [Täs<sup>+</sup>11b]) bezeichnet wird, behalten die gebildeten Cluster also im Mittel die lokale Geschwindigkeit des Fluids am Ausfrierpunkt bei. Bilden sich die Cluster aus einer Flüssigkeit, lässt sich auch hier ein solcher Ausfrierpunkt definieren.

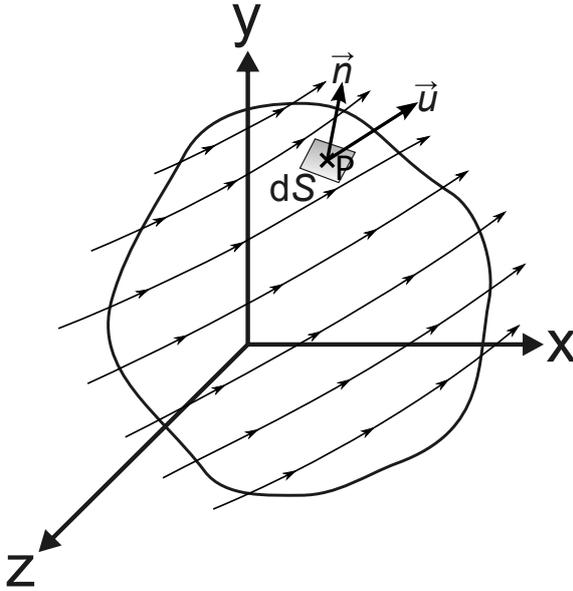
Ausgehend von diesem Modell ist es also wichtig, die lokale Geschwindigkeit des Fluids in der Düse berechnen zu können. Im Folgenden werden daher zunächst die hierfür verwendeten Grundlagen erläutert und dann auf verschiedene Spezialfälle angewendet.

#### 6.1.3.1. Erhaltungssätze der Fluidodynamik

Ausgangspunkt der folgenden Überlegungen sind stets die Massen-, Energie- und Impulserhaltung aus der dann die weiteren Beziehungen abgeleitet werden können.

#### Kontinuitätsgleichung

In der Fluidodynamik gilt stets das Prinzip der Massenerhaltung, wonach Masse weder erzeugt noch vernichtet werden kann. Diese Massenerhaltung kann mathematisch in



**Abbildung 6.1.18.:** Fixiertes Kontrollvolumen im Fluidstrom. Einem Punkt P auf der Oberfläche  $S$  dieses Volumens kann eine lokale Geschwindigkeit  $\vec{u}$  sowie ein Normaleneinheitsvektor  $\vec{n}$  zugewiesen werden, der senkrecht auf dem infinitesimalen Teil  $dS$  der Oberfläche steht.

Form der Kontinuitätsgleichung ausgedrückt werden. Hierzu wird ein geschlossenes Kontrollvolumen  $V$  beliebiger Form innerhalb des Gasstroms betrachtet, wie es beispielhaft in Abbildung 6.1.18 dargestellt ist. Für einen beliebig gewählten Punkt P auf der Oberfläche  $S$  dieses Volumens kann dann der Normaleneinheitsvektor  $\vec{n}$  angegeben werden, der senkrecht auf dem infinitesimalen Teil  $dS$  der Oberfläche steht, welche diesen Punkt umgibt. Durch Definition des Vektors  $d\vec{S} = \vec{n}dS$  kann der Massenfluss  $\dot{m} = dm/dt$  durch diesen infinitesimalen Teil der Oberfläche berechnet werden, wenn die lokale Dichte  $\rho$  und die Geschwindigkeit  $\vec{u}$  des Fluids, das durch diesen Teil der Oberfläche strömt, bekannt ist [And90]:

$$\dot{m} = \rho \vec{u} \cdot d\vec{S}. \quad (6.9)$$

Der gesamte Massenfluss in das Volumen hinein berechnet sich dann als Integral über die gesamte Oberfläche  $S$  des Kontrollvolumens

$$- \oint_S \rho \vec{u} \cdot d\vec{S}, \quad (6.10)$$

wobei das negative Vorzeichen die Strömungsrichtung in das Volumen hinein, also entgegengesetzt zu den lokalen Normalenvektoren, berücksichtigt. Damit die Masse erhalten bleibt, muss die zeitliche Änderung der Masse innerhalb des Volumens genauso groß sein, wie der in das Volumen strömende Massefluss. Dies führt dann zu der folgenden Gleichung, die als Kontinuitätsgleichung bekannt ist und für beliebige Fluide gilt [And90]:

$$- \oint_S \rho \vec{u} \cdot d\vec{S} = \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV. \quad (6.11)$$

An dieser Stelle kann die erste Vereinfachung **V1** eingeführt werden: Hängen die Observablen der Fluidströmung nur vom Ort, aber nicht von der Zeit ab, so wird dies als eine stationäre Strömung bezeichnet. Im hier betrachteten Fall der Strömung von Wasserstoff durch eine Düse kann diese Annahme ohne Einschränkungen verwendet werden, da es keine Anzeichen einer Zeitabhängigkeit der beobachteten Messgrößen gibt. In diesem Fall vereinfacht sich die Kontinuitätsgleichung sehr stark, da alle zeitlichen Ableitungen verschwinden:

$$\oint_S \rho \vec{u} \cdot d\vec{S} = 0. \quad (6.12)$$

### Impulserhaltung

Der zweite wichtige Erhaltungssatz ist der Impulserhaltungssatz, der sich aus dem zweiten und dritten Newtonschen Axiom ergibt. Hiernach muss die Summe der einwirkenden Kräfte gleich der Summe der Ableitungen der Impulse sein [And90]:

$$\underbrace{\int_V \rho \vec{f} dV}_{(1)} - \underbrace{\oint_S p d\vec{S}}_{(2)} + \underbrace{\vec{F}_{\text{viskos}}}_{(3)} = \underbrace{\oint_S (\rho \vec{u} \cdot d\vec{S}) \vec{u}}_{(4)} + \underbrace{\int_V \frac{\partial(\rho \vec{u})}{\partial t} dV}_{(5)}. \quad (6.13)$$

Hierbei haben die fünf angegebenen Terme die folgende Bedeutung:

- (1): Summe der masseabhängigen externen Kräfte (z.B. Gravitationskraft), wobei  $\vec{f}$  die Kraft pro Masseneinheit bezeichnet
- (2): Summe der auf die Oberfläche  $S$  einwirkenden Druckkräfte, wobei  $p$  den lokalen Druck an der Oberfläche spezifiziert
- (3): interne und externe Reibungskräfte
- (4): Nettofluss von Impuls durch die Oberfläche  $S$  in das Kontrollvolumen
- (5): zeitliche Änderung des Impulses im Kontrollvolumen

Neben der Vereinfachung **V1**, der Annahme einer stationären Strömung, durch die der Term (5) entfällt, kann hier eine weitere Vereinfachung **V2** eingeführt werden, nämlich die, dass es sich um eine reibungsfreie Strömung handelt, durch die der Term (3) verschwindet. Ein Maß für die Stärke der Reibungskräfte ist die sogenannte Reynolds-Zahl, die, für den hier betrachteten Fall, im Abschnitt 6.1.5.4 weiter diskutiert wird. Zusätzlich ist die Vernachlässigung der Gravitationskräfte, **V3**, eine häufig verwendete Näherung, die den Term (1) eliminiert. Gelten diese drei Vereinfachungen zusammen, so ergibt sich der Impulserhaltungssatz in der folgenden Form:

$$-\oint_S p d\vec{S} = \oint_S (\rho \vec{u} \cdot d\vec{S}) \vec{u}. \quad (6.14)$$

## Energieerhaltung

Der letzte hier verwendete Erhaltungssatz, ist der der Energieerhaltung. Für das betrachtete Kontrollvolumen kann der Energieerhaltungssatz in der folgenden Form geschrieben werden [And90]:

$$\begin{aligned}
 \underbrace{\dot{Q}}_{(1)} + \underbrace{\dot{W}_{\text{mech}}}_{(2)} + \underbrace{\dot{W}_{\text{viskos}}}_{(3)} - \underbrace{\oint_S p \vec{u} \cdot d\vec{S}}_{(4)} + \underbrace{\int_V \rho (\vec{f} \cdot \vec{u}) dV}_{(5)} \\
 = \underbrace{\int_V \frac{\partial}{\partial t} \left[ \rho \left( e + \frac{\vec{u}^2}{2} \right) \right] dV}_{(6)} + \underbrace{\oint_S \rho \left( e + \frac{\vec{u}^2}{2} \right) \vec{u} \cdot d\vec{S}}_{(7)}, \quad (6.15)
 \end{aligned}$$

wobei die sieben Terme die folgende Bedeutung haben:

- (1): Summe aller Wärmeströme pro Zeiteinheit in das Kontrollvolumen
- (2): Arbeit, die durch bewegliche Teile im Kontrollvolumen (z.B. Pumpe) an dem Fluid pro Zeiteinheit verrichtet wird
- (3): Arbeit pro Zeiteinheit durch Reibungskräfte
- (4): geleistete Arbeit pro Zeiteinheit durch Druckkräfte auf die Oberfläche des Kontrollvolumens
- (5): Arbeit, die durch masseabhängige Kräfte (z.B. Gravitationskraft) pro Zeiteinheit an dem Fluid geleistet wird
- (6): zeitliche Änderung der Gesamtenergie pro Zeiteinheit, wobei  $e$  die spezifische innere Energie angibt
- (7): Netto-Energiefluss pro Zeiteinheit durch die Oberfläche  $S$  des Kontrollvolumens

An dieser Stelle kann wieder die Annahme einer stationären ( $\mathbf{V1} \Rightarrow (6) = 0$ ), reibungsfreien ( $\mathbf{V2} \Rightarrow (3) = 0$ ) Strömung mit vernachlässigbarer Gewichtskraft ( $\mathbf{V3} \Rightarrow (5) = 0$ ) gemacht werden. Unter zusätzlicher Vernachlässigung des Wärmeaustausches mit der Umgebung ( $\mathbf{V4} \Rightarrow (1) = 0$ ) und der Annahme, dass keine Strömungsmaschinen auf das Fluid einwirken ( $\mathbf{V5} \Rightarrow (2) = 0$ ) ergibt sich:

$$- \oint_S p \vec{u} \cdot d\vec{S} = \oint_S \rho \left( e + \frac{\vec{u}^2}{2} \right) \vec{u} \cdot d\vec{S}. \quad (6.16)$$

### 6.1.3.2. Quasi-eindimensionale Strömung

Ein häufig benutztes Modell, das auch in dieser Arbeit verwendet wird, ist das Modell der quasi-eindimensionalen Strömung. Hierbei wird davon ausgegangen, dass die Observablen sich innerhalb eines gegebenen Querschnitts durch die durchströmte

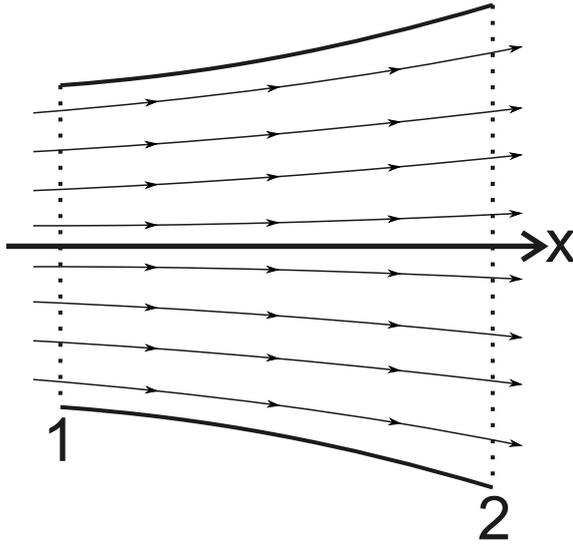


Abbildung 6.1.19.: Kontrollvolumen im Falle der quasi-eindimensionalen Strömung.

Röhre nicht ändern und sich die Strömung damit durch eine Ortskoordinate beschreiben lässt. Dieses Modell setzt voraus, dass die Reibung zwischen Fluid und Wand vernachlässigbar klein ist, wodurch also die Voraussetzung **V2** erfüllt ist.

Ausgehend von einem Kontrollvolumen, wie es in Abbildung 6.1.19 dargestellt ist, durch dessen gegenüberliegende Flächen ein Fluid strömt, können die obigen Integralgleichungen stark vereinfacht werden. Das Fluid ströme durch die Querschnittsfläche  $A_1$  mit der Geschwindigkeit  $u_1$  und der Dichte  $\rho_1$  in das Volumen ein und durch die Fläche  $A_2$  mit der Geschwindigkeit  $u_2$  und der Dichte  $\rho_2$  aus, dann lässt sich die Kontinuitätsgleichung für eine stationäre Strömung (6.12) folgendermaßen schreiben [And90]:

$$-\rho_1 u_1 A_1 + \rho_2 u_2 A_2 = 0.$$

Die unterschiedlichen Vorzeichen ergeben sich dabei aus dem Umstand, dass die Geschwindigkeit einmal antiparallel und einmal parallel zu der Flächennormalen steht. Die Integration über die Seitenflächen entfällt, da die Geschwindigkeit des Fluids senkrecht auf deren Flächennormalen steht. Dies bedeutet also, dass der Massenfluss  $\dot{m}$  durch die beiden Flächen gleich groß ist:

$$\rho_1 u_1 A_1 = \rho_2 u_2 A_2. \quad (6.17)$$

In differentieller Form lässt sich die Kontinuitätsgleichung mit diesen Vereinfachungen also schreiben als [And90]

$$d(\rho u A) = 0. \quad (6.18)$$

Die Anwendung des Modells der quasi-eindimensionalen Strömung auf die Gleichung (6.16) für die Energieerhaltung einer stationären, reibungsfreien Strömung ohne Gravitation und Wärmeaustausch ergibt [And90]:

$$-(-p_1 u_1 A_1 + p_2 u_2 A_2) = -\rho_1 \left( e_1 + \frac{u_1^2}{2} \right) u_1 A_1 + \rho_2 \left( e_2 + \frac{u_2^2}{2} \right) u_2 A_2. \quad (6.19)$$

Das Umsortieren der Gleichung und die anschließende Division durch die Kontinuitätsgleichung (6.17) führt zum folgenden Ausdruck:

$$\frac{p_1}{\rho_1} + e_1 + \frac{u_1^2}{2} = \frac{p_2}{\rho_2} + e_2 + \frac{u_2^2}{2}. \quad (6.20)$$

Diese Gleichung kann weiter vereinfacht werden, wenn die spezifische Enthalpie in der Form  $h = e + p/\rho$  eingeführt wird. Hiermit ergibt sich dann die folgende Formel:

$$h_1 + \frac{u_1^2}{2} = h_2 + \frac{u_2^2}{2}. \quad (6.21)$$

Diese Gleichung ist zusammen mit der Kontinuitätsgleichung eine der zentralen Gleichungen zur Berechnung der Düsenströmung. In differentieller Form lässt sie sich auch so schreiben:

$$dh + u du = 0. \quad (6.22)$$

Die Anwendung des Modells der quasi-eindimensionalen Strömung auf den Impulserhaltungssatz einer stationären, reibungsfreien Strömung ohne Gravitation (6.14) ergibt [And90]:

$$p_1 A_1 + \rho_1 u_1^2 A_1 + \int_{A_1}^{A_2} p dA = p_2 A_2 + \rho_2 u_2^2 A_2, \quad (6.23)$$

wobei das enthaltene Integral die Integration über die Seitenflächen repräsentiert. Der Einsatz dieser Gleichung für den Fall eines infinitesimal dünnen Kontrollvolumens ergibt

$$p A + \rho u^2 A + p dA = (p + dp)(A + dA) + (\rho + d\rho)(u + du)^2(A + dA).$$

Durch Ausmultiplizieren und Vernachlässigung von Termen höherer Ordnung bei denen das Produkt mehrerer Differentiale auftritt ergibt sich

$$A dp + A u^2 d\rho + \rho u^2 dA + 2 \rho u A du = 0.$$

Unter Verwendung der Produktregel und Multiplikation mit der lokalen Geschwindigkeit  $u$  folgt aus der Kontinuitätsgleichung (6.18):

$$\rho u^2 dA + \rho u A du + A u^2 d\rho = 0.$$

Subtraktion dieser beiden letzten Gleichungen voneinander, ergibt sich die sogenannte Euler-Gleichung [And90]:

$$dp = -\rho u du. \quad (6.24)$$

### Erster und zweiter Hauptsatz der Thermodynamik

Der erste Hauptsatz der Thermodynamik, der im Prinzip nichts anderes als der Energieerhaltungssatz ist, lässt sich als Funktion der Änderung der spezifischen inneren Energie  $de$ , der Änderung der Wärme pro Masseneinheit  $\delta q$  und der Änderung der äußeren Arbeit pro Masseneinheit  $\delta w$  folgendermaßen schreiben [And90]:

$$de = \delta q + \delta w . \quad (6.25)$$

Im Falle von Fluiden ist die äußere Arbeit durch die Volumenarbeit [Nol97]

$$\delta w = -p \, dv \quad (6.26)$$

gegeben, wobei  $v = 1/\rho$  das spezifische Volumen ist. Hiermit ergibt sich der erste Hauptsatz in der folgenden Form [Nol97]:

$$de = \delta q - p \, dv . \quad (6.27)$$

Der zweite Hauptsatz der Thermodynamik, nach dem Wärme nie selbständig von einem kälteren zu einem wärmeren Körper fließt, lässt sich, unter Zuhilfenahme der spezifischen Entropie  $s$ , mathematisch folgendermaßen formulieren:

$$ds \geq \frac{\delta q}{T} . \quad (6.28)$$

Das Gleichheitszeichen gilt hierbei für reversibel ablaufende Prozesse. Für diese kann die Gleichung in die des ersten Hauptsatzes (6.27) eingesetzt werden, so dass sich folgende Formel ergibt:

$$T \, ds = de + p \, dv . \quad (6.29)$$

Diese Gleichung kann auch als Funktion der spezifischen Enthalpie  $h = e + p v$  geschrieben werden. Hierzu wird diese zunächst differenziert

$$dh = de + p \, dv + v \, dp \quad (6.30)$$

und dann in Gleichung (6.29) eingesetzt, so dass sich die folgende Formel ergibt:

$$T \, ds = dh - v \, dp . \quad (6.31)$$

### Schallgeschwindigkeit in Gasen

Die Geschwindigkeit  $a$ , mit der sich Schallwellen in einem Fluid fortpflanzen, ist eine wichtige Bezugsgröße für die Beurteilung von Gasströmungen. Das Verhältnis zwischen der lokalen Geschwindigkeit  $u$  und der Schallgeschwindigkeit definiert die Mach-Zahl  $Ma = u/a$ , die zur Klassifizierung der Gasströmung verwendet wird [SS07]:

- $Ma = 0$  ruhendes Fluid  
 $Ma < 1$  Unterschallströmung (subsonische Strömung)  
 $Ma = 1$  Schallströmung (transsonische Strömung)  
 $Ma > 1$  Überschallströmung (supersonische Strömung)  
 $Ma > 5$  Hyperschallströmung (hypersonische Strömung)

Zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit kann der Gasfluss durch eine ebene Wellenfront betrachtet werden. Durch Wahl eines Bezugssystems, bei dem sich die Wellenfront in Ruhe befindet, scheint das Gas mit der Geschwindigkeit  $a$  auf diese zuzuströmen. Der Einfluss der Schallwelle auf die Strömung ändert die Strömungsgeschwindigkeit um einen infinitesimal kleinen Betrag  $da$ . Die Wellenfront kann als Kontrollvolumen in einer eindimensionalen Strömung aufgefasst werden. Hierbei ist die eine Seite des Volumens definiert durch die Bedingungen des Gases vor der Wellenfront, mit der Geschwindigkeit  $a$ , der Dichte  $\rho$  und dem Druck  $p$ . Die andere Seite des Volumens ist durch die Bedingungen des Gases hinter der Wellenfront, mit der Geschwindigkeit  $a + da$ , der Dichte  $\rho + d\rho$  und dem Druck  $p + dp$ , spezifiziert. Die beiden zu diesen Seiten gehörigen Flächen sind natürlich gleich groß. Die Kontinuitätsgleichung (6.17) erhält damit die folgende Gestalt:

$$a \rho = (a + da)(\rho + d\rho).$$

Der Impulssatz (6.23) vereinfacht sich in diesem Fall ebenfalls, so dass sich die folgende Formel ergibt:

$$p + \rho a^2 = (p + dp) + (\rho + d\rho)(a + da)^2.$$

Das Auflösen des so geschriebenen Impulssatzes nach  $da$  und Einsetzen in die Kontinuitätsgleichung ergibt damit die folgende Gleichung für die Schallgeschwindigkeit:

$$a^2 = \frac{dp}{d\rho}.$$

Da der Einfluss der Schallwelle auf das Fluid nur gering ist, können auftretende Reibungskräfte sowie Wärmeänderungen vernachlässigt werden, so dass es sich demnach um einen isentropen Prozess handelt. Aus diesem Grund kann die Schallgeschwindigkeit allgemein mit der folgenden Gleichung berechnet werden:

$$a^2 = \left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s. \quad (6.32)$$

Mit diesen Voraussetzungen kann die Düsenströmung berechnet werden.

### 6.1.3.3. Düsenströmung

Im Folgenden wird stets davon ausgegangen, dass die Strömung stationär (**V1**), reibungsfrei (**V2**), ohne Einfluss externer Kräfte (**V3**) und Strömungsmaschinen (**V5**) und ohne Wärmeaustausch mit der Umgebung (**V4**) ist. Dementsprechend wird das Modell der quasi-eindimensionalen Strömung verwendet.

Ausgehend von diesen Voraussetzungen kann zunächst die Änderung der Entropie innerhalb der Düse berechnet werden. Als Ausgangspunkt dient hierfür die Gleichung (6.31), die eine Kombination des ersten und des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik ist, und hier noch einmal wiederholt wird:

$$T ds = dh - v dp. \quad ((6.31))$$

Des Weiteren wird die differentielle Form des Energieerhaltungssatzes (6.22) und des Impulserhaltungssatzes (6.24) benötigt, die hier ebenfalls wiederholt sind:

$$dh + u du = 0, \quad ((6.22))$$

$$dp = -\rho u du. \quad ((6.24))$$

Einsetzen dieser beiden Gleichungen in (6.31) führt unter Verwendung des Zusammenhangs zwischen dem spezifischen Volumen  $v$  und der lokalen Dichte  $\rho = 1/v$  dann zu:

$$T ds = 0. \quad (6.33)$$

Die Düsenströmung verhält sich also unter den oben zusammengefassten Voraussetzungen isentrop. Diese wichtige Information kann genutzt werden, um einen Zusammenhang zwischen dem Düsenquerschnitt  $A$  und der lokalen Geschwindigkeit  $u$  zu finden. Hierzu wird der Impulserhaltungssatz (6.24) leicht verändert in der folgenden Form geschrieben:

$$\frac{dp}{\rho} = \frac{dp}{d\rho} \frac{d\rho}{\rho} = -u du.$$

Für den Fall isentroper Strömung ist die Schallgeschwindigkeit (6.32) folgendermaßen gegeben:

$$a^2 = \left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s = \frac{dp}{d\rho}.$$

Einsetzen der so erhaltenen Formel für die Schallgeschwindigkeit in die vorstehende Gleichung ergibt dann

$$a^2 \frac{d\rho}{\rho} = -u du.$$

Dies lässt sich durch Ausnutzung der Definition der Mach-Zahl ( $Ma = u/a$ ) weiter umschreiben:

$$\frac{d\rho}{\rho} = -\frac{u^2}{a^2} \frac{du}{u} = -Ma^2 \frac{du}{u}.$$

Des Weiteren ergibt die differentielle Form der Kontinuitätsgleichung (6.18), indem diese expandiert und durch das Produkt  $\rho u A$  geteilt wird, die folgende Gleichung:

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{du}{u} + \frac{dA}{A} = 0.$$

Das Zusammenfassen dieser beiden letzten Formeln führt dann zur sogenannten Flächen-Geschwindigkeits-Beziehung [And90]:

$$\frac{dA}{A} = (Ma^2 - 1) \frac{du}{u}. \quad (6.34)$$

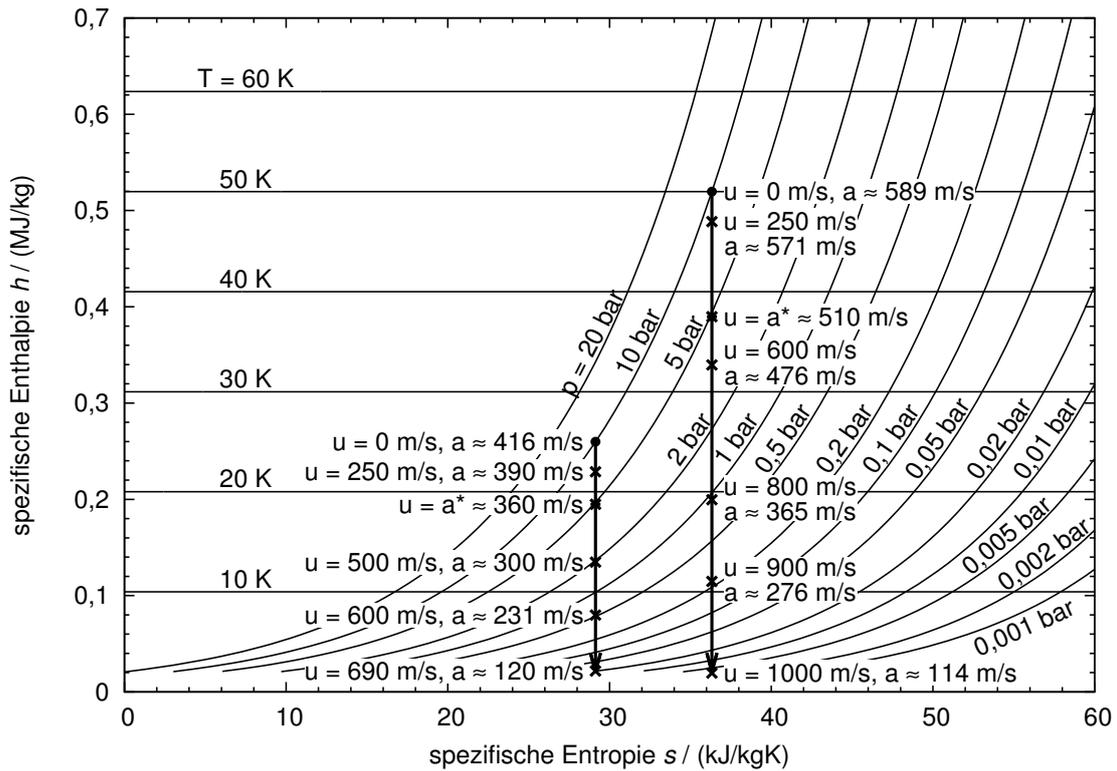
Für das Verständnis der Flächen-Geschwindigkeits-Beziehung macht es Sinn, drei verschiedene Fälle zu betrachten:

- $Ma^2 < 1$  : Die Strömung ist eine Unterschallströmung. In diesem Fall ist eine Erhöhung der lokalen Geschwindigkeit (positives  $du$ ) mit einer Verringerung des Düsenquerschnitts (negatives  $dA$ ) verbunden. Strömt das Gas also durch eine sich verengende Düse, wird es beschleunigt.
- $Ma^2 > 1$  : Die Strömung ist dann eine Überschallströmung, bei der jetzt eine Erhöhung der lokalen Geschwindigkeit (positives  $du$ ) mit einer Vergrößerung des Düsenquerschnitts (negatives  $dA$ ) verknüpft ist. Die Gasströmung durch eine sich erweiternde Düse, führt in diesem Fall zu einer Beschleunigung.
- $Ma = 1$  : Die lokale Geschwindigkeit  $u^*$  ist hier genauso hoch, wie die lokale Schallgeschwindigkeit  $a^*$ . Der Düsenquerschnitt ist für diesen Fall entweder minimal oder maximal, wobei in der Praxis nur der Fall des Minimums in Frage kommt.

Aus dieser Diskussion folgt sofort, dass eine Düse, die so geformt ist, dass sie zunächst konvergent ist, sich also bis zum engsten Querschnitt  $A^*$  verjüngt und dann divergent ist, sich also bis zum Düsenende aufweitet, zu einem Übergang von einer Unterschall- zu einer Überschallströmung führen kann. Diese Form kennzeichnet eine Überschalldüse nach de Laval. Des Weiteren folgt aus der Flächen-Geschwindigkeits-Beziehung, dass am engsten Querschnitt die Mach-Zahl gleich eins ist, falls das Gas im divergenten Teil der Düse Überschallgeschwindigkeit erreicht.

Mit den am Anfang dieses Abschnitts erwähnten Voraussetzungen sind in den vorangegangenen Abschnitten dieses Kapitels zwei weitere Gleichungen hergeleitet worden, die für die Berechnung der Düsenströmung wichtig sind. Zum einen ist dies die, hier wiederholte, Kontinuitätsgleichung (6.17)

$$\rho_1 u_1 A_1 = \rho_2 u_2 A_2 \quad ((6.17))$$



**Abbildung 6.1.20.:** Mollier-Diagramm für perfektes Wasserstoffgas. Der frei wählbare Nullpunkt der spezifischen Entropie wurde für diese Darstellung bei einem Druck von 20 bar und einer Temperatur von 1 K definiert.

und zum anderen der Energieerhaltungssatz in der Form von Gleichung (6.21), der hier ebenfalls wiederholt wird:

$$h_1 + \frac{u_1^2}{2} = h_2 + \frac{u_2^2}{2}. \quad ((6.21))$$

Die hierdurch ausgedrückte Konstanz der totalen Enthalpie kann benutzt werden, um ausgehend von den Bedingungen vor der Düse, bei der das Gas ruht ( $u_0 = 0$ ), die lokale Geschwindigkeit  $u$  an jedem Punkt innerhalb der Düse zu bestimmen:

$$u = \sqrt{2(h_0 - h)}. \quad (6.35)$$

Ausgehend von der Düsengeometrie, die durch die Größe der Querschnittsfläche  $A(x)$  als Funktion der Position  $x$  in der Düse angegeben wird, können mit diesen drei Gleichungen die Bedingungen an jedem Punkt in der Düse bestimmt werden. Die Vorgehensweise kann hierbei am einfachsten am Mollier-Diagramm gezeigt werden, in dem die Enthalpie des Fluids als Funktion der Entropie aufgetragen wird. In der Abbildung 6.1.20 ist ein solches Diagramm beispielhaft für perfektes Wasserstoffgas dargestellt. Eingezeichnet sind zwei Isentropen mit gleichem Anfangsdruck von jeweils  $p_0 = 10$  bar und einmal einer Anfangstemperatur von  $T_0 = 50$  K und einmal von

25 K. Beide Anfangsbedingungen sind jeweils durch einen ausgefüllten Kreis markiert. Diese Punkte werden als Staupunkte (engl. stagnation point) bezeichnet und mit dem Index 0 markiert.

An diesen Staupunkten kann jeweils die Entropie  $s_0 = s(p_0, T_0)$  und die Enthalpie  $h_0 = h(p_0, T_0)$  berechnet werden. Da die Strömung innerhalb der Düse unter den obigen Voraussetzungen isentrop ist, muss die Expansion des Gases innerhalb der Überschalldüse entlang der Geraden  $s(h) = s_0$  erfolgen. Ausgehend von der Annahme, dass das Gas Überschallgeschwindigkeit erreicht, muss es einen Punkt auf der Geraden geben, an dem die Mach-Zahl den Wert eins besitzt, die lokale Geschwindigkeit  $u$  also gleich der Schallgeschwindigkeit  $a = a(h, s)$  ist. Numerisch muss also die Enthalpie gefunden werden, bei der die lokale Geschwindigkeit, die mittels Gleichung (6.35) berechnet wird, gleich der Schallgeschwindigkeit ist. Es ist üblich, die zu diesem Punkt, dem sogenannten kritischen Zustand, gehörigen Größen alle mit einem Stern zu kennzeichnen.

Aus der Enthalpie  $h^*$  am kritischen Punkt kann mit Hilfe der Kenntnis der Entropie  $s^* = s_0$  weitere Größen, wie die lokale Temperatur  $T^* = T(h^*, s_0)$ , der Druck  $p^* = p(h^*, s_0)$  oder die Dichte  $\rho^* = \rho(h^*, s_0)$  berechnet werden. Aufgrund der oben diskutierten Flächen-Geschwindigkeits-Beziehung ist klar, dass an diesem Punkt der engste Querschnitt der Düse liegen muss. Aus der Kenntnis der kritischen Geschwindigkeit  $u^* = a^*$  und der kritischen Dichte  $\rho^*$  kann der Massenstrom  $\dot{m}$  berechnet werden, der durch die Düse fließt:

$$\dot{m} = \rho^* u^* A^* . \quad (6.36)$$

Die Kontinuitätsgleichung (6.17) kann dann zusammen mit der Isentropie der Strömung genutzt werden, um den Zustand an jedem Punkt  $x$  innerhalb der Düse zu bestimmen. Die geschieht, indem numerisch die Enthalpie  $h_x$  bestimmt wird, die die folgende Gleichung erfüllt:

$$\rho(h_x, s_0) u(h_x, s_0) A(x) = \rho^* u^* A^* . \quad (6.37)$$

Die so berechnete Enthalpie kann dann genutzt werden, um andere Größen, wie beispielsweise Temperatur oder Druck, an diesem Punkt zu berechnen.

Im folgenden Abschnitt soll dieses Verfahren auf die Zustandsgleichung des perfekten Gases angewendet werden.

#### 6.1.3.4. Gasströmung des perfekten Gases

Das einfachste Modell eines Gases beschreibt die Gasmoleküle als Massenpunkte, die nicht miteinander wechselwirken. Dieses Modellgas wird als ideales Gas bezeichnet, dessen thermische Zustandsgleichung [Nol97]

$$pV = \nu RT \quad (6.38)$$

die Abhängigkeit zwischen Druck  $p$ , Volumen  $V$ , Temperatur  $T$ , Stoffmenge  $\nu$  und der universellen Gaskonstante  $R = (8,314\,472 \pm 0,000\,015) \text{ J}/(\text{mol K})$  [MTN08] angibt. Für die folgenden Überlegungen macht es Sinn, die Stoffmenge durch die Masse  $m$  und die molare Masse  $M$  auszudrücken ( $\nu = m/M$ ), die Gleichung (6.38) durch das Volumen  $V$  zu dividieren und dann die Dichte  $\rho = m/V$  bzw. das spezifische Volumen  $v = 1/\rho$  und die spezifische Gaskonstante  $R_s = R/M$  einzuführen:

$$p = \rho R_s T = \frac{R_s T}{v}. \quad (6.39)$$

Für die Berechnung der Düsenströmung ist es wichtig, Gleichungen zu finden, mit denen die spezifische Enthalpie  $h$ , die spezifische Entropie  $s$  und die Schallgeschwindigkeit  $a$  berechnet werden können.

Die Verwendung der folgenden Definition der spezifischen Wärmekapazität [Nol97]

$$c_x = \left( \frac{\delta q}{dT} \right)_x, \quad (6.40)$$

bei der  $x$  eine beliebige Zustandsgröße ist, die bei der Wärmezufuhr pro Masseneinheit  $\delta q$  konstant gehalten wird, ergibt, unter Nutzung des ersten Hauptsatzes für ein Gas (6.27), den folgenden Zusammenhang zwischen der spezifischen Wärmekapazität bei konstantem Volumen  $c_v$  und der spezifischen inneren Energie  $e$  [Nol97]:

$$c_v = \left( \frac{\delta q}{dT} \right)_v = \left( \frac{\partial e}{\partial T} \right)_v. \quad (6.41)$$

Dies führt dann direkt zu dem folgenden Ausdruck für die spezifische innere Energie, falls die Wärmekapazität nicht temperaturabhängig ist [And90]:

$$e = c_v T. \quad (6.42)$$

Insbesondere in der ingenieurwissenschaftlichen Literatur wird dieser Spezialfall des idealen Gases, bei dem die Wärmekapazitäten weder von der Temperatur noch von dem Druck abhängen, als perfektes Gas bezeichnet.

In gleicher Weise lassen sich die Gleichungen (6.27) und (6.30) zusammengefasst zu  $\delta q = dh - v dp$  nutzen, um die spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck  $c_p$  zu berechnen:

$$c_p = \left( \frac{\delta q}{dT} \right)_p = \left( \frac{\partial h}{\partial T} \right)_p. \quad (6.43)$$

Unter der Voraussetzung des perfekten Gases, dass also die Wärmekapazität  $c_p$  temperaturunabhängig ist, ergibt sich dann der folgende Ausdruck für die spezifische Enthalpie [And90]:

$$h = c_p T. \quad (6.44)$$

Die Wärmekapazität bei konstantem Druck kann jedoch auch direkt aus der spezifischen inneren Energie  $e$  berechnet werden [Nol97]:

$$c_p = \left( \frac{\partial e}{\partial T} \right)_v + \left[ \left( \frac{\partial e}{\partial v} \right)_T + p \right] \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p. \quad (6.45)$$

Die Subtraktion der Gleichung (6.41) ergibt dann die folgende Relation zwischen den beiden Wärmekapazitäten:

$$c_p - c_v = \left[ \left( \frac{\partial e}{\partial v} \right)_T + p \right] \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p. \quad (6.46)$$

Für das perfekte Gas, bei dem die Wärmekapazitäten konstant sind und dadurch die spezifische innere Energie  $e$  nicht vom Volumen abhängt, ergibt sich so:

$$c_p - c_v = R_s. \quad (6.47)$$

An dieser Stelle ist es sinnvoll, den sogenannten Adiabatenindex  $\kappa = c_p/c_v$  zu definieren, der direkt mit der Anzahl  $Z$  der Freiheitsgrade des Gases zusammenhängt [Dem08]:

$$\kappa = \frac{Z + 2}{Z}. \quad (6.48)$$

Im Fall des idealen Gases existieren drei Freiheitsgrade der Translation, entsprechend gilt  $\kappa = 5/3$ . Mit dieser Definition und der Gleichung für die Differenz der Wärmekapazitäten (6.47) können diese direkt berechnet werden:

$$c_p = \frac{\kappa R_s}{\kappa - 1} = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \frac{R}{M}, \quad (6.49)$$

$$c_v = \frac{R_s}{\kappa - 1} = \frac{1}{\kappa - 1} \frac{R}{M}. \quad (6.50)$$

Die Gleichung der spezifischen Enthalpie (6.44) lässt sich direkt nutzen, um die lokale Geschwindigkeit des perfekten Gases in einer Düse aus Gleichung (6.35) zu berechnen:

$$u = \sqrt{2 c_p (T_0 - T)}, \quad (6.51)$$

wobei hier die Anfangsbedingungen durch die Temperatur  $T_0$  und den Druck  $p_0$  des ruhenden Gases vor der Düse gegeben sind.

Damit ist sofort klar, dass die maximale Geschwindigkeit in der Düse erreicht wird, wenn die Temperatur  $T$  gleich Null ist:

$$u_{\max} = \sqrt{2 c_p T_0}. \quad (6.52)$$

Das Einsetzen von Gleichung (6.49) für die Wärmekapazität des perfekten Gases bei konstantem Druck führt dann zu:

$$u_{\max} = \sqrt{\frac{2 \kappa}{\kappa - 1} \frac{R T_0}{M}}. \quad (6.53)$$

Zur Berechnung der Schallgeschwindigkeit ist es nötig, zunächst die Entropie zu berechnen. Hierzu wird die kombinierte Gleichung (6.31) aus dem ersten und zweiten Hauptsatz der Thermodynamik und die Formel für die spezifische Enthalpie (6.44) miteinander kombiniert

$$T ds = c_p dT - v dp \stackrel{(6.39)}{=} c_p dT - R_s T \frac{dp}{p} \quad (6.54)$$

und dann durch Integration gelöst:

$$s_2 - s_1 = c_p \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - R_s \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right). \quad (6.55)$$

Ausgehend von Gleichung (6.29) kann auf die gleiche Art die folgende Gleichung gewonnen werden:

$$T ds = c_v dT + p dv \stackrel{(6.39)}{=} c_p dT - R_s T \frac{dv}{v}, \quad (6.56)$$

$$s_2 - s_1 = c_v \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + R_s \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right). \quad (6.57)$$

Hierbei ist wichtig, dass die spezifische Entropie keine absolute Größe ist, sondern nur die Differenz  $\Delta s = s_2 - s_1$  angegeben werden kann. Es ist jedoch möglich, Werte für Druck und Temperatur auszuwählen und von diesem Punkt aus die Entropie  $s$  zu berechnen:

$$s = s_1 + c_p \ln\left(\frac{T}{T_1}\right) - R_s \ln\left(\frac{p}{p_1}\right). \quad (6.58)$$

Für die Darstellung der Abbildung 6.1.20 wurde beispielsweise eine Temperatur von  $T_1 = 1$  K und ein Druck von  $p_1 = 20$  bar als Referenzpunkt  $s(p_1, T_1) = s_1 = 0$  verwendet.

Ausgehend von der Gleichung (6.55) kann die Schallgeschwindigkeit ermittelt werden. Die Definition der Schallgeschwindigkeit (6.32) erforderte die Ableitung des Drucks nach der Dichte bei konstanter Entropie zu bestimmen. Gleichung (6.55) lässt sich dann in der folgenden Form schreiben:

$$0 = c_p \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - R_s \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right). \quad (6.59)$$

Auflösen dieser Gleichung und Einsetzen von Gleichung (6.49) führt dann zu

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\kappa/(\kappa-1)}. \quad (6.60)$$

Gleiches kann auch ausgehend von Gleichung (6.57) gemacht werden, so dass sich die folgende Formel ergibt:

$$\frac{v_2}{v_1} = \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{-1/(\kappa-1)}. \quad (6.61)$$

Unter Ausnutzung der Relation  $\rho_2/\rho_1 = v_1/v_2$  können diese beiden Gleichungen zusammengefasst werden zu:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left( \frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^\kappa = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^\kappa = \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{\kappa/(\kappa-1)}. \quad (6.62)$$

Dementsprechend gilt dann

$$p = K \rho^\kappa, \quad (6.63)$$

wobei  $K$  für eine entsprechend zu wählende Konstante steht. Hieraus kann direkt die Schallgeschwindigkeit berechnet werden:

$$a = \sqrt{\left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s} = \sqrt{\frac{\kappa p}{\rho}} = \sqrt{\kappa R_s T}. \quad (6.64)$$

Mit der so gewonnenen Gleichung kann die Temperatur  $T^*$  am engsten Querschnitt der Düse berechnet werden:

$$a^* = u^* \Rightarrow \sqrt{\kappa R_s T^*} = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa-1}(T_0 - T^*)} \Rightarrow T^* = \frac{2}{\kappa+1} T_0. \quad (6.65)$$

Hiermit ergibt sich dann die folgende kritische Geschwindigkeit:

$$a^* = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa+1} R_s T_0}. \quad (6.66)$$

Für  $\kappa = 5/3$  bedeutet dies, dass die maximale Geschwindigkeit  $u_{\max}$  gerade doppelt so groß ist, wie die Geschwindigkeit  $a^*$  am engsten Querschnitt.

Aus der Kenntnis der kritischen Temperatur kann mithilfe der Adiabaten-Gleichungen (6.62) direkt der kritische Druck  $p^*$  und die kritische Dichte  $\rho^*$  bestimmt werden:

$$\frac{p^*}{p_0} = \left( \frac{2}{\kappa+1} \right)^{\kappa/(\kappa-1)}, \quad (6.67)$$

$$\frac{\rho^*}{\rho_0} = \left( \frac{2}{\kappa+1} \right)^{1/(\kappa-1)}. \quad (6.68)$$

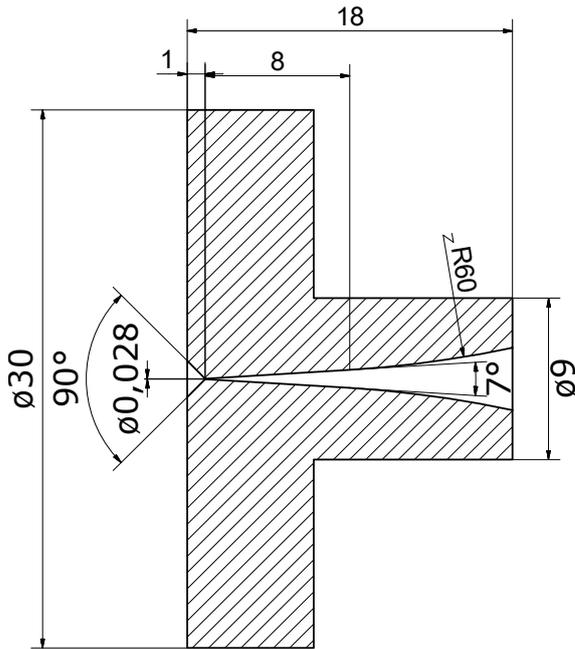


Abbildung 6.1.21.: Querschnitt durch die im Experiment benutzte Düse.

Ausgehend von diesen Gleichungen kann die Massenstromstärke  $\dot{m}$  gemäß Gleichung (6.36) berechnet werden:

$$\begin{aligned}\dot{m} &= A^* \rho_0 \left( \frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa + 1} R_s T_0} \\ &= A^* p_0 \left( \frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa + 1}{2(\kappa - 1)}} \sqrt{\frac{\kappa M}{R T_0}}.\end{aligned}\quad (6.69)$$

Hieraus kann direkt der Volumendurchfluss  $q_V$  unter Normalbedingungen (Druck  $p_N = 1,013\,25$  bar, Temperatur  $T_N = 273,15$  K) bestimmt werden [WAW88]:

$$q_V = \dot{m} \frac{R T_N}{p_N M} = A^* \frac{p_0}{\sqrt{M T_0}} \frac{T_N}{p_N} \left( \frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa + 1}{2(\kappa - 1)}} \sqrt{\kappa R}.\quad (6.70)$$

Diese Gleichung wird regelmäßig verwendet, um aus dem gemessenen Volumendurchfluss die kritische Fläche  $A^*$  und damit den Durchmesser des engsten Querschnitts zu bestimmen. Durch Vergleich mit dem per Mikroskop gemessenen Durchmesser ist es dann möglich, sowohl Leckagen in der Gasversorgung der Düse zu finden, als auch Blockaden derselben zu entdecken.

Bisher wurden zur Beschreibung der Gasströmung nur die Eigenschaften des verwendeten Gases verwendet. Im Folgenden wird zusätzlich auch die Geometrie der Düse benötigt. Daher muss hier kurz auf die im Experiment verwendete Düse eingegangen werden. Abbildung 6.1.21 zeigt den Querschnitt einer dieser Düsen. Alle in den Münsteraner Cluster-Jet-Targets verwendeten Düsen bestehen aus Kupfer und sind vor etwa 20 Jahren in den Werkstätten des CERN in Genf gefertigt worden. Der

konvergente Düseneinlass besteht aus einem Kegelstumpf mit einem Öffnungswinkel von  $90^\circ$ , der sich auf einer Länge von etwa einem Millimeter auf den Durchmesser des engsten Querschnitts, also des Düsenhalses, verjüngt. In Münster befinden sich Düsen mit verschiedenen minimalen Querschnitten im Bereich zwischen 11 und  $100\ \mu\text{m}$ , wobei im MCT2 bisher nur die Düse mit einem minimalen Durchmesser von  $28\ \mu\text{m}$  verwendet wurde. An den Düsenhals schließt sich der divergente Düsenaustritt an, der zunächst durch einen Kegelstumpf mit einer Länge von  $l = 8\ \text{mm}$  und einem Öffnungswinkel von  $\varphi = 7^\circ$  realisiert ist. Die verbleibenden neun Millimeter bis zum Düsenende öffnen sich trompetenförmig mit einem Radius  $R_K$  von etwa  $60\ \text{mm}$ . Der Radius  $r$  der Düsenöffnung als Funktion der Position  $z$  innerhalb der Düse, wobei sich der Düsenhals mit Radius  $R_H$  im Punkt  $z = 0$  befindet, kann durch die folgende Formel berechnet werden:

$$r(z) = \begin{cases} -z + R_H & \text{für } z \leq 0 \\ \tan(\varphi/2)z + R_H & \text{für } 0 < z \leq l \\ R_K - \sqrt{R_H^2 - (z - Z_K)^2} & \text{für } l < z \end{cases} . \quad (6.71)$$

Hierbei ist der Kreismittelpunkt des trompetenförmigen Teils des Düsenauslasses durch seinen Abstand  $Z_K$  vom Düsenhals und der Entfernung  $R_K$  zur Rotationsachse vorgegeben:

$$Z_K = l - R_K \sin(\varphi/2) \quad \text{und} \quad R_K = R_H + l \tan(\varphi/2) + R_K \cos(\varphi/2) . \quad (6.72)$$

Zur Berechnung der Positionsabhängigkeit der Gaseigenschaften ist es notwendig, die oben hergeleiteten Gleichungen numerisch zu lösen, da viele nicht analytisch invertierbar sind. Zu diesem Zweck wurde im Rahmen dieser Arbeit ein Programmpaket entwickelt, das genau diese Aufgabe löst und in der Programmiersprache C# unter Windows entwickelt wurde. Die erste interessante Eigenschaft ist die lokale Geschwindigkeit  $u(z)$  in der Düse. Vorgegeben werden hierbei die Gastemperatur  $T_0$  und der Gasdruck  $p_0$  vor der Düse. Für die Berechnung wird im Folgenden zunächst angenommen, dass im Düsenhals kritische Bedingungen, also eine Mach-Zahl von eins, erreicht werden. In diesem Fall ist die kritische Querschnittsfläche  $A^*$  gleich der Querschnittsfläche  $A_H = \pi R_H^2$  am engsten Punkt der Düse. Die Berechnung der Geschwindigkeit erfolgt dann in den folgenden Schritten:

1. Berechne den Radius  $r_z = r(z)$  und daraus den Düsenquerschnitt  $A_z = \pi r_z^2$
2. Berechne das Verhältnis  $A_z/A_H$  der lokalen Querschnittsfläche  $A_z$  zur Fläche am Düsenhals  $A_H$
3. Suche die Temperatur  $T_z$  bei der die folgende Gleichung erfüllt ist:

$$\frac{A_z}{A_H} = \frac{A(T_z)}{A^*} . \quad (6.73)$$

4. Bestimme  $u_z = u(T_z)$

Die beiden letzten Schritte sind hierbei nicht trivial zu lösen. Zur Temperatursuche wird hierbei eine im Rahmen dieser Arbeit in die Sprache C# portierte Version der Routine `zeroin`<sup>1</sup> verwendet, die die Brent-Methode [Pre<sup>+</sup>07] zur Nullstellensuche implementiert. Die Grenzen des Suchbereichs sind hierbei abhängig davon, ob sich die Position im konvergenten oder im divergenten Teil der Düse befindet. Im konvergenten Teil, in dem eine Unterschallströmung vorliegt, muss die Temperatur im Bereich zwischen der kritischen Temperatur  $T^*$  und der Stagnationstemperatur  $T_0$  liegen, während im divergenten Teil, die Temperatur zwischen der minimal möglichen Temperatur  $T_{\min}$  und der der kritischen Temperatur  $T^*$  liegt. Für eine beliebige Temperatur  $T$  im durchsuchten Temperaturbereich wird das Flächenverhältnis hierbei mit Hilfe einer modifizierten Form der Kontinuitätsgleichung (6.37) berechnet:

$$\frac{A(T)}{A^*} = \frac{\rho^* u^*}{\rho(T) u(T)}. \quad (6.74)$$

Die hierfür benötigte Dichte  $\rho(T)$  wird hierbei wiederum durch Nullstellensuche gefunden, indem ausgenutzt wird, dass die Gasströmung isentrop erfolgt. Damit kann dann diejenige Dichte gefunden werden, für die die Entropie  $s(T, \rho)$  gleich der Entropie vor der Düse  $s_0 = s(p_0, T_0)$  ist. Aus der so gefundenen Dichte kann dann die Enthalpie  $h(T, \rho)$  und hieraus mit Hilfe von Gleichung (6.35) die ebenfalls benötigte lokale Geschwindigkeit  $u(T)$  berechnet werden. Mit der gleichen Methode kann dann, in Schritt 4, aus der gefundenen lokalen Temperatur  $T_z$  die lokale Geschwindigkeit  $u_z$  bestimmt werden.

In der Abbildung 6.1.22 ist der, mit der beschriebenen Methode berechnete, Geschwindigkeitsverlauf innerhalb der CERN-Düse für zwei verschiedene Anfangsbedingungen gezeigt: zum einen die Expansion ausgehend von einer Gastemperatur von  $T_0 = 50$  K und zum anderen die Expansion ausgehend von einer Temperatur von 25 K. Bei beiden Kurven wird ein Gasdruck von  $p_0 = 10$  bar vor der Düse angenommen. Die jeweilige theoretische Maximalgeschwindigkeit ist hierbei als eine waagerechte gestrichelte Linie angezeigt. Die eingefügte Abbildung zeigt eine Vergrößerung des abgebildeten kompletten Düsenprofils. Es ist gut erkennbar, dass die Geschwindigkeit nach dem Düsenhals innerhalb von wenigen Millimetern nur noch wenige Prozent unterhalb der maximal möglichen Geschwindigkeit liegt.

Die Erkenntnis, dass die Gasgeschwindigkeit wenige Millimeter hinter dem engsten Querschnitt sehr nahe an der Maximalgeschwindigkeit liegt, lässt unmittelbar darauf schließen, dass auch die Temperatur nahe dem Temperaturnullpunkt sein muss, da bei diesem die Maximalgeschwindigkeit auftritt. Dies ist in der Abbildung 6.1.23 gut erkennbar, in der sowohl die lokale Temperatur als auch die lokale Dichte als Funktion der Position dargestellt sind. Die oberen Graphen in diesem Bild zeigen jeweils eine Vergrößerung des darunter abgebildeten kompletten Düsenprofils.

In der Einleitung zu diesem Kapitel wurde bereits erläutert, wie sich die mittlere Geschwindigkeit der Cluster aus der des Gases ergibt: das expandierende Gas

---

<sup>1</sup><http://www.netlib.org/go/zeroin.f>

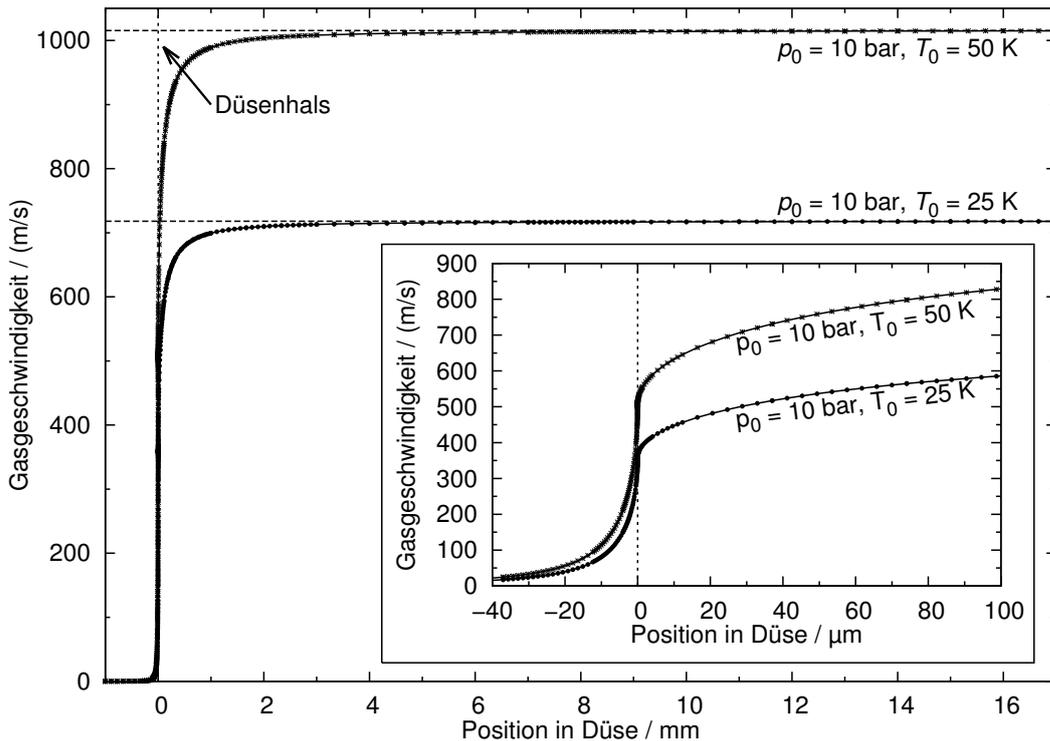


Abbildung 6.1.22.: Lokale Geschwindigkeit des perfekten Gases in der CERN-Düse.

kondensiert zu immer größeren Clustern, bis die Clustermasse so groß ist, dass weitere Stöße mit Gasmolekülen die Geschwindigkeit nicht mehr signifikant ändern. Die geringe Temperatur, die für die Kondensation benötigt wird, liegt gemäß den gezeigten Berechnungen bereits wenige Millimeter hinter dem Düsenhals vor, so dass davon ausgegangen werden kann, dass der Ausfrierpunkt wenige Millimeter hinter dem Düsenhals liegt. Da sich, wie bereits beschrieben, an diesem Punkt die mittlere Geschwindigkeit nicht mehr signifikant von der maximalen Geschwindigkeit  $v_{\max}$  unterscheidet, kann davon ausgegangen werden, dass die Cluster im Mittel diese Geschwindigkeit besitzen.

Aufgrund der Kontinuitätsgleichung sinkt mit zunehmender Geschwindigkeit und gleichzeitig zunehmender Querschnittsfläche die Dichte, so dass der Massenfluss im gesamten Düsenprofil konstant bleibt. Die mit zunehmender Entfernung vom engsten Querschnitt abnehmenden Werte von Temperatur und Dichte führen, entsprechend der Zustandsgleichung, zu einem sinkenden Druck. In der Abbildung 6.1.24, in der der lokale Druck als Funktion der Position abgebildet ist, ist dies gut zu erkennen. Der eingefügte Graph zeigt hierbei eine Vergrößerung des abgebildeten kompletten Düsenprofils.

Der berechnete Druck sinkt von 10 bar vor der Düse auf etwa  $10^{-4}$  mbar am Ende der Düse. Diese Rechnung berücksichtigt jedoch in keiner Weise die Umgebungsbedingungen in der Vakuumkammer in die die Düse mündet. Aufgrund der Saugleistung

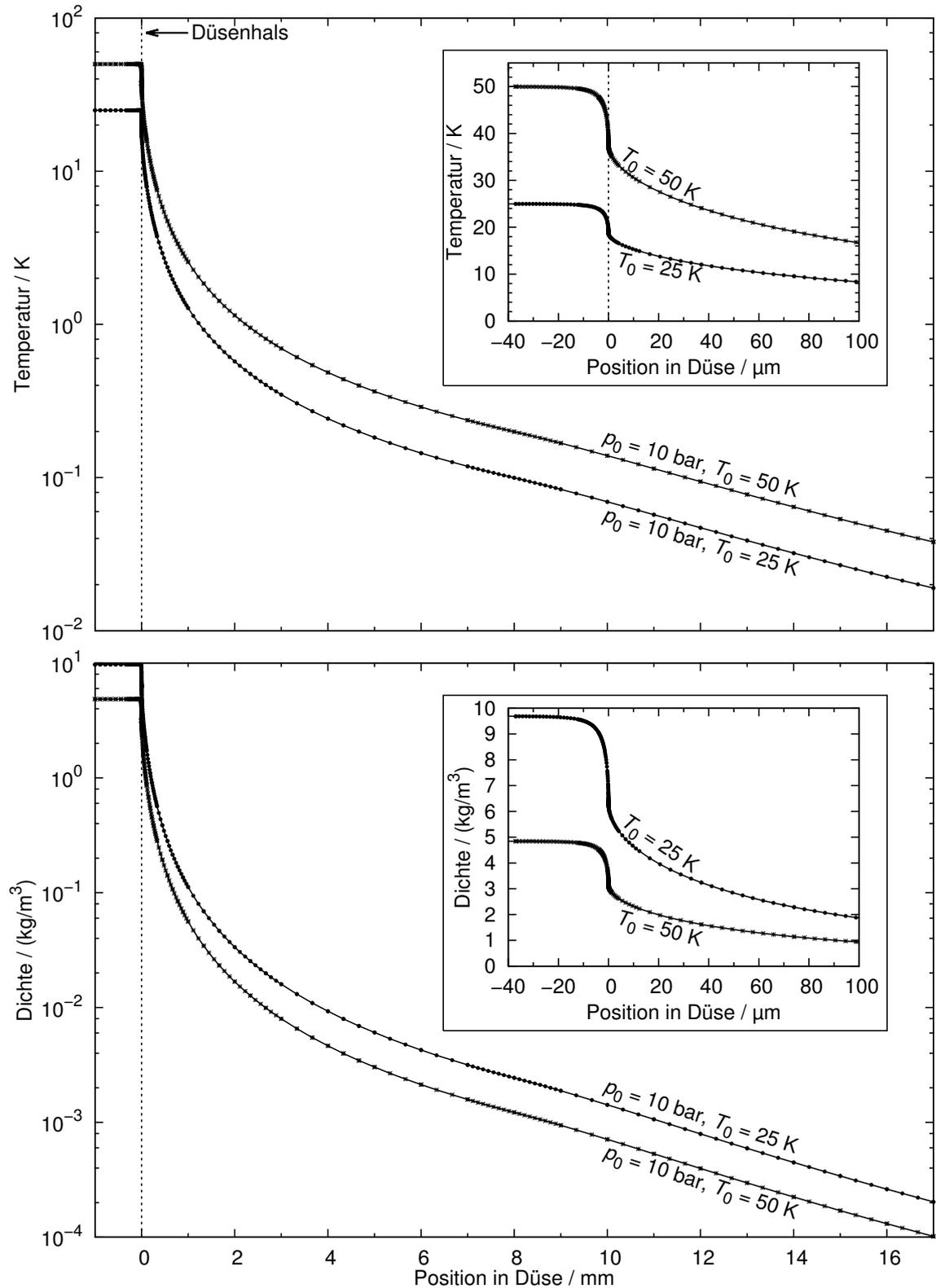


Abbildung 6.1.23.: Lokale Temperatur (oben) und lokale Dichte (unten) des perfekten Gases in der CERN-Düse.

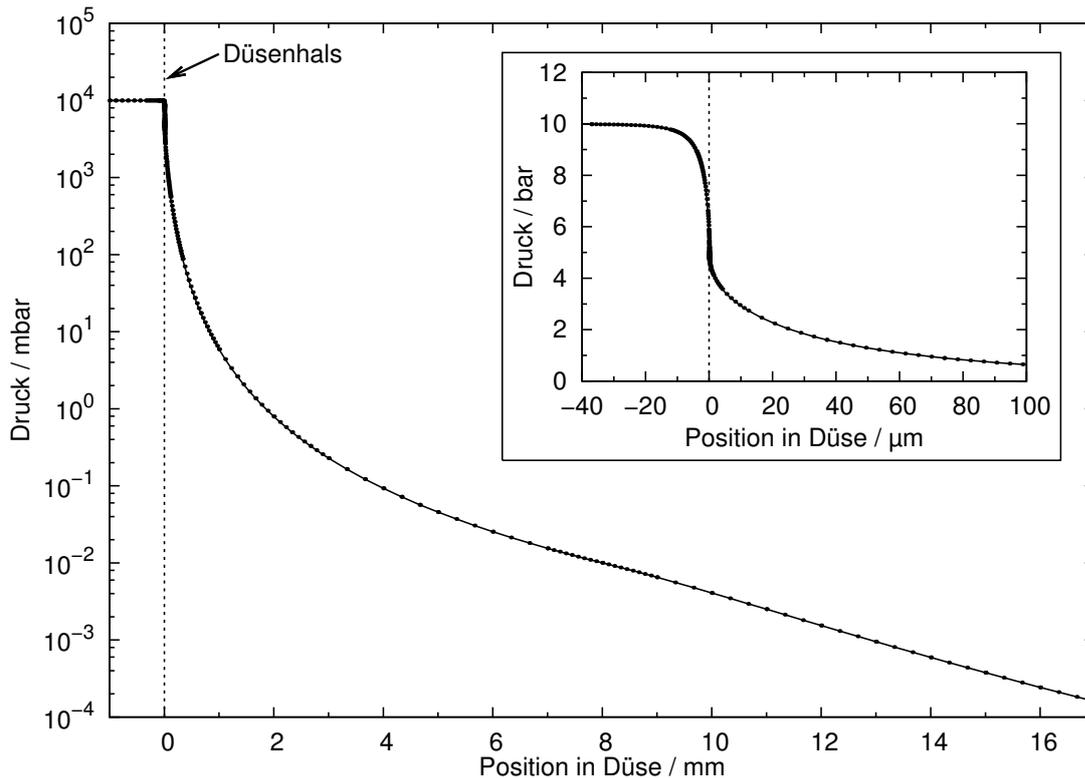


Abbildung 6.1.24.: Lokaler Druck des perfekten Gases in der CERN-Düse.

der an diese Kammer angeschlossenen Pumpen wird sich in dieser Kammer und damit am Ende der Düse ein Druck einstellen, der nicht dem berechneten Druck entsprechen muss, sondern im Fall des Cluster-Jet-Targets in der Regel im Bereich zwischen  $10^{-2}$  mbar und  $10^{-1}$  mbar liegt. Die Expansion des Gases wird durch diesen Druck  $p_e$  dementsprechend beeinflusst. Im folgenden Abschnitt wird daher dieser Einfluss näher diskutiert werden.

### 6.1.3.5. Schockwellen in der Düsenströmung

Im Folgenden wird davon ausgegangen, dass der Druck am Ende der Düse  $p_e$  durch die Bedingungen in der Kammer gegeben sind, in der die Düse mündet. Ist dieser Druck größer oder gleich dem Druck  $p_0$  vor der Düse, gilt also  $p_e \geq p_0$ , so kann keine Gasströmung stattfinden, die Geschwindigkeit in der gesamten Düse ist gleich Null. Wird der Enddruck leicht verringert, führt der entstehende Druckgradient entsprechend des Impulserhaltungssatzes (6.24) zu einer Gasströmung, die zunächst jedoch im gesamten Düsenbereich Geschwindigkeiten aufweist, die unter der Schallgeschwindigkeit liegen. Aufgrund der Flächen-Geschwindigkeits-Beziehung (6.34) ist die Geschwindigkeit jedoch nicht konstant, sondern steigt bis zum engsten Querschnitt an und wird danach bis zum Düsenende wieder geringer.

Für den Fall, dass im divergenten Teil der Düse Überschallgeschwindigkeit erreicht wird, gibt es genau eine Lösung für die Gleichungen, die die isentrope Düsenströmung beschreiben. Im Gegensatz dazu, gibt es für den Fall, dass die Geschwindigkeit in der gesamten Düse unterhalb der Schallgeschwindigkeit bleibt, für jede beliebige Kombination aus dem Druck  $p_0$  vor und dem Druck  $p_e$  hinter der Düse, eine entsprechende Lösung der Gleichungen.

Wird der Enddruck weiter abgesenkt findet sich schließlich ein Druck, bei dem am engsten Querschnitt exakt die Schallgeschwindigkeit erreicht wird. In dieser Situation ist die Geschwindigkeit im Rest der Düse jedoch weiterhin kleiner als die Schallgeschwindigkeit. Sinkt der Druck weiter, so ist die Geschwindigkeit direkt nach der Düse größer als die Schallgeschwindigkeit und es gibt eigentlich nur die oben berechnete Lösung der Gleichungen. Da diese Lösung jedoch zu einem Druck am Düsenende führen würde, der deutlich kleiner als der wirkliche Druck ist, muss die Strömung an einem bestimmten Punkt innerhalb der Düse wieder subsonisch werden, so dass der Druck wieder auf den eingestellten Druck ansteigen kann. Dieser Übergang zwischen supersonischer zu subsonischer Strömung erfolgt abrupt und nennt sich Verdichtungsstoß.

Zur Berechnung der Bedingungen hinter dem Verdichtungsstoß, im Folgenden mit Index 2 markiert, aus den Bedingungen vor dem Stoß (Index 1), werden wieder die bereits hergeleiteten Gleichungen der Kontinuitätsgleichung (6.17), der Impulserhaltung (6.23) und der Energieerhaltung (6.21) benötigt, die hier noch einmal wiederholt sind:

$$\rho_1 u_1 A_1 = \rho_2 u_2 A_2, \quad ((6.17))$$

$$p_1 A_1 + \rho_1 u_1^2 A_1 + \int_{A_1}^{A_2} p \, dA = p_2 A_2 + \rho_2 u_2^2 A_2, \quad ((6.23))$$

$$h_1 + \frac{u_1^2}{2} = h_2 + \frac{u_2^2}{2}. \quad ((6.21))$$

Im Fall des Verdichtungsstoßes vereinfachen sich die beiden ersten Gleichungen jedoch, da der Bereich, in dem der Stoß stattfindet, als infinitesimal dünn angenommen wird, so dass die beiden Flächen  $A_1$  und  $A_2$  gleich groß sind:

$$\begin{aligned} & \rho_1 u_1 = \rho_2 u_2 \\ \Rightarrow & \quad u_2 = \frac{\rho_1 u_1}{\rho_2}, \end{aligned} \quad (6.75)$$

$$p_1 + \rho_1 u_1^2 = p_2 + \rho_2 u_2^2. \quad (6.76)$$

Einsetzen von Gleichung (6.75) in die Gleichung (6.76) beziehungsweise in Gleichung (6.21) ergibt dann die folgenden beiden Gleichungen:

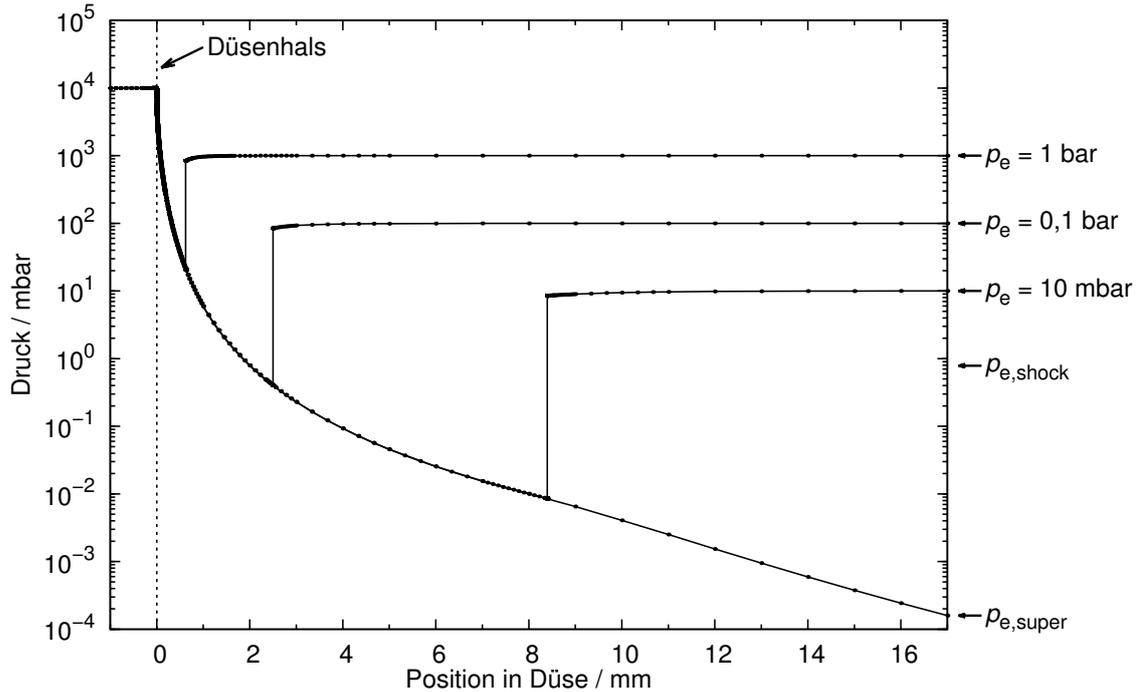
$$p(\rho_2, T_2) = p_2 = p_1 + \rho_1 u_1^2 \left( 1 - \frac{\rho_1}{\rho_2} \right), \quad (6.77)$$

$$h(\rho_2, T_2) = h_2 = h_1 + \frac{u_1^2}{2} \left[ 1 - \left( \frac{\rho_1}{\rho_2} \right)^2 \right]. \quad (6.78)$$

Diese Gleichungen gelten wiederum für alle Gase. Um dieses Gleichungssystem für die unbekannte Temperatur  $T_2$  und Dichte  $\rho_2$  zu lösen, wird im oben erwähnten Programmpaket, eine im Rahmen dieser Arbeit geschriebene C#-Portierung der FORTRAN-Routine CONLES [Sha86] verwendet, deren Algorithmus sich dadurch auszeichnet, dass er die Definition von Einschränkungen (hier  $\rho_2 > \rho_1$  und  $T_2 > T_1$ ) erlaubt, die den Lösungsbereich auf einen physikalisch sinnvollen Bereich beschränken.

Aus den so berechneten Werten nach dem Verdichtungsstoß wird dann die Entropie  $s_2 = s(T_2, \rho_2)$  hinter dem Stoß ermittelt. Hierdurch kann dann die isentrope Expansion in diesem Bereich berechnet werden, indem aus der Entropie  $s_2$ , der Enthalpie  $h_2$  und der Geschwindigkeit  $u_2$  nach dem Verdichtungsstoß die Stagnationsbedingungen berechnet werden. Diese Stagnationsbedingungen unterscheiden sich aufgrund der durch den Verdichtungsstoß geänderten Entropie natürlich von denen der Strömung vor dem Stoß. Aus diesen Stagnationsbedingungen können dann wieder die Bedingungen am kritischen Punkt berechnet werden. Hierbei ist wichtig, dass die Fläche  $A_2^*$  am kritischen Punkt nicht mehr mit der Fläche des Düsenhalses übereinstimmt. Damit an einer beliebigen Position der Düse, die sich zwischen der Position des Verdichtungsstoßes und dem Düsenende befindet, die Strömungsbedingungen nach dem oben beschriebenen Verfahren berechnet werden können, muss hier zur Ermittlung des benötigten Flächenverhältnisses  $A/A_2^*$  zwischen der lokalen Fläche  $A$  und der kritischen Fläche  $A_2^*$  ein neuer Weg beschritten werden. In der bisherigen Diskussion war die kritische Fläche bekannt und entsprach der geometrischen Fläche des Düsenhalses. Hinter dem Verdichtungsstoß sind jedoch nur noch die Parameter der Gasströmung bekannt. Mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung (6.17) ist es jedoch möglich, das gesuchte Flächenverhältnis zu bestimmen. Hierfür wird zunächst ausgenutzt, dass die geometrische Fläche  $A_1 = A_2$ , an der der Verdichtungsstoß auftritt, bekannt ist. Aus der kritischen Dichte  $\rho_2^*$ , der kritischen Geschwindigkeit  $u_2^*$  sowie der Dichte  $\rho_2$  und der Geschwindigkeit  $u_2$  hinter dem Verdichtungsstoß kann mittels der Kontinuitätsgleichung das Flächenverhältnis  $A_2/A_2^*$  zwischen der geometrischen Fläche am Ort des Verdichtungsstoßes und der unbekanntenen Fläche am kritischen Punkt berechnet werden:

$$\frac{A_2}{A_2^*} = \frac{\rho_2^* u_2^*}{\rho_2 u_2}. \quad (6.79)$$



**Abbildung 6.1.25.:** Lokaler Gasdruck als Funktion der Position in der CERN Düse bei drei verschiedenen extern vorgegebenen Enddrücken von 1 bar, 0,1 bar und 0,01 bar. Die beiden speziellen Enddrücke  $p_{e,shock}$  und  $p_{e,super}$  sind im Text näher erläutert.

Hieraus lässt sich, zusammen mit der bekannten geometrischen Fläche  $A_e$  am Ende der Düse, das folgende Flächenverhältnis berechnen:

$$\frac{A_e}{A_2^*} = \frac{A_e}{A_2} \frac{A_2}{A_2^*}. \quad (6.80)$$

Ausgehend von diesem Flächenverhältnis ergibt sich dann für eine beliebige Fläche  $A$  das gesuchte Verhältnis  $A/A_2^*$  zu:

$$\frac{A}{A_2^*} = \frac{A}{A_e} \frac{A_e}{A_2^*}. \quad (6.81)$$

Mit Hilfe von dieser Gleichung kann nach dem oben beschriebenen Verfahren die Bedingungen an jedem Punkt hinter dem Ort des Verdichtungsstoßes und dem Ende der Düse ermittelt werden.

In der Abbildung 6.1.25 ist der mit dieser Methode berechnete Druckverlauf in der Düse bei verschiedenen, extern vorgegebenen, Enddrücken  $p_e$  gezeigt. Bei den hier verwendeten Bedingungen vor der Düse von  $p_0 = 10$  bar und  $T_0 = 50$  K ist bei Enddrücken zwischen etwa 9,999 999 989 bar und 10 bar die Strömung in der gesamten Düse subsonisch. Wird der externe Druck weiter abgesenkt, so entwickelt sich hinter dem Düsenhals zunächst eine Überschallströmung. An einer bestimmten

Stelle tritt dann, wie in der Abbildung gezeigt, ein Verdichtungsstoß auf, so dass nach diesem Punkt die Strömung wieder subsonisch ist und am Düsenende exakt der extern vorgegebene Druck erreicht wird. Die Position des Verdichtungsstoßes kann berechnet werden, indem durch Nullstellensuche die Position ermittelt wird, bei der die resultierende Unterschallströmung hinter dem Verdichtungsstoß zu einem lokalen Druck am Ende der Düse führt, der gleich dem vorgegebenen externen Druck ist. Mit abnehmendem externem Druck verschiebt sich diese Position immer weiter in Richtung des Düsenendes. Bei einem externen Druck  $p_{e,shock}$ , der in diesem Beispiel einen Wert von etwa 0,79 mbar hat, befindet sich der Verdichtungsstoß schließlich am Ende der Düse. Wird der externe Druck weiter vermindert, so tritt der Verdichtungsstoß außerhalb der Düse auf. Die einzige Ausnahme tritt auf, wenn der externe Druck exakt dem Druck bei freier Überschallströmung, wie im letzten Abschnitt dargestellt, entspricht. In diesem Fall tritt überhaupt kein Verdichtungsstoß auf. Bei den hier betrachteten Anfangsbedingungen ist dieser Druck etwa gleich  $p_{e,super} = 1,6 \times 10^{-4}$  mbar.

Im Falle der Münsteraner Cluster-Jet-Targets ist der maximale Betriebsdruck in der Skimmerkammer etwa  $10^{-1}$  mbar, so dass es bei diesem Target zu keinem Verdichtungsstoß innerhalb der Düse kommt, sondern in der Skimmerkammer. Zur Berechnung der Position dieses Verdichtungsstoßes ist eine dreidimensionale Berechnung für die Strömung in der Düse und der Kammer nötig, die den Rahmen dieser Arbeit jedoch weit übersteigt.

In Abbildung 6.1.26 ist die lokale Geschwindigkeit des Gases in Abhängigkeit der Position innerhalb der Düse für verschiedene externe Drücke am Düsenende aufgetragen. Es ist gut erkennbar, dass durch die Verdichtungsstöße das Gas stark verlangsamt wird und, wie bereits erwähnt, Unterschallgeschwindigkeit erreicht.

Die lokale Gastemperatur als Funktion der Position ist in Abbildung 6.1.27 dargestellt. Durch die Verdichtungsstöße wird das Gas stark erwärmt und verlässt dadurch die Düse fast mit der gleichen Temperatur, mit der es in die Düse eintritt.

Wie bereits erwähnt ist der Druck in der Skimmerkammer so gering, dass im Fall der Cluster-Jet-Targets kein Verdichtungsstoß innerhalb der Düse auftritt, so dass jeweils die in den Abbildungen gezeigte Kurve für die freie Expansion gilt.

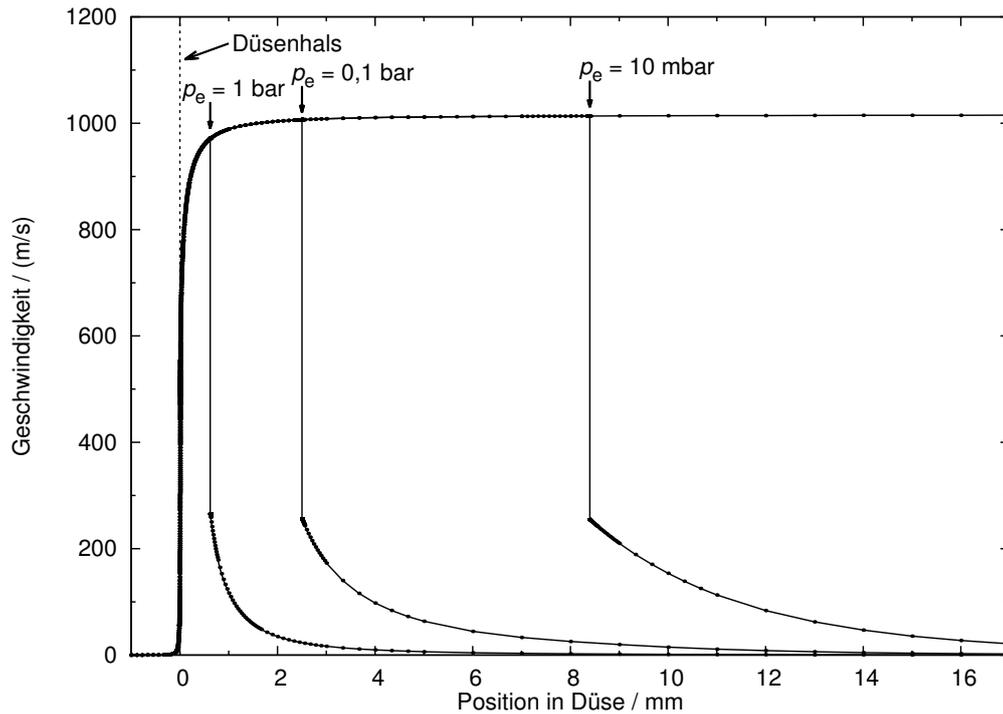


Abbildung 6.1.26.: Lokale Geschwindigkeit als Funktion der Position in der CERN Düse bei verschiedenen extern vorgegebenen Enddrücken.

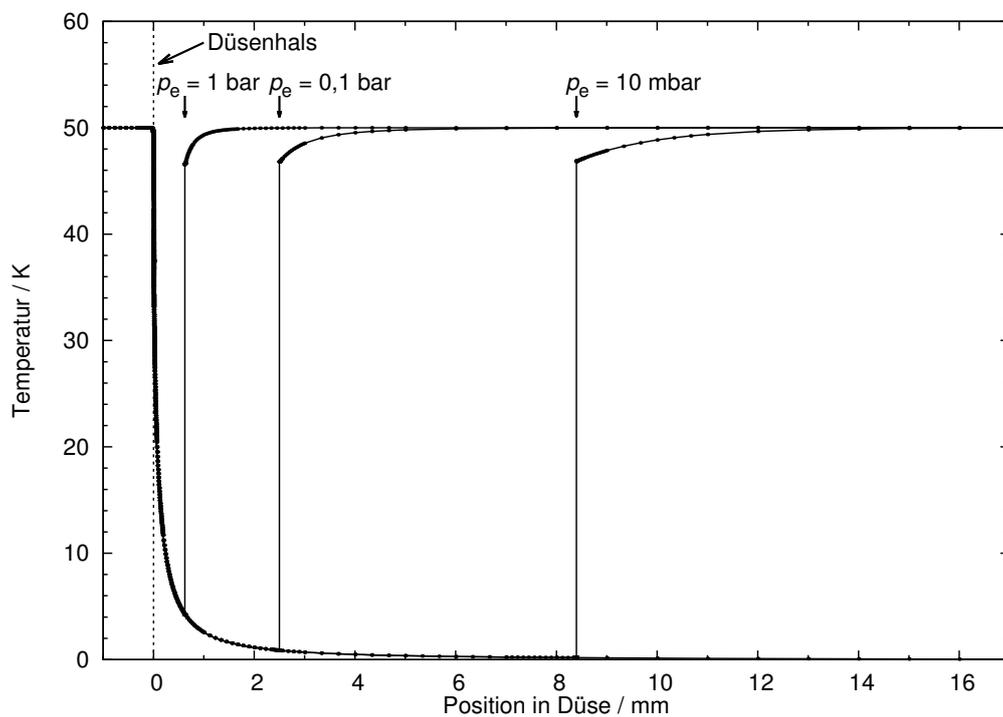
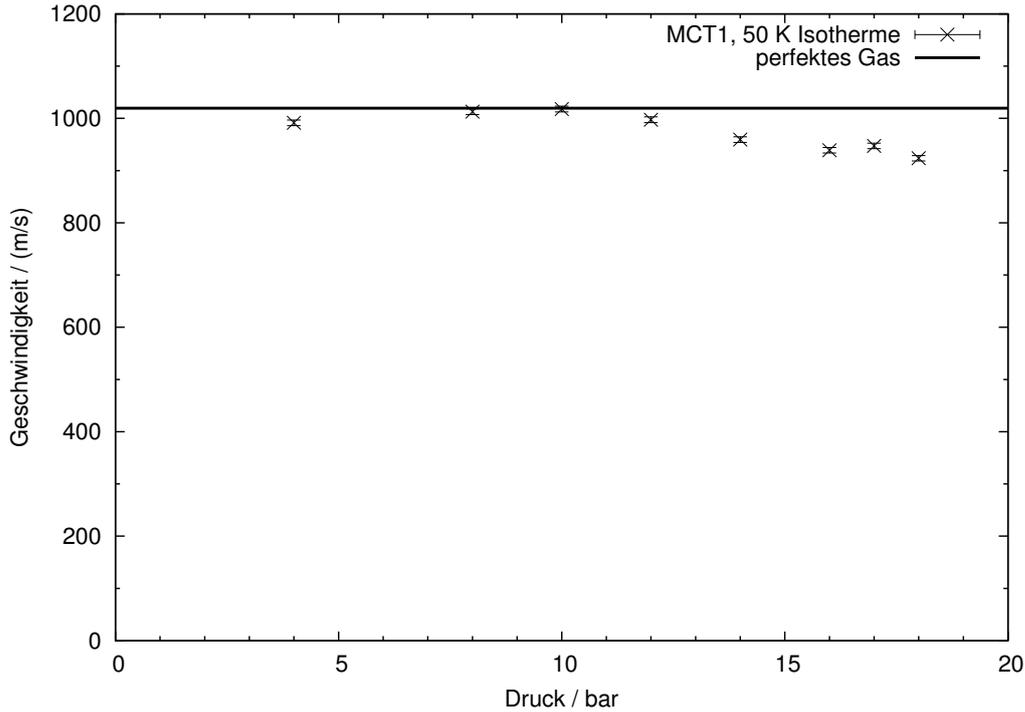


Abbildung 6.1.27.: Lokale Temperatur des Gases als Funktion der Position in der CERN Düse bei verschiedenen extern vorgegebenen Enddrücken.



**Abbildung 6.1.28.:** Mittlere Clustergeschwindigkeit als Funktion des Gasdrucks vor der Düse bei konstanter Gastemperatur von 50 K.

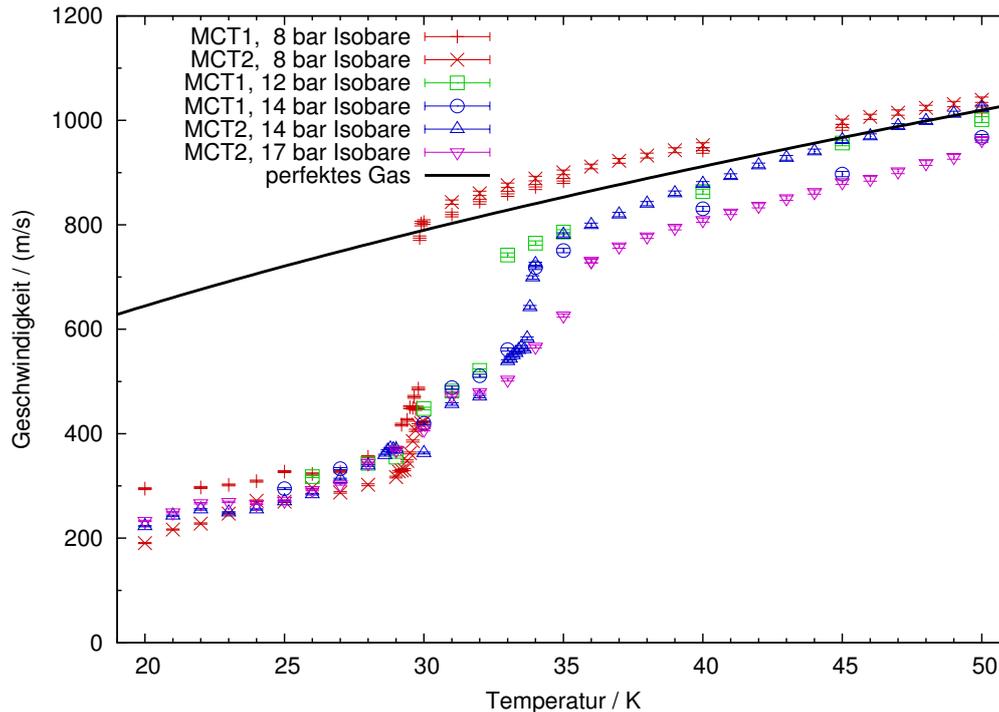
#### 6.1.4. Vergleich zwischen der Simulation des perfekten Gases und dem Experiment

Ausgehend von den vorgestellten Berechnungen können zwei Größen direkt mit den gemessenen Daten verglichen werden. Dies ist zum einen die mittlere Geschwindigkeit, die durch die Formel (6.53) gegeben ist und zum anderen der Volumenstrom, der mit Hilfe der Gleichung (6.70) berechnet werden kann. Beide Gleichungen sind hier noch einmal wiedergegeben:

$$u_{\max} = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa-1} \frac{RT_0}{M}}, \quad ((6.53))$$

$$q_V = \dot{m} \frac{RT_N}{p_N M} = A^* \frac{p_0}{\sqrt{MT_0}} \frac{T_N}{p_N} \left( \frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{\kappa+1}{2(\kappa-1)}} \sqrt{\kappa R}. \quad ((6.70))$$

Die mittlere Geschwindigkeit sollte demnach ausschließlich von der Temperatur  $T_0$ , aber nicht vom Druck  $p_0$  abhängen. In der Abbildung 6.1.28 ist ein Vergleich zwischen der theoretischen Berechnung und den Messungen bei einer konstanten Temperatur von 50 K dargestellt. Die am MCT1 durchgeführten Messungen werden durch das theoretische Modell gut beschrieben, wobei die gemessenen Cluster-Geschwindigkeiten, bei Drücken oberhalb von etwa 12 bar, um bis zu 10 % kleiner als die theoretisch berechneten Geschwindigkeiten sind.



**Abbildung 6.1.29.:** Mittlere Clustergeschwindigkeit als Funktion der Gastemperatur vor der Düse für verschiedene Isobaren (MCT2-Reihen basierend auf Messwerten von Frau Köhler [Köh10]).

In der Abbildung 6.1.29 sind die Daten aller gemessenen Isobaren zusammen mit der theoretischen Vorhersage aufgetragen. Bei Temperaturen oberhalb von etwa 35 K werden die gemessenen Geschwindigkeiten noch relativ gut von der theoretischen Kurve beschrieben. Unterhalb dieser Temperatur sind die mittleren Geschwindigkeiten jedoch bis zu einem Faktor von drei kleiner als die berechneten Geschwindigkeiten.

Die zweite Observable, die sowohl berechnet als auch im Experiment gemessen werden kann, ist der Gasfluss durch die Düse. Die Messung kann hierbei mit Hilfe eines Durchflussmessers erfolgen, der den Volumendurchfluss des gereinigten Gases bei Normalbedingungen misst. In der Abbildung 6.1.30 sind die am MCT1 gemessenen Durchflüsse als Funktion des Gasdrucks bei konstanter Gastemperatur von 50 K aufgetragen. Der geringe und fast konstante Unterschied zwischen den gemessenen und den berechneten Werten kann hierbei vollkommen durch eine Verschiebung des Nullpunkts des gemessenen Volumenflusses erklärt werden.

In der Abbildung 6.1.31 sind der Volumendurchfluss und der Skimmerkammerdruck als Funktion der Gastemperatur bei konstantem Gasdruck von 12 bar dargestellt. Da die Saugleistung des verwendeten Pumpensystems und die systematischen Unsicherheiten der Druck- und Durchflussmessung druck- bzw. durchflussabhängig sind, sind Durchfluss und Druck nur jeweils in einem Teilbereich proportional zueinander.

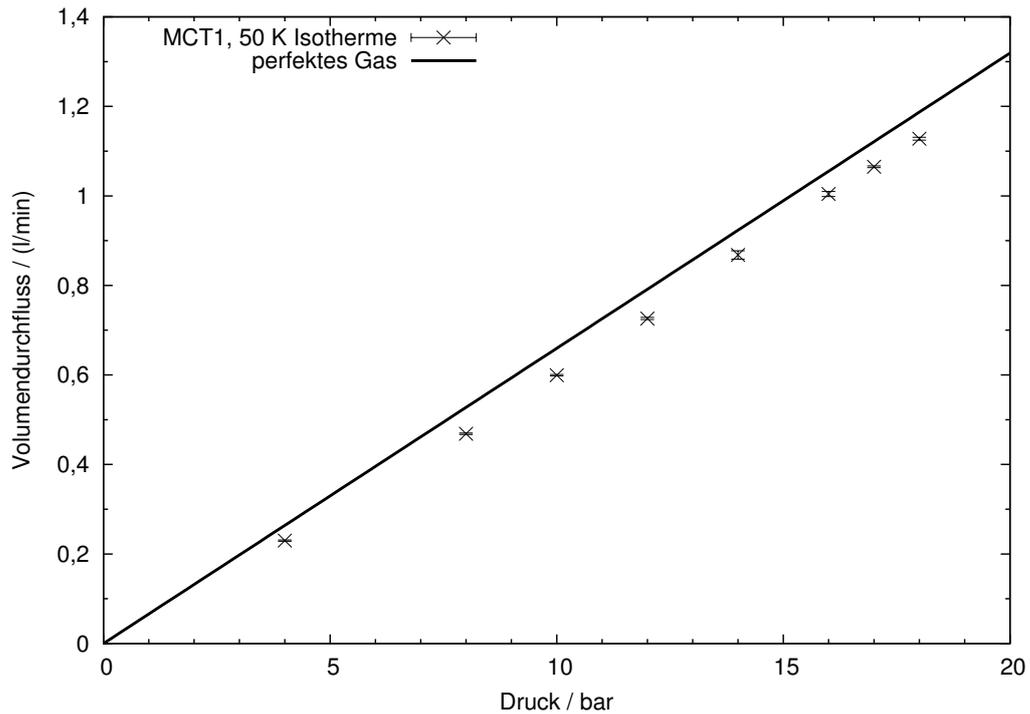


Abbildung 6.1.30.: Volumenfluss als Funktion des Gasdrucks vor der Düse bei konstanter Gastemperatur von 50 K.

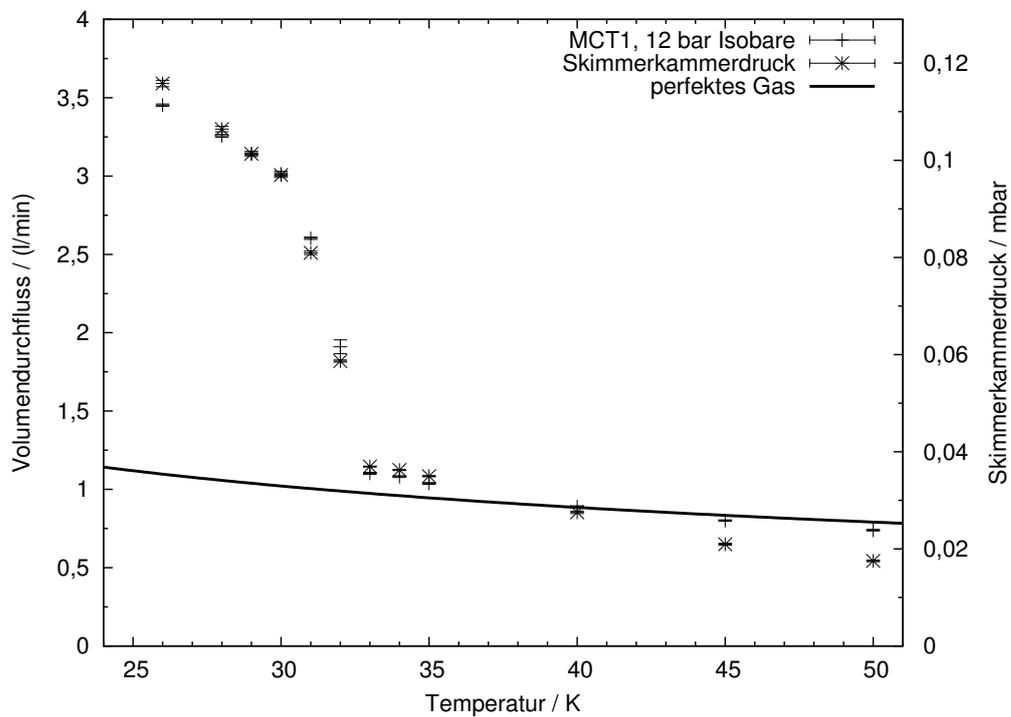


Abbildung 6.1.31.: Volumenfluss und Skimmerkammerdruck als Funktion der Gastemperatur vor der Düse bei konstantem Gasdruck von 12 bar.

In der oben gezeigten Abbildung wurde die Achse mit dem Skimmerkammerdruck so skaliert, dass für hohe Durchflüsse die gemessenen Werte mit den Datenpunkten der Durchflussmessung gut übereinstimmen. Es zeigt sich, dass mit dieser Skalierung Druck- und Durchflussmessung selbst bei kleinen Durchflüssen noch gut übereinstimmen. Oberhalb von etwa 33 K können die gemessenen Daten noch gut mit dem Modell des perfekten Gases beschrieben werden. Unterhalb von dieser Temperatur steigt der Durchfluss des Gases durch die zur Düse führenden Gasleitung jedoch rasch innerhalb von wenigen Kelvin stark an, wobei der Anstieg bei noch geringeren Temperaturen wieder flacher wird. Im Bereich zwischen 25 und 30 K fließt dann etwa dreimal so viel Gas zur Düse, wie vom Modell des perfekten Gases vorhergesagt wird. Dieses Gas gelangt auch komplett in die Skimmerkammer wie der direkt proportionale Verlauf zwischen Skimmerkammerdruck und Durchfluss im Temperaturbereich zwischen 25 und 40 K zeigt. Aus dem Proportionalitätsfaktor kann auch direkt das Saugvermögen  $S = q_{pV}/p$  berechnet werden, wobei sich ein Wert von etwa  $1850 \text{ m}^3/\text{h}$  ergibt, der, unter Berücksichtigung der Leitwerte der Vakuumrohre, bei einer angeschlossenen Wälzkolbenpumpe mit einer Nennsaugleistung von  $3000 \text{ m}^3/\text{h}$  absolut plausibel erscheint.

Die zur Berechnung des Volumendurchflusses benutzte Formel (6.70) beschreibt im gasförmigen Bereich des Phasendiagramms die beobachteten Daten so gut, dass sie im Laborbetrieb genutzt wird um den kritischen Querschnitt  $A^*$  und damit den Durchmesser der Düse zu berechnen ( $d = 2 \sqrt{A^*/\pi}$ ). Durch Vergleich mit dem geometrischen Durchmesser des engsten Querschnitts der Düse können so direkt Verstopfungen oder Undichtigkeiten der Düse und des davor liegenden Gassystems erkannt werden.

Die Messung an anderen Targets (siehe beispielsweise [All<sup>+</sup>98]) wurden alle im Bereich oberhalb von etwa 35 K gemacht und konnten daher gut mit dem dargestellten Modell des perfekten Gases beschrieben werden. Das Phasendiagramm von Wasserstoff (siehe Abbildung 6.1.1) zeigt jedoch, dass in diesem Temperaturbereich der Wasserstoff vor der Düse noch gasförmig ist. Bei kleineren Temperaturen, die in den Münsteraner Cluster-Jet-Targets benutzt werden, kann der Wasserstoff jedoch, wenn er nicht als unterkühltes Gas auftritt, auch flüssig vorliegen. Aus diesem Grund wird im nächsten Abschnitt das Van-der-Waals-Modell vorgestellt und die aus diesem Modell resultierenden Geschwindigkeiten mit den beobachteten Daten verglichen.

### 6.1.5. Reales Wasserstoffgas

Da es sich, wie im letzten Abschnitt beschrieben, gezeigt hat, dass im Bereich der flüssigen und überkritischen Phase die Daten nicht mit dem Modell des perfekten Gases beschrieben werden können, muss das Modell entsprechend erweitert werden. Zunächst macht es Sinn, die bisher vernachlässigte Temperaturabhängigkeit der betrachteten Wärmekapazitäten näher zu betrachten.

### 6.1.5.1. Wärmekapazität des idealen Wasserstoffs

Die Wärmekapazität von Wasserstoff weist eine bedeutende Besonderheit auf. Aufgrund des Kernspins der Wasserstoffatome von  $1/2$  können die zweiatomigen Wasserstoffmoleküle in zwei verschiedenen Spinkonfigurationen auftreten [HW06]. Zum einen können die Kernspins entgegengesetzt zu einander gerichtet sein, so dass der Gesamtspin des Moleküls gleich Null ist. Dieser Singulett-Zustand wird als Para-Wasserstoff ( $p\text{-H}_2$ ) bezeichnet. Die zweite Konfiguration, bei dem die beiden Kernspins parallel angeordnet sind, bildet einen Triplett-Zustand, der Ortho-Wasserstoff ( $o\text{-H}_2$ ) genannt wird. Bei Raumtemperatur liegen die beiden Zustände in einem Verhältnis von 1:3 vor, also 75 % Ortho-Wasserstoff und 25 % Para-Wasserstoff. Dieser Gleichgewichtszustand wird Normal-Wasserstoff ( $n\text{-H}_2$ ) genannt. Bei tiefsten Temperaturen ist nur Para-Wasserstoff stabil, da, wie gleich gezeigt wird, beim Ortho-Wasserstoff mindestens ein Rotationsquant angeregt ist. Bei diesen Temperaturen wandelt sich der Ortho-Wasserstoff durch das Umklappen eines der Kernspins in Para-Wasserstoff um. In Abwesenheit von speziellen Katalysatoren ist dieser Prozess jedoch sehr langsam ([HW06] nennt hier Jahre als Größenordnung), so dass beim Cluster-Jet-Target davon ausgegangen werden kann, dass selbst in der kalten Düse der verwendete Wasserstoff in der Form von Normal-Wasserstoff vorliegt.

Die Wärmekapazität von Gasen ist eine Größe, die durch die inneren Freiheitsgrade und damit den angeregten Energieniveaus der beteiligten Gasmoleküle oder -atome vorgegeben ist. Das Verhältnis zwischen der mittleren Zahl der Moleküle  $N_1$ , die ein Energieniveau mit der Energie  $E_1$  besetzen, zu der mittleren Zahl der Moleküle  $N_2$  im Energieniveau mit der Energie  $E_2$  ist durch die Boltzmann-Statistik gegeben [HW96]:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{e^{-E_1/kT}}{e^{-E_2/kT}}, \quad (6.82)$$

wobei  $k = 1,380\,650\,4(24) \times 10^{-23} \text{ J/K}$  ([MTN08]) die Boltzmann-Konstante ist. Ausgehend von der Gesamtzahl  $N_A = 6,022\,141\,79(30) \times 10^{23} / \text{mol}$  [MTN08] der Gasmoleküle pro Mol kann hiermit die mittlere Zahl der Moleküle  $N_i$  pro Mol in einem Energieniveau mit der Energie  $E_i$  berechnet werden, indem zunächst die Gesamtzahl der Moleküle durch die gesuchte Anzahl im  $i$ -ten Energieniveau geteilt wird:

$$\frac{N_A}{N_i} = \frac{N_1 + N_2 + N_3 + \dots}{N_i} \quad (6.83)$$

$$= \frac{N_1}{N_i} + \frac{N_2}{N_i} + \frac{N_3}{N_i} + \dots \quad (6.84)$$

$$= \frac{e^{-E_1/kT}}{e^{-E_i/kT}} + \frac{e^{-E_2/kT}}{e^{-E_i/kT}} + \frac{e^{-E_3/kT}}{e^{-E_i/kT}} + \dots \quad (6.85)$$

$$= \frac{\sum_j e^{-E_j/kT}}{e^{-E_i/kT}}. \quad (6.86)$$

Damit ergibt sich die gesuchte mittlere Anzahl zu [WSB48]:

$$N_i = \frac{N_A e^{-E_i/kT}}{\sum_j e^{-E_j/kT}}. \quad (6.87)$$

Da zu einer Energie mehrere entartete Zustände gehören können, kann durch Einführung eines Faktors  $g_j$ , der die Zahl der Zustände pro Energieniveau angibt, diese Gleichung weiter verallgemeinert werden [WSB48]:

$$N_i = \frac{N_A g_i e^{-E_i/kT}}{\sum_j g_j e^{-E_j/kT}}. \quad (6.88)$$

Die spezifische innere Energie  $e$  ergibt sich aus der Summe der spezifischen Translationsenergie  $e_{\text{trans}}$  und der spezifischen Anregungsenergie  $e_{\text{excited}}$ , die in inneren Anregungen der Moleküle gespeichert ist:

$$e = e_{\text{trans}} + e_{\text{excited}}. \quad (6.89)$$

Die spezifische Translationsenergie ergibt sich aus der mittleren kinetischen Energie  $E_{\text{kin}} = \frac{3}{2} k T$  eines einzelnen Atoms [Dem08] zu:

$$e_{\text{trans}} = \frac{N_A}{M} \frac{3}{2} k T = \frac{3}{2} \frac{R}{M} T = \frac{3}{2} R_s T, \quad (6.90)$$

wobei  $R = N_A k$  die universelle und  $R_s = R/M$  die spezifische Gaskonstante ist. Die spezifische Anregungsenergie, kann aus der oben berechneten mittleren Anzahl der Moleküle berechnet werden, die ein bestimmtes Energieniveau besetzen [WSB48]:

$$e_{\text{excited}} = \frac{1}{M} \sum_j E_j N_j = \frac{N_A}{M} \frac{\sum_j E_j g_j e^{-E_j/kT}}{\sum_j g_j e^{-E_j/kT}}. \quad (6.91)$$

Somit ergibt sich insgesamt [WSB48]:

$$e = \frac{3}{2} R_s T + \frac{N_A}{M} \frac{\sum_j E_j g_j e^{-E_j/kT}}{\sum_j g_j e^{-E_j/kT}}. \quad (6.92)$$

Durch Anwendung von Gleichung (6.41) kann hieraus direkt die spezifische Wärmekapazität bei konstantem Volumen berechnet werden [WSB48]:

$$c_v \stackrel{(6.41)}{=} \left( \frac{\partial e}{\partial T} \right)_v = \frac{3}{2} R_s + \frac{\sum_j g_j \left( \frac{E_j}{kT} \right)^2 e^{-E_j/kT}}{\sum_j g_j e^{-E_j/kT}} R_s - \left( \frac{\sum_j g_j \left( \frac{E_j}{kT} \right) e^{-E_j/kT}}{\sum_j g_j e^{-E_j/kT}} \right)^2 R_s. \quad (6.93)$$

Als anregbare innere Energieniveaus der Moleküle kommen nur elektronische Anregungszustände sowie Rotations- und Schwingungszustände in Frage. Da die Anregung eines elektronischen Niveaus des Wasserstoffatoms eine Energie von mindestens zehn Elektronenvolt benötigt ([HW96]), ist dieses Niveau thermisch, im betrachteten Temperaturbereich, praktisch nicht anregbar ( $kT \approx 25$  meV bei Raumtemperatur). Aus diesem Grund sind für die hier betrachteten inneren Anregungen nur Schwingungs- und Rotationszustände des Wasserstoffmoleküls verfügbar.

Da beim Wasserstoffmolekül die Gesamtwellenfunktion antisymmetrisch sein muss, sind für die beiden Spinzustände verschiedene Rotationszustände erlaubt [HW06]. Beim Ortho-Wasserstoff sind nur die ungeradzahlig Rotationsquantenzahlen zugelassen ( $J = 1, 3, 5, 7, \dots$ ) und beim Para-Wasserstoff nur die geradzahlig ( $J = 0, 2, 4, 6, \dots$ ). Bei kleinen Temperaturen, nahe dem absoluten Nullpunkt, ist dementsprechend, wie bereits erwähnt, die innere Energie des Ortho-Wasserstoffs höher, da in diesem immer der Rotationsquant  $J = 1$  angeregt ist.

Aufgrund der Tatsache, dass der Para-Wasserstoff ein Singulett-Zustand ist ( $I = 0, M_I = 0$ ) und der Ortho-Wasserstoff ein Triplett-Zustand ( $I = 0, M_I \in \{-1, 0, 1\}$ ), sind die statistischen Gewichte  $g_J$  der Rotations-Niveaus bei den beiden Konfigurationen verschieden [WSB48]:

$$g_J = \begin{cases} 2J + 1 & \text{für Para-Wasserstoff, } J \text{ geradzahlig} \\ 3(2J + 1) & \text{für Ortho-Wasserstoff, } J \text{ ungeradzahlig.} \end{cases} \quad (6.94)$$

Mit diesen Formeln ist es demnach möglich, die spezifische Wärmekapazität  $c_v$  des idealen Wasserstoffgases zu berechnen, wenn die Energie der Rotations- und Schwingungszustände bekannt ist. In dieser Arbeit wurde hierfür die Parametrisierung von Wooley [WSB48] verwendet, die auch heute noch in modernen Beschreibungen der Zustandsgleichung des realen Wasserstoffgases zur Bestimmung von Fitparametern benutzt wird (siehe z. B. [Lea<sup>+</sup>09]). Die Energie  $E_{n,J}$  des Zustands mit Vibrationsquantenzahl  $n$  und Rotationsquantenzahl  $J$  ist hierbei durch die im Anhang C.1 wiedergegebenen Gleichungen gegeben. Die Parametrisierung gilt hierbei bis zu einer Wellenzahl von  $25\,000\text{ cm}^{-1}$ , also einer Energie von etwa drei Elektronenvolt.

Unter Verwendung dieser Energieniveaus lässt sich mit Hilfe der Gleichung (6.88) die relative Besetzungszahl  $N_{n,J}/N_A$  für die beiden Modifikationen des Wasserstoffs in Abhängigkeit von der Temperatur  $T$  berechnen. Die beiden Graphen in Abbildung 6.1.32 zeigen dies für die im betrachteten Temperaturbereich relevanten Energieniveaus. Im Falle des Para-Wasserstoffs ist bis etwa 50 K nur der Grundzustand ( $n = 0, J = 0$ ) besetzt, während dies beim Ortho-Wasserstoff bis etwa 100 K der Fall ist.

Die Berechnung der spezifischen Wärmekapazität bei konstantem Volumen  $c_v$  mit den in Abbildung 6.1.32 gezeigten Energieniveaus ergibt die in Abbildung 6.1.33 gezeigten Kurven. Die Wärmekapazität von Normal-Wasserstoff ist hierbei durch gewichtete Mittelung  $c_{v,n-H_2} = 0,75 \times c_{v,o-H_2} + 0,25 \times c_{v,p-H_2}$  aus den Werten für Para-

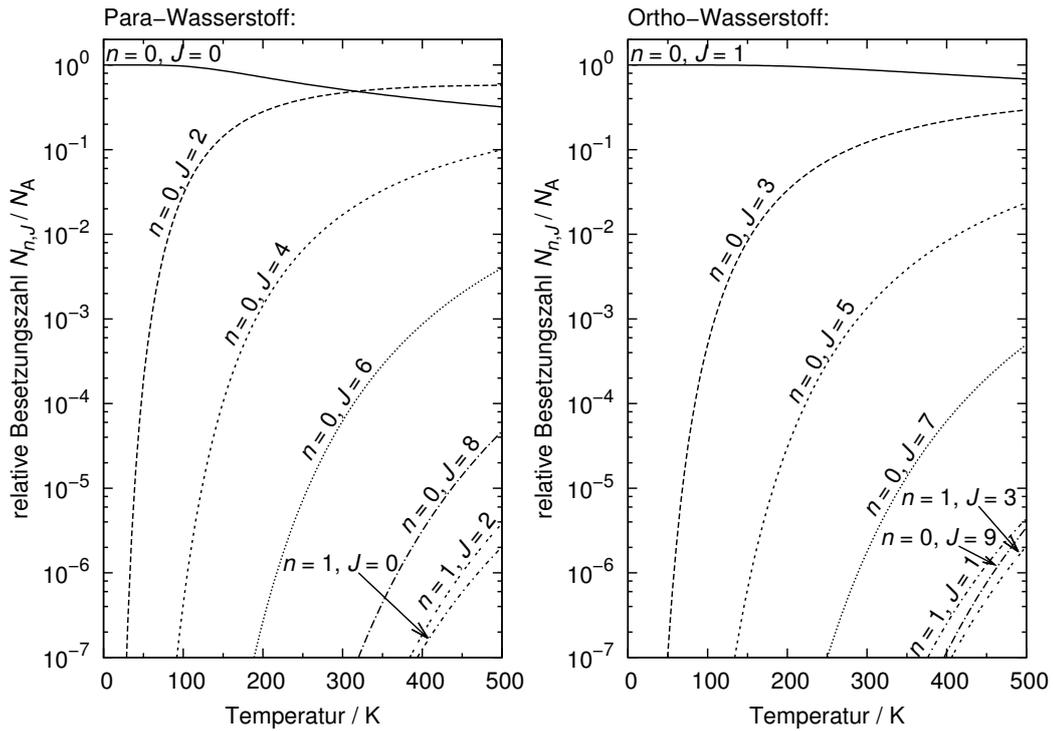


Abbildung 6.1.32.: Temperaturabhängigkeit der relativen Besetzungszahl für relevante Rotations- und Schwingungszustände für Para- (links) und Ortho-Wasserstoff (rechts).

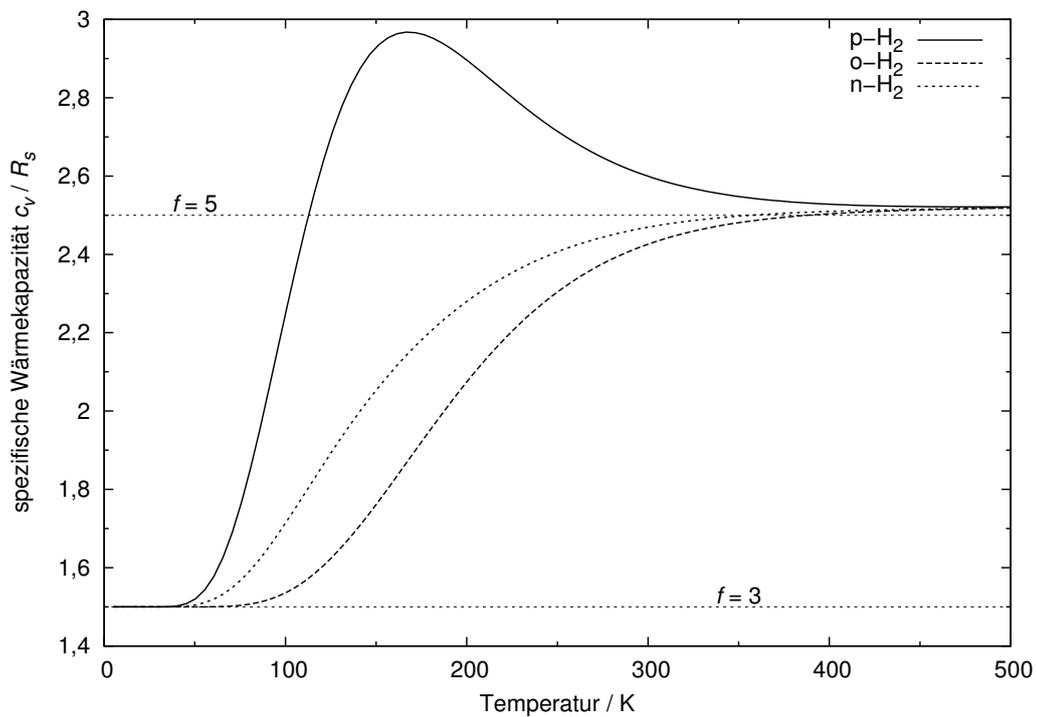


Abbildung 6.1.33.: Spezifische Wärmekapazität bei konstantem Volumen berechnet aus den in Abbildung 6.1.32 dargestellten Energieniveaus.

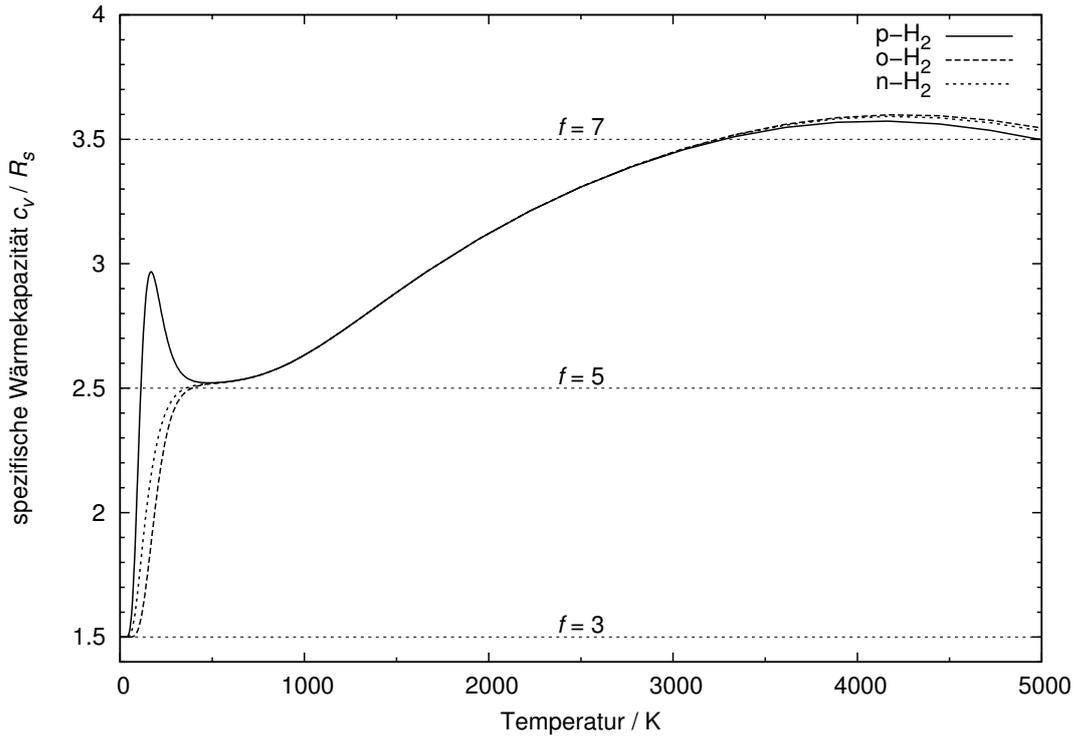


Abbildung 6.1.34.: Spezifische Wärmekapazität bei konstantem Volumen.

und Ortho-Wasserstoff berechnet worden. Es ist gut erkennbar, dass die Wärmekapazität bis etwa 50 K durch die drei Freiheitsgrade der Translation gegeben ist und erst bei höheren Temperaturen die Rotationsfreiheitsgrade hinzukommen. Im normalen Betriebsbereich des Cluster-Jet-Target, also unterhalb von 50 K, kann aus diesem Grund mit einem Adiabatenindex von  $\kappa = 5/3$  gerechnet werden. Bei Raumtemperatur kann zur Berechnung des Düsendurchmessers aus Gasdruck, Gastemperatur und gemessenem Volumenfluss nach Gleichung (6.70) ein Adiabatenindex von  $\kappa = 7/5$  verwendet werden, da hier in guter Näherung die zwei Rotationsfreiheitsgrade vollständig angeregt sind. Der Fehler im Bereich von etwa zwei Prozent, der hierdurch in die Gleichung eingeführt wird ist vergleichbar mit der Unsicherheit von Druck-, Temperatur- und Durchflussmessung und verändert damit die Aussagefähigkeit der Berechnung nicht.

Die Abbildung 6.1.34 zeigt die Wärmekapazität in einem größeren Temperaturbereich. Hierfür wurden auch Energieniveaus mit höherer Energie mitbenutzt. Das im Rahmen dieser Arbeit erstellte Programmpaket, mit dem diese Wärmekapazitäten berechnet wurden, verwendet hierbei ein zweistufiges Kriterium, um zu entscheiden, bis zu welchem Term die Summation erfolgt. Zum einen muss hierbei die Wellenzahl  $F_{v,J}$  kleiner als  $25\,000\text{ cm}^{-1}$  sein, so dass der Geltungsbereich der oben zitierten Parametrisierung nicht verlassen wird. Das zweite Kriterium ist, dass der Term  $E_{v,J}/(kT)$  kleiner als 750 ist, da bei größeren Zahlen die Funktion  $\exp(-E_{v,J}/(kT))$

innerhalb des Zahlbereichs der doppelgenauen Gleitkommazahlen nicht mehr von Null unterscheidbar ist.

Die Berechnung der Wärmekapazität durch Summation über die Energieniveaus ist zwar einfach in einem Computerprogramm zu realisieren, ist aber langsam in der Ausführungsgeschwindigkeit. Im folgenden Abschnitt wird zudem nicht nur die Wärmekapazität, sondern auch deren Integral benötigt, welches nicht analytisch aus der oben beschriebenen Summationsformel berechnet werden kann. Aus diesem Grund ist es sinnvoll, die durch Summation berechneten Werte durch eine analytisch integrierbare Funktion zu approximieren. In dieser Arbeit wurde hierfür eine Funktion verwendet, die bereits in der Literatur für diesen Zweck bei anderen Gasen verwendet wird [YM94; LJ05]:

$$\frac{c_p^0}{R_s} = \sum_{k=1}^{N_p} a_k T^{x_k} + \sum_{l=1}^{N_e} u_l \left( \frac{T_l}{T} \right)^2 \frac{\exp(T_l/T)}{(1 - \exp(T_l/T))^2}. \quad (6.95)$$

Der Index 0 soll hierbei angeben, dass es sich um die Wärmekapazität des idealen Gases handelt. Wie oben bereits erwähnt, gilt auch hier  $c_p^0 - c_v^0 = R_s$ . Aus dieser Gleichung können dann zwei wichtige Integrale, die im nächsten Abschnitt Verwendung finden, direkt berechnet werden, nämlich das Integral  $\int c_p^0 dT'$  und das Integral  $\int c_p^0/T' dT'$ , die beide im Anhang C.2 angegeben sind.

Für die Berechnungen, die für diese Arbeit durchgeführt wurden, wurde die folgende Parametrisierung verwendet:

$$\frac{c_p^0}{R_s} = 2,5 + \sum_{l=1}^{N_e} u_l \left( \frac{T_l}{T} \right)^2 \frac{\exp(T_l/T)}{(1 - \exp(T_l/T))^2}. \quad (6.96)$$

Wobei sich die Konstante 2,5 hierbei aus den drei Freiheitsgraden der Rotation ( $c_p^0/R_s = c_v^0/R_s + 1 = 3 \frac{1}{2} + 1 = 2,5$ ) ergibt. Die ermittelten Fitparameter sind in Tabelle 6.1.1 dargestellt. Da die Anpassung der Fit-Funktion nur wenig von der Wahl der Parameter  $T_l$  abhängt wurden diese zunächst empirisch bestimmt und dann bei der eigentlichen Anpassung festgehalten. Da in der Originalliteratur [WSB48] keine Aussage über die Genauigkeit der angegebenen Wärmekapazitäten gemacht wird, wurde bei der Anpassung der Fitparameter ebenfalls keine Unsicherheit vorausgesetzt, so dass die in Tabelle 6.1.1 angegebenen Unsicherheiten auf der Annahme einer optimalen Anpassung, mit einem reduzierten Chi-Quadrat von exakt eins, beruhen. Diese Art der Anpassung liefert eine Unsicherheit der angepassten Funktionswerte von etwa 0,000 22  $R_s$  für den Fall des Para-Wasserstoffs und circa 0,000 33  $R_s$  für Normal-Wasserstoff. Da in der Originalliteratur die Werte mit drei Nachkommastellen angegeben sind, passt diese Genauigkeit also adäquat zu den zu reproduzierenden Werten.

$l$	Para-Wasserstoff		Normal-Wasserstoff	
	$T_i/\text{K}$	$u_i$	$T_i/\text{K}$	$u_i$
1	497	4,180 04(63)	533	1,674 71(33)
2	822	13,997(12)	714	-0,450 27(49)
3	968	-49,866(27)	1908	-0,8941(13)
4	1161	51,721(27)	2287	0,7924(13)
5	1336	-19,069(11)	6846	1,4730(25)
6	5059	0,7763(13)		
7	10 247	2,288(39)		

**Tabelle 6.1.1.:** Fitparameter zur Berechnung der Wärmekapazität des idealen Wasserstoffs mit Hilfe von Gleichung (6.96). Für die Anpassung wurden die Parameter  $T_i$  empirisch ermittelt und nur die  $u_i$  angepasst.

### 6.1.5.2. Das Van-der-Waals-Modell

Ein weiterer wichtiger Schritt in Richtung der Beschreibung realer Gase ist das Van-der-Waals-Modell. Im Gegensatz zum idealen Gas, bei dem die Gasmoleküle als punktförmige, nicht miteinander wechselwirkende Teilchen beschrieben werden, wird beim Van-der-Waals-Gas von starren Kugeln mit endlichem Durchmesser ausgegangen, die miteinander wechselwirken. Da sich diese nicht durchdringen können, reduziert sich das Volumen  $V$ , welches für das Gas zur Verfügung steht, um das Eigenvolumen  $\hat{b}$  der Gasmoleküle. Bedingt durch deren Wechselwirkung ergibt sich ein zusätzlicher Binnendruck, der sich zum Druck  $p$  des idealen Gases addiert und durch die Konstante  $\hat{a}$  parametrisiert wird. Mit diesen beiden Ergänzungen ergibt sich die Van-der-Waals-Gleichung [Nol97]<sup>2</sup>:

$$\left(p + \hat{a} \frac{\nu^2}{V^2}\right) (V - \nu \hat{b}) = \nu R T. \quad (6.97)$$

Diese Gleichung kann leicht durch Ausmultiplizieren in die folgende Form gebracht werden:

$$V^3 - V^2 \left(\nu \hat{b} + \frac{\nu R T}{p}\right) + V \frac{\hat{a} \nu^2}{p} - \frac{\hat{a} \hat{b} \nu^3}{p} = 0. \quad (6.98)$$

Der Vergleich mit der auf gleiche Art umgeformten Zustandsgleichung des idealen Gases (6.38)

$$V - \frac{\nu R T}{p} = 0, \quad (6.99)$$

zeigt sehr deutlich die strukturellen Unterschiede zwischen den beiden Gleichungen. Während die Gleichung des idealen Gases bei vorgegebenem Druck, Temperatur und Stoffmenge genau eine Lösung für das Gasvolumen liefert, gibt es bei der Van-der-Waals-Gleichung bis zu drei mögliche Lösungen. Insbesondere gibt es einen Punkt,

<sup>2</sup>Die beiden Konstanten werden in der Literatur häufig mit  $a$  und  $b$  bezeichnet. Hier wurde jedoch zur Vermeidung von Verwechslungen mit der Schallgeschwindigkeit  $a$  die Bezeichner  $\hat{a}$  und  $\hat{b}$  verwendet.

an dem die drei Lösungen zusammenfallen, an diesem sogenannten kritischen Punkt gilt dann also

$$0 \stackrel{!}{=} (V - V_c)^3 = V^3 - 3 V_c V^2 + 3 V_c^2 V - V_c^3. \quad (6.100)$$

Durch Vergleich der Koeffizienten mit Gleichung (6.98) ergeben sich die folgenden Parameter für den kritischen Punkt:

$$V_c = 3 \hat{b} \nu, \quad p_c = \frac{\hat{a}}{27 \hat{b}^2}, \quad T_c = \frac{8 \hat{a}}{27 \hat{b} R}. \quad (6.101)$$

Basierend auf den Literaturdaten des kritischen Punktes für Normal-Wasserstoff [MHR81], die einen kritischen Druck von  $p_{c,n-H_2} = 13,15$  bar und eine kritische Temperatur von  $p_{c,n-H_2} = 33,19$  K angeben<sup>3</sup>, können die beiden Konstanten  $a_{n-H_2}$  und  $b_{n-H_2}$  berechnet werden:

$$a_{n-H_2} = \frac{27 R^2 T_c^2}{64 p_c} \approx 0,0244 \text{ Pa m}^6/\text{mol}^2, \quad (6.102)$$

$$b_{n-H_2} = \frac{R T_c}{8 p_c} \approx 2,62 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{mol}. \quad (6.103)$$

In der Abbildung 6.1.35 sind für ausgewählte Isothermen die Volumenabhängigkeit des Drucks für das Van-der-Waals-Modell von Normal-Wasserstoff, mit den beiden oben berechneten Konstanten  $a_{n-H_2}$  und  $b_{n-H_2}$ , und dem Modell des idealen Gases dargestellt, wobei anstelle des Volumens  $V$  das molare Volumen  $v_m = V/\nu$  aufgetragen ist. Hierbei wurde die folgende Gleichung verwendet:

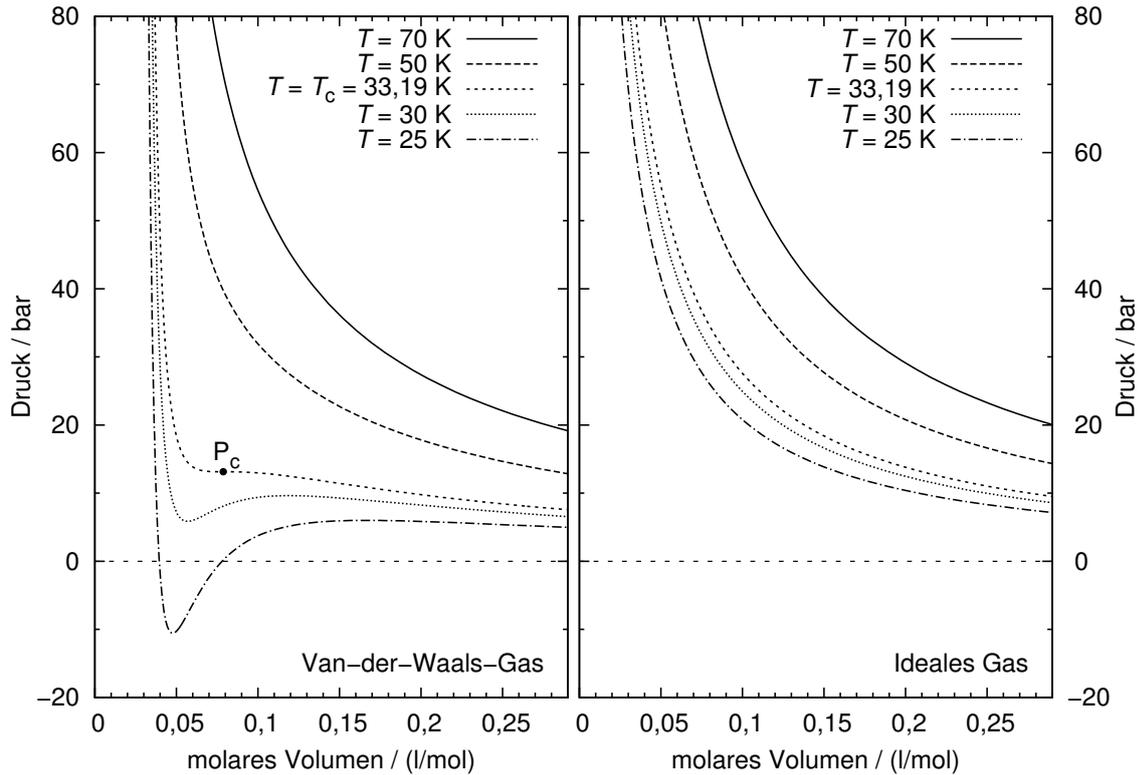
$$p = \frac{R T}{v_m - \hat{b}} - \frac{\hat{a}}{v_m^2}, \quad (6.104)$$

wobei das molare Volumen  $v_m$  stets größer als das Eigenvolumen  $\hat{b}$  sein muss.

Beim Van-der-Waals-Modell gibt es drei verschiedene Spezialfälle: Für Temperaturen, oberhalb der kritischen Temperatur verhalten sich Van-der-Waals-Gas und ideales Gas ähnlich, so dass zu jeder Kombination aus Druck  $p$  und Temperatur  $T$  genau ein zugehöriges molares Volumen  $v_m$  bestimmt werden kann. Dies gilt auch noch für die kritische Temperatur, jedoch nicht für kleinere Temperaturen. Bei diesen kleineren Temperaturen existieren jeweils bis zu drei Volumina zu einer vorgegebenen Kombination aus Druck und Temperatur. Dieser Bereich erscheint zunächst einmal vollkommen unphysikalisch, da zum einen in diesem Bereich negative Drücke auftreten können und es zum anderen bei jeder Isotherme ein Volumenintervall gibt, in dem der Druck ansteigt, wenn das Volumen vergrößert wird. Dieser scheinbare Fehler des Van-der-Waals-Modells, ist seine große Stärke, wenn er korrekt interpretiert und durch eine Erweiterung behoben wird. Bis zu diesem Punkt wurde davon

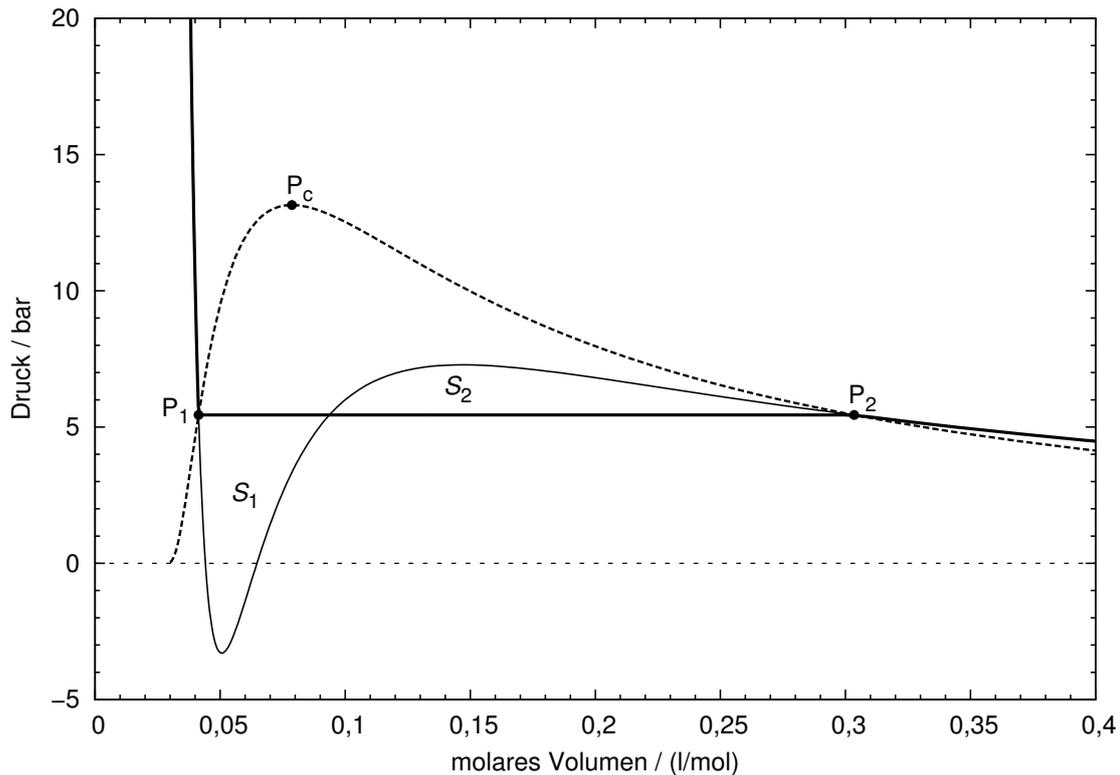
---

<sup>3</sup>Die Literatur gibt hierbei keine Unsicherheit der Daten an.



**Abbildung 6.1.35.:** Volumenabhängigkeit des Drucks für ausgewählte Isothermen für das Van-der-Waals-Modell von Normal-Wasserstoff (links) und das ideale Gas (rechts).

ausgegangen, dass das betrachtete Fluid nur in einer einzigen Phase vorliegt. Beim Van-der-Waals-Gas ist dies auch für Temperaturen oberhalb der kritischen Temperatur der Fall. Unter dieser Temperatur liegt das Fluid jedoch in zwei getrennten Phasen vor, nämlich einer gasförmigen und einer flüssigen Phase. Ist dies der Fall, so gibt es eine Phasengrenze, auf der der Druck nur von der Temperatur abhängt ([Nol97]). Im Druck-Volumen-Diagramm bedeutet dies, dass es einen Bereich gibt, in dem die beiden Phasen koexistieren und der Druck nur noch temperaturabhängig ist. In der Abbildung 6.1.36 ist dies am Beispiel einer Isotherme bei 27 K gezeigt. Im Koexistenzbereich, der durch die gestrichelte Linie begrenzt ist, muss die Van-der-Waals-Gleichung durch eine horizontale Linie konstanten Drucks, dem Dampfdruck bei der angenommenen Temperatur, ersetzt werden. Es gibt verschiedene Methoden [Nol97], um den Dampfdruck zu berechnen, wobei die bekannteste die sogenannte Maxwell-Konstruktion ist. Hierbei wird derjenige Druck bestimmt, bei dem die beiden eingezeichneten Flächen  $S_1$  und  $S_2$  den gleichen Flächeninhalt besitzen. Diese Methode ist jedoch in einem Computerprogramm nicht effizient zu implementieren, so dass im Rahmen dieser Arbeit eine andere Methode benutzt wird: Hierbei wird ausgenutzt, dass die sogenannte spezifische freie Enthalpie  $g$ , die im nächsten Abschnitt näher erläutert wird, an den zwei Endpunkten  $P_1$  und  $P_2$  der horizontalen Linie gleich sein



**Abbildung 6.1.36.:** Maxwell-Konstruktion zur Ermittlung des Drucks im Koexistenzbereich zwischen flüssiger und gasförmiger Phase.

muss. Zur Berechnung der zu diesen Endpunkten gehörigen Volumina  $V_1$  und  $V_2$  muss somit das folgende Gleichungssystem gelöst werden:

$$g(T, V_1) = g(T, V_2), \quad (6.105)$$

$$p(T, V_1) = p(T, V_2). \quad (6.106)$$

Die Lösung dieses Gleichungssystems ist leider numerisch ebenfalls nicht trivial, da während der Rechnung die Volumina nicht kleiner als das Eigenvolumen  $\hat{b}$  werden können, da ansonsten die berechneten Drücke undefiniert werden. Zur Lösung dieses Gleichungssystems wurde daher wieder der CONLES-Algorithmus [Sha86] verwendet. Dieses Verfahren führte jedoch bei kleinen Temperaturen, bei denen das Volumen der Flüssigkeit sich nur wenig vom Eigenvolumen unterscheidet, nur dann zu akzeptablen Ergebnissen, wenn die verwendeten Startwerte nur wenige Promille von den zu berechnenden Werten abweichen. Da diese kleinen Temperaturen jedoch im divergierenden Teil der Düse zu finden sind, wurde iterativ eine Näherungslösung für diesen Bereich erstellt. Hierbei wurde die Rechnung jeweils bis zur kleinsten Temperatur durchgeführt, bei der das Verfahren noch konvergierte. An die so berechneten Werte wurde dann eine lokale Ausgleichsfunktion angepasst. Durch Extrapolation dieser Funktion wurden dann jeweils neue Startwerte für die noch niedrigeren Temperaturen gewonnen. Ausgangspunkt für die Berechnung der Startwerte waren hierbei die in

[BSBP08] hergeleiteten Gleichungen. Diese numerischen Verfahren stoßen jedoch bei sehr kleinen Temperaturen, im zehntel Kelvin Bereich, an ihre Grenzen, da hier die Gasdichte so klein wird, dass sie mit doppeltgenauen Zahlen nicht mehr von Null unterschieden werden kann und damit nicht mehr temperaturabhängig ist, obwohl sich die Werte der Flüssigkeitsdichte noch mit der Temperatur ändern. Dies würde bei der Berechnung der Expansion in der CERN-Düse zu sichtbar fehlerhaften Ergebnissen im Bereich des Düsenendes führen, die sich dadurch zeigen, dass sich beispielsweise die Ableitung des Drucks als Funktion der Position in der Düse ab einem bestimmten Punkt sprunghaft ändert. Da die Kenntnis dieses Bereichs, wie später gezeigt wird, für die Eigenschaften des Clusterstrahls jedoch keine wesentliche Rolle spielt, wird bei den Berechnungen eine Minimaltemperatur eingeführt, bis zu der die Gasexpansion berechnet wird. Für das Van-der-Waals-Gas wurde hierzu ein Wert von 0,16 K gewählt.

Zur Lösung des obigen Gleichungssystems muss natürlich die freie Enthalpie bekannt sein. Da das für diese Arbeit entwickelte Computerprogramm jedoch nicht auf eine einzige Zustandsgleichung beschränkt sein sollte, wurde zur Bestimmung dieser und anderer abgeleiteter Größen ein Verfahren verwendet, das in [YM94] beschrieben ist. Ausgangspunkt ist hierfür die freie Energie  $F$ , die in der Chemie [MW97] auch als Helmholtz-Energie<sup>4</sup> bezeichnet wird. Die spezifische freie Energie  $f = e - T s$  ist definiert als Differenz zwischen der spezifischen inneren Energie  $e$  und dem Produkt aus der Temperatur  $T$  und der spezifischen Entropie  $s$ . Für Fluide gilt der folgende Zusammenhang zwischen dem Druck  $p$ , der spezifischen freien Energie  $f$  und dem spezifischen Volumen  $v = 1/\rho$  [No197]:

$$p = - \left( \frac{\partial f}{\partial v} \right)_T . \quad (6.107)$$

Es zeigt sich [YM94], dass die freie Energie nicht direkt durch Integration des Drucks aus der Zustandsgleichung gewonnen werden kann, da dieses Integral bei kleinen Dichten divergiert. Da sich die realen Gase bei kleinen Dichten  $\rho$  (also großen spezifischen Volumina  $v$ ) jedoch ähnlich wie das ideale Gas verhalten, ist es sinnvoll, das ideale Gas als Referenz zu benutzen und über die Differenz zwischen dem Druck des realen Gas  $p$  und dem Druck des idealen Gases  $p^0 = \rho R_s T$  zu integrieren. Mit dieser Methode ergibt sich die sogenannte residuelle freie Energie  $f^r$  als [YM94]:

$$f^r = f - f^0 = \int_v^\infty (p - \rho R_s T) dV . \quad (6.108)$$

Diese Integration kann in der Regel analytisch erfolgen und ergibt eine der zentralen Funktionen, aus der die anderen benötigten Größen abgeleitet werden können. Wichtig hierbei ist jedoch, dass die Wahl der oberen Integrationsgrenze als Unendlich zwar zu

<sup>4</sup>In [YM94] wird die Helmholtz-Energie mit dem Formelzeichen  $A$  anstelle des hier verwendeten  $f$  bezeichnet.

einem konkreten Wert für jede eingesetzte Temperatur und Dichte führt, dieser Wert jedoch aufgrund der willkürlichen Wahl der Integrationsgrenze keine absolute Angabe ist. Dementsprechend kann diese Gleichung immer nur genutzt werden, um relative Änderungen  $\Delta f = f(T_2, \rho_2) - f(T_2, \rho_1)$  zu berechnen. Literaturwerte beziehen sich daher jeweils auf genau spezifizierte Referenzbedingungen.

Die, wie bereits erwähnt, für die Berechnung der Dampfdruckkurve benötigte freie Enthalpie  $G$ , die auch als Gibbssche freie Energie bezeichnet wird, ist definiert als [Nol97]:

$$G = U - TS + pV = F + pV. \quad (6.109)$$

Dementsprechend ergibt sich die spezifische freie Enthalpie  $g$  zu

$$g = f + p/\rho. \quad (6.110)$$

Auch hier kann wieder eine residuelle Größe  $g^r$  eingeführt werden, die sich dementsprechend durch die folgende Gleichung berechnen lässt [YM94]:

$$g^r(T, \rho) = g - g^0 = f + p/\rho - (f + p^0/\rho) = f^r + (p/\rho - R_s T). \quad (6.111)$$

Da diese Gleichung wiederum nur genutzt werden kann, um relative Änderungen der freien Enthalpie zu berechnen, wird häufig die Angabe von Referenzbedingungen benötigt. Hierbei ist es natürlich einfacher, diese Bedingungen durch einen bestimmten Druck  $p_{\text{ref}}$  anstelle einer bestimmten Dichte  $\rho_{\text{ref}}$  zu spezifizieren. Des Weiteren hat es Vorteile, die Referenz bezüglich des idealen Gases zu spezifizieren. Die Differenz zwischen der freien Enthalpie des idealen Gases bei einem Druck  $p$  und dem Referenzdruck  $p_{\text{ref}}$  ist gegeben durch [Nol97; YM94]:

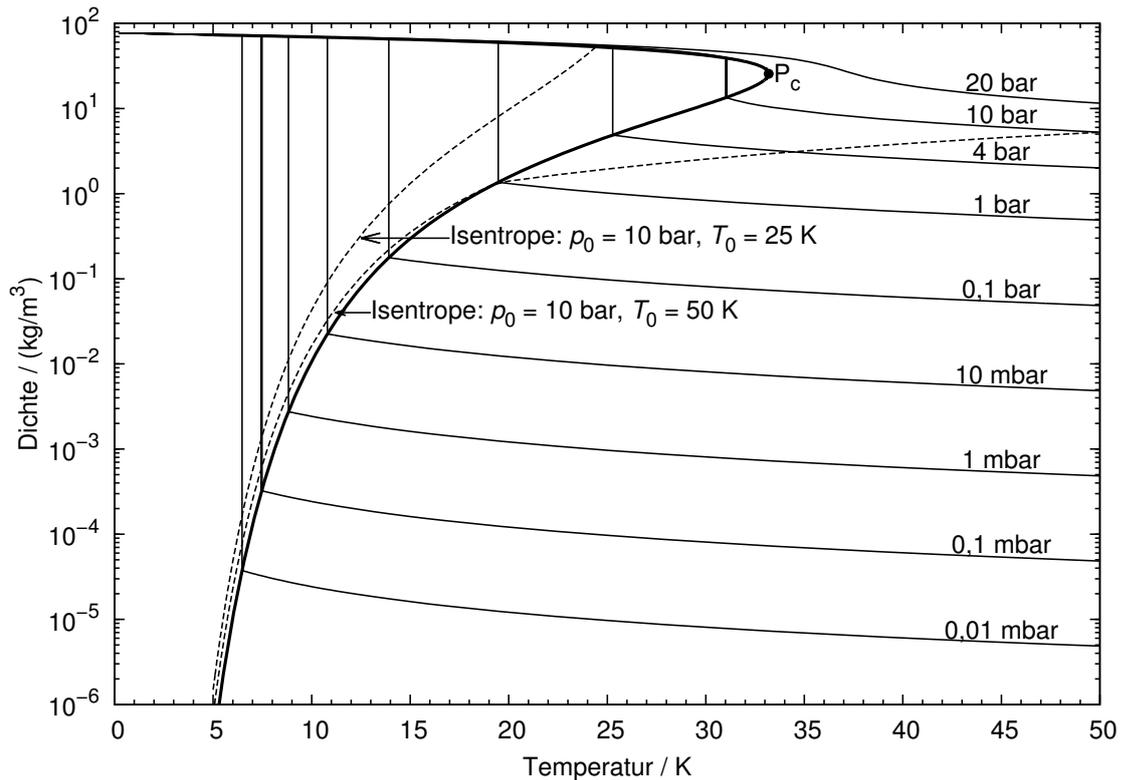
$$g^0(T, p) - g^0(T, p_{\text{ref}}) = R_s T \ln \left( \frac{p}{p_{\text{ref}}} \right) = R_s T \ln \left( \frac{\rho R_s T}{p_{\text{ref}}} \right). \quad (6.112)$$

Hiermit berechnet sich die Differenz zwischen der freien Enthalpie des realen Gases  $g(T, \rho)$  und der Referenz  $g^0(T, p_{\text{ref}})$  zu [YM94]:

$$\begin{aligned} g(T, \rho) - g^0(T, p_{\text{ref}}) &= g(T, \rho) - g^0(T, \rho) + R_s T \ln \left( \frac{\rho R_s T}{p_{\text{ref}}} \right) \\ &= g^r(T, \rho) + R_s T \ln \left( \frac{\rho R_s T}{p_{\text{ref}}} \right). \end{aligned} \quad (6.113)$$

Wie oben beschrieben wird zur Bestimmung des Dampfdrucks die Differenz der freien Enthalpie zwischen zwei Punkten mit gleichem Druck und gleicher Temperatur, aber verschiedenen Dichten benötigt. Diese Differenz kann sehr einfach ausgewertet werden [YM94]:

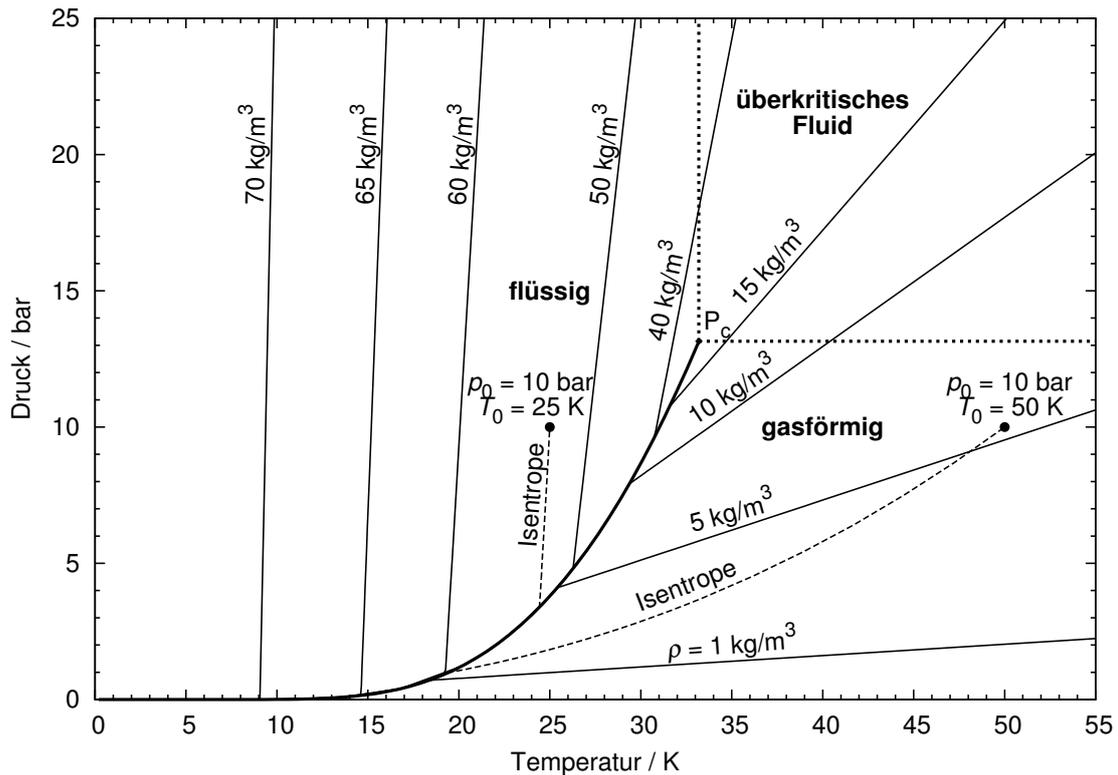
$$\begin{aligned} &[g(T, \rho_a) - g^0(T, p_{\text{ref}})] - [g(T, \rho_b) - g^0(T, p_{\text{ref}})] \\ &= g^r(T, \rho_a) - g^r(T, \rho_b) + R_s T \ln \left( \frac{\rho_a R_s T}{p_{\text{ref}}} \right) - R_s T \ln \left( \frac{\rho_b R_s T}{p_{\text{ref}}} \right) \\ &= g^r(T, \rho_a) - g^r(T, \rho_b) + R_s T \ln \left( \frac{\rho_a}{\rho_b} \right). \end{aligned} \quad (6.114)$$



**Abbildung 6.1.37.:** Dichte als Funktion der Temperatur für ausgewählte Isobaren und eine Isentrope.

In der Abbildung 6.1.37 ist für ausgewählte Isobaren die Dichte als Funktion der Temperatur eingetragen, wobei die Kurven durch die oben beschriebene Variante der Maxwell-Konstruktion berechnet wurden. Des Weiteren ist durch eine dickere durchgezogene Linie die Dichte der flüssigen und der gasförmigen Phase als Funktion der Temperatur eingetragen. Gut zu erkennen ist, dass die Dichte der gasförmigen Phase mit sinkender Temperatur sehr rasch gegen Null sinkt, wobei sich die Dichte im Bereich von fünf Kelvin um mehr als eine Größenordnung pro Kelvin verringert. Dies führt zu der bereits weiter oben erwähnten numerischen Herausforderung, dass der Betrag der Dichte ab einer bestimmten Temperatur im Computer nicht mehr von Null zu unterscheiden ist, so dass die Steigung der Dichte als Funktion der Temperatur bei einer bestimmten Temperatur nicht mehr stetig ist. Diese numerische Herausforderung kann, wie oben erwähnt, durch die Einführung einer Minimaltemperatur, die den erlaubten Temperaturbereich einschränkt, gelöst werden.

Innerhalb des durch die breite durchgezogene Linie umrandeten Gebiets verlaufen die Isobaren, bedingt durch die Maxwell-Konstruktion, vertikal, also parallel zur Achse auf die die Dichte aufgetragen ist. In diesem Koexistenzbereich der flüssigen und gasförmigen Phase kann demnach nur noch der Druck als Funktion der Dichte und



**Abbildung 6.1.38.:** Druck als Funktion der Temperatur für ausgewählte Isochore und eine Isentrope.

der Temperatur eindeutig ausgewertet werden, während die Dichte keine eindeutige Funktion von Druck und Temperatur ist. Dies führt dazu, dass in einem Diagramm, in dem der Druck als Funktion der Temperatur aufgetragen ist, dieser Koexistenzbereich zu einer Linie, der sogenannten Dampfdruckkurve, zusammenschrumpft. Dies ist am Beispiel einiger ausgewählter Isochoren, also Linien gleicher Dichte, in Abbildung 6.1.38 gezeigt. In diesem Diagramm sind die flüssige und die gasförmige Phase klar zu erkennen, die durch die Dampfdruckkurve voneinander getrennt sind. Isobaren, die den gasförmigen Bereich durchqueren, besitzen an dieser Dampfdruckkurve eine Unstetigkeitsstelle in der Dichte und anderen abgeleiteten Größen. Diese Unstetigkeit existiert nicht bei Isobaren, deren Druck oberhalb des kritischen Drucks liegt. Der Übergang zwischen der flüssigen Phase, bei Temperaturen unterhalb der kritischen Temperatur zum Bereich des sogenannten überkritischen Fluids, erfolgt bei diesen Isobaren stetig.

Nachdem es mit dem oben beschriebenen Verfahren möglich ist, den Druck als Funktion von Dichte und Temperatur physikalisch korrekt zu berechnen, wird für die Beschreibung der Düsenexpansion als nächstes die Berechnung der spezifischen Entropie  $s$ , der Enthalpie  $h$  und der lokalen Schallgeschwindigkeit  $a$  benötigt. Auch hierfür wird auf die residuellen Größen zurückgegriffen. Aus der residuellen freien

Energie  $f^r$  kann durch Ableitung nach der Temperatur die residuelle Entropie berechnet werden [Nol97; YM94]:

$$s^r = s - s^0 = - \left( \frac{\partial f^r}{\partial T} \right)_V. \quad (6.115)$$

Zur Berechnung der spezifischen Entropie bei gegebener Dichte und Temperatur wird der folgende Trick angewendet [YM94]:

$$\begin{aligned} s(T, \rho) - s(T_{\text{ref}}, \rho_{\text{ref}}) &= [s(T, \rho) - s^0(T, \rho)] + [s^0(T, \rho) - s^0(T, \rho_{\text{ref}})] \\ &\quad + [s^0(T, \rho_{\text{ref}}) - s^0(T_{\text{ref}}, \rho_{\text{ref}})] \\ &\quad + [s^0(T_{\text{ref}}, \rho_{\text{ref}}) - s(T_{\text{ref}}, \rho_{\text{ref}})]. \end{aligned} \quad (6.116)$$

Diese Erweiterung der Summe mit vielen Termen, die sich jeweils zu Null summieren, erscheint zunächst so, als würde sie keine Vorteile bringen. Es zeigt sich jedoch, dass die in eckigen Klammern geschriebenen Terme jeweils direkt berechenbar sind. Der erste und letzte Ausdruck sind jeweils nichts anderes als residuelle spezifische Entropien, nämlich  $s^r(T, \rho)$  und  $-s^r(T_{\text{ref}}, \rho_{\text{ref}})$ . Für die Berechnung der beiden verbleibenden Terme kann die Gleichung (6.56) ausgenutzt werden, wobei beim zweiten Term die Temperatur konstant ist ( $dT = 0$ ) und beim dritten Term die Dichte ( $dv = 0$ ) [YM94]:

$$s^0(T, \rho) - s^0(T, \rho_{\text{ref}}) = R_s \ln \left( \frac{\rho_{\text{ref}}}{\rho} \right), \quad (6.117)$$

$$s^0(T, \rho_{\text{ref}}) - s^0(T_{\text{ref}}, \rho_{\text{ref}}) = \int_{T_{\text{ref}}}^T \frac{c_v^0}{T'} dT' = \int_{T_{\text{ref}}}^T \frac{c_p^0}{T'} dT' - R_s \ln \left( \frac{T}{T_{\text{ref}}} \right). \quad (6.118)$$

Hiermit ergibt sich dann die folgende Gleichung für die spezifische Entropie [YM94]:

$$\begin{aligned} s(T, \rho) &= s(T_{\text{ref}}, \rho_{\text{ref}}) + s^r(T, \rho) + R_s \ln \left( \frac{\rho_{\text{ref}}}{\rho} \right) \\ &\quad + \int_{T_{\text{ref}}}^T \frac{c_p^0}{T'} dT' - R_s \ln \left( \frac{T}{T_{\text{ref}}} \right) - s^r(T_{\text{ref}}, \rho_{\text{ref}}). \end{aligned} \quad (6.119)$$

Die Enthalpie kann durch die gleiche Art von geschickter Erweiterung berechnet werden [YM94]:

$$h(T, \rho) = h(T_{\text{ref}}, \rho_{\text{ref}}) + h^r(T, \rho) + \int_{T_{\text{ref}}}^T \frac{c_p^0}{T'} dT' - h^r(T_{\text{ref}}, \rho_{\text{ref}}). \quad (6.120)$$

Hier zeigt sich, warum die Verwendung einer analytisch integrierbaren Fitfunktion für die spezifische Wärmekapazität  $c_p^0$ , wie sie im letzten Abschnitt beschrieben wurde,

besonders wichtig ist, da die Integration für jede Berechnung der Entropie und der Enthalpie notwendig ist. Als Referenzpunkt wurde hierbei jeweils der Siedepunkt bei Normaldruck, also bei 1,013 25 bar, verwendet, wobei an diesem Punkt dann sowohl die Entropie als auch die Enthalpie den Wert Null annehmen.

In Abbildung 6.1.37 ist neben den Isobaren auch eine Isentrope eingezeichnet. Ausgehend von einer Gastemperatur von 50 K und einem Druck von 10 bar verläuft die Isentrope bei sinkender Temperatur zunächst im Bereich der gasförmigen Phase und schneidet dann die Dampfdruckkurve und setzt sich im Koexistenzbereich von gasförmiger und flüssiger Phase fort. Mit den bisher dargestellten Gleichungen kann die Entropie in diesem Bereich jedoch noch nicht berechnet werden. Damit dies möglich wird, muss zunächst eine weitere Modellannahme gemacht werden: bisher wurde bereits davon ausgegangen, dass sich die Düsenströmung im thermodynamischen Gleichgewicht befindet. Die Übertragung auf den Koexistenzbereich führt zu einem Modell, bei dem davon ausgegangen wird, dass im Koexistenzbereich das Fluid in einer homogenen Mischung aus flüssiger und gasförmiger Phase vorliegt. Zur Beschreibung dieser Situation wird der sogenannte Dampfgehalt  $x$  (engl. quality) als Quotient zwischen der Masse  $m_g$  des gasförmigen Anteils des Fluids und der Gesamtmasse  $m = m_g + m_{fl}$  eingeführt [Bae05]:

$$x = \frac{m_g}{m_g + m_{fl}} . \quad (6.121)$$

Damit ergeben sich dann die folgenden Gleichungen für das spezifische Volumen  $v$ , die Dichte  $\rho$ , die spezifische Enthalpie  $h$  und die spezifische Entropie  $s$  [Bae05]:

$$v = x v_g + (1 - x) v_{fl} , \quad (6.122)$$

$$\frac{1}{\rho} = x \frac{1}{\rho_g} + (1 - x) \frac{1}{\rho_{fl}} , \quad (6.123)$$

$$h = x h_g + (1 - x) h_{fl} , \quad (6.124)$$

$$s = x s_g + (1 - x) s_{fl} , \quad (6.125)$$

hierbei geben die Indizes g und fl jeweils die Werte der rein gasförmigen und rein flüssigen Phase an, die mit den bereits beschriebenen Gleichungen aus den durch die Maxwell-Konstruktion gewonnenen Dichten  $\rho_g$  und  $\rho_{fl}$  berechnet werden können. Der Dampfgehalt kann aus den Dichten durch Umformung der obigen Gleichung gewonnen werden:

$$x = \frac{\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_{fl}}}{\frac{1}{\rho_g} - \frac{1}{\rho_{fl}}} = \frac{\rho_g - \rho_{fl}}{1 - \frac{\rho_g}{\rho_{fl}}} . \quad (6.126)$$

Hierbei ist die letzte angegebene Form für die Berechnung mit dem Computer geeigneter, da der Quotient  $1/\rho_g$  bei kleinen Dichten nicht darstellbar ist. Die Berechnung der spezifischen Entropie  $s(\rho, T)$  (bzw. der spezifischen Enthalpie  $h(\rho, T)$ ) bei einer spezifizierten Dichte  $\rho$  und Temperatur  $T$  erfolgt dann auf folgende Art und Weise:

- Falls  $T \geq T_c$ : Berechne  $s(\rho, T)$  gemäß Gleichung (6.119)
- Falls  $T < T_c$ : Berechne die Dichten der flüssigen und gasförmigen Phase  $\rho_{fl}(T)$  und  $\rho_g(T)$  mittels der oben beschriebenen Variante der Maxwell-Konstruktion
  - Falls  $\rho \leq \rho_g$  oder  $\rho \geq \rho_{fl}$ : Berechne  $s(\rho, T)$  gemäß Gleichung (6.119)
  - Falls  $\rho_g < \rho < \rho_{fl}$ 
    1. Berechne die spezifischen Entropien der flüssigen und gasförmigen Phase  $s_{fl} = s(\rho_{fl}, T)$  und  $s_g = s(\rho_g, T)$
    2. Berechne den Dampfgehalt  $x = x(\rho, \rho_g, \rho_{fl})$ .
    3. Berechne die spezifische Entropie  $s(\rho, T) = x s_g + (1 - x) s_{fl}$

Die in Abbildung 6.1.37 gezeigte Isentrope ist mit dieser Methode berechnet worden. Es zeigt sich, dass bei der Gasexpansion entlang dieser Isentrope, die im gasförmigen Teil des Phasendiagramms startet, im Koexistenzbereich ein Gas-Flüssigkeits-Gemisch entsteht, wobei sich die Dichte nur wenig von der der Gasphase unterscheidet.

Die letzte wichtige Größe zur Berechnung der Düsenströmung ist die Schallgeschwindigkeit  $a$ . Um diese berechnen zu können werden jedoch die Wärmekapazitäten benötigt. Ausgehend von der Definitionsgleichung (6.41) der Wärmekapazität bei konstantem Volumen  $c_v$  ergibt sich mit Hilfe von Gleichung (6.29):

$$c_v = \left( \frac{\partial e}{\partial T} \right)_v = T \left( \frac{\partial s}{\partial T} \right)_v . \quad (6.127)$$

Damit ergibt sich die Differenz zwischen der Wärmekapazität des realen und des idealen Gases zu ([YM94]):

$$c_v - c_v^0 = \left( \frac{\partial(e - e^0)}{\partial T} \right)_v = T \left( \frac{\partial(s - s^0)}{\partial T} \right)_v \stackrel{(6.115)}{=} -T \left( \frac{\partial^2 f^r}{\partial T^2} \right)_v . \quad (6.128)$$

Mit dieser Gleichung lässt sich aus der Ableitung der residuellen freien Energie und der im letzten Kapitel diskutierten Wärmekapazität des idealen Gases die Wärmekapazität bei konstantem Volumen berechnen. Im Fall des realen Gases ist die Berechnung der Wärmekapazität bei konstantem Druck nicht mehr, wie beim idealen Gas, durch die Addition einer Konstanten möglich, sondern muss aufwändiger bestimmt werden: In diesem Fall gilt für die Differenz der Wärmekapazitäten bei konstantem Druck und konstantem Volumen (siehe [Nol97]):

$$c_p - c_v = T \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_v \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p . \quad (6.129)$$

Die Ausnutzung der allgemeinen Relation

$$\left( \frac{\partial x}{\partial y} \right)_z \left( \frac{\partial y}{\partial z} \right)_x = - \left( \frac{\partial x}{\partial z} \right)_y , \quad (6.130)$$

die bei der Existenz eines beliebigen Funktionals  $f(x, y, z) = 0$  gilt (siehe [Nol97]), führt zu der folgenden Gleichung zur Berechnung der Wärmekapazität bei konstantem Druck:

$$c_p = c_v + \frac{T}{\rho^2} \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_v^2 / \left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_T. \quad (6.131)$$

Hieraus kann auch die Schallgeschwindigkeit  $a$  berechnet werden (siehe Anhang B):

$$a = \sqrt{\frac{c_p}{c_v} \left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_T}. \quad (6.132)$$

Diese Gleichung kann verwendet werden, um die Schallgeschwindigkeit der flüssigen, gasförmigen und überkritischen Phase zu berechnen. Für den Koexistenzbereich zwischen flüssiger und gasförmiger Phase muss jedoch eine Berechnungsweise benutzt werden, wie sie bereits für die Entropie und Enthalpie beschrieben wurde. Die Gleichung, mit der die Schallgeschwindigkeit aus den beiden Schallgeschwindigkeiten der flüssigen Phase  $a_f$  und der gasförmigen Phase  $a_g$  berechnet werden kann, ist jedoch komplizierter. Hierfür ist es sinnvoll, neben dem Dampfgehalt noch eine weitere Größe einzuführen, die in diesem Fall den Anteil des Volumens  $V_g$  der gasförmigen Phase am Gesamtvolumen  $V = V_{fl} + V_g$  beschreibt. Diese Größe wird Dampfvolumenteil  $\alpha$  (engl. void fraction) genannt und ist folgendermaßen definiert [VDI06]:

$$\alpha = \frac{V_g}{V_{fl} + V_g}. \quad (6.133)$$

Die lokale Dichte  $\rho$  ergibt sich hiermit aus den Dichten der flüssigen Phase und der gasförmigen Phase zu:

$$\rho = \alpha \rho_g + (1 - \alpha) \rho_{fl} \quad \Leftrightarrow \quad \alpha = \frac{\rho - \rho_{fl}}{\rho_g - \rho_{fl}}. \quad (6.134)$$

Damit kann die Schallgeschwindigkeit in der folgenden Form geschrieben werden [Böc04]:

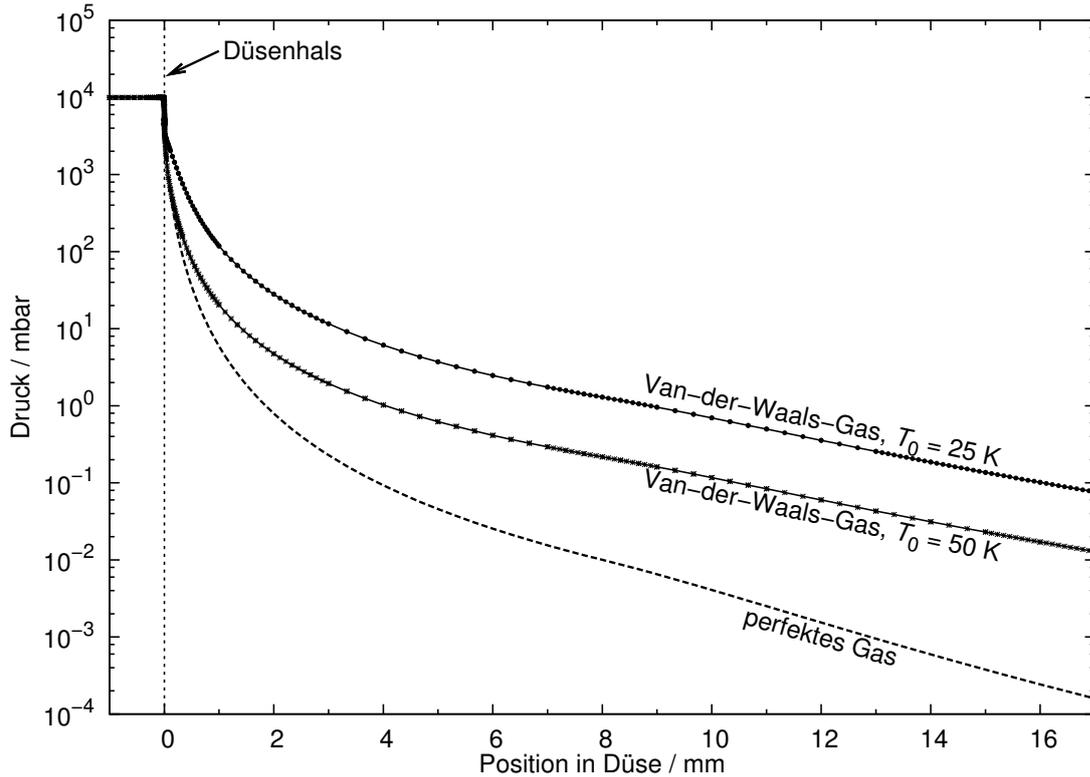
$$\frac{1}{a^2} = \left( \frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_s = \alpha \left( \frac{\partial \rho_g}{\partial p} \right)_s + (1 - \alpha) \left( \frac{\partial \rho_{fl}}{\partial p} \right)_s + (\rho_g - \rho_{fl}) \left( \frac{\partial \alpha}{\partial p} \right)_s. \quad (6.135)$$

Die Ableitung der beiden Dichten  $\rho_g$  und  $\rho_{fl}$  nach dem Druck  $p$  kann jeweils durch die Schallgeschwindigkeiten  $a_g$  und  $a_{fl}$  der beiden Phasen ausgedrückt werden:

$$\frac{1}{a^2} = \left( \frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_s = \frac{\alpha}{a_g^2} + \frac{1 - \alpha}{a_{fl}^2} + (\rho_g - \rho_{fl}) \left( \frac{\partial \alpha}{\partial p} \right)_s. \quad (6.136)$$

In der Definitionsgleichung des Dampfvolumentails können die Volumina jeweils als Quotient aus Masse und Dichte geschrieben werden, so dass sich die folgende Gleichung ergibt [Böc04]:

$$\alpha = \frac{m_g / \rho_g}{m_{fl} / \rho_{fl} + m_g / \rho_g}. \quad (6.137)$$



**Abbildung 6.1.39.:** Berechneter Druck des Fluids als Funktion der Position innerhalb der Düse.

Da sich bei der isentropen Druckänderung in einer Schallwelle die Massen nicht ändern, ergibt sich durch das Ableiten dieser Gleichung nach dem Druck [Böc04]:

$$\left(\frac{\partial \alpha}{\partial p}\right)_s = \alpha(1 - \alpha) \left[ \frac{1}{\rho_{fl} a_{fl}^2} - \frac{1}{\rho_g a_g^2} \right]. \quad (6.138)$$

Einsetzen in die obige Gleichung für die Schallgeschwindigkeit ergibt dann nach einfachen Umformungen und Ausnutzung der Gleichung (6.134) [VDI10]:

$$\frac{1}{\rho a^2} = \frac{\alpha}{\rho_g a_g^2} + \frac{1 - \alpha}{\rho_{fl} a_{fl}^2}. \quad (6.139)$$

Diese Gleichung wird im Folgenden genutzt, um damit die Schallgeschwindigkeit im Koexistenzbereich zu berechnen.

### 6.1.5.3. Gasströmung des Van-der-Waals-Gases

Mit den in den letzten Abschnitten gewonnenen Gleichungen kann die Gasströmung des realen Gases durch die Düse berechnet werden. In der Abbildung 6.1.39 ist der berechnete Druck als Funktion der Position in der Düse bei zwei verschiedenen

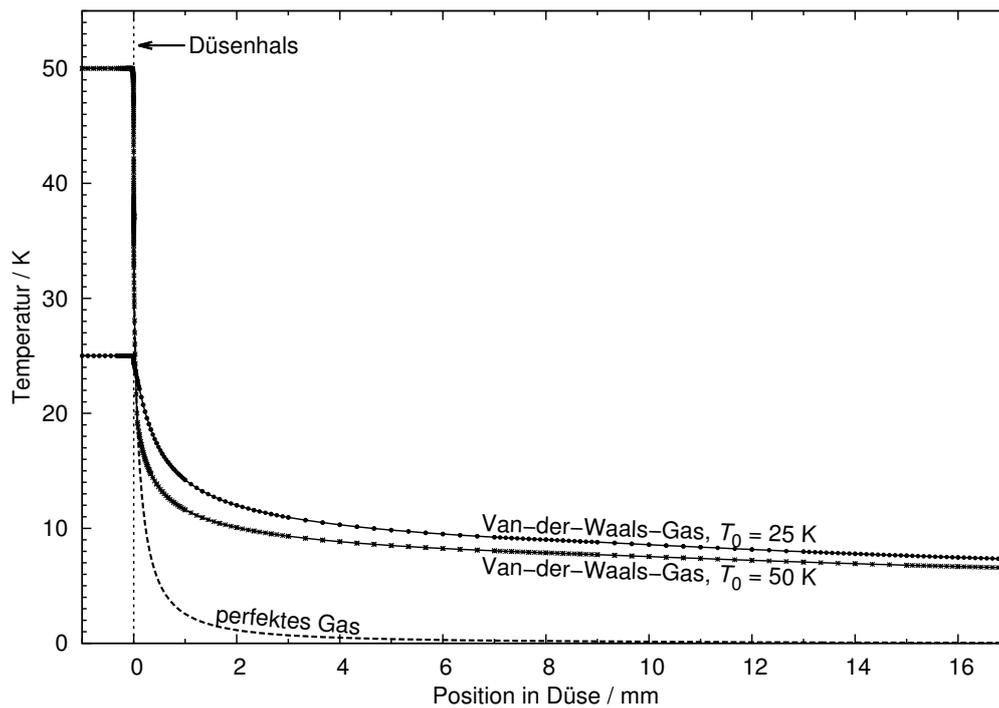


Abbildung 6.1.40.: Berechnete Temperatur des Fluids als Funktion der Position innerhalb der Düse.

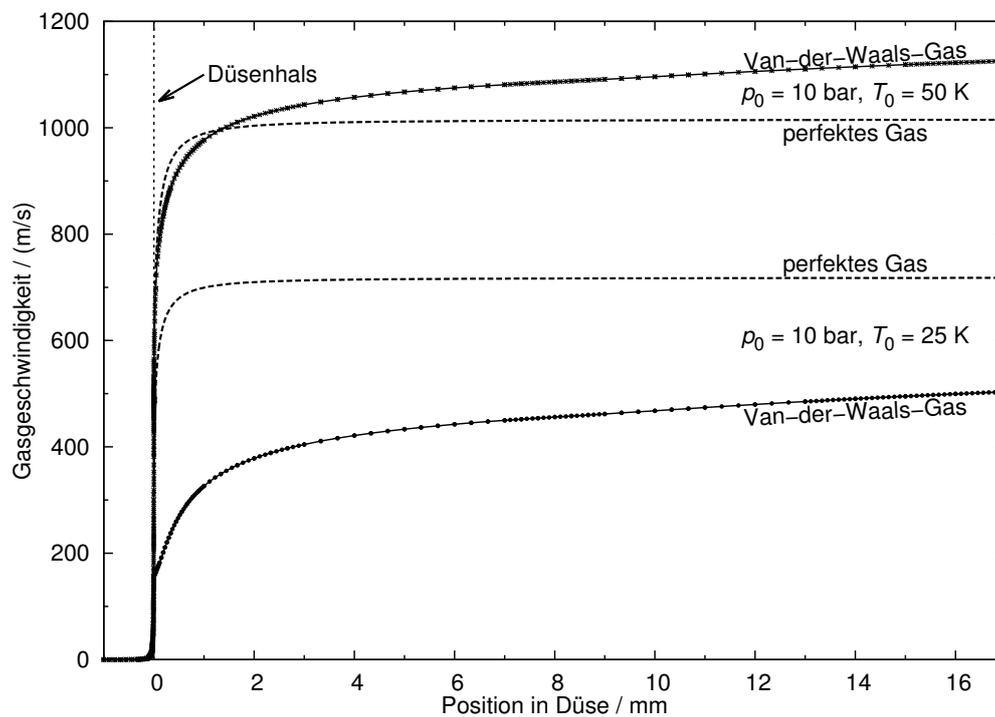


Abbildung 6.1.41.: Berechnete mittlere Geschwindigkeit des Fluids als Funktion der Position innerhalb der Düse.

Gastemperaturen von 25 K und 50 K und einem Gasdruck von 10 bar dargestellt. Während der Druckverlauf des perfekten Gases praktisch nicht von der Gastemperatur abhängt, unterscheiden sich die beiden Druckverläufe des Van-der-Waals-Gases deutlich, wobei sich am Düsenende die Drücke fast um eine Größenordnung unterscheiden.

Besonders deutlich ist der Unterschied zwischen der Düsenströmung des Van-der-Waals-Gases und des perfekten Gases, wenn die Gastemperatur als Funktion der Position betrachtet wird, wie sie in Abbildung 6.1.40 gezeigt ist. Während die Temperatur im Falle des perfekten Gases rasch auf nahe Null sinkt, fällt diese beim Van-der-Waals-Gas nur auf knapp unter zehn Kelvin und verringert sich bis zum Düsenende. Dementsprechend verhält sich auch die Gasgeschwindigkeit, deren Verlauf in Abbildung 6.1.41 dargestellt ist. Hierbei ist ein deutlicher Unterschied zwischen dem Geschwindigkeitsverlauf zu erkennen, der sich ausgehend von einer Temperatur von 25 K vor der Düse ergibt, und der Entwicklung der Geschwindigkeit, die sich ergibt, wenn die Berechnung mit einer Temperatur von 50 K beginnt. Bei beiden Rechnungen wurde hierbei wieder ein Gasdruck von 10 bar vor der Düse angenommen. Bei der höheren Temperatur von 50 K ist der Wasserstoff vor der Düse noch gasförmig, während er bei 25 K flüssig ist. Dementsprechend weicht die Gasgeschwindigkeit des Van-der-Waals-Gases innerhalb der ersten Millimeter hinter dem Einlass der Düse nur geringfügig von der des perfekten Gases ab, wenn die Berechnung bei einer Temperatur von 50 K am Anfang der Düse durchgeführt wird. Am Düsenende ist bei dieser Rechnung jedoch die Gasgeschwindigkeit des Van-der-Waals-Gases um etwa 10 % größer als die des perfekten Gases. Im Falle der Rechnung ausgehend von der niedrigen Temperatur von 25 K ist ein sehr deutlicher Geschwindigkeitsunterschied zwischen den beiden Modellen zu erkennen, der sich zwar vom Düsenhals bis zum Düsenende verringert, jedoch selbst am Düsenende noch etwa 40 % beträgt.

#### 6.1.5.4. Strömungsform des Van-der-Waals-Gases

Aus den berechneten lokalen Dichten und Geschwindigkeiten kann auch die Art der Fluidströmung in der Düse bestimmt werden. Hierfür wird jedoch auch die Viskosität des betrachteten Gases benötigt. Diese Transporteigenschaft kann jedoch nicht aus der thermischen Zustandsgleichung berechnet werden, so dass im Folgenden eine Näherungsformel für das reale Wasserstoffgas benutzt wird. Die dynamische Viskosität  $\eta(\rho, T)$  des Fluids ist hierbei durch die Summe aus der Viskosität  $\eta_0(T)$  bei kleinen Dichten (engl. dilute gas viscosity), die nur temperaturabhängig ist, und der Viskosität  $\eta_E(\rho, T)$  bei hohen Dichten (engl. excess viscosity) gegeben:

$$\eta(\rho, T) = \eta_0(T) + \eta_E(\rho, T). \quad (6.140)$$

Die Viskosität  $\eta_0(T)$  des Wasserstoffs bei kleinen Dichten kann durch die folgende Formel ausgedrückt werden [WSB48]:

$$\eta_0(T) = \frac{(T/\text{K})^{3/2}}{(T/\text{K}) + 19,55} \frac{(T/\text{K}) + 650,39}{(T/\text{K}) + 1175,9} \times 85,558 \times 10^{-7} \text{ g}/(\text{cm s}). \quad (6.141)$$

Die Dichteabhängigkeit der Viskosität des Wasserstoffs wird dann zusätzlich durch den folgenden Term gegeben [MW72]:

$$\eta_E(\rho, T) = f_A(\rho) e^{f_B(\rho)/(T/\text{K})}. \quad (6.142)$$

Hierbei sind die beiden Funktionen  $f_A$  und  $f_B$  dann durch die folgenden Ausdrücke spezifiziert [MW72; Dil65] <sup>5</sup>:

$$f_A(\tilde{\rho}) = \frac{306,4636 \tilde{\rho} - 3350,628 \tilde{\rho}^2 + 3868,092 \tilde{\rho}^3}{1 - 18,47830 \tilde{\rho} + 110,915 \tilde{\rho}^2 + 25,3524 \tilde{\rho}^3} \times 10^{-6} \text{ g}/(\text{cm s}), \quad (6.143)$$

$$f_B(\tilde{\rho}) = 10 + 7,2 \times [(\tilde{\rho}/0,07)^6 - (\tilde{\rho}/0,07)^{3/2}] - 17,63 \times \exp[-58,75 (\tilde{\rho}/0,07)^3], \quad (6.144)$$

$$\tilde{\rho} = \rho/(\text{g}/\text{cm}^3). \quad (6.145)$$

Zur Berechnung der Viskosität im Bereich der Zweiphasenkoexistenz aus der Viskosität der flüssigen Phase  $\eta_{\text{fl}}$ , der Viskosität der gasförmigen Phase  $\eta_{\text{g}}$  und des Dampfvolumentanteils  $\alpha$  wird die folgende Gleichung verwendet [DWC64]:

$$\eta = \alpha \eta_{\text{g}} + (1 - \alpha) \eta_{\text{fl}}. \quad (6.146)$$

Eine wichtige Kenngröße, die die Art der Strömung charakterisiert, ist die Reynolds-Zahl  $Re$ , die durch die folgende Gleichung von der Dichte  $\rho$ , der Geschwindigkeit  $u$ , dem lokalen Düsendurchmesser  $d$  und der Viskosität  $\eta$  abhängt [WAW88]:

$$Re = \frac{\rho u d}{\eta}. \quad (6.147)$$

Bei Reynolds-Zahlen, die deutlich kleiner als 2300 sind, liegt eine sogenannte laminare Strömung vor, bei der die Kräfte aufgrund der Viskosität des Fluids dominieren und eine starke Wechselwirkung mit der Wand vorliegt. Reynolds-Zahlen, die deutlich größer als 2300 sind, deuten dagegen auf eine turbulente Strömung hin. In der Abbildung 6.1.42 ist die berechnete Abhängigkeit der Reynolds-Zahl von der Position in der Düse für zwei verschiedene Startbedingungen gezeigt. Es wird deutlich, dass in weiten Bereichen der Düse die Strömung eine Reynolds-Zahl besitzt, die deutlich größer als 2300 ist. Dies zeigt, dass die Vernachlässigung der Wandreibung und der Viskosität des Wasserstoffs, wie sie zu Beginn dieses Kapitels bei der Einführung der quasi-eindimensionalen Strömung gemacht wurde, absolut gerechtfertigt ist.

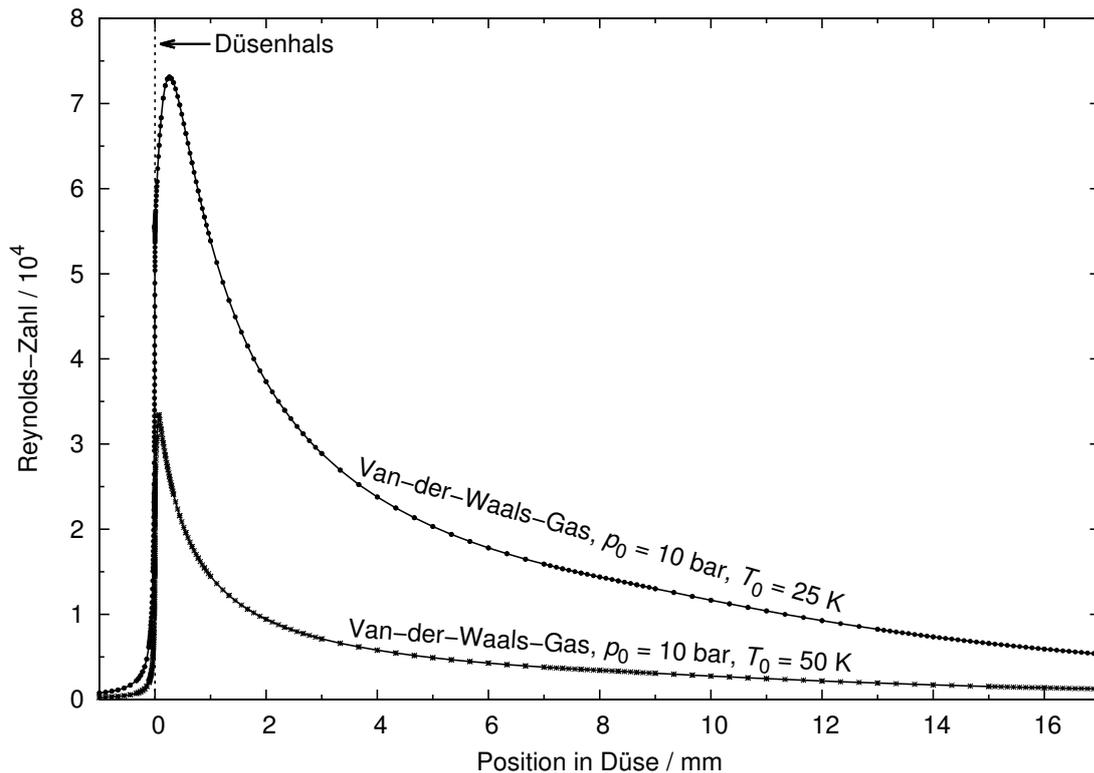
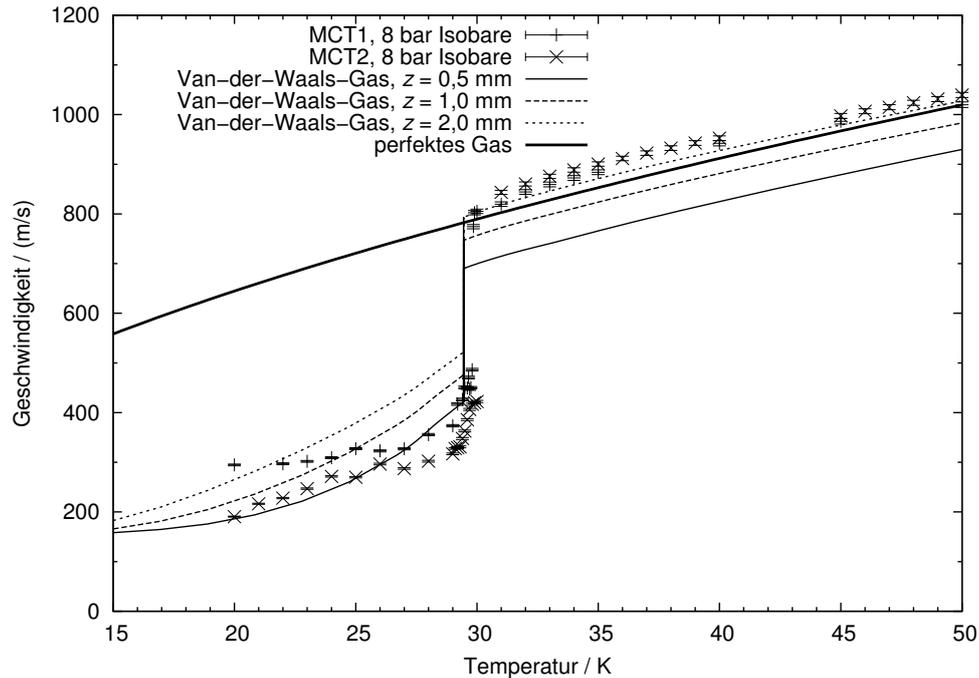


Abbildung 6.1.42.: Berechnete Reynolds-Zahl als Funktion der Position innerhalb der Düse.

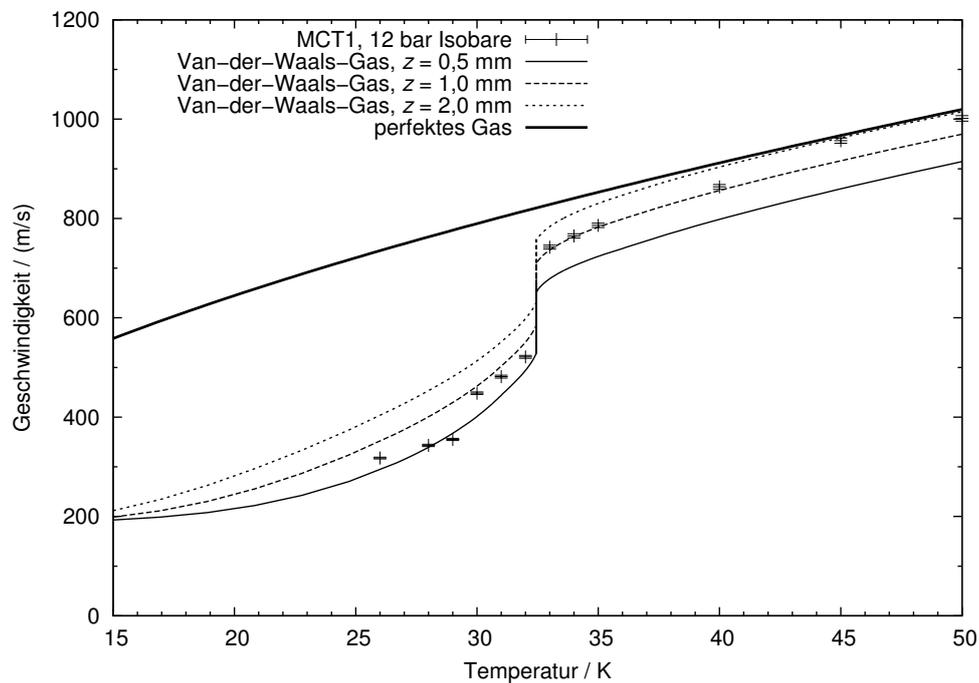
### 6.1.6. Vergleich zwischen der Simulation des Van-der-Waals-Gases und dem Experiment

Im Falle des idealen Gases zeigen die Rechnungen, dass die Temperatur in der Düse innerhalb von wenigen Millimetern dem absoluten Nullpunkt zustrebt, die mittlere Dichte und der Druck sich um viele Größenordnungen verringert haben und auch die Geschwindigkeit nach dieser kurzen Strecke nahezu konstant bleibt. Nach diesen wenigen Millimetern ist daher die Wahrscheinlichkeit gering, dass sich die Geschwindigkeit der Cluster weiter ändert. Dementsprechend kann in diesem Fall angenommen werden, dass die mittlere Geschwindigkeit der Cluster in etwa der maximalen Geschwindigkeit der Gasmoleküle entspricht. Im Fall des realen Gases steigt die Geschwindigkeit des Fluids jedoch über die gesamte Länge der Düse weiter an. Ausgehend von der Vorstellung, die bereits am Anfang des Kapitels erwähnt wurde, dass es eine Position innerhalb der Düse, den Ausfrierpunkt, gibt hinter der sich die Clustergeschwindigkeit nicht mehr signifikant ändert. Da bis zu diesem Punkt die Cluster noch durch Stöße mit dem umgehenden Fluid wechselwirken und gleichzeitig aus diesem entstanden sind, sollte die mittlere Geschwindigkeit der

<sup>5</sup>Die beiden Funktionen werden in der Originalliteratur als  $A(\rho)$  und  $B(\rho)$  bezeichnet.



**Abbildung 6.1.43.:** Berechnete Gasgeschwindigkeit als Funktion der Gastemperatur im Vergleich mit gemessenen mittleren Clustergeschwindigkeiten bei einem Gasdruck von 8 bar vor der Düse (MCT2-Reihe basierend auf Messwerten von Frau Köhler [Köh10]).



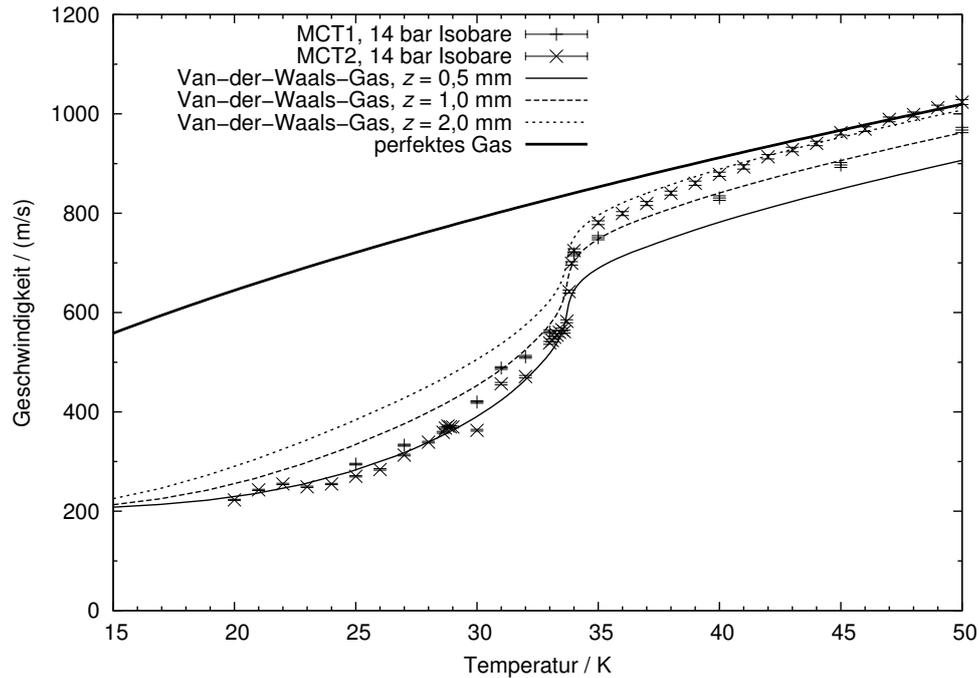
**Abbildung 6.1.44.:** Berechnete Gasgeschwindigkeit als Funktion der Gastemperatur im Vergleich mit gemessenen mittleren Clustergeschwindigkeiten bei einem Gasdruck von 12 bar vor der Düse.

Cluster in etwa der mittleren Geschwindigkeit des Fluids am Ausfrierpunkt entsprechen. Da das beschriebene Modell die Position des Ausfrierpunkts jedoch nicht vorhersagen kann, wurde im Folgenden die Geschwindigkeit an verschiedenen, ausgewählten Punkten in der Nähe des Düsenhalses berechnet und mit den gemessenen Clustergeschwindigkeiten verglichen.

Die Abbildung 6.1.43 stellt die Temperaturabhängigkeit der Gasgeschwindigkeit bei einem konstanten Gasdruck von 8 bar vor der Düse dar. Aufgetragen sind neben den gemessenen Daten der beiden Targets MCT1 und MCT2 auch die mittlere Gasgeschwindigkeit, die das Modell des perfekten Gases voraussagt und drei Kurven, die mit dem Modell des Van-der-Waals-Gases in einer Entfernung von 0,5 mm, 1 mm und 2 mm hinter dem Düsenhals berechnet wurden. Der Bereich, oberhalb von etwa 30 K, in dem der Wasserstoff vor der Düse gasförmig ist, wird hierbei sowohl von der theoretischen Kurve beschrieben, die mit Hilfe des perfekten Gases berechnet wurde, als auch mit der Kurve, die die Geschwindigkeit in einer Entfernung von etwa zwei Millimeter vom Düsenhals zeigt. Der bei 30 K stattfindende Phasenübergang zwischen gasförmiger und flüssiger Phase vor der Düse ist klar in den gemessenen Daten und in den theoretischen Kurven des Van-der-Waals-Gases sichtbar und resultiert in einer deutlichen Verminderung der mittleren Geschwindigkeit. In diesem Bereich wird die Clustergeschwindigkeit relativ gut durch die Kurve beschrieben, bei der die Geschwindigkeit in einem Abstand von 0,5 mm vom Düsenhals berechnet wurde. Die Abweichung zwischen den Daten von MCT1 und MCT2 liegt hier in der gleichen Größenordnung, wie die Abweichung der Messdaten von der simulierten Kurve.

In der Abbildung 6.1.44 sind die gemessenen und berechneten Ergebnisse für einen konstanten Gasdruck von 12 bar gezeigt. Auch hier ist der Phasenübergang, der bei diesem Druck bei etwa 33 K liegt, deutlich durch einen Sprung der Geschwindigkeit in den Daten und der Simulation zu erkennen. Wie bei der vorherigen Abbildung sind die Daten, die bei einer Temperatur unterhalb der Siedetemperatur genommen wurden, gut durch die Kurve beschrieben, bei der die Geschwindigkeit als Funktion der Temperatur in einem Abstand von 0,5 mm vom engsten Querschnitt berechnet wurde. Die Daten oberhalb der Siedetemperatur werden bis etwa 43 K durch die Kurve beschrieben, die an einer Position von einem Millimeter hinter dem Düsenhals ermittelt wurde. Bei noch höheren Temperaturen fallen die Daten mit der Kurve des perfekten Gases und des Van-der-Waals-Gases bei einer Position von zwei Millimeter zusammen.

Wird der Gasdruck über den kritischen Druck von 13,15 bar erhöht, gibt es keinen strikten Phasenübergang zwischen flüssiger und gasförmiger Phase mehr, sondern eine stetige Änderung der Dichte bei Änderung der Temperatur. Dies ist in den Abbildungen 6.1.45 und 6.1.46, die bei konstantem Gasdruck von 14 bar beziehungsweise 17 bar aufgezeichnet wurden, sowohl an den berechneten Kurven, als auch an den Messdaten zu erkennen. In beiden Fällen wird der Bereich unterhalb von etwa 34 K, in dem der Wasserstoff vor der Düse flüssig ist, gut durch die Kurve beschrieben, die in einer Entfernung von 0,5 mm Entfernung vom Düsenhals simuliert



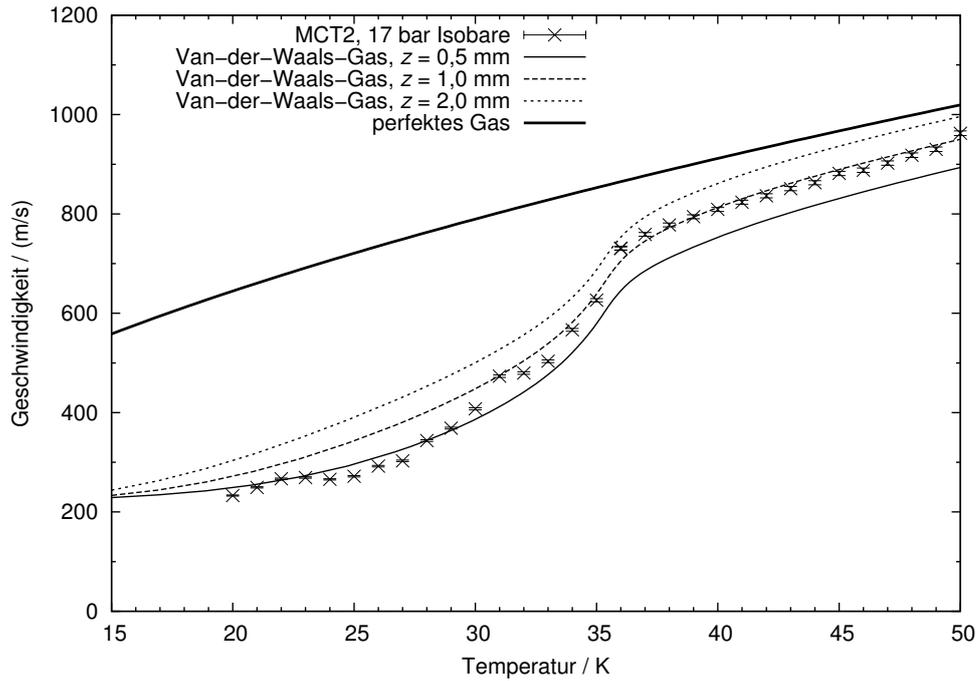
**Abbildung 6.1.45.:** Berechnete Gasgeschwindigkeit als Funktion der Gastemperatur im Vergleich mit gemessenen mittleren Clustergeschwindigkeiten bei einem Gasdruck von 14 bar vor der Düse (MCT2-Reihe basierend auf Messwerten von Frau Köhler [Köh10]).

wurde. Oberhalb dieser Temperatur wird der Verlauf der Messdaten je nach Druck einmal von der Kurve bei einer Entfernung von einem Millimeter und einmal durch die Kurve in einer Entfernung von zwei Millimeter beschrieben.

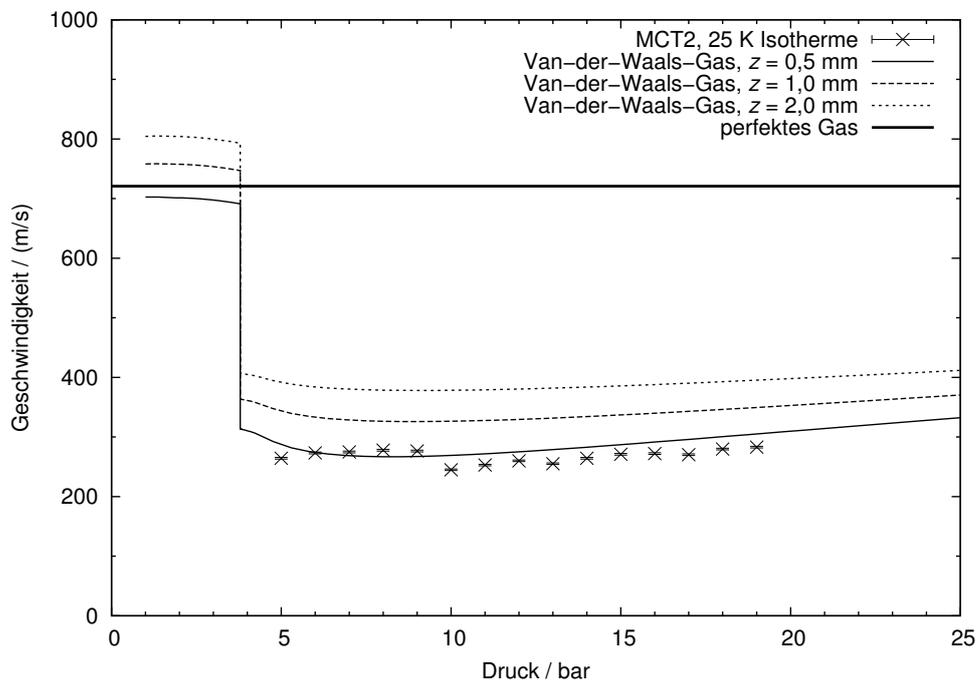
In den Abbildungen 6.1.47, 6.1.48 und 6.1.49 sind die gemessenen mittleren Geschwindigkeiten bei drei Isothermen von 25 K, 30 K und 50 K dargestellt. Wie bereits bei den Isobaren können auch diese Messdaten im flüssigen Bereich durch die theoretischen Geschwindigkeiten in einer Entfernung von 0,5 mm Entfernung vom Düsenhals beschrieben werden, während im gasförmigen Bereich die Kurven passen, die in einer Distanz von etwa ein bis zwei Millimeter berechnet wurden.

Ausgehend von diesen qualitativen Vergleichen zwischen den Messdaten und den Simulationen, macht es Sinn zur Vorhersage von Geschwindigkeiten eine Funktion zu definieren, die die Messdaten so gut wie möglich beschreibt. Da die Position des Ausfrierpunkts anscheinend vom Aggregatzustand des Wasserstoffs vor der Düse abhängt, kann die folgende Funktion zur Vorhersage der Clustergeschwindigkeit  $u_C$  verwendet werden:

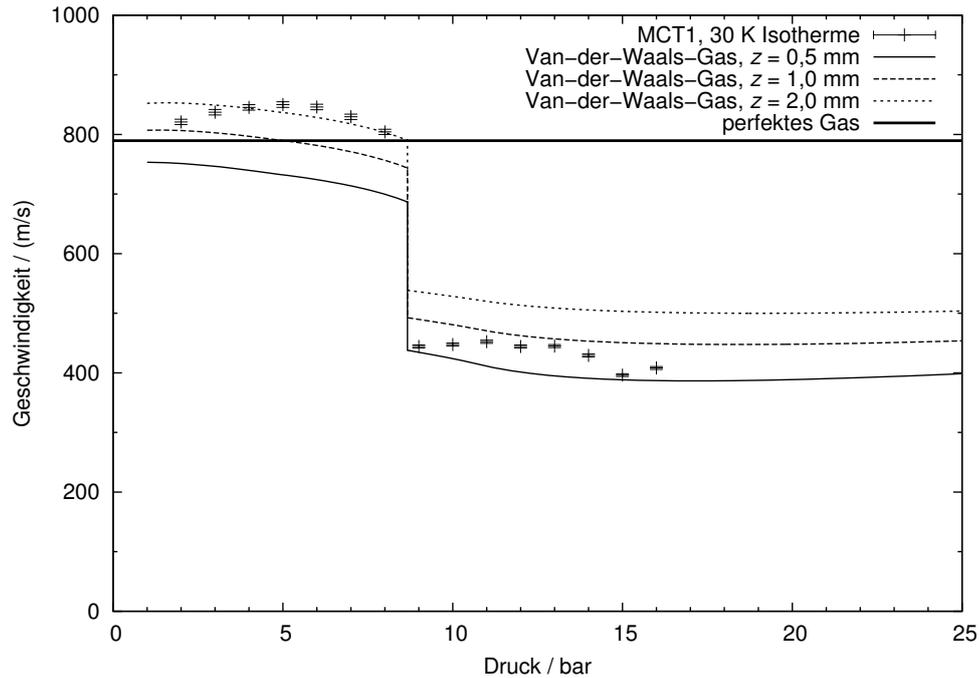
$$u_C = \begin{cases} u_{\text{vdW}}(p_0, T_0, x_{\text{fl}}) & \text{falls } T_0 < T_{\text{tr}}(p_0) \\ u_{\text{vdW}}(p_0, T_0, x_{\text{g}}) & \text{falls } T_0 \geq T_{\text{tr}}(p_0) \end{cases}, \quad (6.148)$$



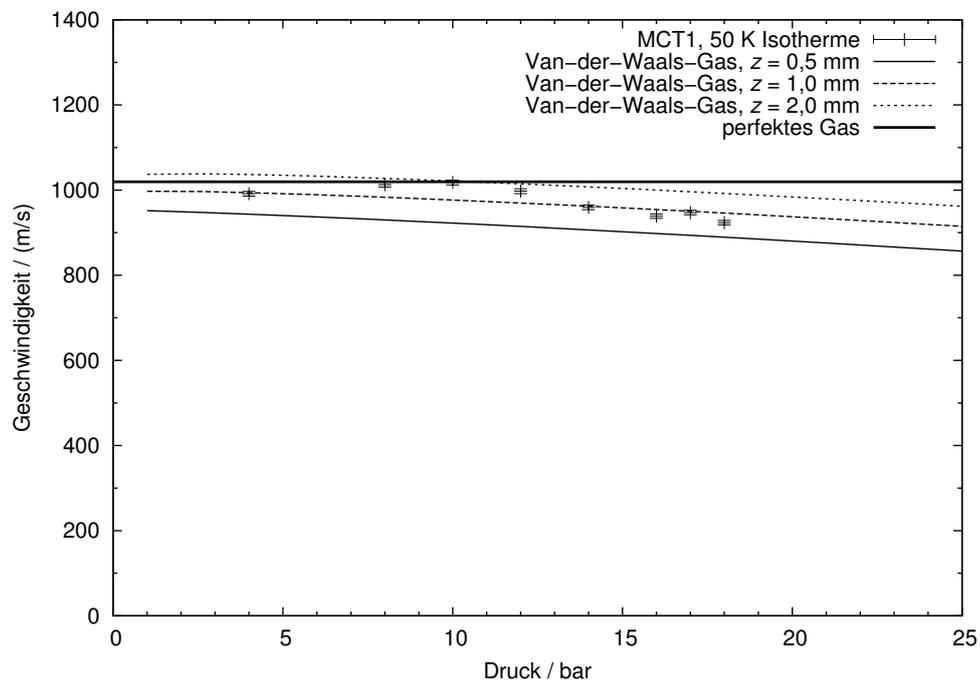
**Abbildung 6.1.46.:** Berechnete Gasgeschwindigkeit als Funktion der Gastemperatur im Vergleich mit gemessenen mittleren Clustergeschwindigkeiten bei einem Gasdruck von 17 bar vor der Düse (basierend auf Messwerten von Frau Köhler [Köh10]).



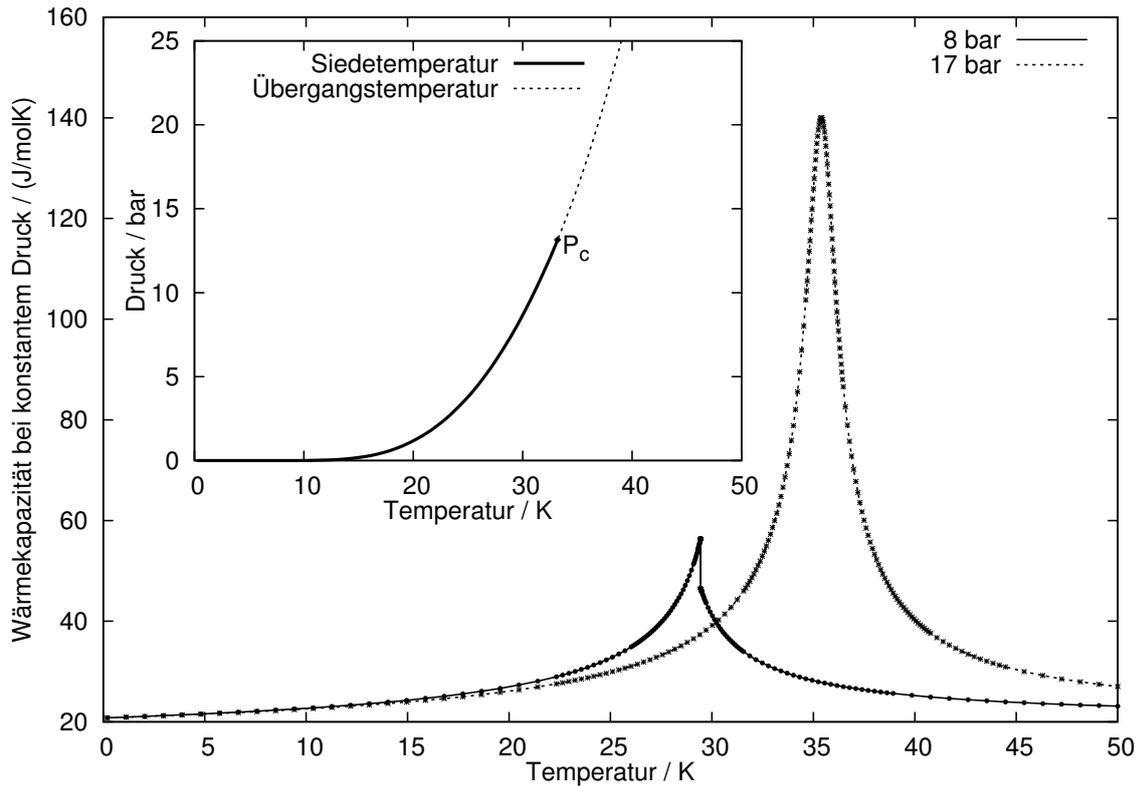
**Abbildung 6.1.47.:** Berechnete Gasgeschwindigkeit als Funktion des Gasdrucks im Vergleich mit gemessenen mittleren Clustergeschwindigkeiten bei einer Gastemperatur von 25 K vor der Düse (basierend auf Messwerten von Frau Köhler [Köh10]).



**Abbildung 6.1.48.:** Berechnete Gasgeschwindigkeit als Funktion des Gasdrucks im Vergleich mit gemessenen mittleren Clustergeschwindigkeiten bei einer Gastemperatur von 30 K vor der Düse.



**Abbildung 6.1.49.:** Berechnete Gasgeschwindigkeit als Funktion des Gasdrucks im Vergleich mit gemessenen mittleren Clustergeschwindigkeiten bei einer Gastemperatur von 50 K vor der Düse.



**Abbildung 6.1.50.:** Wärmekapazität bei konstantem Druck als Funktion der Temperatur für zwei verschiedene Isobaren bei 8 bar und bei 17 bar. Wird für Drücke oberhalb des kritischen Punktes eine Übergangstemperatur durch die Position des Maximums in der Wärmekapazität definiert, so ergibt sich die in der eingefügten Abbildung gestrichelt gezeichnete Verlängerung der Dampfdruckkurve.

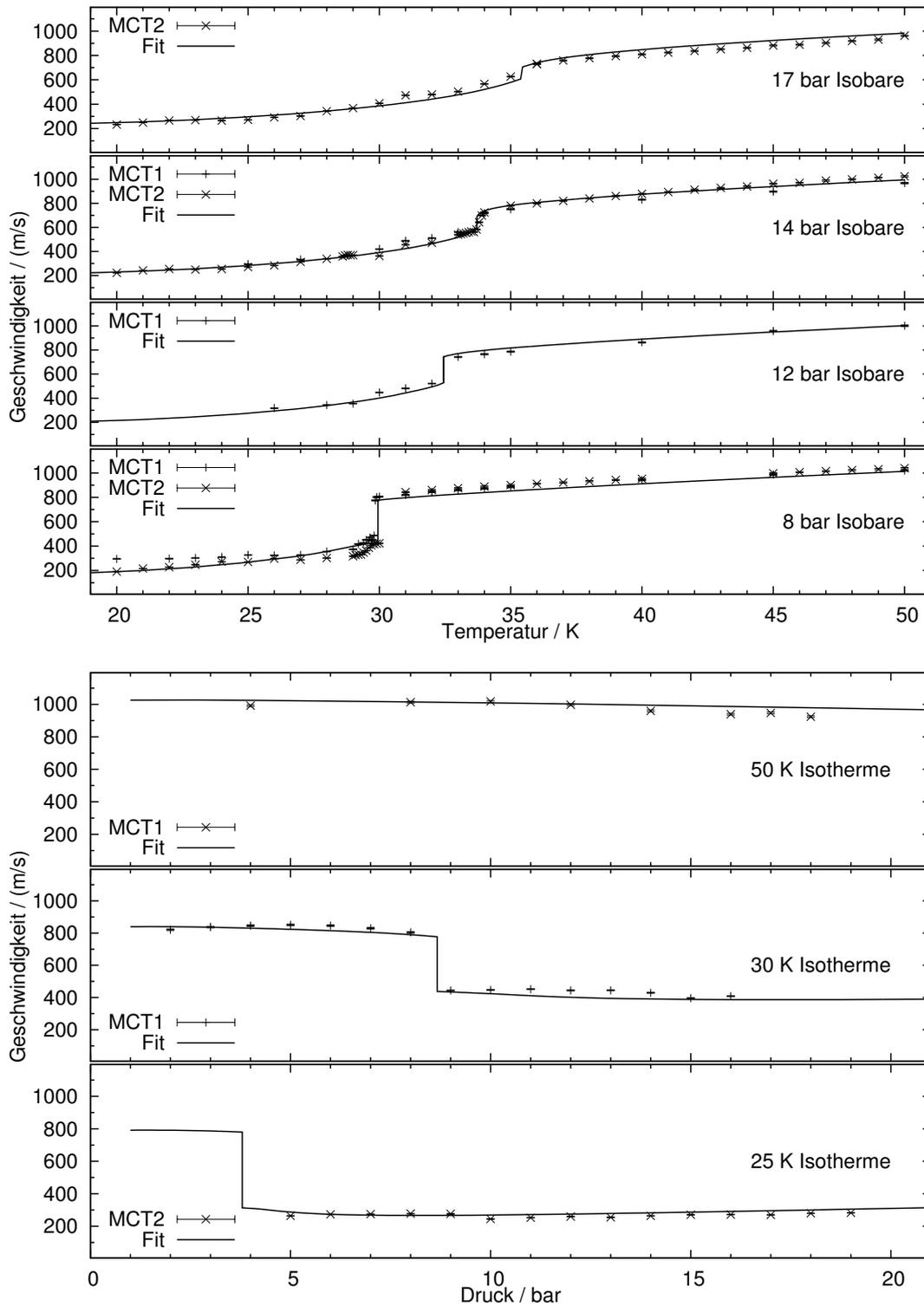
wobei der Druck  $p_0$  und die Temperatur  $T_0$  am Düsenanlass,  $u_{\text{vdW}}(p_0, T_0, z)$  die simulierte Geschwindigkeit des Van-der-Waals-Gases in einer Entfernung  $z$  von Düsenhals und  $z_{\text{fl}}$  und  $z_{\text{g}}$  die Position des Ausfrierpunkts für flüssigen und gasförmigen Wasserstoff sind. Die druckabhängige Übergangstemperatur  $T_{\text{tr}}(p_0)$  ist bei Drücken unterhalb des Drucks des kritischen Punktes  $p_{\text{K}} =$  gleich der Siedetemperatur. Für Drücke oberhalb dieses Punktes kann die Dampfdruckkurve verlängert werden, wenn die Übergangstemperatur als die Temperatur definiert wird, bei der die Wärmekapazität  $c_p$  bei konstantem Druck maximal wird [Sed11]. In Abbildung 6.1.50 ist die Temperaturabhängigkeit dieser Wärmekapazität für zwei verschiedene Isobaren dargestellt. Die Isobare bei 8 bar verläuft unterhalb des kritischen Drucks, so dass bei der Siedetemperatur die Wärmekapazität unstetig ist. Die zweite Isobare bei 17 bar verläuft dagegen oberhalb des kritischen Drucks und weist daher nur ein Maximum in der Region des kritischen Punktes auf. Unter Verwendung dieser Definition für die Übergangstemperatur ergibt sich die im Inlay in Abbildung 6.1.50 als gestrichelte Linie dargestellte Verlängerung der Dampfdruckkurve. In der Tabelle 6.1.2 sind die an die Messdaten angepassten Positionen der Ausfrierpunkte für

	MCT1	MCT2	alle Daten
$z_{\text{fl}} / \text{mm}$	$0,736 \pm 0,037$	$0,445 \pm 0,014$	$0,500 \pm 0,015$
$z_{\text{g}} / \text{mm}$	$1,52 \pm 0,20$	$1,67 \pm 0,20$	$1,61 \pm 0,16$
AAD / %	4.4	5.1	5.4

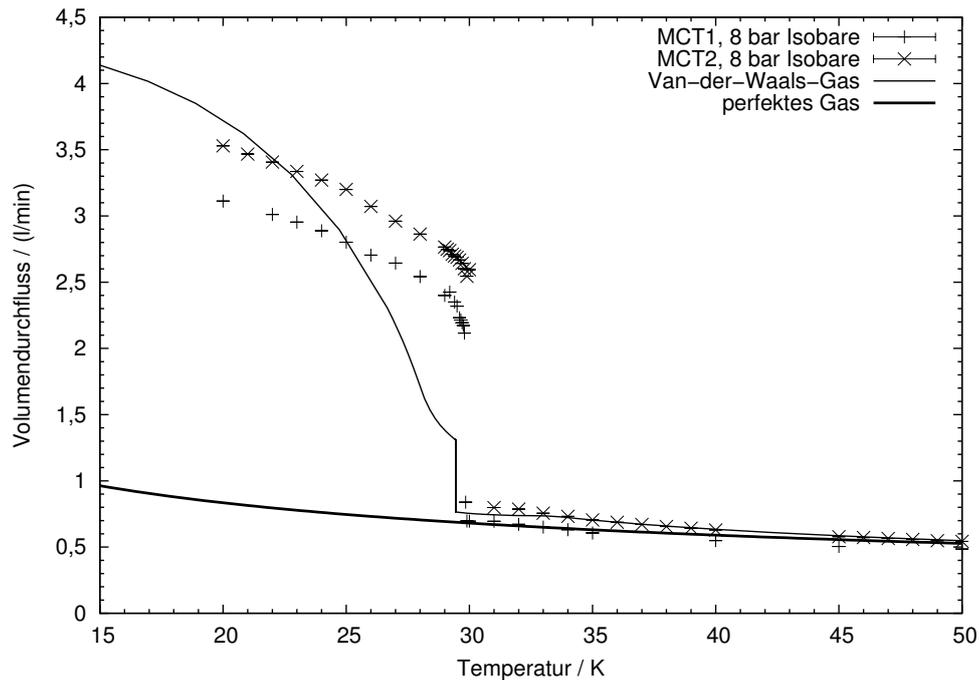
**Tabelle 6.1.2.:** Parameter zur Voraussage der Clustergeschwindigkeit mit Hilfe von Gleichung (6.148). Die angegebenen Unsicherheiten sind jeweils mit der Wurzel aus dem reduzierten Chi-Quadrat skaliert worden.

das MCT1, das MCT2 und für alle Daten aufgeführt. Die Abweichung zwischen der angepassten Funktion (6.148) und den Messdaten kann hierbei durch die mittlere absolute Abweichung AAD ((5.11)) quantifiziert werden, die in allen drei Fällen nur etwa fünf Prozent beträgt. Im oberen Graph der Abbildung 6.1.51 sind die gemessenen Clustergeschwindigkeiten der vier Isobaren zusammen mit der vorhergesagten Geschwindigkeit eingezeichnet. Hierbei wurden die Ausfrierpunkte verwendet, die durch die Funktionsanpassung an alle Daten ermittelt wurden. Im Fall der Isobare die bei einem Druck von etwa 8 bar aufgezeichnet wurde, wurde hierbei ein Druck von 8,6 bar angenommen, der besser mit der Position der Dampfdruckkurve in den Daten übereinstimmt. Der untere Graph der Abbildung 6.1.51 zeigt den gleichen Vergleich für die Daten, die bei konstanter Temperatur im Düseninlass aufgezeichnet wurden.

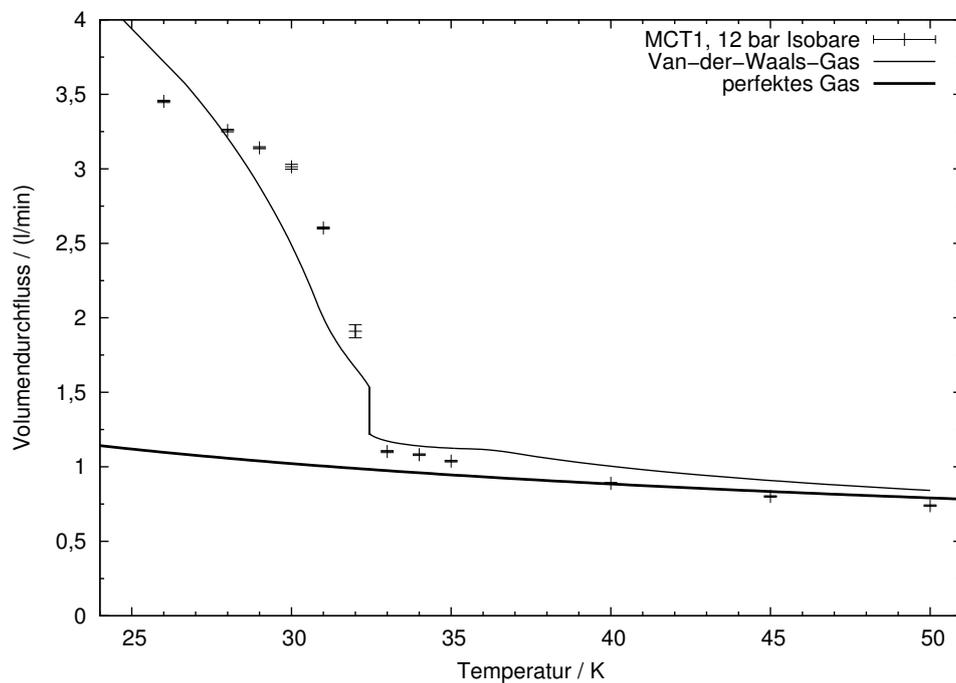
Zur Bestimmung der Clustergeschwindigkeiten ist, wie beschrieben, die lokale Geschwindigkeit von Interesse. Abgesehen von dieser lokalen Eigenschaft, können mit diesem Modell auch globale Eigenschaften des Düsenflusses, wie beispielsweise der Massendurchfluss berechnet werden. Die Abbildungen 6.1.52 bis 6.1.58 zeigen jeweils die berechneten Volumendurchflüsse im Vergleich zu den in der Gasleitung zwischen Gasreiniger und Düse gemessenen Volumenstromstärken. Bei allen Abbildungen ist die deutliche Abweichung von den Rechnungen des perfekten Gases zu erkennen, wenn die Gasdrücke und Gastemperaturen vor der Düse im flüssigen Bereich des Phasendiagramms liegen. In diesem Bereich kann das Modell des Van-der-Waals-Gases das Verhalten besser beschreiben, wobei die Form der jeweiligen berechneten Kurven noch von den Messdaten abweichen. Eine solche Abweichung wurde bereits in zahlreichen Versuchen mit Wasserdampf (siehe beispielsweise [Sal91]) beobachtet und wird dadurch erklärt, dass der Verdampfungsprozess, welcher zur isentropen Expansion nötig ist, nicht instantan, sondern mit einer endlichen Verdampfungsrate geschieht, so dass in der Düse eine lokale Abweichung vom thermischen Gleichgewicht auftritt. Dieses Ungleichgewicht kann zum Beispiel durch Ratengleichungs-Modelle beschrieben werden. Die im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Modelle und Berechnungsweisen sind damit prinzipbedingt nicht in der Lage, exakt den Volumendurchfluss vorherzusagen. Für die experimentelle Anwendung der Ergebnisse reicht die Präzision der Vorhersagen jedoch vollkommen aus, zumal die Ergebnisse von Geschwindigkeits- und Volumendurchflussberechnung im Bereich von Drücken



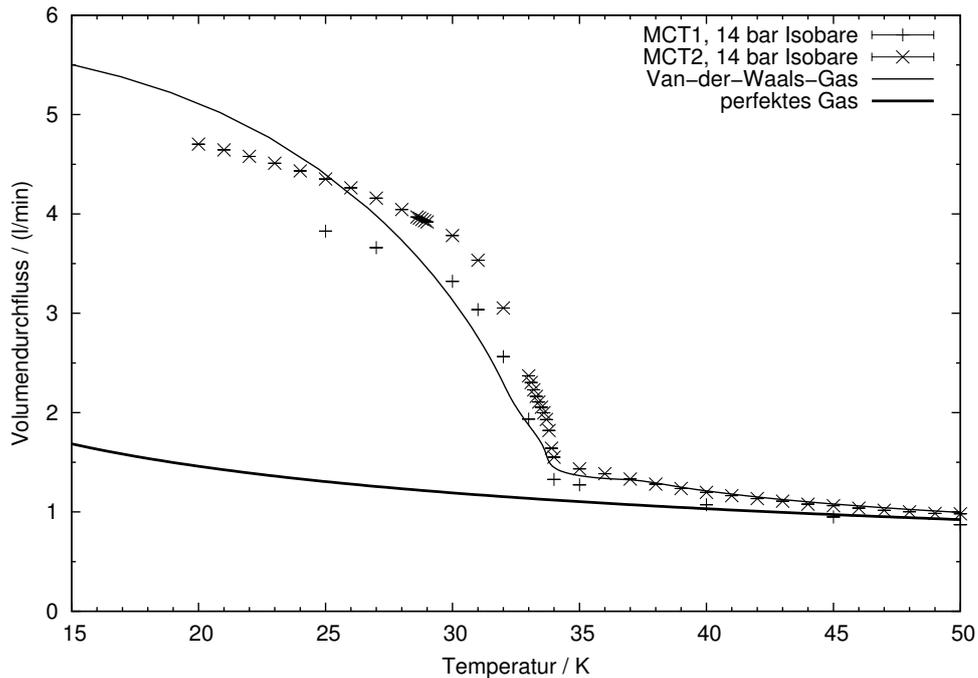
**Abbildung 6.1.51.:** Vergleich der gemessenen Clustergeschwindigkeiten von vier Isobaren (oben) und drei Isothermen (unten) als Funktion der Temperatur am Düsen eintritt mit der angepassten Vorhersage entsprechend der Funktion (6.148) mit Funktionsparametern aus Tabelle 6.1.2, Spalte „alle Daten“. (MCT2-Reihen basierend auf Messwerten von [Köh10])



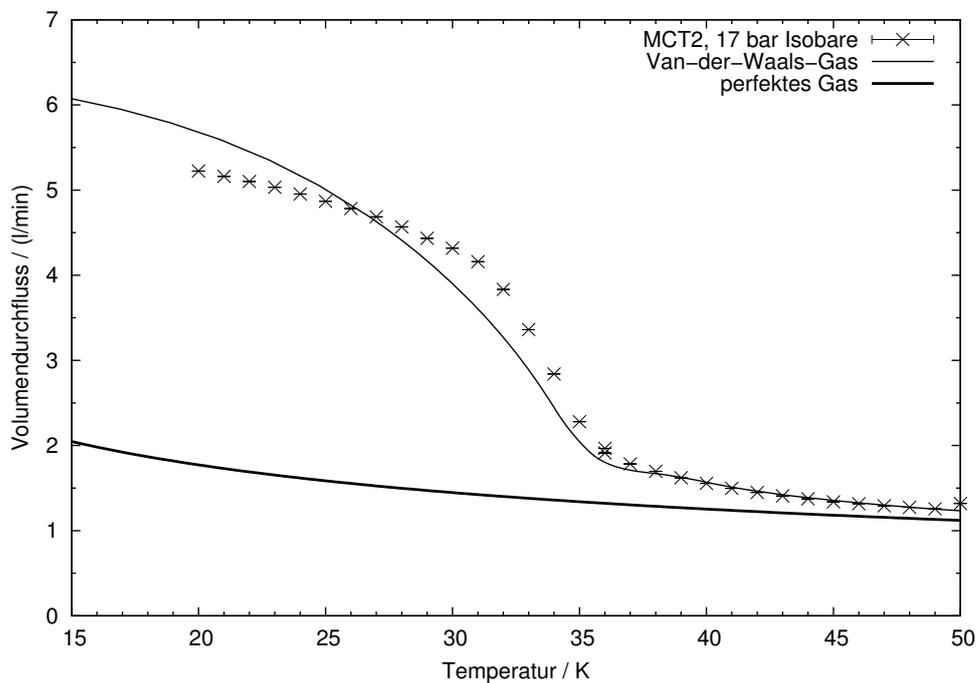
**Abbildung 6.1.52.:** Berechneter Volumendurchfluss als Funktion der Gastemperatur im Vergleich mit gemessenen Volumenstromstärken bei einem Gasdruck von 8 bar vor der Düse (MCT2-Reihe basierend auf Messwerten von Frau Köhler [Köh10]).



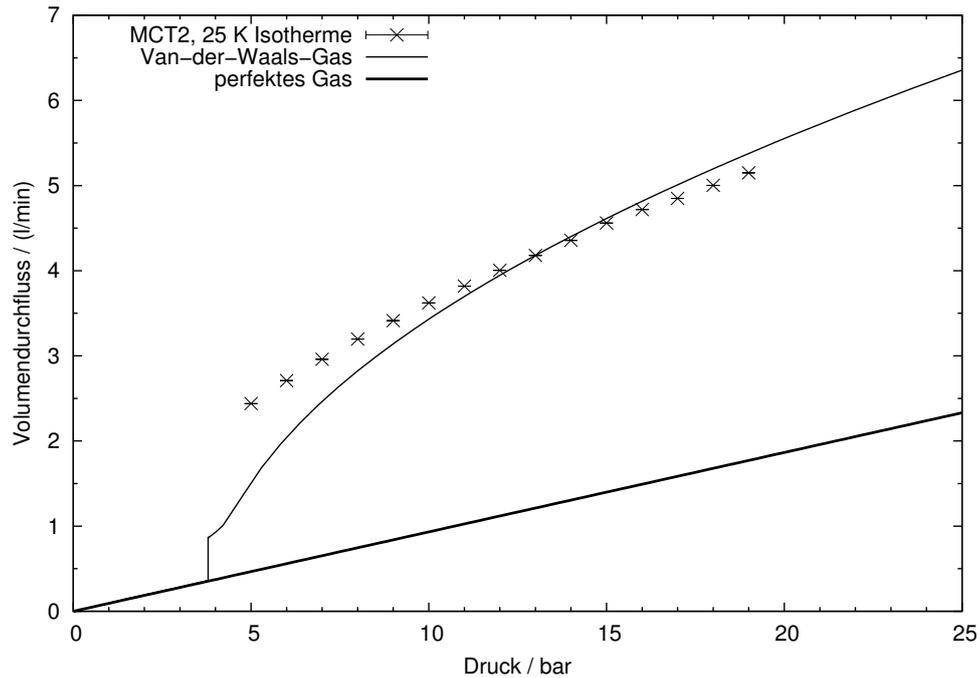
**Abbildung 6.1.53.:** Berechneter Volumendurchfluss als Funktion der Gastemperatur im Vergleich mit gemessenen Volumenstromstärken bei einem Gasdruck von 12 bar vor der Düse.



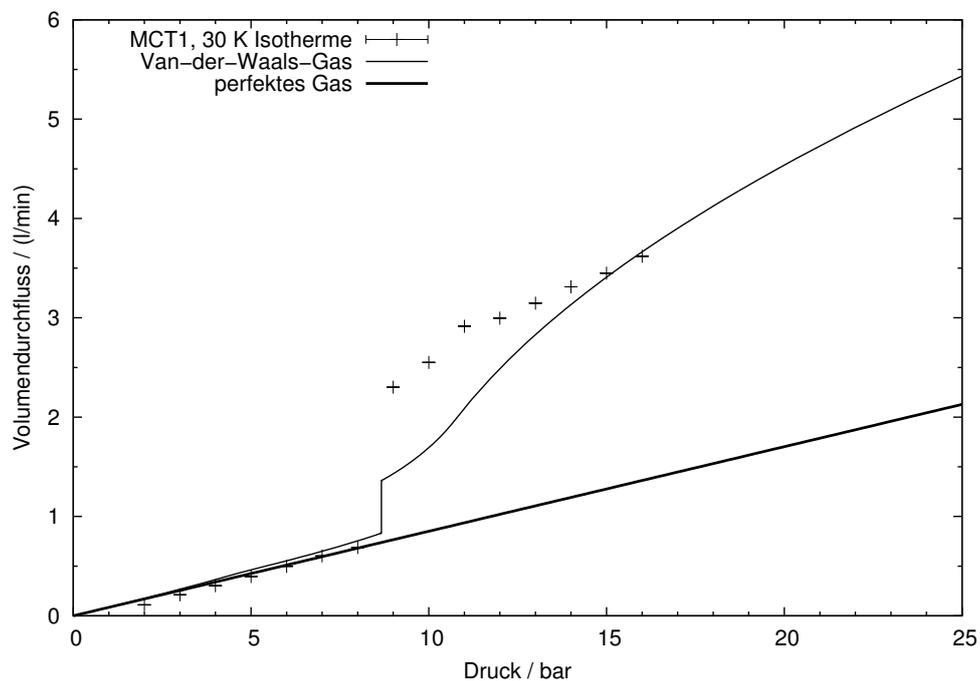
**Abbildung 6.1.54.:** Berechneter Volumendurchfluss als Funktion der Gastemperatur im Vergleich mit gemessenen Volumenstromstärken bei einem Gasdruck von 14 bar vor der Düse (MCT2-Reihe basierend auf Messwerten von Frau Köhler [Köh10]).



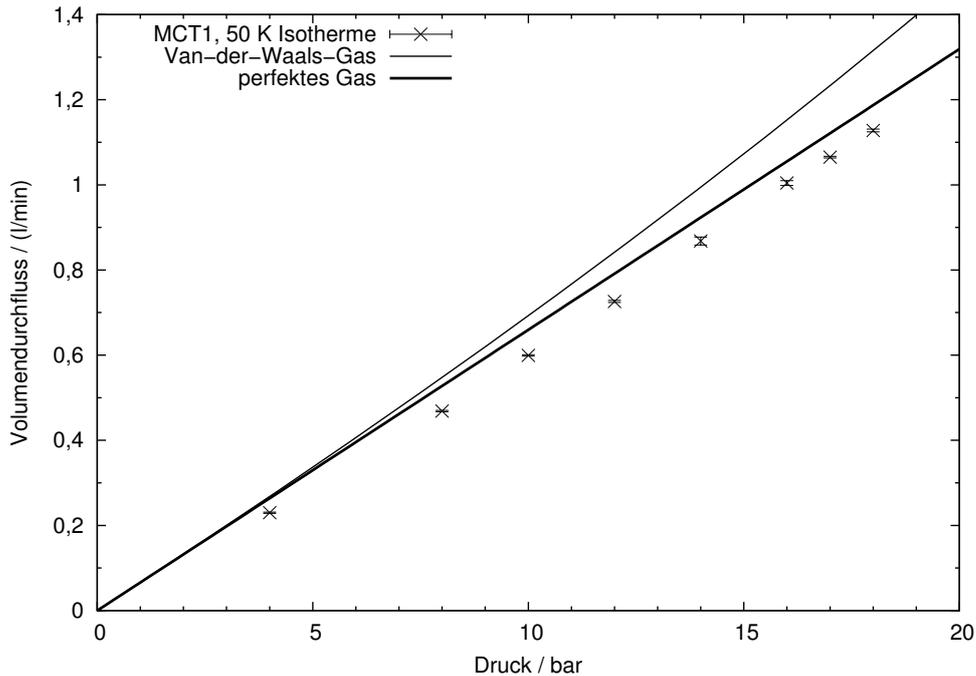
**Abbildung 6.1.55.:** Berechneter Volumendurchfluss als Funktion der Gastemperatur im Vergleich mit gemessenen Volumenstromstärken bei einem Gasdruck von 17 bar vor der Düse (basierend auf Messwerten von Frau Köhler [Köh10]).



**Abbildung 6.1.56.:** Berechneter Volumendurchfluss als Funktion des Gasdrucks im Vergleich mit gemessenen Volumenstromstärken bei einer Gastemperatur von 25 K vor der Düse (basierend auf Messwerten von Frau Köhler [Köh10]).



**Abbildung 6.1.57.:** Berechneter Volumendurchfluss als Funktion des Gasdrucks im Vergleich mit gemessenen Volumenstromstärken bei einer Gastemperatur von 30 K vor der Düse.



**Abbildung 6.1.58.:** Berechneter Volumendurchfluss als Funktion des Gasdrucks im Vergleich mit gemessenen Volumenstromstärken bei einer Gastemperatur von 50 K vor der Düse.

oberhalb von etwa 14 bar, in dem die Targetdichten am größten sind, sehr gut mit den Messdaten übereinstimmen.

Es zeigt sich also zusammenfassend (siehe auch [Täs<sup>+</sup>11b]), dass die im Rahmen dieser Arbeit berechneten Gasgeschwindigkeiten des Van-der-Waals-Gases eine gute qualitative und quantitative Beschreibung der mittleren Clustergeschwindigkeiten ermöglichen. Hierbei ist vor allem die gute quantitative Beschreibung der Geschwindigkeiten im Bereich des Phasendiagramms hervorzuheben, in dem der Wasserstoff als Flüssigkeit vor der Düse vorliegt. Diese gute Übereinstimmung zwischen Experiment und theoretischer Berechnung ermöglicht ein deutlich verbessertes Verständnis des Clusterbildungsprozesses. Aufgrund der Tatsache, dass die Münsteraner Cluster-Jet-Targets problemlos die Phasengrenze zwischen flüssiger und gasförmiger Phase in beide Richtungen überschreiten können, gab es vor den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Experimenten und Rechnungen die Vorstellung, dass der Wasserstoff vor der Düse immer als Gas vorliegt. Der Vergleich zwischen den gemessenen mittleren Clustergeschwindigkeiten und Volumenstromstärken mit den Simulationen zeigt jedoch ganz deutlich, dass im Bereich der flüssigen Phase im Phasendiagramm der Wasserstoff flüssig vor der Düse vorliegt und nicht als unterkühltes Gas, wie es in älteren Veröffentlichungen [Kho<sup>+</sup>99] vermutet wurde. Dementsprechend entstehen hier die Cluster nicht durch Kondensation von einzelnen Gasmolekülen, sondern durch eine Art von Zerstäubung des flüssigen Wasserstoffs. Dementsprechend ist es

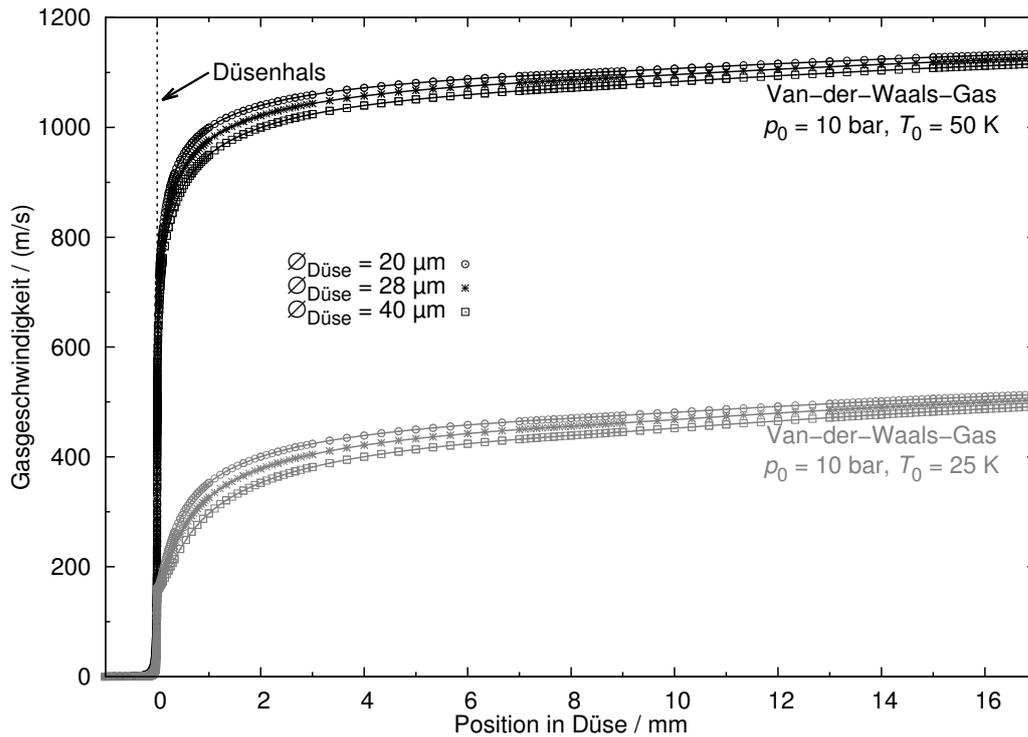
auch verständlich, dass in diesem Bereich die Targetdichte um etwa einen Faktor zehn größer ist, als im gasförmigen Bereich des Phasendiagramms, da als Ergebnis der Zerstäubung größere Einzelcluster zu erwarten sind als bei der Kondensation aus einzelnen Molekülen. Dementsprechend ist die Messung der Clustermasse von größtem Interesse. Erste Ergebnisse eines Versuchs, diese Massenverteilung zu ermitteln, sind im folgenden Kapitel dargestellt.

### 6.1.7. Einfluss der Düsengeometrie

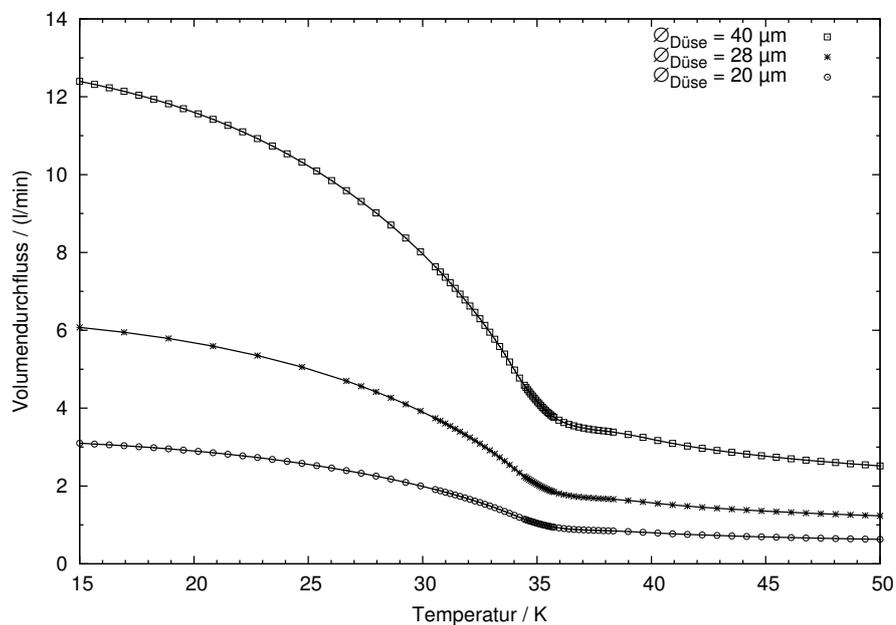
Mit dem erstellten Programmpaket ist es natürlich auch möglich, den Einfluss der Düsengeometrie auf die Geschwindigkeit des Fluids zu untersuchen. Hierbei stehen zur Zeit keine Messungen zur Verfügung, da zum einen nur eine sehr begrenzte Zahl von CERN Düsen zur Verfügung stehen und nach den ersten Tests am MCT1 die Düse mit einem engsten Durchmesser von 28  $\mu\text{m}$  die höchsten Targetdichten erzielte und daher nicht mehr getauscht wurde. In Zukunft wird es jedoch noch interessant sein, andere Düsendurchmesser und insbesondere auch andere Düsenformen zu testen. Erste Versuche neue Düsen herzustellen, werden zurzeit durchgeführt, es ist jedoch nicht klar, wann und ob mit den getesteten Verfahren die Produktion gelingen wird.

In Abbildung 6.1.59 sind berechnete Geschwindigkeiten des Van-der-Waals-Modells als Funktion der Position innerhalb der Düse für drei verschiedene Durchmesser des Düsenhalses dargestellt. Es fällt auf, dass die Geschwindigkeit umso geringer ist, je größer der engste Durchmesser gewählt wird. Die Abweichung zwischen der Düse mit dem kleinstem und der mit dem größten Düsenhals beträgt hierbei jedoch nur etwa 5%. Gleichzeitig ändert sich der Volumendurchfluss jedoch erheblich. Zur Verdeutlichung, wurde für die selben drei minimalen Düsendurchmesser der Volumendurchfluss als Funktion der Temperatur am Düseneinlass berechnet, wobei der Druck am Eingang der Düse konstant bei 17 bar belassen wurde. Das Ergebnis dieser Rechnung ist in Abbildung 6.1.60 dargestellt. Bei einer Temperatur von 25 K ergab die Berechnung hierbei einen Volumendurchfluss unter Normalbedingungen von etwa 10 l/min bei einem minimalen Düsendurchmesser von 40  $\mu\text{m}$  und circa 2,5 l/min bei einem Durchmesser von 20  $\mu\text{m}$ .

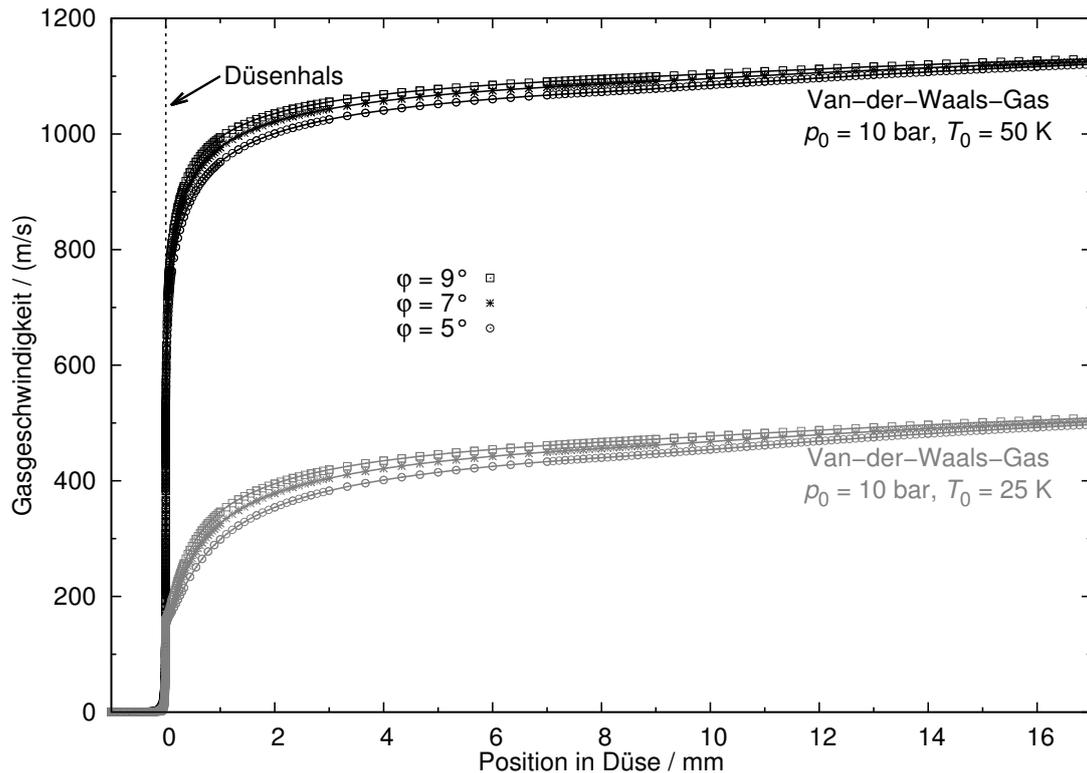
Anstelle des Durchmessers des Düsenhalses kann natürlich auch der Öffnungswinkel  $\varphi$  der Düse (siehe Abbildung 6.1.21 und Gleichung (6.71)) variiert werden. In Abbildung 6.1.61 sind die für drei Düsen mit unterschiedlichen Öffnungswinkeln berechneten Geschwindigkeiten dargestellt. Bei allen drei Düsen erreicht das Fluid am Düsenende annähernd die gleiche Geschwindigkeit. Der Geschwindigkeitsanstieg mit wachsendem Abstand zum Düsenhals erfolgt jedoch umso schneller, je größer der Öffnungswinkel ist. Ausgehend von einem Druck von 10 bar und einer Temperatur von 25 K am Düseneinlass, ergibt sich in einem Abstand von etwa 0,5 mm vom Düsenhals eine Geschwindigkeit von circa 240 m/s im Fall der Düse mit einem Öffnungswinkel von 5° und 290 m/s bei einem Öffnungswinkel von 9°. Die Variation des Öffnungswinkels hat keinen Einfluss auf den Volumendurchfluss durch die Düse.



**Abbildung 6.1.59.:** Berechnete mittlere Geschwindigkeit des Fluids als Funktion der Position innerhalb der Düse für zwei verschiedene Bedingungen am Düseneinlass und der Verwendung von drei Düsen mit verschiedenen Durchmessern des Düsenhalses.



**Abbildung 6.1.60.:** Berechneter Volumendurchfluss als Funktion der Gastemperatur im bei einem Gasdruck von 17 bar vor der Düse und der Verwendung von drei Düsen mit verschiedenen Durchmessern des Düsenhalses.



**Abbildung 6.1.61.:** Berechnete mittlere Geschwindigkeit des Fluids als Funktion der Position innerhalb der Düse für zwei verschiedene Bedingungen am Düseineinlass und der Verwendung von drei Düsen mit verschiedenen Öffnungswinkeln  $\varphi$ .

Mit dem entwickelten Programmpaket ist es demnach möglich, auch für bisher nicht getestete Düsen Aussagen über die zu erwartenden Änderungen in der Clustergeschwindigkeit zu treffen. Da das vorgestellte Modell die Position des Ausfrierpunkts bei diesen neuen Düsen jedoch nicht voraussagen kann, ist es nicht möglich, eine exakte Geschwindigkeitsvorhersage zu erstellen.

### 6.1.8. Geschwindigkeitsverteilung der Cluster

In den vorhergehenden Abschnitten wurde bereits erwähnt, dass es kaum möglich ist, die Geschwindigkeitsverteilung der Cluster theoretisch zu beschreiben, weshalb bisher nur der Vergleich mit der mittleren Geschwindigkeit dargestellt wurde. Im Folgenden soll jedoch trotzdem die beobachtete Temperatur- und Druckabhängigkeit der gemessenen Geschwindigkeitsverteilungen vorgestellt werden.

In Abbildung 6.1.62 ist die Entwicklung der am MCT2 gemessenen Geschwindigkeitsverteilungen bei einem konstanten Gasdruck vor der Düse von 14 bar als Funktion der Gastemperatur dargestellt. Die dargestellten Verteilungen basieren alle auf Messwerten, die im Rahmen der Diplomarbeit von Frau Köhler [Köh10] aufgezeichnet

wurden. Die einzelnen Spektren sind so erstellt worden, dass sie jeweils die gleiche Intervallbreite aufweisen und sind so skaliert, dass ihr Flächeninhalt gleich groß ist.

Bei hohen Temperaturen oberhalb der Siedetemperatur von etwa 34 K sind die Geschwindigkeitsverteilungen mit einer Standardabweichung von etwa 10 m/s relativ scharf, wobei ihre Breite mit abnehmender Temperatur leicht zunimmt, von circa 8 m/s bei 50 K auf 10 m/s bei 34 K. Diese Peaks sind linksschief, wobei ihre Schiefe mit abnehmendem Druck zunimmt. Beim Phasenübergang zwischen Gas und Flüssigkeit entwickelt sich zunächst eine Doppelpeakstruktur, deren Entwicklung in der Abbildung 6.1.63 zwischen 33 K und 34 K gezeigt ist. Diese Struktur besteht jeweils aus einem schmalen Peak der keine signifikante Schiefe besitzt und einem deutlich breiteren Peak, mit kleinerer mittlerer Geschwindigkeit, der eine deutliche positive Schiefe aufweist. Bei einer Temperatur von circa 33,7 K beträgt die Breite des schmalen Peaks etwa  $\sigma \approx 3$  m/s und die mittlere Geschwindigkeit circa 637 m/s, während der breitere Peak ( $\sigma \approx 25$  m/s) im Mittel eine Geschwindigkeit von etwa 576 m/s aufweist. Der Grund für diese Doppelpeakstruktur ist unklar, wurde aber bei Experimenten anderer Arbeitsgruppen [KST95; Buc<sup>+</sup>90] sowohl bei Wasserstoff, als auch bei Helium festgestellt. Die Autoren der zitierten Arbeiten nehmen an, dass es sich bei den beiden Peaks um Cluster mit unterschiedlicher Entstehungsart handelt, wobei die Cluster des schmaleren Peaks durch Kondensation aus Gas und die Cluster des langsameren und breiteren Peaks durch Zerstäubung der flüssigen Phase entstanden sind. Der Doppelpeak verschwindet schließlich bei einer weiteren Reduktion der Temperatur unterhalb von 29 K. Diese Entwicklung ist in Abbildung 6.1.64 dargestellt. Bei einer Temperatur von etwa 28,7 K hat sich die Breite des schmaleren Peaks auf etwa 17 m/s erhöht, während sich die mittlere Geschwindigkeit auf etwa 478 m/s vermindert hat. Der breitere Peak hat sich bei dieser Temperatur auf  $\sigma \approx 43$  m/s aufgeweitet und besitzt im Mittel eine Geschwindigkeit von 363 m/s. Bei kleineren Temperaturen verbleibt nur noch der breitere der beiden Peaks. Bei weiterer Verminderung der Temperatur nimmt die Breite des Peaks wieder von 43 m/s bei 28,6 K auf etwa 13 m/s bei 20 K ab, wobei die Schiefe des Peaks weiter zunimmt. Dieses Verhalten wurde auch bei anderen Drücken festgestellt, wie in den Abbildungen 6.1.65 bis 6.1.67 dargestellt ist. Die Abbildung 6.1.68 zeigt schließlich die Geschwindigkeitsverteilungen bei konstanter Temperatur von 25 K vor der Düse, wobei nur Drücke verwendet wurden, bei denen der Wasserstoff in flüssiger Form vorliegt. Dementsprechend wird eine vergleichsweise breite Geschwindigkeitsverteilung beobachtet. Im Bereich zwischen 6 bar und 9 bar beträgt die Standardabweichung des Peaks etwa 40 m/s. Oberhalb dieses Bereichs halbiert sich diese Breite jedoch und bleibt annähernd konstant. Für diese plötzliche Veränderung der Breite gibt es derzeit keine Erklärung.

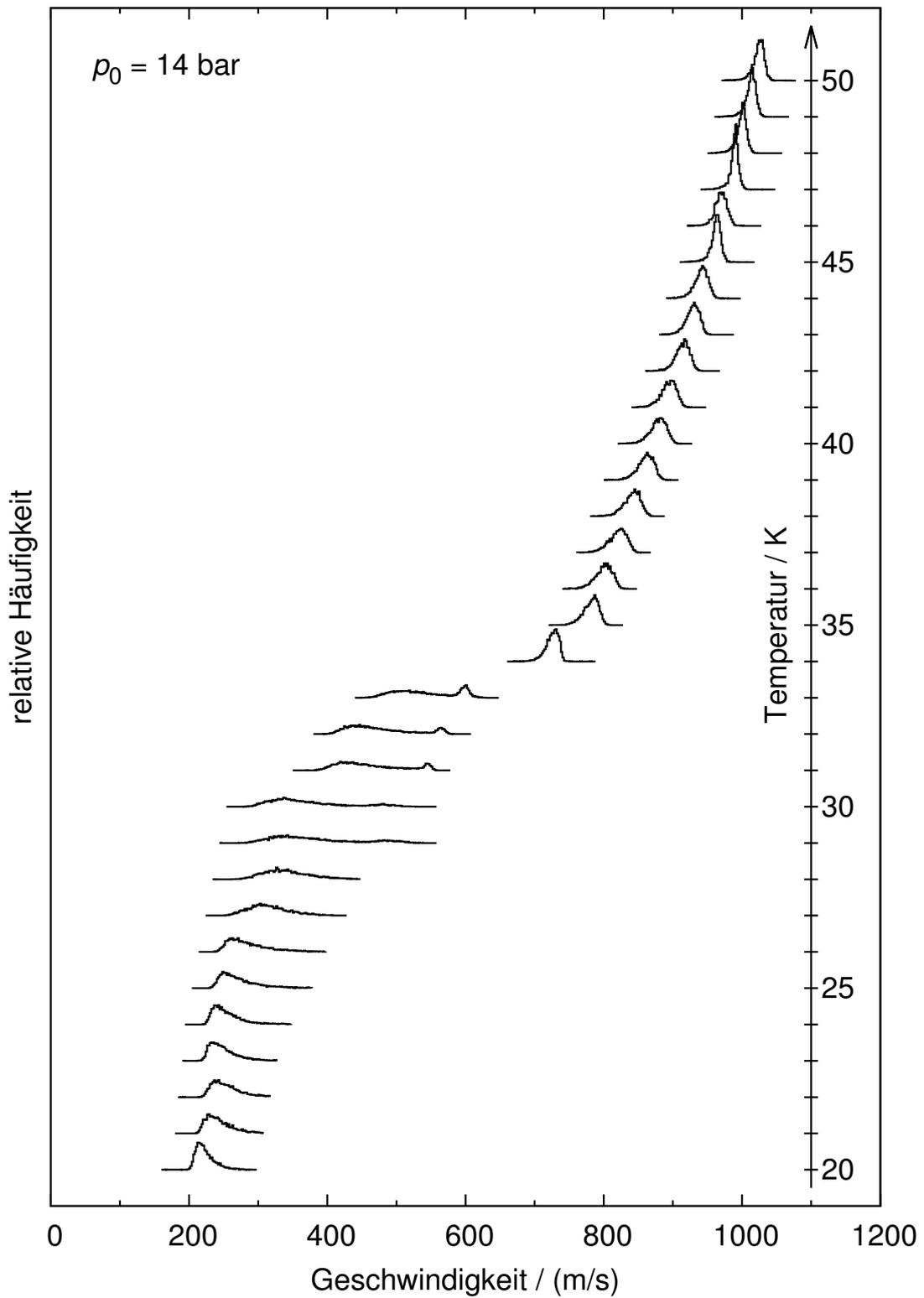
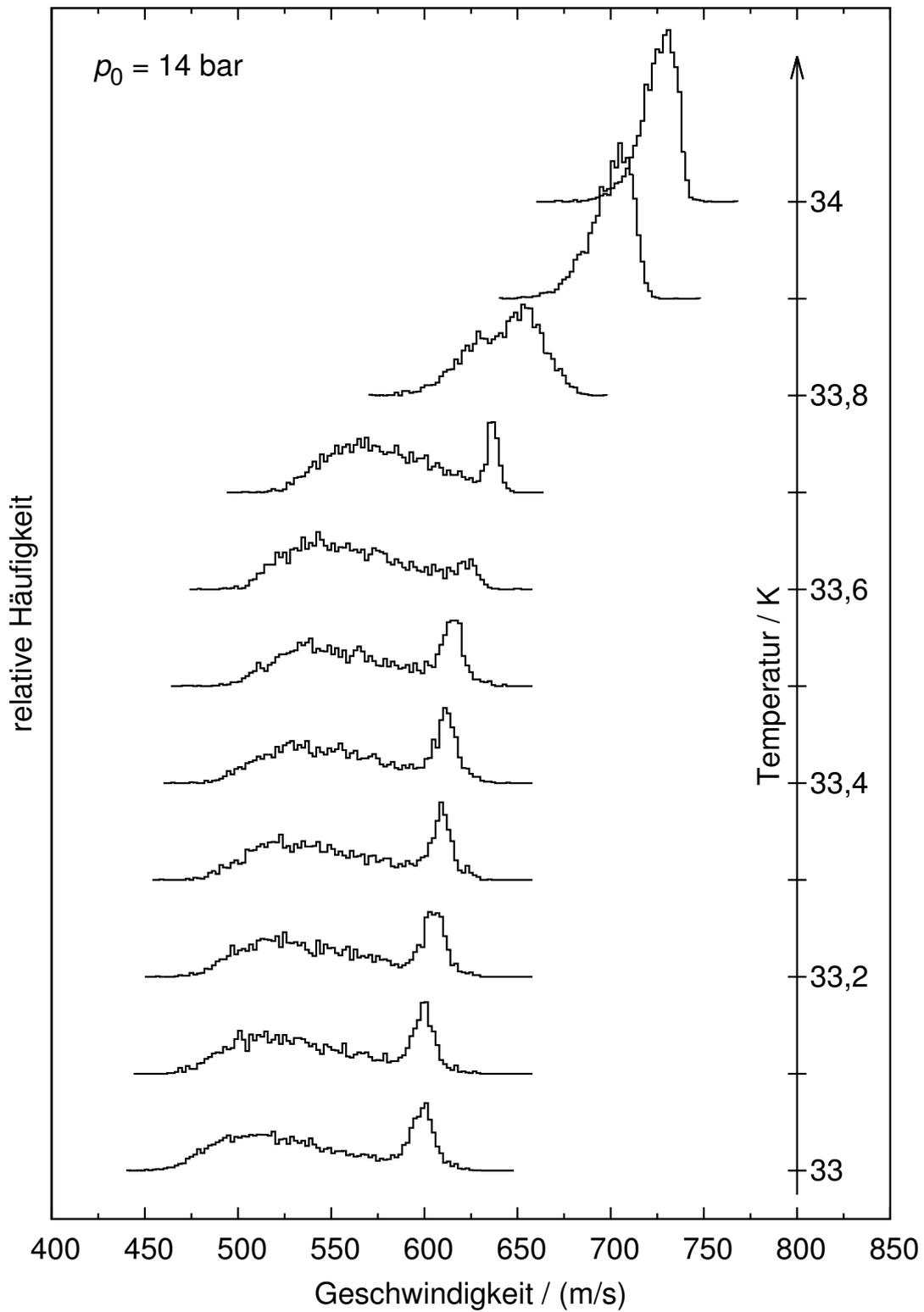
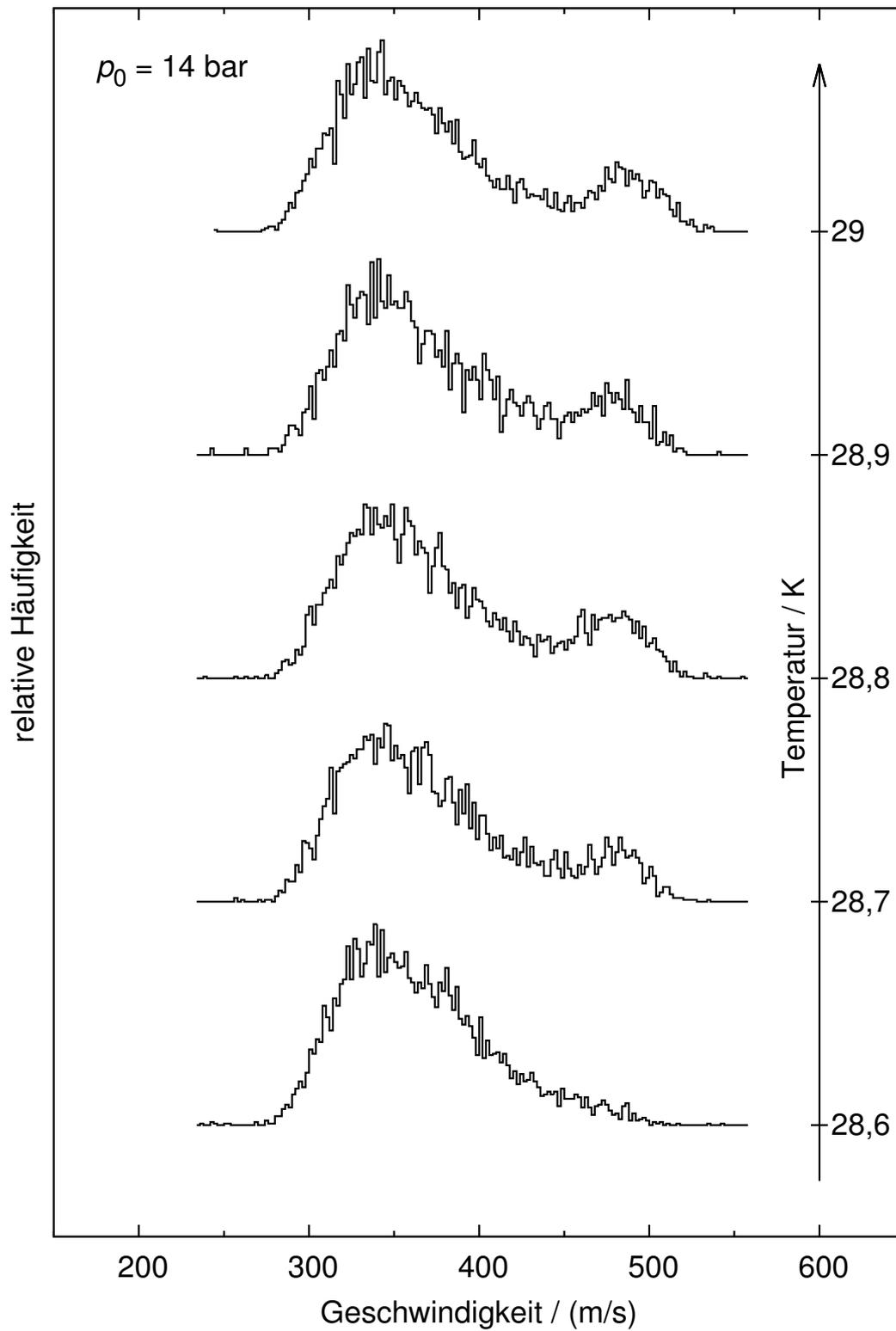


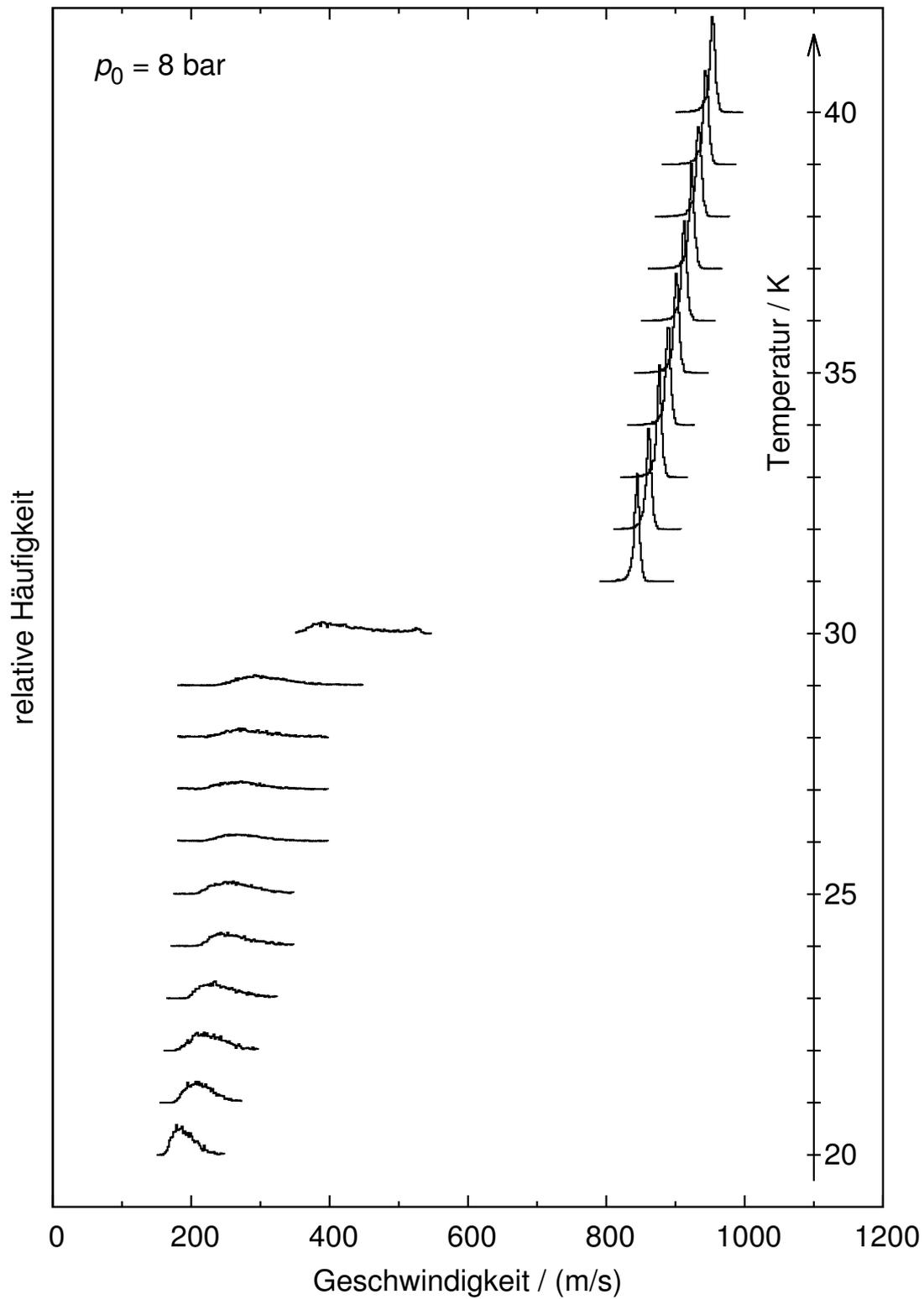
Abbildung 6.1.62.: Geschwindigkeitsverteilung der Cluster als Funktion der Gastemperatur bei einem Gasdruck vor der Düse von 14 bar (basierend auf Messwerten von [Köh10]).



**Abbildung 6.1.63.:** Geschwindigkeitsverteilung der Cluster als Funktion der Gastemperatur bei einem Gasdruck vor der Düse von 14 bar (basierend auf Messwerten von [Köh10]).



**Abbildung 6.1.64.:** Geschwindigkeitsverteilung der Cluster als Funktion der Gastemperatur bei einem Gasdruck vor der Düse von 14 bar (basierend auf Messwerten von [Köh10]).



**Abbildung 6.1.65.:** Geschwindigkeitsverteilung der Cluster als Funktion der Gastemperatur bei einem Gasdruck vor der Düse von 8 bar (basierend auf Messwerten von [Köh10]).

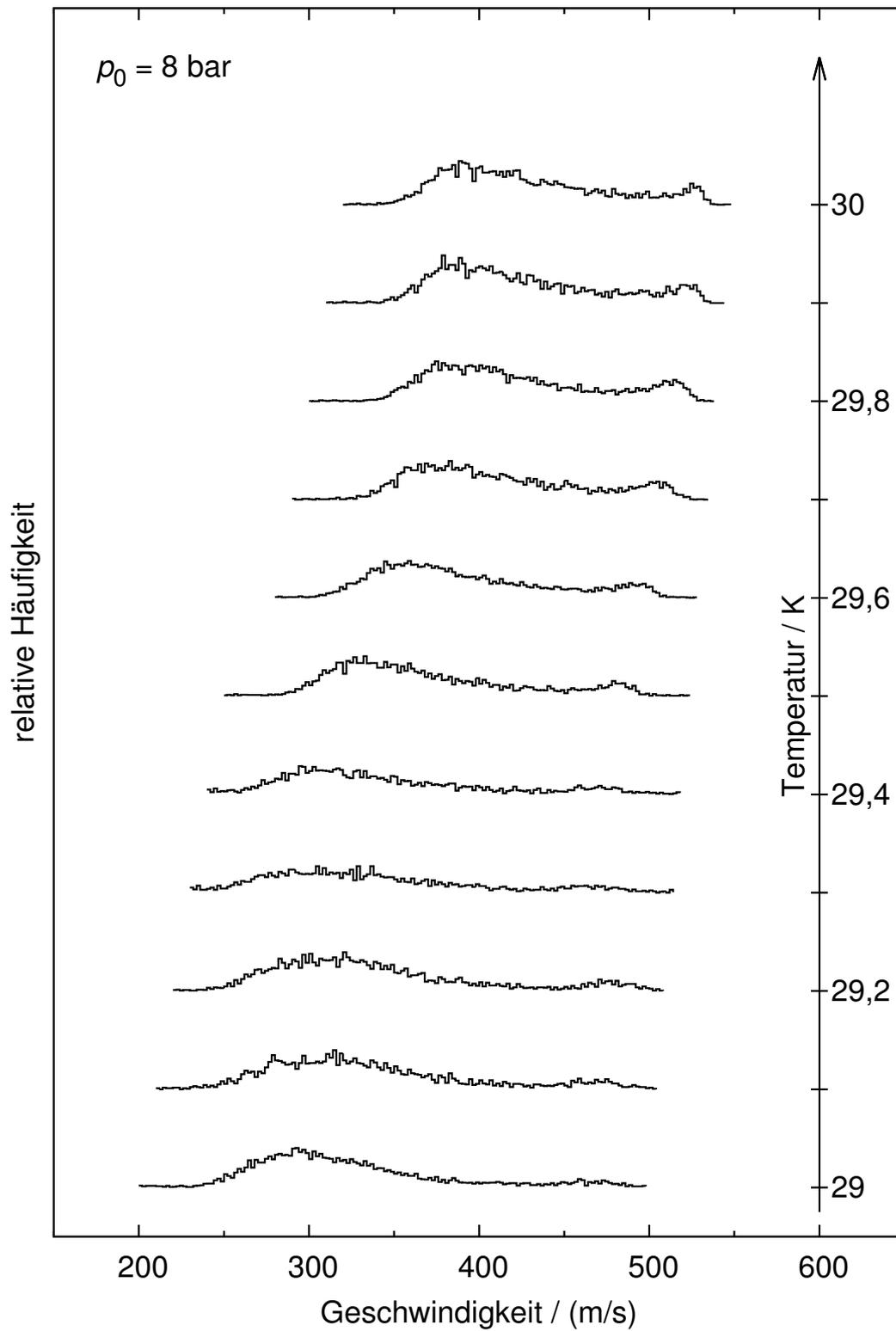
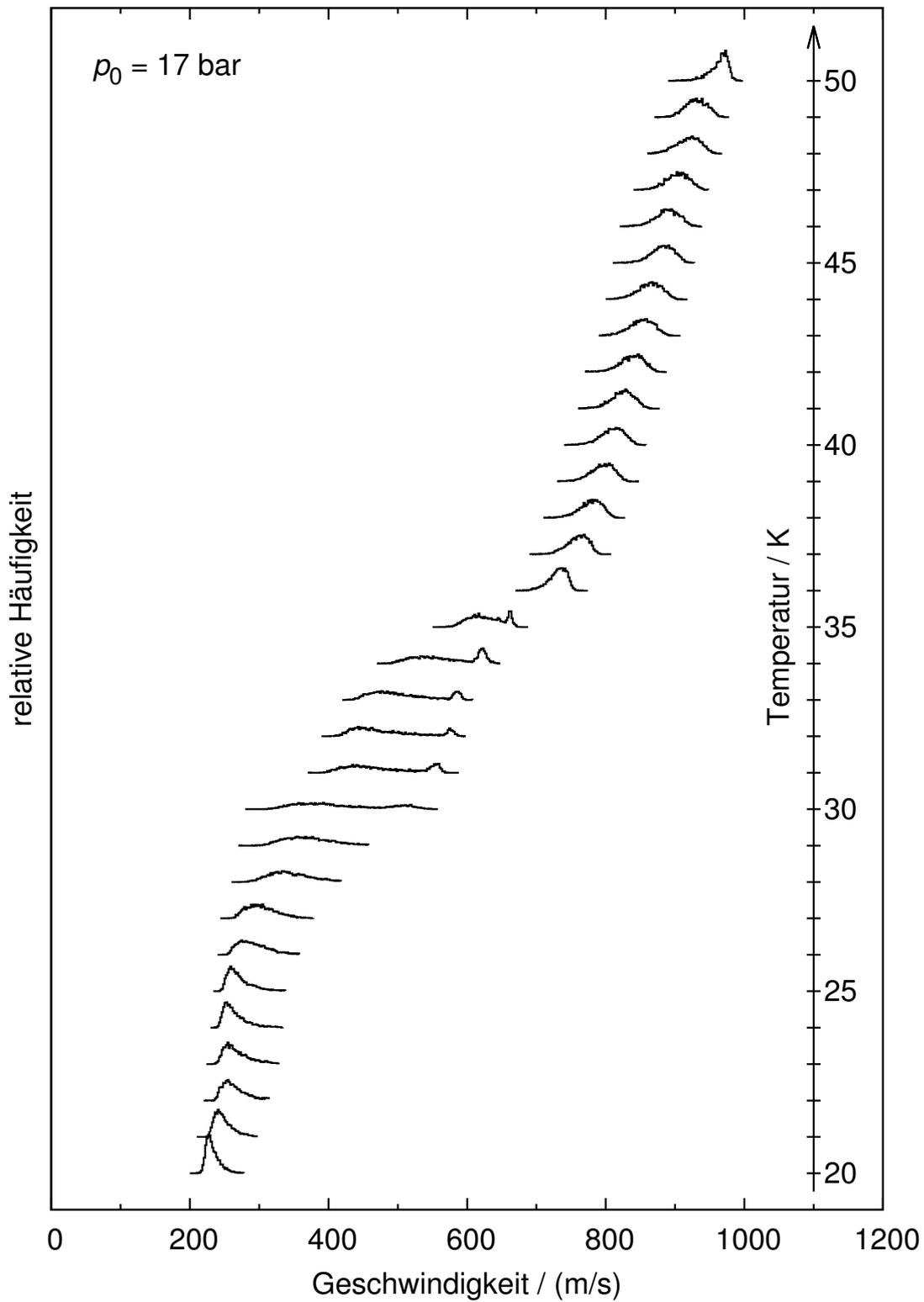


Abbildung 6.1.66.: Geschwindigkeitsverteilung der Cluster als Funktion der Gastemperatur bei einem Gasdruck vor der Düse von 8 bar (basierend auf Messwerten von [Köh10]).



**Abbildung 6.1.67.:** Geschwindigkeitsverteilung der Cluster als Funktion der Gastemperatur bei einem Gasdruck vor der Düse von 17 bar (basierend auf Messwerten von [Köh10]).

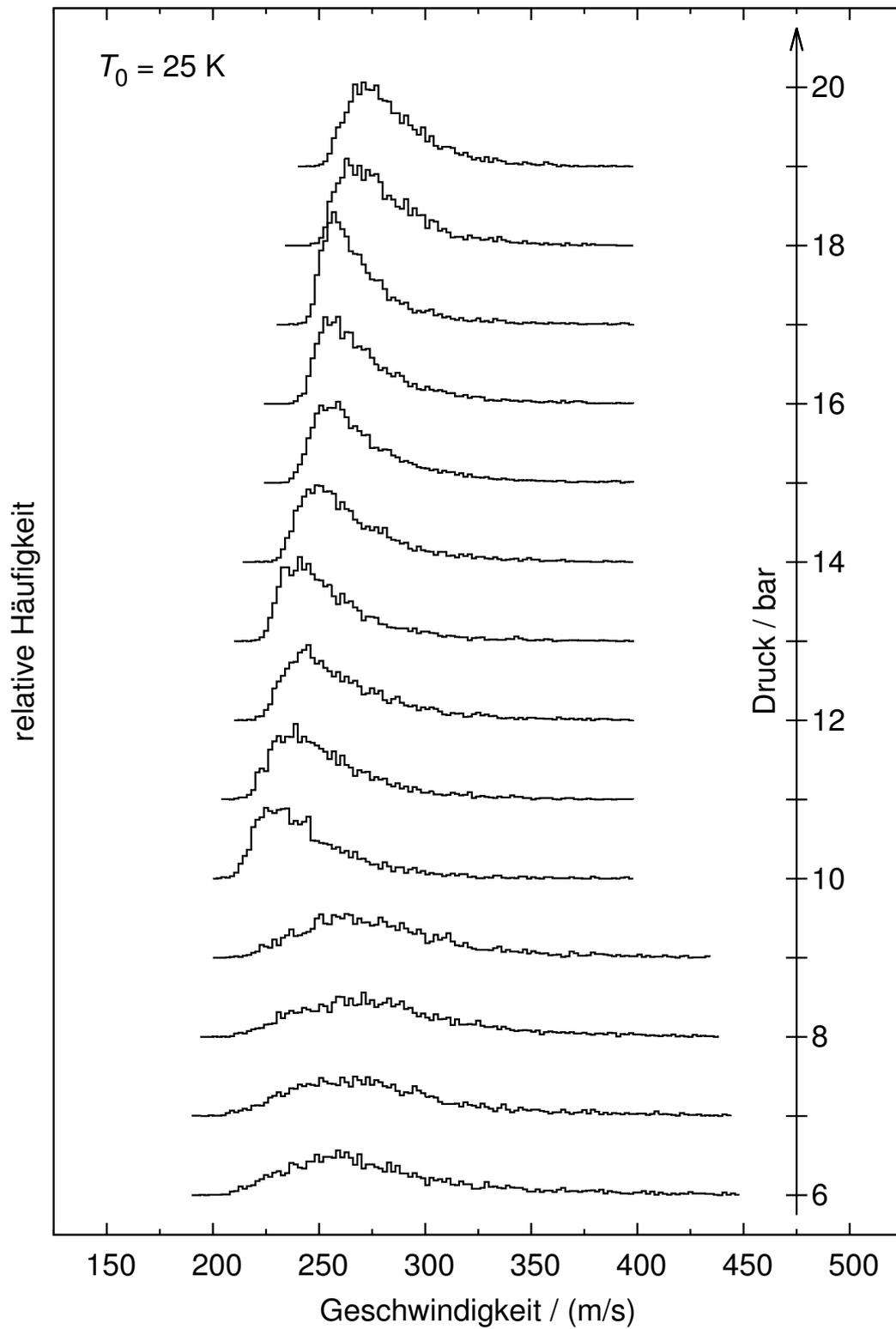


Abbildung 6.1.68.: Geschwindigkeitsverteilung der Cluster als Funktion des Gasdrucks bei einer Gastemperatur vor der Düse von 25 K (basierend auf Messwerten von [Köh10]).

## 6.2. Masse der Cluster

Im Rahmen der Diplomarbeit von Herrn General [Gen08] wurden erste Versuche zur Bestimmung der Clustermassen durchgeführt. Der Aufbau ähnelt dabei dem in Abbildung 6.1.2 vorgestellten Schema zur Flugzeitmessung. Hierbei wurde jedoch die im Kapitel 6.1.1 vorgestellte Elektronenquelle un gepulst betrieben. In Abbildung 6.2.1 ist die hierfür verwendete elektrische Beschaltung der Elektronenquelle dargestellt. Der Elektronenstrom und die Energie der Elektronen wurden hierbei so eingestellt, dass möglichst viele Cluster ionisiert werden. Die ionisierten Cluster treffen, wie bei der Flugzeit-Messung, im Auffänger auf ein Channeltron und werden so registriert.

Für die Massenbestimmung ist das bisher als vollständig geerdet beschriebene Elektrodensystem vor dem Channeltron von essentieller Bedeutung. Die schematische Beschaltung dieser Elektroden ist in Abbildung 6.2.2 dargestellt. Die positiv geladenen Cluster fliegen zunächst durch zwei geerdete Blenden, wobei die vorderste als konischer Kollimator ausgeführt ist, um die nicht in den Detektor fliegenden Cluster abzuleiten. Hierbei ist zu beachten, dass an dieser Stelle der Clusterstrahl einen Durchmesser von etwa 20 mm besitzt, während die erste Öffnung nur 4 mm groß ist. Hinter der zweiten geerdeten Elektrode befindet sich die sogenannte Gegenfeldelektrode, die auf eine positive Spannung  $U_{GF}$  zwischen 0 kV und 3,5 kV gelegt werden kann, wobei diese Spannung durch einen PC mit DAC-Karte direkt verändert werden konnte. Cluster, deren kinetische Energie kleiner als dieses Potential ist, können

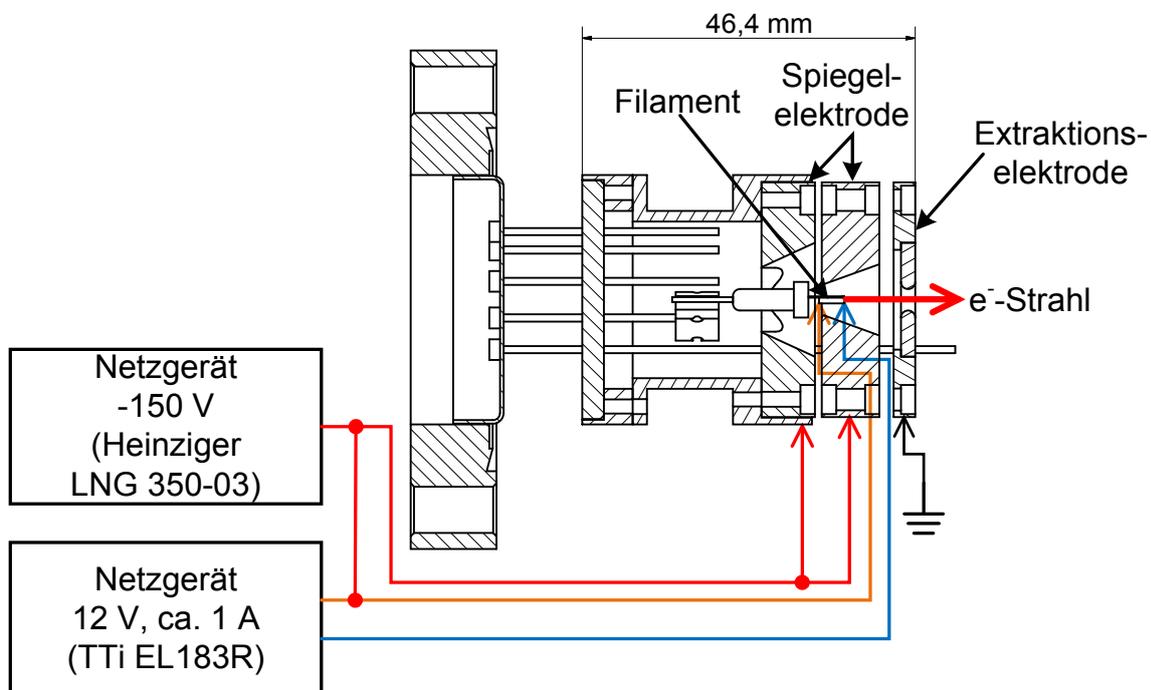


Abbildung 6.2.1.: Schematische Beschaltung der Elektronenquelle zur Massenmessung.

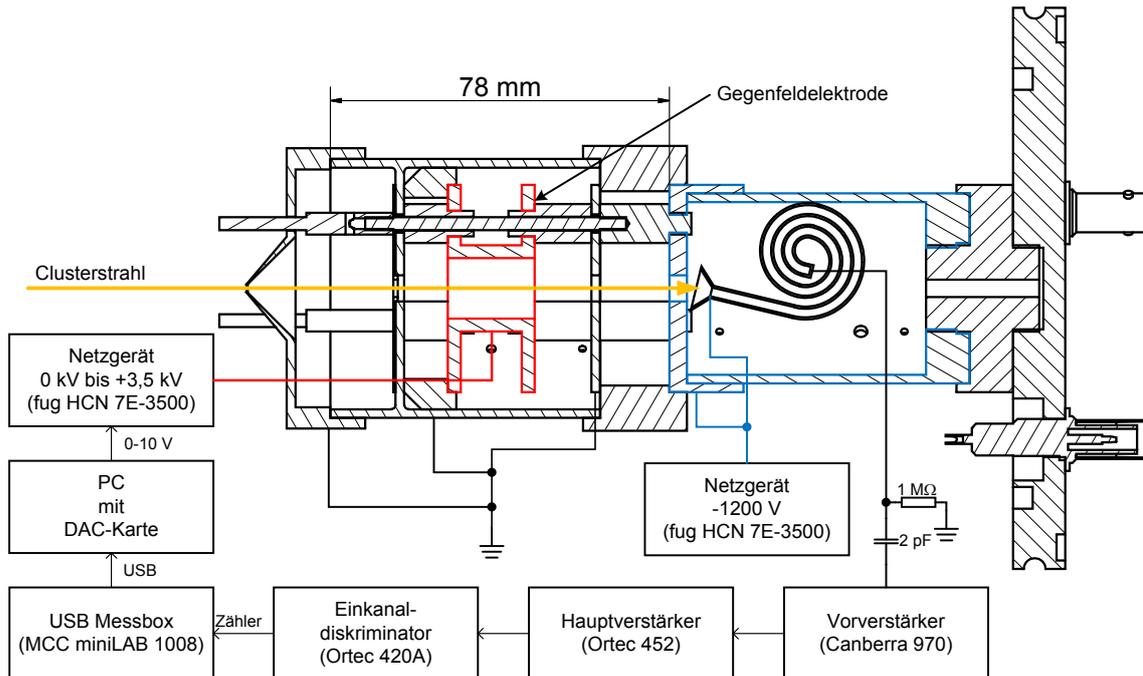


Abbildung 6.2.2.: Schematische Beschaltung des Detektionssystems zur Massenmessung.

diese Elektrode nicht durchdringen, sondern werden reflektiert, während Cluster mit einer höheren kinetischen Energie die Gegenfeldelektrode durchfliegen und hinter dieser wieder durch eine geerdete Blende auf die Energie vor dem Blendensystem beschleunigt werden. Hinter dieser Blende befindet sich wiederum das Channeltron, dessen Eingangstrichter auf eine Spannung von etwa  $-1200\text{ V}$  gelegt ist, so dass die Cluster mit einer möglichst hohen Energie auf diesen aufschlagen. Das erzeugte elektrische Signal wurde, nachdem es verstärkt und diskriminiert wurde, an den Zählereingang eines per USB an den PC angeschlossenen Messsystem (MCC miniLAB 1008) angelegt und hiermit die Zählrate gemessen.

Cluster, deren kinetische Energie  $E_{\text{kin}}$  kleiner als die potentielle Energie des Gegenfeldes  $E_{\text{el}}$  ist, werden durch die Gegenfeldelektrode reflektiert, so dass sich hierdurch leicht die maximale Masse  $m$  berechnen lässt, die von dem Spektrometer noch reflektiert wird:

$$E_{\text{kin}} < E_{\text{el}} \Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 < q U_{\text{GF}} \Rightarrow m < \frac{2 q U_{\text{GF}}}{u^2}, \quad (6.149)$$

wobei  $u$  die Geschwindigkeit und  $q$  die Ladung des Clusters ist. Das Spektrometer wurde typischerweise mit Clustern verwendet, die bei Bedingungen vor der Düse produziert wurden, bei denen der Wasserstoff gasförmig vorliegt. Hierbei wurde in der Regel ein Druck von 4 bar und eine Temperatur in der Größenordnung von 30 K am Düsen Eintritt verwendet. Dementsprechend kann für die folgende Abschätzung eine typische Geschwindigkeit von  $u = 800\text{ m/s}$  angenommen werden (siehe Abbildung 6.1.51 (unten)). Da diese Geschwindigkeit wesentlich kleiner als die Lichtgeschwindigkeit ist,

erfolgen die folgenden Berechnungen alle nichtrelativistisch. Ausgehend von einfach positiv geladenen Clustern ( $q = e$ ) und einer Spannung von  $U_{\text{GF}} = 3,5 \text{ kV}$  an der Gegenfeldelektrode ergibt sich so eine maximale Masse von etwa  $1,75 \times 10^{-21} \text{ kg}$  bzw. etwa  $10^6 \text{ u}$ .

Die Verteilung der auftretenden Clustermassen kann am einfachsten durch die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung  $f_N(m)$  beschrieben werden, die für jede Clustermasse  $m$  die Auftrittswahrscheinlichkeit für Cluster angibt, deren Masse im Intervall  $[m; m + dm]$  liegen. Um diese Verteilung zu messen, wird bei diesem Spektrometer zunächst die Zählrate  $\dot{N}(U_{\text{GF}})$  der pro Zeitintervall detektierten Cluster in Abhängigkeit von der angelegten Spannung an der Gegenfeldelektrode gemessen. Bei einem optimalen Spektrometer dieser Art, bei dem alle Ionen mit einer kinetischen Energie  $E_{\text{kin}} < E_{\text{el}}$  reflektiert und die Höherenergetischen alle detektiert werden, hängt diese Zählrate folgendermaßen mit der Massenverteilung zusammen, wenn  $\dot{N}$  die Zählrate bei geerdeter Gegenfeldelektrode ist:

$$\dot{N}(U_{\text{GF}}) = \dot{N} \int_0^{U_{\text{GF}}} f_N \left( \frac{2qU}{u^2} \right) dU. \quad (6.150)$$

Das gemessene Spektrum ist also ein integriertes Spektrum, das durch Differentiation und geeignete Normierung in die gesuchte Massenverteilung überführt werden kann. Hierbei ist die Differentiation nicht trivial machbar, da die Funktion  $\dot{N}(U_{\text{GF}})$  nur an einer begrenzten Anzahl von Spannungen gemessen werden kann und die Messungen mit einer statistischen Messunsicherheit behaftet sind. In der Praxis wurden daher die gemessenen Werte zunächst mit einem gleitenden Mittelwert geglättet und dann punktweise der Differenzenquotient gebildet.

Für die optimale Funktion des Massenspektrometers sind insbesondere die Eingangsblenden von Bedeutung, da nur achsnahe Strahlen, die parallel zur Spektrometerachse fliegen, das gewünschte Transmissionsverhalten zeigen. Das Blendensystem wurde hierbei jeweils im Rahmen der Diplomarbeit von Herrn General mit dem Programm SIMION 3D 7.0 simuliert und durch Verwendung von Ionen aus der in Kapitel 6.1.1 beschriebenen Kalibrationsquelle getestet. Die Umsetzung von den vereinfachten, rotationssymmetrischen Elektroden in der Simulation in eine mechanische Konstruktion wurde dann jeweils im Rahmen der hier vorgelegten Arbeit durchgeführt und dann die so erstellten Konstruktionszeichnungen durch die mechanische Werkstatt des Instituts verwirklicht.

Nach zahlreichen Iterationen, bei denen das Transmissionsverhalten jeweils durch Ionen aus der Kalibrationsquelle gemessen wurde, konnte ein System erstellt werden, das eine nahezu konstante Transmissionsrate für Ionen zeigt, die eine Energie besitzen, die kleiner als das Potential der Gegenfeldelektrode ist. Diese Rate fällt dann innerhalb von einigen zehn Elektronenvolt auf unter zehn Prozent ab und bleibt dann wieder nahezu konstant.

Sowohl bei der Messung mit den Ionen aus der Kalibrationsquelle als auch mit Clustern änderte sich im Verlauf der Messung die Anzahl der am Spektrometer ankommenden Cluster deutlich. Daher konnte in der Praxis nicht einfach die  $\dot{N}(U_{\text{GF}})$  gemessen werden, indem die Spannung  $U_{\text{GF}}$  schrittweise von 0 kV bis 3,5 kV erhöht wurde, sondern es musste vor jeder Änderung der Spannung jeweils ein Messpunkt bei geerdeter Gegenfeldelektrode eingeschoben werden. Mit Hilfe dieser Daten konnte dann die zeitliche Abhängigkeit der Zählrate nachträglich herausgerechnet werden.

Die Ergebnisse der Messungen am Clusterstrahl waren, wie bereits erwähnt, auf den Bereich des Phasendiagramms beschränkt, in dem der Wasserstoff vor der Düse gasförmig ist. Versuche im flüssigen Bereich des Phasenraums zeigten keine Abhängigkeit zwischen der Zählrate bei 0 V und 3,5 kV, so dass davon ausgegangen werden kann, dass in diesem Bereich die meisten Cluster schwerer als  $10^6$  u sind. Diese Vermutung wird auch von Messungen [KM72] einer anderen Arbeitsgruppe gestützt, die im gasförmigen Bereich, bei einer Temperatur von 34 K und einem Druck von etwa 35 bar vor der Düse, die mittlere Clustergröße durch die winkelabhängige Streuung von Licht ermittelten. Hierbei ergab sich eine mittlere Clustergröße von etwa  $10^9$  Atomen pro Cluster.

In der Diplomarbeit von Herrn General ist eine Messreihe dargestellt, die bei einem konstanten Druck von 4 bar aufgenommen wurde und die Massenverteilung für verschiedene Temperaturen zwischen 60 K und 26,5 K zeigt. Hierbei wird eine mittlere Clustermasse gemessen, die sich von unter  $5 \times 10^4$  bei 60 K auf etwa  $5 \times 10^5$  bei 26,5 K erhöht. Bei den niedrigeren Temperaturen, unter etwa 50 K, wurde hierbei eine bisher ungeklärte Doppelpeakstruktur gemessen. Wichtig hierbei ist zu bemerken, dass diese Messungen nur erste Versuche darstellten und ihre Ergebnisse nicht ganz widerspruchsfrei sind. Die zur dargestellten Messreihe aufgenommenen Zählraten sind beispielsweise nicht immer streng monoton fallend, wie es physikalisch erforderlich wäre. Trotzdem zeigen sie klar, in welcher Größenordnung sich die Clustermassen bewegen, wenn die Cluster aus gasförmigem Wasserstoff entstanden sind, und geben einen Anhaltspunkt über die typische, minimale Clustermasse bei der Entstehung aus flüssigem Wasserstoff. In Zukunft sind weitere Messungen im Rahmen der Doktorarbeit von Frau Köhler geplant, um diese Massenmessungen mit anderen Spektrometern und gegebenenfalls über die Lichtstreuung fortzuführen. Im vorherigen Kapitel wurde bereits erwähnt, dass hierbei sowohl der Übergangsbereich in der Nähe der Dampfdruckkurve interessant ist, als auch die Messung der mittleren Clustermasse bei der Bildung aus flüssigem Wasserstoff.

## 6.3. Messung der Flächendichte

Zur Messung der Targetdichte wird ein System aus zwei beweglichen Stäben verwendet, wie es in Abbildung 6.3.1 dargestellt ist. In waagerechter Richtung wird hierbei der Stab mittels einer Schiebedurchführung und in senkrechter Richtung mittels einer Drehdurchführung bewegt. Als Antrieb für diese beiden Vakuumdurchführungen dient jeweils ein Schrittmotor. Treffen Cluster auf diese Stäbe, so zerfallen sie und das sich bildende Gas erhöht den Vakuumdruck in der Streukammer. In Abbildung 6.3.2 ist das Ergebnis einer solchen Messung beispielhaft dargestellt. Aufgetragen ist hierbei der Vakuumdruck in der Streukammer als Funktion der vertikalen Stabposition bei einem Gasdruck vor der Düse von 17 bar und einer Temperatur der Düse von 45 K.

Im folgenden Abschnitt wird zunächst der theoretische Zusammenhang zwischen der Targetdichte und dem gemessenen Vakuumdruck hergeleitet, dann die experimentellen Methoden dargestellt und schließlich die gemessenen Clusterprofile mit Profilen verglichen, die aus verschiedenen radialen Dichteverteilungen resultieren.

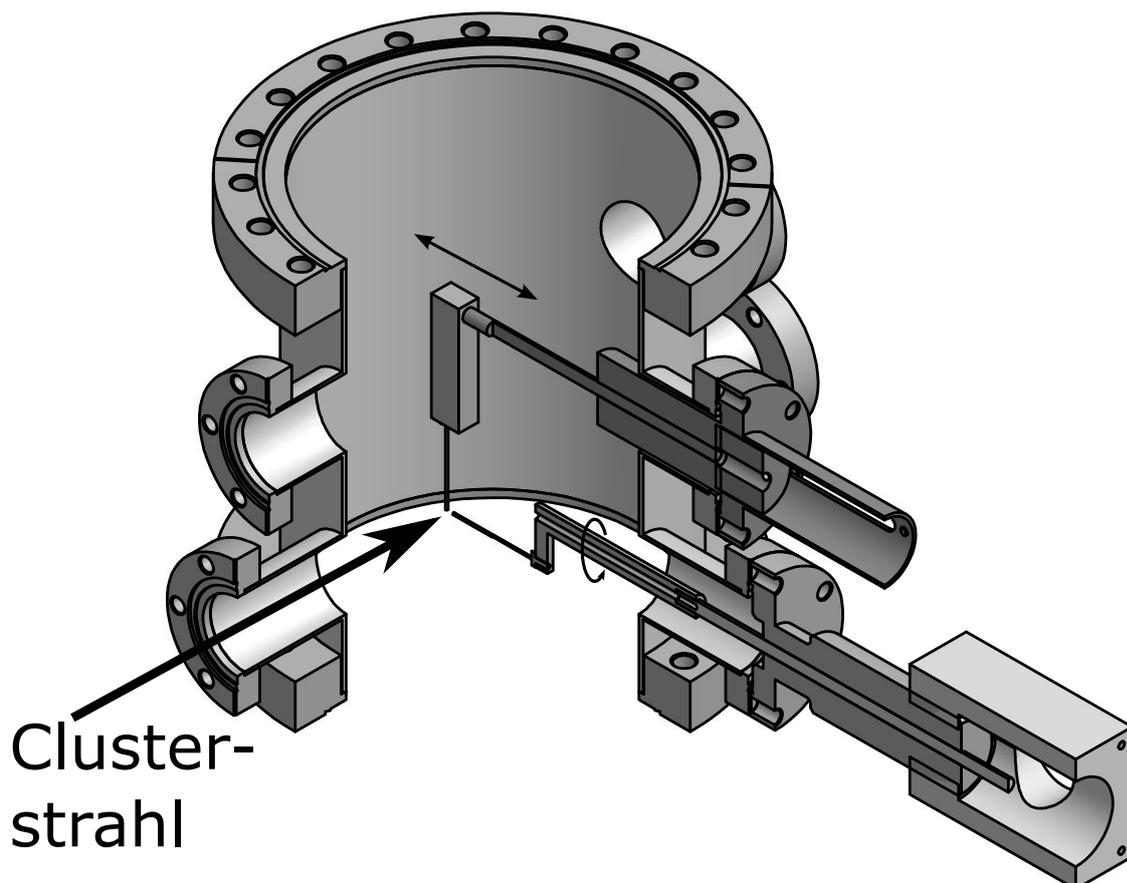
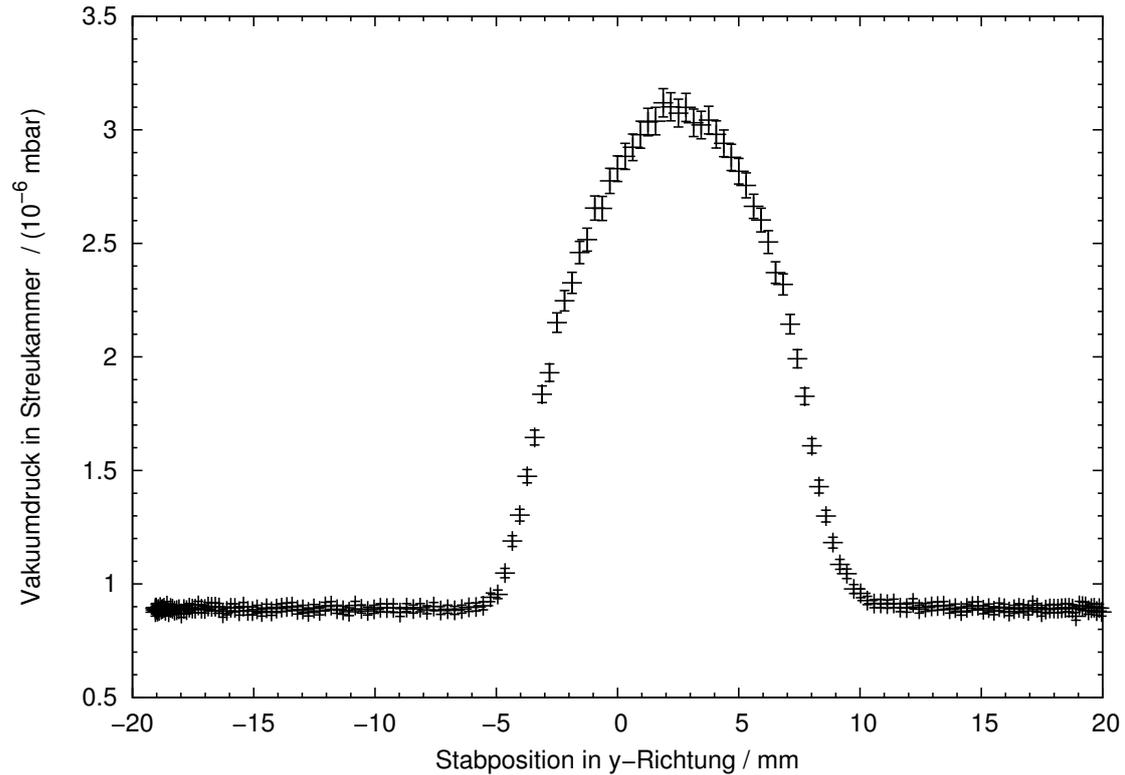


Abbildung 6.3.1.: Streukammer mit beweglichen Stäben zur Messung der Targetdichte.



**Abbildung 6.3.2.:** Beispiel für ein in der Streukammer aufgezeichnetes Druckprofil (basierend auf Messwerten von [Köh10]).

### 6.3.1. Theoretische Grundlagen

In Kapitel 3.3 wurde bereits erwähnt, dass der folgende Zusammenhang zwischen dem Druck  $p$  in einer Vakuumkammer, der pV-Stromstärke  $q_{pV}$  und dem Saugvermögen  $S$  der verwendeten Vakuumpumpe [WAW88] gilt:

$$q_{pV} = p S, \quad (6.151)$$

$$p = \frac{q_{pV}}{S}. \quad (6.152)$$

Anstelle der pV-Stromstärke  $q_{pV}$  ist es im Folgenden sinnvoller, die Massenstromstärke  $q_m$  zu verwenden. Ausgehend von der Zustandsgleichung des idealen Gases [Nol97]

$$\begin{aligned} pV &= \nu RT \\ &= \frac{m RT}{M}, \end{aligned} \quad (6.153)$$

in die die Masse  $m$ , die Temperatur  $T$ , das Volumen  $V$ , die molare Masse  $M$  der Gasteilchen und die universelle Gaskonstante  $R$  eingehen, kann durch zeitliche

Ableitung sehr einfach ein Zusammenhang zwischen der pV-Stromstärke und der Massenstromstärke hergestellt werden[WAW88]:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(pV) &= \frac{dm}{dt} \frac{RT}{M}, \\ q_{pV} &= q_m \frac{RT}{M}. \end{aligned} \quad (6.154)$$

Durch Kombination der Gleichungen (6.151) und (6.154) ergibt sich der folgende Zusammenhang zwischen dem Vakuumdruck und der Massenstromstärke:

$$p = \frac{q_m RT}{S M}. \quad (6.155)$$

Das im Folgenden verwendete Koordinatensystem ist so orientiert, dass sich die Cluster entlang der z-Achse bewegen und der Stab in Richtung der x-Achse durch den Clusterstrahl bewegt wird. Die Masse der Cluster, die zum Druckanstieg führen, kann dann durch die folgende Gleichung aus der Volumendichte  $\rho$ <sup>6</sup> des Clusterstrahls berechnet werden:

$$m(x) = \int_{x-d/2}^{x+d/2} dx' \int_{-\infty}^{+\infty} dy' \int dz' \rho(x', y', z'). \quad (6.156)$$

Die Integrationsgrenzen repräsentieren hierbei den Bereich des Clusterstrahls, der auf den Stab auftrifft, wobei hier angenommen wird, dass der Stab der Dicke  $d$  wesentlich länger als die Ausdehnung des Clusterstrahls in Richtung der y-Achse ist, so dass in dieser Richtung die Integrationsgrenzen so gewählt sind, dass sie bis ins Unendliche reichen.

Durch zeitliche Ableitung der Masse kann direkt die Massenstromstärke angegeben werden:

$$q_m(x) = \frac{d}{dt} \int_{x-d/2}^{x+d/2} dx' \int_{-\infty}^{+\infty} dy' \int dz' \rho(x', y', z'). \quad (6.157)$$

Im Folgenden wird davon ausgegangen, dass der Integrationsbereich in Richtung der z-Achse so klein ist, dass sich in diesem Bereich die Volumendichte nicht ändert. Dementsprechend reicht es hier aus, die Volumendichte ausschließlich als Funktion der x- und y-Koordinate zu betrachten. Die zeitliche Änderung der z-Position ist durch

---

<sup>6</sup>Einheit:  $[\rho] = \text{kg/m}^3$

die mittlere Geschwindigkeit  $u = dz/dt$  der Cluster gegeben, so dass in Gleichung (6.157) eine Variablensubstitution von  $dz'$  zu  $dt$  durchgeführt werden kann

$$\begin{aligned} q_m(x) &= \frac{d}{dt} \int_{x-d/2}^{x+d/2} dx' \int_{-\infty}^{+\infty} dy' \int dt v \rho(x', y') \\ &= u \int_{x-d/2}^{x+d/2} dx' \int_{-\infty}^{+\infty} dy' \rho(x', y'). \end{aligned} \quad (6.158)$$

Aus den Gleichungen (6.158) und (6.155) folgt damit für den Vakuumdruck  $p_C$  als Funktion der Stabposition:

$$p_C(x) = \frac{u R T}{S M} \int_{x-d/2}^{x+d/2} dx' \int_{-\infty}^{+\infty} dy' \rho(x', y'). \quad (6.159)$$

Der Vakuumdruck  $p$  in der Streukammer ergibt sich nun als Summe aus dem Druck  $p_C$ , der durch die aufgestauten Cluster entsteht und dem konstanten Druck  $p_U$  des Restgasuntergrunds:

$$p(x) = \frac{u R T}{S M} \int_{x-d/2}^{x+d/2} dx' \int_{-\infty}^{+\infty} dy' \rho(x', y') + p_U. \quad (6.160)$$

Wird das Cluster-Jet-Target in einem Speicherringexperiment benutzt ist jedoch nicht die Massendichte  $\rho$ , sondern die Teilchendichte  $\rho_N$  bzw. die sogenannte Targetdichte  $n_T$  entscheidend. Da die Stoffmenge  $\nu$  sowohl aus der Masse  $m$  als auch der Teilchenanzahl  $N$  berechnet werden kann, lässt sich aus diesem Zusammenhang direkt der Zusammenhang zwischen Massendichte und Teilchendichte bestimmen:

$$\begin{aligned} \frac{N}{N_A} &= \nu = \frac{m}{M_a}, \\ \rho_N &= \rho \frac{N_A}{M_a}. \end{aligned} \quad (6.161)$$

Hierbei ist  $N_A$  die Avogadro-Konstante und  $M_a$  die molare Masse der einzelnen Atome des betrachteten ein- oder mehratomigen Gases. Hiermit ergibt sich dann die folgende Gleichung für den Druck in der der Streukammer als Funktion der Stabposition:

$$p(x) = \frac{u R T M_a}{S N_A M} \int_{x-d/2}^{x+d/2} dx' \int_{-\infty}^{+\infty} dy' \rho_N(x', y') + p_U. \quad (6.162)$$

Diese Gleichung lässt sich nutzen, um aus aufgezeichneten Profilen die Volumendichte zu ermitteln. Hierfür ist es sinnvoll, die absolute Höhe und die Form der Dichteverteilung voneinander zu separieren:

$$\rho_N(x', y') = \rho_0 \hat{\rho}(x', y'). \quad (6.163)$$

Hierbei liefert die Funktion  $\hat{\rho}(x', y')$  dann eine dimensionslose Zahl und die absolute Höhe der Volumendichte wird durch die Konstante  $\rho_0$  bestimmt. Hierbei ist es sinnvoll, die Funktion  $\hat{\rho}(x', y')$  so zu wählen, dass sie im Maximum einen Wert von eins besitzt, so dass die Konstante  $\rho_0$  direkt die maximale Volumendichte parametrisiert.

Durch Anpassen der Funktion

$$p(x) = \frac{u R T M_a}{S N_A M} \rho_0 \int_{x-d/2}^{x+d/2} dx' \int_{-\infty}^{+\infty} dy' \hat{\rho}(x', y') + p_U \quad (6.164)$$

an die gemessenen Druckprofile lässt sich dann direkt die maximale Volumendichte  $\rho_0$  bestimmen. Die Targetdichte  $n_T$  berechnet sich aus der Teilchendichte durch Integration entlang der Linie, die durch den, als infinitesimal dünn angenommenen, Beschleunigerstrahl vorgegeben ist. Wird das Koordinatensystem so gewählt, dass der Beschleunigerstrahl parallel zur x-Achse den Clusterstrahl durchquert, ergibt sich:

$$n_T = \int_{-\infty}^{\infty} \rho_N(x, y_0) dx. \quad (6.165)$$

Dabei ist der Wert  $y_0$  so zu wählen, dass die Targetdichte maximal ist. Bei einem runden Querschnitt des Clusterstrahls läge diese Koordinate dementsprechend im Zentrum des Querschnitts.

### 6.3.2. Experimentelle Methoden

Aus der Gleichung (6.164) lässt sich, wie bereits erwähnt, die maximale Volumendichte  $\rho_0$  bestimmen. Hierzu muss jedoch sowohl das Saugvermögen  $S$  als auch die mittlere Geschwindigkeit  $u$  bekannt sein. Da die detaillierte Beschreibung der Geschwindigkeitsmessung der Cluster bereits im Abschnitt 6.1 erfolgte, wird im Folgenden nur die Bestimmung des Saugvermögens erläutert und dann die Messung und Auswertung von Druckprofilen dargestellt.

#### 6.3.2.1. Bestimmung des Saugvermögens

Aus der Definition des Saugvermögens  $S = q_{pV}/p$ , die sich direkt aus Gleichung (6.151) ergibt, lässt sich direkt die Methode ableiten, mit der das Saugvermögen eines

Vakuumsystems bestimmt werden kann. Wird dem Vakuumsystem ein Gasfluss<sup>7</sup> der Menge  $q_{pV}$  zugeführt, so ist der resultierende Druck  $p$  umgekehrt proportional zum zu bestimmenden Saugvermögen. Aus der Messung von  $q_{pV}$  und  $p$  kann demnach direkt das Saugvermögen  $S$  berechnet werden. In den folgenden zwei Abschnitten, soll daher die Gasfluss- und die Druckbestimmung näher beschrieben und dann im dritten Abschnitt am Beispiel der Streukammer verdeutlicht werden.

### Messung des Gasflusses

Da die pV-Stromstärke als zeitliche Ableitung des Produkts aus Druck und Volumen definiert ist

$$q_{pV} = \frac{d}{dt} (pV) , \quad (6.166)$$

gibt es zwei verschiedene Möglichkeiten die pV-Stromstärke zu bestimmen:

$$q_{pV} = V_0 \frac{dp}{dt} \quad (6.167) \quad \text{oder} \quad q_{pV} = p_0 q_V \quad (6.168) .$$

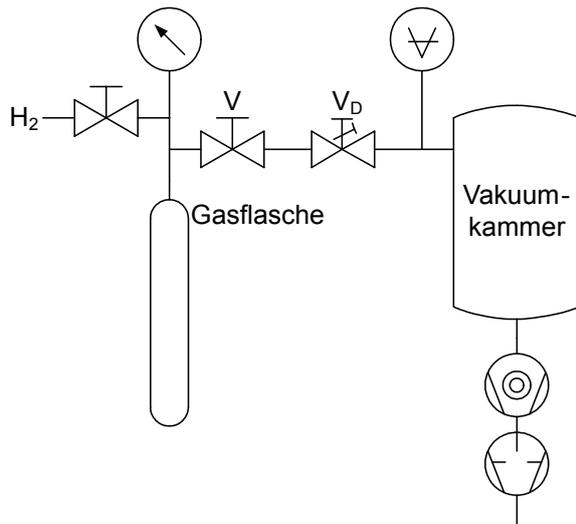
Bei der ersten Methode wird bei konstantem Volumen  $V_0$  die zeitliche Änderung des Drucks gemessen, bei der zweiten Methode bei konstantem Druck  $p_0$  der Volumenstrom  $q_V$ . In den folgenden Abschnitten wird die technische Realisierung der beiden Methoden erläutert und die Vor- und Nachteile diskutiert.

**Methode des konstanten Volumens** In Abbildung 6.3.3 ist der Messaufbau, der für diese Methode benutzt wird, schematisch dargestellt. Das Gas wird in einen Behälter mit bekanntem Volumen  $V_0$  geleitet und kann dann von dort aus durch ein Feindosierventil in die Vakuumkammer eingeleitet werden. Hierbei wird der Gasdruck im Behälter ständig gemessen, so dass aus der gemessenen Druckänderung und dem bekannten Volumen die pV-Stromstärke mittels Gleichung (6.167) berechnet werden kann.

Im Experiment wurde hierfür als Behälter eine Druckgasflasche, mit einem Volumen von drei Litern, verwendet, bei der das Flaschenventil durch ein sechs Millimeter dickes Edelstahlrohr ersetzt wurde. Der Gasdruck in der Flasche von etwa vier Bar wurde mit einem Baratron gemessen, während das Gas durch ein UHV-Ganzmetall-Dosierventil der Firma Leybold in die Streukammer strömte. Das Volumen der Druckgasflasche wurde bestimmt, indem das Gewicht der Flasche, einmal im evakuierten und einmal im vollständig mit Wasser befüllten Zustand, bestimmt wurde.

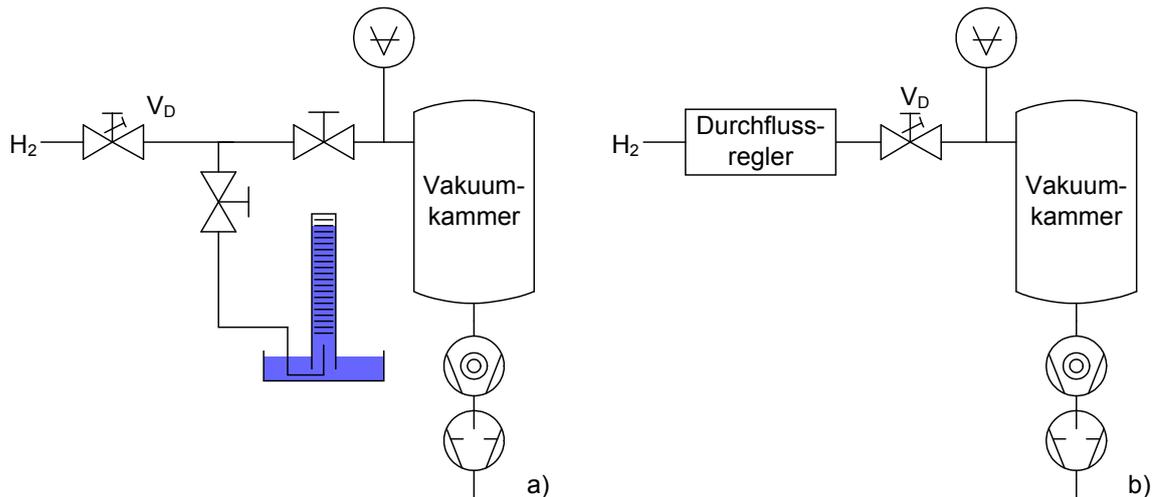
---

<sup>7</sup>Alle im folgenden angegebenen Gasflüsse beziehen sich immer auf die Normalbedingungen: Temperatur  $T_N = 273,15$  K und Druck  $p_N = 101\,325$  Pa = 1013,25 mbar!



**Abbildung 6.3.3.:** Vereinfachte Darstellung des Aufbaus zur Messung des Saugvermögens in einer Vakuumkammer. Ein konstanter Gasstrom wird aus der Gasflasche bekannten Volumens in die Vakuumkammer eingeleitet und die zeitliche Änderung des Drucks in der Gasflasche aufgezeichnet. Aus dieser kann dann zusammen mit dem Vakuumdruck das effektive Saugvermögen des angeschlossenen Pumpensystems, welches hier aus einer Turbomolekular- und einer Drehschieberpumpe besteht, bestimmt werden.

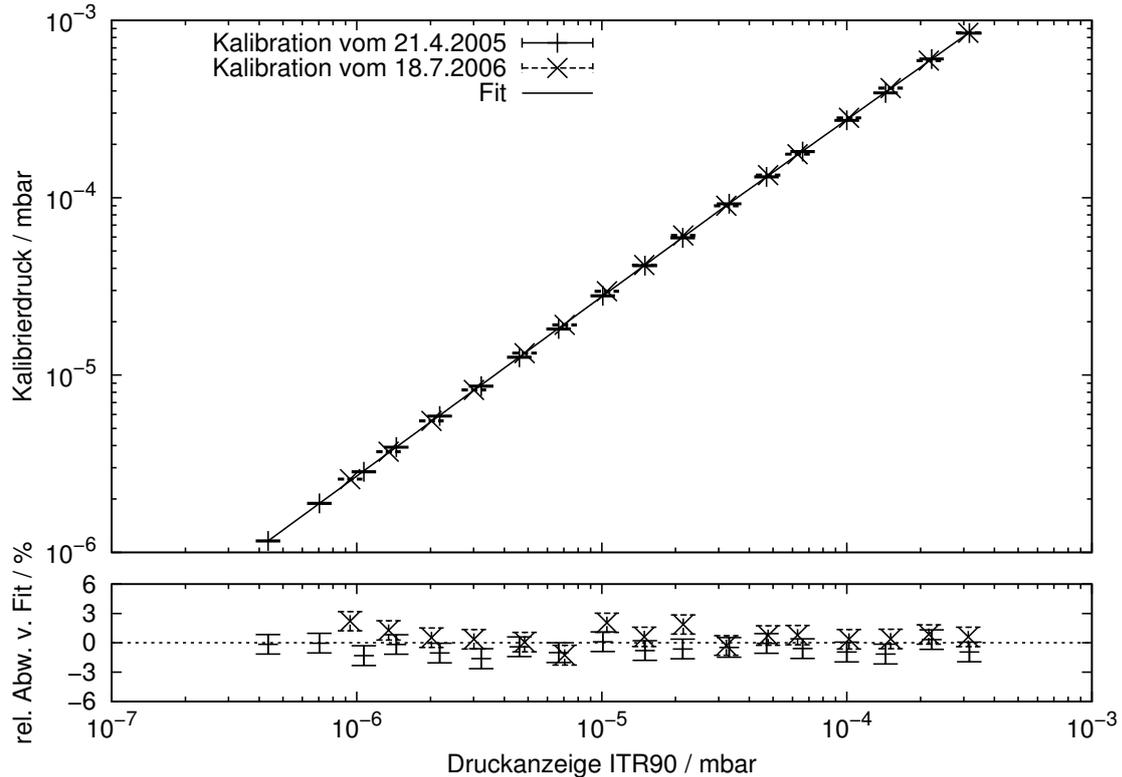
Obwohl dieses Verfahren vom Prinzip her sehr elegant erscheint, zeigen sich jedoch in der Praxis einige Herausforderungen, die überwunden werden mussten, um diese Methode zu realisieren. Das Verfahren wurde im Rahmen dieser Arbeit zur Bestimmung des Saugvermögens in der Streukammer eingesetzt, an der eine Turbomolekularpumpe mit einem Nennsaugvermögen von  $340\text{ l/s}$  angeschlossen ist. Bestimmt werden sollte das Saugvermögen bei einem Gasfluss, der zu einem Druck von etwa  $10^{-4}\text{ mbar}$  führt, also etwa  $2\text{ mbar l/min}$ . Bei dieser Durchflussmenge änderte sich der Gasdruck in der Flasche und damit der Durchfluss durch das Feindosierventil jedoch so schnell, dass sich keine Gleichgewichtsbedingungen in der Streukammer einstellten. Erst eine Reduktion des Gasflusses um den Faktor 100 führte zu einem zeitlich konstanten Vakuumdruck in der Streukammer. Bedingt durch den dann auf etwa  $20\text{ }\mu\text{bar l/min}$  reduzierten Durchfluss, der demnach zu einer Druckänderung in der Flasche von circa  $7\text{ }\mu\text{bar/min}$  führt, reagiert die Messung sehr empfindlich auf Änderungen der Temperatur. Eine Temperaturänderung von  $1\text{ mK/min}$  führt gemäß des idealen Gasgesetzes ( $dp/dt = (R/V_m) dT/dt$ ) zu einer Druckänderung von etwa  $3,7\text{ }\mu\text{bar/min}$ , also einer Änderung, die mehr als 50 % der zu messenden Druckänderung ausmacht. Der Temperatureinfluss konnte durch Verwendung der Gasflasche in einem großvolumigen Wasserbad so stark vermindert werden, dass eine Messung mit diesem Verfahren möglich war und in der Diplomarbeit von Frau Otte [Ott07] dargestellt wurde. Die Messdauer dieses Verfahrens liegt in der Größenordnung von etwa einem Tag, da sich nur bei dieser langen Messzeit eine deutlich messbare Änderung des Flaschendruckes im Bereich von  $0,1\text{ bar}$  ergibt. Mit dieser Methode wurde ein erstaunlich hohes Saugvermögen in der Streukammer von  $(334 \pm 17)\text{ l/s}$  gemessen [Ott07]. Es stimmt zwar mit dem Nennsaugvermögen der Pumpe überein, dieses ist jedoch nur ein theoretischer Wert, der eine Extrapolation zum Saugvermögen ohne Gasfluss darstellt und weder die Verminderung durch die angeschlossenen Vakuumbauteile noch durch das Schutzgitter der Pumpe beinhaltet.



**Abbildung 6.3.4.:** Aufbau zur Messung des Saugvermögens in einer Vakuummkammer nach der Methode des konstanten Drucks. Mit Hilfe eines Feindosierventils wird ein konstanter Gasfluss eingestellt, der in die Vakuummkammer eingeleitet wird. Der Volumenstrom wird gemessen, indem entweder (a) das Gas in einen wassergefüllten Messzylinder eingeleitet wird oder (b) mit Hilfe eines Durchflussmessers.

**Methode des konstanten Drucks** Bei dieser Methode wird bei konstantem Druck der Volumenfluss gemessen und dann mittels Gleichung (6.168) die  $pV$ -Stromstärke ermittelt. Diese Methode wurde in unterschiedlicher Weise zur Bestimmung des Saugvermögens in der Streukammer genutzt. Die erste Realisierung ist in der linken Hälfte von Abbildung 6.3.4 gezeigt. Hierbei wird mit Hilfe eines Dosierventils ein konstanter Volumenstrom eingestellt und dieser dann durch Einleiten in einen wassergefüllten Messzylinder gemessen. Für die Saugvermögensmessung wird dieser bekannte Gasstrom dann in die Vakuummkammer geleitet und aus dem entstehenden Druckanstieg das Saugvermögen berechnet. Durch Vergleich mit den anderen dargestellten Verfahren zeigte sich jedoch, dass bei diesem Verfahren ein systematischer Fehler gemacht wird: Der Gasstrom ändert sich, wenn von der Volumenmessung auf die Saugvermögensmessung gewechselt wird, da im Fall der Volumenmessung der Druck hinter dem Dosierventil dem Luftdruck und im Fall der Saugvermögensmessung dem Vakuumdruck in der Kammer entspricht. Messergebnisse dieses Verfahrens sind in der Diplomarbeit von Herrn Rausmann [Rau04] gezeigt.

Grundsätzlich ist die Methode des konstanten Drucks jedoch der Methode des konstanten Volumens weit überlegen, da sie nicht die deutliche Temperaturabhängigkeit besitzt und, aufgrund der konstanten Druckdifferenz am Dosierventil, während der Messzeit keine zeitliche Änderung des Gasflusses auftritt. Des Weiteren reduziert sich die Messzeit von einem Tag auf etwa eine viertel Stunde. Das Problem der Volumenmessung konnte durch Verwendung eines kommerziellen Durchflussmessers (Brooks 5850S) gelöst werden, dessen Einsatz in der rechten Hälfte der Abbildung 6.3.4 gezeigt ist. Dieser Durchflussmesser kann bis zu einem maximalen Volumenfluss



**Abbildung 6.3.5.:** Daten zweier Kalibrationsmessungen [Jit05; Jit06] von Vakuumsensoren des Typs ITR90. Aufgetragen ist der Druck, wie er durch die verwendeten Normale gemessen wird, als Funktion des am ITR90 angezeigten Drucks. Die relative Abweichung zwischen den gemessenen Daten und der verwendeten Fitfunktion ist im unteren Plot dargestellt.

von 3 ml/min Messwerte liefern, deren systematische Unsicherheit, gemäß der Spezifikationen [Bro08] des Herstellers, unter 0,9 % liegt. Die statistische Unsicherheit von 0,25 % wird im Folgenden vernachlässigt.

In Verbindung mit diesem Gasflussmesser hat sich die Methode des konstanten Drucks als die am besten geeignetste erwiesen, um das Saugvermögen der Streukammer zu ermitteln.

### Messung des Vakuumdrucks

Für die Messung des Drucks in der Streukammer wurde ein Vakuummessgerät des Typs ITR90 der Firma Leybold verwendet. In diesem Messgerät [Ley06] sind ein Wärmeleitungs-Vakuummeter nach Pirani mit einem Heißkathoden-Ionisations-Vakuummeter nach Bayard-Alpert kombiniert. Das Wärmeleitungs-Vakuummeter wird hierbei für den Druckbereich zwischen  $2 \times 10^{-2}$  mbar und 1000 mbar verwendet. Vakuumdrücke zwischen  $5 \times 10^{-10}$  mbar und  $5 \times 10^{-3}$  mbar werden mit dem Heißkathoden-Ionisations-Vakuummeter gemessen. Im Zwischenbereich  $5 \times 10^{-3}$  mbar

und  $2 \times 10^{-2}$  mbar wird zwischen den beiden Vakuummetern interpoliert. Der Hersteller spezifiziert die Messröhre mit einer Genauigkeit von 15 % des Messwerts und einer Wiederholbarkeit von 5 %. Um die systematische Unsicherheit, also die Genauigkeit, zu verringern wurde das Messgerät durch das Labor für Vakuumtechnik an der Fachhochschule Gießen-Friedberg kalibriert. In der Abbildung 6.3.5 sind die Ergebnisse von zwei Kalibrationsmessungen [Jit05; Jit06] dargestellt, die mit unterschiedlichen Sensoren des Typs ITR90 aufgenommen wurden. Als Testgas wurde jeweils Wasserstoff verwendet, so dass die kalibrierten Drücke direkt für die Saugvermögensbestimmung verwendet werden können. Im Druckbereich zwischen  $10^{-7}$  mbar und  $10^{-4}$  mbar, der für die Saugvermögensmessung relevant war, lässt sich der vom ITR90 angezeigte Druck  $p_A$  mit Hilfe der folgenden, empirisch ermittelten, Funktion in den herrschenden Vakuumdruck von Wasserstoffgas  $p_{H_2}$  umrechnen:

$$p_{H_2}(p_A) = \begin{cases} m_p \left( \frac{p_A}{p_0} \right)^{a_p} & \text{für } p_A < p_0 \\ m_p \left( \frac{p_A}{p_0} \right)^{b_p} & \text{für } p_A \geq p_0, \end{cases} \quad (6.169)$$

wobei die folgenden Konstanten die Daten am Besten beschreiben:

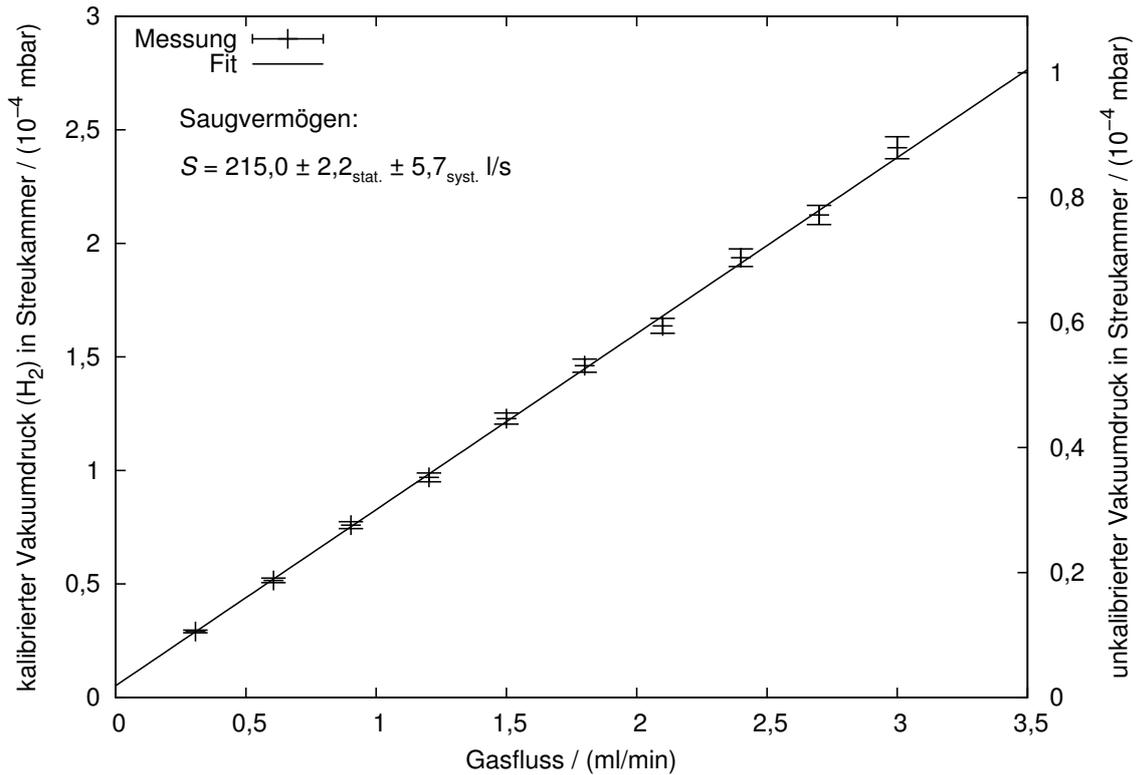
$$\begin{aligned} p_0 &= 3,2 \times 10^{-5} \text{ mbar} \\ m_p &= (8,980 \pm 0,030) \times 10^{-5} \text{ mbar} \\ a_p &= 1,0115 \pm 0,0015 \\ b_p &= 0,9840 \pm 0,0028. \end{aligned}$$

Der Druck  $p_0 = 3,2 \times 10^{-5}$  mbar ist hierbei der vom Hersteller spezifizierte Druck, bei dessen Überschreitung der Emissionsstrom des Ionisations-Vakuummeters von 5 mA auf 25  $\mu$ A reduziert wird. Für die Anpassung wurde von einer relativen Unsicherheit des Kalibrierdrucks von 1 % ausgegangen, was zu einem reduzierten  $\chi^2$  von 0,99 führt und in guter Übereinstimmung mit der vom Kalibrierdienst angegebenen Genauigkeit [Jit05; Jit06], bestehend aus systematischer und statistischer Unsicherheit, von 2 % ist. Durch die Kalibration bleibt die erweiterte statistische Unsicherheit ( $2\sigma$ ) der einzelnen Messwerte von 5 % [Ley05] erhalten, wohingegen sich die erweiterte systematische Unsicherheit von 15 % auf 5 % [Jit06] verringert. Dementsprechend wird im Folgenden eine statistische und eine systematische Unsicherheit von jeweils 2,5 % verwendet.

### Saugvermögensbestimmung der Streukammer

Wird die Methode des konstanten Drucks für die Saugvermögensbestimmung der Streukammer verwendet, so ergibt sich der in Abbildung 6.3.6 gezeigte Zusammenhang zwischen dem eingeleiteten Gasstrom  $q_{pV}$  und dem resultierenden Druck  $p_{H_2}$  in der Streukammer. Zur Ermittlung des Saugvermögens  $S$  wird die Gleichung der Form

$$p_{H_2} = \frac{q_{pV}}{S} + p_U \quad \text{bzw.} \quad p_{H_2} = \frac{q_{pV} + q_U}{S} \quad (6.170)$$



**Abbildung 6.3.6.:** Messdaten einer Saugvermögensmessung an der Streukammer mit der Methode des konstanten Drucks. Aufgetragen ist der gemessene Vakuumdruck in der Kammer als Funktion des eingeleiteten Volumenstroms (basierend auf Messwerten von [Köh10]).

an die Daten angepasst, wobei diese Funktion eine einfache Ergänzung der Gleichung (6.152) um einen konstanten Druck  $p_U$  bzw. einen konstanten Gasfluss  $q_U$  ist, der sich aus dem Restgasuntergrund ergibt. Im hier gezeigten Beispiel, das auf Messwerten von Frau Köhler [Köh10] basiert, ergibt sich ein Saugvermögen von  $(215,0 \pm 6,1) \text{ l/s}$ . Die angegebene Unsicherheit ergibt sich hierbei aus der Kombination einer statistischen Unsicherheit von  $2,2 \text{ l/s}$  und einer systematischen Unsicherheit von  $5,7 \text{ l/s}$ . Die statistische Unsicherheit wurde hierbei durch die Anpassung der obigen Gleichung an die gemessenen Daten ermittelt, wobei eine statistische Unsicherheit des Vakuumdrucks von  $2\%$  zugrunde gelegt wurde. Die angegebene systematische Unsicherheit ergibt sich aus den relativen Unsicherheiten von  $0,9\%$  der Durchflussmessung und von  $2,5\%$  der Druckmessung. Der ermittelte Wert ist etwa  $35\%$  kleiner als das Nennsaugvermögen der eingesetzten Turbomolekularpumpe von  $340 \text{ l/s}$  für Wasserstoffgas. Dieses Nennsaugvermögen wird jedoch sowohl durch den im Aufbau verwendeten Splitterschutz vor der Pumpe als auch durch die Leitwerte der Kammer und der Anschlüsse des Druckmessgeräts an die Kammer reduziert, so dass der ermittelte Wert plausibel erscheint.

### 6.3.2.2. Dichtebestimmung aus Profilmessungen

Wie bereits oben erwähnt, kann die Targetdichte durch Anpassung der Gleichung (6.164) an gemessene Dichteprofile bestimmt werden. Da es nicht möglich ist, aus den zweidimensionalen Profilen die zugrundeliegende Dichteverteilung zu berechnen, muss hierfür zunächst eine Annahme über diese Verteilung gemacht und dann durch Vergleich mit den gemessenen Profilen beurteilt werden, ob diese Druckprofile mit der gewählten Verteilung ausreichend gut beschrieben werden.

In früheren Veröffentlichungen [Dom<sup>+</sup>97b; Kho<sup>+</sup>99] wurde der Clusterstrahl immer als homogener Zylinder (Radius  $R_C$ ) mit scharfem Rand angenommen. Die Volumendichte kann in diesem Fall in der folgenden Form geschrieben werden:

$$\rho_{hom}(x', y') = \begin{cases} \rho_0 & \text{falls } r = \sqrt{x'^2 + y'^2} < R_C, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (6.171)$$

Das Einsetzen in Gleichung (6.164), ergibt die folgende Formel für den Vakuumdruck in der Streukammer als Funktion der Stabposition für Wasserstoff ( $M_a/M = 1/2$ ):

$$p(x) = \frac{uRT}{2SN_A} \rho_0 [H(x + d/2) - H(x - d/2)] + p_U \quad (6.172)$$

mit

$$H(x') = \frac{1}{2} \left( x \sqrt{R_C^2 - x^2} + R_C^2 \arcsin(x/R_C) \right). \quad (6.173)$$

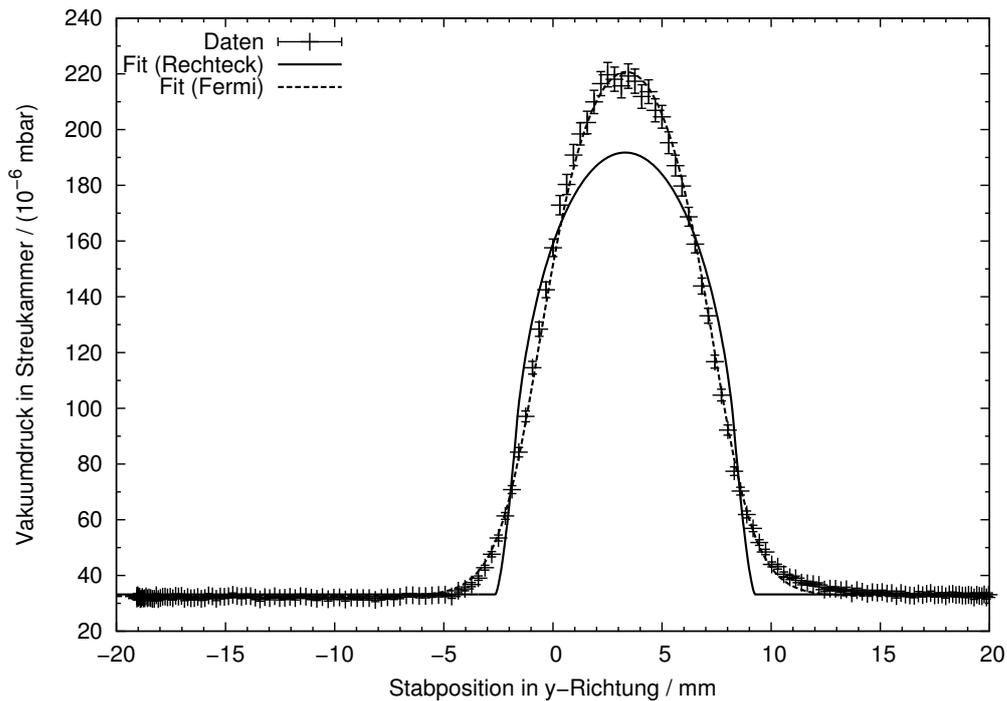
Die Targetdichte (siehe Gleichung (6.165)) ist dann durch die folgende Gleichung gegeben:

$$n_{T,hom} = 2 \rho_0 R_C. \quad (6.174)$$

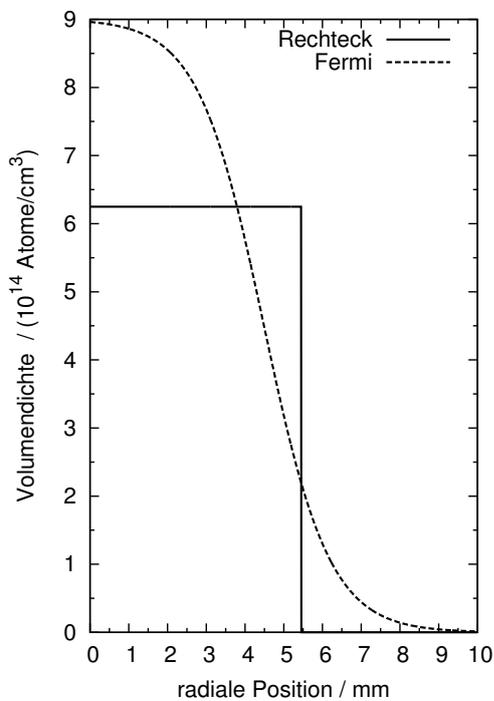
In der Abbildung 6.3.7 ist ein Druckprofil gezeigt, wie es bei einer Gastemperatur von 24 K und einem Druck von 17 bar aufgezeichnet wurde. Es zeigt sich, dass die Annahme einer Verteilung mit scharfem Rand nicht mit den Daten verträglich ist, wie der durch eine durchgezogene Linie dargestellte Fit zeigt. Wird jedoch eine Dichteverteilung gewählt, die einer Fermi-Verteilung ähnelt

$$\rho_{Fermi}(x', y') = \rho_0 \frac{\exp(-\frac{R_C}{s_C}) + 1}{\exp(\frac{r-R_C}{s_C}) + 1}, \quad (6.175)$$

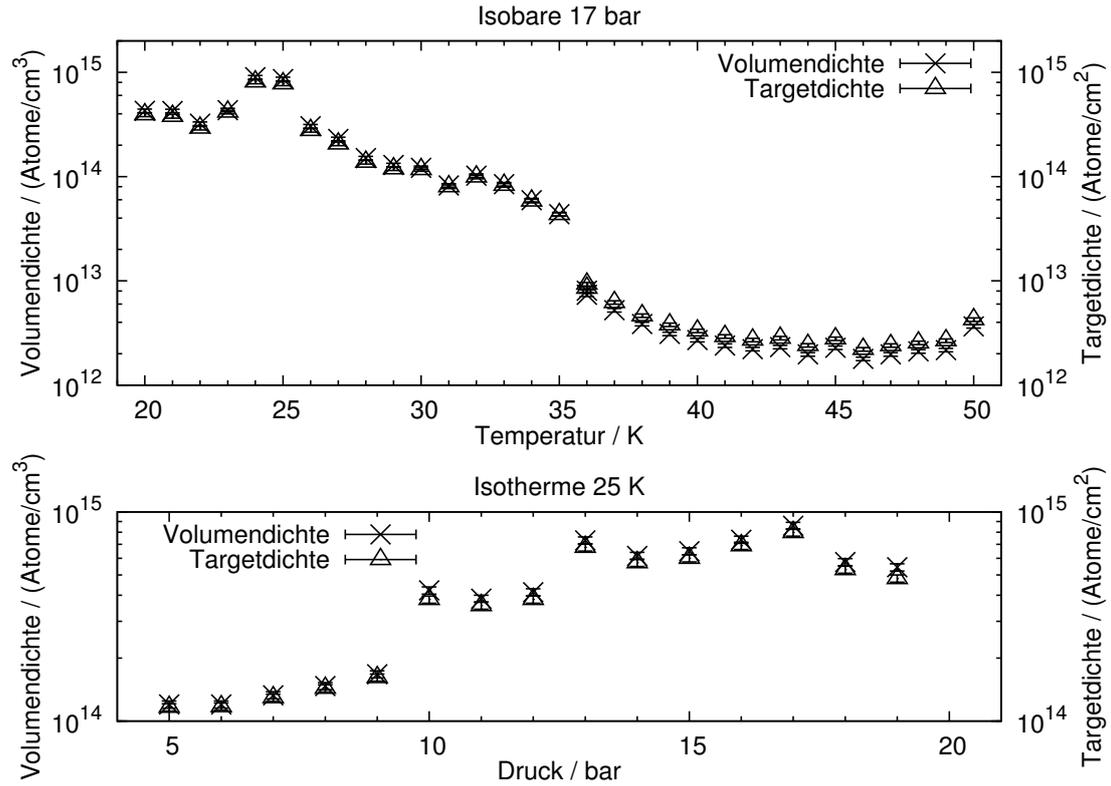
so können mit dieser Funktion die Daten sehr gut beschrieben werden. Die Form der angepassten Verteilungen ist in Abbildung 6.3.8 gezeigt. Der Parameter  $s_C$  ist hierbei ein Maß für die Kantenverschmierung. Im Limes  $s_C \rightarrow 0$  geht diese Funktion in die obige Funktion mit scharfer Kante über, wobei dann der Parameter  $R_C$  exakt den



**Abbildung 6.3.7.:** Druckprofil gemessen mit dem Stab in  $y$ -Richtung bei einem Gasdruck von 17 bar und einer Düsentemperatur von 24 K (basierend auf Messwerten von [Köh10]). Dargestellt ist der Vakuumdruck in der Streukammer als Funktion der Stabposition. Die durchgezogene Linie ist eine Anpassung des Modells eines zylinderförmigen Clusterstrahls an die Daten, während die gestrichelte Linie eine radiale Dichteverteilung annimmt, die einer Fermi-Verteilung entspricht.



**Abbildung 6.3.8.:** Radiale Volumendichteverteilungen, angepasst an das in Abbildung 6.3.7 gezeigte Druckprofil. Die durchgezogene Linie ist eine Verteilung eines homogenen, zylinderförmigen Clusterstrahls, während die gestrichelte Linie eine Verteilung darstellt, die einer Fermi-Verteilung ähnelt.



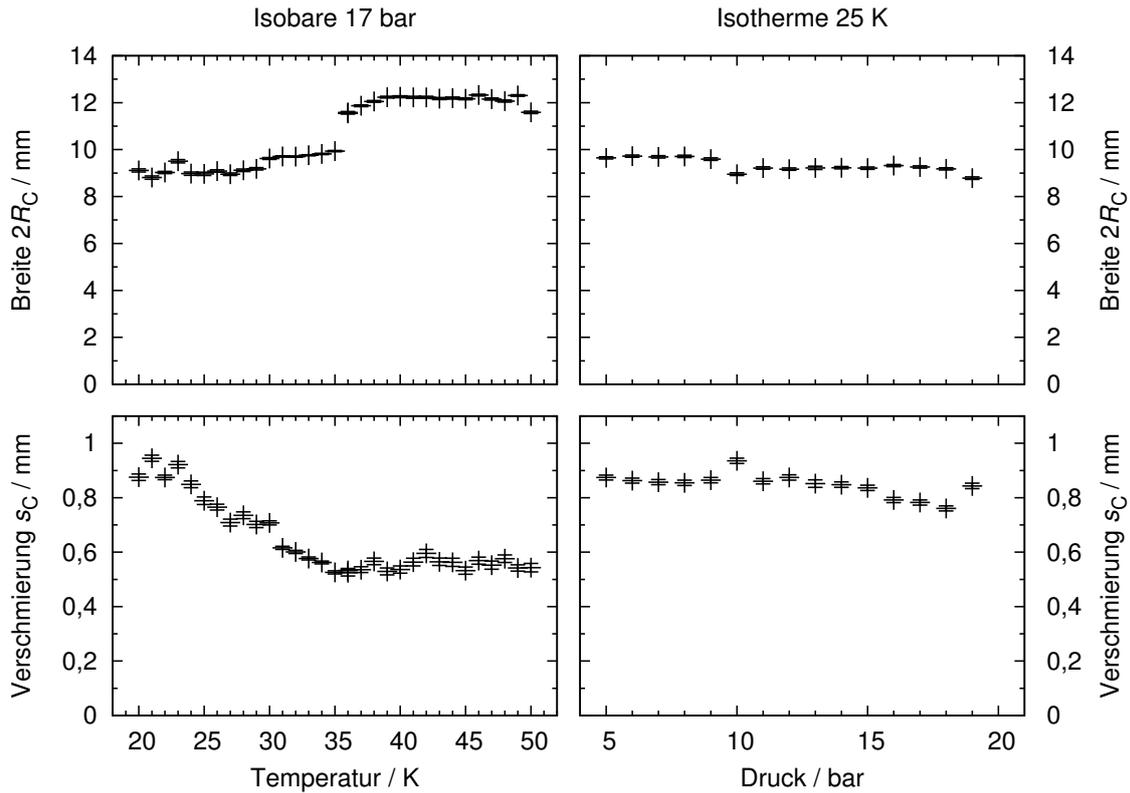
**Abbildung 6.3.9.:** Volumen- und Targetdichte gemessen am MCT2 (basierend auf Messwerten von [Köh10]). Im oberen Bild aufgenommen bei konstantem Gasdruck (Isobare) von 17 bar und im unteren bei konstanter Gastemperatur (Isotherme) von 25 K.

Zylinderradius repräsentiert. Die Targetdichte berechnet sich für diese Verteilung zu:

$$n_{T,\text{Fermi}} = 2 \rho_0 s_C \exp\left(-\frac{R_C}{s_C}\right) \left[ \exp\left(\frac{R_C}{s_C}\right) + 1 \right] \log\left(\exp\left(\frac{R_C}{s_C}\right) + 1\right). \quad (6.176)$$

Ausgehend von den durch Frau Köhler am MCT2 aufgezeichneten Messwerte kann durch Anpassung der Gleichung (6.175) die Volumen- und daraus die Targetdichte bestimmt werden. Die Ergebnisse dieser Anpassung sind in den zwei Graphen in Abbildung 6.3.9 dargestellt. Im oberen Graphen von Abbildung 6.3.9 wurde bei der Messung der Gasdruck vor der Düse konstant bei 17 bar gehalten und bei verschiedenen Gastemperaturen jeweils ein Druckprofil aufgezeichnet und die obige Modellfunktion an diese Daten angepasst. Die Druckprofile, die für den unteren Graphen dieser Abbildung ausgewertet wurden, sind bei konstanter Gastemperatur von 25 K und verschiedenen Gasdrücken gemessen worden.

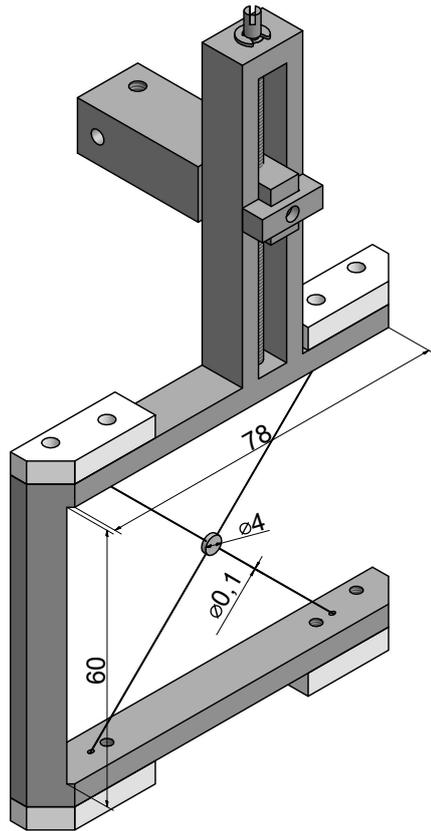
Die höchste Volumendichte von  $(8,98 \pm 0,15) \times 10^{14}$  Atome/cm<sup>3</sup> bzw. Targetdichte von  $(8,116 \pm 0,089) \times 10^{14}$  Atome/cm<sup>2</sup> wurden bei einer Gastemperatur von 24 K



**Abbildung 6.3.10.:** Parameter der Gleichung (6.175), die durch Anpassung an die gemessenen Druckprofile gewonnen wurden. In der linken Spalte aufgenommen bei konstantem Gasdruck (Isobare) von 17 bar und in der rechten Spalte bei konstanter Gastemperatur (Isotherme) von 25 K.

und einem Druck von 17 bar gefunden. Das zugehörige Druckprofil ist in Abbildung 6.3.7 dargestellt. Diese Dichte übersteigt, im Abstand von etwa 2 m nach der Düse, die mit früheren Cluster-Jet-Targets erreichbaren Dichten um fast eine Größenordnung und stellt einen der größten Erfolge dieser Arbeit dar und wurde daher in [Täs<sup>+</sup>11a] veröffentlicht. Anhand der Isobare und Isotherme ist gut erkennbar, dass durch die Änderung der Gastemperatur die Dichte über mehrere Größenordnungen geändert werden kann, während eine Änderung des Drucks nur eine Änderung von maximal Faktor 10 ermöglicht. Für den Betrieb mit dem PANDA Detektor ergibt sich hierdurch die Möglichkeit, sowohl eine für die jeweilige Untersuchung optimale maximale Targetdichte einzustellen, als auch innerhalb eines Beschleunigerzyklus die Targetdichte an die abnehmende Anzahl an Antiprotonen anzupassen und so die Luminosität konstant zu halten. Diese gegebenenfalls automatische Dichtenachführung wird in Zukunft noch am MCT2 oder dem finalen PANDA-Target untersucht.

In der Abbildung 6.3.10 sind jeweils die beiden Parameter  $s$  und  $R_C$  der obigen Anpassung an die Messdaten für die Isobare und die Isotherme gezeigt. Es fällt auf, dass, im Fall der Isobare, beim Übergang vom überkritischen Fluid zur Flüssigkeit, welcher bei einer Gastemperatur von etwa 35 K auftritt, der Parameter  $R_C$ , der die



**Abbildung 6.3.11.:** Testaufbau als Vorversuch für eine zweidimensionale Aufnahme von Dichteverteilungen des Clusterstrahls. Das Scheibchen, an denen die Cluster gestoppt werden, ist mittels zweier Drähte im höhenverstellbaren Rahmen befestigt.

Breite des Clusterstrahls angibt, sprunghaft um etwa 2 mm kleiner wird. Der Verschmierungsparameter  $s$  ist bei Temperaturen oberhalb dieser Übergangstemperatur konstant und steigt im Bereich unterhalb des Übergangs stetig mit abnehmender Temperatur an. Letzteres kann insoweit gedeutet werden, dass die in diesem Bereich deutlich höhere Volumendichte und der damit höhere Vakuumdruck in der Anlage zu einer höheren Wahrscheinlichkeit von Stößen zwischen Restgasatomen und Clustern führt, die zur Verschmierung des Clusterstrahls führen. Die Reduktion der Clusterstrahlbreite kann durch die Tatsache erklärt werden, dass sich, wie in Kapitel 4.3.2 gezeigt, die Ausströmung aus der Düse Dichteveriationen aufweisen, deren Position sich mit der Temperatur ändern. Dies kann dazu führen, dass nicht der Teil des Clusterstrahls mit der allerhöchsten Dichte extrahiert wird [Köh<sup>+</sup>11]. Durch ein System, das die Möglichkeit bietet, die Düse zu bewegen, kann dies jedoch kompensiert werden.

### 6.3.2.3. Zweidimensionale Bestimmung von Clusterdichten

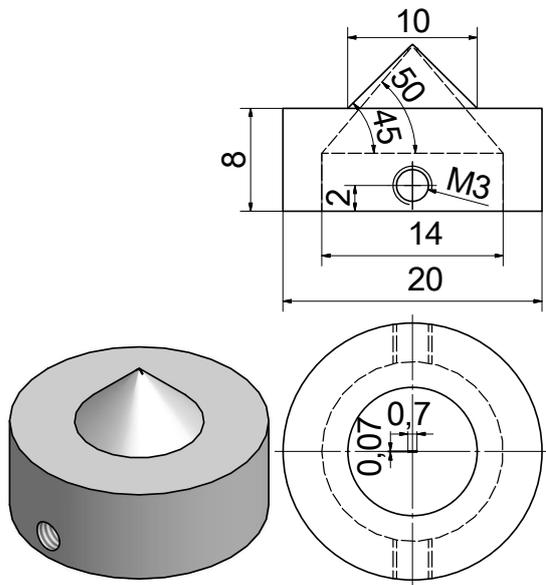
Die bisher dargestellte Methode der Dichtebestimmung kann, wie bereits erwähnt, nicht verwendet werden, um die genaue Form der Volumendichteverteilung zu bestimmen, da die Stabmethode die Volumendichte immer entlang einer Achse mittelt,

wodurch aus den zweidimensionalen Dichteverteilungen eindimensionale Druckverteilungen entstehen. Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine Methode getestet, um zweidimensionale Druckverteilungen zu erstellen. Die Idee hierbei ist, mit einem möglichst kleinen Probekörper den gesamten Querschnitt des Clusterstrahls abzurastern. Optimal wäre es hierfür, wenn der Probekörper in der Schwebe gehalten werden könnte, so dass der Clusterstrahl nur durch den Probekörper und nicht durch seine Halterung gestoppt würde. Dies ist jedoch mit vertretbarem Aufwand nicht zu erreichen. Daher wurde der in Abbildung 6.3.11 gezeigte Aufbau entworfen und gebaut. Bei dem Probekörper handelt es sich um eine runde Scheibe aus dünnem Edelstahlblech, die sich im Zentrum von zwei gekreuzten 0,1 mm dünnen Drähten befindet. Der Durchmesser der Scheibe ist mit 4 mm so gewählt, dass sie etwa den gleichen maximalen Druckanstieg erzeugt, wie die bisherigen Stäbe und gleichzeitig der Druckanstieg, der durch die Befestigungsdrähte hervorgerufen wird, um etwa eine Größenordnung kleiner ist. Leider war es nicht möglich, deutlich dünnere Drähte zu verwenden, da bereits bei 0,05 mm dünnen Drähten das Punktschweißen per Laser der Scheibe an die Drähte mehrfach dazu führte, dass bei geringstem Zug an den Drähten diese an der Scheibe zerrissen wurden. Da somit der durch die Drähte verursachte Druckanstieg nicht weiter verringert werden konnte, war es auch nicht möglich, den Durchmesser der Scheibe weiter zu verringern, so dass eine wirkliche zweidimensionale Bestimmung der Dichteverteilung aufgrund der zu groben Auflösung keinen Sinn machte.

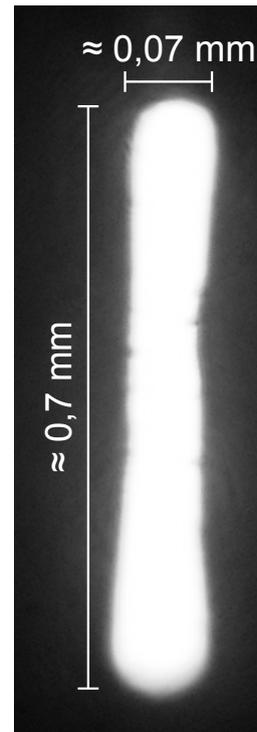
#### 6.3.2.4. Formung des Clusterprofils mit einem Schlitzkollimator

Im folgenden Abschnitt soll ein Verfahren vorgestellt werden, das es erlaubt, die Form des Clusterstrahls an die experimentellen Bedürfnisse anzupassen. Diese Methode wurde im Rahmen dieser Arbeit für das COSY-11 Experiment am Speicherring COSY in Jülich getestet und erfolgreich eingesetzt [Täs<sup>+</sup>06]. Motivation für diese Arbeit war ein Experiment zur präzisen Bestimmung der totalen Zerfallsbreite des  $\eta'$ -Mesons [CGM06]. Zu diesem Zweck musste die Impulsauflösung des COSY-11 Experiments verbessert werden, was durch die Benutzung eines Clusterstrahls erreicht werden sollte, der eine Breite, quer zum Beschleunigerstrahl, von 1 mm und eine Länge von 10 mm hat. Der normale Querschnitt des Clusterstrahls bei COSY-11 war rund und hatte am Interaktionspunkt mit dem COSY-Beschleuniger einen Durchmesser von etwa 10 mm. Dieser Querschnitt wurde durch einen Kollimator mit einer runden Öffnung von 0,7 mm erzeugt, so dass die Idee entstand, diesen durch einen Kollimator mit einer schlitzförmigen Öffnung von 0,7 mm Länge und 0,07 mm Breite zu ersetzen.

Herr Baumeister entwarf hierfür einen Rohling, der an der Fachhochschule Steinfurt mittels eines Lasers entsprechend geschlitzt wurde (siehe Abb. 6.3.12). Eine Mikroskopaufnahme dieses Schlitzes mit Durchlicht ist in Abbildung 6.3.13 zu sehen. Im Rahmen dieser Arbeit wurde dann ein Adapter entworfen, der es ermöglichte, diesen

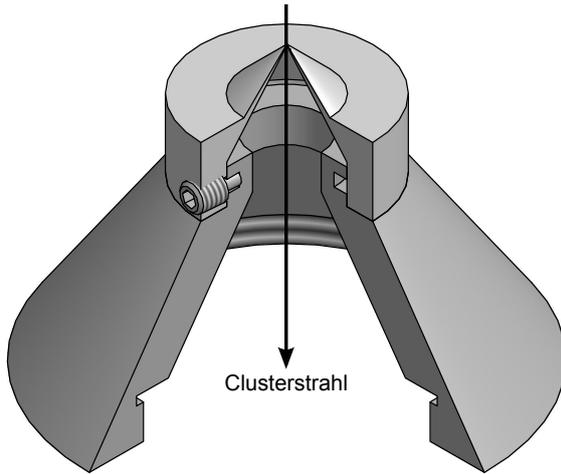


**Abbildung 6.3.12.:** CAD Zeichnung des Oberteils des Schlitzkollimators. Der eingezeichnete Schlitz wurde nachträglich per Laser an der Fachhochschule Steinfurt in den Rohling aus Edelstahl geschnitten.



**Abbildung 6.3.13.:** Durchlichtaufnahme des per Laser geschnittenen Schlitzes. (Photo: A. Khoukaz)

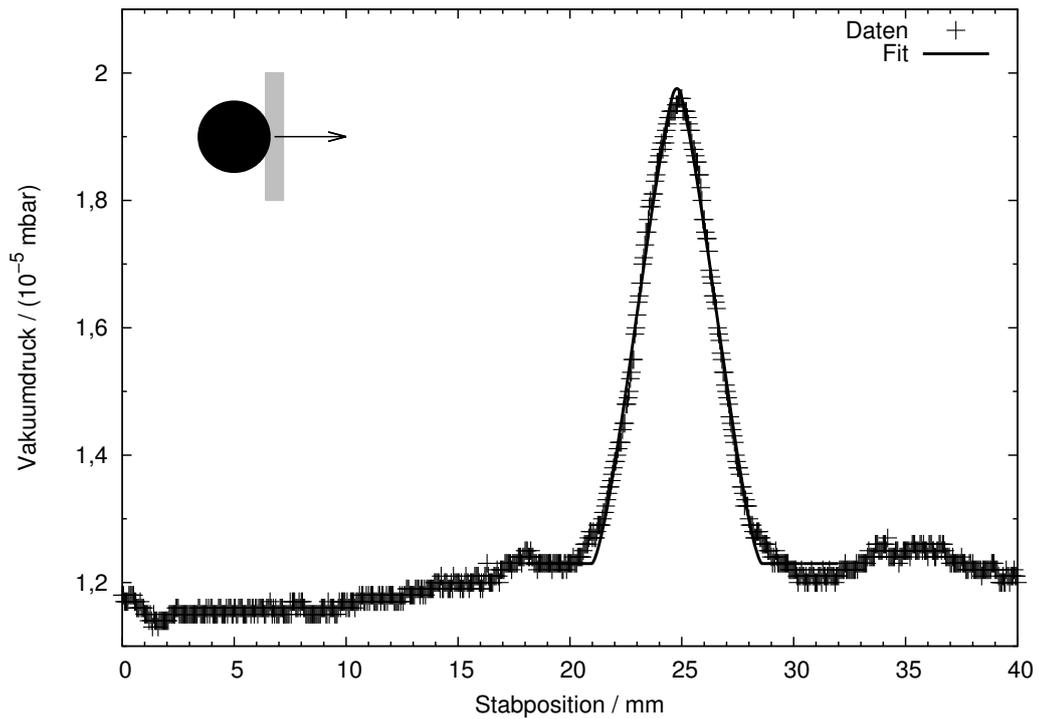
Schlitzkollimator sowohl am MCT1 zu testen, als auch abschließend in das Cluster-Jet-Target von COSY-11 einzubauen. Der Adapter wird mittels eines M35 Gewindes auf die Kollimatorhalterung aufgeschraubt und der geschlitzte Teil des Kollimators wird darauf von zwei Madenschrauben so gehalten, dass er, vor der endgültigen Fixierung, nur noch um die Strahlachse rotiert werden kann. Diese Rotation ist wichtig, da sie die Ausrichtung des Schlitzes auf die Strahlachse des Beschleunigerstrahls erlaubt. Abbildung 6.3.14 zeigt den kompletten Zusammenbau von Adapter und geschlitztem Oberteil. Dieser Schlitzkollimator wurde zunächst in die Clusterquelle des MCT1 eingebaut und an diesem das Clusterprofil gemessen. In den Abbildungen 6.3.15 und 6.3.16 sind das horizontale und das vertikale Strahlprofil dargestellt. Das vertikale Profil wurde hierbei mit dem ein Millimeter breiten Stab und das horizontale Profil mit dem im letzten Abschnitt beschriebenen Scheibchen aufgenommen. Anhand der beiden Profile lassen sich eine Länge des Clusterstrahlquerschnitts von 17,2 mm und eine Breite von 3,6 mm ermitteln. Diese beiden Werte wurden dabei durch Anpassung eines Modells eines rechteckigen Clusterstrahls mit homogener Volumendichte an die Daten gewonnen. Dieses Modell beschreibt das waagerechte Profil recht gut, das vertikale Profil weicht jedoch deutlich ab und es fällt auf, dass dieses zwei Maxima im Bereich des erwarteten Plateaus aufweist. Diese beiden Maxima resultieren aus dem etwas hantelförmigen Querschnitt der Kollimatoröffnung, wie sie in Abbildung 6.3.13 zu erkennen ist. Da Länge und Breite des Profils in einem Abstand zur Düse gemessen



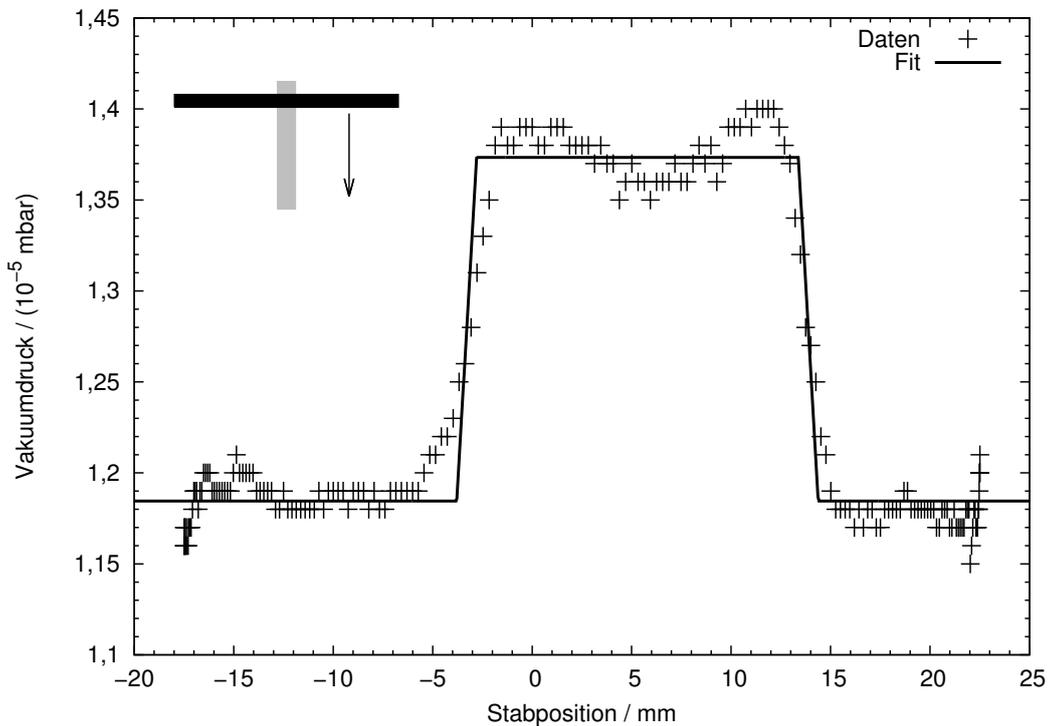
**Abbildung 6.3.14.:** Gesamtansicht des Schlitzkollimators. Das Unterteil wird mit dem M35 Gewinde auf die Kollimatorhalterung aufgeschraubt. Danach kann das Oberteil so gedreht werden, dass der Schlitz optimal auf den Beschleunigerstrahl ausgerichtet ist. Mit Hilfe der Madenschrauben kann das Oberteil danach fixiert werden.

wurden, die mit 2,1 m etwa dreimal so groß ist als beim COSY-11 Experiment mit 0,65 m, kann die Breite des Strahlprofils bei COSY-11 auf etwa 1,1 mm geschätzt werden, also der angestrebten Breite. Der hiernach erfolgte Einsatz in COSY-11 verlief problemlos und ermöglichte eine erfolgreiche Messung der Zerfallsbreite des  $\eta'$ -Mesons [Cze09; Cze<sup>+</sup>10].

Diese Art der Strahlformung wird auch für das  $\bar{\text{PANDA}}$ -Experiment wichtig sein. Der Antiprotonenstrahl soll bei optimaler Strahl-Kühlung einen Durchmesser von unter 0,1 mm besitzen, so dass bei einem Clusterstrahl von etwa 15 mm Durchmesser deutlich mehr als 90 % des Clusterstrahlquerschnitts nicht mit dem Antiprotonenstrahl wechselwirkt und nur den Restgasuntergrund unnötig erhöht. Es wird daher in Zukunft wichtig sein, diese Technologie weiter zu entwickeln und für den Einsatz am  $\bar{\text{PANDA}}$ -Experiment zu optimieren. Zur Zeit werden daher neue Schlitzkollimatoren systematisch getestet, bei denen die Laserbearbeitung und die Form der Rohlinge besser aufeinander abgestimmt wurden, so dass die Schlitze präziser geformt sind. Bei diesen Untersuchungen soll auch die optimale Breite des Schlitzes gefunden werden, bei der die Reduktion des Gasflusses möglichst groß ist, gleichzeitig aber noch keine signifikante Reduktion der Targetdichte auftritt.



**Abbildung 6.3.15.:** Horizontales Strahlprofil des Clusterstrahls, welcher mit Hilfe des Schlitzkollimators geformt und mit Hilfe eines 4 mm großen Plättchens detektiert wurde.



**Abbildung 6.3.16.:** Vertikales Strahlprofil des per Schlitzkollimator beschnittenen Clusterstrahls, der mit einem 1 mm breiten Stab detektiert wurde.

## 7. Zusammenfassung und Ausblick

Zukünftige Beschleunigerexperimente der Hadronenphysik erfordern es, eine neue Generation von internen Targets mit hohen Targetdichten zur Verfügung stellen. Die Quellen dieser Targets müssen jedoch gleichzeitig in einem Abstand von mehreren Metern vom Wechselwirkungspunkt mit dem Beschleunigerstrahl installiert sein, um die Detektorakzeptanz so gering wie möglich zu verringern. Für diesen Zweck stand bisher nur das Pellet-Target zur Verfügung. Durch die Nutzung einzelner Pellets mit einem Durchmesser von etwa  $10\ \mu\text{m}$  besitzt dieses jedoch den inhärenten Nachteil, eine inhomogene Targetdichte mit einer deutlichen zeitlichen Struktur aufzuweisen. Diesen Nachteil besitzt prinzipbedingt das Cluster-Jet-Target nicht, das einen homogenen Partikelstrahl mit zufallsverteilter Größenverteilung aufweist.

Ziel dieser Arbeit war es, die Nutzbarkeit eines Cluster-Jet-Targets für die Anwendungen in zukünftigen Beschleunigerexperimenten und hier speziell die Eignung für das geplante  $\bar{\text{P}}\text{ANDA}$ -Experiment am neu gegründeten Beschleunigerkomplex FAIR zu untersuchen. Zu diesem Zweck wurde zunächst in Anlehnung an die Münsteraner Cluster-Jet-Targets für das COSY-11- und das ANKE-Experiment, die im Forschungszentrum Jülich am Beschleuniger COSY verwendet werden, das Münster-Cluster-Jet-Target 1 (MCT1) gebaut und untersucht. Durch geeignete Verbesserungen des internen Gaskühlungssystems und der Neukonzeption des verwendeten Vakuumsystems der Quelle war es möglich, mit diesem Target eine Erhöhung der Targetdichte um mehr als eine Größenordnung im Vergleich zu bisherigen Cluster-Jet-Targets in einer Entfernung von mehr als zwei Metern vom Wechselwirkungspunkt zu erreichen. Gleichzeitig konnte bei diesen höchsten Dichten erstmals eine optische Aufnahme des Clusterstrahls am Düsenaustritt erstellt werden. Während des Aufbaus und Betriebs des MCT1 entstanden die Diplomarbeiten von Herrn Rausmann [Rau04], Frau Otte [Ott07] und Herrn General [Gen08].

Basierend auf den Erkenntnissen, die beim Aufbau und beim Betrieb des MCT1 gewonnen wurden, wurde im Rahmen dieser Arbeit eine neue Cluster-Target-Quelle entwickelt, aufgebaut und untersucht, die als Prototyp für das  $\bar{\text{P}}\text{ANDA}$ -Experiment dient. In diesem Münster-Cluster-Jet-Target 2 (MCT2) wurde ein neuer Typ von Kaltkopf mit höherer Kälteleistung integriert, wobei hierbei erstmals die Quelle aus drei separaten Kammern aufgebaut wurde. Hierbei ist der Kaltkopf in eine spezielle Isolationsvakuumkammer integriert, die im Rahmen dieser Arbeit zusammen mit dem

Gaskühlungssystem und einer speziellen Vakuumentrennung zwischen Isolationsvakuum- und Skimmerkammer mit Hilfe eines CAD-Systems konstruiert wurde. Durch dieses neue Konzept, das gleichzeitig die Wartung und den Aufbau des Targets stark vereinfacht, wurde im Rahmen dieser Arbeit eine weitere Steigerung der Clusterdichte auf eine Targetdichte von bis zu  $8 \times 10^{14}$  Atome/cm<sup>2</sup> in einer Entfernung von etwa 2 m zwischen Düse und Wechselwirkungspunkt erreicht. Dies macht das Target absolut konkurrenzfähig zum Pellet-Target und dieses Ergebnis wurde in [Täs<sup>+</sup>11a] veröffentlicht. Aufgrund dieses Erfolgs wird es zwei Targetstationen für das  $\bar{\text{PANDA}}$ -Experiment geben, nämlich ein Pellet-Target sowie ein auf einer Weiterentwicklung des gebauten Prototyps basierendes Münsteraner Cluster-Jet-Target. In enger Zusammenarbeit mit der Magnet-Gruppe des  $\bar{\text{PANDA}}$ -Detektors wurde, basierend auf dem Design des Prototyps, das Design des Eisenjochs des Zentraldetektors so modifiziert, dass die Integration des Cluster-Targets stark vereinfacht wurde. Erste CAD-Ansichten für diese Integration wurden im Rahmen dieser Arbeit erstellt und der  $\bar{\text{PANDA}}$ -Kollaboration präsentiert. Im Rahmen des Aufbaus und ersten Charakterisierung des MCT2 entstand die Diplomarbeit von Frau Köhler [Köh10].

In direkter Zusammenarbeit mit der Magnet-Gruppe des  $\bar{\text{PANDA}}$ -Experiments wurde ausgehend von den Dimensionen des MCT2 die konkrete Integration des Cluster-Jet-Targets in das Eisenjoch geplant und im Magnet TDR [PAN09b] verbindlich definiert.

Für die Messung der Targetdichte der Cluster-Jet-Targets wurden die experimentellen Methoden, insbesondere die Messung des Saugvermögens der Streukammer und die Messung des Vakuumdrucks in dieser Kammer, verfeinert und weiterentwickelt. Für die Auswertung der Clusterprofile wurde ein neues Modell gefunden, das durch die Einführung eines zusätzlichen Verschmierungsparameters die beobachteten Profile sehr genau reproduzieren kann.

Das im Rahmen der Arbeit entwickelte rechnergestützte Messsystem erlaubt eine zuverlässige Beobachtung und Aufzeichnung aller relevanten Betriebsparameter und unterstützt den Nutzer durch teilweise Automatisierung von Routineaufgaben, wie der Aufzeichnung des Clusterprofils oder der präzisen Steuerung von Skimmer und Kollimatorposition.

Parallel zum Aufbau, dem Betrieb und der Weiterentwicklung der Quellen des Cluster-Jet-Targets wurde begonnen, die Eigenschaften der Cluster, wie Geschwindigkeit und Masse der einzelnen Cluster, zu messen. Zur Geschwindigkeitsmessung wurde hierbei ein Flugzeitsystem mit einer gepulsten Elektronenquelle entworfen und gebaut, das systematische Studien der Geschwindigkeitsverteilung in Abhängigkeit der Stagnationsbedingungen vor der Düse ermöglichte.

Gleichzeitig wurde im Rahmen dieser Arbeit ein Modell der quasi-eindimensionalen Düsenströmung in den hier verwendeten Düsengeometrien auf der Basis der Zustandgleichungen von Van-der-Waals in einem Computerprogramm implementiert. Durch die Festlegung von zwei freien Parametern konnte durch dieses Modell die

---

gemessene mittlere Geschwindigkeit der Cluster im Rahmen einer Abweichung von etwa fünf Prozent sehr genau reproduziert werden. Aufgrund dieses Modells ist es erstmals möglich, die Bildung des Clusterstrahls im Bereich höchster Targetdichte als eine Zerstäubung von flüssigem Wasserstoff zu deuten und so erstmals erklären zu können. Gleichzeitig ermöglicht das Modell bisher unverstandene Effekte, wie den beobachteten deutlich erhöhten Volumendurchfluss durch die Düse in diesem Bereich, zu verstehen. Die Entwicklung dieses Computermodells besitzt jedoch gleichzeitig auch experimentelle Relevanz, da es die direkte Messung der mittleren Clustergeschwindigkeit, die für die Bestimmung der Targetdichte unerlässlich ist, ersetzt. Die Ergebnisse dieser Modellberechnungen wurden im Rahmen einer internationalen Tagung [Täs<sup>+</sup>11b] präsentiert.

In Zukunft soll die geplante Messung der Massenverteilung weitere Informationen über die Eigenschaften des erzeugten Clusterstrahls bringen. Dies kann dann zusammen mit einer geplanten Produktion von neuen Lavaldüsen eine weitere Steigerung der Clusterausbeute bringen. Ein weiteres wichtiges Zukunftsprojekt wird die rechnergestützte Steuerung der Clusterdichte sein, so dass während eines Zyklus des Beschleunigers die Luminosität, die normalerweise durch die abnehmende Anzahl an Beschleunigerpartikeln sinkt, durch stetige Erhöhung der Clusterdichte konstant gehalten wird.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden auch die beiden Cluster-Jet-Targets des COSY-11- und des ANKE-Experiments mitbetreut. Für das COSY-11-Experiment konnte ein neuer, schlitzförmiger Kollimator entwickelt werden, der am MCT1 zunächst getestet und dann erfolgreich am COSY-11-Experiment zur Untersuchung der totalen Zerfallsbreite des  $\eta'$ -Mesons eingesetzt wurde [Cze<sup>+</sup>10].



# Symbolverzeichnis

## Lateinische Symbole

<i>Symbol</i>	<i>Bedeutung</i>	<i>Einheit</i>
$a$	Betrag der Schallgeschwindigkeit	m/s
$A$	lokale Querschnittsfläche	m <sup>2</sup>
$c_p$	spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck	J K/kg
$c_v$	spezifische Wärmekapazität bei konstantem Volumen	J K/kg
$e$	spezifische innere Energie	J/kg
$f$	Anzahl der Freiheitsgrade	
$f$	spezifische freie Energie	J/kg
$\vec{f}$	Kraft pro Masseneinheit	
$\vec{F}$	Kraft	
$g$	spezifische freie Enthalpie	J/kg
$h$	spezifische Enthalpie	J/kg
$J$	Rotationsquantenzahl	
$m$	Masse	kg
$\dot{m}$	Massenstromstärke / Massendurchfluss	kg/s
$M$	molare Masse ( $M = m/\nu$ )	kg/mol
$Ma$	Mach-Zahl ( $Ma = u/a$ )	
$n$	Vibrationsquantenzahl	
$\vec{n}$	Normalenvektor	
$p$	lokaler Druck	Pa
$P$	Leistung	W = J/s
$\delta q$	Änderung der Wärme pro Masseneinheit	J/kg
$q$	Ladung	C
$q_v$	Volumenstromstärke / Volumendurchfluss	m <sup>3</sup> /s
$Q$	Wärmemenge	J
$\dot{Q}$	Wärmestrom pro Zeiteinheit	J/s
$R$	universelle Gaskonstante, $R = (8,314\,472 \pm 0,000\,015) \text{ J K/mol}$	
$R_s$	spezifische Gaskonstante ( $R_s = R/M$ )	J K/kg
$Re$	Reynolds-Zahl	
$s$	spezifische Entropie	J K/kg
$S$	Oberfläche	m <sup>2</sup>
$t$	Zeit	s

<i>Symbol</i>	<i>Bedeutung</i>	<i>Einheit</i>
$T$	Temperatur	K
$u$	Betrag der lokalen Geschwindigkeit	m/s
$\vec{u}$	lokale Geschwindigkeit	
$U$	elektrische Spannung	V
$v$	spezifisches Volumen ( $v = 1/\rho$ )	m <sup>3</sup> /kg
$V$	Volumen	m <sup>3</sup>
$w$	Arbeit pro Masseneinheit	J/kg
$\dot{W}$	Arbeit pro Zeiteinheit	J/s
$x$	Dampfgehalt (engl. quality)	
$z$	Länge / Distanz	m
$Z$	Anzahl der Freiheitsgrade	

## Griechische Symbole

<i>Symbol</i>	<i>Bedeutung</i>	<i>Einheit</i>
$\alpha$	Dampfvolumenanteil (engl. void fraction)	
$\gamma_1$	Schiefe einer Häufigkeitsverteilung	
$\eta$	dynamische Viskosität	Pa s
$\kappa$	Adiabatindex ( $\kappa = c_p/c_v$ )	
$\mu$	Mittelwert einer Häufigkeitsverteilung	
$\nu$	Stoffmenge	mol
$\rho$	lokale Dichte	kg/m <sup>3</sup>
$\sigma$	Standardabweichung einer Häufigkeitsverteilung	

# A. Phasendiagramm von Wasserstoff

Das Phasendiagramm von Wasserstoff (Abb. 6.1.1) enthält die für normales Wasserstoffgas charakteristischen Phasengrenzen. Entsprechend der Definition in Kapitel 6.1.5.1 ist das normale Wasserstoffgas ein Gemisch aus 75 % Ortho- und 25 % Parawasserstoff.

Im Phasendiagramm sind zwei Punkte ausgezeichnet: der Tripelpunkt T, an dem alle drei Phasen (fest, flüssig und gasförmig) im Gleichgewicht miteinander sind, und der kritische Punkt K. Letzterer ist dadurch gekennzeichnet, dass bei Drücken  $p$ , die größer als der Druck des kritischen Punkts  $p_K$  sind, die flüssige und die gasförmige Phase nicht mehr voneinander unterscheidbar sind. Die Position dieser beiden Punkte ist durch die folgenden Parameter gegeben [Lea<sup>+</sup>09]:

	Temperatur/K	Druck/bar	Dichte/(mol/L)
Tripelpunkt	13,957	0,0736	38,2
kritischer Punkt	33,145	12,964	15,508

Bei Drücken, die kleiner als der Druck des Tripelpunkts  $p_T$  sind, ist Wasserstoff, je nach Temperatur  $T$ , entweder fest oder gasförmig. Die Phasengrenze zwischen festem und gasförmigem Aggregatzustand ist hierbei durch die Sublimationskurve gegeben, die durch die folgende Parametrisierung [MHR81], für Temperaturen, die kleiner als die Temperatur des Tripelpunkts sind, mit einer Genauigkeit von etwa fünf Prozent beschrieben wird:

$$p_{\text{subl}}(T) = (10^{-(43,39 \text{ K})/T+2,5 \cdot \log(T/\text{K})+2,047}) \times (1,3332 \times 10^{-3} \text{ bar}). \quad (\text{A.1})$$

Der Phasenübergang zwischen flüssiger und gasförmiger Phase wird im Temperaturbereich zwischen der Temperatur des Tripelpunkts  $T_T$  und der des kritischen Punkts  $T_K$  durch die Dampfdruckkurve beschrieben [Lea<sup>+</sup>09]:

$$p_{\text{vap}}(T) = p_T \cdot \exp \left\{ \frac{T_K}{T} \cdot (-4,897 89 \theta + 0,988 558 \theta^{1,5} + 0,349 689 \theta^2 + 0,499 356 \theta^{2,85}) \right\}, \quad (\text{A.2})$$

wobei  $\theta = 1 - T/T_K$  gilt. Diese Parametrisierung soll dabei eine Genauigkeit von etwa 0,2 % besitzen.

Bei Temperaturen oberhalb der Temperatur des Tripelpunkts existiert desweiteren der Phasenübergang zwischen festem und flüssigem Wasserstoff. Die Phasengrenze ist hierbei durch die Schmelzkurve gegeben [MHR81]:

$$p_{\text{melt}}(T) = [(30,3312 \text{ atm/K}) \cdot \exp\{-(5,693 \text{ K})/T\} + (2/3 \text{ atm/K}^2) \cdot T] \cdot (T - T_T) \cdot (1,013 25 \text{ bar/atm}) + p_T. \quad (\text{A.3})$$

Die Genauigkeit dieser Parametrisierung ist dabei mit etwa 0,1 % spezifiziert.

## B. Schallgeschwindigkeit realer Gase

Ausgehend von der Definition der Wärmekapazität bei konstantem Druck beziehungsweise konstantem Volumen für Gase

$$c_v = \left( \frac{\partial e}{\partial T} \right)_v \quad (6.41)$$

$$c_p = \left( \frac{\partial h}{\partial T} \right)_p \quad (6.43)$$

und den beiden Gleichungen

$$T ds = dh - v dp \quad (6.31)$$

$$T ds = de + p dv \quad (6.29)$$

die sich jeweils durch Kombination des ersten und zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik ergeben, kann die Schallgeschwindigkeit aus ihrer Definitionsgleichung

$$a^2 = \left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s \quad (6.32)$$

berechnet werden. Hierzu wird die folgende allgemeine Relation [Nol97] zwischen drei beliebigen Variablen  $x$ ,  $y$  und  $z$  benötigt, die gilt, wenn es ein Funktional  $f(x, y, z) = 0$  gibt, die diese drei Variablen miteinander verknüpft:

$$\left( \frac{\partial x}{\partial y} \right)_z \left( \frac{\partial y}{\partial z} \right)_x = - \left( \frac{\partial x}{\partial z} \right)_y \quad (6.130)$$

Angewendet auf die Schallgeschwindigkeit ergibt sich so:

$$a^2 = \left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s = - \left( \frac{\partial p}{\partial s} \right)_\rho \left( \frac{\partial s}{\partial \rho} \right)_p \quad (B.1)$$

Einsetzen von (6.29) in (6.41) und von (6.31) in (6.43) ergibt:

$$c_v = T \left( \frac{\partial s}{\partial T} \right)_v \quad (6.41)$$

$$c_p = T \left( \frac{\partial s}{\partial T} \right)_p \quad (6.43)$$

Hiermit können die zwei Ableitungen in Gleichung (B.1) ausgewertet werden:

$$\left(\frac{\partial s}{\partial \rho}\right)_p = \left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_p \left(\frac{\partial T}{\partial \rho}\right)_p = \frac{c_p}{T} \left(\frac{\partial T}{\partial \rho}\right)_p \quad (\text{B.2})$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial p}{\partial s}\right)_\rho &= \left[\left(\frac{\partial p}{\partial s}\right)_\rho\right]^{-1} = \left[\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_\rho \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_\rho\right]^{-1} = \left[\frac{c_v}{T} \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_\rho\right]^{-1} \\ &= \frac{T}{c_v} \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_\rho \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

Einsetzen in Gleichung (B.1) ergibt zusammen mit der Anwendung von (6.130):

$$a^2 = -\frac{c_p}{T} \frac{T}{c_v} \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_\rho \left(\frac{\partial T}{\partial \rho}\right)_p = \frac{c_p}{c_v} \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_T \quad (\text{B.4})$$

Damit ergibt sich die Schallgeschwindigkeit also zu:

$$a = \sqrt{\frac{c_p}{c_v} \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_T} \quad (6.132)$$

Diese letzte Formel ist ohne Herleitung auch in [YM94] zu finden.

# C. Wärmekapazität von idealem Wasserstoff

## C.1. Energieniveaus der Rotations- und Schwingungszustände

In dieser Arbeit wurde zur Berechnung der Wärmekapazität die folgende Parametrisierung von Wooley ([WSB48]) für die Energie  $E_{n,J}$  der Schwingungs- und Rotationszustände von idealem Wasserstoff verwendet:

$$E_{n,J} = F_{n,J} h c \quad (\text{C.1})$$

$$F_{n,J} = G_n - G_0 + B_n J (J + 1) + D_n J^2 (J + 1)^2 + F_n J^3 (J + 1)^3 + H_n J^4 (J + 1)^4 + \frac{(H_n J^4 (J + 1)^4)^2}{F_n J^3 (J + 1)^3 - H_n J^4 (J + 1)^4} \quad (\text{C.2})$$

$$G_n/\text{cm}^{-1} = 4405,3 (n + 1/2) - 125,325 (n + 1/2)^2 + 1,9473 (n + 1/2)^3 - 0,112 65 (n + 1/2)^4 \quad (\text{C.3})$$

$$B_n/\text{cm}^{-1} = 60,8483 - 3,066 35 (n + 1/2) + 0,068 361 (n + 1/2)^2 - 0,0065 (n + 1/2)^3 \quad (\text{C.4})$$

$$D_n/\text{cm}^{-1} = -0,046 435 + 0,001 490 4 (n + 1/2) - 0,000 063 648 (n + 1/2)^2 \quad (\text{C.5})$$

$$F_n/\text{cm}^{-1} = 4,932 03 \times 10^{-5} + 0,028 00 \times 10^{-5} (n + 1/2) \quad (\text{C.6})$$

$$H_n/\text{cm}^{-1} = -6,7217 \times 10^{-8} \quad (\text{C.7})$$

Hierbei ist  $h = (6,626 068 96 \pm 0,000 000 33) \times 10^{-34}$  Js ([MTN08]) das plancksche Wirkungsquantum,  $c = 299 792 458$  m/s die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum,  $n$  die Vibrationsquantenzahl und  $J$  die Rotationsquantenzahl. Die Parametrisierung gilt bis zu einer Wellenzahl  $F_{n,J}$  von  $25 000 \text{ cm}^{-1}$ , also einer Energie von etwa drei Elektronenvolt.

## C.2. Fitfunktion zur Parametrisierung der Wärmekapazität

Zur analytisch integrierbaren Beschreibung der Wärmekapazität des idealen Gases bei konstantem Druck  $c_p^0$  wurde im Rahmen dieser Arbeit eine Funktion verwendet, die bereits in der Literatur [YM94; LJ05] für diesen Zweck benutzt wurde:

$$\frac{c_p^0}{R_s} = \sum_{k=1}^{N_p} a_k T^{x_k} + \sum_{l=1}^{N_e} u_l \left(\frac{T_l}{T}\right)^2 \frac{\exp(T_l/T)}{(1 - \exp(T_l/T))^2} \quad (\text{C.8})$$

Ausgehend von dieser Gleichung können zwei Integrale direkt gelöst werden, die von zentraler Bedeutung bei der Berechnung der Enthalpie und Schallgeschwindigkeit des realen Gases sind:

$$\int_{T_{\text{ref}}}^T c_p^0 dT' = \sum_{k=1}^{N_p} a_k I_k(T) - \frac{1}{2} \sum_{l=1}^{N_e} u_l T_l \left( \frac{1 + e^{T_l/T}}{1 - e^{T_l/T}} - \frac{1 + e^{T_l/T_{\text{ref}}}}{1 - e^{T_l/T_{\text{ref}}}} \right) \quad (\text{C.9})$$

$$I_k(T) = \begin{cases} \frac{T^{x_k+1} - T_{\text{ref}}^{x_k+1}}{x_k + 1} & \text{falls } x_k \neq -1 \\ \ln(T/T_{\text{ref}}) & \text{falls } x_k = -1 \end{cases} \quad (\text{C.10})$$

$$\begin{aligned} \int_{T_{\text{ref}}}^T \frac{c_p^0}{T'} dT' &= \sum_{k=1}^{N_p} a_k \tilde{I}_k(T) \\ &+ \sum_{l=1}^{N_e} u_l \left( \ln \left[ \frac{1 - e^{T_l/T_{\text{ref}}}}{1 - e^{T_l/T}} \right] + \frac{(T_l/T) e^{T_l/T}}{e^{T_l/T} - 1} - \frac{(T_l/T_{\text{ref}}) e^{T_l/T_{\text{ref}}}}{e^{T_l/T_{\text{ref}}} - 1} \right) \end{aligned} \quad (\text{C.11})$$

$$\tilde{I}_k(T) = \begin{cases} \frac{T^{x_k} - T_{\text{ref}}^{x_k}}{x_k} & \text{falls } x_k \neq 0 \\ \ln(T/T_{\text{ref}}) & \text{falls } x_k = 0 \end{cases} \quad (\text{C.12})$$

# D. Verallgemeinerte Gammaverteilung

Die Gammaverteilung ist eine Wahrscheinlichkeitsverteilung, die von zwei Parametern abhängt und durch die folgende Wahrscheinlichkeitsdichte gegeben ist [AS65]:

$$f(x; k, \theta) = \begin{cases} \frac{x^{k-1} e^{-x/\theta}}{\theta^k \Gamma(k)} & \text{für } x \geq 0 \\ 0 & \text{für } x < 0 \end{cases} \quad (\text{D.1})$$

wobei  $\Gamma(k)$  die sogenannte Gammafunktion ist. Die Wahrscheinlichkeitsdichte ist hierbei nur für positive Werte der Parameter  $k$  und  $\theta$  definiert, wobei die Funktion nur für  $k > 1$  eine peakartige Struktur aufweist. Mittelwert  $\mu$ , Standardabweichung  $\sigma$  und Schiefe  $\gamma_1$  sind in diesem Fall durch die folgenden drei Gleichungen gegeben:

$$\mu = k \theta \quad \sigma = \theta \sqrt{k} \quad \gamma_1 = \frac{2}{\sqrt{k}} \quad (\text{D.2})$$

Für große Werte von  $k$  geht die Gammaverteilung in die Normalverteilung  $N(x; \mu, \sigma)$  über. Die Gammaverteilung eignet sich gut als Modellfunktion, da die Schiefe durch den Parameter  $k$  frei einstellbar ist, wobei jedoch nur positive Werte der Schiefe gewählt werden können. Die Spiegelung der Funktion am Mittelwert ergibt dementsprechend negative Werte der Schiefe. Aus diesem Grund wurde im Rahmen dieser Arbeit die folgende Verallgemeinerung der Gammaverteilung genutzt:

$$f_{\Gamma}(x; \mu, \sigma, \gamma_1) = \begin{cases} f(\mu - x + k \theta; k = 4/\gamma_1^2, \theta = -\sigma \gamma_1/2) & \text{für } \gamma_1 < -10^{-5} \\ N(x; \mu, \sigma) & \text{für } |\gamma_1| \leq 10^{-5} \\ f(x + k \theta - \mu; k = 4/\gamma_1^2, \theta = \sigma \gamma_1/2) & \text{für } \gamma_1 > 10^{-5} \end{cases} \quad (\text{D.3})$$

In Sonderfällen wird anstelle der Standardabweichung  $\sigma$  die Halbwertsbreite der Verteilung als Maß für die Breite verwendet. Für die Umrechnung zwischen der Halbwertsbreite  $w$  und der Standardabweichung  $\sigma$  existiert im allgemeinen keine analytische Lösung. Für den Fall, dass der Betrag der Schiefe  $\gamma_1$  kleiner oder gleich  $10^{-5}$  ist, kann jedoch eine analytische Lösung angegeben werden [Tay97], da hier die verallgemeinerte Gammaverteilung gleich der Normalverteilung ist:

$$w_{|\gamma_1| \leq 10^{-5}} = 2\sqrt{2 \ln(2)} \sigma \quad (\text{D.4})$$

Im Allgemeinen kann die Beziehung nur durch eine Näherungslösung angegeben werden:

$$\begin{aligned} w/\sigma = & 2\sqrt{2\ln(2)} + 0,577\,894\,2\,\gamma_1^2 - 0,323\,876\,\gamma_1^4 + 0,133\,631\,\gamma_1^6 \\ & - 0,076\,007\,6\,\gamma_1^8 + 0,044\,351\,0\,\gamma_1^{10} - 0,019\,554\,52\,\gamma_1^{12} \\ & + 0,005\,536\,199\,4\,\gamma_1^{14} - 0,000\,855\,298\,21\,\gamma_1^{16} \\ & + 0,000\,053\,947\,949\,5\,\gamma_1^{18} \end{aligned} \tag{D.5}$$

Diese Näherungslösung wurde im Rahmen dieser Arbeit gefunden, indem 100 000 zufällige Kombinationen aus Standardabweichung ( $0 < \sigma < 1000$ ) und Schiefe ( $|\gamma_1| < 2$ ) erzeugt und die Halbwertsbreite der zugehörigen Verteilung durch numerische Nullstellensuche bestimmt wurde. Die Koeffizienten des oben angegebenen Polynoms wurden hiernach durch eine Anpassung mit Hilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate ermittelt. Die relative Abweichung zwischen der Näherungslösung und den Originaldaten ist kleiner als  $10^{-4}$ .

# E. Dampfdruckkurve des Van-der-Waals-Gases

Im Kapitel 6.1.5.2 wurde gezeigt, dass durch die Lösung eines Gleichungssystems die Dichte der flüssigen und gasförmigen Phase des Van-der-Waals-Gases, bei Temperaturen unterhalb der kritischen Temperatur, berechnet werden kann. Die numerische Lösung setzt jedoch die Kenntnis von Startwerten für die Bestimmung voraus, die möglichst nahe an der zu findenden Lösung liegen. Im Rahmen dieser Arbeit wurden hierfür Näherungsformeln verwendet, die auf den in [BSBP08] gegebenen Formeln basieren. In der zitierten Arbeit wird zunächst anstelle der Dichte  $\rho$  die einheitenlose Größe der sogenannten reduzierten Konzentrationen  $c$  eingeführt, aus denen die Dichten der gasförmigen und der flüssigen Phase mit den folgenden Formeln berechnet werden können:

$$\rho_g = \frac{c_g M}{3b} \quad \text{und} \quad \rho_{fl} = \frac{c_{fl} M}{3b} \quad (\text{E.1})$$

Für die Berechnung der reduzierten Konzentration der flüssigen Phase aus der reduzierten Temperatur  $T_r = T/T_c$ , die sich aus der lokalen Temperatur  $T$  und der kritischen Temperatur  $T_c$  ergibt, geben die Autoren zwei Gleichungen an:

$$c_{fl} = 1 + 2(1 - T_r)^{1/2} + \frac{2}{5}(1 - T_r) - \frac{13}{25}(1 - T_r)^{3/2} + 0,115(1 - T_r)^2 \quad (\text{E.2})$$

$$c_{fl} = \frac{3}{2} \left( 1 + \sqrt{1 - \frac{32}{27}T_r} \right) \quad (\text{E.3})$$

Hierbei wird spezifiziert, dass die Gleichung (E.2) im gesamten Temperaturbereich  $0 \leq T_r \leq 1$  weniger als ein Prozent von der numerischen Lösung der Autoren abweicht, während dies für die Gleichung (E.3) nur im Bereich  $0 \leq T_r < 0,7$  der Fall ist. In der Praxis hat sich gezeigt, dass die Gleichung (E.3) im Bereich  $0 \leq T_r < 0,2$  gut geeignet ist, um Startwerte zu liefern, während für höhere Temperaturen die Gleichung (E.2) verwendet wird. Für die reduzierte Konzentration der gasförmigen Phase wird im zitierten Artikel die Gleichung

$$c_g = 1 - 2(1 - T_r)^{1/2} + \frac{2}{5}(1 - T_r) + \frac{13}{25}(1 - T_r)^{3/2} + 0,207(1 - T_r)^2 \quad (\text{E.4})$$

für den Temperaturbereich  $0,46 < T_r \leq 1$  vorgeschlagen. Des Weiteren wird eine Formel angegeben, die jedoch erst unterhalb von  $T_r = 0,33$  weniger als ein Prozent

von der numerischen Lösung der Autoren abweicht. In der Praxis zeigte sich, dass die obige Formel im Bereich  $0,5 < T_r \leq 1$  tatsächlich gute Startwerte liefert. Der Bereich kleinerer Temperaturen wurde dann stückweise erschlossen, in dem jeweils eine Gleichung gefunden wurde, die einen Teil der berechenbaren Daten gut beschrieb und dann für den bisher nicht berechenbaren Teil Startwerte generierte, die eine Lösung des Gleichungssystems ermöglichte. Sodann wurden die Parameter der so gefundenen Gleichung an einen möglichst großen Bereich der so neu gefundenen Lösung angepasst, so dass sie im weiteren für diesen Teil Startwerte liefern konnten. Mit dieser Methode wurde schließlich die folgende stückweise definierte Funktion zur Berechnung der Startwerte erstellt:

$$c_g = \begin{cases} 1 - 2(1 - T_r)^{1/2} + \frac{2}{5}(1 - T_r) & 0,5 < T_r \leq 1 \\ + \frac{13}{25}(1 - T_r)^{3/2} + 0,207(1 - T_r)^2 & \\ 1,554891(T_r - 0,2186254)^{3,3684544} & 0,35 < T_r \leq 0,5 \\ 2,8183452(T_r - 0,1755)^{4,25052} & 0,25 < T_r \leq 0,35 \\ 771,407(T_r - 0,080229)^{9,36496} & 0,15 < T_r \leq 0,25 \\ 10^{-0,896117(T_r+0,00435134)^{-1,17026}} & 0,05 < T_r \leq 0,15 \\ 10^{-1,07828(T_r+0,000987338)^{-1,08234}} & 0,02 < T_r \leq 0,05 \\ 10^{-1,1969(T_r+0,000298404)^{-1,04616}} & 0,012 < T_r \leq 0,02 \\ 10^{-1,26927(T_r+0,000107292)^{-1,02911}} & 0,0047 < T_r \leq 0,012 \end{cases} \quad (\text{E.5})$$

Bei Temperaturen unterhalb von etwa 0,16 K ist die Dichte so klein, dass es keinen Sinn macht, weiter zu kleineren Temperaturen zu extrapolieren, da diese kleinen Dichten mit doppelt genauen Zahlen nicht mehr von Null zu unterscheiden sind.

## F. Messdaten der Flugzeitverteilungen von Clustern

In den folgenden Tabellen sind die ermittelten mittleren Clustergeschwindigkeiten für die verschiedenen Messreihen dargestellt, hierbei sind Druck  $p$  und Temperatur  $T$  am Düseneingang, die mittlere Flugzeit und die Standardabweichung  $\sigma_{\text{TOF}}$  der Flugzeitverteilung tabelliert. Aus der Standardabweichung  $\sigma$  und der Schiefe  $\gamma_1$  einer, an die Flugzeitverteilung angepassten, verallgemeinerten Gammaverteilung (siehe Anhang D) wurde zudem die Halbwertsbreite  $\Gamma_{\text{TOF}}$  berechnet und den Tabellen hinzugefügt. Des Weiteren ist die mittlere Clustergeschwindigkeit  $\bar{u}$  aufgelistet, die direkt aus der Flugzeit berechnet wurde. Zusätzlich ist die Peakposition  $u_0$  angegeben, die durch Fit einer verallgemeinerten Gammafunktion an die Daten ermittelt wurde. Im Falle eines Doppelpeaks wurde für den Fit die Summe aus zwei verallgemeinerten Gammafunktion verwendet und die beiden Peakpositionen  $u_0$  und  $u_1$  aufgeführt. Hierbei ist  $u_0$  jeweils die mittlere Geschwindigkeit des dominanten Peaks und im Fall eines Doppelpeaks ist  $u_1$  die Geschwindigkeit der schmaleren Struktur. Zur Charakterisierung der Breite der Geschwindigkeitsverteilung sind des Weiteren die Standardabweichungen  $\sigma_0$  und  $\sigma_1$  bzw. die Halbwertsbreiten  $\Gamma_0$  und  $\Gamma_1$  aufgeführt.

## Messungen an MCT1

### Isotherme

#### 30 K Isotherme

Druck $p$ /bar	Flugzeit/ $\mu$ s	$\bar{u}$ /(m/s)	$u_0$ /(m/s)	$u_1$ /(m/s)
2	4445,1 $\pm$ 2,6	821,1 $\pm$ 4,6	821,1 $\pm$ 0,3	—
3	4358,8 $\pm$ 0,7	837,4 $\pm$ 4,6	837,7 $\pm$ 0,1	—
4	4317,5 $\pm$ 0,4	845,4 $\pm$ 4,7	845,6 $\pm$ 0,1	—
5	4293,5 $\pm$ 0,7	850,2 $\pm$ 4,7	850,3 $\pm$ 0,2	—
6	4313,9 $\pm$ 0,3	846,1 $\pm$ 4,7	846,4 $\pm$ 0,1	—
7	4399,4 $\pm$ 0,5	829,7 $\pm$ 4,6	829,9 $\pm$ 0,1	—
8	4537,4 $\pm$ 0,2	804,4 $\pm$ 4,4	804,7 $\pm$ 0,1	—
9	8205,4 $\pm$ 6,2	444,3 $\pm$ 2,5	432,9 $\pm$ 1,5	507,3 $\pm$ 6,5
10	8146,2 $\pm$ 5,0	447,5 $\pm$ 2,5	435,1 $\pm$ 1,9	507,5 $\pm$ 6,2
11	8060,0 $\pm$ 19,2	452,3 $\pm$ 2,7	435,8 $\pm$ 3,0	507,2 $\pm$ 7,3
12	8205,1 $\pm$ 12,9	444,3 $\pm$ 2,5	442,7 $\pm$ 1,4	—
13	8193,1 $\pm$ 14,6	444,9 $\pm$ 2,6	440,5 $\pm$ 1,5	—
14	8489,2 $\pm$ 25,8	429,4 $\pm$ 2,7	413,8 $\pm$ 1,7	—
15	9196,6 $\pm$ 22,7	396,3 $\pm$ 2,4	372,2 $\pm$ 1,5	—
16	8927,9 $\pm$ 22,2	408,3 $\pm$ 2,5	384,1 $\pm$ 1,8	—

$p$ /bar	$\sigma_{\text{TOF}}$ / $\mu$ s	$\Gamma_{\text{TOF}}$ / $\mu$ s	$\sigma_0$ /(m/s)	$\sigma_1$ /(m/s)	$\Gamma_0$ /(m/s)	$\Gamma_1$ /(m/s)
2	72 $\pm$ 2	168 $\pm$ 2	13 $\pm$ 1	—	30 $\pm$ 1	—
3	49 $\pm$ 1	129 $\pm$ 1	9 $\pm$ 1	—	24 $\pm$ 1	—
4	42 $\pm$ 1	107 $\pm$ 1	8 $\pm$ 1	—	21 $\pm$ 1	—
5	37 $\pm$ 1	93 $\pm$ 1	7 $\pm$ 1	—	19 $\pm$ 1	—
6	37 $\pm$ 1	93 $\pm$ 1	7 $\pm$ 1	—	18 $\pm$ 1	—
7	47 $\pm$ 1	119 $\pm$ 1	9 $\pm$ 1	—	23 $\pm$ 1	—
8	58 $\pm$ 1	149 $\pm$ 1	10 $\pm$ 1	—	26 $\pm$ 1	—
9	862 $\pm$ 4	1699 $\pm$ 52	33 $\pm$ 1	23 $\pm$ 7	89 $\pm$ 4	61 $\pm$ 19
10	859 $\pm$ 4	1648 $\pm$ 37	33 $\pm$ 2	24 $\pm$ 6	88 $\pm$ 5	65 $\pm$ 17
11	901 $\pm$ 14	1738 $\pm$ 137	33 $\pm$ 3	20 $\pm$ 8	87 $\pm$ 8	55 $\pm$ 21
12	757 $\pm$ 9	1357 $\pm$ 141	36 $\pm$ 1	—	96 $\pm$ 4	—
13	859 $\pm$ 10	1661 $\pm$ 181	39 $\pm$ 2	—	105 $\pm$ 4	—
14	1177 $\pm$ 18	2160 $\pm$ 95	37 $\pm$ 2	—	101 $\pm$ 5	—
15	1438 $\pm$ 16	2469 $\pm$ 91	32 $\pm$ 2	—	88 $\pm$ 4	—
16	1518 $\pm$ 16	2589 $\pm$ 89	38 $\pm$ 2	—	103 $\pm$ 5	—

## 50 K Isotherme

Druck $p$ /bar	Flugzeit/ $\mu$ s	$\bar{u}$ /(m/s)	$u_0$ /(m/s)	$u_1$ /(m/s)
4	3683,5 $\pm$ 1,0	991,4 $\pm$ 5,5	992,1 $\pm$ 0,2	—
8	3605,9 $\pm$ 1,8	1012,8 $\pm$ 5,6	1013,6 $\pm$ 0,4	—
10	3588,0 $\pm$ 1,4	1017,9 $\pm$ 5,6	1019,2 $\pm$ 0,3	—
12	3661,3 $\pm$ 1,4	997,4 $\pm$ 5,5	998,2 $\pm$ 0,4	—
14	3806,0 $\pm$ 4,7	959,4 $\pm$ 5,4	963,2 $\pm$ 0,7	—
16	3888,8 $\pm$ 2,7	938,9 $\pm$ 5,2	942,0 $\pm$ 0,5	—
17	3854,5 $\pm$ 1,6	947,3 $\pm$ 5,2	948,0 $\pm$ 0,4	—
18	3952,9 $\pm$ 2,0	923,7 $\pm$ 5,1	924,3 $\pm$ 0,4	—

$p$ /bar	$\sigma_{\text{TOF}}$ / $\mu$ s	$\Gamma_{\text{TOF}}$ / $\mu$ s	$\sigma_0$ /(m/s)	$\sigma_1$ /(m/s)	$\Gamma_0$ /(m/s)	$\Gamma_1$ /(m/s)
4	52 $\pm$ 1	131 $\pm$ 1	14 $\pm$ 1	—	34 $\pm$ 1	—
8	59 $\pm$ 1	152 $\pm$ 3	16 $\pm$ 1	—	42 $\pm$ 1	—
10	51 $\pm$ 1	129 $\pm$ 3	13 $\pm$ 1	—	33 $\pm$ 1	—
12	62 $\pm$ 1	155 $\pm$ 3	16 $\pm$ 1	—	42 $\pm$ 1	—
14	94 $\pm$ 3	225 $\pm$ 9	18 $\pm$ 1	—	47 $\pm$ 2	—
16	91 $\pm$ 2	221 $\pm$ 5	18 $\pm$ 1	—	42 $\pm$ 1	—
17	78 $\pm$ 1	202 $\pm$ 4	18 $\pm$ 1	—	49 $\pm$ 1	—
18	72 $\pm$ 1	168 $\pm$ 3	16 $\pm$ 1	—	38 $\pm$ 1	—

## Isobare

### 8 bar Isobare

Temp. $T$ /K	Flugzeit/ $\mu$ s	$\bar{u}$ /(m/s)	$u_0$ /(m/s)	$u_1$ /(m/s)
20	12 361,5 $\pm$ 31,9	294,7 $\pm$ 1,8	323,3 $\pm$ 7,6	—
22	12 268,1 $\pm$ 42,8	297,0 $\pm$ 1,9	291,1 $\pm$ 11,5	—
23	12 068,8 $\pm$ 31,9	301,9 $\pm$ 1,8	262,7 $\pm$ 2,5	—
24	11 784,9 $\pm$ 24,8	309,2 $\pm$ 1,8	271,2 $\pm$ 2,1	—
25	11 124,1 $\pm$ 23,1	327,6 $\pm$ 1,9	299,9 $\pm$ 2,0	—
26	11 281,3 $\pm$ 35,5	323,0 $\pm$ 2,0	307,9 $\pm$ 2,4	—
27	11 138,5 $\pm$ 34,5	327,1 $\pm$ 2,1	305,1 $\pm$ 2,3	—
28	10 245,9 $\pm$ 35,4	355,7 $\pm$ 2,3	312,0 $\pm$ 2,2	—
29	9 758,4 $\pm$ 30,7	373,5 $\pm$ 2,4	369,9 $\pm$ 5,3	—
29,2	8 735,4 $\pm$ 30,6	417,3 $\pm$ 2,7	360,3 $\pm$ 2,5	—
29,4	8 545,8 $\pm$ 25,2	426,5 $\pm$ 2,7	412,9 $\pm$ 2,5	—

F. Messdaten der Flugzeitverteilungen von Clustern

29,5	8088,7 ± 18,1	450,7 ± 2,7	426,1 ± 2,1	—
29,6	8109,5 ± 15,0	449,5 ± 2,6	425,2 ± 3,9	490,5 ± 18,0
29,65	7746,2 ± 14,6	470,6 ± 2,7	424,3 ± 3,0	493,1 ± 21,5
29,7	8151,0 ± 9,8	447,2 ± 2,5	421,8 ± 3,0	492,6 ± 17,7
29,75	8099,7 ± 8,8	450,1 ± 2,5	422,4 ± 2,9	497,4 ± 15,0
29,8	7495,3 ± 12,0	486,4 ± 2,8	433,6 ± 2,2	514,3 ± 4,4
29,85	4712,1 ± 1,1	774,4 ± 4,3	776,6 ± 0,4	—
29,9	4547,2 ± 0,4	802,6 ± 4,4	803,1 ± 0,2	—
30	4532,9 ± 1,1	805,1 ± 4,4	805,5 ± 0,2	—
31	4452,4 ± 1,1	819,7 ± 4,5	820,3 ± 0,3	—
32	4323,2 ± 1,1	844,3 ± 4,7	844,7 ± 0,2	—
33	4247,8 ± 1,1	859,3 ± 4,7	859,7 ± 0,2	—
34	4184,0 ± 1,2	872,5 ± 4,8	872,7 ± 0,2	—
35	4129,6 ± 0,8	884,0 ± 4,9	884,2 ± 0,2	—
40	3875,0 ± 0,8	942,3 ± 5,2	942,4 ± 0,2	—
45	3701,6 ± 1,2	986,6 ± 5,5	987,0 ± 0,3	—
50	3580,9 ± 1,4	1019,9 ± 5,6	1020,0 ± 0,4	—

$T/K$	$\sigma_{\text{TOF}}/\mu\text{s}$	$\Gamma_{\text{TOF}}/\mu\text{s}$	$\sigma_0/(\text{m/s})$	$\sigma_1/(\text{m/s})$	$\Gamma_0/(\text{m/s})$	$\Gamma_1/(\text{m/s})$
20	4381 ± 23	6495 ± 449	123 ± 8	—	331 ± 20	—
22	3927 ± 30	5747 ± 456	52 ± 12	—	139 ± 31	—
23	3406 ± 23	5244 ± 323	32 ± 2	—	81 ± 6	—
24	3233 ± 18	4864 ± 191	32 ± 2	—	80 ± 5	—
25	2539 ± 16	4006 ± 170	32 ± 2	—	83 ± 5	—
26	2392 ± 25	3727 ± 174	35 ± 2	—	90 ± 6	—
27	2336 ± 24	3660 ± 180	33 ± 2	—	85 ± 6	—
28	2742 ± 25	4287 ± 241	34 ± 2	—	88 ± 6	—
29	2233 ± 22	3492 ± 210	52 ± 5	—	139 ± 15	—
29,2	2353 ± 22	3744 ± 217	41 ± 3	—	113 ± 7	—
29,4	1206 ± 18	2060 ± 273	41 ± 3	—	112 ± 7	—
29,5	1359 ± 13	2344 ± 133	46 ± 2	—	127 ± 6	—
29,6	1151 ± 11	2087 ± 124	37 ± 4	34 ± 19	100 ± 10	91 ± 51
29,65	1496 ± 10	2540 ± 99	36 ± 3	35 ± 24	97 ± 8	94 ± 65
29,7	1239 ± 7	2128 ± 83	36 ± 3	36 ± 20	97 ± 8	96 ± 54
29,75	1206 ± 6	2131 ± 80	36 ± 3	31 ± 17	97 ± 8	84 ± 46
29,8	1679 ± 8	2849 ± 79	45 ± 2	13 ± 5	125 ± 6	35 ± 14
29,85	145 ± 1	352 ± 4	21 ± 1	—	57 ± 1	—
29,9	57 ± 1	140 ± 1	9 ± 1	—	25 ± 1	—
30	57 ± 1	139 ± 2	10 ± 1	—	25 ± 1	—
31	62 ± 1	152 ± 3	11 ± 1	—	28 ± 1	—
32	49 ± 1	120 ± 2	9 ± 1	—	24 ± 1	—
33	47 ± 1	114 ± 2	9 ± 1	—	23 ± 1	—

---

34	46 ± 1	112 ± 2	9 ± 1	—	24 ± 1	—
35	48 ± 1	122 ± 2	10 ± 1	—	26 ± 1	—
40	26 ± 1	59 ± 1	6 ± 1	—	15 ± 1	—
45	33 ± 1	77 ± 2	8 ± 1	—	22 ± 1	—
50	42 ± 1	103 ± 2	12 ± 1	—	31 ± 1	—

---

### 12 bar **Isobare**

Temp. $T/K$	Flugzeit/ $\mu\text{s}$	$\bar{u}/(\text{m/s})$	$u_0/(\text{m/s})$	$u_1/(\text{m/s})$
26	11 469,1 ± 12,1	317,7 ± 1,8	307,0 ± 1,2	—
28	10 617,5 ± 43,1	343,2 ± 2,3	325,8 ± 2,2	—
29	10 259,2 ± 30,5	355,2 ± 2,2	331,8 ± 1,8	—
30	8134,7 ± 7,8	448,1 ± 2,5	442,5 ± 1,4	—
31	7571,0 ± 14,6	481,5 ± 2,8	464,2 ± 1,8	—
32	6993,5 ± 6,9	521,4 ± 2,9	519,4 ± 1,1	—
33	4915,9 ± 3,7	742,3 ± 4,1	743,9 ± 0,6	—
34	4770,3 ± 1,7	765,0 ± 4,2	767,0 ± 0,4	—
35	4642,2 ± 2,9	786,1 ± 4,4	787,2 ± 0,4	—
40	4227,3 ± 2,5	863,5 ± 4,8	864,1 ± 0,5	—
45	3816,5 ± 0,9	956,8 ± 5,3	957,0 ± 0,2	—
50	3646,7 ± 1,1	1001,5 ± 5,5	1001,9 ± 0,3	—

---

$T/K$	$\sigma_{\text{TOF}}/\mu\text{s}$	$\Gamma_{\text{TOF}}/\mu\text{s}$	$\sigma_0/(\text{m/s})$	$\sigma_1/(\text{m/s})$	$\Gamma_0/(\text{m/s})$	$\Gamma_1/(\text{m/s})$
26	1690 ± 9	2686 ± 56	25 ± 1	—	61 ± 3	—
28	1813 ± 30	2914 ± 224	30 ± 2	—	79 ± 6	—
29	1770 ± 22	2927 ± 165	30 ± 2	—	82 ± 5	—
30	900 ± 6	1658 ± 79	39 ± 1	—	107 ± 4	—
31	986 ± 10	1762 ± 72	41 ± 2	—	113 ± 5	—
32	602 ± 5	1195 ± 24	36 ± 1	—	95 ± 3	—
33	123 ± 3	296 ± 8	17 ± 1	—	45 ± 1	—
34	130 ± 1	300 ± 5	19 ± 1	—	48 ± 1	—
35	120 ± 2	300 ± 6	19 ± 1	—	50 ± 1	—
40	94 ± 2	220 ± 5	19 ± 1	—	46 ± 1	—
45	33 ± 1	77 ± 1	8 ± 1	—	19 ± 1	—
50	53 ± 1	131 ± 2	14 ± 1	—	36 ± 1	—

---

14 bar **Isobare**

Temp. $T/K$	Flugzeit/ $\mu\text{s}$	$\bar{u}/(\text{m/s})$	$u_0/(\text{m/s})$	$u_1/(\text{m/s})$
25	$12\,357,6 \pm 23,4$	$294,8 \pm 1,7$	$280,4 \pm 1,2$	—
27	$10\,946,0 \pm 20,7$	$332,9 \pm 1,9$	$325,7 \pm 1,3$	—
30	$8680,2 \pm 14,5$	$419,9 \pm 2,4$	$414,5 \pm 1,3$	—
31	$7468,0 \pm 11,8$	$488,2 \pm 2,8$	$481,0 \pm 1,5$	—
32	$7136,5 \pm 6,8$	$510,9 \pm 2,9$	$500,8 \pm 1,1$	—
33	$6498,6 \pm 7,2$	$561,2 \pm 3,2$	$562,3 \pm 0,8$	—
34	$5078,8 \pm 3,1$	$718,4 \pm 4,0$	$720,3 \pm 0,4$	—
35	$4860,6 \pm 1,3$	$750,7 \pm 4,1$	$752,2 \pm 0,3$	—
40	$4394,3 \pm 2,4$	$830,6 \pm 4,6$	$831,1 \pm 0,5$	—
45	$4069,0 \pm 2,9$	$897,2 \pm 5,0$	$898,5 \pm 0,6$	—
50	$3774,1 \pm 1,6$	$967,5 \pm 5,4$	$968,5 \pm 0,4$	—

$T/K$	$\sigma_{\text{TOF}}/\mu\text{s}$	$\Gamma_{\text{TOF}}/\mu\text{s}$	$\sigma_0/(\text{m/s})$	$\sigma_1/(\text{m/s})$	$\Gamma_0/(\text{m/s})$	$\Gamma_1/(\text{m/s})$
25	$1740 \pm 17$	$2903 \pm 113$	$22 \pm 1$	—	$56 \pm 3$	—
27	$1471 \pm 15$	$2438 \pm 83$	$27 \pm 1$	—	$71 \pm 3$	—
30	$971 \pm 10$	$1829 \pm 125$	$37 \pm 1$	—	$100 \pm 4$	—
31	$830 \pm 8$	$1586 \pm 73$	$44 \pm 2$	—	$120 \pm 5$	—
32	$789 \pm 5$	$1596 \pm 29$	$41 \pm 1$	—	$113 \pm 3$	—
33	$422 \pm 5$	$849 \pm 18$	$31 \pm 1$	—	$78 \pm 2$	—
34	$145 \pm 2$	$344 \pm 9$	$18 \pm 1$	—	$47 \pm 1$	—
35	$139 \pm 1$	$337 \pm 4$	$20 \pm 1$	—	$51 \pm 1$	—
40	$118 \pm 2$	$280 \pm 6$	$21 \pm 1$	—	$53 \pm 1$	—
45	$106 \pm 2$	$258 \pm 6$	$22 \pm 1$	—	$57 \pm 2$	—
50	$75 \pm 1$	$173 \pm 3$	$18 \pm 1$	—	$43 \pm 1$	—

# Messungen an MCT2

## Isotherme

### 25 K Isotherme

Druck $p/\text{bar}$	Flugzeit/ $\mu\text{s}$	$\bar{u}/(\text{m/s})$	$u_0/(\text{m/s})$	$u_1/(\text{m/s})$
5	15 412,0 $\pm$ 37,8	264,3 $\pm$ 1,5	266,8 $\pm$ 0,4	—
6	14 908,2 $\pm$ 36,9	273,3 $\pm$ 1,5	277,4 $\pm$ 0,5	—
7	14 815,8 $\pm$ 35,0	275,0 $\pm$ 1,5	278,7 $\pm$ 0,4	—
8	14 659,9 $\pm$ 32,8	277,9 $\pm$ 1,5	281,9 $\pm$ 0,4	—
9	14 731,1 $\pm$ 30,6	276,5 $\pm$ 1,5	279,2 $\pm$ 0,4	—
10	16 625,5 $\pm$ 29,8	245,0 $\pm$ 1,3	245,8 $\pm$ 0,2	—
11	16 102,8 $\pm$ 28,7	253,0 $\pm$ 1,3	254,5 $\pm$ 0,2	—
12	15 664,1 $\pm$ 23,9	260,1 $\pm$ 1,3	262,0 $\pm$ 0,2	—
13	15 962,5 $\pm$ 21,7	255,2 $\pm$ 1,3	256,1 $\pm$ 0,2	—
14	15 412,5 $\pm$ 18,0	264,3 $\pm$ 1,3	265,6 $\pm$ 0,2	—
15	15 030,6 $\pm$ 15,6	271,0 $\pm$ 1,4	272,3 $\pm$ 0,2	—
16	14 967,2 $\pm$ 18,6	272,2 $\pm$ 1,4	273,4 $\pm$ 0,2	—
17	15 068,0 $\pm$ 18,4	270,4 $\pm$ 1,4	270,5 $\pm$ 0,2	—
18	14 560,1 $\pm$ 19,2	279,8 $\pm$ 1,4	280,6 $\pm$ 0,2	—
19	14 392,2 $\pm$ 16,1	283,1 $\pm$ 1,4	283,9 $\pm$ 0,2	—

$p/\text{bar}$	$\sigma_{\text{TOF}}/\mu\text{s}$	$\Gamma_{\text{TOF}}/\mu\text{s}$	$\sigma_0/(\text{m/s})$	$\sigma_1/(\text{m/s})$	$\Gamma_0/(\text{m/s})$	$\Gamma_1/(\text{m/s})$
5	2190 $\pm$ 27	5180 $\pm$ 76	38 $\pm$ 1	—	104 $\pm$ 1	—
6	2154 $\pm$ 26	4984 $\pm$ 77	42 $\pm$ 1	—	116 $\pm$ 1	—
7	2106 $\pm$ 25	4914 $\pm$ 68	41 $\pm$ 1	—	111 $\pm$ 1	—
8	1987 $\pm$ 23	4672 $\pm$ 52	40 $\pm$ 1	—	107 $\pm$ 1	—
9	1876 $\pm$ 22	4444 $\pm$ 53	36 $\pm$ 1	—	97 $\pm$ 1	—
10	1642 $\pm$ 21	4397 $\pm$ 59	24 $\pm$ 1	—	66 $\pm$ 1	—
11	1568 $\pm$ 20	4235 $\pm$ 51	25 $\pm$ 1	—	70 $\pm$ 1	—
12	1547 $\pm$ 17	4158 $\pm$ 46	27 $\pm$ 1	—	74 $\pm$ 1	—
13	1432 $\pm$ 15	3891 $\pm$ 44	23 $\pm$ 1	—	63 $\pm$ 1	—
14	1360 $\pm$ 13	3696 $\pm$ 39	24 $\pm$ 1	—	66 $\pm$ 1	—
15	1365 $\pm$ 11	3624 $\pm$ 47	24 $\pm$ 1	—	67 $\pm$ 1	—
16	1284 $\pm$ 13	3474 $\pm$ 50	23 $\pm$ 1	—	64 $\pm$ 1	—
17	1117 $\pm$ 13	2929 $\pm$ 99	19 $\pm$ 1	—	51 $\pm$ 1	—
18	1064 $\pm$ 14	2920 $\pm$ 32	21 $\pm$ 1	—	57 $\pm$ 1	—
19	973 $\pm$ 11	2592 $\pm$ 28	20 $\pm$ 1	—	54 $\pm$ 1	—

## Isobare

### 8 bar Isobare

Temp. $T/K$	Flugzeit/ $\mu\text{s}$	$\bar{u}/(\text{m/s})$	$u_0/(\text{m/s})$	$u_1/(\text{m/s})$
20	21 378,7 $\pm$ 35,8	190,5 $\pm$ 1,0	191,2 $\pm$ 0,1	—
21	18 813,4 $\pm$ 29,1	216,5 $\pm$ 1,1	218,0 $\pm$ 0,2	—
22	17 877,8 $\pm$ 41,1	227,8 $\pm$ 1,2	229,6 $\pm$ 0,3	—
23	16 497,1 $\pm$ 41,3	246,9 $\pm$ 1,4	250,5 $\pm$ 0,3	—
24	15 001,8 $\pm$ 34,0	271,6 $\pm$ 1,5	272,1 $\pm$ 0,6	—
25	15 100,5 $\pm$ 25,2	269,8 $\pm$ 1,4	271,5 $\pm$ 0,4	—
26	13 740,4 $\pm$ 26,0	296,5 $\pm$ 1,6	285,3 $\pm$ 0,7	457,2 $\pm$ 1,2
27	14 171,9 $\pm$ 33,3	287,5 $\pm$ 1,6	280,1 $\pm$ 0,8	433,9 $\pm$ 2,6
28	13 483,2 $\pm$ 50,5	302,2 $\pm$ 1,9	292,1 $\pm$ 1,1	—
29	12 854,0 $\pm$ 25,7	317,0 $\pm$ 1,7	313,3 $\pm$ 0,6	462,8 $\pm$ 1,1
29,1	12 429,4 $\pm$ 35,5	327,8 $\pm$ 1,9	323,4 $\pm$ 0,8	467,8 $\pm$ 1,0
29,2	12 360,6 $\pm$ 31,4	329,6 $\pm$ 1,8	326,0 $\pm$ 0,7	477,1 $\pm$ 0,7
29,3	12 311,0 $\pm$ 41,0	331,0 $\pm$ 2,0	325,0 $\pm$ 1,4	465,2 $\pm$ 1,5
29,4	11 712,8 $\pm$ 36,6	347,9 $\pm$ 2,0	328,4 $\pm$ 1,1	469,1 $\pm$ 1,1
29,5	11 225,0 $\pm$ 22,1	363,0 $\pm$ 1,9	357,6 $\pm$ 0,8	478,4 $\pm$ 0,6
29,6	10 562,3 $\pm$ 13,2	385,8 $\pm$ 2,0	380,4 $\pm$ 0,7	487,6 $\pm$ 0,5
29,7	10 026,4 $\pm$ 16,1	406,5 $\pm$ 2,1	400,5 $\pm$ 0,7	500,3 $\pm$ 0,5
29,8	9 778,0 $\pm$ 14,6	416,8 $\pm$ 2,1	408,4 $\pm$ 0,7	508,9 $\pm$ 0,4
29,9	9 705,5 $\pm$ 17,3	420,0 $\pm$ 2,2	413,9 $\pm$ 0,8	519,0 $\pm$ 0,5
30	9 646,7 $\pm$ 15,7	422,5 $\pm$ 2,2	418,3 $\pm$ 0,7	523,5 $\pm$ 0,4
31	4 839,5 $\pm$ 0,3	843,4 $\pm$ 4,2	843,5 $\pm$ 0,1	—
32	4 744,6 $\pm$ 0,4	860,4 $\pm$ 4,2	860,4 $\pm$ 0,1	—
33	4 661,2 $\pm$ 0,5	875,8 $\pm$ 4,3	875,9 $\pm$ 0,1	—
34	4 594,0 $\pm$ 0,5	888,7 $\pm$ 4,4	888,9 $\pm$ 0,1	—
35	4 533,2 $\pm$ 0,4	900,6 $\pm$ 4,4	900,7 $\pm$ 0,1	—
36	4 478,5 $\pm$ 0,4	911,6 $\pm$ 4,5	911,8 $\pm$ 0,1	—
37	4 425,8 $\pm$ 0,4	922,5 $\pm$ 4,6	922,6 $\pm$ 0,1	—
38	4 378,2 $\pm$ 0,4	932,6 $\pm$ 4,6	932,7 $\pm$ 0,1	—
39	4 330,5 $\pm$ 0,4	942,9 $\pm$ 4,7	943,2 $\pm$ 0,1	—
40	4 287,1 $\pm$ 0,4	952,5 $\pm$ 4,7	952,8 $\pm$ 0,1	—
45	4 094,7 $\pm$ 0,3	997,4 $\pm$ 4,9	997,5 $\pm$ 0,1	—
46	4 057,0 $\pm$ 0,2	1 006,7 $\pm$ 5,0	1 006,8 $\pm$ 0,1	—
47	4 024,2 $\pm$ 0,1	1 014,9 $\pm$ 5,0	1 015,0 $\pm$ 0,1	—
48	3 989,1 $\pm$ 0,2	1 023,9 $\pm$ 5,1	1 024,0 $\pm$ 0,1	—
49	3 960,2 $\pm$ 0,2	1 031,4 $\pm$ 5,1	1 031,5 $\pm$ 0,1	—
50	3 929,5 $\pm$ 0,2	1 039,5 $\pm$ 5,1	1 039,6 $\pm$ 0,1	—

$T/\text{K}$	$\sigma_{\text{TOF}}/\mu\text{s}$	$\Gamma_{\text{TOF}}/\mu\text{s}$	$\sigma_0/(\text{m/s})$	$\sigma_1/(\text{m/s})$	$\Gamma_0/(\text{m/s})$	$\Gamma_1/(\text{m/s})$
20	1796 ± 25	4473 ± 64	16 ± 1	—	44 ± 1	—
21	2070 ± 21	5266 ± 79	24 ± 1	—	66 ± 1	—
22	2065 ± 29	5028 ± 66	27 ± 1	—	72 ± 1	—
23	2254 ± 29	5663 ± 98	37 ± 1	—	102 ± 1	—
24	2339 ± 24	5792 ± 129	40 ± 1	—	110 ± 2	—
25	2174 ± 18	5177 ± 95	38 ± 1	—	104 ± 1	—
26	2663 ± 18	4956 ± 146	38 ± 1	11 ± 1	105 ± 2	26 ± 3
27	2441 ± 24	4597 ± 124	35 ± 1	11 ± 2	94 ± 2	27 ± 6
28	2531 ± 36	4782 ± 210	39 ± 1	—	107 ± 3	—
29	2010 ± 18	4161 ± 80	41 ± 1	16 ± 1	110 ± 2	37 ± 2
29,1	2051 ± 25	4163 ± 97	43 ± 1	14 ± 1	114 ± 2	33 ± 2
29,2	1981 ± 22	4057 ± 76	44 ± 1	12 ± 1	117 ± 2	28 ± 1
29,3	2212 ± 29	4098 ± 141	44 ± 1	13 ± 1	119 ± 4	30 ± 3
29,4	2211 ± 26	4244 ± 147	38 ± 1	11 ± 1	105 ± 3	27 ± 2
29,5	1528 ± 16	3135 ± 147	42 ± 1	9 ± 1	114 ± 2	21 ± 1
29,6	1298 ± 9	2524 ± 95	40 ± 1	10 ± 1	108 ± 2	24 ± 1
29,7	1142 ± 11	2177 ± 61	40 ± 1	9 ± 1	108 ± 2	22 ± 1
29,8	1078 ± 10	1910 ± 46	38 ± 1	9 ± 1	101 ± 2	21 ± 1
29,9	1043 ± 12	1958 ± 57	39 ± 1	7 ± 1	105 ± 2	16 ± 1
30	1008 ± 11	1930 ± 67	39 ± 1	6 ± 1	105 ± 2	13 ± 1
31	27 ± 1	65 ± 1	5 ± 1	—	11 ± 1	—
32	29 ± 1	68 ± 1	5 ± 1	—	13 ± 1	—
33	24 ± 1	56 ± 1	4 ± 1	—	11 ± 1	—
34	24 ± 1	55 ± 1	4 ± 1	—	11 ± 1	—
35	24 ± 1	55 ± 1	5 ± 1	—	12 ± 1	—
36	25 ± 1	58 ± 1	5 ± 1	—	12 ± 1	—
37	25 ± 1	59 ± 1	5 ± 1	—	12 ± 1	—
38	25 ± 1	59 ± 1	5 ± 1	—	13 ± 1	—
39	24 ± 1	57 ± 1	5 ± 1	—	13 ± 1	—
40	24 ± 1	54 ± 1	5 ± 1	—	12 ± 1	—
45	27 ± 1	67 ± 1	6 ± 1	—	16 ± 1	—
46	23 ± 1	55 ± 1	6 ± 1	—	13 ± 1	—
47	21 ± 1	50 ± 1	5 ± 1	—	13 ± 1	—
48	16 ± 1	37 ± 1	4 ± 1	—	9 ± 1	—
49	17 ± 1	40 ± 1	5 ± 1	—	11 ± 1	—
50	19 ± 1	45 ± 1	5 ± 1	—	12 ± 1	—

14 bar **Isobare**

Temp. $T/K$	Flugzeit/ $\mu\text{s}$	$\bar{u}/(\text{m/s})$	$u_0/(\text{m/s})$	$u_1/(\text{m/s})$
20	18 287,6 $\pm$ 18,4	222,7 $\pm$ 1,1	223,3 $\pm$ 0,1	—
21	16 761,5 $\pm$ 23,2	243,0 $\pm$ 1,2	243,9 $\pm$ 0,2	—
22	15 975,6 $\pm$ 22,9	255,0 $\pm$ 1,3	256,1 $\pm$ 0,2	—
23	16 349,7 $\pm$ 20,4	249,1 $\pm$ 1,3	250,1 $\pm$ 0,2	—
24	15 983,0 $\pm$ 19,8	254,9 $\pm$ 1,3	255,2 $\pm$ 0,2	—
25	15 058,9 $\pm$ 21,2	270,5 $\pm$ 1,4	271,5 $\pm$ 0,3	—
26	14 338,8 $\pm$ 21,0	284,1 $\pm$ 1,5	286,9 $\pm$ 0,3	—
27	13 011,1 $\pm$ 18,1	313,1 $\pm$ 1,6	315,5 $\pm$ 0,2	—
28	12 014,7 $\pm$ 17,4	339,1 $\pm$ 1,7	342,2 $\pm$ 0,3	—
28,6	11 351,8 $\pm$ 16,6	359,0 $\pm$ 1,8	362,9 $\pm$ 0,4	—
28,7	11 090,5 $\pm$ 21,4	367,4 $\pm$ 1,9	362,8 $\pm$ 0,6	477,7 $\pm$ 1,1
28,8	10 971,0 $\pm$ 21,3	371,5 $\pm$ 2,0	361,8 $\pm$ 0,6	479,3 $\pm$ 0,5
28,9	11 019,9 $\pm$ 29,5	369,8 $\pm$ 2,1	361,8 $\pm$ 0,8	477,5 $\pm$ 0,7
29	11 030,7 $\pm$ 22,0	369,4 $\pm$ 2,0	359,7 $\pm$ 0,6	484,9 $\pm$ 0,8
30	11 225,1 $\pm$ 18,7	363,0 $\pm$ 1,9	355,7 $\pm$ 0,4	479,9 $\pm$ 0,7
31	8 923,5 $\pm$ 10,6	456,8 $\pm$ 2,3	448,0 $\pm$ 0,4	544,6 $\pm$ 0,2
32	8 653,4 $\pm$ 9,9	471,1 $\pm$ 2,4	462,8 $\pm$ 0,3	563,8 $\pm$ 0,2
33	7 564,8 $\pm$ 7,4	539,0 $\pm$ 2,7	523,3 $\pm$ 0,3	598,6 $\pm$ 0,1
33,1	7 501,3 $\pm$ 9,7	543,6 $\pm$ 2,8	530,9 $\pm$ 0,4	599,3 $\pm$ 0,1
33,2	7 410,3 $\pm$ 9,2	550,3 $\pm$ 2,8	536,1 $\pm$ 0,5	605,0 $\pm$ 0,1
33,3	7 354,7 $\pm$ 9,2	554,4 $\pm$ 2,8	541,4 $\pm$ 0,5	608,8 $\pm$ 0,1
33,4	7 278,4 $\pm$ 7,9	560,3 $\pm$ 2,8	547,0 $\pm$ 0,4	611,5 $\pm$ 0,1
33,5	7 209,9 $\pm$ 7,9	565,6 $\pm$ 2,9	553,0 $\pm$ 0,4	614,5 $\pm$ 0,1
33,6	7 261,6 $\pm$ 7,3	561,6 $\pm$ 2,8	557,3 $\pm$ 0,4	621,5 $\pm$ 0,3
33,7	7 001,0 $\pm$ 6,2	582,5 $\pm$ 2,9	575,5 $\pm$ 0,3	636,7 $\pm$ 0,1
33,8	6 350,3 $\pm$ 2,9	642,3 $\pm$ 3,2	643,5 $\pm$ 0,2	—
33,9	5 834,8 $\pm$ 1,3	699,2 $\pm$ 3,4	699,5 $\pm$ 0,1	—
34	5 629,5 $\pm$ 1,4	724,8 $\pm$ 3,6	724,9 $\pm$ 0,1	—
35	5 226,3 $\pm$ 1,0	780,9 $\pm$ 3,9	781,0 $\pm$ 0,1	—
36	5 105,7 $\pm$ 1,1	799,3 $\pm$ 3,9	799,6 $\pm$ 0,1	—
37	4 979,6 $\pm$ 1,2	819,6 $\pm$ 4,0	819,9 $\pm$ 0,1	—
38	4 856,1 $\pm$ 1,1	840,6 $\pm$ 4,1	840,7 $\pm$ 0,1	—
39	4 744,4 $\pm$ 1,0	860,4 $\pm$ 4,2	860,5 $\pm$ 0,1	—
40	4 647,5 $\pm$ 1,0	878,4 $\pm$ 4,3	878,5 $\pm$ 0,1	—
41	4 569,8 $\pm$ 0,9	893,4 $\pm$ 4,4	893,7 $\pm$ 0,1	—
42	4 468,3 $\pm$ 0,7	913,7 $\pm$ 4,5	913,9 $\pm$ 0,1	—
43	4 398,4 $\pm$ 0,7	928,3 $\pm$ 4,6	928,3 $\pm$ 0,1	—
44	4 341,5 $\pm$ 0,6	940,5 $\pm$ 4,6	940,6 $\pm$ 0,1	—
45	4 244,1 $\pm$ 0,6	962,2 $\pm$ 4,8	962,3 $\pm$ 0,1	—
46	4 212,3 $\pm$ 0,8	969,4 $\pm$ 4,8	969,6 $\pm$ 0,1	—

---

47	4129,5 ± 0,4	988,9 ± 4,9	989,3 ± 0,1	—
48	4089,0 ± 0,3	998,8 ± 4,9	998,9 ± 0,1	—
49	4033,4 ± 0,3	1012,6 ± 5,0	1012,6 ± 0,1	—
50	3989,6 ± 0,4	1023,8 ± 5,1	1023,8 ± 0,1	—

---

$T/K$	$\sigma_{\text{TOF}}/\mu\text{s}$	$\Gamma_{\text{TOF}}/\mu\text{s}$	$\sigma_0/(\text{m/s})$	$\sigma_1/(\text{m/s})$	$\Gamma_0/(\text{m/s})$	$\Gamma_1/(\text{m/s})$
20	1075 ± 13	2840 ± 30	13 ± 1	—	37 ± 1	—
21	1364 ± 16	3670 ± 44	20 ± 1	—	56 ± 1	—
22	1488 ± 16	3984 ± 46	24 ± 1	—	66 ± 1	—
23	1352 ± 14	3618 ± 42	21 ± 1	—	57 ± 1	—
24	1407 ± 14	3717 ± 47	22 ± 1	—	59 ± 1	—
25	1495 ± 15	4075 ± 43	27 ± 1	—	74 ± 1	—
26	1487 ± 15	3996 ± 45	32 ± 1	—	87 ± 1	—
27	1183 ± 13	2771 ± 28	29 ± 1	—	75 ± 1	—
28	1161 ± 12	2711 ± 23	34 ± 1	—	88 ± 1	—
28,6	1291 ± 12	2885 ± 32	43 ± 1	—	114 ± 1	—
28,7	1486 ± 15	2847 ± 50	43 ± 1	17 ± 1	116 ± 2	42 ± 3
28,8	1548 ± 15	2883 ± 34	42 ± 1	17 ± 1	112 ± 2	40 ± 1
28,9	1530 ± 21	2851 ± 63	43 ± 1	17 ± 1	113 ± 2	41 ± 2
29	1597 ± 16	2997 ± 35	42 ± 1	20 ± 1	112 ± 2	50 ± 2
30	1493 ± 13	2931 ± 40	39 ± 1	18 ± 1	105 ± 1	43 ± 1
31	840 ± 8	1469 ± 21	35 ± 1	5 ± 1	93 ± 1	11 ± 1
32	792 ± 7	1444 ± 17	35 ± 1	6 ± 1	94 ± 1	13 ± 1
33	596 ± 5	1062 ± 10	32 ± 1	7 ± 1	83 ± 1	15 ± 1
33,1	549 ± 7	1026 ± 13	32 ± 1	6 ± 1	83 ± 1	13 ± 1
33,2	538 ± 6	988 ± 13	32 ± 1	6 ± 1	82 ± 1	14 ± 1
33,3	519 ± 6	885 ± 21	31 ± 1	6 ± 1	79 ± 1	13 ± 1
33,4	495 ± 6	883 ± 11	30 ± 1	6 ± 1	77 ± 1	14 ± 1
33,5	461 ± 6	847 ± 10	29 ± 1	6 ± 1	73 ± 1	14 ± 1
33,6	412 ± 5	783 ± 11	28 ± 1	6 ± 1	71 ± 1	13 ± 1
33,7	377 ± 4	686 ± 7	25 ± 1	3 ± 1	62 ± 1	7 ± 1
33,8	188 ± 2	479 ± 3	19 ± 1	—	46 ± 1	—
33,9	98 ± 1	264 ± 1	12 ± 1	—	31 ± 1	—
34	75 ± 1	204 ± 1	10 ± 1	—	26 ± 1	—
35	76 ± 1	200 ± 1	11 ± 1	—	29 ± 1	—
36	82 ± 1	211 ± 1	13 ± 1	—	32 ± 1	—
37	79 ± 1	207 ± 1	13 ± 1	—	34 ± 1	—
38	71 ± 1	183 ± 1	12 ± 1	—	31 ± 1	—
39	64 ± 1	165 ± 1	12 ± 1	—	29 ± 1	—
40	63 ± 1	161 ± 1	12 ± 1	—	30 ± 1	—
41	58 ± 1	147 ± 1	11 ± 1	—	29 ± 1	—
42	50 ± 1	124 ± 1	10 ± 1	—	25 ± 1	—

F. Messdaten der Flugzeitverteilungen von Clustern

43	47 ± 1	121 ± 1	10 ± 1	—	25 ± 1	—
44	46 ± 1	117 ± 1	10 ± 1	—	25 ± 1	—
45	31 ± 1	76 ± 1	7 ± 1	—	17 ± 1	—
46	37 ± 1	90 ± 1	9 ± 1	—	21 ± 1	—
47	24 ± 1	55 ± 1	5 ± 1	—	13 ± 1	—
48	31 ± 1	76 ± 1	7 ± 1	—	19 ± 1	—
49	29 ± 1	74 ± 1	7 ± 1	—	19 ± 1	—
50	31 ± 1	79 ± 1	8 ± 1	—	20 ± 1	—

17 bar **Isobare**

Temp. $T/K$	Flugzeit/ $\mu\text{s}$	$\bar{u}/(\text{m/s})$	$u_0/(\text{m/s})$	$u_1/(\text{m/s})$
20	17 477,1 ± 13,8	233,1 ± 1,2	233,4 ± 0,1	—
21	16 331,1 ± 16,9	249,4 ± 1,3	249,7 ± 0,1	—
22	15 262,6 ± 23,1	266,9 ± 1,4	267,1 ± 0,2	—
23	15 120,2 ± 23,0	269,4 ± 1,4	269,9 ± 0,2	—
24	15 337,0 ± 18,4	265,6 ± 1,3	265,8 ± 0,2	—
25	14 989,8 ± 18,1	271,8 ± 1,4	272,4 ± 0,2	—
26	13 941,1 ± 17,3	292,2 ± 1,5	293,7 ± 0,2	—
27	13 451,4 ± 17,8	302,9 ± 1,5	304,4 ± 0,2	—
28	11 856,4 ± 15,8	343,7 ± 1,8	346,0 ± 0,2	—
29	11 049,0 ± 14,6	368,8 ± 1,9	371,6 ± 0,3	—
30	9998,2 ± 18,0	407,6 ± 2,1	393,7 ± 0,6	507,8 ± 0,4
31	8610,5 ± 15,0	473,4 ± 2,5	458,5 ± 0,6	553,2 ± 0,2
32	8497,9 ± 14,6	479,7 ± 2,5	472,1 ± 0,6	576,1 ± 0,2
33	8098,6 ± 12,3	503,4 ± 2,6	492,9 ± 0,4	585,5 ± 0,1
34	7196,8 ± 8,5	566,6 ± 2,9	549,1 ± 0,4	621,8 ± 0,1
35	6512,3 ± 3,6	626,3 ± 3,1	620,2 ± 0,3	661,8 ± 0,1
36	5581,1 ± 1,3	731,1 ± 3,6	730,4 ± 0,1	—
36	5587,9 ± 1,3	730,2 ± 3,6	729,4 ± 0,1	—
37	5377,6 ± 1,4	758,8 ± 3,7	759,2 ± 0,1	—
38	5246,6 ± 1,7	777,8 ± 3,8	778,4 ± 0,1	—
39	5137,8 ± 1,5	794,3 ± 3,9	794,8 ± 0,1	—
40	5044,6 ± 1,6	809,0 ± 4,0	809,6 ± 0,1	—
41	4955,8 ± 1,7	823,6 ± 4,1	824,0 ± 0,1	—
42	4878,6 ± 1,8	836,7 ± 4,1	837,2 ± 0,1	—
43	4796,3 ± 1,6	851,1 ± 4,2	851,5 ± 0,1	—
44	4731,1 ± 1,8	862,8 ± 4,3	863,0 ± 0,1	—
45	4631,0 ± 1,4	881,5 ± 4,4	882,0 ± 0,1	—
46	4596,7 ± 1,6	888,1 ± 4,4	888,5 ± 0,1	—
47	4523,7 ± 1,7	902,5 ± 4,5	903,1 ± 0,1	—
48	4446,2 ± 1,4	918,3 ± 4,5	918,8 ± 0,1	—

---

49	$4389,4 \pm 1,2$	$930,2 \pm 4,6$	$930,3 \pm 0,1$	—
50	$4242,5 \pm 1,1$	$962,5 \pm 4,8$	$963,0 \pm 0,1$	—

---

$T/\text{K}$	$\sigma_{\text{TOF}}/\mu\text{s}$	$\Gamma_{\text{TOF}}/\mu\text{s}$	$\sigma_0/(\text{m/s})$	$\sigma_1/(\text{m/s})$	$\Gamma_0/(\text{m/s})$	$\Gamma_1/(\text{m/s})$
20	$748 \pm 10$	$1990 \pm 22$	$10 \pm 1$	—	$28 \pm 1$	—
21	$971 \pm 12$	$2577 \pm 36$	$14 \pm 1$	—	$40 \pm 1$	—
22	$1242 \pm 16$	$3307 \pm 54$	$21 \pm 1$	—	$58 \pm 1$	—
23	$1253 \pm 16$	$3282 \pm 49$	$21 \pm 1$	—	$59 \pm 1$	—
24	$1078 \pm 13$	$2829 \pm 44$	$17 \pm 1$	—	$48 \pm 1$	—
25	$1040 \pm 13$	$2813 \pm 38$	$19 \pm 1$	—	$52 \pm 1$	—
26	$1123 \pm 12$	$2950 \pm 34$	$25 \pm 1$	—	$68 \pm 1$	—
27	$978 \pm 13$	$2427 \pm 32$	$23 \pm 1$	—	$60 \pm 1$	—
28	$1038 \pm 11$	$2439 \pm 22$	$31 \pm 1$	—	$80 \pm 1$	—
29	$1028 \pm 10$	$2394 \pm 20$	$35 \pm 1$	—	$91 \pm 1$	—
30	$1394 \pm 13$	$2464 \pm 50$	$44 \pm 1$	$16 \pm 1$	$119 \pm 2$	$38 \pm 1$
31	$881 \pm 11$	$1483 \pm 78$	$37 \pm 1$	$6 \pm 1$	$99 \pm 2$	$14 \pm 1$
32	$799 \pm 10$	$1643 \pm 46$	$38 \pm 1$	$5 \pm 1$	$104 \pm 2$	$11 \pm 1$
33	$683 \pm 9$	$1276 \pm 17$	$33 \pm 1$	$4 \pm 1$	$89 \pm 1$	$10 \pm 1$
34	$535 \pm 6$	$926 \pm 11$	$31 \pm 1$	$6 \pm 1$	$82 \pm 1$	$14 \pm 1$
35	$247 \pm 3$	$445 \pm 6$	$19 \pm 1$	$3 \pm 1$	$45 \pm 1$	$8 \pm 1$
36	$93 \pm 1$	$190 \pm 1$	$13 \pm 1$	—	$35 \pm 1$	—
36	$92 \pm 1$	$183 \pm 1$	$13 \pm 1$	—	$35 \pm 1$	—
37	$110 \pm 1$	$289 \pm 1$	$15 \pm 1$	—	$40 \pm 1$	—
38	$114 \pm 1$	$295 \pm 1$	$17 \pm 1$	—	$43 \pm 1$	—
39	$112 \pm 1$	$289 \pm 1$	$17 \pm 1$	—	$44 \pm 1$	—
40	$109 \pm 1$	$279 \pm 1$	$17 \pm 1$	—	$44 \pm 1$	—
41	$103 \pm 1$	$263 \pm 1$	$17 \pm 1$	—	$42 \pm 1$	—
42	$107 \pm 1$	$269 \pm 1$	$18 \pm 1$	—	$45 \pm 1$	—
43	$101 \pm 1$	$259 \pm 1$	$18 \pm 1$	—	$44 \pm 1$	—
44	$98 \pm 1$	$254 \pm 1$	$18 \pm 1$	—	$46 \pm 1$	—
45	$89 \pm 1$	$224 \pm 1$	$17 \pm 1$	—	$41 \pm 1$	—
46	$93 \pm 1$	$234 \pm 1$	$18 \pm 1$	—	$43 \pm 1$	—
47	$89 \pm 1$	$226 \pm 1$	$18 \pm 1$	—	$43 \pm 1$	—
48	$88 \pm 1$	$225 \pm 1$	$18 \pm 1$	—	$45 \pm 1$	—
49	$74 \pm 1$	$181 \pm 1$	$16 \pm 1$	—	$37 \pm 1$	—
50	$61 \pm 1$	$164 \pm 1$	$13 \pm 1$	—	$36 \pm 1$	—

---



# Literatur

- [Ada<sup>+</sup>99] H.-H. Adam et al.: *Deuterium Recuperation System for Cluster Targets at COSY*. Annual Report. WWU Münster IKP, 1999.
- [All<sup>+</sup>98] D. Allspach et al.: *The variable density gas jet internal target for Experiment 835 at Fermilab*. Nucl. Instrum. Methods A 410.2 (Juni 1998), S. 195–205.
- [Ams98] C. Amsler: *Proton-antiproton annihilation and meson spectroscopy with the Crystal Barrel*. Rev. Mod. Phys. 70 (4 Okt. 1998), S. 1293–1339.
- [And90] J. D. Anderson: *Modern Compressible Flow: With Historical Perspective*. International 2 Revised ed. McGraw-Hill Education (ISE Editions), Aug. 1990.
- [AS65] M. Abramowitz und I. A. Stegun: *Handbook of Mathematical Functions: with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*. Dover Publications, 1965.
- [AT04] C. Amsler und N. A. Törnqvist: *Mesons beyond the naive quark model*. Physics Reports 389.2 (2004), S. 61–117.
- [Bae05] H. D. Baehr: *Thermodynamik. Grundlagen und technische Anwendungen*. Springer-Verlag GmbH, 2005.
- [BC05] D. Bettoni und R. Calabrese: *Charmonium spectroscopy*. Prog. Part. Nucl. Phys. 54.2 (2005), S. 615–651.
- [BCS95] T. Barnes, F. E. Close und E. S. Swanson: *Hybrid and conventional mesons in the flux tube model: Numerical studies and their phenomenological implications*. Phys. Rev. D 52 (9 Nov. 1995), S. 5242–5256.
- [Ber06] C. Berger: *Elementarteilchenphysik - Von den Grundlagen zu den modernen Experimenten*. 2. aktual. u. überarb. Aufl. Springer Berlin, 2006.
- [Ber12] M. Bernards: *Verwendung einer Abbildung in einer Doktorarbeit*. Private communication. Pressesprecher, FAIR - Facility for Antiproton and Ion Research. Feb. 2012.
- [Ber<sup>+</sup>08] F. Bergmann et al.: *The WASA-at-COSY pellet target*. Annual Report Berichte des Forschungszentrums Jülich JUEL-4282. IKP Forschungszentrum Jülich, 2008.

- [Böc04] P. v. Böckh: *Fluidmechanik - Einführendes Lehrbuch*. 2. neu bearb. Aufl. Springer Berlin Heidelberg, Sep. 2004.
- [Boe<sup>+</sup>94] G. Boero et al.: *The E760 jet target: Measurements of performance at 77-K*. Technical Memo. FERMILAB-TM-1915. Fermi National Accelerator Laboratory, 1994.
- [Bra<sup>+</sup>11] N. Brambilla et al.: *Heavy quarkonium: progress, puzzles, and opportunities*. Eur. Phys. J. C 71 (2011), S. 1534.
- [Bro08] Brooks Instruments: *Data Sheet Brooks Smart (DMFC) MFC/MFM - DS-TMF-5800S-MFC-eng*. Apr. 2008.
- [BSBP08] M. Berberan-Santos, E. Bodunov und L. Pogliani: *The van der Waals equation: analytical and approximate solutions*. J. Math. Chem. 43 (4 2008), S. 1437–1457.
- [Buc<sup>+</sup>90] H. Buchenau et al.: *Mass spectra and time-of-flight distributions of helium cluster beams*. J. Chem. Phys. 92.11 (1990), S. 6875.
- [CFJ10] H. Calén, K. Fransson und M. Jacewicz: *Development of a Pellet Tracking System for PANDA and WASA*. Annual Report Berichte des Forschungszentrums Jülich JUEL-4336. IKP Forschungszentrum Jülich, 2010, S. 48.
- [CGM06] E. Czerwiński, D. Grzonka und P. Moskal: *A precise measurement of the total width of the  $\eta'$  meson*. Proposal. COSY-PAC Proposal 162. Mai 2006.
- [COM07] COMVAT AG: *Technisches Datenblatt - Membranbälge, Werkstoff 316L*. Ausgabe 0407. 2007.
- [Cze09] E. M. Czerwiński: *Determination of the total width of the eta-prime meson*. PhD-Thesis. Department of Nuclear Physics, Jagiellonian University und Institute of Nuclear Physics, Research Center Jülich, 2009.
- [Cze<sup>+</sup>10] E. Czerwiński et al.: *Determination of the Total Width of the  $\eta'$  Meson*. Phys. Rev. Lett. 105 (12 Sep. 2010), S. 122001.
- [Dem08] W. Demtröder: *Experimentalphysik 1, Mechanik und Wärme*. 5. Aufl. Springer Berlin Heidelberg, 2008.
- [Deu05a] Deutsches Kupferinstitut e.V.: *Werkstoff-Datenblatt Cu-DHP*. 2005.
- [Deu05b] Deutsches Kupferinstitut e.V.: *Werkstoff-Datenblatt Cu-ETP*. 2005.
- [Dil65] D. E. Diller: *Measurements of the Viscosity of Parahydrogen*. J. Chem. Phys. 42.6 (1965), S. 2089–2100.
- [Dom<sup>+</sup>97a] H. Dombrowski et al.: *The Münster cluster target for internal storage ring experiments*. Nucl. Instrum. Methods A 386.2-3 (Feb. 1997), S. 228–234.
- [Dom<sup>+</sup>97b] H. Dombrowski et al.: *The Münster cluster target for the COSY-11 experiment*. Nucl. Phys. A 626.1-2 (Nov. 1997), S. 427–433.

- [Dor<sup>+</sup>06] T. Dorf Müller et al.: *Bergmann-Schaefer, Lehrbuch der Experimentalphysik, Band 5, Gase, Nanosysteme, Flüssigkeiten*. Hrsg. von K. Kleinermanns. Walter de Gruyter, Berlin, New York, 2006.
- [DWC64] A. E. Dukler, M. Wicks und R. G. Cleveland: *Frictional pressure drop in two-phase flow: B. An approach through similarity analysis*. AIChE J. 10.1 (1964), S. 44–51.
- [Eks95] C. Ekström: *Internal targets – a review*. Nucl. Instrum. Methods A 362.1 (1995). Proceedings of the 17th World Conference of the International Nuclear Target Development Society, S. 1–15.
- [Gen08] S. General: *Massenspektroskopische Untersuchung von Wasserstoffclustern am Münsteraner Cluster-Jet-Target*. Diplomarbeit. Institut für Kernphysik, Westfälische Wilhelms-Universität Münster, 2008.
- [Gia05] P. Gianotti: *From LEAR to HESR: past, present and future of meson spectroscopy with antiprotons*. AIP Conf. Proc. 768.1 (2005). Hrsg. von N. Kalantar-Nayestanaki, R. G. Timmermans und B. L. Bakker, S. 204–208.
- [GSI06] GSI Helmholtzzentrum für Schwerionenforschung und Facility for Antiproton and Ion Research FAIR: *FAIR - Baseline Technical Report, Volume 2, Accelerator and Scientific Infrastructure*. Technical Report. FAIR, März 2006.
- [GSI09] GSI Helmholtzzentrum für Schwerionenforschung und Facility for Antiproton and Ion Research FAIR: *Green Paper - The Modularized Start Version*. Okt. 2009.
- [GT03] R. E. Grisenti und J. P. Toennies: *Cryogenic Microjet Source for Orthotropic Beams of Ultralarge Superfluid Helium Droplets*. Phys. Rev. Lett. 90 (23 Juni 2003). 234501.
- [Her00] E. Herbst: *The astrochemistry of H<sub>3</sub><sup>+</sup>*. Philos. Trans. R. Soc. A 358.1774 (2000), S. 2523–2534.
- [Hin08] F. Hinterberger: *Physik der Teilchenbeschleuniger und Ionenoptik*. Springer Berlin Heidelberg, 2008.
- [Hin11] F. Hinterberger: *Ion Trapping in the High-Energy Storage Ring HESR*. Berichte des Forschungszentrums Jülich Jül-4343. Forschungszentrum Jülich GmbH Zentralbibliothek, Verlag, 2011.
- [HW06] H. Haken und H. Wolf: *Molekülphysik und Quantenchemie Einführung in die experimentellen und theoretischen Grundlagen*. Springer Berlin Heidelberg, 2006.
- [HW96] H. Haken und H. Wolf: *Atom- und Quantenphysik: Einführung in die experimentellen und theoretischen Grundlagen*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 1996.

- [Jit05] W. Jitschin: *Kalibrierschein für ITR90*. Apr. 2005.
- [Jit06] W. Jitschin: *Kalibrierschein für ITR90*. Juli 2006.
- [Kat<sup>+</sup>10] T. Katayama et al.: *Beam Accumulation with Barrier Voltage and Stochastic Cooling*. Conf. Proc. C100523 (2010), MOPD065.
- [Kho11] A. Khoukaz: *Internal targets for the PANDA Experiment*. In: *8th International Conference on Nuclear Physics at Storage Rings - STORI'11*. PoS(STORI11)036. 2011.
- [Kho<sup>+</sup>99] A. Khoukaz et al.: *Systematic studies on hydrogen cluster beam production*. Eur. Phys. J. D 5.2 (Feb. 1999), S. 275–281.
- [KM72] R. Klingelhöfer und H. O. Moser: *Production of large hydrogen clusters in condensed molecular beams*. J. Appl. Phys. 43.11 (1972), S. 4575–4579.
- [Köh10] E. D. Köhler: *Das Münsteraner Cluster-Jet Target MCT2, ein Prototyp für das PANDA-Experiment, & die Analyse der Eigenschaften des Clusterstrahls*. Diplomarbeit. Institut für Kernphysik, Westfälische Wilhelms-Universität Münster, 2010.
- [Köh<sup>+</sup>11] E. Köhler et al.: *Design and Performance of the Future Cluster-Jet Target for PANDA at FAIR*. In: *8th International Conference on Nuclear Physics at Storage Rings - STORI'11*. PoS(STORI11)063. 2011.
- [KS94] E. Krishnakumar und S. K. Srivastava: *Electron correlation effects in the dissociative ionization of H<sub>2</sub>*. Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics 27.11 (1994), S. L251.
- [KST95] E. Knuth, F. Schunemann und J. P. Toennies: *Supercooling of H<sub>2</sub> clusters produced in free-jet expansions from supercritical states*. J. Chem. Phys. 102.15 (Apr. 1995), S. 6258–6271.
- [Lea<sup>+</sup>09] J. W. Leachman et al.: *Fundamental Equations of State for Parahydrogen, Normal Hydrogen, and Orthohydrogen*. J. Phys. Chem. Ref. Data 38.3 (2009), S. 721–748.
- [Ley01] Leybold vacuum: *Leybold Vakuum Komponenten 2001/2002*. 2001.
- [Ley05] Leybold vacuum: *Leybold Vacuum Gesamtkatalog 2004*. März 2005.
- [Ley06] Leybold Vakuum GmbH: *Gebrauchsanleitung Ionivac ITR 90*. GA 09.420/3.01. D–50968 Köln, Deutschland, Apr. 2006.
- [LJ05] E. W. Lemmon und R. T. Jacobsen: *A New Functional Form and New Fitting Techniques for Equations of State with Application to Pentafluoroethane (HFC-125)*. J. Phys. Chem. Ref. Data 34.1 (2005), S. 69–108.
- [MHR81] R. D. McCarty, J. Hord und H. M. Rode: *Selected Properties of Hydrogen (Engineering Design Data)*. Monograph 168. National Bureau of Standards, Washington, DC, Feb. 1981.

- [MLR02] E. D. Marquardt, J. P. Le und R. Radebaugh: *Cryogenic Material Properties Database*. In: *Cryocoolers 11*. Hrsg. von R. G. Ross. Springer US, 2002, S. 681–687.
- [MP99] C. J. Morningstar und M. Peardon: *Glueball spectrum from an anisotropic lattice study*. Phys. Rev. D 60 (3 Juli 1999), S. 034509.
- [MTN08] P. J. Mohr, B. N. Taylor und D. B. Newell: *CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 2006*. J. Phys. Chem. Ref. Data 37.3 (2008), S. 1187–1284.
- [MW72] R. D. McCarty und L. A. Weber: *Thermophysical properties of parahydrogen from the freezing liquid line to 5000 R for pressures to 10,000 psia*. Technical Note 617. National Bureau of Standards, Boulder, CO, Apr. 1972.
- [MW97] A. McNaught und A. Wilkinson: *Compendium of Chemical Terminology - IUPAC Recommendations (Iupac Chemical Nomenclature Series)*. 2nd. Blackwell Science, 1997.
- [Nak<sup>+</sup>10] K. Nakamura et al.: *Review of particle physics*. J. Phys. G 37 (2010). 075021.
- [Nol97] W. Nolting: *Grundkurs Theoretische Physik, 4, Spezielle Relativitätstheorie, Thermodynamic*. Vieweg, 1997.
- [Nor<sup>+</sup>05] Ö. Nordhage et al.: *On the behavior of micro-spheres in a hydrogen pellet target*. Nucl. Instrum. Methods A 546.3 (2005), S. 391–404.
- [Ott07] J. Otte: *Messung der Clustergeschwindigkeit und der Teilchendichte am Münsteraner Cluster-Jet-Target*. Diplomarbeit. Institut für Kernphysik, Westfälische Wilhelms-Universität Münster, 2007.
- [PAN05] PANDA Collaboration: *Strong Interaction Studies with Antiprotons*. Technical Progress Report. FAIR, Feb. 2005.
- [PAN09a] PANDA Collaboration: *Physics Performance Report for PANDA: Strong Interaction Studies with Antiprotons*. Technical Report. FAIR, 2009.
- [PAN09b] PANDA Collaboration: *Technical Design Report for the PANDA Solenoid and Dipole Spectrometer Magnets*. Technical Design Report. FAIR, 2009.
- [Pov<sup>+</sup>09] B. Povh et al.: *Teilchen und Kerne - Eine Einführung in die physikalischen Konzepte*. 8. Auflage. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2009.
- [Pre<sup>+</sup>07] W. H. Press et al.: *Numerical Recipes 3rd Edition: The Art of Scientific Computing*. 3. Aufl. Cambridge University Press, 2007.
- [Rau04] T. Rausmann: *Arbeiten zum Aufbau eines Clustertargets für  $4\pi$ -Experimente an Speicherringen und Untersuchungen zur Clusterproduktion*. Diplomarbeit. Institut für Kernphysik, Westfälische Wilhelms-Universität Münster, 2004.

- [Sal91] D. W. Sallet: *Critical mass flow rates through pressure relief valves*. Heat and Mass Transfer 26 (1991), S. 315–321.
- [SDR92] N. Simon, E. Drexler und R. Reed: *Properties of Copper and Copper Alloys at Cryogenic Temperature*. NIST Monograph 177. National Institute of Standards und Technology, Boulder, CO, Feb. 1992.
- [Sed11] B. I. Sedunov: *Structural Transition in Supercritical Fluids*. Journal of Thermodynamics 2011 (2011), S. 1–5.
- [Sha86] M. Shacham: *Numerical solution of constrained non-linear algebraic equations*. Internat. J. Numer. Methods Engrg. 23.8 (1986), S. 1455–1481.
- [SS07] D. Surek und S. Stempin: *Angewandte Strömungsmechanik: für Praxis und Studium*. 1. Aufl. Vieweg+Teubner, 2007.
- [Sum09] Sumitomo (SHI) Cryogenics of America: *Typical Refrigeration Capacity - RDK-415D Typical Load Map (50 Hz)*. 2009.
- [Täs<sup>+</sup>06] A. Täschner et al.: *Micro-Collimators for internal Cluster-Jet Targets*. Annual Report Berichte des Forschungszentrums Jülich JUEL-4234. IKP Forschungszentrum Jülich, 2006, S. 48.
- [Täs<sup>+</sup>07] A. Täschner et al.: *Development of cluster-jet targets: From COSY-11 to FAIR*. AIP Conf. Proc. 950 (2007), S. 85–88.
- [Täs<sup>+</sup>11a] A. Täschner et al.: *High density cluster jet target for storage ring experiments*. Nucl. Instrum. Methods A 660 (2011), S. 22–30.
- [Täs<sup>+</sup>11b] A. Täschner et al.: *Velocity determination of hydrogen clusters at a cluster-jet target*. In: *8th International Conference on Nuclear Physics at Storage Rings - STORI'11*. PoS(STORI11)065. 2011.
- [Tay97] J. Taylor: *An Introduction to Error Analysis*. University Science Books, 1997.
- [Thy06] ThyssenKrupp Nirosta GmbH: *Werkstoffblatt NIROSTA 4404*. 2006.
- [VDI06] VDI-Gesellschaft Verfahrenstechnik und Chemieingenieurwesen, Hrsg.: *VDI-Wärmeatlas*. VDI-Buch Bd. 1. Springer, 2006.
- [VDI10] VDI-Gesellschaft Verfahrenstechnik und Chemieingenieurwesen, Hrsg.: *VDI Heat Atlas*. VDI-Buch. Springer, 2010.
- [WAW88] M. Wutz, H. Adam und H. Walcher: *Theorie und Praxis der Vakuumtechnik*. 4. Aufl. Friedr. Vieweg & Sohn, 1988.
- [WD99] T. L. Ward und T. Dao: *Model of hydrogen permeation behavior in palladium membranes*. J. Membr. Sci. 153.2 (1999), S. 211–231.
- [Win11] A. Winnemöller: *Analyse des verbotenen  $\eta$ -Meson Zerfalls  $\eta \rightarrow \pi^0 + e^+ + e^-$  am Experimentaufbau WASA-at-COSY*. Doktorarbeit. Institut für Kernphysik, Westfälische Wilhelms-Universität Münster, 2011.

- 
- [WSB48] H. W. Wooley, R. B. Scott und F. G. Brickwedde: *Compilation of Thermal Properties of Hydrogen in Its Various Isotopic and Ortho-Para Modifications*. J. Res. Natl. Bur. Stand. 41.5 (Nov. 1948), S. 379–475.
- [YM94] B. A. Younglove und M. O. McLinden: *An International Standard Equation of State for the Thermodynamic Properties of Refrigerant 123 (2,2-Dichloro-1,1,1-Trifluoroethane)*. J. Phys. Chem. Ref. Data 23.5 (1994), S. 731–779.
- [You82] B. A. Younglove: *Thermophysical properties of fluids, I. Argon, ethylene, parahydrogen, nitrogen, nitrogen trifluoride, and oxygen*. J. Phys. Chem. Ref. Data 11. Supplement 1 (1982), S. 1–368.



# Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich ganz herzlich bei allen bedanken, die mich bei dieser Arbeit unterstützt und zu ihrem Gelingen beigetragen haben.

Zu aller erst möchte ich mich bei Prof. Dr. Alfons Khoukaz bedanken, der mir die Promotion in seiner Arbeitsgruppe ermöglicht hat. Seine freundschaftliche Unterstützung und die sehr interessanten und herausfordernden Aufgabestellungen machten mir die Promotionszeit sehr angenehm und ermöglichten mir, mich sowohl fachlich als auch persönlich weiter zu entwickeln.

Prof. Dr. J. P. Wessels danke ich für die Übernahme des Korreferats.

Bei Prof. Dr. G. Münster bedanke ich mich dafür, dass er die Aufgabe des Drittprüfers für meine Prüfung übernahm.

Herrn Dipl.-Ing. Hans-Werner Ortjohann danke ich für die sehr gute und freundschaftliche Zusammenarbeit bei der Konstruktion und dem Bau der beiden Cluster-Jet-Targets. Durch seine große Erfahrung konnten viele technische Herausforderungen schnell und erfolgreich gelöst werden.

Dr. Tobias Rausmann, Dipl.-Phys. Jennyfer Otte, Dipl.-Phys. Stefan General und Dipl.-Phys. Esperanza Köhler danke ich für die gemeinsame Arbeit beim Aufbau und Betrieb des MCT1 und des MCT2 im Rahmen ihrer Diplomarbeiten. Viele Ergebnisse in dieser Arbeit wären ohne diese überaus angenehme Zusammenarbeit nicht möglich gewesen.

Den beiden Technikern Helmut Baumeister und Daniel Bonaventura gilt mein besonderer Dank für die tatkräftige Unterstützung beim Aufbau und der Erweiterung des MCT1 und des MCT2.

Bei den Mitarbeitern der feinmechanischen Werkstatt und der Elektronik-Werkstatt bedanke ich mich für die sehr gute und produktive Zusammenarbeit. Die von ihnen gebauten Bauteile bilden die Grundlage der beiden gebauten Cluster-Jet-Targets. Ich möchte insbesondere den Leitern der Werkstätten Georg Bourichter und Roland Berendes für die tatkräftige Unterstützung und die sehr hilfreiche Beratung in Fragen der technischen Realisierung danken.

Allen jetzigen und bisherigen Mitgliedern der Arbeitsgruppe von Prof. Khoukaz, also Dipl.-Phys. Florian Bergmann, Dipl.-Phys. Ingo Burmeister, Elena Ceballos Romero,

Kay Demmich, Michael Evelt, Dipl.-Phys. Stephan General, Dipl.-Phys. Paul Goslawski, Ann-Katrin Hergemöller, Dipl.-Phys. Christina Husmann, Dipl.-Phys. Esperanza Köhler, Dr. Timo Mersmann, Dipl.-Phys. Malte Mielke, Dipl.-Phys. Natalie Milke, Dipl.-Phys. Andrea Nustede, Dipl.-Phys. Jennyfer Otte, Dipl.-Phys. Annika Passfeld, Dipl.-Phys. Michael Papenbrock, Manuel Perez-Mayo, Dr. Tobias Rausmann, Dipl.-Phys. Daniel Schröer und Alessandro Zannotti, danke ich für die herzliche und freundschaftliche Arbeitsatmosphäre.

Dipl.-Phys. Esperanza Köhler danke ich für das Korrekturlesen dieser Arbeit.

Ein großer und herzlicher Dank gilt meinen Eltern, die mich während der gesamten Zeit meines Studiums und meiner Promotion in jeder Weise hervorragend unterstützt haben.

