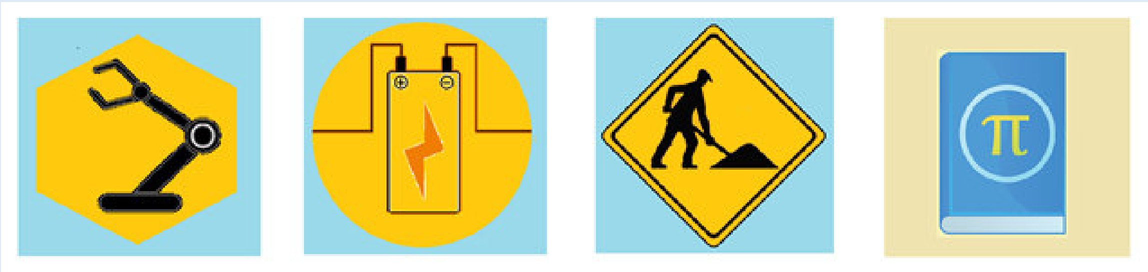
MatheKingS

Mathematische Kompetenzen in ingenieurwissenschaftlichen Studiengängen

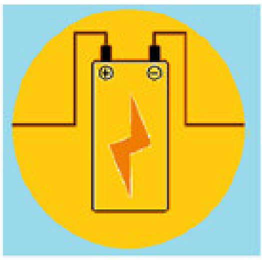


Markus Hensgens, FH Aachen

Welche Rolle spielt die Mathematiklehre in ingenieurwissenschaftlichen Studiengängen?

Welche Bedeutung haben ausgewählte mathematische Inhalte für ein ingenieurwissenschaftliches Studium?

Eine empirische Studie über die Sichtweisen von Mathematik- und Anwendungslehrenden im Rahmen einer kooperativen Promotion an der FH Aachen (Prof. Hoever) mit der WWU Münster (Prof. Greefrath)



Ausgangslage und Ziele

Seit Jahren gibt es hohe Studienabbruch- sowie Studienfachwechselquoten in MINT- und insbesondere ingenieurwissenschaftlichen Studiengängen, die u. a. auf fehlenden mathematischen Vorkenntnissen, Leistungsschwierigkeiten und falschen Vorstellungen über den Studiengang beruhen (vgl. Heublein et al. 2014, Heublein et al. 2010). Durch die Studie MaleMINT (2017) konnte ein weitgehender Konsens unter Mathematiklehrenden in MINT-Studiengängen deutscher Hochschulen erzielt werden, welche mathematischen Inhalte als Lernvoraussetzungen der Hochschulmathematik in der Schule bereits behandelt und erlernt werden sollten. Damit gibt es einen ersten Inhaltskatalog, der die inhaltlichen Grundlagen und Lernvoraussetzungen aufzeigt, um den Übergang Schule-Hochschule im Bereich der Mathematiklehre meistern zu können. Hierbei wurden ausschließlich Inhalte angeschaut und als Vorwissen ausgewiesen, die bereits vor Studienbeginn erlernt worden sein sollten.

In der vorliegenden Studie *MatheKingS: Mathematische Kompetenzen in ingenieurwissenschaftlichen Studiengängen* hingegen werden sich Inhalte im Bereich der eindimensionalen Analysis angesehen, die Teil des ersten Studiensemesters sind und als Voraussetzung für weiterführende Module gelten könnten. Es werden dazu zwei Gruppen befragt: einmal die Mathematiklehrenden, andererseits die Lehrenden der Anwendungsmodule. Dadurch kann sozusagen das „Angebot“ mit der „Nachfrage“ verglichen und die Bedeutung der Inhalte aus Sicht der Lehrenden der Anwendungsmodule mit dem entgegengebrachten Lehrumfang der Inhalte durch die Mathematiklehrenden abgeglichen werden.

Die Fragestellung dieser Studie richtet seinen Fokus auf die mathematischen Inhalte und Kompetenzen, die in einem ingenieurwissenschaftlichen Studium über die Modulgrenzen der Mathematik hinweg vorausgesetzt und benötigt werden. Ähnlich zu MaleMINT wird ein Katalog aufgestellt, der die Wichtigkeit einzelner mathematischer Inhalte aufzeigt, um den Mathematiklehrenden der Hochschulen einen Rahmen zur Ausrichtung ihrer Mathematiklehre zu ermöglichen. Zudem wurde die Frage gestellt, welche Rolle und Funktion die Mathematiklehre für die Anwendungsmodule hat.

Ein zentrales Ziel der empirischen Studie ist es, allgemein und darüber hinaus in Abhängigkeit u. a. des Ingenieurfachgebiets, des Hochschultyps oder Bundeslands zu ermitteln, wie wichtig die einzelnen, grundlegenden mathematischen Inhalte aus Sicht aller Lehrenden für ihre Ingenieurstudierenden sind. Dies wurde durch eine Online-Befragung mittels Fragebogen ermittelt.

Die Studie

Um die Meinung einer möglichst breiten und heterogenen Expertengruppe von Hochschullehrenden zu erhalten, wurden um den Jahreswechsel 2020/21 herum im Rahmen der Studie MatheKingS die allermeisten Lehrenden angeschrieben, die in einem der klassischen ingenieurwissenschaftlichen Studiengänge Bauingenieurwesen, Elektrotechnik oder Maschinenbau an einer deutschen (staatlichen) Hochschule als Verantwortliche Hochschulmathematik oder Anwendungsfächer lehren. Mit der Bitte um Teilnahme am digitalen Fragebogen wurden so 5904 Lehrende zur Befragung eingeladen. Insgesamt haben 1002 Lehrende an der Befragung teilgenommen und den Fragebogen bis zum Schluss und ohne größere Enthaltungen ausgefüllt, was einer Nettorücklaufquote von rund 17 Prozent entspricht.

Von den zur Befragung eingeladenen Mathematiklehrenden haben gut 30 Prozent an der Befragung teilgenommen, was einer absoluten Zahl von 124 Teilnehmenden entspricht. Bei den Lehrenden der Anwendungsfächer liegt die Nettorücklaufquote

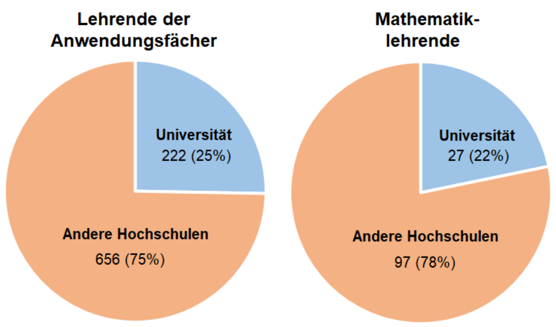


Abb. 1: Stichprobenzusammensetzung im Hinblick auf den Hochschultyp

bei circa 16 Prozent, was 878 Teilnehmenden gleichkommt. Abbildung 1 zeigt die Stichprobenzusammensetzung im Hinblick auf den Hochschultyp der beiden Gruppen Mathematiklehrende und Lehrende der Anwendungsfächer, von nun an Anwendungslehrende genannt. So machen die Befragten der Universität rund ein Viertel aus und das sowohl in der Gruppe der Mathematik- als auch der Anwendungslehrenden (vgl. Abb. 1). Aufgrund geringerer absoluter Teil-

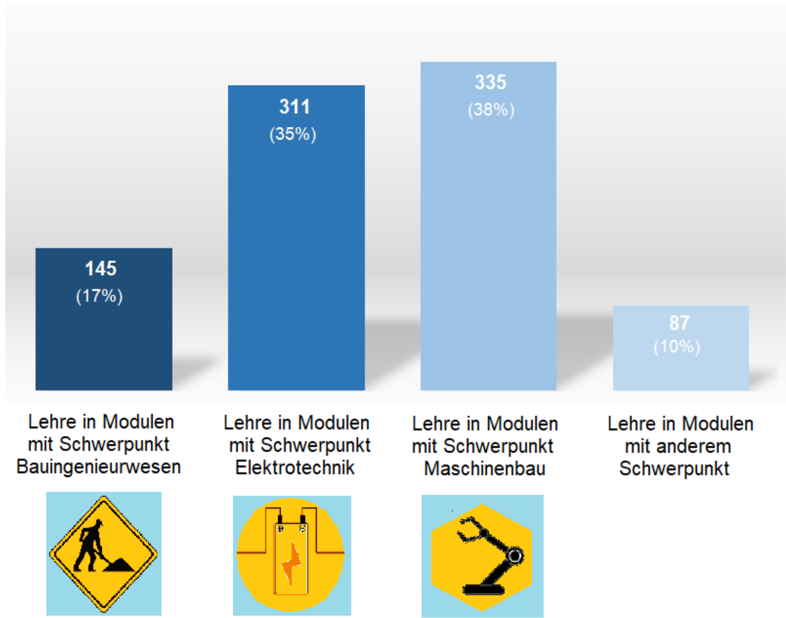


Abb. 2: Verteilung der Lehrenden der Anwendungsfächer

nahmezahlen in der Gruppe der Mathematiklehrenden wird auf eine Unterteilung der Gruppe in Ingenieursfachgebiete zumeist verzichtet, zumal auch einige Lehrende mehrere Fachgebiete und auch fachfremde Studiengänge betreuen.

Differenziert man die Stichprobe der Befragten nach Bundesland, so machen die Teilnahmezahlen der drei Bundesländer Nordrhein-Westfalen, Bayern und Baden-Württemberg schon deutlich mehr als die Hälfte der Teilnehmenden aus (vgl. Abb. 3). Sowohl die absolute als auch die relative Beteiligung an der Befragung ist in Nordrhein-Westfalen groß. Von den Anwendungslehrenden haben 20% in NRW an der Befragung teilgenommen. In der Gruppe der Mathematiklehrenden haben sogar 42 Prozent der zur Befragung Eingeladenen in NRW teilgenommen. Dies könnte an der Beteiligung des Studienautors am NRW-weiten digitalen Projekt *HM4MINT: Höhere Mathematik für MINT-Studiengänge* liegen, wodurch einerseits ein besonderes Interesse der Beteiligten und andererseits auch der persönliche Kontakt zu den Teilnehmenden teils vorhanden ist (vgl. www.hm4mint.nrw).

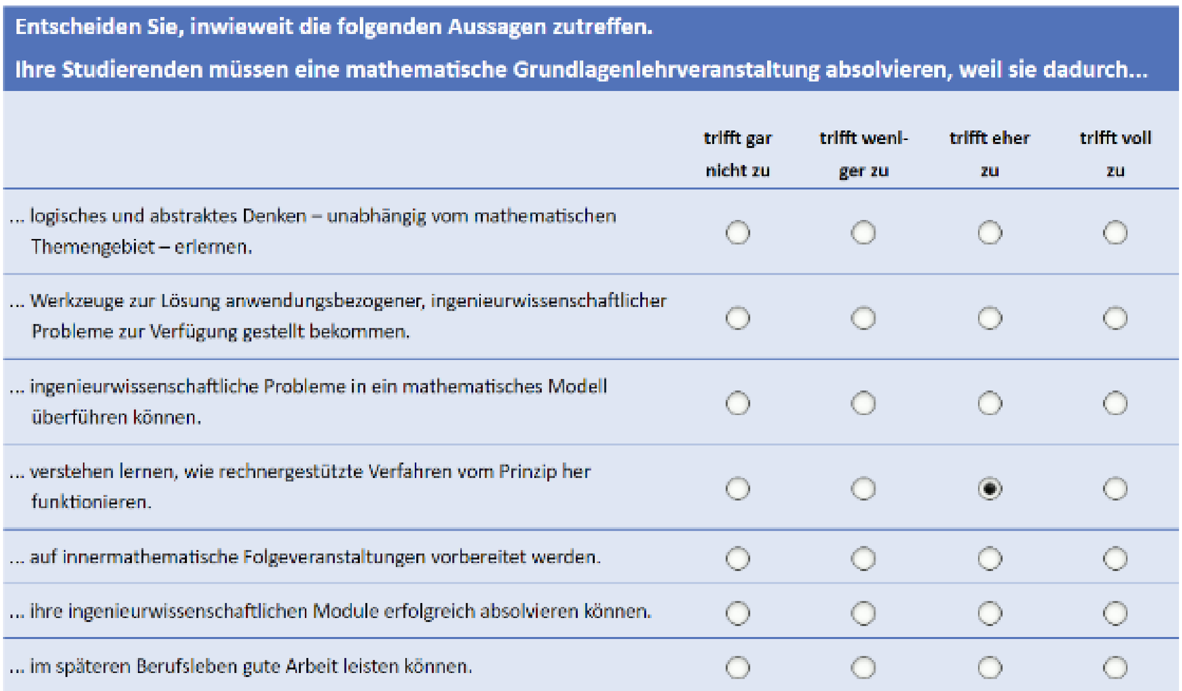
Abb. 3: Stichprobenzusammensetzung im Hinblick auf die Bundesländer

Der (Online-)Fragebogen

Die Daten wurden durch eine Online-Plattform erhoben, wobei der Link zum entsprechenden Fragebogen per Mail an die Lehrenden mit Bitte um Teilnahme an der Befragung gesendet wurde. Die Mails an die Lehrenden der drei klassischen ingenieurwissenschaftlichen Studiengänge Bauingenieurwesen, Elektrotechnik und Maschinenbau wurden über mehrere Wochen um den Jahreswechsel 2020/2021 herum verschickt und der digitale Fragebogen konnte innerhalb rund eines Monats ausgefüllt werden.

Für die beiden Befragtengruppen der Anwendungs- und Mathematiklehrenden gab es eigene zweiteilige Fragebögen, wobei diese sehr ähnlich waren. Der erste Teil des Fragebogens zur Bedeutung der Mathematik war für beide Gruppen identisch, im zweiten Fragebogenteil wurden lediglich die Antwortoptionen der vierstufigen Skala sowie die Fragestellung auf die bestimmte Gruppe hin angepasst. Insofern unterscheiden sich die gruppenspezifischen Fragebögen inhaltlich nicht. Daher wird im Folgenden von dem einen Fragebogen gesprochen. Der erste Teil des Fragebogens ermittelt, in welchem Bundesland die/der Befragte als Lehrende/r verantwortlich tätig ist, an welchem Hochschultyp sie/er lehrt und in welchem Ingenieursfachgebiet. Diese Informationen werden eine Differenzierung in Abhängigkeit der genannten Kriterien ermöglichen, nach dem die Bedeutung verschiedener Inhalte für zum Beispiel verschiedene Ingenieurstudiengänge oder Hochschultypen abgeleitet werden kann. Darüber hinaus werden die Berufs- und Praxiserfahrung der Befragten erhoben. Der zentrale Punkt des ersten Teils des Fragebogens ist eine Fragematrix, welche Bedeutung die grundlegende Mathematiklehre für die Module der Anwendungsfächer einnimmt. Hier kann in einer vierstufigen Skala („trifft gar nicht zu“, „trifft weniger zu“, „trifft eher zu“, „trifft voll zu“) angegeben werden, inwieweit folgende sieben Aspekte der Bedeutung der Mathematiklehre zukommen (vgl. Abb. 4):

- logisches und abstraktes Denken erlernen,
- Werkzeuge zur Lösung anwendungsbezogener, ingenieurwissenschaftlicher Probleme zur Verfügung stellen,



Entscheiden Sie, inwieweit die folgenden Aussagen zutreffen.
Ihre Studierenden müssen eine mathematische Grundlagenlehrveranstaltung absolvieren, weil sie dadurch...

	trifft gar nicht zu	trifft weniger zu	trifft eher zu	trifft voll zu
... logisches und abstraktes Denken – unabhängig vom mathematischen Themengebiet – erlernen.				
... Werkzeuge zur Lösung anwendungsbezogener, ingenieurwissenschaftlicher Probleme zur Verfügung gestellt bekommen.				
... ingenieurwissenschaftliche Probleme in ein mathematisches Modell überführen können.				
... verstehen lernen, wie rechnergestützte Verfahren vom Prinzip her funktionieren.			x	
... auf innermathematische Folgeveranstaltungen vorbereitet werden.				
... ihre ingenieurwissenschaftlichen Module erfolgreich absolvieren können.				
... im späteren Berufsleben gute Arbeit leisten können.				

Abb. 4: Fragematrix zur Bedeutung der Mathematiklehre

- ingenieurwissenschaftliche Probleme in ein mathematisches Modell überführen können,
- verstehen lernen, wie rechnergestützte Verfahren funktionieren,
- auf innermathematische Folgeveranstaltungen vorbereiten,
- ingenieurwissenschaftliche Module erfolgreich absolvieren können,
- im späteren Berufsleben gute Arbeit leisten können.

Der zweite Fragebogenteil enthält 12 Seiten, wobei jede einzelne Seite ein bestimmtes mathematisches Themengebiet abdeckt. Jedes dieser Themengebiete ist ein Teilgebiet der grundlegenden (eindimensionalen) Analysis, auf die sich in der Befragung thematisch beschränkt wird:

- *Grundlagen,*
- *Körper der reellen Zahlen,*
- *Abbildungen/Funktionen,*
- *Komplexe Zahlen,*
- *Folgen,*
- *Reihen,*
- *Potenzreihen,*
- *Stetigkeit,*
- *Differentialrechnung,*
- *Anwendungen der Differentialrechnung,*
- *Integralrechnung,*
- *Anwendungen der Integralrechnung*.

Jedes dieser Themengebiete wird in Inhalte aufgeschlüsselt und jeder Inhalt den Befragten zur Beurteilung vorgelegt. Die Gruppe der Mathematiklehrenden entscheidet, inwieweit der jeweilige Inhalt in der eigenen mathematischen Lehrveranstaltung thematisiert wird („kein Thema“,

Beurteilen Sie, wie wichtig die folgenden Themengebiete einer mathematischen Grundlagenlehrveranstaltung für Ihre eigenen Lehrveranstaltungen sind.

	gar nicht wichtig	eher unwichtig	eher wichtig	sehr wichtig
Definition/Schreibweise der komplexen Zahlen *Details*	○	○	○	○
Rechenregeln/Eigenschaften komplexer Zahlen *Details*	○	○	○	○
Geometrische Anschauung *Details*	○	○	○	○
Polardarstellung *Details*	○	○	○	○
Wurzeln und der Fundamentalsatz *Details*	○	○	○	○

Beurteilen Sie, wie stark ausgeprägt Sie die folgenden Themengebiete in Ihrer mathematischen Grundlagenlehrveranstaltung behandeln.

	kein Thema	nur am Rande thematisiert	grundlegender Lehrgegenstand	besonderer Fokus
Definition/Schreibweise der komplexen Zahlen *Details*	○	○	○	○
Rechenregeln/Eigenschaften komplexer Zahlen *Details*	○	○	○	○
Geometrische Anschauung *Details*	○	○	○	○
Polardarstellung *Details*	○	○	○	○
Wurzeln und der Fundamentalsatz *Details*	○	○	○	○

Abb. 5: Inhalte zur Einschätzung ihrer Wichtigkeit (Anwendungslehrende) und des Lehrumfangs (Mathematiklehrende) im Themengebiet der Komplexen Zahlen

„nur am Rande thematisiert", „grundlegender Lehrgegenstand", „besonderer Fokus"). Die Gruppe der Anwendungslehrenden gibt an, für wie wichtig der jeweilige Inhalt für die eigenen ingenieurwissenschaftlichen Module eingeschätzt wird („gar nicht wichtig", „eher unwichtig", „eher wichtig", „sehr wichtig"). In beiden Fällen handelt es sich um die gleichen Inhalte und eine jeweils vierstufige Skala. Beispielhaft werden zum Themengebiet der *Komplexen Zahlen* in Abbildung 5 die Inhalte dargelegt. Hier kann man erkennen, dass beide Befragtengruppen dieselben Inhalte zur Einschätzung vorgelegt bekommen und nur die Antwortoptionen sowie die Fragestellung angepasst werden. Zu jedem der insgesamt 71 Inhalte gibt es einen blau hinterlegten Button „Details", der durch Anklicken auf ein erläuterndes PDF führt, welches den Inhalt kurz beschreibt und eine einfache beispielhafte Aufgabe zeigt. Am Ende des zweiten Teils gibt es schließlich Freitextkommentare, um dem Studienautor weitere Anmerkungen geben zu können.

Erste Ergebnisse

Bedeutung der grundlegenden Mathematiklehre im Ingenieurstudium

Im ersten Teil des Fragebogens sollte untersucht werden, welche Bedeutung der Hochschulmathematik im Ingenieurstudium zu Teil wird. Hierfür wurden den Befragten sieben Aspekte angeboten, die sie in einer vierstufigen Skala einordnen konnten (vgl. Abb. 4). Die Skala wird quasi-metrisch betrachtet und es werden die Mittelwerte für die sieben Aspekte bezogen auf alle Befragten insgesamt sowie auf jede Befragtengruppe ermittelt (vgl. Abb. 6). Abbildung 6 zeigt außerdem die absoluten Zahlen, wie oft welche Ausprägung der vierstufigen Skala von der jeweiligen Befragtengruppe ausgewählt wurde.

Vier Aussagen stechen auf den ersten Blick heraus, da sie von allen Befragten gleichermaßen als bedeutsam eingeschätzt werden:

- logisches und abstraktes Denken erlernen,
- Werkzeuge zur Lösung anwendungsbezogener, ingenieurwissenschaftlicher Probleme zur Verfügung gestellt bekommen,
- ingenieurwissenschaftliche Probleme in ein mathematisches Modell überführen können,
- ingenieurwissenschaftliche Module erfolgreich absolvieren können.

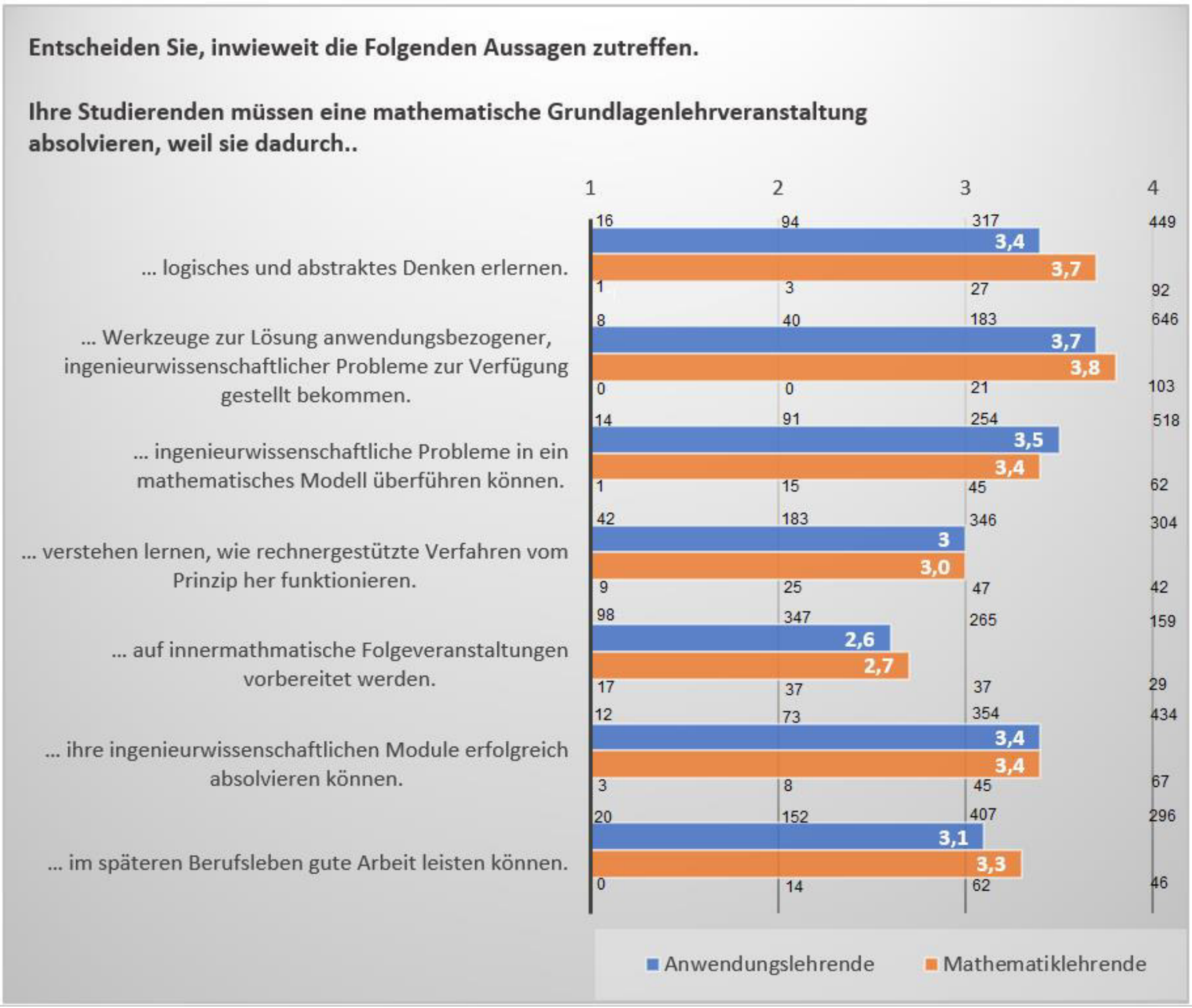


Abb. 6: Mittelwerte zur Bedeutung der grundlegenden Mathematiklehre

Sowohl unter allen Befragten als auch in den beiden Teilgruppen ist der Mittelwert jeweils mindestens 3,4 (vgl. Abb. 6). Das Erlernen logischen und abstrakten Denkens wird dabei von der Gruppe der Mathematiklehrenden mit einem Mittelwert von 3,7 besonders hoch eingeschätzt. Aber auch die Anwendungslehrenden weisen einen hohen Mittelwert von 3,4 auf. Noch größer wird die Bedeutung der Mathematiklehre dahingehend eingeschätzt, den studierenden eine Art Werkzeugkasten an die Hand zu geben, um damit Probleme der Ingenieurwissenschaften lösen zu können. Mit Mittelwerten von 3,0 bis 3,3 über alle Befragten und Teilgruppen hinweg scheint die grundlegende Hochschulmathematiklehre auch einen Beitrag leisten zu können, um verstehen zu lernen, wie rechnergestützte Verfahren funktionieren sowie um gute Arbeit im späteren Berufsleben leisten zu können. Obwohl nahezu jede Hochschule auch weiterführende Spezialvorlesungen im mathematischen Bereich anbietet, scheint die grundlegende Mathematik nicht als zentrale Aufgabe zu haben, auf innermathematische Folgeveranstaltungen vorzubereiten. Sowohl für die Befragten der Anwendungsmodule als auch für die Mathematiklehrenden ergibt sich der geringste Mittelwert aller Aspekte.

Um mögliche Unterschiede in der Sichtweise der beiden Befragtengruppen herausarbeiten zu können, wurde zudem ein Mann-Whitney-U-Test über die sieben Aspekte zum Signifikanzniveau 5% durchgeführt. In fünf der sieben Fälle, können keine signifikanten Unterschiede belegt werden. Einzig in den beiden ersten Fällen belegt der Signifikanztest, dass Mathematiklehrende eine etwas andere Sicht aufweisen als die Anwendungslehrenden. Zwar zeigen beide Gruppen eine Tendenz in die gleiche Richtung, jedoch mit unterschiedlicher Ausprägung: Die Mathematiklehrenden halten das Erlernen logischen und abstrakten Denkens durch den erfolgreichen Besuch einer grundlegenden Mathematiklehrveranstaltung für ausgeprägter als die Anwendungslehrenden (p-Wert <0,1%). Ebenso weisen die Mathematiklehrenden einen leicht höheren – aber signifikant höheren – Mittelwert auf, wenn es um die Bedeutung der Mathematiklehre zur Bereitstellung eines Werkzeugs zur Lösung anwendungsbezogener, ingenieurwissenschaftlicher Problemstellungen geht (p-Wert <1,5%).

Relevanz der Inhalte für die Mathematiklehre und die Anwendungsmodule

Der zweite Fragebogenteil beschäftigt sich mit der Frage, welche mathematischen Inhalte wie wichtig für die spezifischen ingenieurwissenschaftlichen Module sind. Die Anwendungslehrenden werden direkt nach der Wichtigkeit der Inhalte für ihre Module auf einer vierstufigen Skala gefragt, die Mathematiklehrenden werden gefragt, in welchem Umfang sie die jeweiligen Inhalte in ihren grundlegenden Mathematiklehrveranstaltungen thematisieren. Diese Fragestellung ermittelt ebenso eine Art Wichtigkeit der Inhalte für das Studium: Einerseits ergibt sich die Wichtigkeit für die mathematische Lehrveranstaltung, andererseits lässt sich auch die aus Sicht der Mathematiklehrenden abgeleitete Wichtigkeit für das weitere Studium erkennen, wenn sie doch den jeweiligen Inhalt den Studierenden näherbringen wollen.

Ehe die insgesamt 71 Inhalte auf ihre Wichtigkeit hin untersucht werden, kann sich zunächst ein erster Überblick über die Bedeutung der zwölf Themengebiete geschaffen

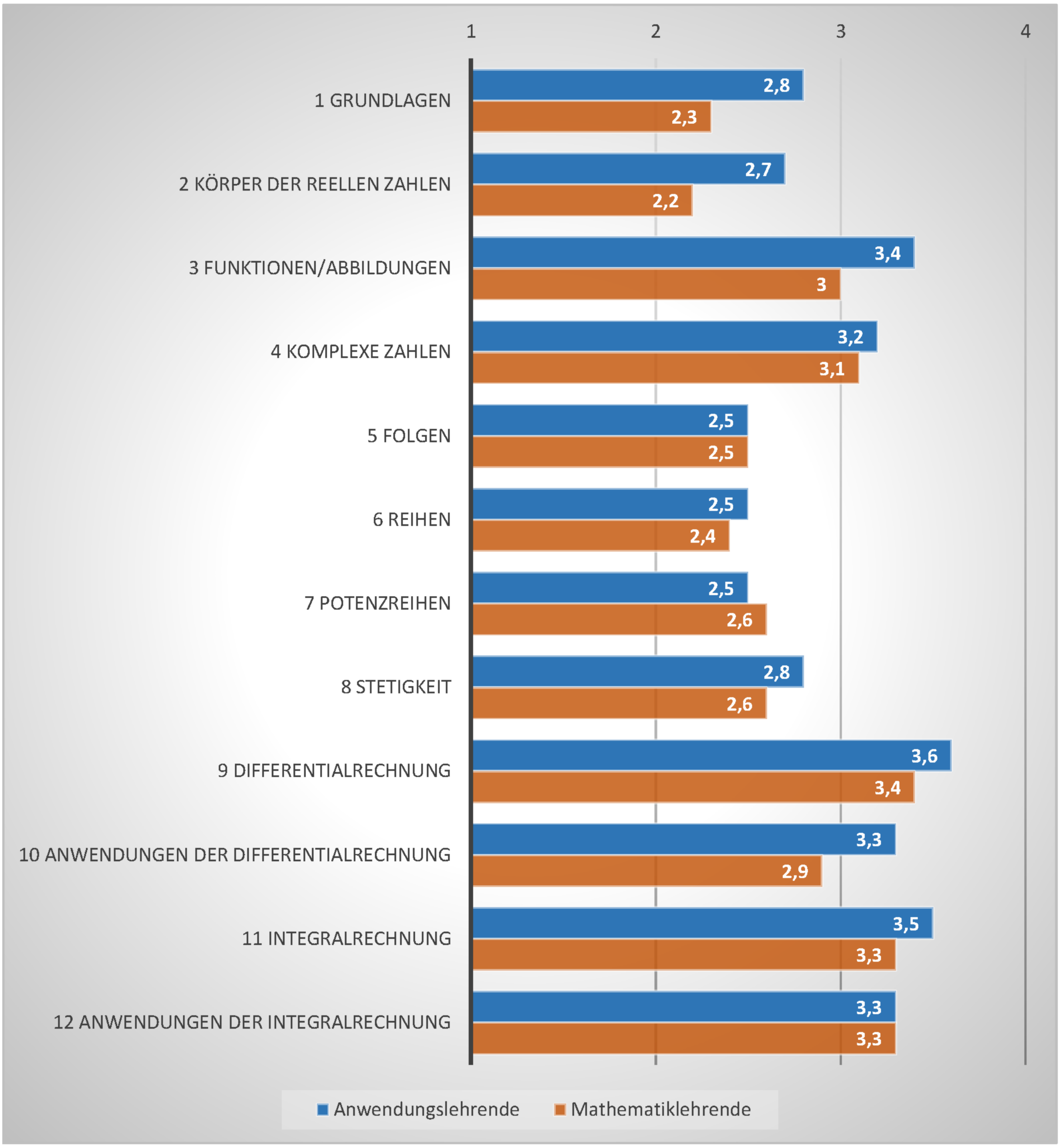


Abb. 7: Übersicht der Mittelwerte über die 12 Themengebiete

werden. Es sei angemerkt, dass die einzelnen Themengebiete unterschiedlich viele Inhalte enthalten sowie einzelne besonders wichtige oder unwichtige Inhalte innerhalb eines Themengebietes zu größeren Abweichungen im Mittelwert der als quasi-metrisch interpretierten Skala führen können. Um einen ersten Eindruck von der Wichtigkeit zu erhalten, soll aber die Auswertung der Mittelwerte der einzelnen Themengebiete herangezogen werden (vgl. Abb. 7). Bei sechs der zwölf Themengebiete liegt der Mittelwert über alle Befragten hinweg über 3,0. Dies deutet auf eine besondere Wichtigkeit der Inhalte der folgenden Themengebiete hin:

- *Abbildungen/Funktionen*
- *Komplexe Zahlen*
- *Differentialrechnung*
- *Anwendungen der Differentialrechnung*
- *Integralrechnung*
- *Anwendungen der Integralrechnung*

Dies entspricht weitestgehend derjenigen Themengebiete, die bereits auch schon auf dem Weg zur Hochschulreife in der Schule gelehrt werden. Die folgenden Themengebiete spielen eine eher untergeordnete Rolle:

- *Grundlagen*
- *Körper der reellen Zahlen*
- *Folgen*
- *Reihen*
- *Potenzreihen*
- *Stetigkeit*

Die letzten vier genannten Themengebiete werden sowohl von den Anwendungslehrenden als auch von den Mathematiklehrenden als eher unwichtig eingestuft. Anders sieht dies bei den ersten beiden Themengebieten (*Grundlagen, Körper der reellen Zahlen*) aus. Dort schätzen die Anwendungslehrenden die Bedeutung höher ein; der Mittelwert variiert um 0,5. Außerdem auffallend ist, dass die Mittelwerte nur bei einem einzigen Themengebiet auf Seiten der Mathematiklehrenden größer sind (*Potenzreihen*). Zudem weichen in nur einem Drittel der Fälle die Mittelwerte der beiden Gruppen um mehr als 0,2 voneinander ab; in fast der Hälfte der Fälle weichen sie sogar nur um 0,1 voneinander ab.

Top - Mittelwerte

Anwendungslehrende	
Inhalt	Mittelwert
Sinus-, Kosinus- und Tangsfunktion	3,8
Ableitungsregeln	3,8
Einführung in die Integralrechnung	3,8
Potenz- und ganzrationale Funktionen	3,7
Grad- und Bogenmaß	3,7
Sinus, Kosinus und Tangens im Einheitskreis	3,7
Einführung in die Differentialrechnung	3,7

Mathematiklehrende	
Inhalt	Mittelwert
Einführung in die Differentialrechnung	3,5
Ableitungsregeln	3,5
Höhere Ableitungen	3,4
Einführung in die Integralrechnung	3,4
Stammfunktion und der Hauptsatz	3,4
Natürliche Exponentialfunktion: reell	3,3
Anwendungen der Integralrechnung	3,3

Flop - Mittelwerte

Anwendungslehrende	
Inhalt	Mittelwert
Umordnungssatz und Cauchy-Produkt	2,0
Vollständige Induktion	2,1
Komplexe Folgen	2,1
Teilfolgen und Häufungspunkte	2,2
Bestimmte Divergenz	2,2
Bisektionsverfahren	2,2
Anordnungsaxiome	2,4
Vollständigkeit: Infimum und Supremum	2,4
Konvergenz und Konvergenzradius	2,4

Mathematiklehrende	
Inhalt	Mittelwert
Komplexe Folgen	1,6
Umordnungssatz und Cauchy-Produkt	1,6
Körperaxiome	1,8
Anordnungsaxiome	1,8
Vollständige Induktion	1,9
Vollständigkeit: Infimum und Supremum	1,9
Sekans, Kosekans und Kotangens	1,9
Teilfolgen und Häufungspunkte	1,9
Bisektionsverfahren	2,0

Abb. 8: Top- und Flop-Mittelwerte

Im nächsten Schritt können sich die Mittelwerte bezüglich der einzelnen 71 Inhalte angeschaut werden (vgl. Tabelle 1 am Ende des Artikels). Bei 41 Inhalten der sechs als wichtig eingestuften Themengebiete haben bis auf zwei Inhalte alle einen Mittelwert von mindestens 3,0 (ausgenommen: Sekans, Kosekans und Kotangens; Satz von Taylor zur Fehlerabschätzung). Demgegenüber haben über ein Drittel der Inhalte der Themengebiete, die als unwichtig eingestuft werden, einen niedrigen Mittelwert von unter 2,5. Abbildung 8 zeigt die „Tops und Flops" bezogen auf die Mittelwerte, also je Befragtengruppe diejenigen Inhalte, die die größten bzw. niedrigsten Mittelwerte aufweisen. Farblich hervorgehoben sind dabei jeweils die Inhalte, die in beiden Befragtengruppen, also bei Mathematik- und Anwendungslehrenden, als niedriger bzw. hoher Mittelwert vorkommen. Bei den sieben am wichtigsten eingeschätzten Inhalten finden sich drei, die von beiden Gruppen als sehr wichtig eingeschätzt werden. Von den neun am unwichtigsten eingeschätzten Inhalten finden sich sogar sieben in beiden Gruppen wieder. Wie in Abbildung 8 zu sehen, sind insbesondere die Mittelwerte stets auf Seiten der Mathematiklehrenden geringer.

Tabelle 1 am Ende des Artikels zeigt auch die ermittelten Mediane in Abhängigkeit der beiden Befragtengruppen. 34 der 71 Inhalte weisen unterschiedliche Mediane im Vergleich der Befragtengruppen der Anwendungs- und Mathematiklehrenden auf, wobei in fast 90% der Fälle der Median seitens der Anwendungslehrenden größer ausfällt. Auf Basis des Median entsteht der Eindruck, es gäbe deutliche Unterschiede in den Sichtweisen der beiden Befragtengruppen. Wird jedoch der Mittelwert mit einbezogen, so lassen sich nur acht Inhalte identifizieren, die eine Mittelwertdifferenz bezüglich der Einschätzung zwischen den Gruppen der Mathematik- und Anwendungslehrenden von größer als 0,3 aufweisen (vgl. Abb. 9). In allen acht Fällen ist der Mittelwert bei den Anwendungslehrenden höher. Der Mittelwert vermittelt ein deutlich einheitlicheres Bild.

	Mittelwert	
Inhalt	**Anwendungs-lehrende**	**Mathematik-lehrende**
Newton-Verfahren	3,1	2,5
Komplexe Folgen	2,1	1,6
Kurvendiskussion	3,5	3,0
Umordnungssatz und Cauchy-Produkt	2	1,6
Extrem- und Wendestellen	3,6	3,2
Satz von Taylor zur Fehlerabschätzung	3	2,6
Einführung in die Integralrechnung	3,8	3,4
Definition von Integrierbarkeit und Eigenschaften	3,5	3,1

Abb. 9: Inhalte mit Mittelwertdifferenz größer 0,3 im Vergleich der Befragtengruppen „Anwendungslehrende" und „Mathematiklehrende"

Um die möglichen Unterschiede zwischen den Sichtweisen der beiden Befragtengruppen auf Signifikanz hin zu überprüfen, wird der Mann-Whitney-U-Test zum Signifikanzniveau 5% verwendet. Auf jeden Fall fällt die Tendenz, ob ein Inhalt (eher) wichtig oder (eher) nicht wichtig ist, ähnlich aus. Die signifikanten Unterschiede charakterisieren demnach eher eine stärkere Positionierung in die entsprechende Richtung, die Meinungen gehen aber nie in eine gänzlich andere Richtung. Letztlich ergeben sich durch die Analyse der Testergebnisse aber keine neuen Schlüsse (vgl. Tabelle 1 am Ende des Artikels). Fast immer dort, wo der Mittelwert – wie zuvor beschrieben – geringfügig oder gar stark – abweicht, belegt der U-Test, dass es sich um eine signifikant stärkere Positionierung in die eine bzw. andere Richtung handelt. Hier dienen die Testergebnisse eher dazu, die beschriebenen Unterschiede wissenschaftlich zu belegen und als nicht nur zufällig zu charakterisieren.

Deutung und Zusammenfassung

Zunächst einmal kann festgehalten werden, dass der grundlegenden Mathematiklehre einige Aufgaben im Rahmen eines Ingenieurstudiums zukommen. Besonders hervorzuheben sind

- einen Werkzeugkasten, mit Hilfe dessen anwendungsbezogene, ingenieurwissenschaftliche Problemstellungen gelöst werden können, bereitstellen,
- logisches und abstraktes Denken erlernen,
- ingenieurwissenschaftliche Probleme in ein mathematisches Modell überführen können,
- ingenieurwissenschaftliche Module erfolgreich absolvieren können.

Bezüglich der Frage, welche Inhalte in einem Mathematikkurs für Ingenieurstudierende im Bereich der eindimensionalen Analysis von den Hochschullehrenden als besonders wichtig eingeschätzt werden, wurden im vorigen Abschnitt einige Auswertungsergebnisse und Daten dargelegt. Diese Einschätzung erfolgte auf Basis der Lehrenden der Hochschulmathematik und der Anwendungslehrenden sowie mit Blick auf mögliche unterschiedliche Sichtweisen der genannten beiden Gruppen. Gemäß der erhobenen und ausgewerteten Daten sowie deren Analyse ergeben sich folgende Beobachtungen:

Die folgenden Inhalte werden von allen Befragten (eher) als unwichtig innerhalb der grundlegenden Mathematiklehre eingeschätzt:

- Im Rahmen der Themengebiete *Grundlagen* und *Körper der reellen Zahlen* werden die vollständige Induktion, eine axiomatische Herangehensweise sowie der Begriff der Vollständigkeit (Infimum und Supremum) als unwichtig eingestuft.
- Im Themengebiet *Folgen* werden die Inhalte Teilfolgen und Häufungspunkte, bestimmte Divergenz sowie komplexe Folgen als unwichtig charakterisiert.
- Im Themengebiet *Reihen* werden der Umordnungssatz und das Cauchy-Produkt gering eingestuft.
- Im Themengebiet *Potenzreihen* werden die Inhalte zu Konvergenz und Konvergenzradius bei Potenzreihen sowie die speziellen Potenzreihen und deren Konvergenz als eher unwichtig eingeschätzt.
- Im Themengebiet *Stetigkeit* werden die Sätze zur Stetigkeit sowie das Bisektionsverfahren als unwichtig eingestuft.

Werden die zwölf Themengebieten angeschaut, so werden die folgenden Themengenbiete von den Befragten insgesamt als (eher) unwichtig eingestuft:

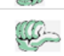
- *Grundlagen* und *Körper der reellen Zahlen* (ausgenommen Rechenregeln, Gleichungen, Betrag und Mengen)
- *Folgen*
- *Reihen*
- *Potenzreihen*
- *Stetigkeit*

Demgegenüber fällt die Einschätzung der Bedeutung der Inhalte der folgenden Themengebiete deutlich höher aus:

- *Abbildungen/Funktionen*
- *Komplexe Zahlen*
- *Differentialrechnung*
- *Anwendungen der Differentialrechnung*
- *Integralrechnung*
- *Anwendungen der Integralrechnung*

Die folgende Tabelle 1 zeigt die Auswertungsergebnisse im Detail. Insbesondere enthält sie eine letzte Spalte, in der auf einfache und prägnante Weise ein Gesamteindruck zur Wichtigkeit des jeweiligen Inhalts angegeben wird. Dazu wird ein „Daumen-runter/quer/hoch“-System verwendet:

- Inhalte, die einen roten „Daumen-runter“ erhalten, werden von den Befragten (beider Gruppen von Lehrenden) als (eher) unwichtig eingeschätzt.
- Inhalte, die einen grünen „Daumen-quer“ erhalten, werden als mittelwichtig eingestuft.
- Inhalte, die einen grünen „Daumen-hoch“ bekommen, werden durchweg als sehr wichtig eingeschätzt.

Nr.	Inhalt	Median Anw	Median M	Mittelwert Anw	Mittelwert M	Teststatistik (z-Wert)	Signifikanz (α_min)	Nullhypothese α = 5%	Gesamteindruck
1	*Grundlagen*								
1a	Zahlenmengen und Rechensymbole	3	3	3,1	2,6	-13,600	<10^-15	ablehnen	
1b	Aussagen und Äquivalenz	3	2	3,1	2,5	-7,844	<10^-14	ablehnen	
1c	Vollständige Induktion	2	2	2,1	1,9	-2,823	0,005	ablehnen	
2	*Körper der reellen Zahlen*								
2a	Körperaxiome	2	2	2,5	1,8	-6,744	<10^-10	ablehnen	
2b	Rechenregeln in Körpern	3	2	2,9	2,1	-8,437	<10^-15	ablehnen	
2c	Anordnungsaxiome	2	2	2,4	1,8	-6,683	<10^-10	ablehnen	
2d	Ungleichungen und Betrag	3	3	3,3	2,9	-5,655	<10^-7	ablehnen	
2e	Beschränkte Mengen: Minimum und Maximum	3	2	2,8	2,4	-5,078	<10^-7	ablehnen	
2f	Vollständigkeit: Infimum und Supremum	2	2	2,4	1,9	-5,168	<10^-6	ablehnen	
3	*Abbildungen/Funktionen*								
3a	Definition und Graph einer Abbildung/Funktion	4	3	3,6	3,3	-6,638	<10^-10	ablehnen	
3b	Potenz- und ganzrationale Funktionen	4	3	3,7	3,2	-9,259	<10^-15	ablehnen	
3c	Wurzelfunktionen	4	3	3,6	3	-9,913	<10^-15	ablehnen	
3d	Faktorisieren: Polynomdivision, Horner-Schema	3	3	3	2,9	-0,422	0,673	beibehalten	
3e	Gebrochen rationale Funktionen	3	3	3,2	3,1	-3,491	0,005	ablehnen	
3f	Trigonometrie im Dreieck	4	3	3,6	2,7	-12,757	<10^-15	ablehnen	
3g	Grad- und Bogenmaß	4	3	3,7	2,8	-13,333	<10^-15	ablehnen	
3h	Sinus, Kosinus und Tangens im Einheitskreis	4	3	3,7	3	-11,273	<10^-15	ablehnen	
3i	Sinus-, Kosinus- und Tangsfunktion	4	3	3,8	3,2	-12,329	<10^-15	ablehnen	
3j	Arkussinus-, Arkuskosinus-, Arkustangensfunktion	4	3	4	3,0	-8,255	<10^-15	ablehnen	
3k	Sekans, Kosekans und Kotangens	3	2	2,7	1,9	-8,026	<10^-15	ablehnen	
3l	Eigenschaften trigonometrischer Funktionen	4	3	3,5	3,1	-6,138	<10^-9	ablehnen	
3m	Exponentialfunktionen beliebiger Basen	4	3	3,4	2,9	-7,116	<10^-11	ablehnen	
3n	Natürliche Exponentialfunktion: reell	4	3	3,6	3,3	-6,472	<10^-10	ablehnen	
3o	Natürliche Exponentialfunktion: komplex	3	3	3,1	2,8	-4,08	<10^-4	ablehnen	
3p	Logarithmische Funktionen	4	3	3,6	3,1	-8,475	<10^-15	ablehnen	
3q	Einfache Eigenschaften von Funktionen	4	3	3,6	3,2	-7,372	<10^-12	ablehnen	

3r	Verkettungen und Umkehrfunktionen	3	3	3,1	3,2	-0,306	0,76	beibehalten
3s	Modifikation von Funktionen	3	3	3,1	2,8	-3,464	0,01	ablehnen
4	*Komplexe Zahlen*							
4a	Definition/Schreibweise der komplexen Zahlen	3	3	3,1	3,1	-1,139	0,255	beibehalten
4b	Rechenregeln/Eigenschaften komplexer Zahlen	3	3	3,1	3,1	-0,542	0,588	beibehalten
4c	Geometrische Anschauung	4	3	3,4	3,1	-4,135	<10^-4	ablehnen
4d	Polardarstellung	3	3	3,2	3,1	-1,989	0,047	ablehnen
4e	Wurzeln und der Fundamentalsatz	3	3	3	2,9	-1,620	0,105	beibehalten
5	*Folgen*							
5a	Reelle Folgen	3	3	2,7	2,9	2,785	0,050	ablehnen
5b	Definition der Konvergenz von Folgen	3	3	2,6	2,9	2,881	0,04	ablehnen
5c	Grenzwertregeln und -sätze	3	3	2,8	2,9	0,211	0,833	beibehalten
5d	Konvergenzkriterien	3	3	2,6	2,6	-0,377	0,706	beibehalten
5e	Teilfolgen und Häufungspunkte	2	2	2,2	1,9	-4,686	<10^-5	ablehnen
5f	Bestimmte Divergenz	2	2	2,2	2,4	1,853	0,064	beibehalten
5g	Komplexe Folgen	2	1	2,1	1,6	-6,021	<10^-8	ablehnen
6	*Reihen*							
6a	Definition einer Reihe und Partialsumme	3	3	2,7	2,7	0,883	0,377	beibehalten
6b	Konvergenz und Grenzwertregeln	3	3	2,7	2,7	0,397	0,692	beibehalten
6c	Konvergenzkriterien	2	3	2,5	2,5	0,118	0,906	beibehalten
6d	Umordnungssatz und Cauchy-Produkt	2	1	2	1,6	-5,676	<10^-7	ablehnen
7	*Potenzreihen*							
7a	Definition einer Potenzreihe und Begriffe	3	3	2,8	2,8	0,268	0,788	beibehalten
7b	Konvergenz und Konvergenzradius	2	3	2,4	2,5	1,377	0,168	beibehalten
7c	Spezielle Potenzreihen und deren Konvergenz	2	3	2,4	2,6	2,311	0,21	ablehnen
8	*Stetigkeit*							
8a	Definition von Stetigkeit	3	3	3,2	3	-2,98	0,003	ablehnen
8b	Links- und rechtsseitige Stetigkeit	3	3	2,8	2,7	0,287	0,774	beibehalten
8c	Stetige Funktionen und Potenzreihen	3	3	2,9	2,6	-3,127	0,002	ablehnen
8d	Grenzwerte von Funktionswerten	3	3	3	3	0,94	0,347	beibehalten
8e	Divergenz	3	3	2,7	2,7	0,015	0,988	beibehalten
8f	Sätze zur Stetigkeit	2	3	2,5	2,5	0,592	0,554	beibehalten
8g	Bisektionsverfahren	2	2	2,2	2	-3,084	0,002	ablehnen
9	*Differentialrechnung*							
9a	Einführung in die Differentialrechnung	4	4	3,7	3,5	-6,77	<10^-10	ablehnen
9b	Ableitungsregeln	4	4	3,8	3,5	-7,703	<10^-13	ablehnen
9c	Höhere Ableitungen	4	3	3,5	3,4	-3,989	<10^-4	ablehnen
9d	Eigenschaften und Sätze zu Ableitungen	4	3	3,4	3,3	-3,213	0,001	ablehnen

10	*Anwendungen der Differentialrechnung*								
10a	Extrem- und Wendestellen	4	3	3,6	3,2	-7,91	<10^-14	ablehnen	
10b	Kurvendiskussion	4	3	3,5	3	-8,091	<10^-15	ablehnen	
10c	Regel von de L'Hospital	3	3	3	3	-1,122	0,262	beibehalten	
10d	Newton-Verfahren	3	3	3,1	2,5	-6,997	<10^-11	ablehnen	
10e	Taylorentwicklung	4	3	3,3	3,2	-3,186	0,001	ablehnen	
10f	Satz von Taylor zur Fehlerabschätzung	3	3	3	2,6	-4,619	<10^-5	ablehnen	
11	*Integralrechnung*								
11a	Einführung in die Integralrechnung	4	3	3,8	3,4	-8,488	<10^-15	ablehnen	
11b	Definition von Integrierbarkeit und Eigenschaften	4	3	3,5	3,1	-6,625	<10^-10	ablehnen	
11c	Stammfunktion und der Hauptsatz	4	3	3,5	3,4	-4,204	<10^-4	ablehnen	
11d	Uneigentliche Integrale	3	3	3	3,1	0,211	0,833	beibehalten	
12	*Anwendungen der Integralrechnung*								
12a	Partielle Integration und Substitution	4	3	3,3	3,3	-1,085	0,278	beibehalten	
12b	Partialbruchzerlegung	3	3	3,1	3	-2,083	0,037	ablehnen	
12c	Anwendungen der Integralrechnung	4	3	3,6	3,3	-6,76	<10^-10	ablehnen	

Tab. 1: Auswertungsergebnisse im Detail

Ausblick

Die hier gewonnenen Erkenntnisse beziehen sich auf die Auswertungen der Befragung der Lehrenden in den klassischen ingenieurwissenschaftlichen Studiengängen sowie auf die Sichtweisen der beiden Gruppen „Mathematiklehrende“ und „Anwendungslehrende“. In der Auswertung fand demzufolge noch keine gezielte Differenzierung nach bestimmten Kriterien statt, wie z. B.

- Hochschultyp
- Ingenieurfachgebiet
- Region

In Zukunft sollen die Relevanz der Mathematiklehre sowie die Bedeutung der einzelnen Inhalte in Bezug auf diese und andere Kriterien untersucht und gegenübergestellt werden.

Danksagung

Herzlichen Dank an alle,
die an der Befragung
teilgenommen haben!!!

Literaturverzeichnis

- Heublein, U., Hutsch, C., Schreiber, J., Sommer, D, & Besuch, G. (2010). Ursachen des Studienabbruchs in Bachelor- und in herkömmlichen Studiengängen: Ergebnisse einer bundesweiten Befragung von Exmatrikulierten des Studienjahres 2007/08. Hannover: HIS.

- Heublein, U., Richter, J., Schmelzer, R. & Sommer, D. (2014). Die Entwicklung der Studienabbruchquoten an den deutschen Hochschulen: Statistische Berechnungen auf der Basis des Absolventenjahrgangs 2012. Hannover: DZHW.

- Neumann, I., Pigge, C. & Heinze, A. (2017). Welche mathematischen Lernvoraussetzungen erwarten Hochschullehrende für ein MINT-Studium? Eine Delphi-Studie. Kiel: IPN.

- HM4MINT. Höhere Mathematik 1. https://hm4mint.nrw/hm1/public/index.html [Stand: 13.02.2022]