

T³-Workshop Unna 2004

G. Greefrath:

*Einführung in Derive
am Beispiel von
Funktionen in
Sachzusammenhängen*

Erwartungen

- **Wer bin ich?**
(Name, Schule, Ort, ggf. Funktion)
- **Was habe ich bisher mit Computern im Matheunterricht gemacht?**
- **Was erwarte ich von diesem Workshop?**



Übersicht

- Erwartungen
- Kompetenzen Sekundarstufen NRW
- Übersicht über die Möglichkeiten von DERIVE
- Beispiel: Problem Walchenseekraftwerk
- Modellieren einer geeigneten Funktion
- Lösen eines Gleichungssystems mit Derive
- ...



G. Greefrath 2004

3

- Zeichnen einer Funktion mit Derive
- Berechnung des Integrals
- Befehle in Derive
- Rückblick
- Weitere Beispiele
- Organisation im Unterricht



G. Greefrath 2004

4

Kompetenzen Sekundarstufen NRW

- **Geometrie** – ebene und räumliche Strukturen nach Maß und Form erfassen
- **Funktionen** – Beziehungen und Veränderung beschreiben und erkunden
- **Algebra** – mit Zahlen, Symbolen und Matrizen umgehen
- **Statistik & Stochastik** – mit Daten und Zufall arbeiten
- ...



G. Greefrath 2004

5

- **Gesellschaft** – Menschen und Mathematik
- **Argumentieren** – Argumentieren und Kommunizieren
- **Problemlösen** – Probleme erfassen, erkunden und lösen
- **Begriffsbilden** – Systematisieren und Vernetzen
- **Modellieren** – Modelle erstellen und nutzen
- **Werkzeuge** – Medien und Werkzeuge verwenden



G. Greefrath 2004

6

Übersicht über die Möglichkeiten von DERIVE

The screenshot shows the main window of the DERIVE 6 software. The title bar reads "Derive 6 - [Algebra 1]". The menu bar includes "Datei", "Bearbeiten", "Einfügen", "Schreiben", "Vereinfachen", "Lösen", "Analysis", "Extras", "Fenster", and "Hilfe". The main workspace contains the text "#1: f(x) := 3*x^2". Below the workspace is a toolbar with various mathematical symbols and a text input field containing "F(x) := 3*x^2".

Hauptfenster

Eingabezeile

G. Greefrath 2004

7

This screenshot highlights specific features in the DERIVE 6 software interface. Callout boxes point to the following menu items in the toolbar: "Ableitung" (Derivative), "Integral", "Summe" (Sum), and "2D-Graphik-Fenster" (2D Graphical Window). The main workspace shows "#1: f(x) := 3*x^2".

Ableitung

Integral

Summe

2D-Graphik-Fenster

G. Greefrath 2004

8

Derive 6 - [2D-Graph 1:1]

Zeichenbereich einstellen

Zum Algebra-Fenster

2D-Graphik-Fenster

Kreuz: 1, 1 Mittelpunkt: 0, 0 Skalierung: 1 : 1

Start Derive Wor... Folien.doc... Derive 6 - [...]

G. Greefrath 2004

9

Derive 6 - [2D-Graph 1:1]

Menu Graphik-Fenster

Derive 6 - [Algebra 1]

Menu Algebra-Fenster

#1: $f(x) := 3 \cdot x^2$

G. Greefrath 2004

10

Beispiel: Problem Walchenseekraftwerk

Das Walchenseekraftwerk wurde am 24.01.1924 eingeweiht und produziert 320 kWh pro Jahr. Es entnimmt Wasser aus dem Walchensee. Der Turbinendurchfluss beträgt maximal 84 m³ pro Sekunde. In den Walchensee fließt das Wasser durch eine Isarüberleitung (maximal 25 m³ pro Sekunde), durch die Rissbachüberleitung (max. 12 m³ pro Sekunde) und durch sonstige Zuflüsse im Bereich von 3 m³ pro Sekunde nach. Die Fläche des Walchensees beträgt ca. 16 km². Die maximale Absenkung durch das Kraftwerk liegt bei 6,6 m.



G. Greefrath 2004

11

In der Tabelle sind Messungen von Zu- und Abfluss am Walchensee dargestellt.

Zeit in Stunden	Zufluss in m ³ pro Sekunde	Abfluss in m ³ pro Sekunde
0	39	84
0,5	35	84
1	22	40
2	31	0
4	25	0
4,5	26	25
5	25	30



G. Greefrath 2004

12

Mögliche Fragestellungen

- Welche Informationen bezüglich des Wasserverbrauchs / Wassergewinns und des durchschnittlichen Verbrauchs liefert die Tabelle?
- Welche Informationen bezüglich des Wasserstandes kann man daraus gewinnen?



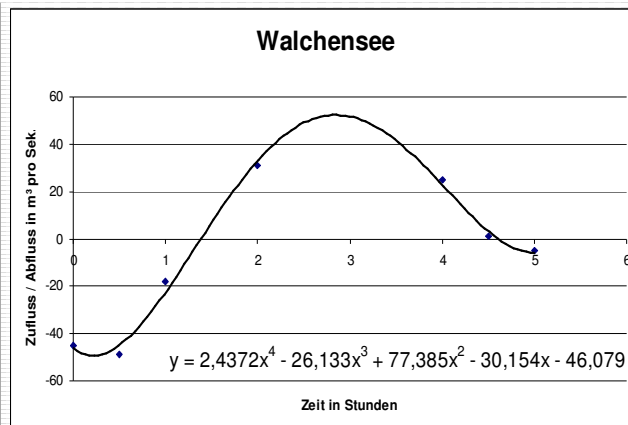
Mögliche Impulse

- Darstellung als Diagramm (in Excel)
- Einfügen einer Trendlinie z. B. Polynom Grad 4
- Grobe Abschätzung nach oben und unten
- Später: Genaue Berechnung



Mögliche Darstellung der gegebenen Daten

Zeit	Differenz Zufluss- Abfluss
0	-45
0,5	-49
1	-18
2	31
4	25
4,5	1
5	-5



G. Greefrath 2004

15

Modellieren einer geeigneten Funktion

Z. B. mit Splines dritten Grades:

Einfaches Beispiel: 3 gegebene Punkte

A (0 | -45), B (0,5 | -49), C (1 | -18)

$$f_1(0) = -45$$

$$f_1'(0) = 0$$

$$f_1(0,5) = -49$$

$$f_1'(0,5) = f_2'(0,5)$$

$$f_2(0,5) = -49$$

$$f_2'(1) = 0$$

$$f_2(1) = -18$$



G. Greefrath 2004

16

Es ist noch eine weitere Bedingung nötig. Wir wählen hier z. B.: $f_1''(0) = 0$

Dabei ist :

$$f_1(x) = a_1x^3 + b_1x^2 + c_1x + d_1$$
$$f_1'(x) = 3a_1x^2 + 2b_1x + c_1$$



Lösen eines Gleichungssystems mit Derive

- Vor Beginn der Arbeit empfiehlt es sich, den Eingabe-Modus für Variablen auf „Wort“ zu setzen.



EXTRAS / EINSTELLUNGEN



G. Greefrath 2004

19

Das Gleichungssystem kann eingegeben werden unter

LÖSEN / SYSTEM

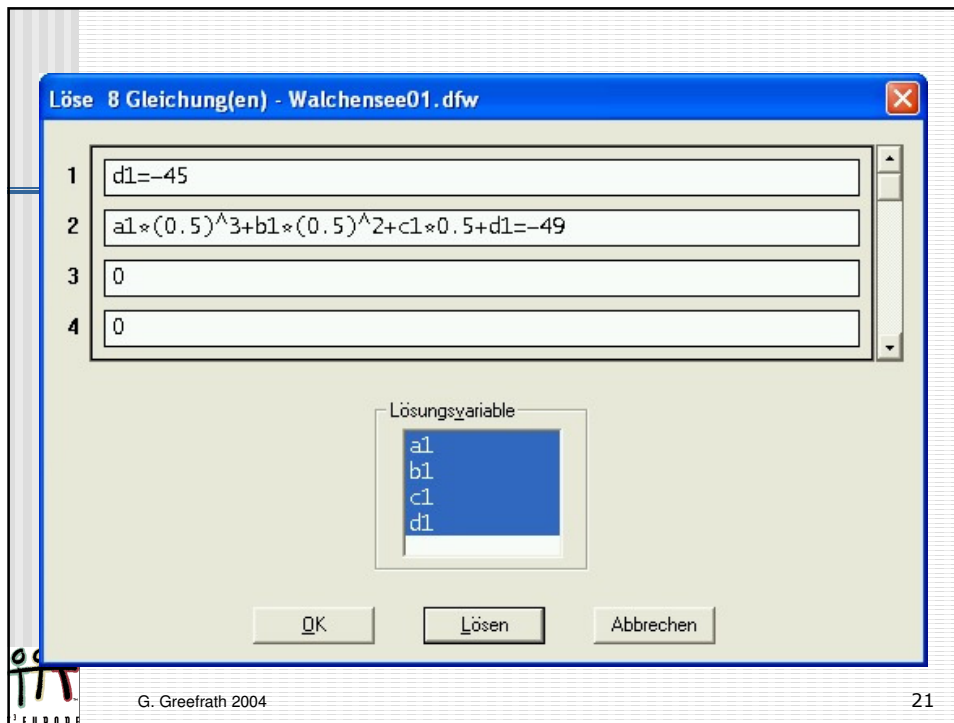


Wir wählen die Anzahl der Gleichungen: 8



G. Greefrath 2004

20

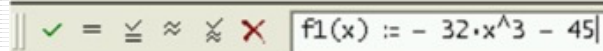


- Und erhalten die Lösung:
 $a1 = -32$ $a2 = -592$ $b1 = 0$ $b2 = 1356$
 $c1 = 0$ $c2 = -936$ $d1 = -45$ $d2 = 154$
- Jetzt sollen die Funktionen gezeichnet werden.

G. Greefrath 2004 22

Zeichnen einer Funktion mit Derive

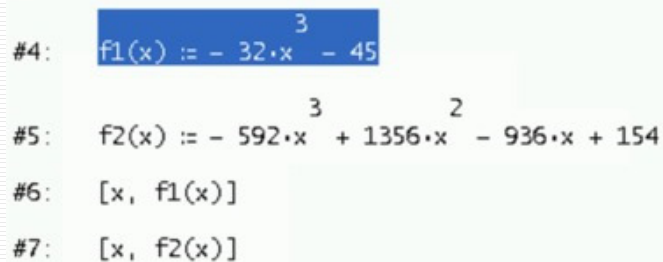
- Es sollen die Funktionen eingegeben und gezeichnet werden.
- Die Funktionen werden in die Befehlszeile eingegeben:



|| ✓ = ≤ ≈ ≠ ✗ | f1(x) := - 32·x³ - 45|



Wir erhalten nun die folgenden Zeilen:




```
#4: f1(x) := - 32·x3 - 45
#5: f2(x) := - 592·x3 + 1356·x2 - 936·x + 154
#6: [x, f1(x)]
#7: [x, f2(x)]
```

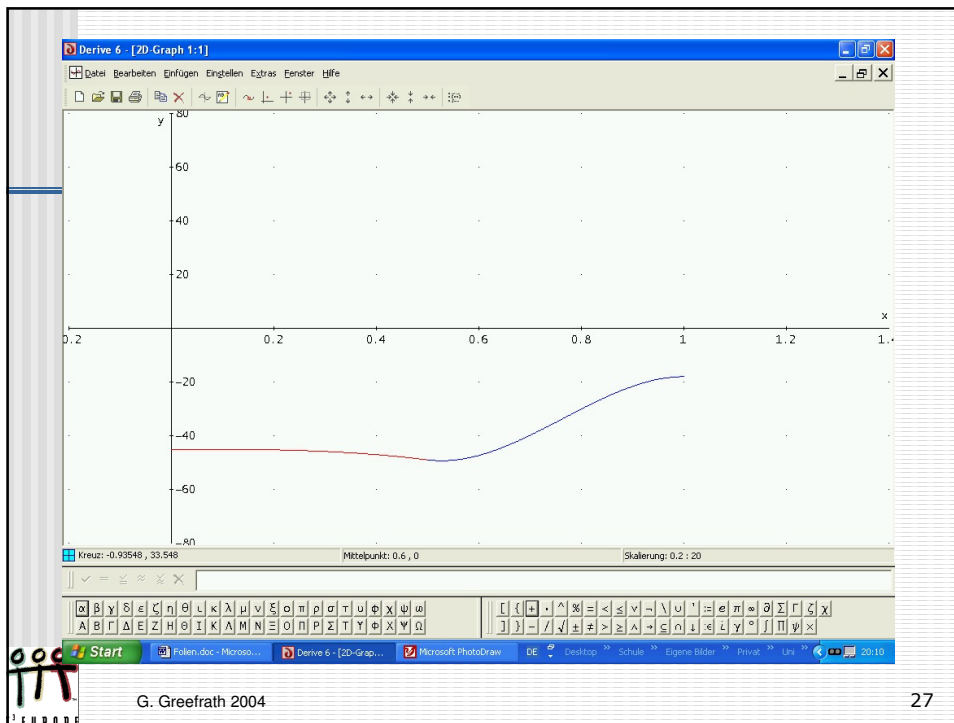


- Nach Markieren von Zeile #6 gehen wir auf das 2-D-Grafik-Fenster .
- Nach nochmaligen Klicken auf den Knopf mit gleicher Markierung kann die Größe des Zeichenbereichs ausgewählt werden:



Soll die Funktion für alle x gezeichnet werden, reicht es, die Funktion zu markieren und auf die  Taste zu drücken.





27

Folgende Einstellungen sind hier empfehlenswert:

- FENSTER / VERTIKAL ANORDNEN
- EINSTELLEN / ZEICHENBEREICH / MINIMUM MAXIMUM

2D-Zeichenbereich einstellen

	Minimum	Maximum	Intervalle
Horizontal:	-0.2	1.4	8
Vertikal:	-80	80	8

OK Abbrechen Rücksetzen

G. Greefrath 2004

28

Berechnung des Integrals

- Funktion Markieren
- Integraltaste
- Grenzen eingeben
- Vereinfachen

#8: $\int_0^{0.5} f1(x) dx$

#9: -23

#10: $\int_{0.5}^1 f2(x) dx$

#11: $-\frac{69}{4}$

#12: $-23 + -\frac{69}{4}$

#13: -40.25



Befehle in Derive

Was möchten Sie machen?	Eingabe in DERIVE
Eingabe-Modus für Variablen auf „Wort“	EXTRAS / EINSTELLUNGEN / EINGABE
Gleichungssystem eingeben und lösen	LÖSEN / SYSTEM
Funktion eingeben	Befehlszeile z. B.: $f(x) := 3 \cdot x^2 + 5 \cdot x$
Funktion zeichnen	Funktion markieren und 2-D-Button (2x)
Funktion abschnittsweise zeichnen	[x,f(x)] eingeben und 2-D-Button (2x)
Integral berechnen	Funktion markieren und ANALYSIS / INTEGRIEREN oder Integraltaste
Gleichung lösen	Ausdruck markieren und LÖSEN / AUSDRUCK
Ableitung berechnen	Ausdruck markieren und ANALYSIS / DIFFERENZIEREN oder Ableitungstaste



Rückblick

Welche Kompetenzen werden gefördert?

- **Gesellschaft** – Menschen und Mathematik
- **Argumentieren** – Argumentieren und Kommunizieren
- **Problemlösen** – Probleme erfassen, erkunden und lösen
- **Begriffsbilden** – Systematisieren und Vernetzen
- **Modellieren** – Modelle erstellen und nutzen
- **Werkzeuge** – Medien und Werkzeuge verwenden
- **Geometrie** – ebene und räumliche Strukturen nach Maß und Form erfassen
- **Funktionen** – Beziehungen und Veränderung beschreiben und erkunden
- **Algebra** – mit Zahlen, Symbolen und Matrizen umgehen
- **Statistik & Stochastik** – mit Daten und Zufall arbeiten

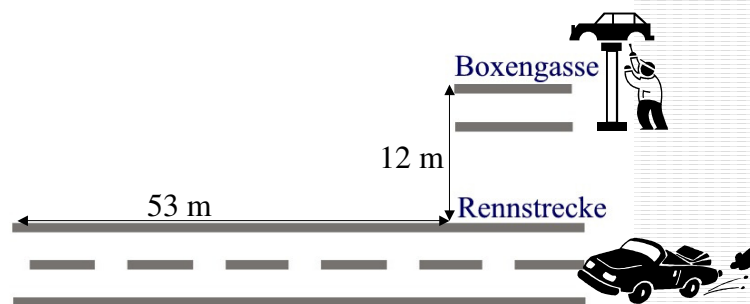


G. Greefrath 2004

31

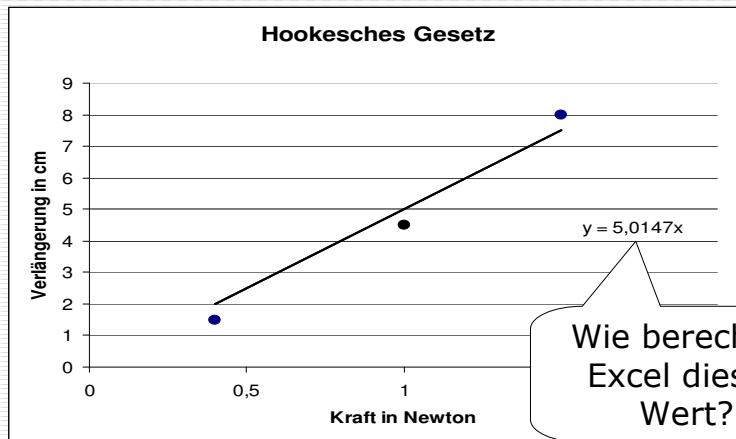
Ausfahrt aus der Boxengasse

Beschreibe möglichst genau eine optimale Ausfahrt aus der Boxengasse!



32

Bestimmung einer Regressionsgerade



G. Greefrath 2004

33

Bestimmung einer Regressionsgerade

Kraft in N	Verlängerung in cm
0,4	1,5
1	4,5
1,5	8

Vgl. Lambacher Schweizer Analysis Grundkurs, S. 39

$$S(a) = (ax_1 - y_1)^2 + (ax_2 - y_2)^2 + (ax_3 - y_3)^2$$

Für welches a ist diese Funktion minimal?



G. Greefrath 2004

34

Klassiker: Dose



Wie müsste die Dose mit minimalem Materialverbrauch aussehen?

Warum wird sie dennoch so hergestellt?



Beide Dosen haben das gleiche Volumen (330 ml).

G. Greefrath 2004

35

Organisation im Unterricht

Ideen für die praktische Umsetzung im Unterricht

- Medienkompetenz
- Fachkompetenz
- Methodenkompetenz



G. Greefrath 2004

36